北航学报
赠 阅

ISSN 1001-5965
CODEN BHHDE8

北京航空航天大學学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

2017-03
Vol.43 No.03

北京航空航天大学学报

第 43 卷　第 3 期　（总第 289 期）　2017 年 3 月

北航学报
赠阅

目　次

SiCp/Al 复合材料增强体分布均匀性超声成像方法 …… 孙广开，周正干（417）
集成电液制动系统助力算法及其功能验证 …… 高峰，雍加望，丁能根，徐国艳（424）
含局部缝隙与重叠特征的 Mindlin 板等几何分析 …… 赵罡，杜孝孝，王伟（432）
基于球形滚刀的面齿轮滚齿加工方法 …… 王延忠，唐文，殷永耀，兰州，侯良威，贾爽（441）
IQ 通道失衡对同时收发认知抗干扰系统的影响 …… 黎海涛，钱一名（449）
跨声速副翼效率高精度静弹分析及试飞验证 …… 何飞，杨超，但聃，刘海，王明（457）
具有尾缘襟翼的风力机动力学建模与恒功率控制 …… 张臻，卢经纬，梁宇坤（464）
一种新型大功率升降压变换器及控制方法 …… 杜青，崔波，夏宁，蔡晓东，齐铂金，成艳，朱立颖（472）
机载超短波电台邻道干扰减敏特性建模与评估 …… 武南开，苏东林，何洪涛，刘焱（481）
全程恒定基座姿态零扰动的空间机械臂轨迹规划 …… 黄兴宏，贾英宏，徐世杰，卢山（488）
基于外定界椭球集员估计的纯方位目标跟踪 …… 刘玉双，赵剡，吴发林（497）
基于事件驱动的多飞行器编队协同控制 …… 马鸣宇，董朝阳，王青，程昊宇（506）
基于 ML 背景参数估计的 CDKF-CPHD 多目标跟踪算法 …… 马天力，王新民，曹宇燕，张阳（516）
网络控制系统有限频域故障检测和容错控制 …… 程昊宇，董朝阳，马奥家，王青（524）
基于神经网络的撞球机器人控制器设计 …… 高家颖，何秋阳，詹志新（533）
1/3 含口盖复合材料柱壳后屈曲性能 …… 陈志刚，吴永康，程小全，张涛（544）
高空平台通信系统中基于预测的小区切换算法 …… 何攀峰，程乃平，倪淑燕（551）
洛伦兹力磁轴承磁密均匀度设计与分析 …… 许国锋，蔡远文，任元，樊亚洪，孙津济，赵航（559）
机载 GNSS 海洋反射信号的建模与仿真 …… 祁永强，张波，杨东凯，李博闻，彭博（567）
一种基于迭代的多音干扰消除方案 …… 王鑫，张晓林，曹晏波（573）
一种无人机数据链信道选择和功率控制方法 …… 张文秋，丁文锐，刘春辉（583）
基于图像增强的无人机侦察图像去雾方法 …… 黄宇晴，丁文锐，李红光（592）
故障小修下瞬时可用度的波动分析 …… 任思超，杨懿，陈洋，康锐（602）
反转轴间双端面气膜密封性能分析 …… 刘晓玉，王之栎，丁蕾，王博文，刘立坤（608）
基于隐马尔可夫模型的空战决策点理论研究 …… 冯超，景小宁，李秋妮，姚鹏（615）
基于 FMECA 信息的测试性验证试验样本分配方法 …… 陈然，连光耀，黄考利，闫鹏程，耿梦雪，王凯（627）
航天器近距离相对运动的轨迹偏差分析 …… 石昊，赵育善，师鹏（636）

期刊基本参数： CN11-2625/V * 1956 * m * A4 * 228 * zh * P * ￥50.00 * 900 * 27 * 2017-03

（**编　辑**　娄　嘉　张　嵘　赵海容　李　晶　张欣蔚　孙　芳）

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

Vol. 43 No. 3 (Sum 289) March 2017

北航学报 赠阅

CONTENTS

Ultrasonic imaging method for distribution uniformity of reinforcement in SiCp/Al composites
…… SUN Guangkai, ZHOU Zhenggan (417)
Booster algorithm and functionality validation of an integrated electro-hydraulic brake system
…… GAO Feng, YONG Jiawang, DING Nenggen, XU Guoyan (424)
Isogeometric analysis of Mindlin plate with local gap and overlapping feature
…… ZHAO Gang, DU Xiaoxiao, WANG Wei (432)
Hobbing method of face gear based on spherical hob
…… WANG Yanzhong, TANG Wen, YIN Yongyao, LAN Zhou, HOU Liangwei, JIA Shuang (441)
On the IQ imbalance at STAR based cognitive anti-jamming system
…… LI Haitao, QIAN Yiming (449)
High-accuracy static aeroelastic analysis of fighter's transonic aileron efficiency and test flight verification
…… HE Fei, YANG Chao, DAN Dan, LIU Hai, WANG Ming (457)
Dynamic modeling and constant power control of wind turbines with trailing-edge flaps
…… ZHANG Zhen, LU Jingwei, LIANG Yukun (464)
A novel high-power step-up/step-down converter and control methods
…… DU Qing, CUI Bo, XIA Ning, CAI Xiaodong, QI Bojin, CHENG Yan, ZHU Liying (472)
Adjacent channel interference modeling and assessment on reduction of airborne VHF radio sensitivity
…… WU Nankai, SU Donglin, HE Hongtao, LIU Yan (481)
Trajectory planning of a space manipulator with constant zero-disturbance to base attitude
…… HUANG Xinghong, JIA Yinghong, XU Shijie, LU Shan (488)
Bearing-only target tracking based on ellipsoidal outer-bounding set-membership estimation
…… LIU Yushuang, ZHAO Yan, WU Falin (497)
Event-based cooperative control of multiple flight vehicles formation
…… MA Mingyu, DONG Chaoyang, WANG Qing, CHENG Haoyu (506)
A CDKF-CPHD multi-target tracking algorithm based on ML background parameter estimation
…… MA Tianli, WANG Xinmin, CAO Yuyan, ZHANG Yang (516)
Fault detection and fault tolerant control in finite frequency domain for networked control system
…… CHENG Haoyu, DONG Chaoyang, MA Aojia, WANG Qing (524)
Design of neural network controller for a billiard robot
…… GAO Jiaying, HE Qiuyang, ZHAN Zhixin (533)
Post-buckling performance of 1/3 composite cylindrical shell with cover
…… CHEN Zhigang, WU Yongkang, CHENG Xiaoquan, ZHANG Tao (544)
Cell handover algorithm based on prediction in HAPS communication system
…… HE Panfeng, CHENG Naiping, NI Shuyan (551)
Design and analysis on uniformity of magnetic flux density in Lorentz force-type magnetic bearing
…… XU Guofeng, CAI Yuanwen, REN Yuan, FAN Yahong, SUN Jinji, ZHAO Hang (559)
Modeling and simulation of airborne GNSS ocean reflection signal
…… QI Yongqiang, ZHANG Bo, YANG Dongkai, LI Bowen, PENG Bo (567)
A multi-tone interference cancellation scheme based on iteration
…… WANG Xin, ZHANG Xiaolin, CAO Yanbo (573)
A channel selection and power control method of UAV data link
…… ZHANG Wenqiu, DING Wenrui, LIU Chunhui (583)
Haze removal method for UAV reconnaissance images based on image enhancement
…… HUANG Yuqing, DING Wenrui, LI Hongguang (592)
Fluctuation analysis of instantaneous availability under minor repair
…… REN Sichao, YANG Yi, CHEN Yang, KANG Rui (602)
Seal performance analysis of double-faced gas film in counter-rotating intershafts
…… LIU Xiaoyu, WANG Zhili, DING Lei, WANG Bowen, LIU Likun (608)
Theoretical research of decision-making point in air combat based on hidden Markov model
…… FENG Chao, JING Xiaoning, LI Qiuni, YAO Peng (615)
Samples allocation method based on FMECA information for testability verification test
…… CHEN Ran, LIAN Guangyao, HUANG Kaoli, YAN Pengcheng, GENG Mengxue, WANG Kai (627)
Analysis of trajectory deviation for spacecraft relative motion in close-range
…… SHI Hao, ZHAO Yushan, SHI Peng (636)

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0206

SiCp/Al 复合材料增强体分布均匀性超声成像方法

孙广开[1,2], 周正干[1,2,3,*]

(1. 南昌航空大学 无损检测技术教育部重点实验室, 南昌 330063; 2. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083;
3. 北京航空航天大学 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100083)

摘 要: 为提高 SiCp/Al 复合材料均匀性超声评价准确度,研究基于超声衰减及声速变化量的 SiCp 颗粒分布均匀性成像方法。制备不同 SiCp 体积分数的 SiCp/Al 复合材料试样;采用水浸式超声波系统对试样进行超声衰减成像,分析超声衰减量与 SiCp 体积分数关系;实验分析声速变化与 SiCp 体积分数的定量关系并对试样进行声速成像;采用金相法观测试样细观特征,分析不同 SiCp 体积分数下试样的材料均匀性变化,对比分析得出超声衰减和声速成像法的准确度和适用范围。研究结果表明,超声衰减成像方法适用于 SiCp 颗粒分布定性分析,基于声速变化量成像方法可定量分析 SiCp 颗粒分布,在材料均匀性评价方面具有更高准确度。

关 键 词: 航空航天; 金属基复合材料; SiCp 颗粒; 材料均匀性; 超声成像
中图分类号: TB331
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0417-07

全下文载

近年来,SiCp/Al 复合材料以其优异的物理性能和机械性能,如:低密度、高比强度、高比刚度、低热膨胀系数和高导热系数等[1-2],在航空航天领域逐渐得到广泛应用,已作为结构材料应用于航空航天结构件、直升机旋翼连接件、飞机腹鳍、导流叶片和支撑结构件等[3-4]。因其物理、机械性能与飞行器性能和安全可靠性紧密相关,因此必须严格控制此类材料和构件的制造质量[1-2,4]。

最新研究表明[1-3],SiCp 颗粒分布是影响 SiCp/Al 复合材料机械性能的一个关键因素。但是,SiCp/Al 材料在制备过程中,受粉末冶金或铸锭冶金工艺影响,会导致 SiCp 颗粒分布不均匀,使材料性能显著下降、构件机械性能降低,严重影响飞行器性能和安全可靠性。针对这一问题,目前虽然已严格控制生产工艺,但仍无法保证 SiCp 颗粒完全均匀分布,必须采用有效、可靠的无损检测方法准确检测材料均匀性[2,5-7],以保证构件的机械性能满足应用要求。

在各种无损检测方法中,超声检测是 SiCp/Al 复合材料检测采用的主要方法[5,7-9]。高翌飞等[5]、魏勤和尤建飞[9]采用超声 C 扫描方法对 SiCp/Al 复合材料进行成像检测,观测到毫米级的 SiCp 颗粒团聚。为更准确地检测 SiCp/Al 材料均匀性,魏勤和张迎元[7]采用实验方法分析了超声衰减与 SiCp 体积分数间的关系,表明可通过超声衰减成像分析 SiCp 颗粒分布均匀性;周正干等[6]通过实验研究了超声波的声速与 SiCp 体积分数和 SiCp/Al 材料弹性模量间的关系;高翌飞等[5]采用厚度无关声反射板法对 SiCp/Al 材料进行声速成像检测,表明可根据声速变化反映材料中 SiCp 颗粒分布均匀性。但是,目前在 SiCp 颗粒分布均匀性超声衰减及声速成像方法的准确度和适用范围等方面缺少必要的分析与验证。

因此,本文研究 SiCp/Al 复合材料 SiCp 增强

收稿日期: 2016-03-16; **录用日期**: 2016-05-27; **网络出版时间**: 2016-06-07 11:43
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160607.1143.002.html
基金项目: 南昌航空大学无损检测技术教育部重点实验室开放基金 (ZD200829009)
* **通讯作者**: E-mail: zzhenggan@buaa.edu.cn

引用格式: 孙广开, 周正干. SiCp/Al 复合材料增强体分布均匀性超声成像方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 417-423. SUN G K, ZHOU Z G. Ultrasonic imaging method for distribution uniformity of reinforcement in SiCp/Al composites[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 417-423 (in Chinese).

北航学报 赠阅

颗粒分布均匀性的超声成像方法，分析、验证其准确度和适用范围，为提高 SiCp/Al 复合材料均匀性的超声评价准确度提供方法。

1 试样制备及实验装置

1.1 试样制备

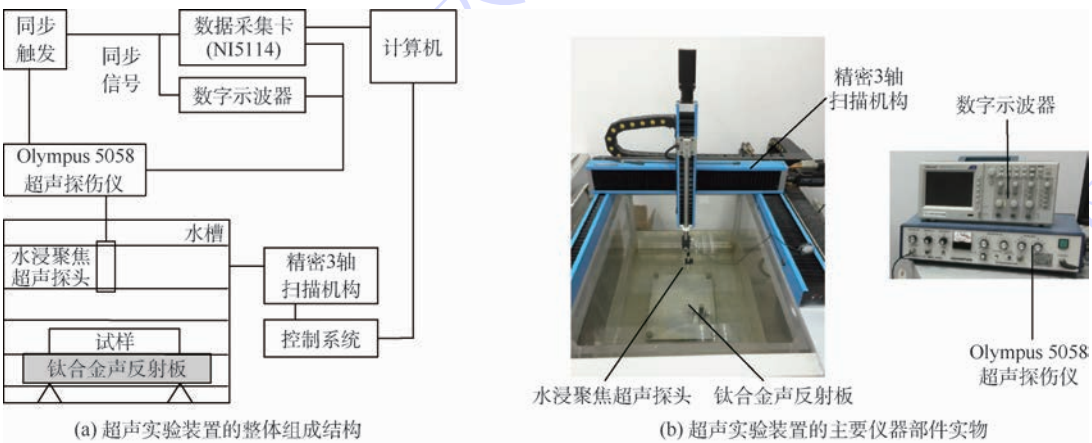
采用粉末冶金工艺和标准的 SiCp 含量控制方法[3,5-7]，制备 5 件 SiCp 增强颗粒含量不同的 SiCp/Al 复合材料试样，其中 SiCp 增强颗粒尺寸约在 3 ~ 20 μm 范围，Al 基体颗粒尺寸约在 20 ~ 40 μm 范围。制备的 5 件试样的 SiCp 体积分数分别为 10%、15%、20%、25% 和 30%，表面光洁度一致，试样实物如图 1 所示。

1.2 实验装置

采用的超声实验装置主要包括：泛美 V309-SU 水浸聚焦超声探头（中心频率 5 MHz、焦距 101.6 mm）、Olympus 5058 超声探伤仪、NI5114 数据采集卡、Olympus 信号线及电磁屏蔽环、精密 3 轴扫描机构及控制系统、声反射板、水槽、超声测量和扫描成像程序。超声实验装置的整体组成结构和主要仪器部件实物如图 2 所示。

图 1 不同 SiCp 增强颗粒含量的 SiCp/Al 复合材料试样

Fig. 1 SiCp/Al composite specimens with different contents of SiCp reinforced particle



(a) 超声实验装置的整体组成结构　(b) 超声实验装置的主要仪器部件实物

图 2 超声实验装置整体组成结构及主要仪器部件

Fig. 2 Overall structure and main equipment parts of ultrasonic experimental facility

2 超声衰减成像

根据超声传播理论，超声波在材料中传播时导致衰减的因素包括吸收衰减、散射衰减和扩散衰减[10-11]，其中吸收衰减和散射衰减与材料特性紧密相关，而扩散衰减取决于声源产生的波型和声束性质，与材料性质无关[11]。因此，在选定超声探头的条件下，利用超声衰减原理成像时，主要通过分析材料对声波的吸收衰减和散射衰减变化进而表征材料性质变化[12-13]。

对于 SiCp/Al 材料中声波的吸收衰减，由于材料对声波的吸收机制涉及材料黏滞性、热传导和各种弛豫过程，具有较高复杂度，通常将材料对声波的吸收衰减简化表示为[7,11]

$$\alpha_a = C_1 f \tag{1}$$

式中：α_a 为吸收衰减系数；C_1 为与材料晶粒大小和各向异性无关的常数；f 为声波频率。

对于 SiCp/Al 材料中声波的散射衰减，由于实验装置中超声探头的中心频率为 5 MHz，材料中 SiCp 颗粒尺寸远小于声波波长，根据超声散射理论，SiCp 颗粒作为散射体可近似为半径为 a 的小球，对声波的散射衰减可表示为[11]

$$\alpha_s = C_2 k^4 a^6 n_0 \tag{2}$$

式中：α_s 为散射衰减系数；C_2 为常数；k 为波数；n_0 为单位体积介质中散射体小球的个数。

分析式(1)和式(2)得出，材料对声波的吸收衰减主要与声波频率相关；在选定超声探头频率的条件下，声波的散射衰减与材料中 SiCp 颗粒尺寸和分布均匀性紧密相关，通过测量由散射衰减变化导致的声波衰减系数的相对变化可以表征材料中 SiCp 颗粒的分布特征。

通过上述分析，采用相对测量方法定义声波的相对衰减系数为

$$\alpha = \frac{1}{x} 20 \lg \frac{p_0}{p_1} \tag{3}$$

北航学报 赠阅

式中：α 为声波的相对衰减系数，dB/mm；x 为声波传播距离；p_0 和 p_1 分别为第 1 次和第 2 次材料底面回波幅度。

采用式(3)定义的声波相对衰减系数，利用超声实验装置对 5 件不同 SiCp 体积分数的 SiCp/Al 试样进行基于声波相对衰减系数的超声 C 扫描成像，主要实验参数为超声探头中心频率 5 MHz、探头焦距 101.6 mm、采样频率 250 MHz、扫描分辨率 100 μm，得到 5 件 SiCp/Al 试样的声波相对衰减系数图像如图 3 所示。

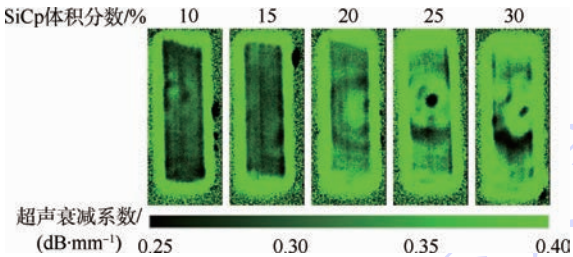


图 3　不同 SiCp 体积分数的 SiCp/Al 试样的超声衰减成像

Fig. 3　Ultrasonic attenuation image of SiCp/Al specimens with different volumn fractions of SiCp

分析图 3 得出，SiCp/Al 复合材料中 SiCp 体积分数由 10% 增加至 30% 过程中，声波相对衰减系数随 SiCp 体积分数增加而增大，主要原因是 SiCp 体积分数增加后声波散射衰减增强，使得声波相对衰减系数增大；不同 SiCp 体积分数下声波相对衰减系数变化范围为 0.25 ~ 0.40 dB/mm；SiCp 体积分数达到 25% 和 30% 时，从图像中观测到试样局部区域明显存在声波相对衰减系数变化，表征 SiCp 颗粒的突变式非均匀分布特征。

定义声波相对衰减系数的变化率为

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max}} \tag{4}$$

式中：$\alpha_{\max}$ 和 $\alpha_{\min}$ 分别为衰减系数最大值和最小值。

根据 SiCp/Al 试样的声波相对衰减系数的变化范围得出，不同 SiCp 体积分数下声波相对衰减系数的变化率为 37.5%，这使得试样的相对衰减系数图像颜色变化显著，局部颜色呈突变特征。但是，声波相对衰减系数变化幅度与 SiCp 颗粒分布非均匀程度的关联性和一致性需要与声速成像方法和金相法作对比分析和验证。

3　声速成像

SiCp/Al 复合材料中 SiCp 体积分数会影响材料硬度和弹性模量等力学性能参量，进而导致材料声速产生变化[14-15]，可以通过测量材料声速变化反映材料中 SiCp 颗粒分布特征。

对于声速测量，从微观层面分析，SiCp/Al 材料声速与 SiCp 颗粒体积分数、脱黏率和基体孔隙率等参量紧密相关[7,16]，理论计算得到声速的误差较大。因此，采用实验方法测量 SiCp/Al 材料中超声纵波声速与 SiCp 体积分数关系，为 SiCp 颗粒分布特征的声速成像建立映射关系。

采用制备的 5 件 SiCp/Al 复合材料试样和超声实验装置，根据材料声速测量方法[5-6]，测得不同 SiCp 含量下的超声纵波声速如表 1 所示，超声纵波声速随 SiCp 体积分数增加的变化关系如图 4 所示，其中每一个声速值均为在试样中取 10 处测量点测得的声速均值，以减小实验方法和材料非均匀性导致的声速测量误差。

分析图 4 得出，SiCp/Al 复合材料中超声纵波声速随 SiCp 体积分数增加而增大，通过测量材料不同位置的超声纵波声速可以反映材料局部 SiCp 含量，进而表征 SiCp 颗粒分布特征。

采用基于纵波声速的双次扫描 TIRP 法[5]对制备的 5 件不同 SiCp 体积分数的 SiCp/Al 试样进行声速成像，主要实验参数为超声探头中心频率5 MHz、探头焦距 101.6 mm、采样频率 250 MHz、扫描分辨率 100 μm，得到 5 件 SiCp/Al 试样的声速图像如图 5 所示。

表 1　不同 SiCp 体积分数的 SiCp/Al 试样中测得的超声纵波声速

Table 1　Ultrasonic velocities of longitudinal waves measured in SiCp/Al specimens with different volumn fractions of SiCp

试样编号	Z-55	Z-51	Z-53	Z-52	Z-54
SiCp 体积分数/%	10	15	20	25	30
超声纵波声速/(m·s⁻¹)	6 865	6 884	7 018	7 052	7 090

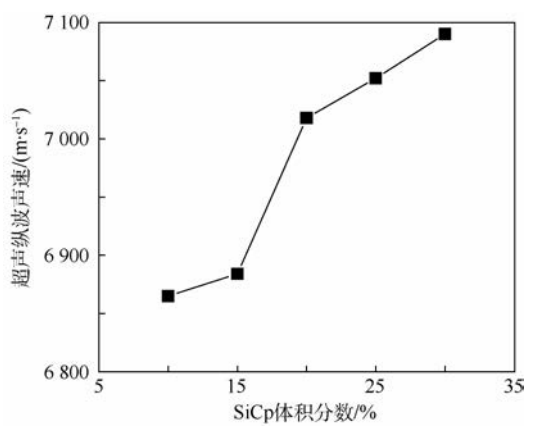


图 4　超声纵波声速随 SiC 体积分数增加的变化关系

Fig. 4　Relationship of ultrasonic velocity of longitudinal wave with increase of volumn fractions of SiCp

北航学报 赠阅

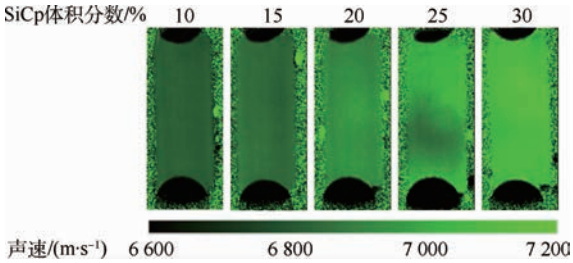


图 5 不同 SiCp 体积分数的 SiCp/Al 试样的声速成像

Fig. 5 Velocity image of SiCp/Al specimens with different volumn frations of SiCp

分析图 5 得出,不同 SiCp 体积分数下 SiCp/Al 试样的声速图像整体颜色值随 SiCp 体积分数增加而逐渐增大,即超声纵波声速增大;不同 SiCp 体积分数下超声纵波声速变化范围约为 6 800 ~ 7 100;单一 SiCp 体积分数试样(如为 25% 的 SiCp 试样)的声速图像存在局部颜色渐变现象,即局部声速变化,表征材料局部 SiCp 颗粒的渐变式非均匀分布特征。

定义材料声速的变化率为

$$\Delta V = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max}} \tag{5}$$

式中:V_{max}和 V_{min}分别为声速最大值和最小值。

根据 SiCp/Al 试样的超声纵波声速变化范围得出,不同 SiCp 体积分数下超声纵波声速的变化率约为 4.2%;与超声衰减分析结果对比得出,不同 SiCp 体积分数下超声纵波声速变化率仅约为声波相对衰减系数变化率的 1/9,这使得试样的声速图像具有颜色渐变、平滑过渡的特征,与超声衰减成像结果差异显著。因此,需要采用金相法作对比分析,验证 2 种成像方法的准确度,分析其适用范围。

4 金相分析与验证

根据超声衰减和声速成像(见图 3 和图 5)反映的 SiCp/Al 试样中 SiCp 颗粒非均匀分布特征,选取试样不同部位横向解剖、提取部分材料制作显微分析试样,采用卡尔·蔡司 Axio Lab. A1 MAT 型金相显微镜对不同 SiCp 体积分数的 SiCp/Al 显微分析试样进行金相实验,得到 5 种 SiCp 体积分数下典型的细观 SiCp 颗粒分布特征如图 6 所示。

分析图 6 得出,SiCp/Al 试样中 SiCp 颗粒(呈深颜色)分布密集度随 SiCp 体积分数增加而增大,表现为金相图深颜色区域增加;SiCp 体积分数为 10% 和 15% 时 SiCp 颗粒分布相对均匀;SiCp 体积分数为 20% 和 25% 时局部 SiCp 颗粒分布相对密集,导致试样局部 SiCp 颗粒呈渐变式非均匀分布特征,而不具有突变特征;SiCp 体积分数为 30% 时 SiCp 颗粒呈相对均匀的连续聚集型分布特征。

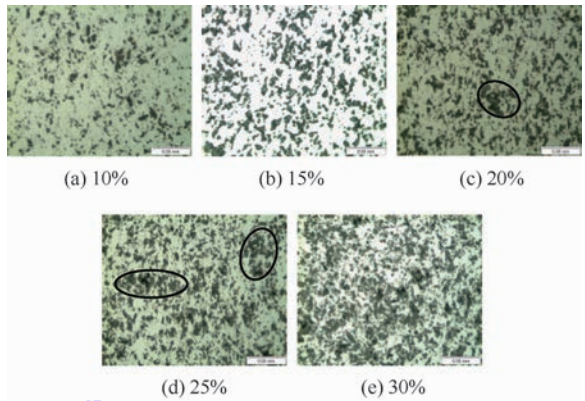


图 6 不同 SiCp 体积分数下 SiCp/Al 试样的金相图

Fig. 6 Metallographic image of SiCp/Al specimens with different volumn frations of SiCp

受金相法限制,虽然金相图仅表征出材料局部细观 SiCp 颗粒分布特征,而无法表征材料整体特征,但是通过高密度采样、显微分析不同位置得出,在材料内部不含宏观缺陷条件下,图 6 所示不同 SiCp 体积分数下 SiCp 颗粒分布特征对材料整体具有一般性。

对比图 6 和图 3、图 5 分析结果得出,采用声速成像方法得到的 SiCp 颗粒的渐变式非均匀分布特征与金相分析结果具有更高一致性,表明声速成像方法具有更高准确度,适用于 SiCp 颗粒分布均匀性的定量表征;采用超声衰减成像方法得到的 SiCp 颗粒的突变式非均匀分布特征误差较大,适用于 SiCp 颗粒分布均匀性的定性表征;当 SiCp 体积分数较高(如为 30%)时,局部连续聚集的 SiCp 颗粒对声波散射衰减显著增强,超声衰减成像的突变特征加剧、表征误差增大,需要采用声速成像方法更准确地表征 SiCp 颗粒分布均匀性。

5 误差分析

根据超声衰减和声速成像原理[7,11],导致 SiCp/Al 复合材料 SiCp 颗粒分布均匀性超声成像误差的因素包括材料特征、声学原理、成像方法和实验装置 4 个方面。

1) 从材料特征和声学原理角度分析

在超声衰减成像方面,SiCp/Al 材料中的 SiCp 颗粒会对声波产生散射作用,导致声波衰减。由于声波散射衰减系数与 SiCp 颗粒近似小球半径的 6 次方和小球数量正相关(式(2)),当 SiCp 颗粒出现局部密集分布时声波散射衰减显

北航学报 赠阅

著增强,实测声波衰减系数的变化率达到 37.5%(SiCp 体积分数为 10% ~30%),导致超声衰减图像呈突变特征,与实际的 SiCp 颗粒渐变式非均匀分布特征存在较大误差。

在声速成像方面,SiCp/Al 材料中超声纵波声速随 SiCp 体积分数增加而增大(SiCp 体积分数为 10% ~ 30%),但实测声速变化率仅为 4.2%,声速图像呈渐变特征,与实际的 SiCp 颗粒分布特征具有更高一致性,尤其是 SiCp 体积分数大于 25% 时声速成像方法的表征误差相对较小。

分析表明,当 SiCp/Al 材料中 SiCp 体积分数较高(如体积分数大于 25%)并且需要定量表征 SiCp 颗粒分布均匀性时,可采用声速成像方法以减小由材料特征和声学原理导致的表征误差,达到更高准确度;当 SiCp 体积分数较低(如体积分数小于 20%)且仅需定性表征 SiCp 颗粒分布均匀性时,可采用超声衰减成像方法。

2)从成像方法和实验装置角度分析

在超声衰减成像方面,采用基于声波相对衰减系数的超声 C 扫描方法时,需要测量第 1 次和第 2 次材料底面回波幅度峰值,采用式(2)计算得出各测量点的声波相对衰减系数,映射建立声衰减系数图像。这种方法在测量过程中受材料几何特征、表面光洁度、相对位置、耦合介质纯净度和机械扫描装置精度等因素影响会产生测量误差,为减小误差,在材料表面光洁度一致的条件下,可采用高纯净度耦合介质、精密调节机构和机械扫描装置(重复定位精度 < ±5 μm),精确调节材料表面、底面与超声探头距离及角度使其相对恒定。

在声速成像方面,采用基于纵波声速的双次扫描 TIRP 法[5] 成像时,根据成像方法[5] 需要测量 3 个关键参量:耦合介质声速、一次和二次材料底面回波时间差及放置材料前后声反射板表面反射回波时间差。其中,耦合介质声速的测量主要受耦合介质纯净度和温度影响,可采用高纯净度耦合介质并实测介质温度修正声速值以减小测量误差;材料底面回波时间差的测量主要受材料几何特征、相对位置和实验装置噪声影响,材料几何特征和相对位置的微小变化会使超声回波信号波形和回波峰值时间位置产生变化进而导致测量和计算误差,实验装置的噪声信号会使超声信号波形变化进而导致回波时间测量失准,为减小误差,可根据超声回波信号波形、噪声校正超声系统使信噪比达标且保持相对稳定,精密调节材料表面、底面与超声探头和声反射板间距离、角度使其相对恒定;放置材料前后声反射板表面反射回波时间差的测量主要受 2 次扫描时各测量点 2 次采样位置一致性影响,可采用高重复定位精度扫描装置以减小误差。

与超声衰减成像方法相比,由于不同 SiCp 体积分数下纵波声速变化率远小于声波相对衰减系数变化率,采用声速成像法时,测量误差导致的微小声速变化会显著影响 SiCp 颗粒分布均匀性的定量表征,实验过程中需要更为精确地控制导致声速测量误差的各项参量,以达到相对较高的定量表征准确度。

6　结　论

1)不同 SiCp 体积分数下声波相对衰减系数变化率达到 37.5%,超声衰减图像呈突变特征,与金相分析结果差异较大,超声衰减成像方法适用于 SiCp 颗粒分布均匀性的定性表征。

2)不同 SiCp 体积分数下声速变化率为 4.2%,声速图像呈渐变特征,与金相分析结果具有更高一致性,声速成像方法具有更高准确度,适用于 SiCp 颗粒分布均匀性的定量表征。

3)当 SiCp 体积分数较高(如大于 25%)且需定量表征 SiCp 颗粒分布均匀性时,采用声速成像方法;当 SiCp 体积分数较低(如小于 20%)且仅需定性表征时,采用超声衰减成像方法。

4)采用声速成像方法时,测量误差导致的微小声速变化会显著影响定量表征准确度,需要更为精确地控制超声系统噪声、机械精度、试件位置和耦合条件等主要误差因素。

参考文献(References)

[1] 凌杰,辛志杰. SiCp/Al 复合材料的高速铣削试验与表面缺陷研究[J]. 科学技术与工程,2015,15(2):217-221.
LING J, XIN Z J. High-speed milling experiment and surface indefects of SiCp/Al composites[J]. Science Technology and Engineering, 2015, 15(2): 217-221(in Chinese).

[2] 王唱舟,周丽,王洋,等. 数值模拟 SiCp/Al 复合材料的微观结构对力学性能的影响[J]. 材料科学与工程学报,2015,33(1):122-126.
WANG C Z, ZHOU L, WANG Y, et al. Simulation of micro-structure-based effects on mechanical properties of SiCp/Al composites[J]. Journal of Materials Science & Engineering, 2015, 33(1): 122-126(in Chinese).

[3] 蓝永庭,秦亮,张克实,等. SiCp/Al 复合材料增强颗粒尺寸效应的细观分析[J]. 应用力学学报,2014,31(1):20-25.
LAN Y T, QIN L, ZHANG K S, et al. Meso analysis on size effect of SiCp/Al MMCs[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2014, 31(1): 20-25(in Chinese).

北航学报 赠阅

[4] 樊建中,肖伯律,徐骏,等. SiCp/Al 复合材料在航空航天领域的应用与发展[J]. 材料导报,2007,21(10):98-101.
FAN J Z,XIAO B L,XU J,et al. Development and application of SiCp/Al composites in aerospace field[J]. Materials Review,2007,21(10):98-101(in Chinese).

[5] 高翌飞,周正干,何方成. 基于 TIRP 法的铝基复合材料均匀性检测[J]. 北京航空航天大学学报,2009,35(8):1031-1034.
GAO Y F,ZHOU Z G,HE F C. Homogeneity testing of aluminum metal matrix composites by TIRP method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2009,35(8):1031-1034(in Chinese).

[6] 周正干,高翌飞,吕炎,等. 碳化硅颗粒增强铝基复合材料弹性常数测量[J]. 北京航空航天大学学报,2009,35(2):162-165.
ZHOU Z G,GAO Y F,LÜ Y,et al. Elastic constant matrix measurement of SiCp reinforced aluminum metal matrix composites[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2009,35(2):162-165(in Chinese).

[7] 魏勤,张迎元. SiCp /Al 复合材料中增强体 SiC 含量的测定方法研究[J]. 华东船舶工业学院学报(自然科学版),2005,19(4):86-89.
WEI Q,ZHANG Y Y. Research on volume fraction mensuration of SiC reinforce in SiCp/Al composites[J]. Journal of East China Shipbuilding Institute (Natural Science Edition),2005,19(4):86-89(in Chinese).

[8] 刘斯明,彭地,赵翰学,等. SiCp 颗粒增强铝基复合材料非共线非线性响应试验观察[J]. 机械工程学报,2012,48(22):21-26.
LIU S M,PENG D,ZHAO H X,et al. Experimental observation of nonlinear response of SiCp aluminum-matrix composites using non-colinear technique[J]. Journal of Mechanical Engineering,2012,48(22):21-26(in Chinese).

[9] 魏勤,尤建飞. 超声 C 扫描系统在颗粒增强型金属基复合材料无损检测中的应用[J]. 华东船舶工业学院学报(自然科学版),2003,17(3):66-69.
WEI Q,YOU J F. Application of ultrasonic C-scanning system in nondestructive testing of particulate reinforced metal matrix composites[J]. Journal of East China Shipbuilding Institute (Natural Science Edition),2003,17(3):66-69(in Chinese).

[10] 罗斯 J L. 固体中的超声波[M]. 何存富,吴斌,王秀彦,译. 北京:科学出版社,2004:67-71.
ROSE J L. Ultrasonic waves in solid media[M]. HE C F,WU B,WANG X Y,translated. Beijing:Science Press,2004:67-71(in Chinese).

[11] 冯若. 超声手册[M]. 南京:南京大学出版社,1999:26-27.
FENG R. Ultrasonic handbook[M]. Nanjing:Nanjing University Press,1999:26-27(in Chinese).

[12] HSU D K. Simultaneous velocity and thickness imaging by ultrasonic scan[J]. Review of Progress in Quantitive Nondestructive Evaluation,2001,20B:695-702.

[13] AARON F,DONAL B D. 3D ultrasound imaging: A review[J]. IEEE Engineering in Medicine and Biology,1996,15(6):41-51.

[14] JEONG H,HSU D K,SHANNON R,et al. Characterization of anisotropic elastic constants of silicon-carbide particulate reinforced aluminum metal matrix composites: Part I. Experiment[J]. Metallurgical and Materials Transactions A,1994,25(4):799-809.

[15] BURGHOLZER P,HOFER C,REITINGER B,et al. Non-contact determination of elastic moduli of continuous fiber reinforced metals[J]. Composites Science and Technology,2005,65(2):301-306.

[16] BINDUMADHAVAN P N,WAH H K,PRABHAKAR O. Assessment of particle-matrix debonding in particulate metal matrix composites using ultrasonic velocity measurements[J]. Materials Science and Engineering: A,2002,323(1-2):42-51.

作者简介:

孙广开 男,博士。主要研究方向:无损检测与计算机测控技术。

周正干 男,博士,教授。主要研究方向:超声无损检测技术。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Ultrasonic imaging method for distribution uniformity of reinforcement in SiCp/Al composites

SUN Guangkai[1,2], ZHOU Zhenggan[1,2,3,*]

(1. Key Laboratory of Nondestructive Testing, Ministry of Education, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China;
2. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
3. The Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine (CICAAE), Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In order to improve the accuracy for ultrasonic characterization of the uniformity of SiCp/Al composites, the imaging methods based on ultrasonic attenuation and velocity for the distribution uniformity of SiCp particles were studied. SiCp/Al specimens with different volume fractions of SiCp were prepared. Ultrasonic attenuation imaging for the specimens was carried out by water immersion ultrasonic system, and the relation of ultrasonic attenuation with SiCp volume fraction was analyzed. The quantitative relation of ultrasonic velocity with SiCp volume fraction was analyzed experimentally, and ultrasonic velocity imaging of the specimens was carried out. Metallographic method was used to observe the micro characteristics of the specimens, and the material uniformity of the specimens with different SiCp volume fractions was analyzed. The applicability and accuracy of the imaging methods based on ultrasonic attenuation and velocity were comparatively analyzed. The results present that the ultrasonic attenuation imaging method is suitable for the basic analysis of the distribution of SiCp particles, and the ultrasonic velocity imaging method is more accurate and suitable for the quantitative analysis of SiCp particle distribution.

Keywords: aerospace; metal matrix composite; SiCp particle; material uniformity; ultrasonic imaging

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-16; **Accepted**: 2016-05-27; **Published online**: 2016-06-07 11:43

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160607.1143.002.html

Foundation item: the Open Fund of the Key Laboratory of Nondestructive Testing, Ministry of Education, Nanchang Hangkong University (ZD200829009)

* **Corresponding author**. E-mail: zzhenggan@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0167

集成电液制动系统助力算法及其功能验证

高峰，雍加望，丁能根*，徐国艳

（北京航空航天大学 交通科学与工程学院，北京 100083）

摘 要：针对传统真空助力制动系统无法直接应用于新能源车辆的问题，研究开发了一种集成电液制动（IEHB）系统，并形成样机。样机由中空电机、滚珠丝杠副、三腔主缸、人力缸及踏板行程模拟器等组成，集成制动助力、线控制动及再生制动等功能。设计了一种提高制动助力性能的滑模控制算法，并利用 Lyapunov 方程证明了该算法的稳定性。对本文算法及系统其他功能进行实车验证，结果表明：本文算法可以控制电机在三腔主缸内快速建立压力，并控制滚珠丝杠跟随踏板推杆一起运动，从而始终保持良好的脚感；系统可以实现线控及人力备份制动功能，且满足法规要求；踏板行程模拟器提供的脚感连续平滑。

关 键 词：电液制动；电动助力；线控制动；电动汽车；滑模控制；脚感
中图分类号：U461.3
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0424-08

目前，汽车液压制动系统大多采用真空助力，少数汽车采用电动助力（如日产汽车公司的e-ACT制动系统[1]）等其他形式的助力装置。采用真空助力制动的汽车需要发动机提供真空源，对于新能源车辆而言，需要另设相应的电机及真空泵来提供真空源，导致制动系统体积庞大、成本增加；采用电动助力制动的汽车在制动时无法切断制动器与人力操作的联系，因此在一定程度上影响了制动能量的回收效果[2-6]。同时，随着底盘主动安全技术的发展，对制动系统提出了主动制动的功能需求（主动制动指在制动踏板未被踩下的情况下对全部或部分车轮施加的制动）[7]。

近年来，以电液制动（EHB）系统[8]和电子机械制动（EMB）系统[9]为代表的线控制动系统得到了很大的发展，其满足新能源车辆及未来主动安全技术对制动系统的要求。在线控制动系统中，踏板与主缸完全解耦，人力踩制动踏板仅提供制动信号，制动能量常由人力以外的其他供能装置供给。例如，EHB 一般采用高压储液罐作为供能装置，其压力由电动液压泵产生，必要时可以实施主动制动；EMB 在 4 个制动器上分别安装电机，并控制电机带动传动机构，直接将制动块压靠在制动盘上产生制动力。EHB 因需要高压储液罐及额外的备份液压系统，系统结构不是很紧凑，且用于高压储液罐的泵及其驱动电机即使在未制动时也需频繁工作，使用寿命受到影响；EMB 不需要制动液及液压管路，其制动响应速度快，但失效防护能力难以获得汽车制造商的信赖，且 EMB 无法继续使用传统的制动器，需要重新开发新式制动器及使用高性能电源，制造成本较高。

为解决上述问题，本文开发了一种集成电液制动（IEHB）系统，其兼有非线控制动系统的高可靠性、线控制动系统的主动制动功能、制动踏板感觉可设计等优点，集成制动助力、线控制动、再生制动及失效备份等功能。本文主要集中于对集成电液制动系统制动助力性能的研究。

收稿日期：2016-03-07；**录用日期**：2016-06-03；**网络出版时间**：2016-06-12 10:48
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160612.1048.001.html
基金项目：国家自然科学基金（51175015）；国家“863”计划（2012AA110904）
* **通讯作者**：E-mail：dingng@buaa.edu.cn

引用格式：高峰，雍加望，丁能根，等. 集成电液制动系统助力算法及其功能验证[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：424-431. GAO F，YONG J W，DING N G，et al. Booster algorithm and functionality validation of an integrated electro-hydraulic brake system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：424-431 (in Chinese).

北航学报 赠阅

1　集成电液制动系统样机

集成电液制动系统结构原理如图 1 所示。

当制动踏板被踩下时,人力缸的制动液进入三腔主缸的低压腔,同时电子控制单元(ECU)根据踏板行程及电机转角信号控制电机促动三腔主缸产生液压,人力与电机力在三腔主缸第一活塞完成叠加,并推动活塞产生制动力,实现制动助力功能;若系统工作于线控模式,ECU 控制常开电磁阀通电关闭、常闭电磁阀通电打开,人力缸内的制动液全部进入踏板行程模拟器,ECU 通过控制电机单独促动三腔主缸产生制动力,制动踏板感觉由踏板行程模拟器提供。

当制动踏板未被踩下但 ECU 判断需实施主动制动或者其他控制装置发出主动制动请求时,制动系统工作于主动制动模式。类似于线控模式,此模式下 ECU 控制电机单独输出力矩推动三腔主缸 2 个高压腔建立压力,并且可以通过液压控制单元选择全部车轮或部分车轮实施制动并在必要时调整各轮缸制动压力。由于此模式下制动踏板未被踩下,电机通过传动装置驱动第一活塞时使得三腔主缸的低压腔容积增加,但可以通过单向阀进行补液,因此制动踏板不会因主动制动而产生不必要的运动。

对于装有再生制动装置的汽车,制动系统可工作于再生制动模式。其工作过程是:驾驶员踩下制动踏板,在汽车能源系统的储能装置(如电池)允许储能(对电池来说即充电)且仅依靠再生制动即足以产生所期望制动减速度的情况下,可采用纯再生制动模式,此时常开电磁阀通电关闭、常闭电磁阀通电打开,摩擦制动不介入,由再生制动力实现期望制动减速度,制动踏板感觉由踏板行程模拟器提供;若仅依靠再生制动不足以产生所期望制动减速度,可采用摩擦制动与再生制动同时工作的混合制动模式,即在进行再生制动的同时令三腔主缸输出压力至轮缸施加摩擦制动;如果汽车能源系统的储能装置不允许储能,则仍应选择制动助力模式。

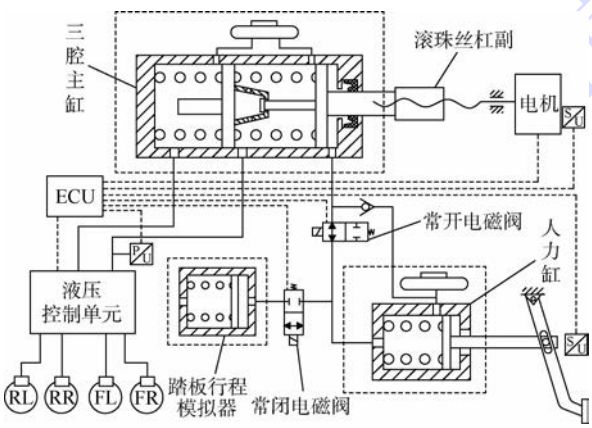


图 1　集成电液制动系统结构原理图

Fig. 1　Structural diagram of integrated electro-hydraulic brake system

当制动系统的电子控制装置、执行机构或传感器发生故障时,可通过人力缸将驾驶员踩踏板力传递到三腔主缸低压腔内,从而促动三腔主缸产生制动力实施失效备份制动。

1.1　人力缸

人力缸直接与制动踏板连接,并通过液压将人力传递至三腔主缸低压腔。如图 2 所示,人力缸的结构与单活塞主缸结构类似。弹簧 1 为活塞回位弹簧;当人力缸发生液压泄露时,为防止驾驶员出现恐慌心理,在缸体内加入刚度较大的弹簧 2提供脚感;为便于测试,在缸体上增加了液压传感器接口。根据汽车行业标准 QC/T 311—2008[10],选取人力缸直径 D_h = 20.64 mm,人力缸活塞有效最大工作行程为 36 mm。

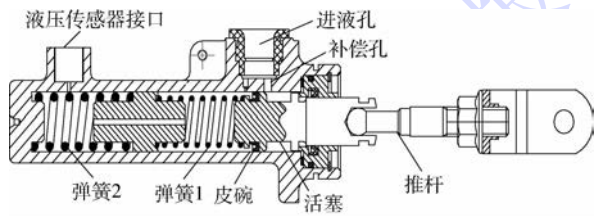


图 2　人力缸剖面图

Fig. 2　Cross-sectional diagram of pedal cylinder

1.2　三腔主缸

三腔主缸是集成电液制动系统的核心部件,实现了人力和电机力的叠加。在串联双腔主缸的基础上,设计了三腔主缸,如图 3 所示。2 个高压腔与传统双腔主缸相同,低压腔连接人力缸,从而将人力传递至高压腔。当主缸活塞位于初始位置时,2 个高压腔活塞皮碗正好位于各自腔内的旁通孔与补偿孔之间;当制动踏板被踩下时,踏板传动机构通过推杆推动人力缸活塞,人力缸的制动液进入低压腔并推动三腔主缸第1高压腔活塞

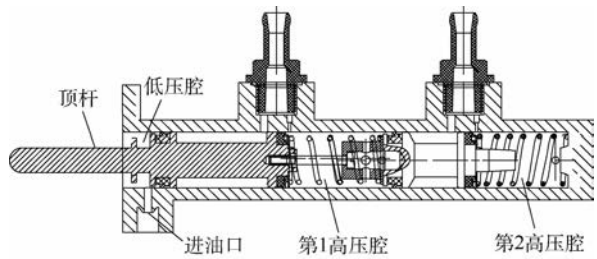


图 3　三腔主缸剖面图

Fig. 3　Cross-sectional diagram of 3-chamber master cylinder

北航学报 赠阅

前移,直至皮碗完全掩盖住旁通孔后,第 1 高压腔内液压升高,在液压和弹簧力的作用下,继而推动第 2 高压腔活塞前移,第 2 高压腔内液压随之升高,液压最终被传递至制动器并产生制动力;当制动解除时,制动踏板、人力缸活塞、三腔主缸活塞及轮缸活塞在各自的回位弹簧力的作用下回位。

根据 QC/T 311—2008[10],选取三腔主缸的直径 $D_m = 22.22$ mm,工作行程为(18 + 18) mm,即活塞 1 工作行程为 36 mm,活塞 2 工作行程为 18 mm;为使得三腔主缸行程与人力缸行程一致,顶杆的直径 $D_p = 8.2$ mm。

1.3 踏板行程模拟器

当系统工作于线控及再生制动模式时,制动踏板与三腔主缸是解耦的。因此,需要踏板行程模拟器来提供踏板感觉,给驾驶员传递制动反馈信息,而踏板行程模拟器提供的脚感应尽量与传统真空助力制动系统相同,如图 4 所示。

为提供良好的踏板感觉,将理想踏板力曲线简化成 2 条直线,并用 2 个不同刚度的弹簧分别模拟这 2 条直线[11]。踏板行程模拟器的结构如图 5 所示。制动液进入踏板行程模拟器后,推动活塞 1 前移,刚度较小的弹簧 1 被压缩,同时产生回位力及脚感;当活塞行程走到 8 mm 时(制动踏板杠杆比为 5),弹簧 1 达到最大压缩行程,制动液进而推动活塞 2 并使弹簧 2 产生形变,提供脚感。由图4可知,所设计的踏板力曲线可以较好地跟随理想踏板力曲线。

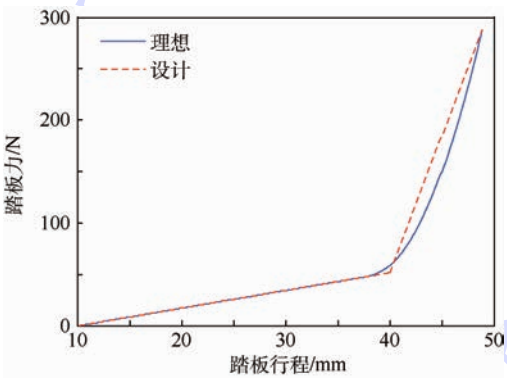


图 4 踏板行程-踏板力曲线

Fig. 4 Curves between pedal stroke and pedal force

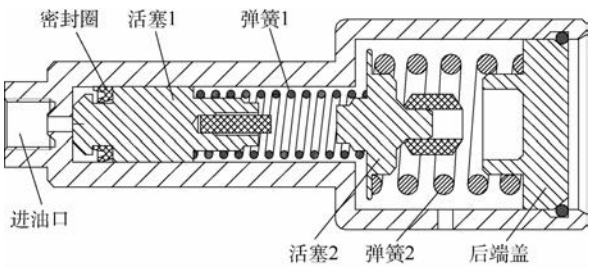


图 5 踏板行程模拟器剖面图

Fig. 5 Cross-sectional diagram of pedal stroke simulator

1.4 助力总成

助力总成的结构如图 6 所示。为减小系统的轴向尺寸,选择中空无刷直流电机,滚珠丝杠副将电机的旋转运动转化为直线运动,通过滚珠丝杠推动三腔主缸顶杆在主缸内建立液压。为提高液压建立速率,省去了减速机构,中空电机的转子通过花键与滚珠丝杠副的螺母直接连接,定位螺栓用于调整丝杠与顶杆之见的间隙(即空行程)。

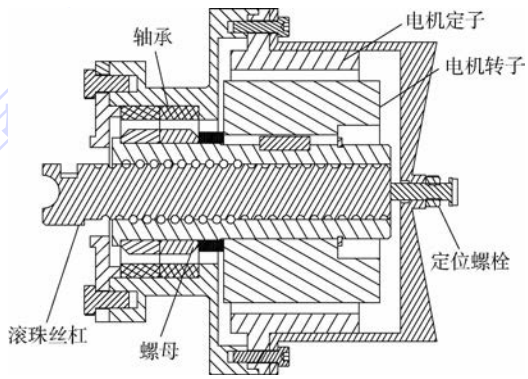


图 6 助力总成剖面图

Fig. 6 Cross-sectional diagram of booster actuator

2 系统动力学模型

系统主要由电子、机械及液压 3 个子系统组成,为分析系统的液压建立特性,分别对 3 个子系统进行动力学建模。

2.1 电机及传动子系统模型

电机及传动机构的传递函数可以表示为

$$\frac{\Theta_m(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{J_m s^2 + B_m s} \tag{1}$$

式中:$\Theta_m(s)$为电机转子转角;$T_m(s)$为电机输出扭矩;J_m 为电机转子转动惯量;B_m 为电机阻尼系数。

系统结构图如图 7 所示。图中:θ_p 为踏板转角。可得系统运动方程为

$$T_m = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + f(t) \tag{2}$$

式中:θ_m为电机转角;$f(t)$为三腔主缸反馈及系统损失力矩总和。

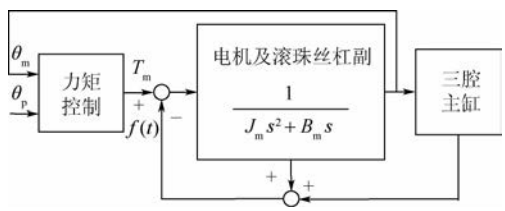


图 7 系统结构图

Fig. 7 Diagram of system structure

由式(2)可得集成电液制动系统的动力学模型如下:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{J_m}(T_m - B_m x_2 - f(t))\end{cases} \tag{3}$$

式中:x_1 和 x_2 分别为电机转子的转角及角速度。

2.2　液压子系统模型

Dardanelli 等[12]指出,制动主缸与轮缸之间的液压动力学可以用连续方程[13]来描述:

$$\begin{cases}-Q_c = \dot{V}_c + \dfrac{V_c}{\beta}\dot{p}_c \\ Q_p = \dot{V}_p + \dfrac{V_p}{\beta}\dot{p}_p\end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases}V_c = (L_c - x_c)A_c \\ V_p = A_p x_p\end{cases} \tag{5}$$

式中:Q_c 和 Q_p 分别为制动液流出主缸与流入轮缸的体积流率;p_c 和 p_p 分别为主缸和轮缸的液压;V_c 和 V_p 分别为主缸和轮缸的体积;A_c 和 A_p 分别为主缸及轮缸的活塞截面积;L_c 为主缸活塞最大行程;x_c 为主缸活塞行程;x_p 为轮缸活塞行程;β 为制动液的体积模量。

假设制动液流动是层流的,则制动液在主缸与轮缸间的流动过程可表示为[14]

$$p_c - p_p = K_{cp}Q \qquad Q = Q_c = Q_p \tag{6}$$

$$m_p\ddot{x}_p = p_p A_p - F_c(x_p)$$

$$F_c(x_p) = \begin{cases}0 & x_p < x_{gap} \\ k_p(x_p - x_{gap}) & x_p \geqslant x_{gap}\end{cases} \tag{7}$$

式中:K_{cp} 为制动液层流系数;Q 为制动液体积流量;m_p 为活塞和卡钳的总质量;k_p 为活塞和卡钳等效刚度;F_c 为夹紧力;x_{gap} 为卡钳与制动盘之间的间隙。

3　制动助力控制算法

与 PID 控制相比,滑模控制能够克服系统的不确定性,对干扰和未建模动态具有较强的鲁棒性,并被广泛应用于电控驱动、汽车动力学控制等领域[15]。系统工作于制动助力模式时,为保障良好的脚感[16],需控制滚珠丝杠跟随踏板推杆运动,包括行程及速度。因此,本文提出了一种滑模控制算法。在 D 域定义滑模面为

$$\sigma = (\dot{x}_b - \dot{x}_p) + c(x_b - x_p) \tag{8}$$

式中:c 为正的设计参数;$x_b = k_m\theta_m$ 为滚珠丝杠的行程;$x_p = k_p\theta_p$ 为人力缸活塞行程;θ_m 和 θ_p 可由传感器测量得到。

D 域可表示为

$$D = \{|\sigma| < \varepsilon\} - \{0\}$$

式中:ε 为整数。

将 Lyapunov 方程定义为

$$V = \frac{1}{2}J_m\sigma^2 \tag{9}$$

对其求导,可得

$$V' = J_m\sigma\sigma' = J_m\sigma[(k_m\ddot{\theta}_m - k_p\ddot{\theta}_p) + c(k_m\dot{\theta}_m - k_p\dot{\theta}_p)] \tag{10}$$

将式(2)代入式(10),可得

$$V' = \sigma[k_m(T_m - B_m\dot{\theta}_m - f(t)) - J_m k_p\ddot{\theta}_p + J_m c(k_m\dot{\theta}_m - k_p\dot{\theta}_p)] \tag{11}$$

假设 σ 在 D 域内满足下列不等式:

$$|\Delta(t,\theta_m,\theta_p)| \leqslant \delta$$

其中:δ 为已知的正数。

$$\Delta(t,\theta_m,\theta_p) = -B_m\dot{\theta}_m - f(t) - \frac{J_m k_p}{k_m}\ddot{\theta}_p + J_m c\left(\dot{\theta}_m - \frac{k_p}{k_m}\dot{\theta}_p\right) \tag{12}$$

将式(12)代入式(11),可得

$$V' = k_m\sigma(T_m + \Delta(t,\theta_m,\theta_p)) \tag{13}$$

令

$$T_m = -K\operatorname{sgn}\sigma \qquad K > \delta$$

式中:K 为正的设计参数。将 T_m 代入式(13),得

$$V' = k_m\sigma(-K\operatorname{sgn}\sigma + \Delta(t,\theta_m,\theta_p)) = -k_m K|\sigma| + k_m\Delta(t,\theta_m,\theta_p) \leqslant -k_m(K-\delta)|\sigma| < 0 \tag{14}$$

由式(9)和式(14)得

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} \leqslant -k_m(K-\delta)\sqrt{\frac{2}{J_m}}\sqrt{V} \tag{15}$$

或

$$\frac{\mathrm{d}V}{\sqrt{V}} \leqslant -k_m(K-\delta)\sqrt{\frac{2}{J_m}}\mathrm{d}t \tag{16}$$

合并式(15)和式(16)得

$$2\sqrt{V}\Big|_{V(\sigma(0))}^{V(\sigma(t))} \leqslant -k_m(K-\delta)\sqrt{\frac{2}{J_m}}t$$

$$\sqrt{V(\sigma(t))} \leqslant \sqrt{V(\sigma(0))} - k_m(K-\delta)\sqrt{\frac{1}{J_m}}t$$

$$|\sigma(t)| \leqslant |\sigma(0)| - \frac{k_m(K-\delta)}{J_m}t$$

因此,σ 可以在有限时间内达到滑模面 $\sigma = 0$,同时由式(14)可知本文算法是稳定的。

4　实车验证

为验证本文算法及系统其他功能,对集成电液制动系统进行了实车验证(系统样机组成见图 8),并将样机安装于电动试验车上。人力缸通过加工

北航学报 赠阅

的零部件安装于防火墙上,替换原有制动主缸,踏板转角传感器通过 2 个螺栓安装于制动踏板支架侧面,助力总成及电磁阀块安装于前舱,三腔主缸低压腔与人力缸出油口相连,三腔主缸 2 个高压腔与原车制动管路连接。因试验车辆暂不支持能量回收,故未作再生制动功能的实车验证。

4.1 制动助力功能

图 9 为本文算法实车测试结果。从图 9(a)可以看出,因为本文算法的介入,制动踏板力显著减小,且踏板力曲线连续平滑,踏板感觉良好。图 9(b)为三腔主缸低压腔及高压腔液压的曲线图。图 9(c)为电机输出力矩,制动踏板松开时,由于主缸液压的回位冲击,此时电机力矩显著减小,主缸完全泄压后,电机输出反向力矩控制滚珠丝杠回到初始位置。图 9(d)表征了 σ 以及推杆(与人力缸活塞固连)和滚珠丝杠的行程及速度,在制动初始阶段,由于滚珠丝杠与三腔主缸顶杆之间存在间隙,$\sigma>0$;当本文算法介入后,σ 迅速减小至 0,整个制动过程中,滚珠丝杠始终跟随推杆运动,包括行程和速度。

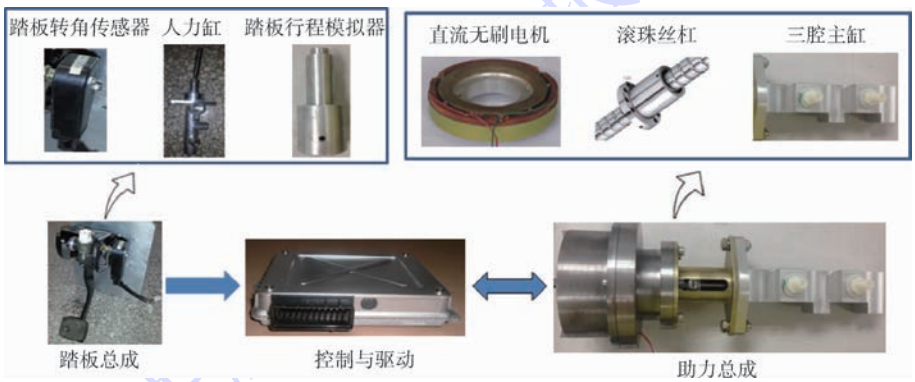


图 8 集成电液制动系统样机

Fig. 8 Physical prototype of IEHB system

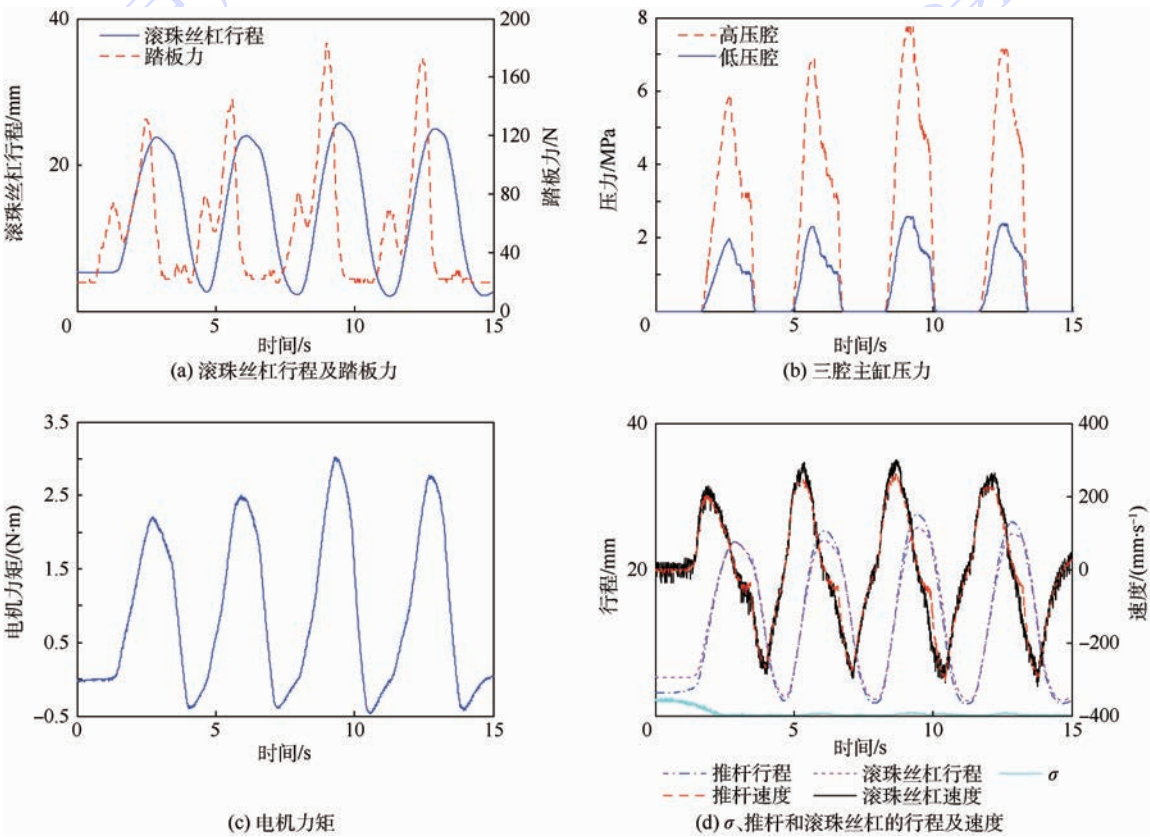


图 9 制动助力功能测试结果

Fig. 9 Test results for brake booster function

4.2　线控制动功能

线控制动时,控制器给 2 个电磁阀通电,常开电磁阀关闭,常闭电磁阀打开,此时人力缸的制动液进入踏板行程模拟器内,三腔主缸由电机单独推动,线控制动实车测试结果如图 10 所示。在 4.25 s,制动踏板被踩下,电机电流突增至 4 A 左右,用以补偿系统惯性及静摩擦等干扰因素,当滚珠丝杠被推动后,电机电流迅速降低;在 6.30 s,制动踏板松开,电机电流迅速降低,使得三腔主缸活塞在液压作用下迅速回位实现减压;在 6.45 s 和 6.60 s,电机电流 2 次增高,以防止因活塞回位太快而在主缸内形成负压。推杆行至 8 mm 时,由于此时踏板行程模拟器内两段弹簧之间的切换,踏板力有一段微小的卡顿,但总体而言,整个制动过程中,踏板感觉连续且平滑。

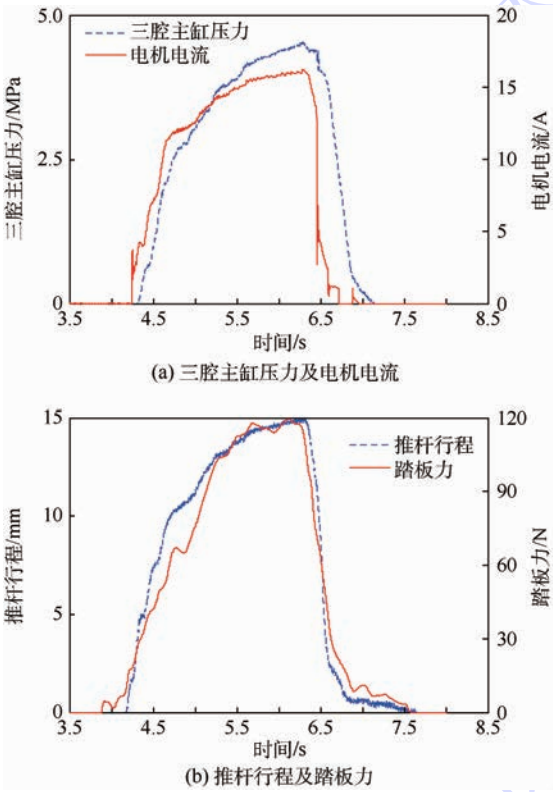


图 10　线控制动功能测试结果

Fig. 10　Test results for brake-by-wire function

4.3　人力备份制动功能

当系统出现电失效时,人力缸制动液进入三腔主缸低压腔,并单独推动主缸活塞前移产生制动力。根据计算,当试验车行驶于理想附着路面时,制动减速度与主缸液压近似相等。从图 11 可以看出,制动响应时间小于 0.6 s;主缸最大建立液压大于 10 MPa;最大踏板力小于 500 N。制动响应时间、制动强度及踏板力均满足 GB 21670—2008[17] 关于行车制动的技术要求。因此,系统

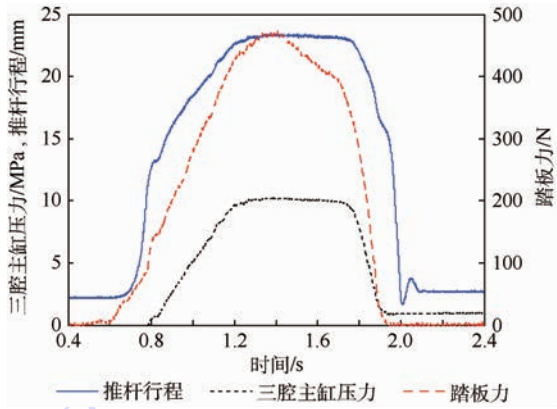


图 11　人力备份制动功能测试结果

Fig. 11　Test results for manpower backup brake function

人力备份制动功能符合法规要求。

5　结　论

1)研究开发了一种集成电液制动系统,系统集成制动助力、线控制动及人力备份制动等功能。

2)为研究集成电液制动系统的制动助力性能,提出了滑模控制算法,并用 Lyapunov 方程证明了本文算法的稳定性。

3)对试验电动车进行改装并安装系统样机,通过实车试验验证了本文算法对系统制动助力性能的改善,且制动踏板脚感连续平滑,同时验证了系统可以实现线控制动及人力备份制动功能,满足制动法规要求。

下一步研究将侧重于集成电液制动系统与底盘主动安全技术及再生制动系统之间的协调工作。

参考文献(References)

[1] OSHIMA T, FUJIKI N, NAKAO S, et al. Development of an electrically intelligent brake system[J]. SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems, 2011, 4(1): 399-405.

[2] AHN J K, JUNG K H, KIM D H, et al. Analysis of a regenerative braking system for hybrid electric vehicles using an electromechanical brake[J]. International Journal of Automotive Technology, 2009, 10(2): 229-234.

[3] 姬芬竹,杜发荣,朱文博. 基于制动意图识别的电动汽车能量经济性[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(1): 21-27.
JI F Z, DU F R, ZHU W B. Electric vehicle energy economy based on braking intention identification[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(1): 21-27 (in Chinese).

[4] 姬芬竹,周晓旭,朱文博. 线控制动系统踏板模拟器与制动感觉评价[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(6): 989-994.

北航学报 赠阅

JI F Z, ZHOU X X, ZHU W B. Pedal simulator and braking feel evaluation in brake by wire system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(6): 989-994 (in Chinese).

[5] 刘丽君,姬芬竹,杨世春,等. 基于 ECE 法规和 I 曲线的机电复合制动控制策略[J]. 北京航空航天大学学报,2013,39(1):138-142.
LIU L J, JI F Z, YANG S C, et al. Control strategy for lector-mechanical braking based on curves of ECE regulations and ideal braking force[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(1): 138-142(in Chinese).

[6] 董晗,刘昕晖,王昕,等. 并联式液压混合动力系统制动能量回收特性[J]. 吉林大学学报(工学版),2014,44(6):1655-1663.
DONG H, LIU X H, WANG X, et al. Parallel hydraulic braking regenerative characteristics[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2014, 44(6): 1655-1663 (in Chinese).

[7] 邓伟文,丁能根,吴坚. 具有电动制动助力和线控制动功能的电液复合制动系统:201310576356.5[P]. 2014-02-05.
DENG W W, DING N G, WU J. Electro-hydraulic braking system with electric brake booster and brake-by-wire functions: 201310576356.5[P]. 2014-02-05(in Chinese).

[8] MILANES V, GONZALEZ C, NARANJO J E, et al. Electro-hydraulic braking system for autonomous vehicles[J]. International Journal of Automotive Technology, 2010, 11(1): 89-95.

[9] LEE K J, KI Y H, CHEON J S, et al. Approach to functional safety-compliant ECU design for electro-mechanical brake systems[J]. International Journal of Automotive Technology, 2014, 15(2): 325-332.

[10] 全国汽车标准化技术委员会. 汽车液压制动主缸 性能要求及台架试验方法:QC/T 311—2008[S]. 北京:中国计划出版社,2008.
National Technical Committee of Auto Standardization. Performance requirements and bench test methods of automobile brake master cylinder: QC/T 311—2008[S]. Beijing: China Planning Press, 2008(in Chinese).

[11] 雍加望,高峰,丁能根,等. 压力顺序调节制动系统及其硬件在环试验[J]. 吉林大学学报(工学版),2016,46(4):1070-1075.
YONG J W, GAO F, DING N G, et al. Hardware-in-the-loop test for a braking system of pressure regulation individually [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2016, 46(4): 1070-1075(in Chinese).

[12] DARDANELLI A, ALLI G, SAVARESI S M. Modeling and control of an electro-mechanical brake-by-wire actuator for a sport motorbike [C]// 5th IFAC Symposium on Mechatronic Systems. Boston: IFAC Press, 2010: 524-531.

[13] MERRITT H E. Hydraulic control systems [M]. London: Wiley, 1967: 187.

[14] CASTRO R D, TODESCHINI F, ARAUJO R E, et al. Adaptive-robust friction compensation in a hybrid brake-by-wire actuator [J]. Journal of Systems and Control Engineering, 2014, 228(10): 769-786.

[15] VADIM I U. Nonlinear and optimal control theory [M]. Berlin: Springer, 2008: 126.

[16] DALFIO N, MORGANDO A, SORNIOTTI A. Electro-hydraulic brake systems: Design and test through hardware-in-the-loop simulation[J]. International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 2006, 44(s1): 378-392.

[17] 全国汽车标准化技术委员会. 乘用车制动系统技术要求及试验方法:GB 21670—2008[S]. 北京:中国标准出版社,2008:16-18.
National Technical Committee of Auto Standardization. Technical requirements and testing methods for passenger car braking systems: GB 21670—2008[S]. Beijing: Standards Press of China, 2008: 16-18(in Chinese).

作者简介:

高峰 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:智能车辆、特种车辆、车辆非常规行走机构。

雍加望 男,博士研究生。主要研究方向:车辆底盘动力学、电子制动系统、车辆电控技术。

丁能根 男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:车辆动力学及电控技术。

北京航空航天大学学报

Booster algorithm and functionality validation of an integrated electro-hydraulic brake system

GAO Feng, YONG Jiawang, DING Nenggen*, XU Guoyan

(School of Transportation Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Because the conventional vacuum booster brake systems cannot be applied to electric vehicles directly, an integrated electro-hydraulic brake (IEHB) system, which consists of a hollow brushless DC motor, a ball screw assembly, a 3-chamber master cylinder, a pedal cylinder and a pedal stroke simulator, was developed. The IEHB meets all the future requirements of electric vehicles and active safety technologies, such as electric brake booster, brake-by-wire, coordination with regenerative braking, etc. A sliding mode controller was proposed to improve brake booster performance of the system and Lyapunov function approach is used to ensure the controller robustness. The experimental results show that the proposed controller can control the motor to generate hydraulic pressure in the 3-chamber master cylinder quickly, and force the screw to follow with the push rod well to provide comfortable pedal feeling; the system can also realize brake-by-wire and manpower backup brake functions, and meet the requirements of the regulation; the pedal stroke simulator can generate smooth and continuous pedal feeling.

Keywords: electro-hydraulic brake; electric booster brake; brake-by-wire; electric vehicle; sliding mode control; pedal feeling

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-07; **Accepted**: 2016-06-03; **Published online**: 2016-06-12 10:48

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160612.1048.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51175015); National High-tech Research and Development Program of China (2012AA110904)

* **Corresponding author**. E-mail: dingng@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0221

含局部缝隙与重叠特征的 Mindlin 板等几何分析

赵罡，杜孝孝，王伟*
（北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100083）

摘 要：等几何分析(IGA)中非均匀有理B样条(NURBS)被同时用作计算机辅助设计(CAD)中的建模工具以及有限元分析(FEA)中的逼近函数。NURBS模型中常见的缝隙和重叠问题使得分析变得困难。基于Mindlin板理论，对含有缝隙与重叠部分的NURBS模型进行等几何分析，采用Nitsche方法处理模型交界面上的非协调问题，并通过标准数值仿真算例的计算结果与解析解对比验证方法的可行性。研究结果表明：基于Nitsche的等几何方法可以用来对含局部缝隙与重叠特征的非协调Mindlin板模型进行分析；NURBS次数越高，等几何分析计算结果越精确，并且收敛速度越快。

关 键 词：等几何分析(IGA)；Mindlin板；非协调；Nitsche方法；缝隙与重叠
中图分类号：TP391.9；O343.2
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0432-09

等几何分析(IGA)实现了计算机辅助设计(CAD)与有限元分析(FEA)真正意义上的无缝集成[1]。基于非均匀有理B样条(NURBS)模型的等几何分析使用NURBS基函数替换了传统有限元分析中的拉格朗日基函数，使得几何模型与分析模型完全一致，略去了繁复的网格划分过程。由于NURBS样条张量积拓扑结构的限制，单张NURBS面片难以表示复杂几何模型，通常工程应用中的几何模型均是由多张NURBS面片构成。基于多张NURBS面片模型的等几何分析需要模型在面片的公共边界上构成协调网格。这个要求对很多NURBS模型来说相当苛刻，因为在CAD系统中，复杂模型中的多张面片之间没有拓扑关系并且是独立生成的，构建边界协调网格需要额外的工作量，尤其对于模型中存在裁剪NURBS面片的情况，因不同面片的参数域互不相关且不完整，在面片边界附近的计算单元往往呈现无规律的杂乱相邻情况，协调网格的生成极为困难。因此，基于非协调网格的等几何分析逐渐成为研究的热点。

Hesch和Betsch[2]成功地将Mortar法用来求解等几何分析中非协调问题，Mortar法实质是拉格朗日方法的一种。祝雪峰[3]也对Mortar法求解非协调问题做了相关研究。Nguyen等[4]基于Nitsche方法实现了三维实体的非协调网格等几何分析计算。Apostolatos等[5]将拉格朗日方法、罚函数法和Nitsche方法用在了二维平面非协调网格单元等几何分析中，并对比发现Nitsche方法在计算时要比前2种方法更加优越。Ruess等[6]基于有限胞元法对非协调以及裁剪模型进行了等几何分析。Guo和Ruess[7]研究了Kirchhoff-Love薄壳结构中的非协调等几何问题。Du等[8]对非协调Reissner-Mindlin板的静态弯曲问题进行了研究。但是，目前大部分的研究还是针对多张面片边界完全一致的情况，并没有考虑实际工程模型中面片边界存在缝隙和重叠的情况。

收稿日期：2016-03-21；**录用日期**：2016-05-06；**网络出版时间**：2016-05-12 18:12
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160512.1812.002.html
基金项目：国家自然科学基金（51305016，61572056）；2013年北京市支持中央高校共建项目（29201437）
* **通讯作者**：E-mail：jrrt@buaa.edu.cn

引用格式：*赵罡，杜孝孝，王伟. 含局部缝隙与重叠特征的Mindlin板等几何分析[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：432-440. ZHAO G，DU X X，WANG W. Isogeometric analysis of Mindlin plate with local gap and overlapping feature[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：432-440 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

本文基于 Nitsche 方法研究面片边界不一致 NURBS 模型（包括缝隙和重叠）的等几何分析问题，并考虑其在 Mindlin 板弯曲和振动问题中的应用，对方法的收敛性、准确性等进行了验证。

1　多域问题描述与控制方程

1.1　多域问题描述

对复杂 NURBS 模型内部边界的处理，可以简化为对 2 张 NURBS 面片模型的处理。将每一张 NURBS 面片看作一个单独的域，现考虑以 2-域为代表的多域线弹性边界值问题（BVP）。如图 1所示，将三维空间域 Ω 分解为相连的两部分 Ω^1 和 Ω^2，共同内边界记为 Γ_*，由于子域 Ω^1 和 Ω^2 在内边界处可能存在缝隙和重叠，内边界 Γ_* 又分为 Γ_*^1 和 Γ_*^2 两部分。除去内边界 Γ_*，域其余边界又分为狄利克雷边界 Γ_{D} 与纽曼边界 Γ_{N}，$\boldsymbol{n}^m$ 表示内边界上的外法向单位矢量，上标 $m=1,2$ 代表不同的域空间。弹性动力学中，考虑内边界条件的 BVP 控制方程强形式表示为

$$\nabla\boldsymbol{\sigma}^m+\bar{\boldsymbol{b}}^m=\rho\ddot{\boldsymbol{u}}^m \quad \text{in } \Omega^m\times[0,T] \tag{1}$$

$$\boldsymbol{u}^m=\bar{\boldsymbol{g}}^m \quad \text{on } \Gamma_{\mathrm{D}}^m\times[0,T] \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^m\cdot\boldsymbol{n}^m=\bar{\boldsymbol{h}}^m \quad \text{on } \Gamma_{\mathrm{N}}^m\times[0,T] \tag{3}$$

$$\boldsymbol{u}^1=\boldsymbol{u}^2 \quad \text{on } \Gamma_*\times[0,T] \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^1\cdot\boldsymbol{u}^1=-\boldsymbol{\sigma}^2\cdot\boldsymbol{u}^2 \quad \text{on } \Gamma_*\times[0,T] \tag{5}$$

$$\boldsymbol{u}^m(\boldsymbol{x},t=0)=\boldsymbol{u}_0^m(\boldsymbol{x}) \quad \text{in } \Omega^m \tag{6}$$

$$\dot{\boldsymbol{u}}^m(\boldsymbol{x},t=0)=\boldsymbol{v}_0^m(\boldsymbol{x}) \quad \text{in } \Omega^m \tag{7}$$

式中：∇、$\boldsymbol{\sigma}$、ρ 和 $\bar{\boldsymbol{b}}$ 分别为梯度算子、应力张量、材料的密度和体积力；$\bar{\boldsymbol{g}}$ 和 $\bar{\boldsymbol{h}}$ 分别为预先给定的边界位移和牵引力；$\boldsymbol{u}$、$\dot{\boldsymbol{u}}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{u}}$ 分别为位移场、速度场和加速度场；$\boldsymbol{u}_0(\boldsymbol{x})$ 和 $\boldsymbol{v}_0(\boldsymbol{x})$ 分别为 Mindlin 板的初始位移和初始加速度，$\boldsymbol{x}$ 为空间变量。

式（1）称为平衡方程，表示基于达朗贝尔原理表示的体积单元上的力平衡关系。式（2）和式（3）分别表示狄利克雷边界和纽曼边界上的位移和力边界条件。式（4）和式（5）用来建立不同域之间的变量关系，假定内边界外法线上位移和应力是连续的。式（6）和式（7）表示初始条件，位移、应力和应变等变量都是时间 t 的函数，假定 $t\in[0,T]$。

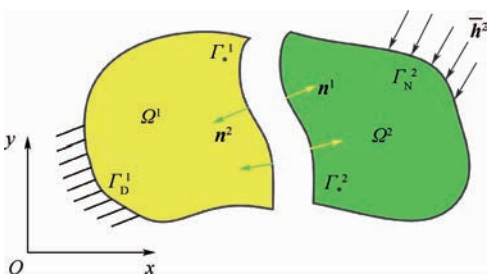


图 1　2-域问题示意图

Fig. 1　Schematic diagram of problem domain with two parts

根据弹性小变形理论，Mindlin 板的广义应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 可以表示为位移梯度函数：

$$\boldsymbol{\varepsilon}^m(\boldsymbol{u})=0.5(\nabla\boldsymbol{u}^m+\nabla^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}^m) \tag{8}$$

由胡克定律，应力场 $\boldsymbol{\sigma}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{\sigma}^m(\boldsymbol{u})=\boldsymbol{D}\boldsymbol{\varepsilon}^m(\boldsymbol{u}) \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{D}$ 为根据材料属性得到的弹性系数矩阵，并且假定所有计算域 Ω 的材质均为线性各向同性。

1.2　Nitsche 弱形式

定义试探函数空间 S^m 和权函数空间 V^m，数学形式表示为

$$S^m=\{\boldsymbol{u}^m(\boldsymbol{x})\,|\,\boldsymbol{u}^m(\boldsymbol{x})\in H^1(\Omega^m),\boldsymbol{u}^m=\bar{\boldsymbol{u}}^m,\text{on }\Gamma_{\mathrm{D}}^m\}$$

$$V^m=\{\boldsymbol{w}^m(\boldsymbol{x})\,|\,\boldsymbol{w}^m(\boldsymbol{x})\in H^1(\Omega^m),\boldsymbol{w}^m=\boldsymbol{0},\text{on }\Gamma_{\mathrm{D}}^m\}$$

式中：H^1 为索伯列夫空间；$\boldsymbol{w}$ 为试探函数。

假定边界条件是时间独立的，如果不考虑式（4）和式（5）描述的内边界上的约束条件，将权函数乘以平衡方程并进行分部积分可以得到 BVP 控制方程的变分形式，给定 $\bar{\boldsymbol{b}}^m$、$\bar{\boldsymbol{g}}^m$、$\bar{\boldsymbol{h}}^m$、$\boldsymbol{u}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{u}}_0$，寻找 $\boldsymbol{u}^m\in S^m$ 使得对所有的 $\boldsymbol{w}^m\in V^m$：

$$(\boldsymbol{w}^m,\rho\ddot{\boldsymbol{u}}^m)+a(\boldsymbol{u}^m,\boldsymbol{w}^m)=L(\boldsymbol{w}^m) \tag{10}$$

$$(\boldsymbol{w}^m,\rho\boldsymbol{u}^m(0))=(\boldsymbol{w}^m,\rho\boldsymbol{u}_0^m) \tag{11}$$

$$(\boldsymbol{w}^m,\rho\dot{\boldsymbol{u}}^m(0))=(\boldsymbol{w}^m,\rho\dot{\boldsymbol{v}}_0^m) \tag{12}$$

式（10）中的 3 项可具体表示为

$$(\boldsymbol{w}^m,\rho\ddot{\boldsymbol{u}}^m)=\int_{\Omega^m}\rho\ddot{\boldsymbol{u}}\cdot\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}\Omega$$

$$a(\boldsymbol{u}^m,\boldsymbol{w}^m)=\int_{\Omega^m}\boldsymbol{\varepsilon}^m:\boldsymbol{\sigma}^m\,\mathrm{d}\Omega$$

$$L(\boldsymbol{w}^m)=\int_{\Omega^m}\boldsymbol{w}^m\cdot\bar{\boldsymbol{b}}^m\,\mathrm{d}\Omega+\int_{\Gamma_{\mathrm{N}}^m}\boldsymbol{w}^m\cdot\bar{\boldsymbol{h}}^m\,\mathrm{d}\Omega$$

式（10）～式（12）表示的是弹性动力学中的 Galerkin 弱形式，可以用来计算等几何分析中单张面片或者多张协调面片模型的动力学问题。当忽略式（10）中的加速度项时，方程可以用来求解静力学问题。

将式（5）和式（6）中的约束条件考虑在内，并对 2-域模型中的交界面施加 Nitsche 方法弱约束[9-10]，可以得到 Nitsche 弱形式控制方程：寻找 $\boldsymbol{u}^1,\boldsymbol{u}^2\in S^1\times S^2$，使得式（13）对所有 $\boldsymbol{w}^1,\boldsymbol{w}^2\in V^1\times V^2$ 成立。

$$\sum_{m=1}^{2}\int_{\Omega^m}\boldsymbol{\varepsilon}^m(\boldsymbol{w}):\boldsymbol{\sigma}^m\,\mathrm{d}\Omega+\sum_{m=1}^{2}\int_{\Omega^m}\rho\ddot{\boldsymbol{u}}^m\cdot\boldsymbol{w}^m\,\mathrm{d}\Omega-$$

$$\int_{\Gamma_*}(\{\boldsymbol{w}\}\otimes\boldsymbol{n}^1):\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle\,\mathrm{d}\Gamma-$$

$$\int_{\Gamma_*}(\{\boldsymbol{u}\}\otimes\boldsymbol{n}^1):\langle\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{w})\rangle\,\mathrm{d}\Gamma+\alpha\int_{\Gamma_*}\{\boldsymbol{u}\}\{\boldsymbol{w}\}\,\mathrm{d}\Gamma=$$

北航学报 赠阅

$$\sum_{m=1}^{2}\int_{\Omega^m}\boldsymbol{w}^m\cdot\boldsymbol{b}^m\mathrm{d}\Omega+\sum_{m=1}^{2}\int_{\Gamma_{\mathrm{D}}^m}\boldsymbol{w}^m\cdot\bar{\boldsymbol{h}}^m\mathrm{d}\Gamma \tag{13}$$

式中:等号左边第 3 ~ 5 项可以看作由 Nitsche 方法引入的变分项;大括号{·}和角括号〈·〉分别为阶跃算子与平均算子,其数学形式表示为

$$\{\boldsymbol{u}\}=\boldsymbol{u}^1-\boldsymbol{u}^2 \tag{14}$$

$$\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle=\gamma\boldsymbol{\sigma}^1+(1-\gamma)\boldsymbol{\sigma}^2 \tag{15}$$

其中:参数 γ 为每一个子域的权重,且 $\gamma\in[0,1]$,本文中由于 2 个子域的材质等相同,取 $\gamma=0.5$。式(13)中参数 α 与罚函数中罚因子形式相同,但是意义差别很大,Nitsche 方法中参数 α 可看作稳定因子。

2 等几何离散

2.1 NURBS 及其基函数

单变量 B 样条基函数是由节点矢量构造出来的,节点矢量由参数空间中的一系列非递减坐标表示为 $\boldsymbol{\Xi}=\{\xi_0,\xi_1,\cdots,\xi_{n+p+1}\}$,$\xi_i$ 为第 i 个节点值,i 为节点索引号($i=0,1,\cdots,n+p+1$),p 为多项式次数,n 表示基函数的个数减 1。如果节点矢量在节点序列两端具有 $p+1$ 次重复度,则节点矢量为开(open),开节点矢量是 CAD 中的标准节点矢量[11]。

对于 $p(p=1,2,\cdots)$ 次 B 样条曲线,根据 Cox-de Boor 算法有

$$N_{i,p}(\xi)=\frac{\xi-\xi_i}{\xi_{i+p}-\xi_i}N_{i,p-1}(\xi)+\frac{\xi_{i+p+1}-\xi}{\xi_{i+p+1}-\xi_{i+1}}N_{i+1,p-1}(\xi) \tag{16}$$

如果 $p=0$,有

$$N_{i,0}(\xi)=\begin{cases}1 & \xi_i\leqslant\xi<\xi_{i+1}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{17}$$

B 样条基函数具有许多优良的特性可以引用在等几何分析中,如规范性、非负性和局部支撑性等。此外,B 样条基函数可以在内节点处保持 C^{p-k} 连续,k 表示节点重复度。高连续性将使等几何分析的计算结果更加精确。

假定一张 NURBS 曲面在 2 个参数(ξ,η)方向上的次数分别为 p 和 q,节点矢量分别为

$$\boldsymbol{\Xi}_1=\{\xi_0,\xi_1,\cdots,\xi_{n+p+1}\}$$

$$\boldsymbol{\Xi}_2=\{\eta_0,\eta_1,\cdots,\eta_{m+q+1}\}$$

则 NURBS 曲面的数学形式表示为

$$\boldsymbol{S}(\xi,\eta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\boldsymbol{P}_{i,j}R_{i,j}^{p,q}(\xi,\eta) \tag{18}$$

$$R_{i,j}^{p,q}(\xi,\eta)=\frac{N_{i,p}(\xi)M_{j,q}(\eta)\omega_{i,j}}{\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{m}N_{r,p}(\xi)M_{s,q}(\eta)\omega_{r,s}} \tag{19}$$

式中:n 和 m 为曲面 2 个方向上的控制顶点数减 1;N 和 M 为参数方向上的 B 样条基函数;$\boldsymbol{P}$ 为控制顶点;ω 为控制顶点对应权重。

NURBS 相关方法大部分都可以使用其对应的高一维的齐次空间的 B 样条来进行计算,但是 NURBS 的导数不能采用这一方法。本文使用 R、X 和 W 分别表示 NURBS 基函数、基函数的分子和分母。基函数 R 对 ξ 的一阶偏导数可以表示为

$$R=\frac{X}{W}\Rightarrow\frac{\partial R}{\partial\xi}=\frac{X'W-XW'}{W^2} \tag{20}$$

式中:

$$X'=\frac{\partial X}{\partial\xi}=\frac{\partial N_{i,p}(\xi)}{\partial\xi}M_{j,q}(\eta)\omega_{i,j}$$

$$W'=\frac{\partial W}{\partial\xi}=\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}\frac{\partial N_{k,p}(\xi)}{\partial\xi}M_{l,q}(\eta)\omega_{k,l}$$

NURBS 基函数的高阶导数可以通过相同的方式获得。节点插入算法和升阶算法是 NURBS 方法中的 2 个非常重要的算法,其在等几何分析中的作用相当于传统有限元中的 h-型细化和 p-型细化。等几何分析中的 k-型细化是节点插入算法和升阶算法的有效结合。此外,徐岗等[12]还提出了基于最小化后验误差估计的 r-型细化方法。

2.2 Mindlin 板理论

相比于 Kirchhoff 理论对内部单元之间至少 C^1 连续的要求,Mindlin 假设弱化了对连续性的要求允许 C^0 连续,且对薄板和厚板单元均适用。Mindlin 理论考虑了剪切变形的影响,假定平板中面的直法线在变形后继续保持直线形状但不再垂直于中面[13]。在传统有限元计算中,当平板很薄时,使用 Mindlin 板理论计算容易产生剪切自锁,但是高阶连续的 NURBS 基函数却可以消除这一现象。

假定 Mindlin 板模型中面由二维参数域定义在 x-y 平面上,其几何描述以及坐标系统如图 2 所示。图中:θ_x 和 θ_y 分别为绕 x 轴和 y 轴的转角;w 为 z 向挠度;h 为板的厚度。材料属性定义如下:密度 ρ、弹性模量 E、泊松比 ν 和剪切模量 G。位移的 3 个分量可以用数学形式表示为

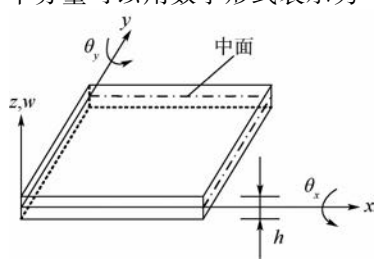


图 2 Mindlin 板模型及其坐标系统

Fig. 2 Model and coordinate system of a Mindlin plate

北航学报 赠阅

$$\begin{cases} u(x,y,z)=z\theta_y(x,y) \\ v(x,y,z)=-z\theta_x(x,y) \\ w(x,y,z)=w(x,y) \end{cases} \tag{21}$$

Mindlin 板中广义应变 $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ 可以表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p=[\boldsymbol{\kappa} \quad \boldsymbol{\gamma}]^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

式中：$\boldsymbol{\kappa}$ 和 $\boldsymbol{\gamma}$ 分别为弯曲应变和横向剪切应变，数学形式分别写为

$$\boldsymbol{\kappa}=\begin{bmatrix} \partial\theta_y/\partial x \\ -\partial\theta_x/\partial y \\ \partial\theta_y/\partial y-\partial\theta_x/\partial x \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\gamma}=\begin{bmatrix} \theta_x-\partial w/\partial y \\ \theta_y-\partial w/\partial x \end{bmatrix}$$

根据材料的本构关系，Mindlin 平板的广义应力 $\boldsymbol{\sigma}_p$ 可以表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_p=\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{M}} \\ \hat{\boldsymbol{Q}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{\mathrm{b}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix}\boldsymbol{\varepsilon}_p=\boldsymbol{D}\boldsymbol{\varepsilon}_p \tag{23}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{M}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{Q}}$ 分别为弯矩和剪切力；$\boldsymbol{D}_{\mathrm{b}}$ 和 $\boldsymbol{D}_{\mathrm{s}}$ 分别为弯曲系数矩阵和剪切系数矩阵，具体可以定义为

$$\boldsymbol{D}_{\mathrm{b}}=D_0\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{\mathrm{s}}=Gh\lambda\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中：$D_0=Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ 为平板的抗弯刚度；剪切模量 $G=E/[2(1+\nu)]$；λ 为剪切修正因子，取 $\lambda=5/6$。

2.3　离散方程推导

在等几何分析中，NURBS 基函数被同时用来表示几何模型和逼近未知场变量。基于 Mindlin 板理论的几何模型和位移场的数学形式表示为

$$\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\xi})=\sum_I R_I(\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{P}_I \tag{24}$$

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\xi}))=\sum_I R_I(\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{u}_I \tag{25}$$

式中：R_I 为双变量 NURBS 基函数；$\boldsymbol{P}_I$ 和 $\boldsymbol{u}_I$ 分别为控制顶点坐标和相应控制顶点的挠度。

由式(21)可知，Mindlin 板中性面的位移可以表示为 3 个独立插值变量 w、θ_x 和 θ_y 的函数。位移矢量 $\boldsymbol{u}$ 可以写为

$$\boldsymbol{u}=[w \quad \theta_x \quad \theta_y]^{\mathrm{T}} \tag{26}$$

考虑 NURBS 单元上的各个变量关系，使用上标 e 来表示单元，则单元上的位移和加速度矢量可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}=\sum_{i=1}^{\mathrm{necp}} R_i^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\delta}_i^{\mathrm{e}} \\ \ddot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{e}}=\sum_{i=1}^{\mathrm{necp}} R_i^{\mathrm{e}}\ddot{\boldsymbol{\delta}}_i^{\mathrm{e}} \end{cases} \tag{27}$$

式中：$\boldsymbol{\delta}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{\delta}}$ 分别为对应控制变量上的位移和加速度；necp 为相应单元的控制顶点数量。

将式(27)表示成矩阵形式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}=\boldsymbol{R}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}} \\ \ddot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{e}}=\boldsymbol{R}^{\mathrm{e}}\ddot{\boldsymbol{\delta}}^{\mathrm{e}} \end{cases} \tag{28}$$

将式(28)代入式(22)和式(23)，则单元广义应变和单元广义应力可以写为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_p^{\mathrm{e}}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}} \\ \boldsymbol{\sigma}_p^{\mathrm{e}}=\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}} \end{cases} \tag{29}$$

将式(28)和式(29)代入式(10)，并遍历所有单元组装整体刚度方程，可以得到基于动力学变分公式的离散方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{F} \tag{30}$$

式中：$\boldsymbol{M}$ 为质量矩阵；$\boldsymbol{K}$ 为整体刚度矩阵；$\boldsymbol{F}$ 为系统外载荷。

如果只考虑 Mindlin 板的静态弯曲问题，去掉式(30)等号左边的第 1 项即可得到静态弯曲的刚度方程，即

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{F} \tag{31}$$

对于一个无阻力且无外载荷的动力学系统，离散方程可以简化为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{0} \tag{32}$$

方程式(32)表示的振动形式为自由振动。将通解 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{\varphi}_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_n t}$ 代入方程式(32)并改写为

$$(\boldsymbol{K}-\omega_{\mathrm{n}}^2\boldsymbol{M})\boldsymbol{\varphi}_n=0 \tag{33}$$

式中：$\boldsymbol{\varphi}_n$ 为 n-阶模态振型对应的 n-阶自然频率 ω_{n}。

刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 和质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 积分形式如下：

$$\boldsymbol{K}=\int_\Omega \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\mathrm{d}\Omega \tag{34}$$

$$\boldsymbol{M}=\int_\Omega \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}\boldsymbol{R}\mathrm{d}\Omega \tag{35}$$

式中：$\boldsymbol{B}$ 为几何函数矩阵；$\boldsymbol{R}$ 为形函数矩阵；矩阵 $\boldsymbol{m}$ 表示为

$$\boldsymbol{m}=\rho\begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & h^3/12 & 0 \\ 0 & 0 & h^3/12 \end{bmatrix}$$

式(33)是自由振动的一般形式。如果考虑非相容板模型的动力学问题时，将式(28)和式(29)代入 Nitsche 弱形式控制方程式(13)，由此得到的 Nitsche 离散方程形式表示为

$$\tilde{\boldsymbol{M}}\ddot{\tilde{\boldsymbol{u}}}+\tilde{\boldsymbol{K}}\tilde{\boldsymbol{u}}=0 \tag{36}$$

北航学报 赠阅

式中:质量矩阵$\tilde{\boldsymbol{M}}$和整体刚度矩阵$\tilde{\boldsymbol{K}}$分别定义为

$$\tilde{\boldsymbol{M}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}^1 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M}^2\end{bmatrix}$$

$$\tilde{\boldsymbol{K}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^1+\boldsymbol{K}_{\mathrm{n}}^1+\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^1 & \boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}\\ \boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^2+\boldsymbol{K}_{\mathrm{n}}^2+\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^2\end{bmatrix}$$

其中:$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^m$、$\boldsymbol{K}_{\mathrm{n}}^m$ 和 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^m$ 分别为体积刚度矩阵项、Nitsche 项和稳定项;对称项 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}$ 为耦合项。

体积刚度矩阵和稳定项分别表示为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^m=\int_{\Omega^m}(\boldsymbol{B}^m)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^m\boldsymbol{B}^m\mathrm{d}\Omega \tag{37}$$

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^m=\alpha\int_{\Gamma_*}(\boldsymbol{R}^m)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^m\mathrm{d}\Gamma \tag{38}$$

引用权重 $\gamma=0.5$,Nitsche 项和耦合项可表示为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{n}}^m=-\frac{1}{2}\int_{\Gamma_*}(\boldsymbol{R}^m)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}\boldsymbol{D}^m\boldsymbol{B}^m\mathrm{d}\Gamma-\frac{1}{2}\int_{\Gamma_*}(\boldsymbol{B}^m)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}^m)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^m\mathrm{d}\Gamma \tag{39}$$

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}=-\alpha\int_{\Gamma_*}(\boldsymbol{R}^1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^2\mathrm{d}\Gamma-\frac{1}{2}\int_{\Gamma_*}(\boldsymbol{R}^1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}^2\mathrm{d}\Gamma+\frac{1}{2}\int_{\Gamma_*}(\boldsymbol{B}^1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}\boldsymbol{R}^2\mathrm{d}\Gamma \tag{40}$$

式中:外法向矢量 $\boldsymbol{n}$ 表示为

$$\boldsymbol{n}=\begin{bmatrix}n_x & 0 & n_y & 0 & n_z\\ 0 & n_y & n_x & n_z & 0\\ 0 & 0 & 0 & n_y & n_x\end{bmatrix}$$

其中:n_x、n_y 和 n_z 为外法向单位矢量的 3 个分量。

2.4 交接面积分

由式(37)~式(40)可知,稳定项、Nitsche 项和耦合项都是在交界面 Γ_* 上进行积分,对于 Mindlin 板模型来说,交界面是一条曲线。如果 2 张NURBS 曲面在交界处完全一致,没有缝隙和重叠,只需要在该交界线上积分即可。对于存在缝隙和重叠的交界面,如图 3 所示,首先选定 1 条主交界线(如 Γ_*^1),以主交界线作为积分线,遍历主交界线上的积分点,寻找与该积分点最近的次交界线 Γ_*^2 上的点,并反求其在子域中 Ω^2 的参数。本文采用 Newton-Raphson[11] 方法来迭代求解映射点及其对应参数。由主交界线 Γ_*^1 上的积分点及其在次交界线 Γ_*^2 上的映射点即可求解沿交界线上的积分项 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{n}}^m$、$\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^m$ 和 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}$。图 4 给出了详细的求解整体刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 的程序流程,左边部分表示各子域上的体积刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^m$ 的求解,右半部分表示各交界线上矩阵 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{n}}^m$、$\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^m$ 和 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}^m$ 的求解。对于求解 Mindlin 板静态弯曲问题,只需在求解 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^m$ 的过程中加上等效节点载荷 $\boldsymbol{F}$ 的计算。求解自由振动问题,则需要在求解 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^m$ 的过程中加上对质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的计算。

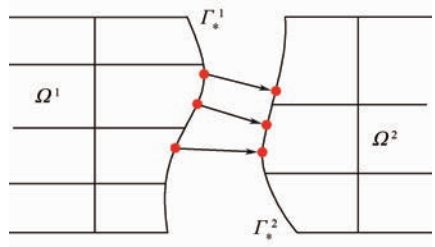


图 3 交界线 Γ_*^1 到 Γ_*^2 上的高斯点映射

Fig. 3 Mapping of Gauss points from interface Γ_*^1 to Γ_*^2

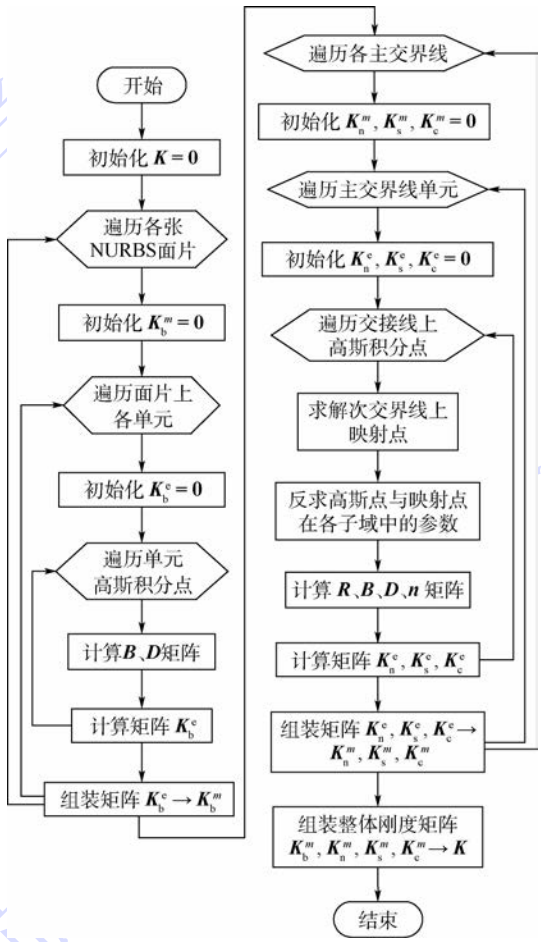


图 4 求解整体刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 程序流程图

Fig. 4 Program flowchart of solving global stiffness matrix $\boldsymbol{K}$

3 数值算例

以经典方板为例,研究非协调方板的静态弯曲和自由振动问题。如图 5 所示,方板由 2 张 NURBS 面片构成,圆点为 NURBS 控制顶点,实线为参数线。图 5(b)和图 5(c)分别为图 5(a)中上下2个黑框中图形的放大图,由放大图可知在方板模型中存在缝隙(见图 5(b))和重叠(见

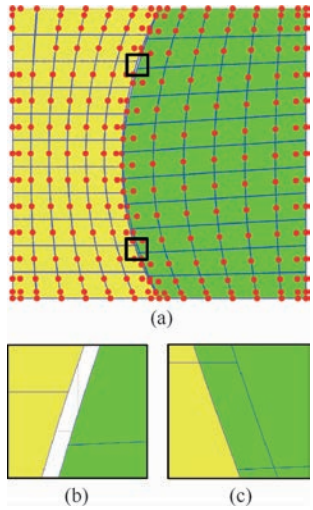


图 5　含缝隙与重叠部分的 NURBS 方板模型

Fig. 5　NURBS based square plate with gap and overlapping

图 5(c))部分。2 张 NURBS 面片的次数均为 3 × 4 次,单元数均为 6 × 11,内部节点重复度均为 1。方板的材料属性定义为:弹性模量 $E = 200 \times 10^9$ N/m^2,泊松比 $\nu = 0.3$,密度 $\rho = 8\,000$ kg/m^3。算例中的稳定因子取值均为 $\alpha = 1 \times 10^{14}$。

3.1　固支方板静态弯曲

研究方板的静态弯曲问题,方板四边固支,厚宽比 $h/l = 0.1$,假定方板受到体积力 $\boldsymbol{f}$ 的作用。Chinosi 和 Lovadina[14] 给出了本算例方板挠度和转角的解析解,Kiendl 等[15] 推导了该算例中方板的弯矩和剪切力的解析解。体积力 $\boldsymbol{f}$ 可表示为

$$\boldsymbol{f} = (0,0,t^2 f(x,y)) \tag{41}$$

式中:

$$\begin{aligned} f(x,y) = {} & \frac{E}{12(1-\nu^2)} \cdot \\ & \{12y(y-1)(5x^2-5x+1)[2y^2(y-1)^2 + \\ & x(x-1)(5y^2-5y+1)] + \\ & 12x(x-1)(5y^2-5y+1)[2x^2(x-1)^2 + \\ & y(y-1)(5x^2-5x+1)]\} \end{aligned}$$

方板挠度的解析解可表示为

$$\begin{aligned} w_e(x,y) = {} & \frac{1}{3}x^3(x-1)^3y^3(y-1)^3 - \frac{2t^2}{5(1-\nu)} \cdot \\ & [y^3(y-1)^3x(x-1)(5x^2-5x+1) + \\ & x^3(x-1)^3y(y-1)(5y^2-5y+1)] \end{aligned} \tag{42}$$

图 6 给出了固支方板挠度的仿真结果,从图形上可以清晰地看到缝隙的存在。虽然在交界处存在缝隙与重叠,但是挠度在此处并没有出现大的波动。图 7 给出了挠度的绝对误差,可以看出,方板挠度的误差在交界线上达到最大,误差比挠度小 2 个数量级。

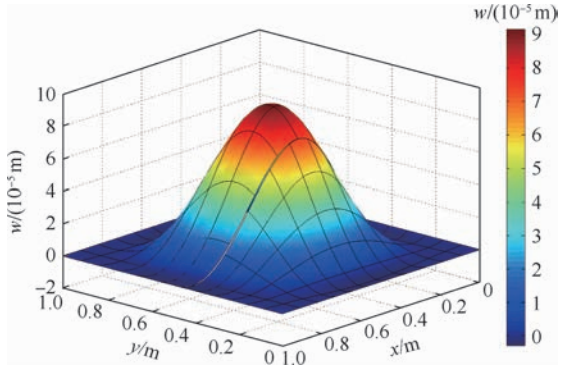


图 6　固支方板挠度

Fig. 6　Deflections of clamped square plate

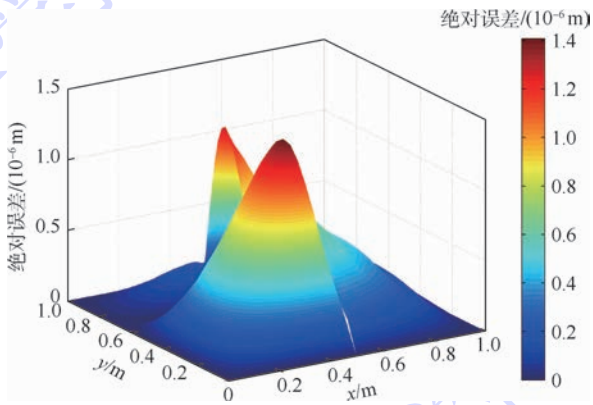


图 7　固支方板挠度绝对误差

Fig. 7　Absolute errors of deflection of clamped square plate

3.2　固支方板自由振动

假定方板四边固支,研究方板在不同厚宽比 $h/l = 0.1, 0.2$ 情况下的频率变化,并与 Liew 等[16] 给出的精确解作对比。方板的无量纲频率参数 ϖ 可以表示为

$$\varpi = (\omega_n l^2/\pi^2)\sqrt{\rho h/D_0} \tag{43}$$

式中:ω_n 为方板的自然频率。

表 1 给出了厚宽比 h/l 为 0.1 和 0.2 情况下的方板前 10 阶无量纲频率参数,与精确解保持一

表 1　非协调固支方板频率参数

Table 1　Frequency parameters of non-conforming clamped square plate

模态阶数	$h/l = 0.1$		$h/l = 0.2$	
	等几何分析	Liew 等[16]	等几何分析	Liew 等[16]
1	3.297 0	3.295 4	2.688 4	2.687 5
2	6.270 5	6.285 8	4.680 9	4.690 7
3	6.304 7	6.285 8	4.702 1	4.690 7
4	8.810 6	8.809 8	6.298 6	6.298 5
5	10.377 1	10.378 8	7.174 3	7.176 7
6	10.484 3	10.477 8	7.278 3	7.275 9
7	12.539 4	12.552 9	8.507 0	8.515 5
8	12.570 0	12.552 9	8.522 7	8.515 5
9	15.296 0	15.291 8	10.008 9	10.012 6
10	15.305 7	15.291 8	10.017 7	10.012 6

北航学报 赠阅

致,厚度增大时频率降低。图 8 绘制了不同次数($p=q=2,3,4$)下的非协调方板前 10 阶模态频率参数的相对误差,p 和 q 分别表示 NURBS 面片在 2 个方向上的次数,可以看出,随着次数的升高,误差逐渐降低。图 9 给出了不同次数($p=q=2,3$)下的方板第 1 阶和第 2 阶频率参数的收敛图,纵坐标为频率相对误差 $E_r=(\varpi-\varpi_e)/\varpi_e$,$\varpi_e$ 为频率精确解。横坐标和纵坐标均为对数形式。

由图 9 可知,次数越高,频率收敛速度越快,并且可以达到最优收敛。图 10 给出了厚宽比 $h/l=0.1$情况下方板的第 1、4、6 和 12 阶模态振型。

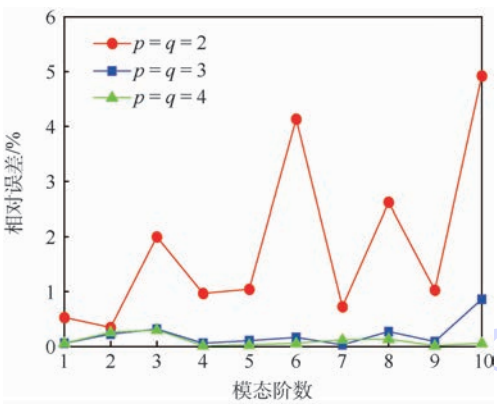


图 8 不同次数下的非协调方板前 10 阶频率相对误差

Fig. 8 Relative errors of first ten mode frequencies of non-conforming square plate with different polynomial degrees

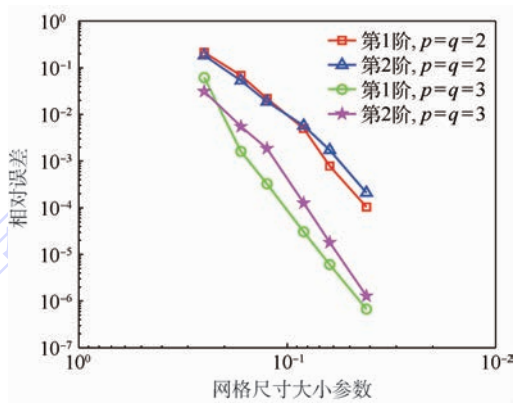


图 9 不同次数下的第 1 阶和第 2 阶非协调方板频率参数收敛

Fig. 9 Convergence of first two mode frequency parameters of non-conforming square plate with different polynomial degrees

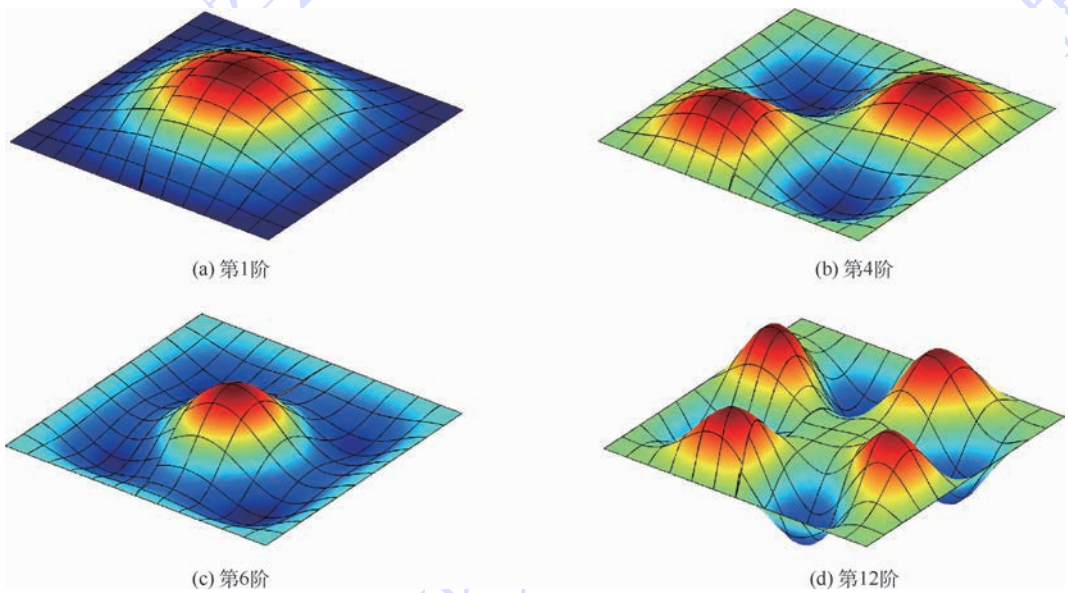


图 10 非协调固支方板的模态振型

Fig. 10 Mode shapes of non-conforming clamped square plate

4 结 论

基于 Nitsche 方法对含缝隙和重叠部分 Mindlin 板的非协调等几何分析问题进行了理论研究,这一研究着眼于解决工程分析中常见的几何模型本身不完美而无法直接计算等几何计算的问题,对将等几何分析推广至更广范围内的工程应用具有重要价值。使用 Mindlin 板静态弯曲和自由振动的标准算例对本文方法的计算结果进行验证。结果表明:

1) Nitsche 方法可以实现对含缝隙与重叠部分几何模型的等几何分析。

2) 推导的 Mindlin 板静态弯曲和自由振动刚度方程可以实现对平板挠度和转角以及自然频率进行预测。

3) NURBS 次数越高,等几何分析的计算结果越精确。由于模型存在缝隙和重叠,计算结果与精确解会有一定误差。

4）收敛性可以达到最优收敛，并且次数越高，收敛性速度越快。

为了使等几何分析更适用于工程模型分析，未来将研究几何拓扑等更复杂的模型，包括裁剪模型的等几何分析，并将推广本文方法在壳模型中的应用。

参考文献（References）

[1] HUGHES T J R, COTTRELL J A, BAZILEVS Y. Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2005, 194(s39-41): 4135-4195.

[2] HESCH C, BETSCH P. Isogeometric analysis and domain decomposition methods[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2012, 213(1): 104-112.

[3] 祝雪峰. 复杂曲面非协调等几何分析及相关造型方法[D]. 大连：大连理工大学，2012.
ZHU X F. Nonconforming isogeometric analysis for geometrically complex CAD surfaces and geometric modeling[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2012(in Chinese).

[4] NGUYEN V P, KERFRIDEN P, BRINO M, et al. Nitsche's method for two and three dimensional NURBS patch coupling[J]. Computational Mechanics, 2014, 53(6): 1-20.

[5] APOSTOLATOS A, SCHMIDT R, WÜCHNER R, et al. A Nitsche-type formulation and comparison of the most common domain decomposition methods in isogeometric analysis[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2014, 97(7): 473-504.

[6] RUESS M, SCHILLINGER D, ÖZCAN A I, et al. Weak coupling for isogeometric analysis of non-matching and trimmed multi-patch geometries[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2014, 269(2): 46-71.

[7] GUO Y, RUESS M. Nitsche's method for a coupling of isogeometric thin shells and blended shell structures[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2015, 284: 881-905.

[8] DU X X, ZHAO G, WANG W. Nitsche method for isogeometric analysis of Reissner-Mindlin plate with non-conforming multi-patches[J]. Computer Aided Geometric Design, 2015(s35-36): 121-136.

[9] NITSCHE J. Über ein variationsprinzip zur lösung von dirichlet-problemen bei verwendung von teilräumen, die keinen randbedingungen unterworfen sind[J]. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg, 1971, 36: 9-15.

[10] SANDERS J D, LAURSEN T A, PUSO M A. A Nitsche embedded mesh method[J]. Computational Mechanics, 2012, 49(2): 243-257.

[11] PIEGL L, TILLER W. The NURBS book[M]. 2nd ed. New York: Springer, 1997.

[12] XU G, MOURRAIN B, DUVIGNEAU R, et al. Parameterization of computational domain in isogeometric analysis: Methods and comparison[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2011, 200(s23-24): 2021-2031.

[13] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. The finite element method for solid and structural mechanics[M]. 6th ed. Singapore: Butterworth-Heinemann, 2005: 323-336.

[14] CHINOSI C, LOVADINA C. Numerical analysis of some mixed finite element methods for Reissner-Mindlin plates[J]. Computational Mechanics, 1995, 16(1): 36-44.

[15] KIENDL J, AURICCHIO F, VEIGA L B D, et al. Isogeometric collocation methods for the Reissner-Mindlin plate problem[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2015, 284: 489-507.

[16] LIEW K M, XIANG Y, KITIPORNCHAI S. Transverse vibration of thick rectangular plates—I. Comprehensive sets of boundary conditions[J]. Computers & Structures, 1993, 49(1): 1-29.

作者简介：

赵罡　男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：虚拟现实技术、飞行器数字化装配、曲面造型新方法及其在数控加工中应用等。

杜孝孝　男，博士研究生。主要研究方向：CAD/CAE、等几何分析。

王伟　男，博士，讲师。主要研究方向：CAD/CAE、等几何分析、工程结构优化。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Isogeometric analysis of Mindlin plate with local gap and overlapping feature

ZHAO Gang, DU Xiaoxiao, WANG Wei*

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In the frame of isogeometric analysis (IGA), non-uniform rational B-spline (NURBS) serves as both the description of geometries in computer aided design (CAD) and the shape function in finite element analysis (FEA). The common problems of gap and overlapping in NURBS models increase the difficulty of analysis. Based on Mindlin plate theory, the NURBS plate models with gap and overlapping were analyzed by IGA method. The Nitsche method was employed to solve non-conforming problem along models' interfaces. The simulation results of benchmark problem obtained by IGA method were compared with analytical solutions to verify the validity of the presented method. It is demonstrated that Nitsche based IGA method can be used to analyze non-conforming Mindlin plate models with local gap and overlapping feature. Higher NURBS polynomial degrees will produce more accurate IGA results and faster convergence.

Keywords: isogeometric analysis (IGA); Mindlin plate; non-conforming; Nitsche method; gap and overlapping

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-21; **Accepted**: 2016-05-06; **Published online**: 2016-05-12 18:12

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160512.1812.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51305016,61572056); Young Talent Project for Central Universities in Beijing 2013 (29201437)

* **Corresponding author**. E-mail: jrrt@buaa.edu.cn

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0826

全下文载

基于球形滚刀的面齿轮滚齿加工方法

王延忠[1,*], 唐文[1], 殷永耀[1], 兰州[1], 侯良威[1], 贾爽[2]
(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083; 2. 中国北方车辆研究所, 北京 100072)

摘 要: 面齿轮传动具有突出的优点,在航空领域具有广阔的应用前景。为提高面齿轮的加工效率,针对面齿轮球形滚刀及滚齿加工进行了研究。根据面齿轮传动原理,得到了面齿轮插齿成形的型面。研究了从圆柱齿轮向球形滚刀基蜗杆演变的过程,分析了球形滚刀的成形方法,推导了球形滚刀基蜗杆的型面方程和螺旋升角。建立了球形滚刀加工面齿轮的坐标系,推导了球形滚刀加工面齿轮的型面,利用 VERICUT 对 2 个实例进行了加工仿真,并进行了相应的实际加工试验和检测,仿真和试验结果表明球形滚刀可用于面齿轮的加工。

关 键 词: 面齿轮; 球形滚刀; 蜗杆; 滚齿加工; 加工仿真
中图分类号: V261.2+7; TG61+2
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0441-08

航空工业对传动性能有着很高的要求,面齿轮传动作为一种实现相交轴运动和动力传递的新型传动方式[1-2],具有重量轻、结构紧凑、对轴向安装误差不敏感、分流效果好、承载能力高等优点,在航空领域具有广阔的应用前景,例如美国 NASA 已成功将面齿轮应用到某型直升机主减速器上[3-6],取得了良好的效果。

航空面齿轮必须使用硬齿面磨齿精加工以保证齿面精度和光洁度[7],在先前的粗加工阶段则可以采用插齿或滚齿方法。插齿加工刀具型面简单,制造成本低且修正容易,但是插齿效率比滚齿低。滚齿作为一种效率很高的齿轮加工方式,若能应用于面齿轮上,可以显著降低大批量面齿轮生产的时间成本。但是普通的阿基米德滚齿刀不能用于面齿轮的加工,需要对面齿轮专用的滚齿刀具进行研究。国外学者[8]最先提出了采用特殊滚刀加工面齿轮的思想,但通过滚齿加工得到的面齿轮齿面与理论偏差较大,精度上达不到要求。国内学者对面齿轮滚磨刀具基蜗杆进行了研究[9-12],但其获得的型面方程复杂,且有奇异点限制,制造及修正难度大,刀具成本高。

球形滚刀作为对插齿刀的模拟,结构形式与阿基米德蜗杆滚刀相比有较大区别。对于球形滚刀,目前能够查阅到的相关研究较少。国内外研究人员对加工内齿轮的球形砂轮和球形滚刀进行了初步的研究[13-18],但其所提到的刀具基蜗杆的制造方法将会导致刀具法向具有一定的误差,利用这种球形砂轮或滚刀加工的面齿轮也将会有一定的型面误差[19]。

本文参考面齿轮滚磨刀具基蜗杆和内齿轮球形滚磨刀具基蜗杆的设计方法,对面齿轮球形滚刀进行了研究,获得的刀具蜗杆的形式与之均不同,并对使用球形滚刀加工面齿轮进行了理论、仿真和试验研究,验证了面齿轮滚齿加工方法的正确性。本文对于面齿轮的高效滚齿加工具有一定的参考意义。

收稿日期: 2016-10-26; **录用日期**: 2016-12-16; **网络出版时间**: 2017-01-05 11:11
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170105.1111.002.html
基金项目: 国家自然科学基金(51275020); 国家科技支撑计划(2014BAF08B01); 国防基础科研项目
* **通讯作者**: E-mail: yzwang63@buaa.edu.cn

引用格式: 王延忠, 唐文, 殷永耀, 等. 基于球形滚刀的面齿轮滚齿加工方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 441-448.
WANG Y Z, TANG W, YIN Y Y, et al. Hobbing method of face gear based on spherical hob[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 441-448 (in Chinese).

北航学报 赠阅

1 面齿轮齿面方程

面齿轮齿面的成形是基于圆柱直齿轮的插齿刀具与面齿轮展成切削得到的。面齿轮插齿刀的渐开线型面如图 1 所示。图中：r_{bs} 和 r_{ps} 分别为插齿刀渐开线基圆和节圆半径；θ_{0s} 为插齿刀渐开线起始角度；θ_s 为渐开线齿面的参数；β 和 γ 分别代表渐开线的左右两支。

插齿刀齿面方程为

$$\boldsymbol{r}_s(u_s,\theta_s)=\begin{bmatrix}\pm r_{bs}[\sin(\theta_{0s}+\theta_s)-\theta_s\cos(\theta_{0s}+\theta_s)]\\ -r_{bs}[\cos(\theta_{0s}+\theta_s)+\theta_s\sin(\theta_{0s}+\theta_s)]\\ u_s\\ 1\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{r}_s$ 为插齿口渐开线齿廓向量；u_s 为渐开线齿面的另一参数；“±”号对应渐开线 γ、β 两支。

面齿轮成形可采用如图 2 所示的坐标系：$S_s(x_s,y_s,z_s)$、$S_2(x_2,y_2,z_2)$ 分别为与插齿刀、面齿轮固联的运动坐标系；固定坐标系 $S_{s0}(x_{s0},y_{s0},z_{s0})$、$S_{20}(x_{20},y_{20},z_{20})$ 分别为插齿刀、面齿轮的初始位置；δ 为轴交角，正交面齿轮传动中取为 90°。插齿刀绕 z_s 轴旋转角度 Φ_s，面齿轮绕 z_2 轴旋转角度 Φ_2，并且保持以下运动比例关系：

$$\Phi_s/\Phi_2=N_2/N_s \tag{2}$$

式中：N_2 和 N_s 分别为面齿轮和插齿刀齿数。

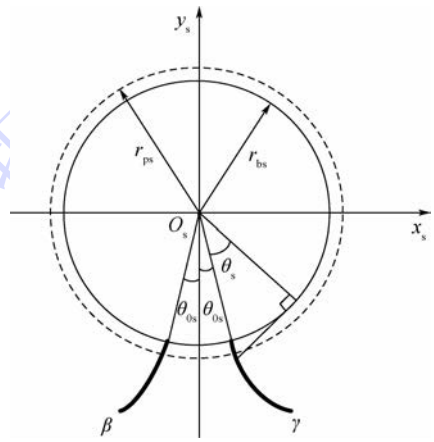


图 1 面齿轮插齿刀渐开线齿廓

Fig. 1 Involute profile of face gear shaper's cutter tooth

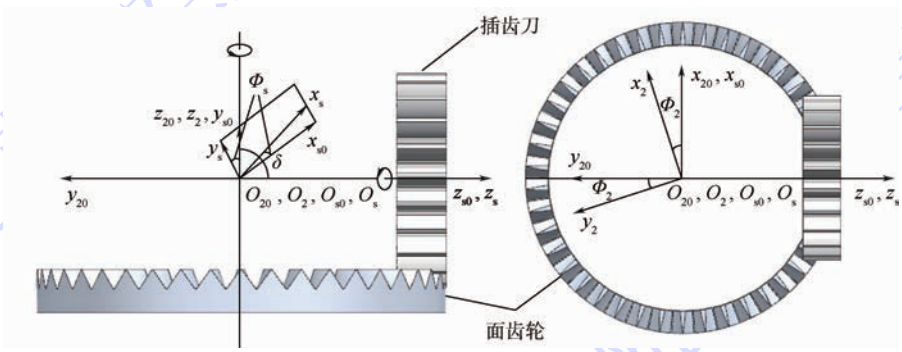


图 2 面齿轮插齿加工坐标系

Fig. 2 Face gear shaping coordinate system

面齿轮通过插齿获得的型面方程可由坐标转换方程式(3)和啮合方程式(4)联立得到

$$\boldsymbol{r}_2(u_s,\theta_s,\Phi_s)=\boldsymbol{M}_{2s}(\Phi_s)\boldsymbol{r}_s(u_s,\theta_s) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{n}_s\cdot\boldsymbol{v}_s^{(s2)}=0 \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{M}_{2s}(\Phi_s)$ 为从坐标系 S_s 到 S_2 的转换矩阵；$\boldsymbol{n}_s$ 为刀具齿面的法向量；$\boldsymbol{v}_s^{(s2)}$ 为在 S_s 坐标系上面齿轮与插齿刀的相对速度矢量。

2 面齿轮球形滚刀基蜗杆

2.1 球形滚刀基蜗杆的设计原理

与齿条向普通齿轮滚刀的演变类似，可以获得从圆柱齿轮向球形滚刀基蜗杆演变的过程。如图 3 所示，设想在圆柱齿轮转动每一瞬时的截面，球形滚刀基蜗杆均有截面与之一样，那么球形滚刀基蜗杆转动起来在截面上就相当于圆柱齿轮在转动。圆柱齿轮与球形滚刀基蜗杆的转动比为 N_w/N_0，其中：N_w 为球形滚刀基蜗杆的头数，一

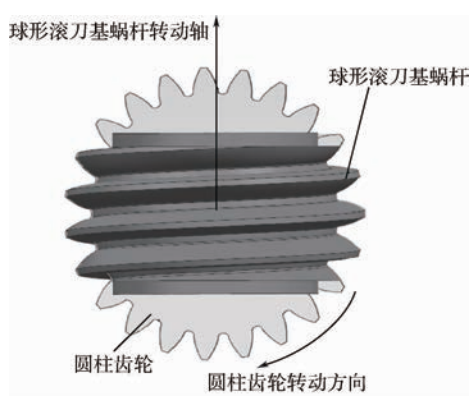


图 3 球形滚刀基蜗杆演化

Fig. 3 Evolution of basic worm of spherical hob

般取为 1；N_0 为圆柱齿轮齿数，球形滚刀基蜗杆转动一圈，圆柱齿轮刚好转过一个齿。

球形滚刀基蜗杆的基圆球如图 4 所示，x_nOz_n 平面（即 Γ_1 平面，也即法向剖面）为 xOz 平面（即 Γ_2 平面）绕 x 轴转动角度 λ 得到，λ 即为球形砂轮蜗杆的螺旋升角。Γ_1 平面与基圆球相交产生一基圆，渐开线 P_1A 及 P_2B 均由此基圆得到，且 2 条渐开线关于 x_n 轴对称。P 点为 x 轴与基圆球的交点，Q 点为球面螺旋线上的一点，通过 Q 点可作垂直于 z_n 轴的端截圆平面。P_1A 及 P_2B 绕 z 轴沿着球面螺旋线 PQ 进行旋转，即可得到球形滚刀的基蜗杆。

传统的球形滚刀基蜗杆的制造过程如图 5[16] 所示，滚刀毛坯在绕其轴线 z 旋转的过程中，具有特定齿廓形状的切削刀具（齿形剖面位于 Γ_2 上）以一定的转动比绕 y 轴在 xOz 平面内旋转，进行切削。这种制造方法得到的球面螺旋线轴向螺距相等，在轴剖面上齿形齿距是相同的，但法向螺距逐渐减小，法剖面上齿形齿距存在着一定的误差[18]。另外，这种制造方法所用的刀具型面较为复杂[15]，需要专门订做。

而实际上，切削刀具应该是绕着 y_n 轴在 x_nOz_n 平面内转动进行切削（刀具正确的齿形剖面位于 Γ_1 上），同时滚刀毛坯仍是绕 z 轴旋转，也就是刀具在法剖面内进行切削，这样球面螺旋线的法向螺距相等，从而获得在法向剖面具有正确渐开线齿形和齿距的球形滚刀基蜗杆，这种制造方法理论上在多轴联动机床上能够实现，而且所用的切削刀具剖面为标准的渐开线形状。

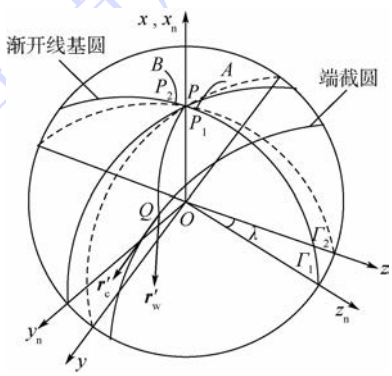


图 4　球形滚刀基蜗杆的基圆球

Fig. 4　Basic sphere of basic worm of spherical hob

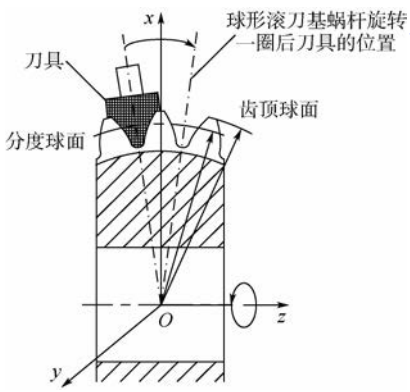


图 5　球形滚刀制造方法[16]

Fig. 5　Manufacture method of spherical hob[16]

2.2　球形滚刀的基本蜗杆方程

以右旋为例，建立球形滚刀基蜗杆成形的坐标系如图 6 所示。图中：$S_0(x_0,y_0,z_0)$ 为固定坐标系；$S_{n0}(x_{n0},y_{n0},z_{n0})$ 为 S_0 绕 x_0 轴旋转 λ 角后所得的辅助固定坐标系；$S_w(x_w,y_w,z_w)$ 为与球形滚刀基蜗杆固连的动坐标系；绕 z_w 旋转角度设为 φ_w；$S_n(x_n,y_n,z_n)$ 为与切削刀具固连的运动坐标系；绕 y_n 旋转角度设为 φ_0。φ_w 和 φ_0 有以下运动关系：

$$\varphi_0/\varphi_w = N_w/N_0 \tag{5}$$

转换矩阵分别如下：

$\boldsymbol{M}_{w,0}$ 为从 S_0 到 S_w 的转换矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{M}_{w,0}=\begin{bmatrix}\cos\varphi_w & -\sin\varphi_w & 0 & 0\\ \sin\varphi_w & \cos\varphi_w & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{6}$$

$\boldsymbol{M}_{0,n0}$ 为从 S_{n0} 到 S_0 的转换矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{M}_{0,n0}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\lambda & -\sin\lambda & 0\\ 0 & \sin\lambda & \cos\lambda & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{7}$$

$\boldsymbol{M}_{n0,n}$ 为从 S_n 到 S_{n0} 的转换矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{M}_{n0,n}=\begin{bmatrix}\cos\varphi_0 & 0 & -\sin\varphi_0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \sin\varphi_0 & 0 & \cos\varphi_0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{8}$$

在 S_n 中，渐开线方程表示为

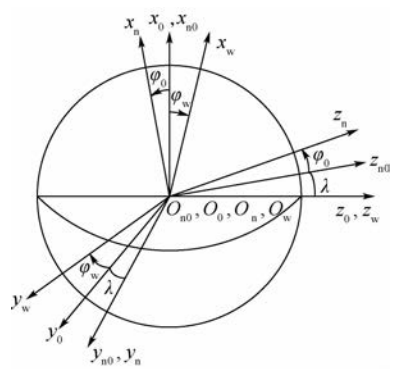


图 6　球形滚刀基蜗杆成形的坐标系

Fig. 6　Coordinate system used for forming of basic worm of spherical hob

北航学报 赠阅

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_b[\cos(\theta_0+\theta)+\theta\sin(\theta_0+\theta)] \\ 0 \\ \pm r_b[\sin(\theta_0+\theta)-\theta\cos(\theta_0+\theta)] \\ 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

式中：r_b 为渐开线基圆半径；θ_0 为渐开线起始角度；θ 为渐开线参数。

则球形砂轮基蜗杆的方程如式(10)所示。其中：$\xi=\varphi_0\pm(\theta_0+\theta)$；“±”号对应基蜗杆的两侧面。

$$\boldsymbol{r}_w(\varphi_w,\theta) = \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{M}_{w,n}\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{M}_{w,0}\boldsymbol{M}_{0,n0}\boldsymbol{M}_{n0,n}\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$r_b\begin{bmatrix} \cos\varphi_w(\cos\xi\pm\theta\sin\xi)+\sin\lambda\sin\varphi_w(\sin\xi\mp\theta\cos\xi) \\ \sin\varphi_w(\cos\xi\pm\theta\sin\xi)-\sin\lambda\cos\varphi_w(\sin\xi\mp\theta\cos\xi) \\ \cos\lambda\sin\xi\mp\theta\cos\lambda\cos\xi \\ 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

2.3 球形滚刀基蜗杆的螺旋升角

球形滚刀基蜗杆的螺旋升角 λ 定义为螺旋线在 Q 点的切向矢量 $\boldsymbol{r}'_w$ 与过 Q 点的端截圆在 Q 点的切向矢量 $\boldsymbol{r}'_c$ 之间的夹角(见图 4)，有

$$\cos\lambda = \frac{\boldsymbol{r}'_w\cdot\boldsymbol{r}'_c}{|\boldsymbol{r}'_w||\boldsymbol{r}'_c|} \tag{11}$$

为简化计算，可取螺旋线上的一点求取 $\boldsymbol{r}'_s$，在 S_n 坐标系中取 $(a,0,0)$，代入式(10)中并求导可得到

$$\boldsymbol{r}'_w = \begin{bmatrix} \frac{dx_w}{d\varphi_w} \\ \frac{dy_w}{d\varphi_w} \\ \frac{dz_w}{d\varphi_w} \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} -\sin\varphi_w\cos\varphi_0-\frac{1}{N_0}\cos\varphi_w\sin\varphi_0+\cos\varphi_w\sin\varphi_0\sin\lambda+\frac{1}{N_0}\sin\varphi_w\cos\varphi_0\sin\lambda \\ \cos\varphi_w\cos\varphi_0-\frac{1}{N_0}\sin\varphi_w\sin\varphi_0+\sin\varphi_w\sin\varphi_0\sin\lambda-\frac{1}{N_0}\cos\varphi_w\cos\varphi_0\sin\lambda \\ \frac{1}{N_0}\cos\varphi_0\cos\lambda \end{bmatrix} \tag{12}$$

端截圆的切向矢量为

$$\boldsymbol{r}'_c = \begin{bmatrix} \sin\varphi_w \\ -\cos\varphi_w \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

当 $\varphi_0=0°$ 时，联立式(11)～式(13)，将 $\varphi_0=0°$ 代入即可求得此时的螺旋升角为

$$\sin\lambda_0 = \frac{1}{N_0} \tag{14}$$

此时的螺旋升角 λ_0 定义为球形滚刀基蜗杆的名义螺旋升角，也即球形滚刀的安装角。可见对应的圆柱齿轮齿数越多，球形滚刀基蜗杆的螺旋升角越小。

3 面齿轮滚齿加工型面方程

建立面齿轮滚齿加工坐标系如图 7 所示。固定坐标系 $S_{h0}(x_{h0},y_{h0},z_{h0})$ 为滚刀初始位置；$S_h(x_h,y_h,z_h)$ 为与滚刀固联的运动坐标系；$S_a(x_a,y_a,z_a)$ 为辅助坐标系，其绕 x_a 轴旋转 λ_0 角度即为 S_{h0} 坐标系。加工过程中，面齿轮的转角 φ_2 和滚刀的转角 φ_h 满足定比例关系：

$$\varphi_2/\varphi_h = N_h/N_2 \tag{15}$$

式中：对单头球形滚刀，滚刀头数 $N_h=1$。

转换矩阵分别如下：

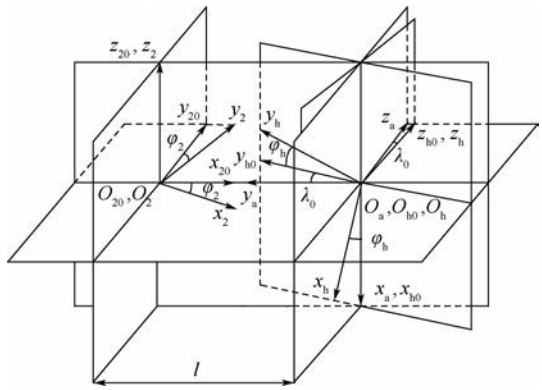


图 7 面齿轮滚齿加工坐标系

Fig. 7 Coordinate system used for hobbing face gears

$\boldsymbol{M}_{2,20}$为从 S_{20}到 S_2 的转换矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{M}_{2,20}=\begin{bmatrix}\cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 & 0 & 0\\ \sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{16}$$

$\boldsymbol{M}_{20,a}$为从 S_a 到 S_{20}的转换矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{M}_{20,a}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & l\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{17}$$

$\boldsymbol{M}_{a,h0}$为从 S_{h0}到 S_a 的转换矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{M}_{a,h0}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\lambda_0 & \sin\lambda_0 & 0\\ 0 & -\sin\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{18}$$

$\boldsymbol{M}_{h0,h}$为从 S_h 到 S_{h0}的转换矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{M}_{h0,h}=\begin{bmatrix}\cos\varphi_h & -\sin\varphi_h & 0 & 0\\ \sin\varphi_h & \cos\varphi_h & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{19}$$

则可得从 S_h 到 S_2 的转换矩阵为

$$\boldsymbol{M}_{2,h}(\varphi_h,l)=\boldsymbol{M}_{2,20}\boldsymbol{M}_{20,a}\boldsymbol{M}_{a,h0}\boldsymbol{M}_{h0,h}=\begin{bmatrix}-\sin\varphi_h\cos(\varphi_2+\lambda_0) & -\cos\varphi_h\cos(\varphi_2+\lambda_0) & -\sin(\varphi_2+\lambda_0) & l\cos\varphi_2\\ -\sin\varphi_h\sin(\varphi_2+\lambda_0) & -\cos\varphi_h\sin(\varphi_2+\lambda_0) & \cos(\varphi_2+\lambda_0) & l\sin\varphi_2\\ -\cos\varphi_h & \sin\varphi_h & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{20}$$

那么，面齿轮齿面坐标转换方程为

$$\boldsymbol{r}_2(\varphi_h,l,\varphi_w,\theta)=\boldsymbol{M}_{2,h}(\varphi_h,l)\boldsymbol{r}_w(\varphi_w,\theta) \tag{21}$$

同插齿刀加工面齿轮一样，根据啮合原理可以得到球形滚刀加工面齿轮的啮合方程式，由于滚刀除了与面齿轮保持定传动比外还需沿面齿轮径向进给，因此加工过程是双参数包络，即应同时满足：

$$f(\varphi_h,l,\varphi_w,\theta)=\boldsymbol{n}_h\cdot\boldsymbol{v}_h^{(h2,\varphi_h)}=0 \tag{22}$$

$$g(\varphi_h,l,\varphi_w,\theta)=\boldsymbol{n}_h\cdot\boldsymbol{v}_h^{(h2,l)}=0 \tag{23}$$

其中：式(22)表示滚刀与面齿轮的相对旋转运动，$\boldsymbol{v}_h^{(h2,\varphi_h)}$ 为 l 被固定住而 φ_h 运动时滚刀和面齿轮的相对运动速度；式(23)表示滚刀沿面齿轮的径向进给运动，$\boldsymbol{v}_h^{(h2,l)}$ 为 φ_h 被固定住而 l 运动时滚刀和面齿轮的相对运动速度；$\boldsymbol{n}_h$ 为滚刀齿面的法向量。

联立式(21)～式(23)即可得到面齿轮的滚齿加工型面方程。

4　球形滚刀加工面齿轮仿真

以表 1 所示 2 种参数的面齿轮为例，使用 VERICUT 软件对面齿轮球形滚刀滚齿加工进行仿真。

由于压力角25°的圆柱齿轮的根切最小齿数为 12，而压力角 20°的圆柱齿轮的根切最小齿数为 17，因此与圆柱齿轮相对应的球形滚刀也不会发生根切。在实例 1 中毛坯宽度设置得比理论面齿轮齿长要长，从而验证面齿轮齿顶变尖和齿根根切现象。实例 2 所示参数的面齿轮已通过插齿加工实际应用于某型号飞机传动装置上，由于飞机空间有限，齿长受到限制，取面齿轮轮齿中间部分，长度为 5 mm。

表 1　面齿轮基本参数

Table 1　Basic parameters of face gear

实例	面齿轮齿数	小齿轮齿数	模数/mm	压力角/(°)	齿长/mm
实例 1	42	23	3.5	25	15
实例 2	160	26	1.0583	20	5

球形滚刀与面齿轮需要以固定的比例传动，因此在 VERICUT 软件 G 代码中添加指令“CGTECH_MACRO“GearModeOnOff”“1””。2 个实例的安装角根据式(14)计算分别为 2.492°和 2.2°。

实例 1 仿真滚切结果如图 8 所示，可以发现出现了面齿轮特有的根切及变尖现象。将滚齿加工所得模型与使用插齿加工获得的模型进行对比，最大误差仅为 0.01 μm，误差产生的原因可能是刀具建模的精度及加工的包络残差造成的。实例 2 仿真滚切结果如图 9 所示，与使用插齿加工获得的模型对比，最大误差为 0.005 um。

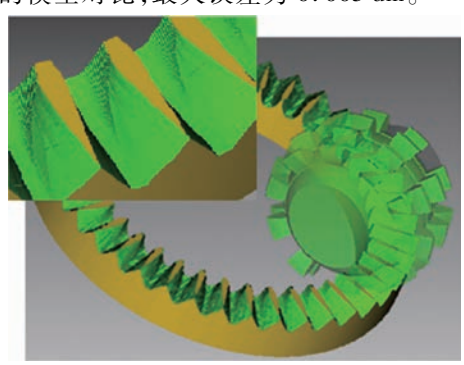


图 8　实例 1 仿真滚切结果

Fig. 8　Result of hobbing simulation for Case 1

北航学报 赠阅

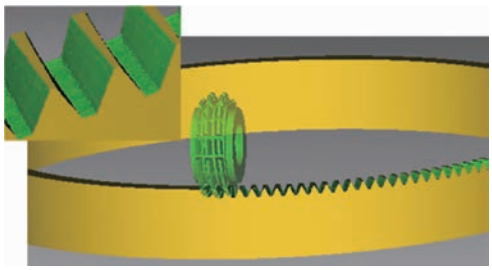


图 9 实例 2 仿真滚切结果

Fig. 9 Result of hobbing simulation for Case 2

5 球形滚刀加工面齿轮试验

针对表 1 中实例 2 所示参数的面齿轮，进行了球形滚刀的制造，并在面齿轮数控滚齿专用机床[20]上进行了相应的面齿轮滚切加工试验，如图 10所示。在 Wenzel 三坐标测量机上对获得的面齿轮进行了检测，如图 11 所示，得到其齿面点三维坐标值，经过坐标变换与理论坐标值进行对比，获得其齿面偏差图，如图 12 所示，最大误差为 -44.3 μm。误差产生原因是刀具制造误差、机床误差和对刀误差综合所造成的。

(a) 球形滚刀实物图

(b) 面齿轮滚齿加工过程

图 10 球形滚刀实物图及面齿轮滚齿加工过程

Fig. 10 Photos of spherical hob and face gear hobbing process

图 11 面齿轮检测过程

Fig. 11 Face gear detection process

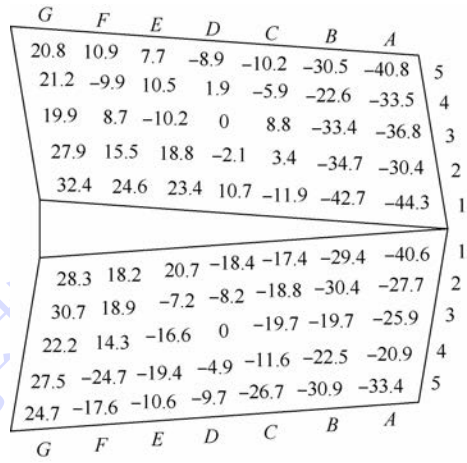


图 12 面齿轮齿面法向偏差示意图

Fig. 12 Schematic of normal deviation of face gear tooth surface

6 结 论

1）阐述了球形滚刀的设计思想，以直观的方法推导了面齿轮球形滚刀的型面方程及螺旋升角；推导了球形滚刀加工面齿轮的过程，给出了面齿轮型面方程。

2）对球形滚刀加工面齿轮进行仿真，结果表明与插齿加工相比齿面最大误差小于 0.01 μm，验证了球形滚刀加工面齿轮的正确性。

3）进行了滚齿加工试验，采用三坐标测量机对面齿轮精度进行了检测，检测结果表明齿面最大误差为 -44.3 μm，检测结果验证了球形滚刀加工面齿轮的可行性。

参考文献（References）

[1] LITVIN F L, ZHANG Y, WANG J C, et al. Design and geometry of face-gear drives[J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 114(4): 642-647.

[2] LITVIN F L, EGELJA A, TAN J. Computerized design, generation and simulation of meshing of orthogonal offset face-gear drive with a spur involute pinion with localized bearing contact [J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(1-2): 87-102.

[3] LITVIN F L, WANG J C, BOSSLER R B, et al. Application of face-gear drives in helicopter transmissions[J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 116(3): 672-676.

[4] CHEN Y D, BOSSLER R B. Design, analysis, and testing methods for a split-torque face-gear transmission[C]// 31st Joint Propulsion Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 1995.

[5] LEWICKI D G, HEATH G F, FILLER R R, et al. RDS-21 face-gear surface durability tests: ARL-TR-4089[R]. Washington,

D. C.: NASA,2007.

[6] HEATH G F,FILLER R R,TAN J. Development of face gear technology for industrial and aerospace power transmission: NASA/CR-2002-211320 [R]. Washington, D. C.: NASA, 2002.

[7] WANG Y Z,LAN Z,HOU L W,et al. A precision generating grinding method for face gear using CBN wheel [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology,2015,79(9): 1839-1848.

[8] MILLER E W. Hob for generating crown gears: US2304586 [P]. 1942-12-08.

[9] 王延忠,吴灿辉,葛旭阳,等. 面齿轮滚刀基本蜗杆的设计方法[J]. 北京航空航天大学学报,2009,35(2):166-169.
WANG Y Z,WU C H,GE X Y,et al. Basal worm designing method of face-gear hob[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2009,35(2):166-169(in Chinese).

[10] 李政民卿,朱如鹏. 面齿轮滚磨刀具基蜗杆研究[J]. 机械科学与技术,2009,28(1):98-101.
LI Z M Q,ZHU R P. A study of worm of hobbing or grinding wheel for face gear[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering,2009,28(1):98-101(in Chinese).

[11] 高金忠,朱如鹏,李政民卿. 面齿轮滚磨刀具基蜗杆齿廓奇异点研究[J]. 航空动力学报,2011,26(10):2394-2400.
GAO J Z,ZHU L P,LI Z M Q. Research on singularities of base worm thread surface for hobbing or grinding face gear[J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(10):2394-2400(in Chinese).

[12] 郭辉,赵宁,项云飞,等. 六轴数控蜗杆砂轮磨齿机磨削面齿轮的方法[J]. 机械工程学报,2015,51(11):186-194.
GUO H,ZHAO N,XIANG Y F,et al. Face gear grinding method using six-axis CNC worm wheel machine[J]. Journal of Mechanical Engineering,2015,51(11):186-194(in Chinese).

[13] 王跃进. 球形滚刀螺旋面的研究[J]. 工具技术,1990(1):20-26.
WANG Y J. Research on helicoidal surface of the spherical hob [J]. Tool Technology,1990(1):20-26(in Chinese).

[14] 崔云起,胡占齐,王尊策,等. 球形滚刀的制造与理论误差[J]. 机械传动,1994,18(2):55-58.
CUI Y Q,HU Z Q,WANG Z C,et al. Manufacture and theoretical error of spherical hob[J]. Mechanical Transmission,1994,18(2):55-58(in Chinese).

[15] 崔云起,胡占齐. 球形滚刀的齿形[J]. 东北重型机械学院学报,1995,19(2):100-103.
CUI Y Q,HU Z Q. The profile of spherical hob[J]. Journal of Northeast Heavy Machinery Institute,1995,19(2):100-103(in Chinese).

[16] 相浦正人,广尾靖彰. 用球形滚刀滚切内齿轮[J]. 制造技术与机床,1997(2):13-16.
AINOURA M,YASUSHIAKI H. Hobbing of internal gear with spherical hob [J]. Manufacturing Technology and Machine Tools,1997(2):13-16(in Chinese).

[17] 李宇鹏. 球形蜗杆砂轮的磨齿原理及其球基螺旋面参数[J]. 机械工程学报,2002,38(6):127-129.
LI Y P. Principle of grinding gear of spherical worm emerywheel and parameters of helicoid of spherical worm[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2002,38(6):127-129(in Chinese).

[18] 郝哲. 球形滚刀设计及制造新工艺研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2013:23-28.
HAO Z. Design and new manufacture process study of the spherical hob[D]. Qinhuangdao: Yanshan University,2013: 23-28(in Chinese).

[19] 赵宁,郭辉,方宗德,等. 用球形滚刀滚切面齿轮的理论误差[J]. 航空动力学报,2009,24(3):677-682.
ZHAO N,GUO H,FANG Z D,et al. Theory error of cutting face gears with sphericity hob[J]. Journal of Aerospace Power, 2009,24(3):677-682(in Chinese).

[20] 王延忠,侯良威,郇极,等. 一种面齿轮数控滚齿加工装置: CN102248228A[P]. 2013-02-13.
WANG Y Z,HOU L W,HUAN J,et al. A kind of NC hobbing machine for face gear: CN102248228A [P]. 2013-02-13 (in Chinese).

作者简介:

王延忠　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航空精密齿轮传动技术。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Hobbing method of face gear based on spherical hob

WANG Yanzhong[1,*], TANG Wen[1], YIN Yongyao[1], LAN Zhou[1], HOU Liangwei[1], JIA Shuang[2]

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. China North Vehicle Research Institute, Beijing 100072, China)

Abstract: Face gear transmission has outstanding advantages, and has broad application prospects in the field of aviation. In order to improve the machining efficiency of face gear, the spherical gear hob and hobbing of face gear based on spherical gear hob were studied. The forming process of gear shaping was derived according to the forming principle. The process of the evolution from the cylindrical gear to the basic worm of spherical gear hob was studied, the forming method of spherical hob was analyzed, and the surface equation and spiral angle of the basic worm of spherical gear hob were deduced. A coordinate system was built for face gear machining process based on spherical hob, and the formula of face gear obtained by hobbing was deduced. The machining simulation of two cases was carried out using VERICUT. The hobbing was performed and the detection results show that the spherical gear cutter can be used in the machining of face gear.

Keywords: face gear; spherical hob; worm; hobbing; machining simulation

北京航空航天大学学报

Received: 2016-10-26; **Accepted**: 2016-12-16; **Published online**: 2017-01-05 11:11

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170105.1111.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51275020); National Key Technology Research and Development Program of China (2014BAF08B01); National Defense Basic Research Program

* **Corresponding author**. E-mail: yzwang63@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0201

IQ 通道失衡对同时收发认知抗干扰系统的影响

黎海涛*, 钱一名

(北京工业大学 信息学部, 北京 100124)

摘 要: 针对同时收发认知抗干扰(SCAJ)系统中IQ通道失衡产生的镜像干扰降低网电空间数据链(CDL)抗干扰能力的问题,研究了IQ通道失衡的单/多频带SCAJ接收机干扰感知性能,推导出基于能量检测的IQ通道失衡接收机干扰检测概率和虚警概率,并据此提出了删除镜像信道干扰信号的有效方法。仿真结果表明,IQ通道失衡产生的镜像干扰降低了SCAJ接收机的检测概率,提出的镜像信道干扰信号删除方法可以减小IQ通道失衡的不利影响,从而提高数据链SCAJ系统性能。

关 键 词: 网电空间数据链(CDL); IQ失衡; 同时收发; 认知抗干扰; 镜像干扰
中图分类号: V243.1; V271.4
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0449-08

数据链是网电空间的重要组成部分,其在复杂电磁环境中的抗干扰性能直接影响网电空间作战效能。因此,研究高抗干扰性能的数据链对于提升网电空间的体系对抗能力具有重要意义。传统数据链抗干扰技术均属于盲抗干扰方式,即在系统设计之初就确定抗干扰能力,一旦敌方干扰超出数据链的干扰容限,则会造成通信中断,故不能完全解决网电空间数据链(Cyberspace Data-Link,CDL)抗干扰问题。为此,人们提出了认知抗干扰(Cognitive Anti-Jamming, CAJ)通信技术[1-2],其利用认知无线电(Cognitive Radio, CR)感知工作区域的电磁环境[3],分析干扰信号特征,并据此动态选取最佳频点进行通信,从而解决战场恶劣电磁环境下通信可靠性问题。

另一方面,在网电空间作战环境下,不同类型的电子设备同时工作,导致电磁频谱使用非常紧张,频率资源严重不足。笔者把同时收发(STAR)的带内全双工技术引入到认知抗干扰通信系统,提出了面向CDL的同时收发认知抗干扰(Simultaneous transmit and receive based Cognitive Anti-Jamming, SCAJ)技术,其能在发送信号的同时,进行干扰感知和接收信号处理,具有实时抗干扰且频谱效率高的优势[4]。

在SCAJ系统中,接收机的频谱感知[5],即对干扰机发射信号的检测能力是实现认知抗干扰的关键,其性能直接影响到数据链的抗干扰能力。为了提高CDL的性能,需要设计高性能的SCAJ接收机。目前,一些研究人员对基于认知无线电的抗干扰通信技术进行了深入研究,但大多只考虑了理想接收机情形。实际抗干扰通信接收机均存在射频损伤,包括功率放大器的非线性畸变、混频器的相位噪声和IQ通道失衡等,严重降低了数据链系统性能。本文主要研究IQ通道失衡对接收机的影响,特别地,在高速数据链所采用的宽带接收机中,即使模拟射频前端IQ通道轻微失衡,即I和Q支路的幅度不严格相等,相位也不严格正交,也会导致子载波与其镜像子载波共轭项的频谱重叠,即IQ通道失衡引入了子载波间的镜像

收稿日期: 2016-03-14; **录用日期**: 2016-05-13; **网络出版时间**: 2016-06-02 17:04
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160602.1704.001.html
基金项目: 航空电子系统综合技术重点实验室和航空科学基金联合资助项目(2013ZC15003)
* **通讯作者**: E-mail: lihaitao@bjut.edu.cn

引用格式: 黎海涛, 钱一名. IQ通道失衡对同时收发认知抗干扰系统的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 449-456.
LI H T, QIAN Y M. On the IQ imbalance at STAR based cognitive anti-jamming system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 449-456 (in Chinese).

北航学报 赠阅

干扰[6],这些镜像信道干扰信号会增大频谱感知的虚警概率,进而降低数据链的抗干扰能力。

针对一般通信系统的 IQ 通道失衡问题,科研人员对其进行了大量研究并提出了有效的补偿算法。但对于认知无线电收发信机的 IQ 通道失衡问题,因其存在主用户发射机和次用户接收机之间的非协同通信问题,使得传统的基于导频的 IQ 通道失衡估计与补偿算法不再适用。为此,近年一些研究人员对认知无线电收发信机的 IQ 通道失衡问题进行了深入研究。例如,文献[7]分析了 IQ 通道失衡和采样频率偏移对采用 Neyman-Pearson 频谱感知器的 OFDM 系统频谱感知性能的影响,但是其研究仅限于单频带接收机。文献[8]在假设已知 IQ 通道失衡系数的条件下,分析了单频带认知 OFDM 系统的频谱感知能力。文献[9]虽研究了多频带直接转换接收机的 IQ 通道失衡问题,但这些研究仅限于传统半双工通信系统,目前较少有同时收发认知无线电 IQ 通道失衡问题的研究报道。

本文针对单/多频带 SCAJ 系统,研究了 IQ 通道失衡的接收机干扰感知性能,提出了删除镜像信道干扰信号的有效方法,可有效增强 CDL 的抗干扰能力。

1 SCAJ 系统模型

考虑如图 1 所示的 SCAJ 收发信机,在电台发送端(TX),信息比特流经过数字调制得到已调信号,经过 DAC、低通滤波(Low-Pass Filter, LPF)后与频率合成器输出的载波信号 IQ 混频(Mixer)为载波信号,再经压控放大器(Voltage Controlled Amplifier, VCA)、功率放大器(Power Amplifier, PA)后经天线发送到无线信道。

在同时收发的全双工工作模式下,信号发送时 SCAJ 电台接收端(RX)也同时工作,故发送的 RF 信号会泄漏到 RX 端造成严重自干扰[10-12],降低了 CDL 通信性能。为此,本文采用文献[13-15]提出的 JADIC 方法,其能够大大消除自干扰而满足抗 SCAJ 电台性能要求。此时,RX 端把收到 RF 信号进行模拟域自干扰删除,再经过带通滤波(BPF)、低噪声放大器(LNA)、IQ 混频(Mixer)解跳、低通滤波、ADC 和数字域自干扰删除后转换到基带进行解调。另一方面,删除自干扰的接收信号被反馈到干扰感知单元检验频率信道占用情况,并把结果反馈到收发端。

假设在己方电台干扰感知的时隙内,对方电台不发送通信信号,敌方发送的干扰信号为 $x(n)$,己方电台发送端产生的自干扰信号为 $s(n)$,则在 IQ 通道平衡的理想 SCAJ 电台中,己方电台接收信号为

$$y_\theta^{\text{ideal}}(n)=\theta x(n)+\varepsilon s(n)+w(n)\qquad \theta\in\{0,1\} \tag{1}$$

式中:常数 $\theta=0$ 表示在当前工作频带内无干扰,$\theta=1$ 表示有干扰;$x(n)$ 为均值为 0、方差为 σ_x^2 的复随机信号;自干扰信号 $s(n)$ 为均值为 0、方差为 σ_s^2 的复随机信号;比例因子 $\varepsilon\in[0,1]$ 为自干扰大小,即接收端经过 JADIC 处理后的残留自干扰,当 $\varepsilon=0$ 时,即为传统半双工通信信号模型;$w(n)$ 为均值为 0、方差为 σ_w^2 的加性高斯白噪声(AWGN)。

实现 SCAJ 的关键在于:认知无线电电台利用干扰感知确定可使用的工作频带。为便于工程实现,同于文献[9],采用无需信号先验知识的能量检测的干扰感知方法,其思想是:计算 N 个接收信号样本的平均能量,与预先设定阈值 λ 比较,若接收信号能量值大于 λ,则判定该频带内存在干扰;反之,判定该频带内无干扰。衡量能

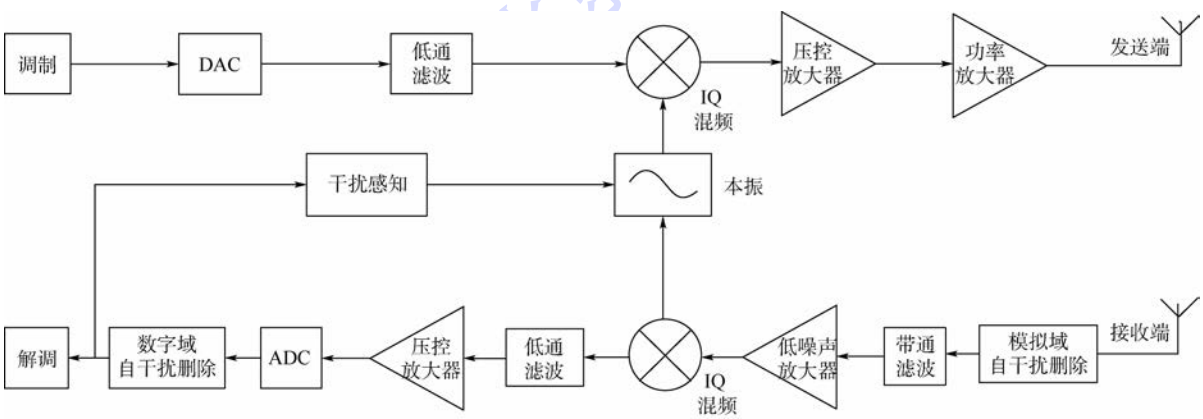


图 1 SCAJ 收发信机

Fig. 1 SCAJ transceiver

量检测方法性能的指标包括检测概率和虚警概率。下面具体分析理想 SCAJ 系统的干扰感知性能,以此评估 CDL 的抗干扰能力。

选取电台接收信号 $y_\theta^{\text{ideal}}(n)$ 的 N 个样本,其平均能量为

$$T_\theta^{\text{ideal}}=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|y_\theta^{\text{ideal}}(n)|^2=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left\{[\text{Re}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2+[\text{Im}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2\right\} \tag{2}$$

当信号样本数 N 很大时,利用中心极限定理可知,T_θ^{ideal} 服从高斯分布:

$$T_\theta^{\text{ideal}}\sim N(\mu_{\theta,\text{ideal}},\sigma_{\theta,\text{ideal}}^2) \tag{3}$$

又 $\sigma_x^2=E(|x(n)|^2)$,$\sigma_w^2=E(|w(n)|^2)$,$\sigma_s^2=E(|s(n)|^2)$,则接收信号的均值 $\mu_{\theta,\text{ideal}}=\theta\sigma_x^2+\varepsilon\sigma_s^2+\sigma_w^2$,方差 $\sigma_{\theta,\text{ideal}}^2=\mu_{\theta,\text{ideal}}^2/N$。

由此可以得到理想 SCAJ 系统的干扰感知性能,即干扰不存在时但检测到干扰的虚警概率为[16]

$$P_{\text{fa}}^{\text{ideal}}=\Pr(T_0^{\text{ideal}}>\gamma^{\text{ideal}})=Q\left(\frac{\gamma^{\text{ideal}}-\mu_{0,\text{ideal}}}{\sqrt{\sigma_{0,\text{ideal}}^2}}\right)=Q\left(\frac{\gamma^{\text{ideal}}-\sigma_w^2-\varepsilon\sigma_s^2}{(\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)/\sqrt{N}}\right) \tag{4}$$

式中:$Q(\cdot)$ 为 Q 函数;γ^{ideal} 为理想接收机端预设阈值。

同理,干扰存在时正确检测到干扰的检测概率为

$$P_{\text{d}}^{\text{ideal}}=\Pr(T_1^{\text{ideal}}>\gamma^{\text{ideal}})=Q\left(\frac{\gamma^{\text{ideal}}-\mu_{1,\text{ideal}}}{\sqrt{\sigma_{1,\text{ideal}}^2}}\right)=Q\left(\frac{\gamma^{\text{ideal}}-(\sigma_x^2+\varepsilon\sigma_s^2+\sigma_w^2)}{(\sigma_x^2+\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)/\sqrt{N}}\right) \tag{5}$$

对于给定的虚警概率 $P_{\text{fa}}^{\text{trgt}}$,阈值可由式(4)计算得到

$$\gamma^{\text{ideal}}=Q^{-1}(P_{\text{fa}}^{\text{trgt}})\frac{\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2}{\sqrt{N}}+\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2 \tag{6}$$

上述推导给出基于能量检测的理想 SCAJ 系统的干扰感知性能。考虑到实际 SCAJ 接收机中,虽经过 IQ 通道补偿、校正,受 RF 器件性能影响,总存在残留通道失衡,其产生的镜像信道干扰信号影响干扰感知性能。下面进一步分析 IQ 通道失衡时单/多频带 SCAJ 接收机的干扰感知性能。

2　单频带 IQ 通道失衡的干扰感知性能

在单频带 IQ 通道失衡 SCAJ 接收机中,系统接收信号为

$$y_\theta^{\text{iq}}(n)=g_1y_\theta^{\text{ideal}}(n)+g_2(y_\theta^{\text{ideal}}(n))^* \tag{7}$$

式中:$g_1=0.5(1+\rho e^{-j\phi})$,$g_2=0.5(1-\rho e^{j\phi})$ 为 IQ 通道失衡系数,ρ 和 ϕ 分别为 IQ 通道幅度失衡因子和相位失衡因子。

类似地,采用能量检测法得到 N 个接收信号样本的平均能量为

$$T_\theta^{\text{iq}}=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|y_\theta^{\text{iq}}(n)|^2=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left\{a_1[\text{Re}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2+a_2[\text{Im}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2+2a_3\text{Re}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))\text{Im}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))\right\} \tag{8}$$

式中:

$$\begin{cases}a_1=(g_1^{\text{re}}+g_2^{\text{re}})^2+(g_1^{\text{im}}+g_2^{\text{im}})^2\\ a_2=(g_2^{\text{im}}-g_1^{\text{im}})^2+(g_1^{\text{re}}-g_2^{\text{re}})^2\\ a_3=(g_1^{\text{re}}+g_2^{\text{re}})(g_2^{\text{im}}-g_1^{\text{im}})+(g_1^{\text{im}}+g_2^{\text{im}})(g_1^{\text{re}}-g_2^{\text{re}})\end{cases} \tag{9}$$

其中:g_1^{re}、g_1^{im}、g_2^{re} 和 g_2^{im} 分别为失衡系数 g_1、g_2 的实部和虚部。

特别地,当 $a_1=a_2=1$,$a_3=0$ 时,$T_\theta^{\text{iq}}=\frac{1}{N}\cdot\sum_{n=0}^{N-1}\left\{[\text{Re}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2+[\text{Im}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2\right\}=T_\theta^{\text{ideal}}$,即为理想接收机。

考虑到式(8)中 $[\text{Re}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2$、$[\text{Im}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))]^2$、$\text{Re}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))\text{Im}(y_\theta^{\text{ideal}}(n))$ 相互独立,则 $T_\theta^{\text{iq}}\sim N(\mu_{\theta,\text{iq}},\sigma_{\theta,\text{iq}}^2)$,从而得到假设 $\theta=0$ 和 $\theta=1$ 时 T_θ^{iq} 的均值和方差分别为

$$\begin{cases}\mu_{0,\text{iq}}=(|g_1|^2+|g_2|^2)(\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)\\ \sigma_{0,\text{iq}}^2=\left\{|g_1|^4+|g_2|^4+6|g_1|^2|g_2|^2+2[(g_1^{\text{re}}g_1^{\text{im}})^2+(g_2^{\text{re}}g_2^{\text{im}})^2]\right\}\dfrac{(\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)^2}{N}\end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases}\mu_{1,\text{iq}}=(|g_1|^2+|g_2|^2)(\sigma_x^2+\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)\\ \sigma_{1,\text{iq}}^2=\left\{|g_1|^4+|g_2|^4+6|g_1|^2|g_2|^2+2[(g_1^{\text{re}}g_1^{\text{im}})^2+(g_2^{\text{re}}g_2^{\text{im}})^2]\right\}\dfrac{(\sigma_x^2+\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)^2}{N}\end{cases} \tag{11}$$

为了降低计算复杂度,令

北航学报 赠阅

$$\begin{cases}\kappa_\mu = |g_1|^2 + |g_2|^2 \\ \kappa_\sigma = |g_1|^4 + |g_2|^4 + 6|g_1|^2|g_2|^2 + \\ \quad 2[(g_1^{re}g_1^{im})^2 + (g_2^{re}g_2^{im})^2]\end{cases} \tag{12}$$

则单频带 IQ 通道失衡 SCAJ 系统干扰感知的虚警概率和检测概率分别为

$$P_{fa}^{iq} = Q\left(\frac{\gamma^{iq} - \mu_{0,iq}}{\sqrt{\sigma_{0,iq}^2}}\right) = Q\left(\frac{\gamma^{iq} - \kappa_\mu(\sigma_w^2 + \varepsilon\sigma_s^2)}{(\sigma_w^2 + \varepsilon\sigma_s^2)\sqrt{\kappa_\sigma/N}}\right) \tag{13}$$

$$P_{d}^{iq} = Q\left(\frac{\gamma^{iq} - \mu_{1,iq}}{\sqrt{\sigma_{1,iq}^2}}\right) = Q\left(\frac{\gamma^{iq} - \kappa_\mu(\sigma_w^2 + \sigma_x^2 + \varepsilon\sigma_s^2)}{(\sigma_w^2 + \sigma_x^2 + \varepsilon\sigma_s^2)\sqrt{\kappa_\sigma/N}}\right) \tag{14}$$

式中：γ^{iq} 为单频带 IQ 通道失衡接收机的预设阈值。

同理，对于给定虚警概率 P_{fa}^{trgt}，可由式(13)计算出干扰存在与否的判决阈值：

$$\gamma^{iq} = Q^{-1}(P_{fa}^{trgt})\sqrt{\frac{\sigma_{0,iq}^2}{N}} + \mu_{0,iq} = Q^{-1}(P_{fa}^{trgt})\sqrt{\frac{\kappa_\sigma}{N}}(\sigma_w^2 + \varepsilon\sigma_s^2) + \kappa_\mu(\sigma_w^2 + \varepsilon\sigma_s^2) \tag{15}$$

又由式(12)可得

$$\kappa_\sigma = \kappa_\mu^2 + 4|g_1|^2|g_2|^2 + 2[(g_1^{re}g_1^{im})^2 + (g_2^{re}g_2^{im})^2]$$

当 $4|g_1|^2|g_2|^2$ 和 $2[(g_1^{re}g_1^{im})^2 + (g_2^{re}g_2^{im})^2] \ll \kappa_\mu^2$ 时，$\kappa_\sigma \simeq \kappa_\mu^2$，故式(15)可改写为

$$\gamma^{iq} = Q^{-1}(P_{fa}^{trgt})\frac{\kappa_\mu(\sigma_w^2 + \varepsilon\sigma_s^2)}{\sqrt{N}} + \kappa_\mu(\sigma_w^2 + \varepsilon\sigma_s^2) \tag{16}$$

3 多频带 IQ 通道失衡的干扰感知性能

假设多频带 SCAJ 系统的工作频带集合为 $S_k = \{-K, \cdots, -1, 1, \cdots, K\}$，若对每一频带 k，$k \in S_k$ 进行能量检测，则在频带 k 及其镜像频带 $-k$ 处的理想接收信号为

$$\begin{cases}y_{k|\theta_k}^{ideal}(n) = \theta_k x_k(n) + \varepsilon s_k(n) + w_k(n) \\ \quad \theta_k \in \{0,1\} \\ y_{-k|\theta_{-k}}^{ideal}(n) = \theta_{-k} x_{-k}(n) + \varepsilon s_{-k}(n) + w_{-k}(n) \\ \quad \theta_{-k} \in \{0,1\}\end{cases} \tag{17}$$

式中：$x_k(n)$、$s_k(n)$ 和 $w_k(n)$ 分别为频带 k 的干扰信号、自干扰信号和噪声，均服从零均值的高斯分布，其方差分别为 $\sigma_x^2 = E(|x_k(n)|^2)$，$\sigma_w^2 = E(|w_k(n)|^2)$，$\sigma_s^2 = E(|s_k(n)|^2)$；$x_{-k}(n)$、$s_{-k}(n)$ 和 $w_{-k}(n)$ 分别为频带 $-k$ 的干扰信号、自干扰信号和噪声，均服从零均值的高斯分布，其方差分别为 $\sigma_x^2(-k) = E(|x_{-k}(n)|^2)$，$\sigma_s^2(-k) = E(|s_{-k}(n)|^2)$，$\sigma_w^2(-k) = E(|w_{-k}(n)|^2)$。

假设每个频带中噪声/自干扰信号近似相同，则有

$$\sigma_w^2(-k) = E(|w_{-k}(n)|^2) = \sigma_w^2(k)$$

$$\sigma_s^2(-k) = E(|s_{-k}(n)|^2) = \sigma_s^2(k)$$

由此得到多频带 IQ 通道失衡 SCAJ 系统中频带 k 的接收信号为

$$y_{k|\theta_k,\theta_{-k}}^{iq}(n) = g_1 y_{k|\theta_k}^{ideal}(n) + g_2(y_{-k|\theta_{-k}}^{ideal}(n))^* \tag{18}$$

同理，可得其 N 个样本 $y_k^{iq} = [y_{k|\theta_k,\theta_{-k}}^{iq}(n), y_{k|\theta_k,\theta_{-k}}^{iq}(n+1), \cdots, y_{k|\theta_k,\theta_{-k}}^{iq}(N+n-1)]^T$ 的平均能量为

$$T_{\theta_k|\theta_{-k}}^{iq} = \frac{(y_k^{iq})^\dagger y_k^{iq}}{N} \tag{19}$$

式中：$(\cdot)^\dagger$ 为 $(\cdot)$ 共轭转置。

当 N 足够大时，$T_{\theta_k|\theta_{-k}}^{iq}$ 服从高斯分布，$T_{\theta_k|\theta_{-k}}^{iq} \sim N(\mu_{\theta_k,\theta_{-k}}, \sigma_{\theta_k,\theta_{-k}}^2)$，其均值和方差分别为

$$\mu_{\theta_k,\theta_{-k}}(k) = |g_1|^2(\theta\sigma_x^2(k) + \varepsilon\sigma_s^2 + \sigma_w^2) + |g_2|^2(\theta_{-k}\sigma_x^2(-k) + \varepsilon\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \tag{20}$$

$$\sigma_{\theta_k,\theta_{-k}}^2(k) = \frac{(\mu_{\theta_k,\theta_{-k}}(k))^2}{N} \tag{21}$$

则可计算出频带 k 端干扰感知的虚警概率和检测概率分别为

$$P_{fa|\theta_{-k}}^{iq}(k) = \Pr(T_{0|\theta_{-k}}^{iq} > \gamma_k^{iq}) \simeq Q\left(\frac{\gamma_k^{iq} - \mu_{0,\theta_{-k}}(k)}{\sqrt{\sigma_{0,\theta_{-k}}^2(k)}}\right) = Q\left(\frac{\gamma_k^{iq} - \sigma_w^2(|g_1|^2 + \mathrm{INR}_k)}{\sigma_w^2(|g_1|^2 + \mathrm{INR}_k)/\sqrt{N}}\right) \tag{22}$$

$$P_{d|\theta_{-k}}^{iq}(k) = \Pr(T_{1|\theta_{-k}}^{iq} > \gamma_k^{iq}) \simeq Q\left(\frac{\gamma_k^{iq} - \mu_{1,\theta_{-k}}(k)}{\sqrt{\sigma_{1,\theta_{-k}}^2(k)}}\right) = Q\left(\frac{\gamma_k^{iq} - \sigma_w^2(\mathrm{SNR}_k + \mathrm{INR}_k)}{\sigma_w^2(\mathrm{SNR}_k + \mathrm{INR}_k)/\sqrt{N}}\right) \tag{23}$$

式中：γ_k^{iq} 为预设阈值；$\mathrm{INR}_k = |g_2|^2\left(1 + \theta_{-k}\mathrm{inr}(k) + \varepsilon\frac{\sigma_s^2(-k)}{\sigma_w^2} + \varepsilon\frac{|g_1|^2\sigma_s^2(k)}{|g_2|^2\sigma_w^2}\right)$ 为接收端频带 k 的干扰噪声比，$\mathrm{inr}(k) = \sigma_x^2(-k)/\sigma_w^2$ 为镜像干扰噪声比；$\mathrm{SNR}_k = |g_1|^2(1 + \mathrm{snr}(k))$ 为接收端频带 k 的信噪比，$\mathrm{snr}(k) = \sigma_x^2(k)/\sigma_w^2$ 为 IQ 通道平衡时的信噪比。

考虑到在频带 $-k$ 处，干扰信号的出现概率 q 服从贝努利分布，即 $\Pr(\theta_{-k} = 0) = 1 - q$，$\Pr(\theta_{-k} = 1) = q$，则式(22)、式(23)可改写为

$$P_{fa}^{iq}(k) = (1-q)P_{fa|0}^{iq}(k) + qP_{fa|1}^{iq}(k) \tag{24}$$

$$P_{d}^{iq}(k) = (1-q)P_{d|0}^{iq}(k) + qP_{d|1}^{iq}(k) \tag{25}$$

同理,当虚警概率一定时,由式(22)、式(24)可计算出频带 k 端干扰存在与否的判决阈值:

$$\gamma^{\mathrm{iq}}(k)=Q^{-1}(P_{\mathrm{fa}}^{\mathrm{trgt}})\frac{\mu_{0,0}(k)}{\sqrt{N}}+\mu_{0,0}(k) \tag{26}$$

式中:$\mu_{0,0}(k)=\kappa_{\mu}(\varepsilon\sigma_s^2+\sigma_w^2)$。

4　镜像信道干扰信号删除

SCAJ 系统中 IQ 通道失衡时,失衡系数 $g_1\neq g_2$,其所产生的镜像干扰导致接收机对远端干扰信号的检测概率减小,从而降低了 CDL 抗干扰能力。为此,下面提出一种镜像信道干扰信号删除方法。

IQ 通道失衡的多频带接收机中,频带 k 的镜像信道,即频带 $-k$ 的接收信号为

$$y_{-k|\theta_k,\theta_{-k}}^{\mathrm{iq}}(n)=g_1y_{-k|\theta_{-k}}^{\mathrm{ideal}}(n)+g_2(y_{k|\theta_k}^{\mathrm{ideal}}(n))^* \tag{27}$$

N 个镜像信号样本 $y_{-k}^{\mathrm{iq}}=[y_{-k|\theta_k,\theta_{-k}}^{\mathrm{iq}}(n),y_{-k|\theta_k,\theta_{-k}}^{\mathrm{iq}}(n+1),\cdots,y_{-k|\theta_k,\theta_{-k}}^{\mathrm{iq}}(N+n-1)]^{\mathrm{T}}$ 的平均能量为

$$T_{\theta_{-k}|\theta_k}^{\mathrm{iq}}=\frac{(y_{-k}^{\mathrm{iq}})^{\dagger}y_{-k}^{\mathrm{iq}}}{N} \tag{28}$$

若镜像信号的总能量远大于噪声功率,即 $T_{\theta_{-k}|\theta_k}^{\mathrm{iq}}\gg\mu_{0,0}(k)$,则表明镜像信道 $-k$ 处有很强干扰,会导致虚警概率增大。当接收机中存在镜像信道干扰信号,即 $y_{k|\theta_k}^{\mathrm{iq}}(n)=y_{k|\theta_k,1}^{\mathrm{iq}}(n)$,$y_{-k|\theta_k}^{\mathrm{iq}}(n)=y_{-k|\theta_k,1}^{\mathrm{iq}}(n)$,$y_{-k}^{\mathrm{ideal}}(n)=y_{-k|1}^{\mathrm{ideal}}(n)$,比较式(18)、式(27)可以看到,若从频带 k 的接收信号中减去频带 $-k$ 端信号,则能够抑制镜像干扰,经此干扰删除后的信号为

$$\begin{aligned}y_{k|\theta_k}^{\mathrm{IC}}(n)&=y_{k|\theta_k}^{\mathrm{iq}}(n)-\beta(y_{-k|\theta_k}^{\mathrm{iq}}(n))^*=\\&(g_1-\beta g_2^*)y_{k|\theta_k}^{\mathrm{ideal}}(n)+\\&(g_2-\beta g_1^*)(y_{-k|\theta_{-k}}^{\mathrm{ideal}}(n))^*=\\&g_1^{\mathrm{IC}}y_{k|\theta_k}^{\mathrm{ideal}}(n)+g_2^{\mathrm{IC}}(y_{-k|\theta_{-k}}^{\mathrm{ideal}}(n))^*\end{aligned} \tag{29}$$

式中:β 为干扰消除系数;$g_1^{\mathrm{IC}}=g_1-\beta g_2^*$;$g_2^{\mathrm{IC}}=g_2-\beta g_1^*$。

则频带 k 端删除镜像干扰后 N 个信号样本 $y_k^{\mathrm{IC}}=[y_{k|\theta_k}^{\mathrm{IC}}(n),y_{k|\theta_k}^{\mathrm{IC}}(n+1),\cdots,y_{k|\theta_k}^{\mathrm{IC}}(N+n-1)]^{\mathrm{T}}$ 的平均能量为

$$\begin{aligned}T_k^{\mathrm{IC}}&=\frac{(y_k^{\mathrm{IC}})^{\dagger}y_k^{\mathrm{IC}}}{N}=\\&|g_1^{\mathrm{IC}}|T_k^{\mathrm{ideal}}+|g_2^{\mathrm{IC}}|T_{-k}^{\mathrm{ideal}}+2\mathrm{Re}\{g_1^{\mathrm{IC}}(g_2^{\mathrm{IC}})^*R_k\}\end{aligned} \tag{30}$$

式中:$T_k^{\mathrm{ideal}}=(y_k^{\mathrm{ideal}})^{\dagger}y_k^{\mathrm{ideal}}/N$为理想接收机中频带 k 处信号平均能量;$T_{-k}^{\mathrm{ideal}}=(y_{-k}^{\mathrm{ideal}})^{\dagger}y_{-k}^{\mathrm{ideal}}/N$为 $-k$ 处信号平均能量;$R_k=(y_k^{\mathrm{ideal}})^{\mathrm{T}}y_{-k}^{\mathrm{ideal}}/N$。

同理,T_k^{IC} 服从高斯分布,即 $T_k^{\mathrm{IC}}\sim N(\mu_{\theta,\mathrm{IC}}(k),\sigma_{\theta,\mathrm{IC}}^2(k))$,其均值和方差分别为

$$\begin{aligned}\mu_{\theta,\mathrm{IC}}(k)=&|g_1^{\mathrm{IC}}|^2(\theta\sigma_x^2(k)+\varepsilon\sigma_s^2(k)+\sigma_w^2)+\\&|g_2^{\mathrm{IC}}|^2(\theta\sigma_x^2(-k)+\varepsilon\sigma_s^2(-k)+\sigma_w^2)\end{aligned} \tag{31}$$

$$\sigma_{\theta,\mathrm{IC}}^2(k)=\frac{(\mu_{\theta,\mathrm{IC}}(k))^2}{N} \tag{32}$$

假设 γ_k^{IC} 为多频带 IQ 通道失衡接收机干扰删除后的预设阈值,从而可得到镜像信道干扰信号删除后的 SCAJ 系统的虚警概率和检测概率分别为

$$P_{\mathrm{fa}}^{\mathrm{IC}}(k)\simeq Q\left(\frac{\gamma_k^{\mathrm{IC}}-\mu_{0,\mathrm{IC}}(k)}{\sqrt{\sigma_{0,\mathrm{IC}}^2(k)}}\right)=Q\left(\frac{\gamma_k^{\mathrm{IC}}-\mu_{0,\mathrm{IC}}(k)}{\mu_{0,\mathrm{IC}}(k)\sqrt{N}}\right) \tag{33}$$

$$P_{\mathrm{d}}^{\mathrm{IC}}(k)\simeq Q\left(\frac{\gamma_k^{\mathrm{IC}}-\mu_{1,\mathrm{IC}}(k)}{\sqrt{\sigma_{1,\mathrm{IC}}^2(k)}}\right)=Q\left(\frac{\gamma_k^{\mathrm{IC}}-\mu_{1,\mathrm{IC}}(k)}{\mu_{1,\mathrm{IC}}(k)\sqrt{N}}\right) \tag{34}$$

理论上,由式(29)可知,仅当 $g_2^{\mathrm{IC}}(y_{-k}^{\mathrm{ideal}}(n))^*$ 完全删除,即 $g_2^{\mathrm{IC}}=g_2-\beta g_1^*=0$,最优干扰抑制系数 $\beta_{\mathrm{opt}}=g_2/g_1^*$ 时,才能完全消除镜像干扰。而在实际通信系统中,由于失衡系数 g_1、g_2 的不确定性,难以直接确定最优干扰抑制系数,故需定义干扰抑制的估计系数 β_{est}。假设 N 和镜像干扰足够大,即 $R_k\simeq0$,$T_{-k}^{\mathrm{ideal}}\gg T_k^{\mathrm{ideal}}$,可得

$$\beta_{\mathrm{est}}=\frac{(y_k^{\mathrm{iq}})^{\mathrm{T}}y_{-k}^{\mathrm{iq}}}{T_{-k}^{\mathrm{iq}}}=\frac{g_1g_2(T_k^{\mathrm{ideal}}+T_{-k}^{\mathrm{ideal}})+(g_1^2+g_2^2)R_k}{|g_1|^2T_{-k}^{\mathrm{ideal}}+|g_2|^2T_k^{\mathrm{ideal}}+2\mathrm{Re}(g_1g_2^*R_k)} \tag{35}$$

若 $|g_1|^2\gg|g_2|^2$,即 $\rho\to1$,$\phi\to0$,则 $\beta_{\mathrm{est}}\simeq g_2/g_1^*=\beta_{\mathrm{opt}}$,故式(29)可写为

$$Y_{k|\theta}^{\mathrm{IC}}=(g_1-|g_2|^2/g_1^*)y_{k|\theta}^{\mathrm{ideal}}(n) \tag{36}$$

接收信号的总能量为

$$\begin{aligned}M_k^{\mathrm{IC}}&=(|g_1|^2+|g_2|^4/|g_1|^2-2|g_2|^2)T_k^{\mathrm{ideal}}\simeq\\&(|g_1|^2-2|g_2|^2)T_k^{\mathrm{ideal}}\end{aligned} \tag{37}$$

当 $(|g_2|^4/|g_1|^2)/(|g_1|^2+|g_2|^4/|g_1|^2-2|g_2|^2)$很小时,$|g_2|^4/|g_1|^2$ 项可忽略不计。又 $\mu_{0,0}(-k)\simeq\mu_{0,0}(k)=(|g_1|^2+|g_2|^2)(\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)$,可得 M_k^{IC} 的方差为

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{IC}}^2(k)&=\mu_{0,0}(k)-3|\beta_{\mathrm{opt}}|^2\mu_{0,0}(-k)\simeq\\&(|g_1|^2-2|g_2|^2)(\sigma_w^2+\varepsilon\sigma_s^2)\end{aligned} \tag{38}$$

由式(33)、式(38)可得镜像信道干扰信号删除后的干扰判决阈值为

$$\tilde{\gamma}_k^{\mathrm{IC}}=\sigma_{\mathrm{IC}}^2(k)[Q^{-1}(P_{\mathrm{fa}}^{\mathrm{IC}}(k))/\sqrt{N}+1]\simeq$$

北航学报 赠阅

$$(|g_1|^2-2|g_2|^2)\gamma^{\text{ideal}} \tag{39}$$

可以看到，若镜像干扰较大，$(|g_1|^2-2|g_2|^2)\to 1$，干扰判决阈值 $\tilde{\gamma}_k^{\text{IC}}\simeq\gamma^{\text{ideal}}$，故镜像信道干扰信号删除后的感知结果接近于理想接收机，即 $P_{\text{fa}}^{\text{IC}}(k)\leqslant P_{\text{fa}|1}^{\text{iq}}(k)$。另一方面，若镜像信道干扰信号较小，IQ 通道失衡对干扰感知的影响较低，故本文所提干扰删除方法适用于镜像干扰较大的情形，为工程实现提供理论依据。

5 仿真结果与分析

下面通过仿真实验来分析 SCAJ 系统的干扰感知性能。设置仿真参数为：信号样本数 $N=10^4$，采样频率为 10 MHz，虚警概率为 0.1，考虑到经过 JADIC 处理后的残留自干扰较小，故选取自干扰系数 $\varepsilon=0.005$，$\sigma_s^2/\sigma_w^2=50$ dB。图 2 给出了虚警概率为 0.1 时，相位相同、幅度不同（$\phi=10°$，$\rho=0.99,0.75,0.60$）和幅度相同、相位不同（$\rho=0.90$，$\phi=10°,20°,30°$）的单频带 IQ 通道失衡 SCAJ 接收机干扰检测概率。

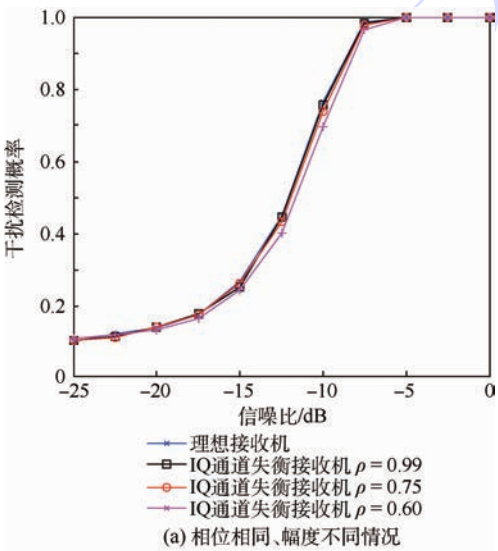


图 2 单频带 SCAJ 接收机的干扰检测概率

Fig. 2 Jamming detection probability for single-channel SCAJ receiver

在多频带 SCAJ 接收机中，设定虚警概率为 0.1，IQ 通道失衡幅度和相位为：$\rho=0.90$，$\phi=10°$。图 3(a)给出了镜像干扰噪声比 inr = 10 dB、镜像干扰出现概率 $q=0.3,0.5,0.7,0.9$ 时，多频带 SCAJ 接收机的干扰检测概率，图 3(b)给出了 $q=1.0$、镜像干扰噪声比 inr = 10，8，3，0 dB 时，多频带 SCAJ 接收机的干扰检测概率。

由图 3(a)可以看到，在多频带 IQ 通道失衡接收机中，当虚警概率和镜像干扰噪声比一定时，随着镜像干扰出现的概率增大，则接收机干扰检测概率越低。这是因为 IQ 通道失衡产生的镜像干扰降低了SCAJ接收机干扰感知性能，使得其

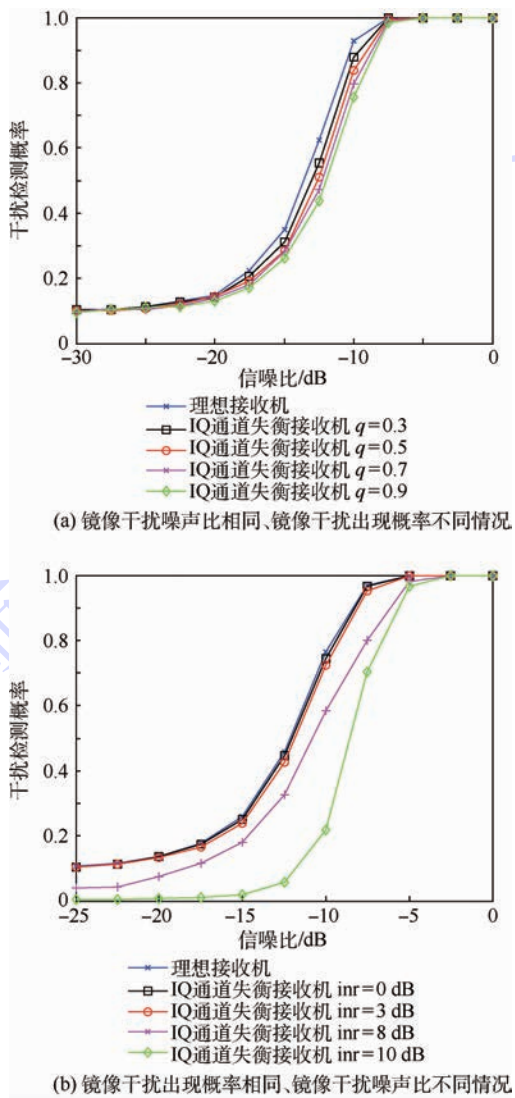


图 3 多频带 SCAJ 接收机的干扰检测概率

Fig. 3 Jamming detection probability for multi-channel SCAJ receiver

检测概率低于理想接收机。同理，图 3(b)给出了当镜像干扰出现概率一定时，随着镜像干扰信噪比的增加，接收机的干扰检测概率降低，当镜像干扰噪声比低于 3 dB 时，接收机的干扰检测概率接近于理想接收机。符合前述理论分析结果，即镜像干扰信号较小时，IQ 通道失衡对干扰感知的影响也较低。

在多频带 SCAJ 接收机中，设定镜像干扰出现概率 $q = 1.0$，镜像干扰噪声比 inr = 8 dB，图 4 给出了对接收信号镜像信道干扰信号删除后的干扰检测概率。可知，当镜像干扰噪声比大于3 dB 时，采用镜像信道干扰信号删除后的 SCAJ 接收机干扰感知性能可达到理想接收机的性能。又由图 3(b)可知，镜像干扰噪声比小于 3 dB 时，IQ 通道失衡对接收机的干扰感知性能影响不大，无需进行干扰删除。因此，需根据多频带 IQ 通道失衡接收机中镜像干扰大小的不同情况合理选取干扰删除方法来提高 SCAJ 干扰感知性能。

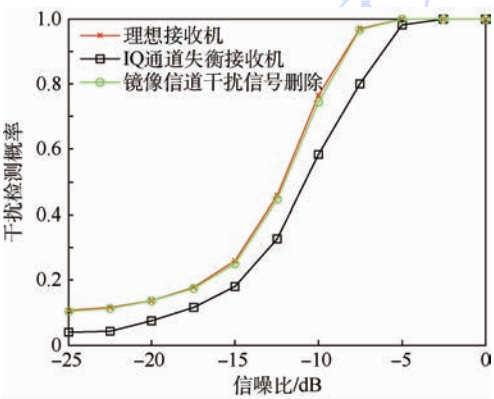


图 4　镜像干扰删除的多频带 SCAJ 接收机干扰检测概率

Fig. 4　Jamming detection probability for multi-channel SCAJ receiver without image interference

6　结　论

1）基于能量检测的干扰感知方法，研究 IQ 通道失衡对 SCAJ 接收机干扰感知能力的影响。

2）推导出单/多频带接收机的干扰检测概率和虚警概率的闭式表达。

3）采用镜像信道干扰信号删除方法，可降低 IQ 通道失衡对接收机的不利影响，提高 CDL SCAJ 系统性能。

同时，需要根据镜像干扰大小的不同情况来合理选取干扰删除方法。注意到，本文虽然采用了能量检测的干扰感知方法，但是对于其他干扰感知方法也可类似地分析 SCAJ 系统性能，这也是进一步的研究工作。

参考文献（References）

[1] DJOUMESSI E E, TATU S O, WU K. Frequency-agile dualband direct conversion receiver for cognitive radio systems[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2010, 58(1): 87-94.

[2] RAZAVI B. Cognitive radio design challenges and techniques [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2010, 45(8): 1542-1553.

[3] ZENG Y, LIANG Y C, HOANG A T, et al. A review on spectrum sensing for cognitive radio: Challenges and solutions[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Proccessing, 2010, 2010: 1-15.

[4] ZHENG F, QIAN Y M, LI H T. On the performance of full duplex cognitive anti-jamming receiver impaired by phase noise [C]// 2015 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 1-5.

[5] VERLANT-CHENET J, RENARD J, DRICOT J, et al. Sensitivity of spectrum sensing techniques to RF impairments[C]// 2010 IEEE 71st Vehicular Technology Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 1-5.

[6] ELSAMADOUNY A, GOMAA A, AL-DHAHIR N. Likelihood-based spectrum sensing of OFDM signals in the presence of TX/RX I/Q imbalance[C]// 2012 IEEE Global Communications Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 3616-3621.

[7] SEMIARI O, MAHAM B, YUEN C. Effect of IQ imbalance on blinds spectrum sensing for OFDMA overlay cognitive radio [C]//2012 1st IEEE International Conference on Communications in China. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 433-437.

[8] GOKCEOGLU A, DIKMESE S, VALKAMA M, et al. Energy detection under IQ imbalance with single-and multi-channel direct-conversion receiver: Analysis and mitigation [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2014, 32(3): 411-424.

[9] GOKCEOGLU A, DIKMESE S, VALKAMA M, et al. Analysis and mitigation of RF IQ imbalance in eigenvalue based multi-channel spectrum sensing[C]// 2013 IEEE 24th International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 734-739.

[10] GOKCEOGLU A, DIKMESE S, VALKAMA M, et al. Enhanced energy detection for multi-band spectrum sensing under RF imperfections[C]// 2013 8th International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Netwroks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 55-60.

[11] KORPI D, ANTTILA L, SYRJALA V, et al. Widely-linear digital self-interference cancellation in direct-conversion full-duplex transceiver[C]// IEEE Proceedings on Communications in China. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 433-437.

[12] AHMED E, ELTAWIL A M. All-digital self-interference cancellation technique for full-duplex systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(7): 3519-3532.

[13] FITZ M P, HALFORD T R, HOSSAIN I, et al. Towards simultaneous radar and spectral sensing[C]// IEEE International Sym-

posium on Dynamic Spectrum Access Networks: SSPARC Workshop. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 15-19.

[14] KOLODZIEJ K E, PERRY B T, HERD J S. Simultaneous transmit and receive (STAR) system architecture using multiple analog cancellation layers[C]//2015 IEEE MTT-S International Microwave Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015.

[15] ENSERINK S, FITZ M P, GU C Y, et al. Joint analog and digital interference cancellation[C]//2014 IEEE International Symposium on Dynamic Spectrum Access Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 378-379.

[16] 黎海涛,钱一名. 网电空间数据链的认知抗干扰技术[J]. 航空学报,2016,37(11):3476-3484.
LI H T, QIAN Y M. Simultaneous transmit and receive based cognitive anti-jamming for cyberspace data-link[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3476-3484 (in Chinese).

作者简介:

黎海涛 男,副教授。主要研究方向:通信系统、信号处理、网络技术等。

钱一名 女,硕士研究生。主要研究方向:通信与信号处理。

On the IQ imbalance at STAR based cognitive anti-jamming system

LI Haitao*, QIAN Yiming

(Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: To enhance the anti-jamming capability of cyberspace data-link (CDL) in the complex electromagnetic environment, we explore the problem of the image interference caused by IQ channel imbalance in simultaneous transmit and receive based cognitive anti-jamming (SCAJ) system. The interference sensing of single-and multi-channel SCAJ system impaired by IQ channel imbalance is investigated, and energy detection based detection and false alarm probabilities in closed-form for SCAJ system are derived. Simulation results show that the detection probability of the SCAJ receiver is decreased by IQ channel imbalance, and the proposed interference cancellation scheme can reduce the adverse effect of IQ imbalance.

Keywords: cyberspace data-link (CDL); IQ imbalance; simultaneous transmit and receive; cognitive anti-jamming; image interference

Received: 2016-03-14; **Accepted**: 2016-05-13; **Published online**: 2016-06-02 17:04

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160602.1704.001.html

Foundation item: Project Supported by Program of the Science and Technology on Avionics Integration Laboratory and the Aeronautical Science Foundation of China (2013ZC15003)

* **Corresponding author**. E-mail: lihaitao@bjut.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0202

跨声速副翼效率高精度静弹分析及试飞验证

何飞[1,2,*], 杨超[1], 但聃[2], 刘海[2], 王明[2]

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 成都飞机设计研究所 总体技术部, 成都 610000)

摘 要: 跨声速副翼效率一直是静弹分析领域的热点和难点问题之一。目前,基于计算流体力学(CFD)/计算结构动力学(CSD)耦合的高精度静弹分析方法用于此类问题时还存在网格变形鲁棒性以及分析结果缺乏有效验证等问题。针对上述问题,提出了基于虚拟网格及虚拟位移的网格变形方法,对于迭代中出现的非物理振荡、非一致收敛问题,采用了松弛迭代以及部件载荷综合残差收敛方法。基于上述方法,分析了某型战斗机的跨声速(Ma = 0.95)副翼效率,给出了静弹变形对翼面激波位置、激波强度、压力分布的影响以及副翼效率的弹性修正系数。为验证分析结果,开展了静弹试飞辨识,两者吻合良好,表明本文所提方法可以满足复杂构型跨声速副翼效率高精度静弹分析的需求,对于提高静弹工程设计能力具有重要意义。

关 键 词: 静气动弹性; CFD/CSD 耦合; 跨声速; 副翼效率; 试飞辨识
中图分类号: V221.3
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0457-07

静气动弹性(简称静弹)是现代战机设计中的重要研究内容,其分析结果对飞行控制及飞行载荷设计均有重要影响。其中,副翼效率的静弹分析一直以来备受关注,这是因为副翼一般处于机翼的外侧,弹性变形量相对较大,弹性变形对舵面效率的影响非常显著,美国气动弹性领域著名的 AAW(Active Aeroelastic Wing)项目就是由某型超声速战机出现副翼反效问题所引发,并针对 F-18 战机开展了大量深入的研究[1-4]。

副翼效率静弹分析的难点主要集中在跨声速区域,在此速度区域,副翼表面常会出现局部激波及激波附面层干扰等强非线性现象,同时激波位置和强度会随着舵面弹性变形而改变,气动和结构之间表现出非线性强耦合特征,给静弹分析带来很大困难。

目前,针对上述问题,工程设计上一般还沿用基于面元法和结构耦合的线化分析方法,分析精度难以令人满意,分析结果用于飞控设计后可导致地面仿真结果和实际飞行结果出现较大偏差。

近年来,基于计算流体力学(CFD)/计算结构动力学(CSD)耦合的高精度静弹分析方法快速发展。在网格变形方面,从 20 世纪 90 年代以来,已经发展出了多种方法,并不同程度地得到了应用。张伟伟[5]、张来平[6]等总结了网格变形技术的研究进展,并对超限插值法、弹簧法、Delaunay 背景网格插值法、径向基函数插值法等给出了详细的介绍及比较。在应用方面, Prananta 和 Meijer[7] 将 CFD/CSD 耦合方法用于F-16飞机的全机跨声速静弹分析。

由上述分析可见,基于 CFD/CSD 耦合的高精度静弹分析方法理论上可以较好解决跨声速副翼效率的静弹问题,但从工程适用角度及目前的应用情况看,主要还存在以下问题:①舵面

收稿日期: 2016-03-15; **录用日期**: 2016-06-12; **网络出版时间**: 2016-09-12 10:13
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160912.1013.001.html
* **通讯作者**: E-mail: hefei1073@163.com

引用格式: 何飞, 杨超, 但聃, 等. 跨声速副翼效率高精度静弹分析及试飞验证[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 457-463. HE F, YANG C, DAN D, et al. High-accuracy static aeroelastic analysis of fighter's transonic aileron efficiency and test flight verification[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 457-463 (in Chinese).

北航学报 赠阅

偏转后局部网格变形鲁棒性问题。由于用于网格变形的函数一般都是多阶连续的(如径向基函数),用于连续变形问题效果较好,但舵面的存在经常导致局部变形出现间断,从而导致网格变形失败,尤其是用于附面层网格时。②分析结果缺乏有效验证。CFD/CSD 耦合方法目前用于整体翼面类问题的分析较多,用于舵面效率的分析相对较少,分析结果更是缺乏试验或试飞的有效验证,用于实际复杂工程问题的能力亟待检验。

针对上述问题,本文提出了基于虚拟网格及虚拟位移的网格变形方法,对于迭代中出现的非物理振荡、非一致收敛问题,在迭代策略、收敛判据方面也进行了改进设计,并将上述方法用于某型战斗机跨声速副翼效率的静弹分析,为验证分析结果,开展了静弹试飞辨识,两者吻合良好,表明本文所提方法可以满足跨声速副翼效率高精度静弹分析的需求,对于提高静弹工程设计能力具有重要意义。

1 计算模型及网格

本文计算模型为某型战斗机,包括机身、机翼及尾翼等全部部件,机翼上的舵面包括前缘襟翼、后缘襟翼以及副翼。

气动网格采用非结构混合网格,全机网格总数约为 450 万,其中用于模拟附面层流动的三棱柱网格数约为 220 万,第 1 层三棱柱网格距离壁面 10^{-4} m,所有舵面均单独分区生成网格,机翼表面网格及剖面空间网格如图 1 所示。

结构有限元模型采用经地面振动试验(GVT)修正后的全机动力学有限元模型,翼面部分模型如图 2 所示。

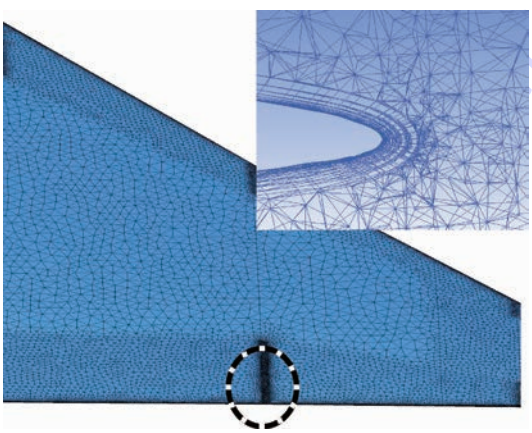


图 1 机翼非结构混合气动网格

Fig. 1 Non-structural hybrid aerodynamic mesh of wing

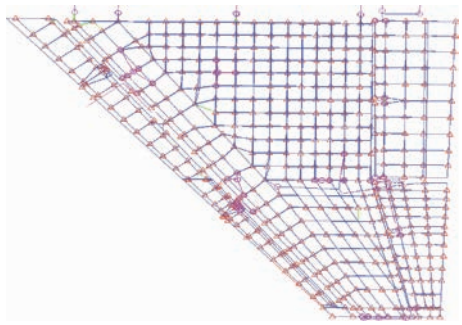


图 2 机翼动力学有限元模型

Fig. 2 Dynamic finite element model of wing

2 计算方法

为进行高精度的静弹分析,本文发展了基于 Navier-Stokes 方程求解器及 Nastran 有限元分析软件的流固耦合计算方法,为了提高计算的精度和鲁棒性,本文重点在空间网格变形、松弛迭代、收敛判据方面进行了优化改进。

2.1 空间网格变形

本文空间网格变形采用基于径向基函数的插值方法[8-11],该方法实质上是一种散乱数据的插值方法,因此对网格类型适应性很强,适合本文混合网格的变形插值。具体插值方法如下:

$$\Delta \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\phi}_{vs}\boldsymbol{\phi}_{ss}^{-1}\Delta \boldsymbol{S} \tag{1}$$

式中:$\Delta \boldsymbol{V}$ 和 $\Delta \boldsymbol{S}$ 分别为空间网格和表面网格的位移;$\boldsymbol{\phi}_{ss}$ 为表面网格点之间的基函数矩阵;$\boldsymbol{\phi}_{vs}$ 为空间网格点和表面网格点之间的基函数矩阵。对于给定的网格,$\boldsymbol{\phi}_{ss}$ 和 $\boldsymbol{\phi}_{vs}$ 均为已知量。因此,当表面网格位移确定后,根据式(1)即可得到空间网格的位移。

为降低插值矩阵计算量,提高变形效率,在应用该插值方法的过程中,采用了贪心算法、函数空间子集逐级逼近等算法[12-15]。

应用上述方法进行混合网格变形的难点集中在附面层网格上,因为其尺度非常小,如果变形连续,则问题不大,但在分析舵面问题时,由于舵面变形和主翼面变形一般并不连续,常会发生网格交叉,导致计算崩溃,为此,本文提出了基于虚拟网格和虚拟位移的变形方法。

根据式(1),空间网格点的位移由网格点的相对位置及表面网格位移决定,然而对于确定的流固耦合问题,这些已无法改变。网格产生交叉主要是因为用于插值的径向基函数是高阶连续函数,不能很好适应间断变形问题的处理,通过在间断变形处设置虚拟点和该点的虚拟位移,相当于在间断边界处强制增加了约束条件,可有效解决间断变形问题。在理论上表现为在式(1)中增加

北航学报 赠阅

辅助项，假设局部存在虚拟表面网格，其虚拟位移为 $\Delta \boldsymbol{S}_0$，则空间网格位移可写为

$$\Delta \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\phi}_{vs}\boldsymbol{\phi}_{ss}^{-1}\Delta \boldsymbol{S} + \boldsymbol{\phi}_{vs_0}\boldsymbol{\phi}_{s_0s_0}^{-1}\Delta \boldsymbol{S}_0 \tag{2}$$

根据径向基函数的性质，虚拟表面网格对临近空间网格将有显著影响，随着距离的增加，其影响量将急剧衰减，最终起到改善局部空间网格质量的作用。

在实际应用中，只需要增加几个网格点即可，对于本文静弹分析中出现的网格间断变形情况（见图 3），其虚拟点设置如图 4 所示（共 4 个）。虚拟位移一般设为和其流向最近网格点的位移相等或在此基础上适当增减。采用该方法前后的网格变形对比如图 5 所示（图 3 中 B 剖面），可见，虚拟点的存在明显缓解了间断变形处的网格挤压，负体积网格消失，达到了虚拟点的设置目的。

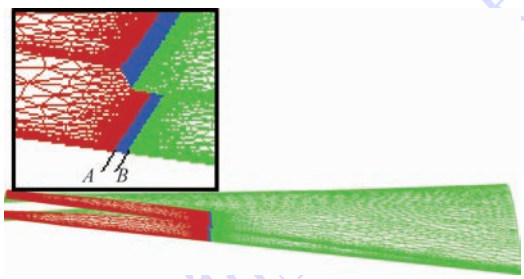


图 3　机翼表面网格变形情况

Fig. 3　Deformation of wing surface mesh

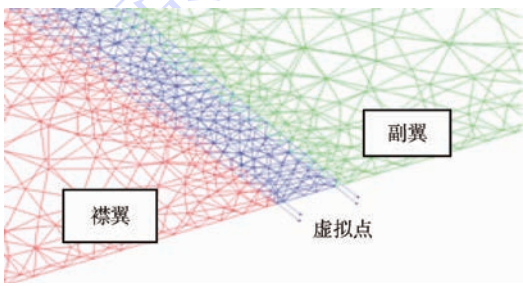


图 4　虚拟点的设置

Fig. 4　Dummy grids setting

2.2　松弛迭代

常规的流固耦合迭代以本次结构变形作为下一次流体计算的外形，但本文在副翼效率的静弹分析中发现，由于存在局部激波，激波位置以及强度随静弹变形而改变后对机翼外段气动载荷影响显著，导致常规迭代方法产生非物理振荡。为解决此问题，本文采用了一种改进的迭代方法——松弛迭代，具体操作方法如下：

1）迭代步数 $N=1$ 时，采用常规迭代方法，并记下该步结构位移 X_1。

2）迭代步数 $N=2$ 时，结构位移 $X_2=(X_1+X_2')/2$，X_2' 为第 2 步的直接计算位移，X_2 为最终使用的松弛位移（下同）。

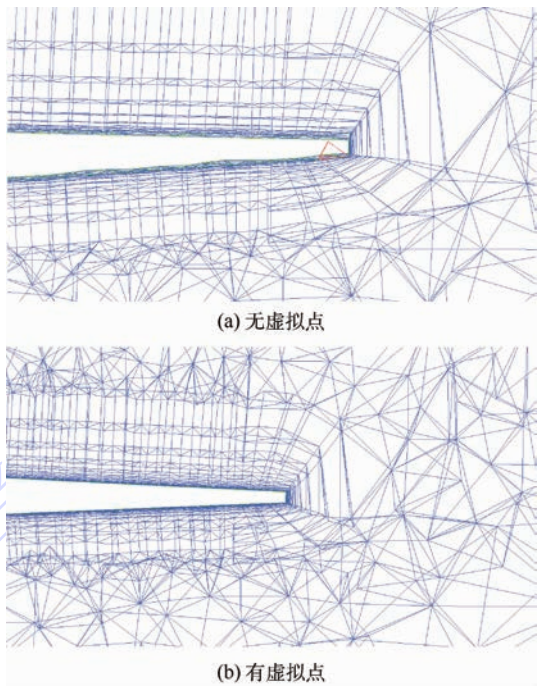


图 5　虚拟点对空间网格变形的影响

Fig. 5　Influence of dummy grids on space mesh deformation

3）迭代步数 $N\geqslant 3$ 时，$X_N=(X_{N-2}+X_{N-1}+X_N')/3$。

计算实践表明，采用上述方法后，可有效避免流固耦合出现非物理振荡并加速收敛。

2.3　收敛判据

流固耦合计算一般以翼尖最大位移作为收敛标准，但本文研究表明，在带舵面构型下，舵面和主机翼变形并不完全同步，翼尖位移收敛时，舵面上的变形并未收敛。因此，为提高计算精度，本文采用部件载荷作为收敛标准。

某部件第 N 步的第 i 分量残差定义如下：

$$\mathrm{Res}_{N_i}=(2F_{N_i}-F_{N-1_i}-F_{N-2_i})/F_{N_i} \tag{3}$$

式中：F_{N_i} 为第 N 步第 i 分量载荷。

该部件第 N 步的第 6 分量综合残差为

$$\mathrm{Res}_N=\sqrt{\sum_{i=1}^{6}(\mathrm{Res}_{N_i})^2/6} \tag{4}$$

当所有部件的综合残差均低于某一设定标准时，则认为迭代收敛。图6给出了典型计算状态

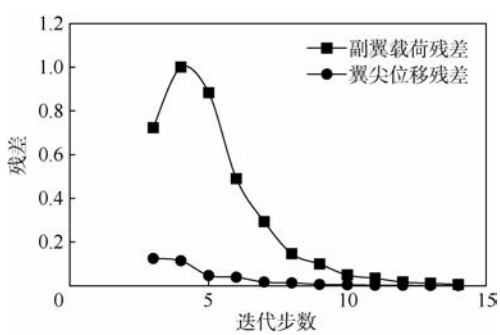


图 6　不同收敛判据比较

Fig. 6　Comparison of different convergent criterions

北航学报 赠阅

下副翼载荷与翼尖最大位移残差的收敛历程对比,可见以部件载荷作为收敛标准更准确。

3 试飞辨识

在副翼效率的试飞辨识中,飞机主要进行滚转机动飞行,滚转方向的单自由度动力学方程可以描述为

$$\mathrm{CRDA}\cdot\delta_A+\mathrm{CRDR}\cdot\delta_R+\mathrm{CRP}\cdot\omega+\mathrm{CR}\beta\cdot\beta=I_{xx}\dot{\omega} \tag{5}$$

式中:CRDA、CRDR、CRP 和 CRβ 分别为副翼、方向舵、滚转角速度以及侧滑角的滚转效率;δ_A、δ_R、ω、β 和 I_{xx} 分别为副翼偏度、方向舵偏度、滚转速率、侧滑角和飞机绕滚转轴的转动惯量。式(5)右侧是已知惯性项,方程左侧的各项中,飞行参数都是已知的,各导数项均是待辨识的未知量。

式(5)可以抽象为如下形式:

$$y=\beta_1x_1+\beta_2x_2+\cdots+\beta_mx_m \tag{6}$$

式中:$(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n)$ 为 CRDA、CRDR 等未知参数;$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 y 为可以从飞参记录仪读取的已知量。

每个试飞机动动作均有几十个甚至几百个时间步,对任意一个时间步,均可以写出上述方程。当有 n 个时间步时,可以形成方程组,用矩阵形式表达为

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X\beta} \tag{7}$$

一般来说,观测点数量 n 很大($n\gg m$),方程组(7)是矛盾方程组。为了尽可能从矛盾方程组中提取出有效信息,采用最小二乘法的原理对线性方程组进行改造。对方程组(7)中的每个方程都增加一个误差项 ε,方程组变为

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X\beta}+\varepsilon \tag{8}$$

式中:ε 为回归的误差。

定义误差函数如下:

$$w=\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\cdots+\varepsilon_n^2 \tag{9}$$

如果一组 $\boldsymbol{b}=(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n)$ 使得误差函数取得最小值,则称这一组 $\boldsymbol{b}=(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n)$ 为矛盾方程组的最小二乘解,由此获得各参数的辨识结果。

4 计算结果及试飞验证

本文将第 2 节和第 3 节的方法用于某型战斗机跨声速副翼效率的静弹分析,选择 $Ma=0.95$ 作为研究状态点,高度分别取 $H=3,6,9$ km,副翼偏度 $\delta_A\pm5°$,下面给出详细的计算结果以及试飞验证情况。

4.1 刚性气动力验证

为保证静弹分析精度,本文首先进行了刚性气动力计算精度的验证。图 7 给出了 $Ma=0.95$ 时,全机升力系数 C_L、俯仰力矩系数 C_m、机翼剖面(副翼展向中部)压力系数 C_p 分布和风洞试验结果对比。图中:α 为迎角。可见,采用本文的计算网格及气动力计算方法可以获得满意的跨声速计算效果。

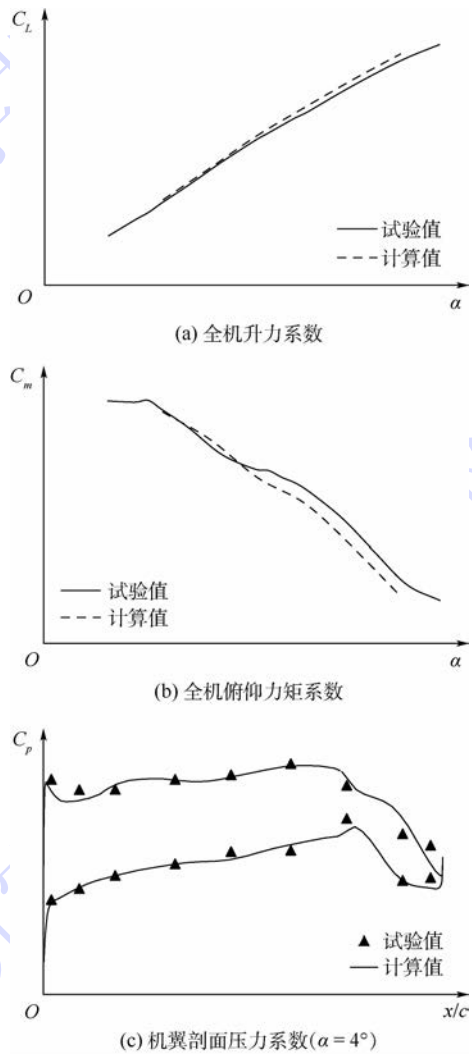


图 7 刚性气动力计算值与试验值的比较

Fig. 7 Comparision of rigid aerodynamics between calculation and test values

4.2 静弹计算结果

图 8 给出了 $Ma=0.95$、$\alpha=4°$、$\delta_A=5°$、$H=0$ km状态下机翼变形情况。可见,机翼此时有明显的向上翘曲变形。

机翼的变形对翼面压力分布产生了明显的影响。图 9 和图 10 给出了机翼上表面变形前后的压力分布云图以及副翼展向中间位置(图 9 中横线示位置)剖面压力系数的比较。可见,变形前,

副翼上表面存在明显的局部激波，变形后，由于后掠机翼的弯扭耦合效应以及副翼本身的弹性上偏变形导致激波位置显著前移，激波强度也明显减弱，表现出典型的跨声速静弹特征。

图 11 和图 12 给出了 $Ma=0.95$、$\alpha=4°$、$\delta_A=-5°$、$H=0$ km 状态下的机翼上表面变形前后的压力分布云图以及副翼展向中间位置（图9中横线位置）剖面压力系数的比较。可见，在副翼上偏时，激波主要出现在主翼面上，但副翼的气动特性变得更为复杂，出现了近似力偶现象，该力偶使得副翼有继续上偏的趋势，导致弹性变形后，主翼面和副翼之间的激波强度稍加强，副翼上近似力偶的载荷分布也有所改变，总体上变化不大，表现出与副翼下偏时截然不同的静弹特征。

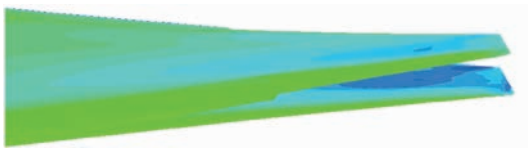


图 8　机翼气动网格变形

Fig. 8　Aerodynamic mesh deformation of wing

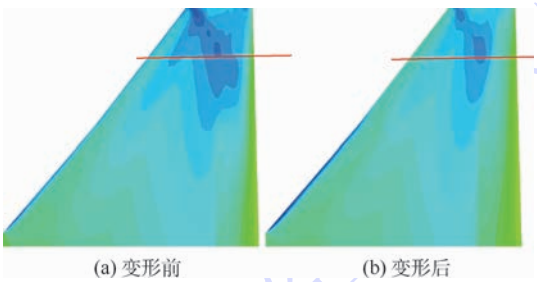


图 9　机翼上表面变形前后压力分布比较（$\delta_A=5°$）

Fig. 9　Comparison of pressure contour of wing's upper surface before and after deformation ($\delta_A=5°$)

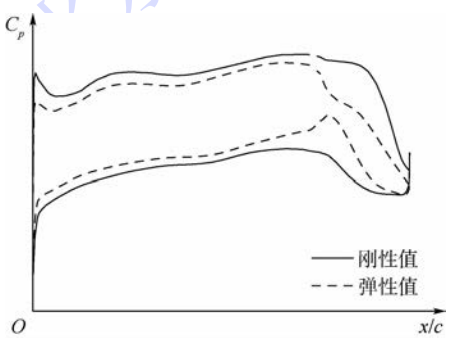


图 10　副翼剖面压力系数分布比较（$\delta_A=5°$）

Fig. 10　Comparison of aileron's section pressure coefficient distribution ($\delta_A=5°$)

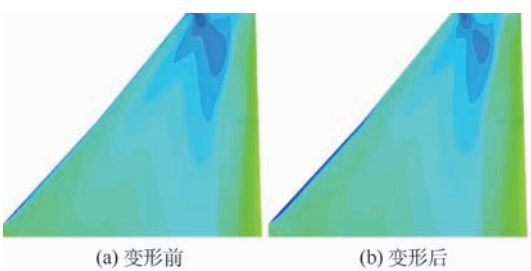


图 11　机翼上表面变形前后压力分布比较（$\delta_A=-5°$）

Fig. 11　Comparison of pressure contour of wing's upper surface before and after deformation ($\delta_A=-5°$)

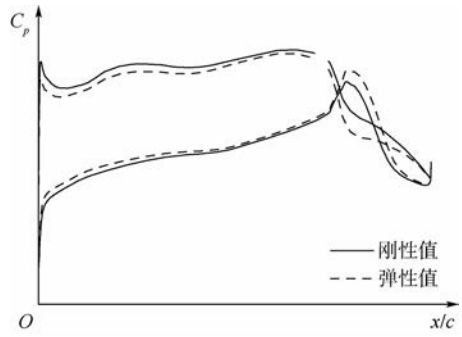


图 12　副翼剖面压力系数分布比较（$\delta_A=-5°$）

Fig. 12　Comparison of aileron's section pressure coefficient distribution ($\delta_A=-5°$)

4.3　试飞验证

本文所研究的某型战斗机在试飞期间针对跨声速副翼效率问题开展了广泛的静弹辨识试飞研究，试飞机动包括不同高度下的脉冲副翼操纵、横向扫频、稳定滚转等，根据第 3 节静弹试飞辨识方法，获得了不同高度下的副翼效率参数。

图 13 给出了 $Ma=0.95$ 时不同高度下副翼静弹修正系数 K 试飞结果与本文计算结果的比较。可见，在低高度时（大动压），两者的修正系数吻合良好，随着高度的增加（动压减小），差别略增大，这主要由飞行迎角增大后气动力计算精度下降所致（见图 7（a）和图 7（b））。试飞参数表明，$H=9$ km时的飞行迎角比 $H=3$ km 时一般大约 3°。

总体看来，本文计算结果和试飞辨识结果具有良好的一致性，验证了本文发展的高精度静弹计算方法的可靠性。

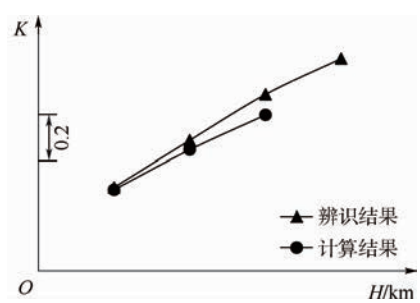


图 13　副翼效率静弹修正系数与试飞辨识结果的比较

Fig. 13　Comparison between static aeroelastic correction coefficient of aileron efficiency and test flight identification results

北航学报 赠阅

5 结 论

针对 CFD/CSD 耦合方法在跨声速舵面效率分析方面存在的问题,提出了基于虚拟网格和虚拟位移的网格变形方法,在迭代策略、收敛判据等方面也做了诸多针对性改进设计,并将之用于某型战斗机跨声速副翼效率的静弹分析,为验证分析结果,开展了静弹试飞辨识研究,结果表明:

1)跨声速区域,副翼表面出现局部激波等复杂气动现象且和弹性变形强烈耦合。

2)副翼效率弹性修正系数和试飞辨识结果吻合良好。

上述结果表明,本文所提方法可以满足现代战斗机对跨声速副翼效率高精度静弹分析的需求,对于提高静弹工程设计能力具有重要意义。

参考文献(References)

[1] BOEHM B, FLICK P, SANDERS B, et al. Static aeroelastic response predictions of the active aeroelastic wing (AAW) flight research vehicle: AIAA-2001-1372[R]. Reston: AIAA, 2001.

[2] HEEG J, SPAIN C V, FLORANCE J R, et al. Experimental results from the active aeroelastic wing wind tunnel test program: AIAA-2005-2234[R]. Reston: AIAA, 2005.

[3] WISEMAN C D, SILVA W A, SPAIN C V, et al. Transonic-small-disturbance and linear analyses for the active aeroelastic wing program: AIAA-2005-1995[R]. Reston: AIAA, 2005.

[4] LEE D H, BALDELLI D H, LINDSLEY N J, et al. Static aeroelastic and open-loop aeroservoelastic analyses for the F/A-18 AAW aircraft: AIAA-2007-2135[R]. Reston: AIAA, 2007.

[5] 张伟伟,高传强,叶正寅. 气动弹性计算中网格变形方法研究进展[J]. 航空学报,2014,35(2):303-319.
ZHANG W W, GAO C Q, YE Z Y. Research progress on mesh deformation method in computational aeroelasticity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(2): 303-319(in Chinese).

[6] 张来平,邓小刚,张涵信. 动网格生成技术及非定常计算方法进展综述[J]. 力学进展,2010,40(4):424-447.
ZHANG L P, DENG X G, ZHANG H X. Reviews of moving grid generation techniques and numerical methods for unsteady flow[J]. Advances in Mechanics, 2010, 40(4): 424-447(in Chinese).

[7] PRANANTA B B, MEIJER J J. Transonic static aeroelastic simulations of fighter aircraft: NLR-TP-2003-187[R]. Toronto: [s. n.], 2003.

[8] FRANK R. Scattered data interpolation: Tests of some methods[J]. Mathematics of Computation, 1982, 38(175): 181-200.

[9] 林言中,陈兵,徐旭. 径向基函数插值方法在动网格技术中的应用[J]. 计算物理,2012,29(2):191-197.
LIN Y Z, CHEN B, XU X. Radial basis function interpolation in moving mesh technique[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2012, 29(2): 191-197(in Chinese).

[10] 贾欢,孙秦. 基于径向基函数的动网格技术应用研究[J]. 机械科学与技术,2013,32(4):510-513.
JIA H, SUN Q. Analyzing dynamic grid based on radial basis function[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2013, 32(4): 510-513(in Chinese).

[11] ALLEN C B, RENDALL T C S. Unified approach to CFD-CSD interpolation and mesh motion using radial basis functions: AIAA-2007-3804[R]. Reston: AIAA, 2007.

[12] SHENG C H, ALLEN C B. Efficient mesh deformation using radial basis functions on unstructured meshes[J]. AIAA Journal, 2013, 51(3): 707-720.

[13] RENDALL T C S, ALLEN C B. An efficient fluid-structure interpolation and mesh motion scheme for large aeroelastic simulations: AIAA-2008-6235[R]. Reston: AIAA, 2008.

[14] 王刚,雷博琪,叶正寅. 一种基于径向基函数的非结构混合网格变形技术[J]. 西北工业大学学报,2011,29(5):784-788.
WANG G, LEI B Q, YE Z Y. An efficient deformation technique for hybrid unstructured grid using radial basis functions[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2011, 29(5): 784-788(in Chinese).

[15] 谢亮,徐敏,张斌,等. 基于径向基函数的高效网格变形算法研究[J]. 振动与冲击,2013,32(10):141-145.
XIE L, XU M, ZHANG B, et al. Space points reduction in grid deforming method based on radial basis functions[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(10): 141-145(in Chinese).

作者简介:

何飞 男,博士研究生,高级工程师。主要研究方向:静气动弹性、飞行载荷。

杨超 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计、气动弹性力学、飞行动力学。

北航学报 赠阅

High-accuracy static aeroelastic analysis of fighter's transonic aileron efficiency and test flight verification

HE Fei[1,2,*], YANG Chao[1], DAN Dan[2], LIU Hai[2], WANG Ming[2]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Department of General Design, Chengdu Aircraft Design & Research Institute, Chengdu 610000, China)

Abstract: The transonic aileron efficiency is a hotspot and difficulty in the field of static aeroelastic analysis. The computational fluid dynamics (CFD)/computational structural dynamics (CSD) interaction method can supply high-accuracy resolutions, but it still has problems of mesh deformation robustness and lack of verification. Aimed at the above issues, a new method of mesh deformation based on dummy grids and dummy deformation was developed, and for the problems of non-physical oscillation and non-uniformly convergence in the process of interaction, the lax iteration method and comprehensive residual criterions were used. Based on the methods, the transonic ($Ma=0.95$) aileron efficiency of a fighter was analyzed, and the shock position/strength and the pressure distribution due to the static aeroelastic deformation were presented. The ration of elastic and rigid aileron efficiency was compared to the results of flight identification, which proves that the methods can meet the requirement of high-accuracy analysis for transonic static aeroelastic problems of control surfaces. The methods are of great significance for static aeroelastic engineering design capability enhancement.

Keywords: static aeroelasticity; CFD/CSD interaction; transonic; aileron efficiency; test flight identification

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-15; **Accepted**: 2016-06-12; **Published online**: 2016-09-12 10:13
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160912.1013.001.html

* **Corresponding author**. E-mail: hefei1073@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0199

具有尾缘襟翼的风力机动力学建模与恒功率控制

张臻[1,*], 卢经纬[1], 梁宇坤[2]
(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083; 2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘 要: 具有尾缘襟翼的风力机在大型风力机领域具有广阔的应用前景。在具有可变尾缘襟翼的智能风力机中,通过控制襟翼偏转角可以调节风力机叶片的气动特性,可达到控制风电系统输出的目的。采用叶素动量方法建立了具有尾缘襟翼的风力机气动模型,在此基础上建立了智能风电系统的非线性动力学模型。基于动态逆方法对非线性系统进行线性化,采用 H_∞ 状态反馈方法设计了反馈控制器。针对 12~16 m/s 的阶跃风况和基于四分量模型所建立的实际风况进行了仿真验证,仿真结果表明,所设计的控制系统能有效控制风电系统的输出功率。

关 键 词: 风力机; 尾缘襟翼; 建模; 恒功率控制; 动态逆; 鲁棒控制
中图分类号: TM315; TP273
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0464-08

全下文载

随着环境问题的日益严峻,各国大力发展可再生能源,以达到优化能源结构、实现可持续发展的目的。风能作为一种安全清洁的能源,在中国储量巨大,是新能源发展战略中的重要组成部分[1]。

为了降低单位度电成本,风力机的大型化已成为发展趋势,这对风力发电技术提出了新的挑战。当风速高于额定风速时,为了保证风力机各部件的安全性和稳定性,应使风力机的输出功率稳定在额定值附近。目前,风力机控制风能吸收的方式主要有 2 种: ①被动地利用桨叶失速性能来限制高风速下的风能吸收;②主动变桨距来控制风能的吸收[2]。被动失速控制通过设计叶片的气动特性,使叶片在大风速下被动失速。但是在风速较大时,叶片的载荷较大,因此在设计叶片时除了考虑叶片的气动特性还需充分考虑叶片的强度,因而会增加叶片的质量,导致成本升高。主动变桨控制需要叶片实现大幅而又快速的变桨操作,因而存在控制带宽小、滞后严重、附加质量大以及维护成本高等问题。

近年来,具有可变尾缘襟翼的智能风力机成为大型风力机研究的热点[3-5]。文献[4]在风洞中开展了具有襟翼的风力机系统的控制试验,基于辨识出来的系统设计了 H_∞ 鲁棒控制器,风洞试验结果表明,变襟翼技术有效降低了风力机叶片受到的风载波动。文献[5]基于 FAST/Aerodyn 商用软件集成了尾缘襟翼的模拟仿真接口,设计了基于 Simulink 的 PID 控制器,仿真结果显示,变襟翼技术可以有效改变风力机系统所受到的载荷。与变桨控制相比,襟翼控制具有响应快、质量轻、可靠性高等优点,不需要增大风力机及其附属设备的质量,克服了桨距控制磨损轴承和执行机构的缺点。通过控制襟翼、改变叶片的升力系数等气动参数,可达到控制风力机受到的气动载荷、稳定输出的目的[6]。

目前,风力机气动力学分析、计算常用的方法有叶素动量方法(Blade Element Momentum Meth-

收稿日期: 2016-03-14; **录用日期**: 2016-06-12; **网络出版时间**: 2016-09-06 16:10
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160906.1610.008.html
基金项目: 国家自然科学基金 (61433011,51575544)
* **通讯作者**: E-mail: zhangzhen@buaa.edu.cn

引用格式: 张臻, 卢经纬, 梁宇坤. 具有尾缘襟翼的风力机动力学建模与恒功率控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 464-471. ZHANG Z, LU J W, LIANG Y K. Dynamic modeling and constant power control of wind turbines with trailing-edge flaps [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 464-471 (in Chinese).

od，BEM）[7]、广义动态尾流（Generalized Dynamic Wake，GDW）理论[8]、计算流体力学（Computational Fluid Dynamics，CFD）[9]等。BEM 是目前风力机设计和校核计算中应用最为广泛的方法，其计算方法较为简单，计算资源消耗较少，适合工程应用，对风力机气动计算模型进行了较大的简化，无法对流场细节进行模拟和分析。GDW 方法早期为研究直升机而诞生，优点在于包含了动态尾流效应、叶尖损失和偏斜流等，不足之处在于低风速、大气弹偏移或大叶轮锥角等条件下，可能出现较大气动偏差甚至不稳定现象。CFD 方法基于求解 Navier-Stokes 方程，可以较为细致地研究风力机运行过程中的流场细节，但需要花费大量的时间。

在恒功率控制方面，目前研究成果主要集中于变桨控制领域。针对变桨距风力机非线性模型，目前所采用的方法主要可以分为 2 类：①PID 控制和模糊 PID 控制等方法[10-11]；②在反馈线性化的基础上结合鲁棒控制、最优控制[12-13]。文献[10]基于模糊推理分析了桨距角前馈值，并且与模糊 PID 相结合，较好地实现了额定风速以上的恒功率控制。文献[11]借助流体计算软件分析了桨叶-功率的关系，获得了桨距角敏感性数据，由此设计出了非线性 PID 控制器，并借助专业软件 GHBladedr 进行了仿真验证。文献[12]针对额定风速以上的恒功率控制问题，将局部反馈线性化理论和 H_∞ 鲁棒理论相结合，仿真结果验证所设计的桨距角 H_∞ 控制器能够实现发电机输出功率的恒定。

需要指出的是，针对变襟翼风力机系统，目前的研究工作多集中在变襟翼风力机系统的气动力学的机理研究，主要采用 CFD 等大型计算软件进行分析。面向控制器设计的变襟翼风力机气动力学建模以及相应的控制器设计的研究工作国内外开展的很少。因此，本文基于修正的 BEM 建立变襟翼风力机气动模型，将襟翼偏转角对翼型气动参数的影响引入动力学模型中。在所建立的变襟翼风力机非线性动力学模型的基础上，将动态逆方法和 H_∞ 状态反馈方法相结合，设计了非线性变襟翼恒功率控制器。仿真结果表明，变襟翼控制系统能有效稳定系统的输出功率。

1　风电系统建模

1.1　具有尾缘襟翼的风力机气动模型

为了设计合适的变襟翼控制器，需要建立襟翼偏转角与风力机输出功率之间的关系。由于变襟翼风力机的功率系数 C_p 的表达式很难从理论上获得，因此本文首先基于 BEM 计算不同襟翼偏转角 β 和叶尖速比 λ 时风力机的输出功率系数 C_p，再通过数值拟合获得功率系数 C_p 关于叶片襟翼偏转角 β 和叶尖速比 λ 的表达式。

1.1.1　基于 BEM 计算风力机功率输出

BEM 将动量理论与实际叶片上发生的局部情况结合起来。将流管离散成 N 个高度为 dr 的环形单位，如图 1 所示。这些单位的外侧边界由流线形成，即单位之间没有流动。

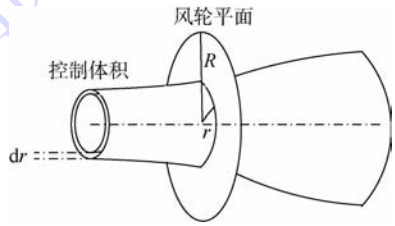


图 1　BEM 中使用的形状像环形单元的控制体积

Fig. 1　Control volume shaped as an annular element used in BEM model

在 BEM 中，对环形单元作如下假设[14]：

1）离散的各个叶素之间是相互独立的，即其中任意某一个叶素对其他叶素不会有影响。

2）每个环形单元中，叶片作用在流动上的力是定常的（该假设对应于叶片数为无穷的情况，建模时通过引入普朗特叶尖损失因子修正这一严格的假设）。

由于已经假定不同控制体积之间是相互独立的，每一个窄长条即单元都可以单独处理，即对每一控制体积可以运用下述算法：

步骤 1　对轴向和切向诱导因子 a 和 a' 初始化，取 $a = a' = 0$。

步骤 2　根据如下方程计算入流角 ϕ：

$$\tan\phi = \frac{(1-a)v_0}{(1+a')\omega_r r} \tag{1}$$

式中：v_0 为风速；ω_r 为风力机的转速；r 为控制体积距离旋转轴的径向距离。

步骤 3　根据如下方程计算迎角 α：

$$\alpha = \phi - \theta \tag{2}$$

式中：θ 为叶片的局部桨距角，即桨距角与叶片扭角之和。

步骤 4　从相关图表中读取不同迎角 α 和襟翼偏转角 β 时翼型的升力系数 C_l 和阻力系数 C_d，其中升力系数和阻力系数与 α 和 β 的关系可由风洞试验或者 CFD 数值计算获得。文献[15-16]对具有尾缘襟翼的 Risφ-B1-18 翼型进

北航学报 赠阅

行了二维流体计算,计算中假设完全湍流,湍流模型使用 SST k-ω 模型,采用二维不可压缩雷诺平均 Navier-Stokes 方程求解器 EllipSys2D 求解,并在风洞试验中验证了计算结果的可靠性[17]。因此,本文采取如图 2 所示的襟翼相对弦长为 20% 的 Risφ-B1-18 翼型随迎角变化的升力系数和升阻比数据作为计算依据[15-16]。

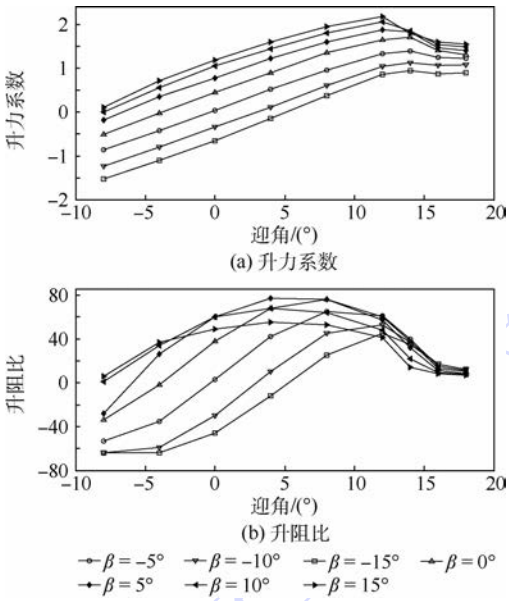


图 2 升力系数和升阻比随迎角的变化

Fig. 2 Variation of lift coefficient and lift-drag ratio with angle of attack

步骤 5 根据如下方程计算法向力系数 C_n 和切向力系数 C_t:

$$C_n = C_l\cos\phi + C_d\sin\phi \tag{3}$$

$$C_t = C_l\sin\phi - C_d\cos\phi \tag{4}$$

步骤 6 为了修正假设 2),即叶片数无穷假设,在此处引入普朗特叶尖损失因子 F。

$$F = \frac{2}{\pi}\arccos(\mathrm{e}^{-f}) \tag{5}$$

$$f = \frac{B}{2}\cdot\frac{R-r}{r\sin\phi} \tag{6}$$

式中:B 为风轮叶片数;R 为整个风轮半径。

步骤 7 根据如下方程更新轴向和切向诱导因子 a 和 a':

$$a = \frac{1}{\dfrac{4F\sin^2\phi}{\sigma C_n} + 1} \tag{7}$$

$$a' = \frac{1}{\dfrac{4F\sin\phi\cos\phi}{\sigma C_t} - 1} \tag{8}$$

式中:实度 σ 定义为控制体积中环形面积被诸叶片覆盖的比值,其表达式为

$$\sigma(r) = \frac{c(r)B}{2\pi r} \tag{9}$$

式中:$c(r)$ 为局部弦长。

步骤 8 轴向诱导因子 a 较大时,进行 Glauert 修正。当轴向诱导因子 $a>0.2$ 时,需要对轴向诱导因子 a 的值进行修正。推力系数 C_T 和轴向诱导因子 a 之间存在不同经验关系式,其中一种表示为[14]

$$C_T = \begin{cases} 4a(1-a)F & a \leqslant a_c \\ 4[a_c^2 + (1-2a_c)a]F & a > a_c \end{cases} \tag{10}$$

式中:$a_c = 0.2$。

对于环形体积而言,C_T 的定义式为

$$C_T = \frac{(1-a)^2\sigma C_n}{\sin^2\phi} \tag{11}$$

当 $a \leqslant 0.2$ 时,轴向诱导因子 a 的表达式不变,直接跳到步骤 10。当 $a>0.2$ 时,利用式(10)和式(11)相等,可以得到 Glauert 修正后轴向诱导因子 a 的表达式为

$$a = \frac{1}{2}\left\{2 + K(1-2a_c) - \sqrt{[K(1-2a_c)+2]^2 + 4(Ka_c^2 - 1)}\right\} \tag{12}$$

式中:

$$K = \frac{4F\sin^2\phi}{\sigma C_n} \tag{13}$$

步骤 9 比较步骤 8 所更新和步骤 8 更新之前的 a 和 a'的值,若大于容许偏差,则返回步骤 2 重新计算。否则,进入步骤 10。

步骤 10 根据前面计算出的轴向诱导因子 a 和切向诱导因子 a'计算叶片上的载荷,在该叶素上对 $\mathrm{d}T$、$\mathrm{d}M$ 积分可以求得作用在该叶素上的推力和扭矩。

$$T_i = \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{1}{2}\rho B\frac{v_0^2(1-a)^2}{\sin^2\phi}cC_n\mathrm{d}r \tag{14}$$

$$M_i = \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{1}{2}\rho B\frac{v_0(1-a)\omega_r r(1+a')}{\sin\phi\cos\phi}cC_t r\mathrm{d}r \tag{15}$$

式中:ρ 为空气密度。

步骤 11 计算风力机组受到的总推力及捕获的功率分别为

$$T_{\mathrm{aero}} = \sum_{i=1}^{n} BT_i \tag{16}$$

$$P_{\mathrm{aero}} = \sum_{i=1}^{n} BM_i\omega_{\mathrm{r}} \tag{17}$$

推力系数和功率系数分别为

$$C_T = \frac{T_{\mathrm{aero}}}{\dfrac{1}{2}\rho v_0^2\pi R^2} \tag{18}$$

$$C_p = \frac{P_{\text{aero}}}{\frac{1}{2}\rho v_0^3 \pi R^2} \tag{19}$$

1.1.2　气动转矩模型

采用第 1.1.1 节所述的计算方法可以获得不同叶尖速比 λ 和襟翼偏转角 β 下的风力机功率系数 C_p，如图 3 所示。叶尖速比 λ 表达为

$$\lambda = \frac{\omega_r R}{v_0} \tag{20}$$

需要指出的是，为获得最大的控制效果，将叶片襟翼安装在叶素的径向距离相比于叶片半径 65% ~90% 之间的位置上。

为了保证模型的准确度，将得到的功率系数对襟翼偏转角的数据进行插值运算，将襟翼偏转角 β 的间隔由 5°插值变为 1°，拟合时襟翼偏转角 β 一共选取了 31 个点，范围为 -15° ~15°。叶尖速比 λ 一共选取了 14 个点，其范围为 2.424 0 ~ 5.288 8。在保证模型精确度的前提下，功率系数 C_p 关于叶尖速比 λ 和襟翼偏转角 β 的表达式应尽可能简单。图 3 为根据 BEM 计算的功率系数 C_p 的拟合结果，拟合相关系数为 0.999 7。功率系数 C_p 的表达式为

$$\begin{aligned} C_p(\lambda,\beta) = {} & 0.955\,1 - 0.915\,2\lambda - 0.004\,4\beta + \\ & 0.281\,2\lambda^2 + 0.002\,205\lambda\beta + 0.000\,262\,3\beta^2 - \\ & 0.024\,2\lambda^3 - 0.000\,170\,2\lambda^2\beta - 0.000\,078\,45\lambda\beta^2 \end{aligned} \tag{21}$$

风力机的气动转矩 M_{aero} 可以表达为

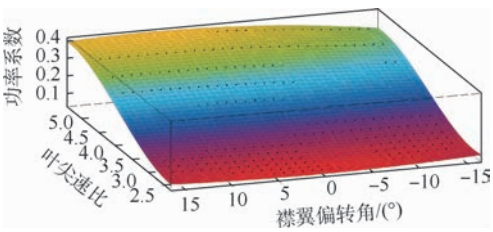


图 3　功率系数随叶尖速比和襟翼偏转角的变化

Fig. 3　Variation of power coefficient with tip speed ratio and flap deflection angle

$$M_{\text{aero}} = \sum_{i=1}^{n} BM_i = \frac{P_{\text{aero}}}{\omega_r} = \frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^2 v_0^3 C_p(\lambda,\beta)}{\omega_r} \tag{22}$$

1.2　发电机模型

发电机模型如下所示[12-13]：

$$J\dot{\omega}_r = M_{\text{aero}} - T_{\text{gen}} \tag{23}$$

式中：J 为风力机及发电机总的转动惯量；T_{gen} 为发电机的电磁转矩。

1.3　襟翼执行机构

考虑到系统的时滞特性，驱动襟翼的执行机构可以假定为一阶惯性环节，即

$$\dot{\beta} = \frac{1}{T_\beta}(\beta_r - \beta) \tag{24}$$

式中：T_β 为时间常数；β_r 为襟翼偏转角控制量。

1.4　风电系统的整体模型

电磁转矩 T_{gen} 是由发电机的特性所决定的，为简化分析，在风力机额定运转下，电磁转矩 T_{gen} 可以假定为定值。式(21) ~式(24)构成了可变尾缘襟翼风电系统的非线性模型。考虑一定外部扰动 w 的情况下，风电系统的模型可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_r = \dfrac{1}{J}(M_{\text{aero}} - T_{\text{gen}}) + w \\ \dot{\beta} = \dfrac{1}{T_\beta}(\beta_r - \beta) \end{cases} \tag{25}$$

2　基于动态逆方法的变襟翼控制器设计

2.1　控制问题描述

根据风电机组的运行特性，当风速高于额定风速时，控制目标就是保证风电机组的恒定功率输出。恒功率运行情况下，风力机电磁转矩可以设为常值，因此，风电机组功率控制就转换成了风力机转速的控制[12-13]。本文将风电机组的额定转速与实际转速的差作为反馈，襟翼偏转角作为控制输入，通过调节叶片襟翼偏转角来改变功率系数。通过控制使风力机转速在高风速的工况下保持在额定值，从而实现风力机发电机组的恒功率控制，控制框图如图 4 所示。

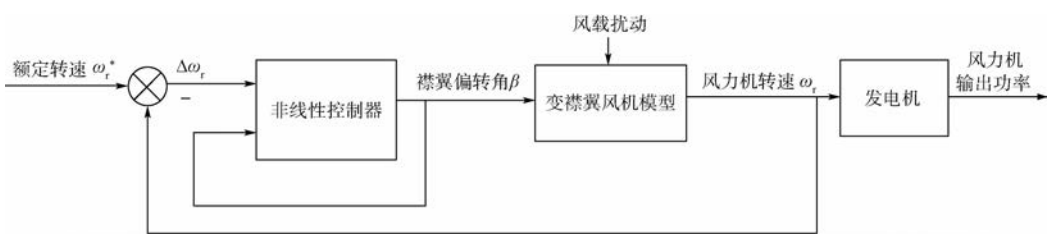


图 4　风电系统的变襟翼控制框图

Fig. 4　Control block diagram of variable flap of wind power system

北航学报 赠阅

2.2 基于动态逆方法的智能风电系统的线性化

由式(21)~式(24)描述的风电系统是一个非线性系统。对于这样一个非线性系统,本文采用动态逆控制策略设计控制器。动态逆方法的基本思想是:对于给定的非线性系统,利用对象的模型生成一种用反馈方法实现的原系统的积分逆系统,将对象补偿成为具有线性传递关系的一种规范化系统——伪线性系统,再应用线性系统理论完成系统控制器的设计[18]。

对于风电系统模型式(25),选取转速 ω_r 和襟翼偏转角 β 作为状态变量,可得

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) + g_1(\boldsymbol{x})w + g_2(\boldsymbol{x})u \tag{26}$$

式中:$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \omega_r \\ \beta \end{bmatrix}$;$f(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{J}(M_{aero} - T_{gen}) \\ -\frac{1}{T_\beta}\beta \end{bmatrix}$;$g_1(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$;$g_2(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_\beta} \end{bmatrix}$;$u = \beta_r$。

首先,检验该系统是否可以使用动态逆方法线性化。本文中的控制目标是使 $\Delta\omega_r = 0$,即 $\omega_r^* - \omega_r = 0$,因此选取输出函数为

$$h(\boldsymbol{x}) = \omega_r^* - \omega_r \tag{27}$$

$$L_g L_f^0 h(\boldsymbol{x}) = \frac{\partial h(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} g_2(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{28}$$

$$L_g L_f^1 h(\boldsymbol{x}) = \frac{\partial L_f h(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} g_2(\boldsymbol{x}) \neq 0 \tag{29}$$

系统关系度 $m = 2$。系统的阶数 $n = 2$,即 $m = n$,满足动态逆的要求[18]。

其次,选取合适的坐标变换。令

$$\begin{cases} \xi_1 = h(\boldsymbol{x}) = \omega_r^* - \omega_r \\ \xi_2 = L_f h(\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{J}(M_{aero} - T_{gen}) \end{cases} \tag{30}$$

$$\bar{\boldsymbol{w}} = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} g_1(\boldsymbol{x}) w = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{1}{J}(M_{aero} - T_{gen}) \end{bmatrix} w \tag{31}$$

原非线性系统就转换为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{B}_1\bar{\boldsymbol{w}} + \boldsymbol{B}_2 v \\ \boldsymbol{z} = \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{D}_{11}\bar{\boldsymbol{w}} + \boldsymbol{D}_{12} v \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{D}_{21}\bar{\boldsymbol{w}} + \boldsymbol{D}_{22} v \end{cases} \tag{32}$$

式中:$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$;$\boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;$\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$;$\boldsymbol{C}_1$、$\boldsymbol{C}_2$、$\boldsymbol{D}_{11}$、$\boldsymbol{D}_{12}$、$\boldsymbol{D}_{21}$ 和 $\boldsymbol{D}_{22}$ 为合适维数的矩阵;v 为线性化后系统的控制律。

2.3 基于 LMI 算法的 H_∞ 控制器设计

针对式(32)描述的系统,采用状态反馈 H_∞ 控制方法设计控制器。将系统的观测输出定义为系统的状态变量,即 $\boldsymbol{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,$\boldsymbol{D}_{21} = \boldsymbol{D}_{22} = \boldsymbol{0}$。根据原风电系统的输出函数和坐标变换的选取,可取 $\boldsymbol{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,$\boldsymbol{D}_{11} = 0$,$\boldsymbol{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$。这样,风电系统恒功率的控制问题转化为标准的 $\boldsymbol{H}_\infty$ 控制问题。

对于形如式(32)所描述的系统,如果存在标量 $\gamma > 0$ 和控制律 $v = \boldsymbol{K}\boldsymbol{\xi}$,使得其相应的闭环传递函数

$$T_{zw}(s) = (\boldsymbol{C}_1 + \boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{K})(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{K})^{-1}\boldsymbol{B}_1 \tag{33}$$

满足:

$$\| T_{zw}(s) \|_\infty < \gamma \tag{34}$$

可以求解系统式(32)的 γ-最优控制器,设 $\boldsymbol{X}$ 为正定矩阵,$\boldsymbol{W}$ 为合适维数的矩阵,标量 $p > 0$,使得如下线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)[19]有解:

$$\begin{cases} \min\ p \\ \text{s.t.} \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{W} + (\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{W})^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{B}_1 & (\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{X} + \boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{W})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{D}_{11}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{X} + \boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{W} & \boldsymbol{D}_{11} & -p\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \\ \boldsymbol{X} > \boldsymbol{0} \end{cases} \tag{35}$$

可以得到系统式(32)的最优 H_∞ 控制器为

$$v = \boldsymbol{K}\boldsymbol{\xi} \tag{36}$$

式中:$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{X}^{-1}$。相应的最小扰动抑制度为$\sqrt{p}$。线性化后的系统是可控可观测的,因此可以采用 LMI 算法设计控制器。

3 仿真结果及分析

仿真中,变襟翼风力机模型的参数如下:风力机额定功率 $P^* = 500$ kW,额定风速 $v_0^* = 11.75$ m/s,风力机额定转速 $\omega_r^* = 2.838$ rad/s,风轮半径 $R = 20.5$ m,风力机的总转动惯量 $J = 2.36 \times 10^5$ kg·m^2,空气密度 $\rho = 1.225$ kg/m^3。

采用第 2.2 节和第 2.3 节的控制器设计方法,利用 MATLAB 的 LMI 工具箱对式(35)求解,经过 4 次迭代优化,得控制器设计结果为

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1.3466 & -1.0721 \\ -1.0721 & 0.9439 \end{bmatrix}$$

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{W}=[-0.0422\quad -1.8115]$$

可得线性控制律为

$$v=-16.2999\xi_1-20.4336\xi_2 \tag{37}$$

相应的扰动抑制度 $\gamma=1.3441$，得原非线性系统的控制律为

$$u=-\frac{L_f^2h(x)}{L_gL_fh(x)}+\frac{1}{L_gL_fh(x)}\cdot$$
$$(-16.2999\xi_1-20.4226\xi_2) \tag{38}$$

式中：

$$L_f^2h(x)=\frac{M_{\text{aero}}(M_{\text{aero}}-T_{\text{gen}})}{J^2\omega_{\text{r}}}-\frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^2v_0^3}{JT_\beta\omega_{\text{r}}}F(\lambda,\beta)$$

$$L_gL_fh(x)=\frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^2v_0^3}{JT_\beta\omega_{\text{r}}}F(\lambda,\beta)$$

$$F(\lambda,\beta)=(-0.0044+0.002205\lambda+0.0005246\beta+$$
$$0.0001702\lambda^2-0.0001569\lambda\beta)$$

本文对比了在变桨距风力机恒功率控制中使用较多的 PID 控制和基于动态逆方法的最优控制。

取 $e=\omega_{\text{r}}^*-\omega_{\text{r}}$，得 PID 控制器

$$u=500e(t)+100\int_0^t e(\tau)\,\mathrm{d}\tau+10\dot{e}(t) \tag{39}$$

对于式(32)所描述的线性系统，取代价函数为

$$J_{\text{o}}=\int(\boldsymbol{\xi}^{\text{T}}\boldsymbol{Q}_{\text{o}}\boldsymbol{\xi}+v^{\text{T}}R_{\text{o}}v)\,\mathrm{d}t \tag{40}$$

式中：$\boldsymbol{Q}_{\text{o}}=\begin{bmatrix}100&0\\0&50\end{bmatrix}$；$R_{\text{o}}=1$。

利用 MATLAB 工具箱可解得线性控制律为

$$v=-10\xi_1-8.3666\xi_2 \tag{41}$$

代入式(38)中可得非线性控制律。

当风况为 12～16 m/s 阶跃变化时，仿真结果如图 5 所示。可知，当风速由 12 m/s 骤变到 16 m/s时，尾缘襟翼向负方向增加，所采取的控制策略可使风力机的转速迅速恢复到 2.838 rad/s，并将波动控制在一个较小的范围内，从而实现了风力机的恒功率控制。图 5(a)为阶跃风模型。基于动态逆方法的 H_∞ 鲁棒控制下风力机的角速度能更快、更平滑地收敛到额定转速，且具有更少的超调量，因而控制效果优于 PID 控制和基于动态逆方法的最优控制。

模拟实际风速的模型，目前国内外使用较多的是风速四分量模型，即基本风$\overline{V}$、阵风 V_{WG}、渐变风 V_{WR}和随机风 V_{WN}，实际风速建模如图 6(a)所示。控制过程中的襟翼偏转角如图 6(b)所示。图 6(c)和图 6(d)分别给出了风载变化时风力机转速和功率输出的变化曲线。从仿真结果中可以

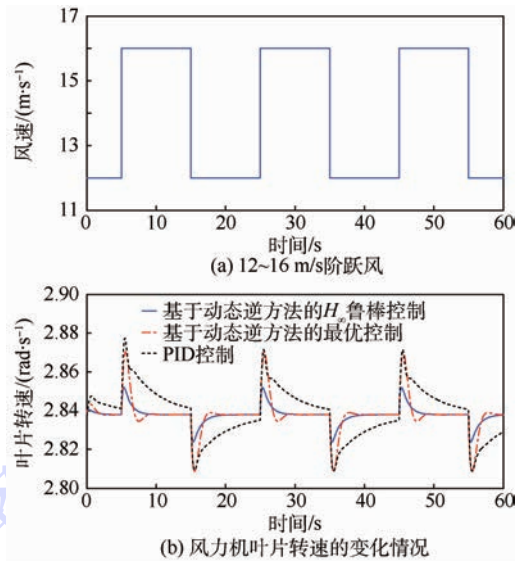


图 5　12～16 m/s 阶跃风下风力发电系统响应

Fig. 5　Response of wind power system with 12 – 16 m/s step wind

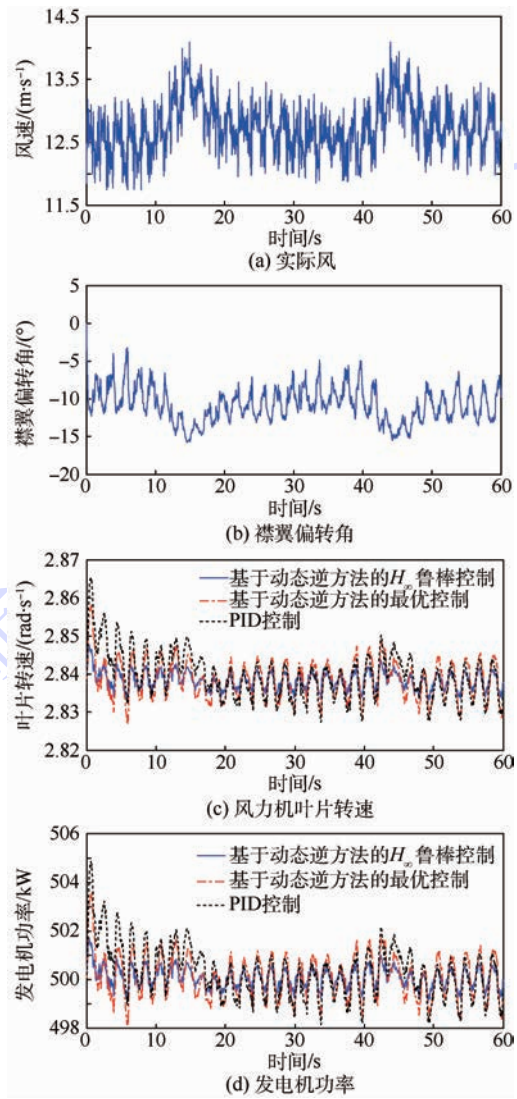


图 6　实际风下风力发电系统响应

Fig. 6　Response of wind power system with actual wind

北航学报 赠阅

看出,基于动态逆方法的 H_∞ 鲁棒控制的效果明显优于另外 2 种控制方法。基于动态逆方法的 H_∞ 鲁棒控制器能够将外界干扰对控制系统输出的影响抑制在一个较小的范围内,使风力机的转速 ω_r 稳定在额定值2.838 rad/s附近,因而将控制系统的输出功率 P 也稳定在额定值 500 kW 附近,控制器具有较强的鲁棒性。

4 结 论

1) 基于修正的 BEM 建立尾缘襟翼偏转角对风力机吸收风能的影响的模型。不同于目前使用较多的系统辨识方法,本文借助文献[15-16]的数据作为计算依据,利用修正的 BEM 建立了一个在叶素的径向距离比于叶片半径为 65% ~90% 之间的位置上装有襟翼执行机构,额定功率为 500 kW的变襟翼风力机模型。为以后分析其他型号的襟翼风力机拓宽了思路。

2) 在所建立的变襟翼风力机非线性动力学模型的基础上,本文将动态逆方法和 H_∞ 状态反馈方法相结合,设计了非线性变襟翼恒功率控制器。为了验证非线性襟翼控制器的有效性,本文基于 Simulink 模拟了额定风速以上阶跃风况和基于四分量模型所建立的实际风况下襟翼风力机的发电情况。仿真结果表明,非线性襟翼控制器能够将风力机的转速和输出功率控制在额定值附近,表明所提控制策略有效且具有良好的鲁棒性。

参考文献 (References)

[1] 贺德馨. 中国风能发展战略研究[J]. 中国工程科学,2011,13(6):95-100.
HE D X. Research on China's wind energy development strategy [J]. Engineering Sciences,2011,13(6):95-100(in Chinese).

[2] 高峰,徐大平,吕跃刚. 大型风力机组的前馈模糊-PI 变桨距控制[J]. 动力工程,2008,28(4):537-542.
GAO F,XU D P,LU Y G. Feed forward fuzzy-PI pitch-control for large-scale wind turbines[J]. Journal of Power Engineering, 2008,28(4):537-542(in Chinese).

[3] MALCOLM D J,HANSEN A C. WindPACT turbine rotor design study[R]. Golden:National Renewable Energy Laboratory,2002.

[4] VAN WINGERDEN J,HULSKAMP A,BARLAS T,et al. Two-degree-freedom active vibration control of a propotyped "smart" rotor[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011,19(2):284-296.

[5] 余畏. 基于柔性尾缘襟翼的大型风力机叶片载荷智能控制研究[D]. 北京:中国科学院大学,2013.
YU W. Investigation on smart load control for a large-scale wind turbines using deformable trailing edge flap[D]. Beijing:University of Chinese Academy of Sciences,2013(in Chinese).

[6] BARLAS T K,VAN KUIK G A M. Review of state of the art in smart rotor control research for wind turbines[J]. Progress in Aerospace Sciences,2010,46(1):1-27.

[7] 邱静,王国志,刘恒龙,等. 基于 BEM 理论的小型风机叶片设计与分析[J]. 液压气动与密封,2011,31(6):71-74.
QIU J,WANG G Z,LIU H L,et al. The research on small scale wind turbine blade based on BEM theory[J]. Hydraulics Pneumatics & Seals,2011,31(6):71-74(in Chinese).

[8] 刘雄,张宪民,陈严,等. 基于动态入流理论的水平轴风力机动态气动载荷计算模型[J]. 太阳能学报,2009,30(4):412-419.
LIU X,ZHANG X M,CHEN Y,et al. Trasient aerodynamic load prediction model for horizontal axis wind turbines based on dynamic inflow theory[J]. Acta Energiae Solaris Sinica,2009,30(4):412-419(in Chinese).

[9] 张师帅,罗亮,李伟华. 基于 CFD 分析的空调用贯流风机的性能预测[J]. 流体机械,2008,36(5):18-20.
ZHANG S S,LUO L,LI W H. Research on perform ance prediction of the cross-flow fans for air conditioning[J]. Fluid Machinery,2008,36(5):18-20(in Chinese).

[10] 郭鹏. 模糊前馈与模糊 PID 结合的风力发电机组变桨距控制[J]. 中国电机工程学报,2010,30(8):123-128.
GUO P. Variable pitch control of wind turbine generator combined with fuzzy feed forward and fuzzy PID controller[J]. Proceedings of the CSEE,2010,30(8):123-128(in Chinese).

[11] 郑黎明,林宇,陈严,等. 大型风力机恒功率桨距非线性 PID 控制方法研究[J]. 太阳能学报,2012,33(5):727-731.
ZHENG L M,LIN Y,CHEN Y,et al. Research on blade pitch nonlinear PID control for a large-scale wind turbine under constant power[J]. Acta Energiae Solaris Sinica,2012,33(5):727-731(in Chinese).

[12] 张先勇,吴捷,杨金明,等. 额定风速以上风力发电机组的恒功率 H_∞ 鲁棒控制[J]. 控制理论与应用,2008,25(2):321-324.
ZHANG X Y,WU J,YANG J M,et al. H-infinity robust control of constant power output for the wind energy conversion system above rated wind[J]. Control Theory & Applications,2008,25(2):321-324(in Chinese).

[13] 秦生升,胡国文,顾春雷,等. 风力发电系统的恒功率非线性 H_∞ 鲁棒控制[J]. 控制理论与应用,2012,29(5):617-622.
QIN S S,HU G W,GU C L,et al. Nonlinear H-infinity robust control of constant power for wind power system[J]. Control Theory & Applications,2012,29(5):617-622(in Chinese).

[14] HANSEN M O L. Aerodynamics of wind turbines[M]. London: Earthscan,2008.

[15] TROLDBORG N. Computational study of the Risϕ B1-18 airfoil with a hinged flap providing variable trailing edge geometry [J]. Wind Engineering,2005,29(2):89-113.

[16] TROLDBORG N. Computational study of the Risϕ B1-18 airfoil equipped with actively controlled trailing edge flaps[D]. Copenhagen:Technical University of Denmark,2004.

[17] BAK C,GAUNAA M,ANDERSEN P B,et al. Wind tunnel test on wind turbine airfoil with adaptive trailing edge geometry: AIAA-2007-1016[R]. Reston:AIAA,2007.

[18] 段富海,韩崇昭. 动态逆方法和微分几何反馈线性化方法的

对[J]. 自动化与仪器仪表,2002(3):4-5.
DUAN F H,HAN C Z. Comparison between the dynamic inversion and the differential geometric feedback linearization[J]. Automation and Instrumentation,2002(3):4-5(in Chinese).
[19] 俞立. 线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京:清华大学出版社,2002:41-67.
YU L. Robust control based on linear matrix inequalities approach[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2002:41-67(in Chinese).

作者简介:

张臻　男,博士,讲师。主要研究方向:智能结构控制与应用、风力机气动建模与控制。

卢经纬　男,硕士研究生。主要研究方向:风力机气动建模与控制。

梁宇坤　男,硕士。主要研究方向:风力机降载控制。

Dynamic modeling and constant power control of wind turbines with trailing-edge flaps

ZHANG Zhen[1,*], LU Jingwei[1], LIANG Yukun[2]

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: The wind turbine systems with trailing-edge flaps have broad prospects in application of large-scale wind turbine system. In the smart wind turbines with variable trailing-edge flaps, the aerodynamic characteristics of the blades can be regulated by using the trailing-edge flaps, and then the purpose of the constant power output of the wind turbines can be achieved. In this paper, the aerodynamic model of wind turbine blades with variable trailing-edge flaps is presented firstly by blade element moment method. Then a nonlinear dynamic model of smart wind power system is established. The nonlinear model is linearized by dynamic inversion method. Based on the linearized model, the feedback controller is designed through H_∞ control. Finally, simulations are carried out for cases with 12 – 16 m/s step wind and actual wind based on four component model. Simulation results show that the control strategies are capable of controlling output power of wind power system effectively.

Keywords: wind turbine; trailing-edge flaps; modeling; constant power control; dynamic inversion; robust control

Received: 2016-03-14; **Accepted**: 2016-06-12; **Published online**: 2016-09-06 16:10
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160906.1610.008.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61433011, 51575544)
* **Corresponding author**. E-mail: zhangzhen@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0225

一种新型大功率升降压变换器及控制方法

杜青[1,*], 崔波[1], 夏宁[1], 蔡晓东[1], 齐铂金[2], 成艳[3], 朱立颖[1]

(1. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094; 2. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083;
3. 通信卫星事业部, 北京 100094)

摘 要: 现有的升降压拓扑中双管级联变换器最符合高效大功率场合的使用要求,但如果工作模式标准选择不当,串联结构和 Boost 电路的非线性直流增益很容易在升降压转换过程中产生严重的振荡。本文提出了一种新颖的大功率 IPOSBHB 变换器,阐述了其电路结构及基本关系,建立了降压模式和升压模式下的开环小信号模型,设计了载波平移的组合控制方法,分析了升降压模式切换时传递函数的不一致性、占空比的不连续性和输入电压的扰动对变换器输出特性的影响,并给出了补偿措施。本文提出的载波平移组合控制策略和补偿方法很容易实现稳态时的高效控制和升降压模式切换时的平滑过渡,同时降低了输入电压扰动的不利影响。通过一台 15 kW 样机对本文提出的理论加以验证。

关 键 词: 大功率; 升降压变换器; 小信号模型; 控制; 过渡
中图分类号: TM464
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0472-09

近年来,升降压变换器在便携式设备[1-2]、通信电源[3-4]、航天器电源系统[5-6]、燃料电池汽车[7]和光伏发电[8]等领域都有广泛的应用,其中后两者功率需求较高,通常在千瓦级以上。中国“十五”期间研制的轿车用燃料电池发动机输出功率为 30 kW,客车用输出功率为 60 kW 和 100 kW;小型屋顶用光伏发电设备功率为 2 ~ 5 kW[8],大型光伏发电设备功率可达 10 kW[9]、几十千瓦甚至百千瓦以上[10]。高功率等级和宽输入电压范围大大增加了变换器设计的难度,此外如何在实现基本功能的基础上尽可能地提高变换器的效率、可靠性和功率密度又是所有应用领域的共同需求。因此,设计高效、大功率、高可靠性和高功率密度的升降压变换器有着重要的现实意义。

与隔离型和单管非隔离型升降压电路相比,双管级联式的 Buck-Boost 和 Boost-Buck 电路更符合高效、大功率场合的使用要求,但是如何控制 2 只开关管协同工作成为了一个新的难题。串联结构使得前后两级存在耦合关系,即前一级电路的输出是后一级电路的输入,如果工作模式标准选择不当,很容易在升降压转换过程中产生严重的振荡,振荡会随着功率的增加而恶化。此外,由于开关延时导致的真实占空比的不连续性和 Boost 模式下输出电压到占空比的非线性直流增益将使得瞬态响应变得更糟[11]。

双管级联电路主要有同步、交错和组合 3 种控制方式。同步控制[12]电路简单,没有工作模式的切换,但需要较大的储能电感,开关管的电流应力较大,每只管子在每个开关周期内均需开通关断一次,因而开关损耗大;交错控制[8]保留了同步控制的优点,电感的体积也相对减小;组合控制

收稿日期: 2016-03-23; **录用日期**: 2016-06-20; **网络出版时间**: 2016-07-05 15:16
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160705.1516.002.html
基金项目: 国家自然科学基金 (51407008)
* **通讯作者**: E-mail: danielduqing@163.com

引用格式: 杜青, 崔波, 夏宁, 等. 一种新型大功率升降压变换器及控制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 472-480.
DU Q, CUI B, XIA N, et al. A novel high-power step-up/step-down converter and control methods[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 472-480 (in Chinese).

开关管的电流应力较小，由于在每个开关周期内只有一只管子开通关断一次，因而开关损耗较低，但 2 种工作模式的平滑过渡比较困难，需要复杂的控制电路来实现。为了解决该问题，文献[13]在升降压模式切换时插入 Buck-Boost 模式，在该模式下电流应力和开关损耗较高；文献[4]引入一种滤波模式使得输入、输出电压接近时具有较高的效率，该方法属于开环控制，过渡过程不平滑；文献[14]提出一种 Buck 和 Boost 相结合的闭环控制方法，提升了变换效率；文献[11]针对模式切换时的占空比不连续性和 Boost 电路的非线性给出了补偿措施并实现了平滑过渡，但补偿方法较为复杂；文献[15]提出一种输入电压的前馈补偿方法，减少了输入扰动对输出的影响；文献[16]给出了一种新颖的 IPOSBHB(Input-Parallel Output-Series Buck-Half-Bridge)变换器，从电路结构上避免了双管级联电路前后两级的耦合关系和 Boost 的非线性直流增益，实现了稳态时的高效控制和动态的升降压切换，但升降压模式切换时输出电压的过渡过程不平滑；文献[17]对升降压变换器拓扑及控制方法做了总结。

针对上述问题，本文阐述了 IPOSBHB 的电路结构和基本关系，建立了 IPOSBHB 电路的降压模式和升压模式的开环小信号模型，设计了载波平移的组合控制方法，分析了升降压模式切换时传递函数的不一致性、占空比的不连续性和输入电压的扰动对变换器输出特性的影响，并设计了补偿方法，通过一台 15 kW 样机加以验证。

1　IPOSBHB 变换器

1.1　电路结构

IPOSBHB 电路结构如图 1 所示。Buck 电路由电容 C_3、开关管 T3、快恢复二极管 D5 和电感 L_1 组成，Half-bridge 电路由电容 C_1、C_2、开关管 T1、T2、快恢复二极管 D1 ~ D4、电感 L_2 和变压器 B 组成，变压器 B 的原边绕组匝数为 N_P，副边绕组匝数为 N_S。Buck 和 Half-bridge 模块输入端采用并联方式，共同从输入端电源 V_i 取电，输出端采用串联方式，共用电感 L，变换器总输出电压 V_o 等于 2 个模块输出电压之和。

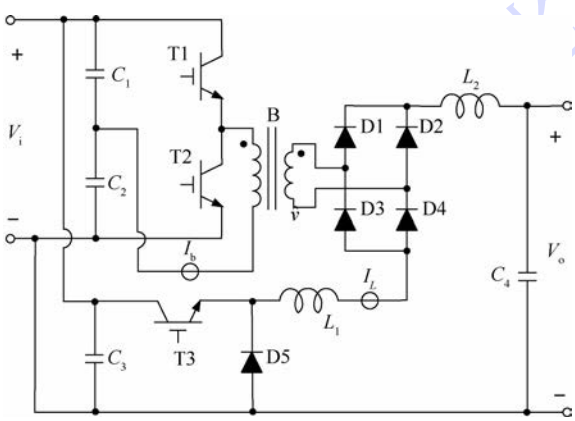


图 1　IPOSBHB 变换器

Fig. 1　IPOSBHB converter

1.2　基本关系

IPOSBHB 变换器高效工作时，降压模式和升压模式下的等效电路如图 2 所示，基本关系如式(1)和式(2)所示[14]。

降压模式的稳态电压变比为

$$V_o = V_i D_{Buck} \tag{1}$$

升压模式的稳态电压变比为

$$V_o = V_i\left(1 + \frac{N_S}{N_P} D_{HB}\right) \tag{2}$$

式中：D_{Buck} 为开关管 T3 占空比的周期平均量；D_{HB} 为开关管 T1 占空比的周期平均量。

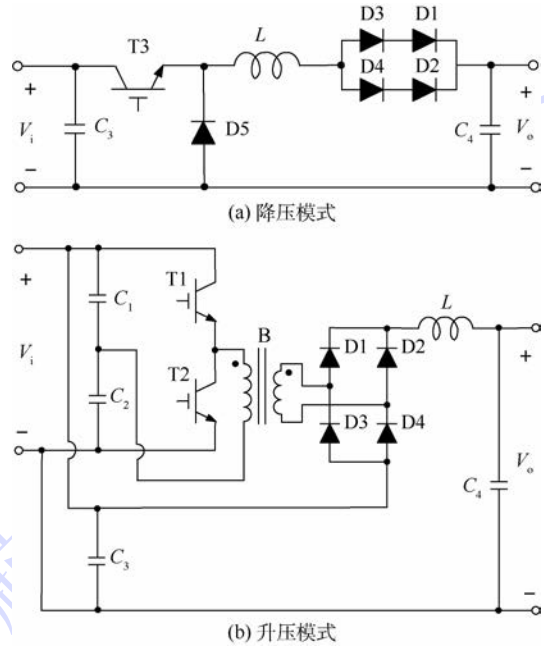


图 2　IPOSBHB 等效电路

Fig. 2　Equivalent circuit of IPOSBHB

2　数学模型建立

2.1　降压模式开环小信号模型

为了方便分析，首先假定功率开关器件、二极管和变压器均为理想器件，开关频率远大于变换器中低通滤波器的转折频率。选取电感电流 i_L 和电容 C_4 电压 v_{C_4} 为状态变量，并根据降压模式下不同的开关模态构造状态空间方程，其中 Z_o 为输出负载的等效阻抗。

如图 3(a)所示，当 T3 导通时有

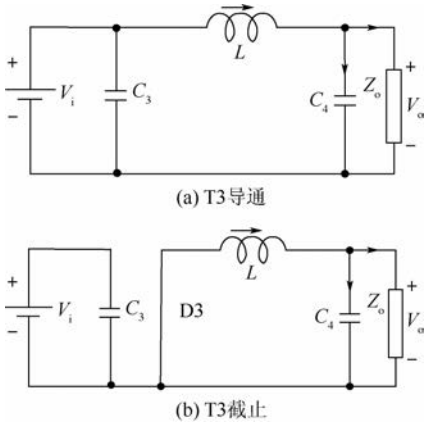


图 3 降压模式等效电路

Fig. 3 Equivalent circuit in Buck mode

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_4} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C_4} & -\dfrac{1}{Z_oC_4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_4} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}v_i \tag{3}$$

如图 3 (b)所示,当 T3 截止时有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_4} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C_4} & -\dfrac{1}{Z_oC_4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_4} \end{bmatrix} \tag{4}$$

设 T3 导通占空比为 d_{Buck},则关断时占空比为 $1-d_{\mathrm{Buck}}$。根据式(3)和式(4)在一个开关周期内应用状态空间平均法,可得到状态空间平均方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_{C_4} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C_4} & -\dfrac{1}{Z_oC_4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_{C_4} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \dfrac{\bar{d}_{\mathrm{Buck}}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}\bar{v}_i \tag{5}$$

式中:$\bar{i}_L$、$\bar{v}_{C_4}$、$\bar{v}_i$ 和 $\bar{d}_{\mathrm{Buck}}$ 分别为电感电流 i_L、电容 C_4 电压 v_{C_4}、输入电压 v_i 和占空比 d_{Buck} 在一个开关周期内的平均量,稳态时为 I_o、V_o、V_i 和 D_{Buck}。

根据变换器稳态工作时,电感电流和电容电压在一个开关周期内变化量为零,可以得到变换器静态工作点方程为

$$\begin{bmatrix} I_o \\ V_o \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{D_{\mathrm{Buck}}}{Z_o} \\ D_{\mathrm{Buck}} \end{bmatrix}V_i \tag{6}$$

对平均模型中的状态变量加入小信号扰动,即将含有扰动量的状态变量 $I_o+\hat{i}_L$、$V_o+\hat{v}_{C_4}$、$V_i+\hat{v}_i$ 和 $D_{\mathrm{Buck}}+\hat{d}_{\mathrm{Buck}}$ 代入式(6)并略去二阶小项,可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_{C_4} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C_4} & -\dfrac{1}{Z_oC_4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_{C_4} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \dfrac{V_i}{L} \\ 0 \end{bmatrix}\hat{d}_{\mathrm{Buck}}+\begin{bmatrix} \dfrac{D_{\mathrm{Buck}}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}\hat{v}_i \tag{7}$$

再对式(7)进行拉氏变换并化简,可得降压模式小信号状态方程为

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_{C_4} \end{bmatrix}=\frac{V_i}{Z_o\left(LC_4s^2+\dfrac{L}{Z_o}s+1\right)}\cdot\begin{bmatrix} Z_oC_4s+1 \\ Z_o \end{bmatrix}\hat{d}_{\mathrm{Buck}}(s)+\frac{D_{\mathrm{Buck}}}{Z_o\left(LC_4s^2+\dfrac{L}{Z_o}s+1\right)}\cdot\begin{bmatrix} Z_oC_4s+1 \\ Z_o \end{bmatrix}\hat{v}_i(s) \tag{8}$$

由式(8)可以得到

$$\hat{v}(s)=\frac{V_i}{LC_4s^2+\dfrac{L}{Z_o}s+1}\hat{d}_{\mathrm{Buck}}(s)+\frac{D_{\mathrm{Buck}}}{LC_4s^2+\dfrac{L}{Z_o}s+1}\hat{v}_i(s) \tag{9}$$

$$\hat{i}_L(s)=\frac{V_i(Z_oC_4s+1)}{Z_o\left(LC_4s^2+\dfrac{L}{Z_o}s+1\right)}\hat{d}_{\mathrm{Buck}}(s)+\frac{D_{\mathrm{Buck}}(Z_oC_4s+1)}{Z_o\left(LC_4s^2+\dfrac{L}{Z_o}s+1\right)}\hat{v}_i(s) \tag{10}$$

由式(9)和式(10)可以得到

$$\hat{i}_o(s)=\frac{\hat{v}_{C_4}(s)}{Z_o}=\frac{1}{Z_oC_4s+1}\hat{i}_L(s) \tag{11}$$

IPOSBHB 电路降压模式的开环小信号模型如图 4 所示。

式(9)和式(10)为降压模式 IPOSBHB 电路的开环小信号模型的解析式。

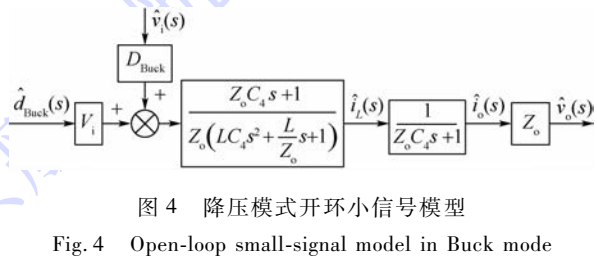


图 4 降压模式开环小信号模型

Fig. 4 Open-loop small-signal model in Buck mode

2.2 升压模式开环小信号模型

由图 2(b)可知,升压模式时 Buck 电路直通,Half-bridge 电路工作,变换器输出端由输入电源和 Half-bridge 模块串联组成。而在利用状态空间平均法推导变换器小信号模型时,是按线性系统处理的,因此可以应用叠加原理,图 2(b)可以拆分为如图 5 所示的 2 个电路:直通部分和升压部分,分别加以分析后再求和。

升压部分的 Half-bridge 电路也是 Buck 型变换器,小信号模型推导方法与 Buck 相同。假设 Half-bridge 电路每个周期内开关管 T1 和 T2 的占

空比相等且均为 d_{HB}，参照图 5 可以得到 Half-bridge 开关小信号模型，如图 6 所示。图中：$\hat{d}_{HB}(s)$为开关管 T1 占空比的扰动量；n 为变压器原边 N_P 与副边 N_S 线圈的匝数比。Buck 电路直通部分开环小信号模型如图 7 所示。根据图 6 和图 7 可以得到，IPOSBHB 电路升压模式的开环小信号模型如图 8 所示。

解析式为

$$\hat{v}_{C_4}(s)=\frac{V_i}{n\left(LC_4s^2+\frac{L}{Z_o}s+1\right)}\hat{d}_{HB}(s)+\frac{n+D_{HB}}{n\left(LC_4s^2+\frac{L}{Z_o}s+1\right)}\hat{v}_i(s) \tag{12}$$

$$\hat{i}_L(s)=\frac{V_i(Z_oC_4s+1)}{nZ_o\left(LC_4s^2+\frac{L}{Z_o}s+1\right)}\hat{d}_{HB}(s)+\frac{(n+D_{HB})(Z_oC_4s+1)}{nZ_o\left(LC_4s^2+\frac{L}{Z_o}s+1\right)}\hat{v}_i(s) \tag{13}$$

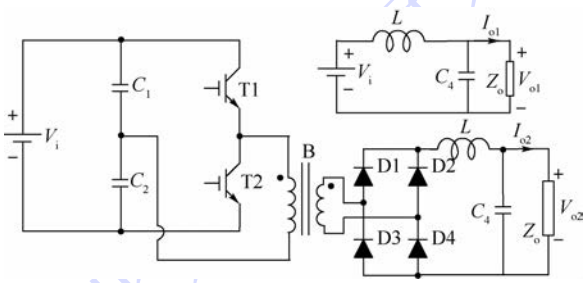


图 5　升压模式等效电路

Fig. 5　Equivalent circuit in Boost mode

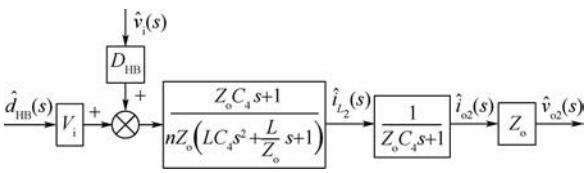


图 6　Half-bridge 开环小信号模型

Fig. 6　Open-loop small-signal model of half-bridge

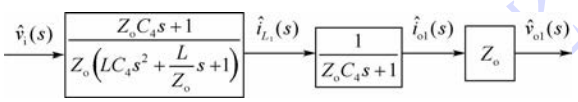


图 7　Buck（T3 直通）开环小信号模型

Fig. 7　Open-loop small-signal model in Buck mode (T3 is on)

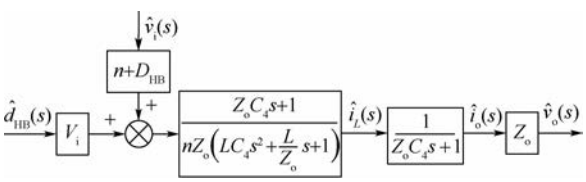


图 8　升压模式开环小信号模型

Fig. 8　Open-loop small-signal model in Boost mode

3　控制系统设计

3.1　总体结构

IPOSBHB 全数字化控制系统的结构总图如图 9 所示。采用 DSP2407 为核心处理器，霍尔传感器将测得的电容 C_4 两端电压 v_o 和流过电感 L 的电流 i_L 作为变换器输出电压和电流的反馈信号送至 DSP2407，经 A/D 转换后与当前目标电压 v_g 或目标电流 i_g 比较，得到电压或电流的误差信号 e_u 和 e_i，经过补偿算法得到控制占空比的调制波误差信号 v_{ctrl}，该信号与定时器生成的载波信号比较即可得到对应的占空比，经驱动电路放大后作为最终的开关管驱动信号。

载波平移的 PWM 调制方法如图 10 所示。图中：v_{tri1} 和 v_{tri2} 分别为 Buck 和 Half-bridge 的载波信号，设定幅值均为 1，且频率相同。v_{tri1} 采用非对称三角波，v_{tri2} 采用对称三角波。驱动信号 G_1 ~ G_3 为 1 时代表开通，0 代表关断。G_3 由调制波误差信号 v_{ctrl} 与 v_{tri1} 比较生成，当 v_{ctrl} 高于 v_{tri1} 时，G_3 输出为 1。G_1 直接由 v_{ctrl} 与 v_{tri2} 比较生成，当 v_{ctrl} 高

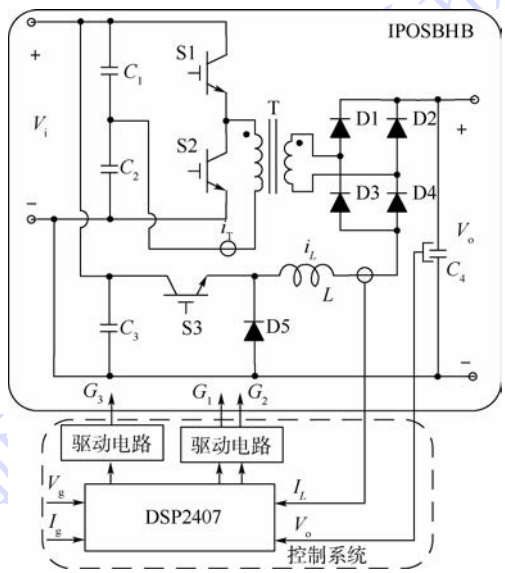


图 9　控制系统结构总图

Fig. 9　General view of control system structure

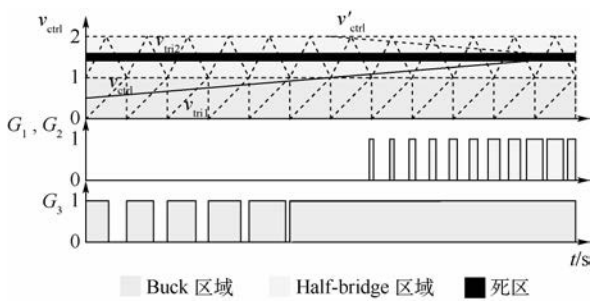


图 10　PWM 调制方法

Fig. 10　PWM modulation approach

北航学报 赠阅

于 v_{tri2} 时，输出为 1；G_2 由 v_{tri2} 幅值与 v_{ctrl} 做差后得到辅助信号 v'_{ctrl}，再将 v'_{ctrl} 与 v_{tri2} 比较，当 v_{ctrl} 低于 v_{tri2} 时，输出为 1。这种调制方式无需额外的分相电路即可实现相位相差 180°的桥式驱动信号。

为了实现 IPOSBHB 的高效控制，将 v_{tri2} 由 [0,1] 平移到 [1,2]，当 $V_o \leqslant V_i$ 时，有 $v_{ctrl} \in [0,1]$，只与 v_{tri1} 相交且始终低于 v_{tri2}，此时 G_1、G_2 关闭，G_3 有 PWM 信号输出；当 $V_o > V_i$ 时，有 $v_{ctrl} \in [1,2]$，只与 v_{tri2} 相交且始终高于 v_{tri1}，此时 G_3 始终输出为 1，G_1、G_2 有 PWM 信号输出。需要特别指出的是，在 Half-bridge 区域中，需要对 v_{ctrl} 进行限幅以便将 G_1、G_2 占空比限制在 50% 以内，防止 T1、T2 直通，造成管子烧毁。

3.2 传递函数的不一致性补偿

由式(1)、式(2)、式(9)、式(12)可以看出，IPOSBHB 电路升压模式占空比比降压模式多乘了系数 N_S/N_P，当此系数不为 1 时，势必会导致降压和升压模式下的直流增益曲线出现拐点，此拐点一方面会使过渡过程的瞬态响应变坏，另一方面使得变换器的传递函数在升压和降压模式下不一致，这样对于同一补偿算法 G_c，很难在降压和升压 2 种模态下均取得理想的控制效果，只能折中设计 G_c。如果能将 2 种模态下的传递函数补偿一致，则完全可以忽略升降压模态的不同对控制器 G_c 的影响，以补偿后的传递函数为依据设计和优化控制器 G_c，来获得 2 种模态下都较为理想的控制效果。

基于上述思想，本文设计的传递函数一致性补偿原理框图如图 11 所示。图中：H 为采样系数；G_{cmp1} 和 G_{cmp2} 为补偿环节；d_{Buck_act} 和 d_{HB_act} 为考虑器件开关时间后的真实占空比。以 Buck 模式的传递函数为标准，取 $G_{cmp1}=1$，$G_{cmp2}=N_P/N_S$，可得到补偿后的新的控制对象 G'_p。由于设定的载波幅值为 1，故省略了调制波误差信号到占空比的传递函数。此外，图 11 中将升压模式下调制波误差信号 v_{ctrl} 向下平移代替图 10 中将载波 v_{tri2} 向上平移的方法以方便编程实现，2 种方法本质的思想是相同的，不影响控制效果。关于由器件开关时间造成的延时补偿方法将在第 3.3 节的内容中介绍。

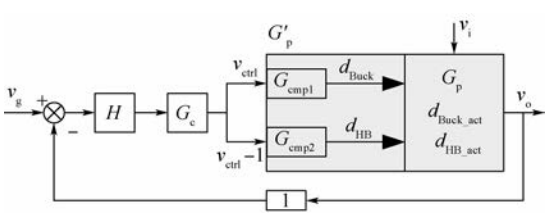


图 11 传递函数不一致性补偿原理框图

Fig. 11 Functional block diagram of inconformity compensation of transfer functions

3.3 占空比的不连续性补偿

由于开关器件在导通和关断时存在延时，使得开关管的真实占空比在理论值接近 0 时变为 0，理论值趋向 1 时提前变为 1，即

$$d_{act}=\begin{cases}0 & 0 \leqslant d_{ctrl} < D_{Z1}\\ \dfrac{1}{1-D_{Z1}-D_{Z2}}(d_{ctrl}-D_{Z1}) & D_{Z1} \leqslant d_{ctrl} \leqslant 1-D_{Z2}\\ 1 & 1-D_{Z2} < d_{ctrl}\end{cases} \tag{14}$$

式中：D_{Z1} 和 D_{Z2} 分别为开通和关断延时对应的占空比；d_{ctrl} 和 d_{act} 分别为占空比的理论值和真实值。

对于 IPOSBHB 电路，当输入、输出电压接近时，恰恰 D_{HB} 趋向于 1 而 D_{HB} 向于 0，因此模式切换时也必然存在一段不连续区，如图 12 所示。由于 v_{tri1} 和 v_{tri2} 幅值均为 1，则当 v_{ctrl} 处于 $[1-D_{Z2}, 1+D_{Z1}]$ 之间时，IPOSBHB 变换器将进入不连续区。不连续区的存在将使模态切换时变换器的瞬态响应变坏，这主要体现在 2 个方面：①不连续区内 Buck 处于直通状态，而 Half-bridge 处于关闭状态，此时输出电压将跟随输入电压，输入电压的扰动对输出电压的影响难以控制；②不连续区内 v_{ctrl} 的增长并没有带来 d_{act} 的提升，这势必会导致变换器在模式切换时的动态响应出现一段平台期，降低了响应速度。因而当 D_{Z1} 和 D_{Z2} 不能忽略时，有必要对不连续区加以补偿。

从图 12 中可以看出，如果将 Half-bridge 的载波向下平移，不连续区将减小，当平移距离 $d_{shift}=D_{Z1}+D_{Z2}$ 时，不连续区将刚好消除，如果平移距离进一步增大，开关管 T1 ~ T3 将出现同时动作的现象，造成额外的开关损耗，应避免这种情况的发生。引入模式切换的不连续补偿方法后，系统的原理框图如图 13 所示。

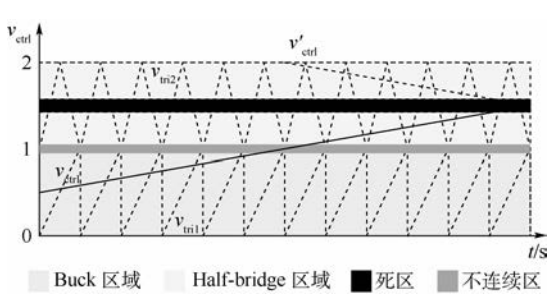


图 12 开关器件延时导致的不连续区

Fig. 12 Discontinuous region caused by switching time delay

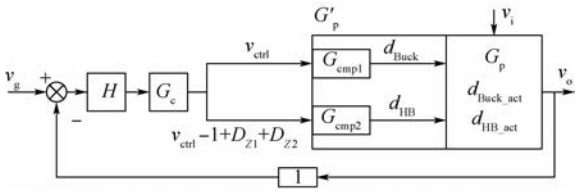


图 13　模式切换时占空比的不连续性补偿原理框图

Fig. 13　Functional block diagram of duty cycle discontinuity compensation at mode change

3.4　输入电压扰动的前馈补偿

如第 2 节所述，无论降压模式还是升压模式，IPOSBHB 传递函数中均含有扰动量输入电压 $\hat{v}_i$，输入电压的波动将对输出电压造成影响。而当以燃料电池或光伏电池等新能源作为输入电源时，输入电压又随负载、温度等因素波动明显，因而需要对 $\hat{v}_i$ 的扰动加以抑制以提高变换器的电压调整率。前馈控制为扰动量的抑制提供了一种有效途径，与基于误差的反馈控制不同，前馈控制本质上属于开环控制，可以在扰动量出现时即对被控量进行调节，无需偏差出现后控制器才开始动作，因而可以有效减小甚至消除扰动对被控参数的影响，提高系统的抗干扰能力和动态响应速度。

IPOSBHB 由 Buck 和 Half-bridge 组合而成，2 个模块本身都属于 Buck 型变换器，可以方便地引入 K_F/v_i 作为前馈因子实现前馈控制，K_F 为前馈增益系数。前馈通道的占空比分量与输入电压呈反比关系。当输入电压突然增大时，该分量迅速减小，总占空比随之减小，抑制输出电压的增高；当输入电压突然减小时，该分量迅速增大，总占空比随之增大，抑制输出电压的降低，从而提高了系统对 $\hat{v}_i$ 抗干扰能力。而 2 个模块组合在一起后，由于变压器的引入造成 IPOSBHB 降压和升压模式的大信号直流增益不同，使得对其整体进行前馈补偿比较困难。而采用第 3.2 节提出的方法对 IPOSBHB 传递函数进行一致性补偿后，降压和升压模式下大信号直流增益的差异得到消除，按照 Buck 模型设计前馈补偿方法即可实现对整个变换器的前馈补偿。图 14 为引入前馈补偿后系统的原理框图。

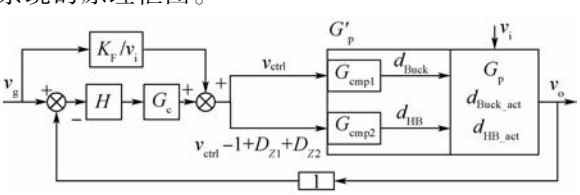


图 14　输入电压扰动的前馈补偿原理框图

Fig. 14　Functional block diagram of feedforward compensation for input voltage disturbance

4　实　验

本文研制了 IPOSBHB 变换器原理样机一台，变换器的规格为：额定功率 15 kW，输入电压范围为 220 ~ 450 V，输出电压范围为 270 ~ 350 V 可控，各器件参数如表 1 所示（其中部分二极管为绝缘栅双极型晶体管（IGBT）的体二极管）。搭建以 DSP2407 为核心处理器的全数字化控制系统，实物图如图 15 所示。

表 1　样机参数

Table 1　Prototype parameters

参数	数值
输入电压/V	220 ~ 450
输出电压/V	270 ~ 350
功率/kW	15
T1 ~ T3，D5	FF200R12KS4
D1 ~ D4	DSEP2-101-04 A
电感/μH	600
变压器原边与副边线圈匝数比	N_p: N_s = 0.67
C_1 ~ C_3 的容量/耐压	2 × 40 μF/1 250 V
C_4 的容量/耐压	4 × 40 μF/1 250 V

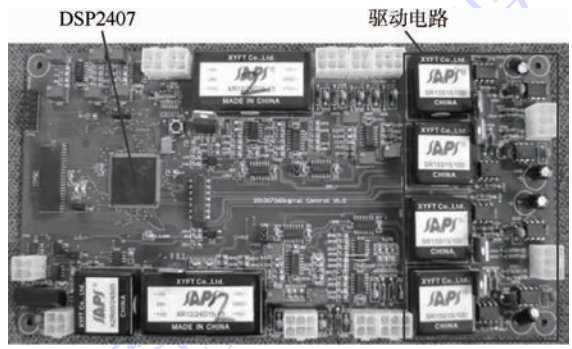


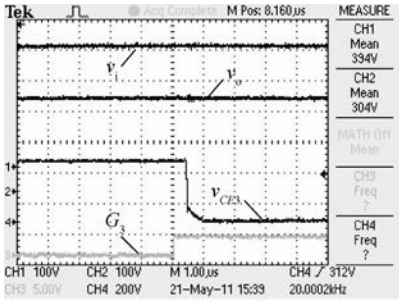
图 15　15 kW 样机控制系统实物图

Fig. 15　Control system picture of 15 kW prototype

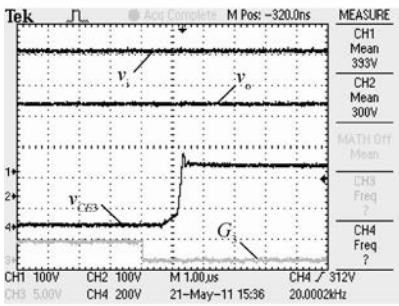
图 16 为降压模式下测得的 IGBT 开通和关断时的延时，v_{CE3} 为开关管 T3 集电极和射极间的电压，开关频率为 20 kHz，开通延时约为 0.4 μs，关断延时约为 1.3 μs，对应的 D_{Z1} = 0.008，D_{Z2} = 0.026。

图 17 为输出目标电压 v_g = 270 V，负载 R = 40 Ω时输入电压 v_i 由 400 V 下降到 240 V 的瞬态响应图。变换器在 $v_i = v_o$ 时发生降压模式到升压模式的自动切换，图 17 中以变压器原边的采样电流 i_B 来表征 Half-bridge 的工作状态（该采样电流为示波器产生包络现象后的电流波形）。图 17 中一致性补偿系数 G_{cmp2} 分别设定为 0.4、0.7 和 1.5，其中，G_{cmp2} = 0.7 时与理论值 $G_{cmp2} = N_P/N_S$ = 0.67 最接近，从图 17（b）中可以看出，由于 v_i 的下降，变换器降压和升压模式下 v_o 的动态值均

北航学报 赠阅



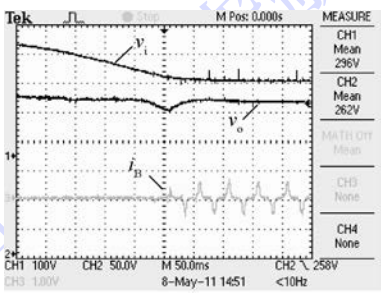
(a) 开通延时



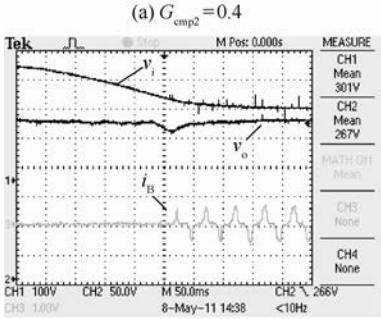
(b) 关断延时

图 16 开关延时波形

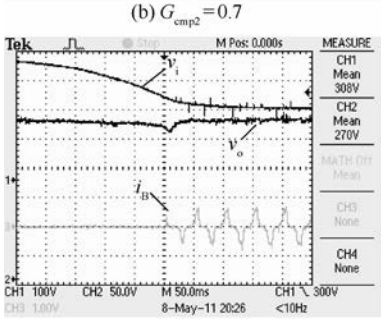
Fig. 16 Waveforms of switching time delay



(a) $G_{cmp2}=0.4$



(b) $G_{cmp2}=0.7$



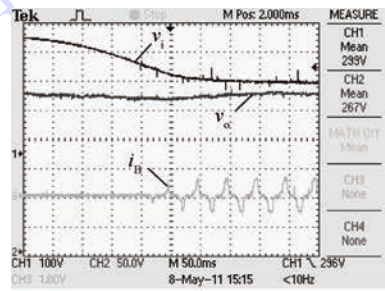
(c) $G_{cmp2}=1.5$

图 17 引入不一致性补偿后输出电压的瞬态响应

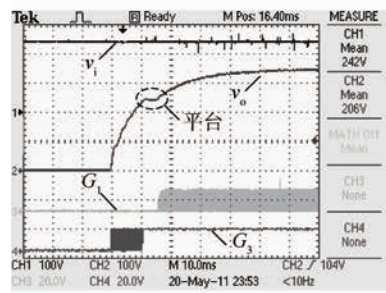
Fig. 17 Transient response of output voltage after introducing inconformity compensation

略低于 v_g，但两模态下的电压调整率接近；由图 17(a)及图 17(c)可以看出，当 $G_{cmp2}=0.4$ 时，变换器升压模式的电压调整率略低于降压模式，当$G_{cmp2}=1.5$时，升压模式的电压调整率略高于降压模式。模式切换时，v_o 存在一段明显的下降区，此下降区的宽度和幅度随着补偿系数 G_{cmp2} 的增大而减小。

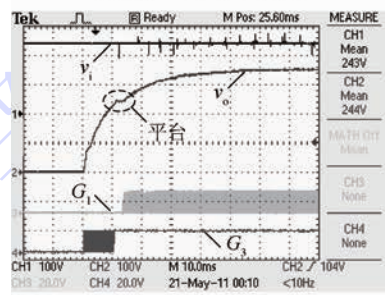
图 18(a)为 $G_{cmp2}=0.7$ 时采用第 3.3 节的方法对不连续区进行补偿的波形图，当平移系数$d_{shift}=0.036$，补偿后下降区基本消除。图18(b)～图 18(d)以驱动信号 G_1 和 G_3 来表征 Half-bridge



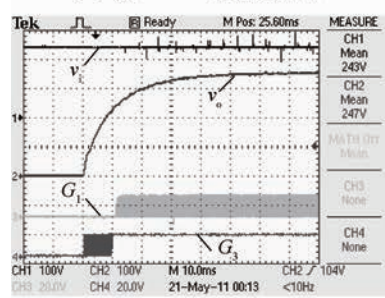
(a) $d_{shift}=0.036$输入电压递减时的输出响应



(b) $d_{shift}=0$时的阶跃响应



(c) $d_{shift}=0.018$时的阶跃响应



(d) $d_{shift}=0.036$时的阶跃响应

图 18 引入不连续性补偿后输出电压的瞬态响应图

Fig. 18 Transient response of output voltage after introducing discontinuity compensation

的工作状态，分别对不同 d_{shift} 下 v_o 的阶跃响应进行了对比，仍取 $G_{cmp2}=0.7$，当 $v_i=245$ V，$R=40\ \Omega$ 时，v_o 由 0 到 280 V 阶跃变化，模式切换的平台随 d_{shift} 的增加而减小，当 $d_{shift}=0.036$ 时，基本消除，响应时间有明显的缩短。

图 19(a)为引入前馈后变换器的阶跃响应。与图 18(d)相比，引入前馈后 v_o 启动阶段的上升速度得到明显提高；图 19(b)及图 19(c)为 v_i 由 240 V 向 350 V 突变时引入前馈前后的动态响应对比图。可以看出，当 v_i 突然增大时，引入前馈后 v_o 的瞬时电压波动峰值降低了约 20 V，证明前馈对 v_i 波动的抑制作用明显。

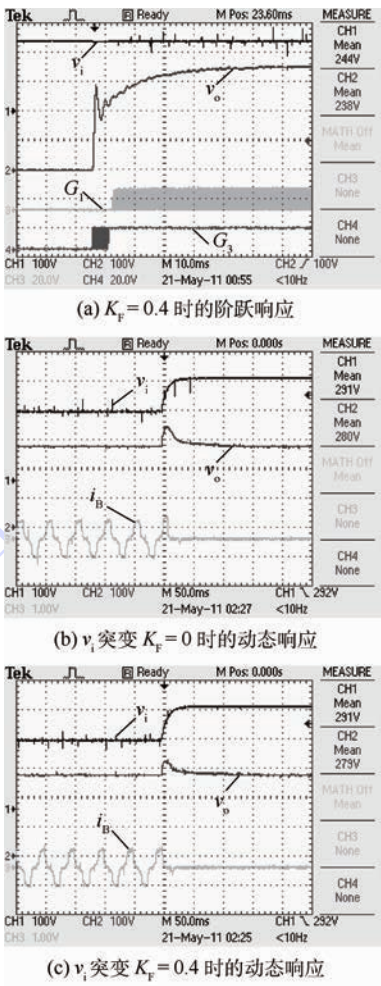


图 19　引入前馈补偿后输出电压的瞬态响应

Fig. 19　Transient response of output voltage after introducing feedforward compensation

5　结　论

1）建立了 IPOSBHB 电路降压模式和升压模式下的开环小信号模型。

2）设计了载波平移的全数字控制方法，实现了 IPOSBHB 电路的降压模式和升压模式的高效控制。

3）针对 IPOSBHB 电路升降压模式切换时传递函数的不一致性、占空比的不连续性设计了补偿措施，实现了升降压模式切换时的平滑过渡。

4）针对输入电压的扰动引入前馈补偿，改善了变换器的动态响应。

参考文献（References）

[1] SAHU B, RINCON-MORA G A. A low voltage, dynamic, noninverting, synchronous buck-boost converter for portable applications[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2004, 19(2): 443-452.

[2] CHAKRABORTY A, KHALIGH A, EMADI A. Combination of buck and boost modes to minimize transients in the output of a positive buck-boost converter[C]// IECON 2006-32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 4075-4080.

[3] 任小永，阮新波，李明秋，等. 双沿调制的四开关 Buck-Boost 变换器[J]. 中国电机工程学报，2009，29(12)：16-23.
REN X Y, RUAN X B, LI M Q, et al. Dual edge modulated four-switch Buck-Boost converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(12): 16-23(in Chinese).

[4] 任小永，唐钊，阮新波，等. 一种新颖的四开关 Buck-Boost 变换器[J]. 中国电机工程学报，2008，28(21)：15-19.
REN X Y, TANG Z, RUAN X B, et al. A novel four switch Buck-Boost converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(21): 15-19(in Chinese).

[5] 罗明玲. 微小卫星电源系统 MPPT 模块的设计与实现[D]. 杭州：浙江大学，2014.
LUO M L. Design and implement on MPPT module of micro-satellite power system[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014(in Chinese).

[6] FERNANDEZ RANDYLL R M JR. A novel photovoltaic power converter for military and space applications[D]. Monterey: Naval Postgraduate School, 2015.

[7] QIAO H B, ZHANG Y C, YAO Y T, et al. Analysis of Buck-Boost converters for fuel cell electric vehicles[C]// ICVES 2006. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 109-113.

[8] 肖华锋，谢少军. 用于光伏并网的交错型双管 Buck-Boost 变换器[J]. 中国电机工程学报，2010，30(21)：7-12.
XIAO H F, XIE S J. An interleaving double-switch Buck-Boost converter for PV grid-connected inverter[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(21): 7-12(in Chinese).

[9] NAKANISHI F, IKEGAMI T, EBIHARA K, et al. Modeling and operation of a 10 kW photovoltaic power generator using equivalent electric circuit method[C]// Photovoltaic Specialists Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000: 1703-1706.

[10] ZUE A O, CHANDRA A. Simulation and stability analysis of a 100 kW grid connected LCL photovoltaic inverter for industry[C]// Power Engineering Society General Meeting. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 1-6.

[11] LEE Y J, KHALIGH A, EMADI A. A compensation technique for smooth transitions in non-inverting Buck-Boost converter

[C]// IEEE Applied Power Electronics Conference & Exposition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 608-614.

[12] CHOMSUWAN K, PRISUWANNA P, MONYAKUL V. Photovoltaic grid-connected inverter using two-switch Buck-Boost converter [C] // Photovoltaic Specialists Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002: 1527-1530.

[13] GABORIAULT M, NOTMAN A. A high efficiency, non-inverting, Buck-Boost DC-DC converter [C] // Proceedings of 19th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004: 1411-1415.

[14] LEE Y J, KHALIGH A, CHAKRABORTY A, et al. Digital combination of Buck and Boost converters to control a positive Buck-Boost converter and improve the output transients [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2009, 24(5-6): 1267-1279.

[15] YAO C, RUAN X B, CAO W, et al. A two-mode control scheme with input voltage feed-forward for the two-switch Buck-Boost DC-DC converter [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2014, 29(4): 2037-2048.

[16] 杜青, 齐铂金, 张涛, 等. 一种新型大功率输入并联输出串联 Buck 半桥变换器 [J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(6): 47-55.
DU Q, QI B J, ZHANG T, et al. A novel high-power input-parallel output-series Buck-halfbridge converter [J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(6): 47-55 (in Chinese).

[17] FENG W, QI B J, WANG Y P, et al. High power DC-DC converter for renewable energy power system [C] // 2014 IEEE Conference and Exposition on Transportation Electrification Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 1-4.

作者简介:

杜青 男, 博士, 工程师。主要研究方向: 航天器电源系统总体设计、功率调节及变换技术。

崔波 男, 硕士, 高级工程师。主要研究方向: 航天器电源系统总体设计。

夏宁 男, 硕士, 工程师。主要研究方向: 航天器电源系统总体设计。

A novel high-power step-up/step-down converter and control methods

DU Qing[1,*], CUI Bo[1], XIA Ning[1], CAI Xiaodong[1], QI Bojin[2], CHENG Yan[3], ZHU Liying[1]

(1. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China;
2. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
3. Institute of Telecommunication Satellite, Beijing 100094, China)

Abstract: Two-switch cascade converter is the most appropriate solution for efficient high-power applications among the existing converter topologies. However, the cascade structure and the nonlinear dc gain of Boost circuit are more likely to cause severe oscillations if the criterion for the selection of the operation mode is chosen improperly during step-up/step-down transition. A novel high-power IPOSBHB converter was proposed. The circuit structure and basic relations were analyzed. And the open-loop small-signal model of Buck mode and Boost mode was established. The carrier wave parallel-shifting combinational control method was designed. The inconformity of the transfer functions, the discontinuity caused by duty cycle and the disturbance of input voltage were analyzed and the methods for compensation were also proposed. The carrier wave parallel-shifting combinational control strategy and the compensation methods proposed were easy to be carried out to achieve effective control at steady state and achieve smooth transition at step-up/step-down mode change, and also reduce the adverse effect caused by the disturbance of input voltage. A 15 kW prototype is used to validate the proposed theory.

Keywords: high-power; step-up/step-down converter; small-signal model; control; transition

Received: 2016-03-23; **Accepted**: 2016-06-20; **Published online**: 2016-07-05 15:16

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160705.1516.002.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51407008)

* **Corresponding author**. E-mail: danielduqing@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0230

机载超短波电台邻道干扰减敏特性建模与评估

武南开[1], 苏东林[1,*], 何洪涛[2], 刘焱[1]
(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083; 2. 中国洛阳电子装备试验中心, 洛阳 471003)

摘 要: 为了解决传统邻道干扰模型与测试数据对比误差较大的难题,将接收机射频前端的非线性响应模型和信噪比模型相融合,考虑到邻道干扰信号与本振相位噪声混频而产生的噪声,提出了噪声修正因子,进一步建立了超短波(VHF)电台接收机邻道干扰减敏模型,与典型实装测试数据相对比误差约为3 dB,表明本文方法能够很好地描述邻道干扰的减敏特性。利用本文模型给出了机载超短波电台邻道干扰评估方法,结合直升机编队飞行时电台邻道干扰评估案例,验证了本文方法的适用性和有效性,具有一定的工程应用价值。

关 键 词: 邻道干扰; 非线性; 信噪比; 减敏; 超短波(VHF)电台
中图分类号: TN911.4
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0481-07

目前,机载平台空间有限,天线数量众多,发射设备发射功率大,接收设备灵敏度高,工作频带宽,造成飞机平台设备间互扰问题频发[1]。尤其针对超短波(VHF)频段,军用飞机/直升机配备了多部收发电台[2],使得收发频带交叠严重,电台间邻道干扰造成的通信话音不清晰、作用距离短等问题成为制约其完成多样化战术任务的关键因素[3]。因此,对邻道干扰的建模,获取可直接应用于电磁干扰评估的减敏预测模型是目前工程设计的急需。而邻道干扰成因复杂,并伴随着阻塞、交调等非线性现象[4-5],其建模一直以来都是难点。

研究者们在接收机邻道干扰方面做了大量的研究工作。文献[6]给出了接收机邻道阻塞干扰模型,对电台邻道干扰进行了测试,并采用折线拟合法对测试数据进行拟合;文献[7]给出了邻道干扰信噪比模型并进行了测试,但模型计算结果和实测数据未进行对比分析;文献[8]给出了邻道干扰减敏经验公式,但未进行实际测试;文献[9]讨论了基于测试数据的邻道干扰减敏分析,但未考虑非线性的影响;文献[10]对邻道干扰在接收机前端的非线性响应特性进行了分析,并提出了一种邻道干扰抵消方法。

分析以上的研究工作发现,由于难于获取接收机内部的详细参数,单纯利用理论计算模型或经验公式[11]对邻道干扰减敏特性进行的建模往往误差较大,难以与测试数据进行很好的比对,只能在一定程度上进行趋势预测;而另一方面,对邻道干扰减敏特性的测试在没有理论支撑的情况下,测试频点多、工作量大,测试模型也难以应用于实际机载电台间的邻道干扰评估。

为了解决上述难题,考虑到邻道干扰信号与本振相位噪声混频而产生的噪声,本文提出了噪声修正因子,结合接收机前端的非线性响应模型和信噪比模型,推导出超短波电台接收机邻道干扰减敏模型,并结合减敏模型给出机载超短波电台邻道干扰的评估方法。

收稿日期: 2016-03-24; **录用日期**: 2016-04-01; **网络出版时间**: 2016-04-07 18:34
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160407.1834.001.html
基金项目: 国家自然科学基金(61521091,61427803)
* **通讯作者**: E-mail: sdl@buaa.edu.cn

引用格式: 武南开, 苏东林, 何洪涛, 等. 机载超短波电台邻道干扰减敏特性建模与评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 481-487. WU N K, SU D L, HE H T, et al. Adjacent channel interference modeling and assessment on reduction of airborne VHF radio sensitivity [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 481-487 (in Chinese).

北航学报 赠阅

1 基于噪声修正的邻道干扰建模

邻道干扰是指接收机工作在某通信频道时，受到了相邻或相近频道信号的干扰，而无法正常工作的现象。

根据超短波电台的结构（见图 1），当超短波电台受到邻道干扰时，一般干扰信号强度较大，经过低噪声放大器的非线性作用后，产生各种频率分量[12]。甚至当干扰信号功率足够大时，会使有用信号产生增益下降，造成增益压缩现象[13]。图 1 中：ω_I 为干扰信号的频率；ω_S 为有用信号频率；ω_o 为混频后的中心频率。

虽然射频预选滤波器会对带外信号有一定的抑制作用，但是其通带较宽，无法抑制与有用信号频率相近的干扰信号。同时，由于接收机本振信号频率不纯，邻近频率的干扰信号与本振相位噪声进行混频[6]，会提高接收机本底噪声，造成输出信噪比下降，无法正常解调出有用信号，使得接收机灵敏度减小，造成减敏现象。

因此，对邻道干扰的建模重点在于邻道干扰的非线性建模与输出信噪比的建模。

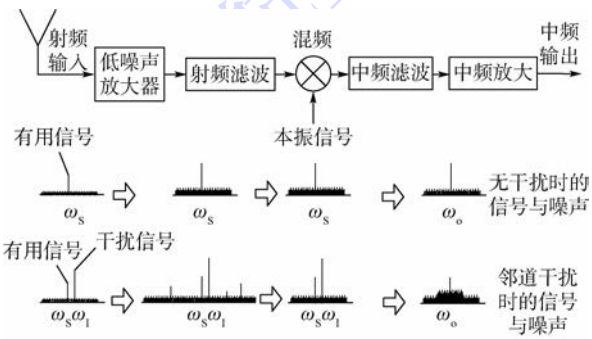


图 1 超短波电台接收机前端邻道干扰示意图

Fig. 1 Schematic diagram of adjacent channel interference at front end of VHF radio receiver

1.1 邻道干扰接收机前端非线性建模

假设接收机的输入时域信号表示为

$$x(t) = x_I(t) + x_S(t) = v_I\cos(\omega_I t) + v_S\cos(\omega_S t) \tag{1}$$

式中：$x_I(t)$ 为输入的时域干扰信号；v_I 为干扰信号幅度；$x_S(t)$ 为输入的有用信号；v_S 为有用信号幅度。

使用泰勒级数来描述接收机前端的非线性响应特性，输入信号的非线性响应可用 n 阶泰勒级数表示[14]：

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i x^i(t) \tag{2}$$

式中：$a_i(i = 1, 2, \cdots, n)$ 为非线性特征系数，而对于通信系统中有 $|a_1| > |a_2| > \cdots > |a_n|$，且由于增益压缩特点，一般 $a_3 < 0$；$y(t)$ 为时域输出信号；输出信号的第 i 阶响应为 $a_i x^i(t)$。

将输入时域信号式（1）代入式（2）中，得到非线性的输出响应为

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i(v_I\cos(\omega_I t) + v_S\cos(\omega_S t))^i \tag{3}$$

将式（3）展开后，得到的第 i 阶响应频率是由 i 个输入频率任意组合的结果，幅度由输入信号幅度和非线性系数决定。表 1 给出了前 3 阶非线性响应的幅度和频率信息。

表 1 双信号输入下的前 3 阶非线性响应

Table 1 First three order nonlinear response of dual-channel input signal

编号	响应幅度	响应频率	响应类型
1	$a_1 v_I$	ω_I	1 阶线性
2	$a_1 v_S$	ω_S	1 阶线性
3	$0.5a_2 v_I^2$	$2\omega_I$	2 阶谐波
4	$0.5a_2 v_S^2$	$2\omega_S$	2 阶谐波
5	$a_2 v_I v_S$	$\omega_I \pm \omega_S$	2 阶交调
6	$0.25a_3 v_I^3$	$3\omega_I$	3 阶谐波
7	$0.25a_3 v_S^3$	$3\omega_S$	3 阶谐波
8	$0.75a_3 v_I^2 v_S$	$2\omega_I \pm \omega_S$	3 阶交调
9	$0.75a_3 v_S^2 v_I$	$2\omega_S \pm \omega_I$	3 阶交调
10	$0.75a_3 v_I^3$	$2\omega_I - \omega_I$	3 阶压缩
11	$0.75a_3 v_S^3$	$2\omega_S - \omega_S$	3 阶压缩
12	$1.5a_3 v_I v_S^2$	$\omega_I + \omega_S - \omega_S$	3 阶交调
13	$1.5a_3 v_S v_I^2$	$\omega_S + \omega_I - \omega_I$	3 阶交调

总的非线性响应是各阶次响应的总和。而对于输出的有用信号和干扰信号，由于非线性作用产生了各阶次的谐波、交调和压缩分量，输出信号的构成比较复杂，为了推导方便，必须对输出信号的成分进行化简，忽略微小项：

1）从幅度上来看，由于干扰信号幅度远大于有用信号，即 $v_I \gg v_S$，因此 $v_I^2 \gg v_S^2$，$v_I^3 \gg v_S^3$。

2）从频率上来看，由于是邻道干扰，干扰信号频率与有用信号频率差值较小。因此，$|\omega_I \pm \omega_S|$ 项、$2\omega_I \pm \omega_S$ 项和各阶谐波项均比 ω_I 项远离有用信号频率，考虑到射频和中频滤波器的频率选择特性，这些项可忽略，如图 2 所示。

基于以上 2 点考虑，得到经非线性作用后输出的干扰信号和有用信号表达式为

$$\begin{cases} y_{Io}(t) = \left(a_1 v_I + \dfrac{3}{4}a_3 v_I^3\right)\cos(\omega_I t) \\ y_{So}(t) = \left(a_1 v_S + \dfrac{3}{2}a_3 v_S v_I^2\right)\cos(\omega_S t) \end{cases} \tag{4}$$

式中：$y_{Io}(t)$ 为输出的时域干扰信号；$y_{So}(t)$ 为输出的时域有用信号。

根据有效功率计算式 $P = V^2/2R$（通信系统中

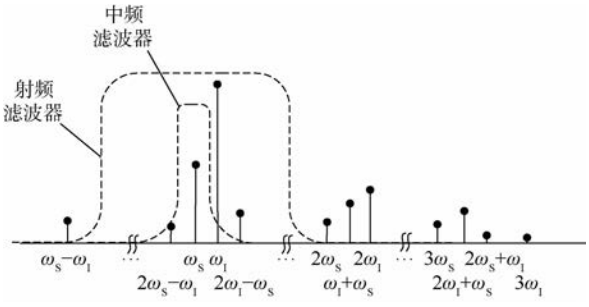


图 2　非线性输出项幅度和频率筛选

Fig. 2　Output of nonlinear response screening by amplitude and frequency

一般 $R=50\ \Omega$），经非线性作用后输出的有用信号和干扰信号的功率为

$$\begin{cases} P_{So}=\dfrac{\left(a_1v_S+\dfrac{3}{2}a_3v_Sv_I^2\right)^2}{2R}=P_S(a_1+3a_3RP_I)^2 \\ P_{Io}=\dfrac{\left(a_1v_I+\dfrac{3}{4}a_3v_I^3\right)^2}{2R}=P_I\left(a_1+\dfrac{3}{2}a_3RP_I\right)^2 \end{cases} \tag{5}$$

式中：P_{So}和 P_{Io}分别为输出的有用信号和干扰信号功率；P_S 和 P_I 分别为输入的有用信号和干扰信号功率。

1.2　邻道干扰接收机输出端信噪比模型

在无干扰情况下，信噪比（Signal to Noise Ratio，SNR）定义为有用信号功率与噪声功率的比值，如下[15]：

$$\mathrm{SNR}=\frac{S}{N} \tag{6}$$

式中：S 为有用信号功率；N 为接收机的噪声功率。

如果实际接收机并没有给出噪声功率，可用式（7）进行计算：

$$N=kTB \tag{7}$$

式中：$k\approx1.38\times10^{-23}$ J/K 为玻尔兹曼常数；B 为接收机的噪声带宽；T 为噪声温度。

在无干扰信号的情况下，由于输入的有用信号较弱，接收机工作在线性工作范围内，此时输出的信噪比为

$$\mathrm{SNR}_S=\frac{S}{N}=\frac{a_1^2P_S}{a_1^2N}=\frac{P_S}{N} \tag{8}$$

在邻道干扰情况下，由于干扰信号功率较大，输出的总噪声功率不仅包括接收机本身的宽带噪声（假设有干扰前后接收机本身的宽带噪声近似不变），还包括干扰信号通过放大器非线性作用后产生的各类干扰分量。而邻近频率的干扰信号与本振相位噪声进行混频，会提高接收机本底噪声功率。故在有邻道干扰情况下，接收机输出的信噪比变为

$$\mathrm{SNR}_I=\frac{S'}{N'}=\frac{P_{So}}{P_{Io}C_{\Delta f}+a_1^2N} \tag{9}$$

式中：S'为有干扰情况下的有用信号输出功率；N'为邻道干扰时的噪声功率；$C_{\Delta f}=L+a10^{-0.34\Delta f/B_0}$为噪声修正因子，$L$ 为混频噪声控制因子，a 为频率控制因子，Δf为干扰信号与有用信号的频率偏差，B_0 为接收机的中频带宽。

根据式（5）、式（8）和式（9），可以得到在邻道干扰情况下的减敏公式为

$$\begin{aligned}\Delta\mathrm{SNR}=\mathrm{SNR}_I/\mathrm{SNR}_S&=\frac{P_{So}}{P_{Io}C_{\Delta f}+a_1^2N}\cdot\frac{N}{P_S}= \\ &\frac{P_S(a_1+3a_3RP_I)^2}{P_I\left(a_1+\dfrac{3}{2}a_3RP_I\right)^2C_{\Delta f}+a_1^2N}\cdot\frac{N}{P_S}= \\ &\frac{\left(1+\dfrac{3a_3R}{a_1}P_I\right)^2N}{P_I\left(1+\dfrac{3a_3R}{2a_1}P_I\right)^2C_{\Delta f}+N}\end{aligned} \tag{10}$$

1.3　邻道干扰减敏模型验证

为了验证邻道干扰减敏模型的有效性，对某型超短波电台进行了邻道干扰测试。选用的超短波电台工作频率为 30 ~ 87.975 MHz，SNR = 12 dB 时接收机灵敏度为 − 110 dBmW，3 dB 中频带宽 $B=10.35$ kHz。试验配置如图 3 所示。

信号源 1 模拟有用信号（幅度调制），信号源 2模拟干扰信号（频率调制），干扰信号和有用信号经过衰减器连接超短波电台射频输入端口，超短波电台音频输出端接入音频信号分析仪来观测信噪比。

在电台话音测试时，一般认为当输出信噪比 SNR≥12 dB 时，电台接收的语音信号能够非常清晰且易懂，故邻道干扰试验方法如下：

1）调节有用信号功率，使接收机音频端口检测到的信噪比 SNR = 12 dB。

2）提高有用信号功率，使接收机音频端口检测到的信噪比提升到 SNR = 12 dB + ΔSNR。

3）开始注入干扰信号，并逐渐增加干扰信号功率，直到接收机音频端口检测到的信噪比下降

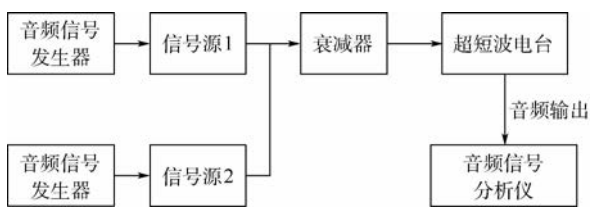


图 3　邻道干扰试验配置

Fig. 3　Test configuration of adjacent channel interference

北航学报 赠阅

到 SNR = 12 dB。

4）此时在有邻道干扰的情况下，输出信噪比下降幅度为 ΔSNR，并记录此时干扰信号功率。

试验过程中发现，对于不同的有用信号频率，相同的频率偏差具有较好的一致性，而不同的频率偏差测试得到的信噪比下降曲线差异很大，故试验测试的干扰信号和有用信号频率偏差为 25、50、100、300、500、700 和 1 000 kHz 共计 7 种情况。图 4 给出了信噪比下降 3 dB 和6 dB情况下干扰信号功率与频率偏差的关系。

从图 4 中可以看出，当干扰信号频率越接近有用信号频率时，使信噪比下降 3 dB 或 6 dB 所需的干扰信号功率越小。当频率偏差大于 300 kHz 时，几乎相同的干扰信号功率就能够使信噪比下降相同的量级。图 5 给出了 25、50 和 100 kHz 3 种频率偏差下干扰信号功率与信噪比下降幅度的关系。

从图 5 中可以看出，信噪比下降幅度在 1 ~ 6 dB之间时，信噪比曲线下降比较缓慢。随着干扰信号功率的增加，当信噪比下降超过 6 dB 以后，曲线下降迅速。模型中的噪声修正因子 $C_{\Delta f} = 4 \times 10^{-5} + 4 \times 10^{-0.34\Delta f/B_0 - 3}$，实测结果与模型计算结果趋势一致，吻合较好，除频率偏差 100 kHz 时，信噪比下降 20 dB 的单一点误差较大外，其余误差均在3 dB以内。图6给出了25、50和100 kHz3种频率偏差下计算与实测的信噪比下降结果误差对比。

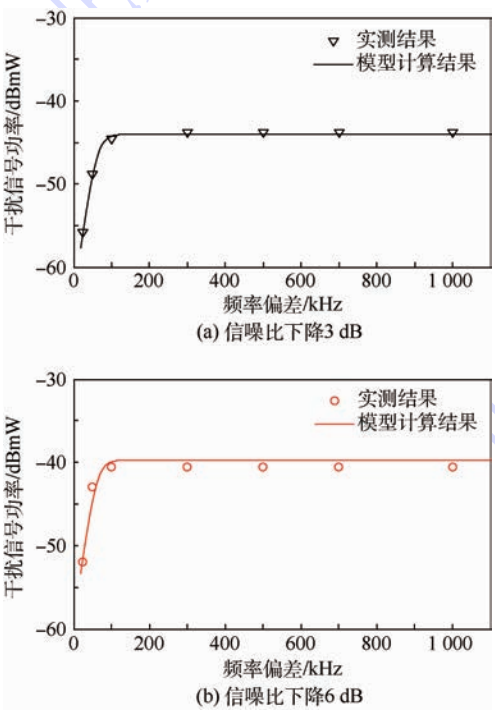


图 4 信噪比下降 3 dB 和 6 dB 时干扰信号功率与频率偏差关系

Fig. 4 Relation between interference signal power and frequency deviation when SNR decreases by 3 dB and 6 dB

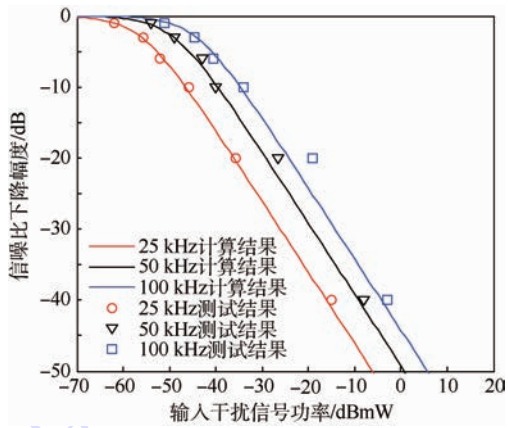


图 5 3 种频率偏差下干扰信号功率与信噪比下降幅度关系

Fig. 5 Relation between interference signal power and reduction of SNR under three kinds of frequency deviation

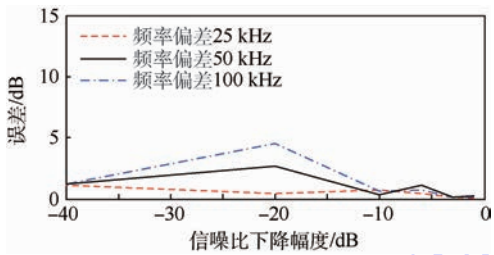


图 6 3 种频率偏差下计算与实测的信噪比下降误差对比

Fig. 6 Error comparison between calculated and measured reduction of SNR under three kinds of frequency deviation

2 机载超短波电台邻道干扰评估方法

由于机载平台空间有限，通信设备越来越密集，通信频道重叠越严重。为了保证机载超短波电台之间能够兼容工作，需要对邻道干扰情况进行评估，做出干扰判断或频率规划，具体评估流程如图 7 所示。

对于干扰信号方面，发射机产生的干扰信号经过天线辐射和空间衰减后被接收天线拾取并进入射频端口，其中涉及的因素较多，耦合到接收机射频端口处的干扰信号功率可用式(11)进行计算：

$$P_I(f,d,\theta,\varphi) = P_T(f) + L_T(f) + L_{TC}(f) + G_T(f,\theta,\varphi) - L_a(f,d) + G_R(f,\theta,\varphi) + L_R(f) + L_{RC}(f) \quad (11)$$

式中：f 为频率，MHz；d 为天线间的距离，km；θ 和 φ 分别为收发天线间的俯仰角和方位角，rad；$P_T(f)$ 为发射机的发射功率，dBmW；$L_T(f)$ 和 $L_R(f)$ 分别为发射机和接收机的馈线损耗，dB；

北航学报 赠阅

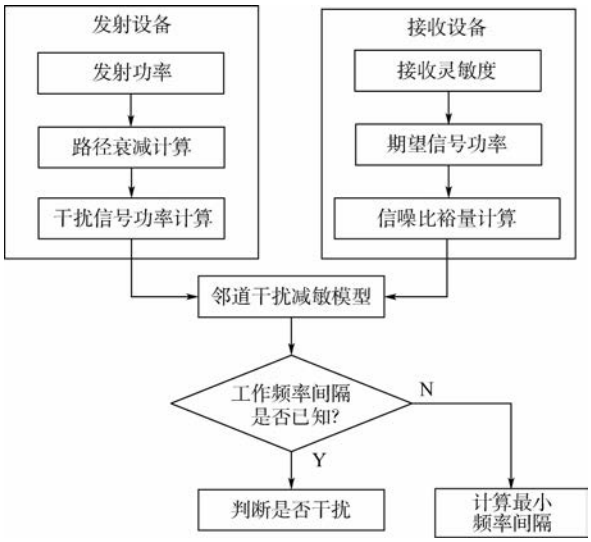


图 7　机载超短波电台邻道干扰评估流程

Fig. 7　Assessment procedure of adjacent channel interference of airborne VHF radio

$G_T(f,\theta,\varphi)$ 和 $G_R(f,\theta,\varphi)$ 分别为发射天线和接收天线在相对角度的增益，dB；$L_{TC}(f)$ 和 $L_{RC}(f)$ 为双工器的正向损耗，dB；$L_a(f,d)$ 为电磁波在天线之间耦合通道的衰减，dB。

如果按照电磁波在自由空间衰减公式，$L_a(f,d)$ 可以通过式(12)计算：

$$L_a(f,d) = 32.44 + 20\lg f + 20\lg d \tag{12}$$

如果收发天线间的空间衰减不适用于自由空间衰减公式，可借助于其他算法或者一些商用的数值仿真软件求解。

对于接收机方面，一般灵敏度是在一定的信噪比情况下所定义的。在超短波电台正常工作时，接收机所接收到的有用信号功率通常大于等于灵敏度，所以接收机在受到干扰时的信噪比裕量为

$$\Delta\mathrm{SNR}' = P_{SAT} - S_{im} \tag{13}$$

式中：$\Delta\mathrm{SNR}'$ 为信噪比裕量，dB；P_{SAT} 为基准信号功率，dBmW；S_{im} 为接收机灵敏度，dBmW。

如果已知 2 部电台间工作的频率偏差，则可利用邻道干扰减敏模型计算出此频率偏差 Δf 对应的信噪比下降曲线，若信噪比裕量 $\Delta\mathrm{SNR}'$ 和干扰信号功率 P_I 的交汇点在曲线的左侧，则无邻道干扰；若在曲线右侧，则产生邻道干扰。如果未知 2 部电台的频率偏差，则信噪比裕量 $\Delta\mathrm{SNR}'$ 和干扰信号功率 P_I 交汇点对应曲线所代表的频率偏差，就是此时不产生邻道干扰的最小频率偏差。

3　机载超短波电台邻道干扰评估案例

考虑如图 8 所示的情况。2 架直升机编队飞行，相距 150 m。超短波电台 A 工作在接收状态并与地面塔台进行通信，其灵敏度在 SNR = 12 dB 时为 −110 dBmW，与地面塔台正常通信时的基准信号功率为 −96 dBmW。超短波电台 B 执行其他通信任务，工作在发射状态，发射频率为 75 MHz，发射功率为 30 dBmW。为了保证 2 部电台各自独立工作，需要对 2 部电台的邻道干扰进行评估。

干扰源方面，2 部超短波电台相距 150 m，利用式(12)，可计算出电磁场在自由空间衰减 L_a = 53.5 dB。综合考虑馈线损耗、双工器损耗和天线增益等因素，到达超短波电台 A 接收机端口的干扰信号功率为 P_I = −33.5 dBmW，如图 9 所示。

由式(13)可计算得到超短波电台 A 的信噪比裕量 $\Delta\mathrm{SNR}' = P_{SAT} - S_{im}$ = 14 dB。利用邻道干扰减敏模型，可以对此时的邻道干扰情况进行评估。

假设已知 2 部电台工作时的频率间隔为 200 kHz，如图 10 所示。信噪比裕量与干扰信号功率的交汇点在 200 kHz 频率偏差信噪比下降曲线的左侧，则可判定此时不会产生邻道干扰。此时图 10 中红色阴影区域为干扰信号功率安全裕量，蓝色阴影区域为信噪比安全裕量。

当 2 部电台工作频率偏差未知时(见图 11)，信噪比裕量与干扰信号功率交汇点对应为频率偏差 60 kHz 时的曲线，考虑到超短波电台 25 kHz 为一个频道，故为了避免电台间的邻道干扰致使

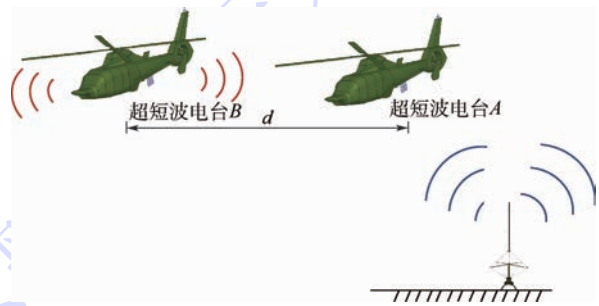


图 8　直升机编队飞行邻道干扰场景

Fig. 8　Scene of helicopter formation flight interfered by adjacent channel

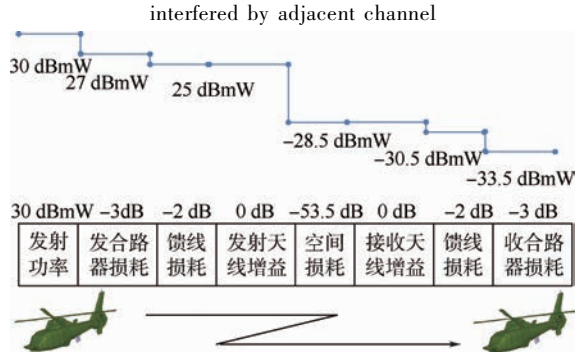


图 9　干扰信号功率计算示意图

Fig. 9　Schematic diagram of interference signal power calculation

北航学报 赠阅

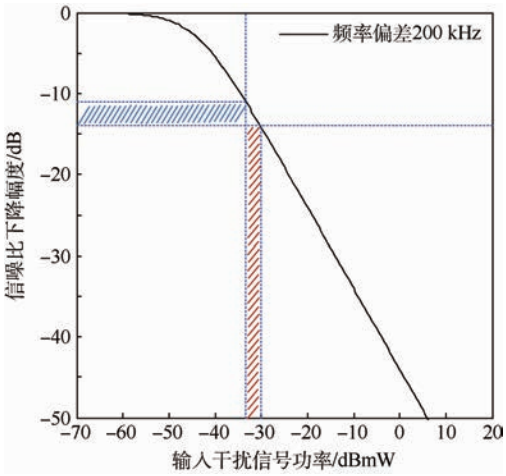


图 10 已知工作频率偏差的邻道干扰评估

Fig. 10 Adjacent channel interference assessment of known operating frequency deviation

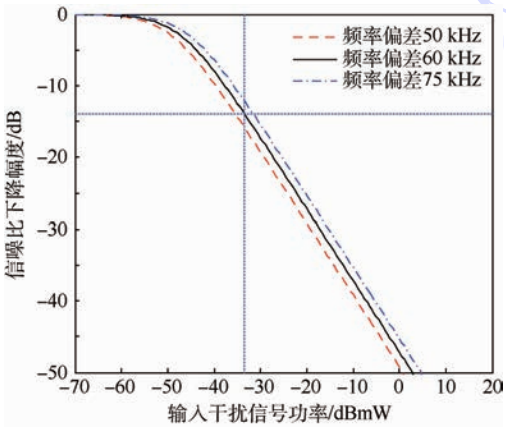


图 11 不产生邻道干扰时的频率偏差评估

Fig. 11 Assessment of frequency deviation without adjacent channel interference

超短波电台 *A* 无法正常工作,2 部电台应至少错频 75 kHz 工作,即超短波电台 *A* 不能工作在 74.925 ~ 75.075 MHz 频段内。

4 结 论

现有的邻道干扰模型因忽略接收机内部的详细参数,单纯利用理论计算模型或经验公式,造成计算结果与实测结果偏差较大。因此,本文结合接收机前端非线性响应模型和信噪比模型,针对性地提出了一种噪声修正因子,给出了超短波电台接收机邻道干扰的减敏模型。

1) 模型以超短波电台物理模型和噪声修正因子为基础,避免了过度理想化,与实测数据相比误差约为 3 dB。

2) 模型可直接应用于机载超短波电台间的邻道干扰评估,可获得信噪比下降或工作频率间隔等量化指标,具有一定的工程应用价值。

本文方法可向其他机载射频收发设备间的干扰预测和减敏特性分析方面拓展,这也是本文下一步的研究工作。

参考文献 (References)

[1] 苏东林,王冰切,金德琨,等. 电子战特种飞机电磁兼容预设计技术[J]. 北京航空航天大学学报,2006,32 (10):1241-1245.
SU D L,WANG B Q,JIN D K,et al. EMC pre-design technologies on EW special aircraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2006,32 (10):1241-1245 (in Chinese).

[2] 王冰切,苏东林,全力民,等. 电子战特种飞机的天线隔离度测试[J]. 宇航计量技术,2007,27(3):1-5.
WANG B Q,SU D L,QUAN L M,et al. Measurement between antennas on EW special aircraft[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement,2007,27(3):1-5(in Chinese).

[3] 魏嘉利,贾云峰,谢树果,等. 航空电子系统电磁环境复杂度量化评估方法[J]. 航空学报,2014,35(2):487-496.
WEI J L,JIA Y F,XIE S G,et al. Complexity assessment method on electromagnetic environment for avionic systems[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2014,35(2):487-496(in Chinese).

[4] 杨志敏,李式巨,王彦波,等. 阻塞干扰下跳频通信系统差错控制[J]. 浙江大学学报(工学版),2008,42(3):481-484.
YANG Z M,LI S J,WANG Y B,et al. Error control for frequency hopping communication systems under man-made noise[J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science),2008,42(3):481-484(in Chinese).

[5] 周文兵,陈志君. 直升机超短波通信链路分析[J]. 直升机技术,2012(3):34-37.
ZHOU W B,CHEN Z J. Analysis of UHF communication link in helicopter[J]. Helicopter Technique,2012(3):34-37(in Chinese).

[6] 何洪涛,聂纯,刘继东,等. 无线电接收机阻塞干扰响应的建模方法研究[J]. 微波学报,2014,30(s2):61-64.
HE H T,NIE C,LIU J D,et al. The study on the modeling method of blocking interference response of wireless receiver[J]. Journal of Microwaves,2014,30(s2):61-64(in Chinese).

[7] 成伟兰,刘坚强,谌丽. 干扰条件下接收机减敏机理分析[J]. 舰船科学技术,2012,34(3):122-129.
CHENG W L,LIU J Q,ZHAN L. Analysis of receiver desensitization mechanism in the presence of interference[J]. Ship Science and Technology,2012,34(3):122-129(in Chinese).

[8] 赵波,全厚德,崔佩璋. 同址干扰对车载通信系统的影响分析[J]. 系统仿真学报,2012,24(5):957-961.
ZHAO B,QUAN H D,CUI P Z. Analysis of co-site interference effect on vehicular communication system[J]. Journal of System Simulation,2012,24(5):957-961(in Chinese).

[9] 魏崇毓,顾有军. CDMA/GSM 双模双待机移动终端射频干扰的研究[J]. 微波学报,2008,24(s1):202-207.
WEI C Y,GU Y J. Study on RF interference of CDMA/GSM dual-mode mobile[J]. Journal of Microwaves,2008,24(s1):

北航学报 赠阅

202-207(in Chinese).

[10] GOMES H C, CARVALHO N B. Interference cancellation: New configuration technique forcancellation of strong interferences from adjacent frequency bands[C]// Integrated Nonlinear Microwave and Millimetre-Wave Circuits. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 65-68.

[11] 中国人民解放军总参谋部无线电管理技术站. 同站址干扰的评估方法: GJB 3624—1999[S]. 北京: 中国人民解放军总装备部, 1999: 9-10.
The General Staff Radio Management Technology Station of Chinese People's Liberation Army. Methods for the evaluation of go-sit interference: GJB 3624—1999[S]. Beijing: General Armament Department of Chinese People's Liberation Army, 1999: 9-10(in Chinese).

[12] 张肇仪, 周乐柱, 吴德明. 微波工程[M]. 3 版. 北京: 电子工业出版社, 2006: 430-437.
ZHANG Z Y, ZHOU L Z, WU D M. Microwave engineering[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006: 430-437(in Chinese).

[13] GRAY B, PONTON M, SUARES A, et al. Analytical modeling of transducer gain and gain compression in degenerate parametric amplifiers[C]// Radio and Wireless Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 351-354.

[14] BASSEL F B. A study of nonlinearity including feedback memory with application to RF amplifiers[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 26(3): 198-200.

[15] 王琼, 苏东林, 谢树果, 等. 射频接收机系统级建模中的噪声谱分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(4): 395-398.
WANG Q, SU D L, XIE S G, et al. Noise density research in the system-modeling of RF receivers[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(4): 395-398(in Chinese).

作者简介：

武南开　男，博士研究生。主要研究方向：机载设备电磁干扰预测与评估、电台接收机非线性建模等。

苏东林　女，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：电磁兼容、电磁环境效应、计算电磁学、射频微波电路与系统、新型飞行器机载共形/共用/小型化天线等。

何洪涛　男，博士，高级工程师。主要研究方向：电磁兼容试验技术、复杂电磁环境效应评估等。

Adjacent channel interference modeling and assessment on reduction of airborne VHF radio sensitivity

WU Nankai[1], SU Donglin[1,*], HE Hongtao[2], LIU Yan[1]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Chinese Luoyang Electronics Equipment Test Center, Luoyang 471003, China)

Abstract: Aimed at solving the problem of big error between the measured data and the calculated results of traditional adjacent interference model, the model of signal-to-noise ratio and the model of nonlinear response at receiver radio frequency front end are combined. Considering the noise generated by frequency mixing between adjacent frequency interference signal and the local oscillator phase noise, the model of the reduction of very high frequency (VHF) radio sensitivity is proposed by giving a noise correction factor. The error of the approach is about 3 dB compared with the typical measured data. The comparison between the calculated results and test data shows that the approach can describe the sensitive characteristics of adjacent channel interference accurately. The assessment method of the adjacent channel interference between airborne radios is presented by giving the calculation flow with helicopter fleet application example, which verifies the applicability and effectiveness of the above methods and shows that the approach and assessment method have certain engineering application value.

Keywords: adjacent channel interference; nonlinear; signal-to-noise ratio; reduction of sensitivity; very high frequency (VHF) radio

Received: 2016-03-24; **Accepted**: 2016-04-01; **Published online**: 2016-04-07 18:34
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160407.1834.001.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61521091, 61427803)
* **Corresponding author**. E-mail: sdl@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0187

全程恒定基座姿态零扰动的空间机械臂轨迹规划

黄兴宏[1], 贾英宏[1,*], 徐世杰[1], 卢山[2,3]

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083; 2. 上海航天控制技术研究所, 上海 200233;
3. 上海市空间智能控制技术重点实验室, 上海 200233)

摘 要: 本文研究了全程恒定基座姿态零扰动的自由漂浮空间机器人(FFSR)末端位姿轨迹规划的问题。针对无运动学冗余自由度的三关节平面 FFSR 系统,首先建立了其末端位姿与关节角之间的状态变换关系,然后给出了以基座姿态和关节角为状态变量的系统方程。根据该系统方程,利用非线性系统的可控性判据证明了在保证全程恒定基座姿态零扰动的前提下,对 FFSR 系统的末端位置和姿态同时作轨迹规划的可行性;再利用最优控制策略,将轨迹规划问题转换为最优控制问题,设计了一种全程恒定基座姿态零扰动的末端位姿轨迹规划方法。数值仿真验证了结论的正确性和设计方法的有效性。

关 键 词: 自由漂浮空间机器人(FFSR); 轨迹规划; 全程恒定基座姿态零扰动; 可控性; 控制函数参数化

中图分类号: V448.2; TP242.2

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0488-09

随着人类航天活动的发展,空间机械臂在航天器在轨维护、空间站在轨装配和空间目标捕获等复杂任务中发挥着越来越重要的作用[1-3]。为节约燃料消耗并提高任务可靠性,空间机械臂的最佳工作模式是基座的位置和姿态均不受控的自由漂浮空间机器人(Free-Floating Space Robot, FFSR)模式[4]。但是,FFSR 基座的不受控将导致基座和机械臂的运动之间存在复杂的耦合关系:当机械臂运动时,基座的位置和姿态均会产生相应的反向运动。与 FFSR 的运行轨道半径相比,位置耦合运动幅度很小,且通常对任务不产生本质影响,是可以忽略不计的;相比之下,姿态耦合运动则不能忽略,为了保证基座上通信天线、太阳能帆板等有指向要求部件的正常工作,要求基座始终维持比较稳定的姿态。因此,鉴于机械臂操作过程中基座恒定姿态的重要性,本文将对全程恒定基座姿态零扰动的 FFSR 末端位姿轨迹规划问题展开研究。

为了解决 FFSR 轨迹规划中的基座姿态扰动问题,Vafa[5] 和 Zappa[6] 等提出了扰动图方法和增强扰动图方法,该类方法是第 1 类方法,其针对较少自由度的机械臂,在关节空间有限个离散点上计算出使基座姿态扰动最大和最小的关节运动方向和幅值,进而构成扰动图。扰动图可以定性地辅助基座姿态小扰动的路径设计,但并不能精确地给出全过程最优的小扰动或无扰动路径。第 2类基座姿态小扰动设计方法针对具有运动学冗余的机械臂系统,该类方法利用运动学冗余自由度可以设计出全程恒定基座姿态零扰动的关节角轨迹。例如,Yoshida 等[7] 和 Nenchev[8] 指出当机械臂存在3 个以上冗余自由度时,可实现三维空间中基座姿态恒定零扰动的轨迹规划;黄攀

收稿日期: 2016-03-09; **录用日期**: 2016-04-08; **网络出版时间**: 2016-05-03 18:05
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160503.1805.006.html
基金项目: 国家自然科学基金 (11272027)
* **通讯作者**: E-mail: jia_yingh@163.com

引用格式: 黄兴宏, 贾英宏, 徐世杰, 等. 全程恒定基座姿态零扰动的空间机械臂轨迹规划[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 488-496. HUANG X H, JIA Y H, XU S J, et al. Trajectory planning of a space manipulator with constant zero-disturbance to base attitude[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 488-496 (in Chinese).

峰[9]和 Patolia[10]等则针对 2 副机械臂的情况,提出利用其中1 个机械臂的运动来补偿另 1 个臂对基座的扰动,从而实现基座全程零扰动。但从工程实践的角度来看,冗余自由度增加了 FFSR 系统的硬件成本以及发射和运营维护成本。当 FFSR 系统没有运动学冗余自由度时,同时考虑基座姿态和机械臂末端位姿的协同轨迹规划问题本质上是一个欠驱动的非完整运动规划问题,这正是 FFSR 轨迹规划问题的难点所在。

尽管如此,目前针对该非完整运动规划问题也已经有了一系列经典的解决方法,这类方法可视为考虑基座姿态扰动的 FFSR 轨迹规划的第 3 类方法,主要有 Vafa 和 Dubowsky[5]提出的闭环自校正法、Nakamura 和 Mukherjee[11]提出的双向搜索法、Fernandes 等[12]提出的基于控制函数参数化的最优控制方法、徐文福等[13]提出的基于关节函数参数化的最优化方法等。然而,这些方法只是保证基座姿态在运动的终点返回到期望的初始状态,即与初始状态相比不出现扰动,但在运动的中间过程中,由于对基座姿态没有做特别的约束,它会偏离期望的恒定指向,甚至出现偏离过大的情况,如偏差最大达到约 10°[11]或 25°[13]。

鉴于上述原因,第 4 类方法[14-15]在以终点基座姿态作为边界约束的前提下,同时以全过程中基座姿态所受的总扰动作为待优化性能指标,利用最优控制或最优化方法进行求解。如此,不但保证了第 3 类方法所能达到的非完整运动规划的基本结果,而且较好地约束了基座姿态在运动过程中与期望稳定指向的偏离程度。然而,由于此类方法是通过对关节角或控制函数作有限维参数化实现的,导致设计变量并非在原始的完整 Hilbert 函数空间内进行逼近,因此,其结果只能是次优而非全局最优。从仿真结果可以发现,采用该类次优方法,基座姿态在中间过程中的扰动虽然与第 3 类方法相比显著减小,但仍存在非零扰动,因此,该类方法无法解决完整 Hilbert 空间中的全局优化问题,即无法使无冗余自由度的 FFSR 如第 2 类方法中的冗余自由度机器人那样得到全过程彻底零扰动的轨迹规划。

第 5 类方法对于无运动学冗余自由度 FFSR 则通过减少被控量维数得到全程恒定基座姿态零扰动的轨迹规划结果。付宜利等[16-17]对无运动学冗余自由度的 FFSR 首次提出了确保末端位姿轨迹规划,同时全程恒定基座姿态零扰动的工作模式,并推导了该模式下新的广义雅可比矩阵。但文献[16]只是在形式上通过雅可比矩阵给出了系统方程,并没有证明该系统是否可控,即没有证明该工作模式是否可行。而其在文献[17]中给出的一种具体的基座姿态恒定零扰动轨迹规划方法,不仅设计方法复杂,规划任务能否实现不可预测,且最关键的是其全程恒定基座姿态零扰动是以忽略末端姿态轨迹,而仅规划末端位置轨迹为代价的。忽略末端姿态轨迹的降维规划不但不能实现末端位姿同时抓捕的任务要求,而且其本质上已被简化为普通的全驱动问题而非原始的欠驱动问题,全驱动系统的轨迹规划问题通过驱动变换等一般方法即可解决。徐文福等[18]也根据这一降维思路规划了全程恒定基座姿态零扰动的末端位置轨迹,或末端姿态轨迹,但同样不能在基座姿态恒定零扰动时实现末端位置和姿态的同时规划。廖一寰等[19]以基座姿态零扰动的系统平移运动为基础提出了另一种轨迹规划方法,但也只规划了末端位置轨迹而没有考虑末端姿态轨迹。

此外,第 6 类方法是 Carpenter[20]、贾英宏[21]等提出的以角动量交换装置代替关节电机驱动机械臂关节的新型空间机器人,并指出这种新型空间机器人一般不能完全消除全过程中的基座姿态扰动,但是对于相同的机械臂运动,其基座姿态扰动将小于以电机作关节驱动的情况。

综上可知,对于空间机器人基座姿态扰动问题的研究,不能实现全程恒定的零扰动,如第 1 类、第 3 类、第 4 类和第 6 类方法;或需要借助冗余关节来解决,如第 2 类方法;或不能规划全部的末端位置和姿态轨迹,从而不能实现完整位姿抓捕的典型任务要求,如第 5 类方法。因此,当 FFSR没有运动学冗余自由度时,其全程恒定基座姿态零扰动的末端“位置 + 姿态”的轨迹规划仍然是一个尚未解决的问题。另一方面,当空间机器人处在机械臂作在轨装配、目标抓捕等轨迹规划任务的关键飞行模式时,基座航天器的持续稳定指向要求使该工作模式对于工程实践又有着明显的实际意义。因此,本文将对这一轨迹规划问题进行研究,给出此种规划问题可行性的基本结论,并提出一种实现全程恒定基座姿态零扰动的末端位置和姿态同时作轨迹规划的新方法。

本文以平面三自由度 FFSR 为例,首先,推导末端位姿和关节角之间的状态变换关系。然后,引出以基座姿态和关节角为状态量的系统方程;根据该系统方程,给出全程恒定基座姿态零扰动的末端位姿全状态轨迹规划问题的可行性结论及其证明,并设计一种具体的全程恒定基座姿态零

北航学报 赠阅

扰动的全状态轨迹规划方法。最后,通过数值仿真,验证了结论的正确性和设计方法的有效性。

1 运动学模型

本文研究对象为无运动学冗余的单臂 FFSR,其典型模型是三维空间中的六自由度机械臂系统,是三维空间中的全自由度系统。但本文为了尽量简化计算而突出方法本身,选取无运动学冗余的平面全自由度系统进行设计。无运动学冗余的平面全自由度系统和三维空间全自由度系统在轨迹规划方法设计上具有很好的可类比性,区别主要是后者的计算和推导更为复杂。

无冗余平面全自由度 FFSR 模型为如图 1 所示的三自由度平面机器人。设其平面运动自由度为沿惯性坐标系Σ_I的 X_I-Y_I 平面上的平动和 X_I-Y_I 平面内的转动,即绕 Z_I 轴方向的转动。记FFSR 基座为 B_0,质心为 C_0,C_0 处固连有基座本体系 Σ_0,其 z 轴方向 z_0 与 Z_I 方向一致,基座质量和绕 z_0 轴的转动惯量分别为 m_0 和 I_0;机械臂各杆件为 $B_j(j=1,2,3)$,质心为 C_j,各 C_j 处固连有杆件本体系Σ_j,其 z 轴方向 z_j 与 Z_I 方向一致,各杆件质量和绕自身本体系 z_j 轴转动惯量分别为 m_j 和 I_j,杆长为 l_j,内侧关节为 J_j;系统总质量为 M,系统质心为 CM。假设各杆件质心均位于其两侧关节的连线上,c_{j1} 和 c_{j2} 分别为$\overline{J_jC_j}$和$\overline{C_jJ_{j+1}}$的归一化长度,满足 $c_{j1}+c_{j2}=1$,$\boldsymbol{a}_j$、$\boldsymbol{b}_j$ 分别为矢量$\overrightarrow{J_jC_j}$和$\overrightarrow{C_jJ_{j+1}}$。建模过程中作如下设定:

1)在此 FFSR 系统中,基座和所有杆件均为刚体,相邻杆件间具有一个可控的旋转自由度,由一个力矩控制器控制,但是载体的位姿不受控。

2)没有任何外力和外力矩作用在系统上,因此在运动过程中,系统满足动量守恒和角动量守恒定律。

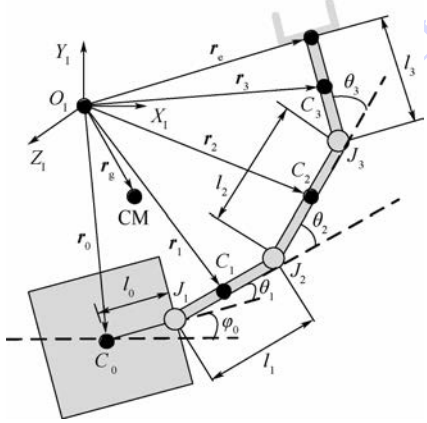


图 1 三自由度平面 FFSR 一般模型

Fig. 1 Three-degree-of-freedom planar FFSR general model

3)系统的初始状态是已知的。

基座姿态零扰动轨迹规划的原始待规划量为基座姿态角 φ_0 及末端位置 $\boldsymbol{r}_e=(x_e \quad y_e)^T$ 和姿态 φ_e,即 $\boldsymbol{Z}=(\varphi_0 \quad x_e \quad y_e \quad \varphi_e)^T$,同时记末端位姿为 $\boldsymbol{q}=(x_e \quad y_e \quad \varphi_e)^T$。当作如下状态变换后,设计过程将更加简明:

$$\boldsymbol{Z}=(\varphi_0 \quad x_e \quad y_e \quad \varphi_e)^T \xrightarrow{\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X})} \boldsymbol{X}=(\varphi_0 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3)^T \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{\theta}=(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3)^T$ 为各关节角。两组状态变量之间的不同分量有 3 个,为了实现该变换需要有 3 个几何约束关系,下面对其进行推导。

对于末端姿态,容易得到

$$\varphi_e=\varphi_0+\sum_{i=1}^{3}\theta_i \tag{2}$$

各刚体质心 $C_j(j=0,1,2,3)$及末端作用器 E 在惯性坐标系Σ_I中的位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}_j=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{b}_0+\sum_{i=1}^{j-1}(\boldsymbol{a}_i+\boldsymbol{b}_i)+\boldsymbol{a}_j \tag{3}$$

$$\boldsymbol{r}_e=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{b}_0+\sum_{i=1}^{3}(\boldsymbol{a}_i+\boldsymbol{b}_i) \tag{4}$$

由于系统动量守恒,因此系统质心位置不变,于是有

$$m_0\boldsymbol{r}_0+m_1\boldsymbol{r}_1+m_2\boldsymbol{r}_2+m_3\boldsymbol{r}_3=M\boldsymbol{r}_g=\text{const} \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{r}_g$ 为系统质心 CM 在惯性坐标系Σ_I中的位置矢量。

从式(5)中解出 $\boldsymbol{r}_0$,代入式(4),可得

$$\boldsymbol{r}_e=\boldsymbol{r}_g+\frac{m_0}{M}(\boldsymbol{b}_0+\boldsymbol{a}_1)+\frac{m_0+m_1}{M}(\boldsymbol{b}_1+\boldsymbol{a}_2)+\frac{m_0+m_1+m_2}{M}(\boldsymbol{b}_2+\boldsymbol{a}_3)+\boldsymbol{b}_3 \tag{6}$$

综合式(2)、式(6),即为实现状态变换式(1)的约束关系:

$$\begin{cases}\varphi_e=\varphi_e(\varphi_0,\boldsymbol{\theta})=\varphi_0+\sum_{i=1}^{3}\theta_i\\ \boldsymbol{r}_e=\boldsymbol{r}_e(\varphi_0,\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{r}_g+\frac{m_0}{M}(\boldsymbol{b}_0+\boldsymbol{a}_1)+\\ \qquad\frac{m_0+m_1}{M}(\boldsymbol{b}_1+\boldsymbol{a}_2)+\\ \qquad\frac{m_0+m_1+m_2}{M}(\boldsymbol{b}_2+\boldsymbol{a}_3)+\boldsymbol{b}_3\end{cases} \tag{7}$$

需要指出的是,根据机器人逆运动学可知,当给定的末端位姿$(x_e \quad y_e \quad \varphi_e)^T$ 位于基座姿态固定为 φ_0 的固定基座机器人的位姿工作空间内时,该状态转换的解总是存在的,但是三角函数的多值性和逆运动解的固有多值性导致由式(7)得到的解不是唯一的[22]。仅从数学角度上看,其任意

一组解都是可行的，但是从实际角度出发，应该根据各关节位移的容许范围进行检查，去掉超出关节运动范围的解，再在剩下的有效解中根据其他可能的工程约束选取一组优化解。

以 $\boldsymbol{X}=(\varphi_0 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3)^{\mathrm{T}}$ 为状态量及各关节角速度为控制量进行轨迹规划的系统模型为[23]

$$\begin{cases}\dot{\varphi}_0=-\dfrac{I_{\theta 1}}{I_{\omega 0}}u_1-\dfrac{I_{\theta 2}}{I_{\omega 0}}u_2-\dfrac{I_{\theta 3}}{I_{\omega 0}}u_3\\ \dot{\theta}_1=u_1\\ \dot{\theta}_2=u_2\\ \dot{\theta}_3=u_3\end{cases} \tag{8}$$

式中：$I_{\omega 0}$、$I_{\theta 1}$、$I_{\theta 2}$和 $I_{\theta 3}$分别为 $B_j(j=0,1,2,3)$ 的等效转动惯量，它们是关于状态量 $\boldsymbol{X}$ 的时变函数；同时选定了以各关节角速度$\dot{\boldsymbol{\theta}}=(\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3)^{\mathrm{T}}$为控制变量 $\boldsymbol{u}=(u_1 \quad u_2 \quad u_3)^{\mathrm{T}}$。

2　全程恒定基座姿态零扰动轨迹规划的可行性

从形式上看，系统式(8)是以三维控制量控制四维状态量的欠驱动控制系统，且其中的基座姿态分量要求实现全过程的稳定控制，而各关节角分量则仅要求实现起点到终点的点到点规划。该问题是否有解并不是直观的，因此下面给出其结论及相应证明。

命题 1　对于 FFSR 系统式(7)、式(8)，其全程恒定基座姿态零扰动的末端“位置 + 姿态”的全规划问题是可行的，即对于末端位姿工作空间中的任意点 $\boldsymbol{q}_0=(x_{e0} \quad y_{e0} \quad \varphi_{e0})^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{f}}=(x_{\mathrm{ef}} \quad y_{\mathrm{ef}} \quad \varphi_{\mathrm{ef}})^{\mathrm{T}}$，存在时间 $T>0$ 和 $[0,T]$ 上的控制 $\boldsymbol{u}=(u_1 \quad u_2 \quad u_3)^{\mathrm{T}}$，使得系统式(7)、式(8)满足：

$$\begin{cases}\dot{\varphi}_0\equiv 0\\ \boldsymbol{q}(0)=\boldsymbol{q}_0\\ \boldsymbol{q}(t_{\mathrm{f}})=\boldsymbol{q}_{\mathrm{f}}\end{cases} \tag{9}$$

证明　首先证明全程恒定基座姿态零扰动的关节角轨迹规划是可行的，即对于关节角空间中的任意点 $\boldsymbol{\theta}_0=(\theta_{10} \quad \theta_{20} \quad \theta_{30})^{\mathrm{T}}$ 和$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{f}}=(\theta_{1\mathrm{f}} \quad \theta_{2\mathrm{f}} \quad \theta_{3\mathrm{f}})^{\mathrm{T}}$，存在时间 $T>0$ 和 $[0,T]$ 上的控制 $\boldsymbol{u}=(u_1 \quad u_2 \quad u_3)^{\mathrm{T}}$，使得系统式(8)满足：

$$\begin{cases}\dot{\varphi}_0\equiv 0\\ \boldsymbol{\theta}(0)=\boldsymbol{\theta}_0\\ \boldsymbol{\theta}(t_{\mathrm{f}})=\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{f}}\end{cases} \tag{10}$$

基座姿态恒定零扰动 $\dot{\varphi}_0\equiv 0$ 对应的约束方程为

$$I_{\theta 1}u_1+I_{\theta 2}u_2+I_{\theta 3}u_3=0 \tag{11}$$

取与零扰动基座姿态维数 γ 相等的部分控制分量作为被动控制量，用该部分控制量保证全程恒定基座姿态零扰动关系的成立。在平面 FFSR 模型式(8)中，$\gamma=1$，取 $\boldsymbol{u}=(u_1 \quad u_2 \quad u_3)^{\mathrm{T}}$ 的任何一维分量作被动控制量均可，此处选取 u_1 为被动控制量，其保证基座姿态恒定零扰动的控制为

$$u_1=-\frac{I_{\theta 2}}{I_{\theta 1}}u_2-\frac{I_{\theta 3}}{I_{\theta 1}}u_3 \tag{12}$$

剩下部分的控制量作为主动控制量，用于实现所有关节角从初始状态到终端状态的点到点规划，相应的降维子系统为

$$\begin{cases}\dot{\theta}_1=p_2u_2+p_3u_3\\ \dot{\theta}_2=u_2\\ \dot{\theta}_3=u_3\end{cases} \tag{13}$$

式中：$p_2=-I_{\theta 2}/I_{\theta 1}$；$p_3=-I_{\theta 3}/I_{\theta 1}$。所有表示其基本可行运动方向的向量场为

$$\begin{cases}\boldsymbol{g}_1=(p_2 \quad 1 \quad 0)^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{g}_2=(p_3 \quad 0 \quad 1)^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{14}$$

根据 Chow 的非线性系统可控性判定定理[24]，检验由 $\{\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2\}$ 在李括号作用下所生成分布

$$\bar{\Delta}=\{\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2,[\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2],\cdots\} \tag{15}$$

的秩 $\mathrm{rank}(\bar{\Delta})$。注意到，$\boldsymbol{g}_1$、$\boldsymbol{g}_2$ 是线性无关的，此外

$$[\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2]=(w \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

式中：$w=\dfrac{\partial p_3}{\partial\theta_1}p_2-\dfrac{\partial p_2}{\partial\theta_1}p_3+\dfrac{\partial p_3}{\partial\theta_2}-\dfrac{\partial p_2}{\partial\theta_3}$。取若干任意普通关节点 $\boldsymbol{\theta}$ 计算均有

$$w\neq 0 \tag{17}$$

于是

$$[\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2]\notin \mathrm{span}\{\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2\} \tag{18}$$

因此

$$\mathrm{rank}(\bar{\Delta})\geqslant \mathrm{rank}\{\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2,[\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2]\}=3 \tag{19}$$

另一方面，该子系统状态的维数为 $n_1=3$，而 $\mathrm{rank}(\bar{\Delta})$ 表示子系统状态所有线性无关的可行运动方向数，于是 $\mathrm{rank}(\bar{\Delta})$ 必然小于或等于状态量维数，即

$$\mathrm{rank}(\bar{\Delta})\leqslant n_1=3 \tag{20}$$

综合式(19)、式(20)可知

$$\mathrm{rank}(\bar{\Delta})=3=n_1 \tag{21}$$

即分布 $\bar{\Delta}$ 张满了子系统式(13)的整个状态空间，式(13)满足可控性秩条件，是可控的，因此，根据可控性定义可知，在主动控制量 $(u_2 \quad u_3)^{\mathrm{T}}$的作用下，关节角 $\boldsymbol{\theta}=(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3)^{\mathrm{T}}$

北航学报 赠阅

的规划是可行的。此外,被动控制量 u_1 保证了全程恒定基座姿态零扰动的要求。于是,全程恒定基座姿态零扰动的关节角轨迹规划是可行的。

最后,由全程恒定基座姿态零扰动的关节角轨迹规划的可行性,结合 $\boldsymbol{Z}=(\varphi_0 \quad x_e \quad y_e \quad \varphi_e)^{\mathrm{T}}$ 与 $\boldsymbol{X}=(\varphi_0 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3)^{\mathrm{T}}$ 之间的状态变换关系式(7)可知,全程恒定基座姿态零扰动的末端"位置+姿态"的全规划问题是可行的。 **证毕**

3 全程恒定基座姿态零扰动轨迹规划方法设计

3.1 设计过程

全程恒定基座姿态零扰动的末端位姿轨迹规划问题描述如下:

1) 系统在初始时刻 t_0 的基座姿态为 φ_{00},关节角为 $\boldsymbol{\theta}_0=(\theta_{10} \quad \theta_{20} \quad \theta_{30})^{\mathrm{T}}$,末端位姿为 $(x_{e0} \quad y_{e0} \quad \varphi_{e0})^{\mathrm{T}}$。

2) 系统的终点时刻为 t_f,在保持全程基座姿态恒定零扰动,即 $\varphi_0(t)\equiv\varphi_{00}$ 的前提下,期望的终点时刻末端位姿为 $(x_{ed} \quad y_{ed} \quad \varphi_{ed})^{\mathrm{T}}$。

本文给出一种基于最优控制的全程恒定基座姿态零扰动轨迹规划方法。将路径规划问题转换为最优控制问题,人为地强化了其内部约束,即在系统动力学模型和已有基本约束条件的基础上再引入一个性能指标,要求可行解使该指标最优。强化后的最优控制问题初看起来应该比原问题更加难于求解,但实际上,各种强大的最优控制方法和工具的出现,却使其成为更易求解的方式。

详细规划方法按照如下步骤依次进行:

1) 状态转换

规划的第 1 步是状态转换。对于期望的以末端位姿表示的终点状态 $(\varphi_{00} \quad x_{ed} \quad y_{ed} \quad \varphi_{ed})^{\mathrm{T}}$,通过求解非线性方程组可得到其对应的以关节角表示的终点状态 $(\varphi_{00} \quad \theta_{1d} \quad \theta_{2d} \quad \theta_{3d})^{\mathrm{T}}$。

2) 被动控制量设计

与可控性证明中所述相同,选取 u_1 为被动控制量,并使其取如下控制律以保证恒定零扰动的基座姿态:$u_1=-\dfrac{I_{\theta 2}}{I_{\theta 1}}u_2-\dfrac{I_{\theta 3}}{I_{\theta 1}}u_3$。

3) 主动控制量设计

设计 $\boldsymbol{u}_a=(u_2 \quad u_3)^{\mathrm{T}}$ 使子系统式(13)的关节角状态由初态 $\boldsymbol{\theta}_0=(\theta_{10} \quad \theta_{20} \quad \theta_{30})^{\mathrm{T}}$ 运动至终态 $\boldsymbol{\theta}_d=(\theta_{1d} \quad \theta_{2d} \quad \theta_{3d})^{\mathrm{T}}$。这是一个欠驱动的点到点规划问题,且已有若干较通用的设计方法,参数化方法即为其中应用最广泛的一种。下面用基于控制函数参数化和改进牛顿迭代法的"基算法"[12]进行设计。

对于子系统式(13),取主动控制关节的耗散能为性能指标函数,即

$$J=\int_{t_0}^{t_f}(\boldsymbol{u}_a\cdot\boldsymbol{u}_a)\,\mathrm{d}t \tag{22}$$

由于各控制量均为 Hilbert 空间中的可测函数,因此可以用其任一组正交基进行逼近,或称为函数参数化。此处取傅里叶基 $\{e_i\}$ 作参数化:

$$u_j=\sum_{i=1}^{\infty}\alpha_{ji}e_i \qquad j=2,3 \tag{23}$$

式中:$\boldsymbol{\alpha}_j=(\alpha_{j1} \quad \alpha_{j2} \quad \cdots \quad \alpha_{j\infty})^{\mathrm{T}}$ 为 u_j 在基 $\{e_i\}$ 上的投影,并记

$$\boldsymbol{\beta}=(\boldsymbol{\alpha}_2^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\alpha}_3^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}=(\alpha_{21} \quad \alpha_{22} \quad \cdots \quad \alpha_{2\infty} \quad \alpha_{31} \quad \alpha_{32} \quad \cdots \quad \alpha_{3\infty})^{\mathrm{T}} \tag{24}$$

实际计算时,考虑有限维情况,取

$$u_j=\sum_{i=1}^{N}\alpha_{ji}e_i \qquad j=2,3 \tag{25}$$

此时有

$$\boldsymbol{\beta}=(\boldsymbol{\alpha}_2^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\alpha}_3^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}=(\alpha_{21} \quad \alpha_{22} \quad \cdots \quad \alpha_{2N} \quad \alpha_{31} \quad \alpha_{32} \quad \cdots \quad \alpha_{3N})^{\mathrm{T}} \tag{26}$$

注意到傅里叶基向量的正交性,并以罚函数方法引入罚因子 λ 处理关节角终端约束,于是目标函数式(22)成为

$$J=\left(\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{N}\alpha_{ji}^2\right)+\lambda\left\|\boldsymbol{\theta}(t_f)-\boldsymbol{\theta}_d\right\|^2 \tag{27}$$

式中:$\boldsymbol{\theta}(t_f)$ 为子系统式(13)在给定控制输入 $\boldsymbol{u}_a=(u_2 \quad u_3)^{\mathrm{T}}$ 时在 $t=t_f$ 时的状态。显然,$\boldsymbol{\theta}(t_f)$ 是 $\boldsymbol{\beta}$ 的函数,设 $\boldsymbol{\theta}(t_f)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\beta})$,当 N 和 λ 给定时,式(27)可写为

$$J(\boldsymbol{\beta})=\|\boldsymbol{\beta}\|^2+\lambda\left\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\beta})-\boldsymbol{\theta}_d\right\|^2 \tag{28}$$

因此,原最优控制问题转换为寻找参数向量 $\boldsymbol{\beta}$ 使目标函数式(28)为最小值的最优化问题。根据文献[12],该最优化问题可通过改进的牛顿迭代法予以求解,得到的迭代公式为

$$\boldsymbol{\beta}_{k+1}=\boldsymbol{\beta}_k-\mu(\sigma\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}(\sigma\boldsymbol{\beta}_k+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\beta}_k)-\boldsymbol{X}_f)) \tag{29}$$

式中:$\boldsymbol{A}=\partial\boldsymbol{f}/\partial\boldsymbol{\beta}$ 可通过数值求导计算得到;$\boldsymbol{E}$ 为 $2N\times 2N$ 维单位阵;$\sigma=1/\lambda$;$\mu\in(0,1)$ 为迭代系数。当 $\boldsymbol{\beta}$ 离最优值较远,即迭代收敛速度较快时,μ 可取较小值;而当 $\boldsymbol{\beta}$ 逐渐接近于收敛值时,μ 应取较大值。

4) 设计结果综合

最终,综合上述过程,可得全部控制量为

北航学报 赠阅

$$\begin{cases} u_1 = -\dfrac{I_{\theta 2}}{I_{\theta 1}}u_2 - \dfrac{I_{\theta 3}}{I_{\theta 1}}u_3 \\ u_2 = \sum\limits_{i=1}^{N}\alpha_{2i}e_i \\ u_3 = \sum\limits_{i=1}^{N}\alpha_{3i}e_i \end{cases} \tag{30}$$

3.2　关于奇异问题的说明

特别值得指出的是，任何机械臂系统都具有由其机构几何参数所决定的运动学奇异特性，而 FFSR 更是具有不但与机构几何参数有关，同时还与系统的质量和惯量等动力学参数有关的复杂动力学奇异特性[25]。在 FFSR 的笛卡儿空间轨迹规划方法中，由于需要使用从笛卡儿空间的末端位姿到关节空间的关节角之间的逆运动学转换，即需要对雅可比矩阵进行求逆，因此必须专门对系统的运动学奇异和动力学奇异问题进行避奇异处理[25-26]。但在本文设计方法中，可以看出除了第 1 步需要对初始状态和末端状态作逆运动学状态转换外，中间规划过程完全在关节空间中进行，不需要进行逆运动学计算，从而避免了奇异问题的出现；而初始状态和末端状态是否奇异则是由初始任务设定而决定的，不是轨迹规划所能解决也不是其所需要面对的问题。因此，本文的轨迹规划方法是没有奇异性的。

4　数值仿真

本节对本文提出的全程恒定基座姿态零扰动的末端位姿全状态轨迹规划方法进行仿真验证。

三自由度 FFSR 的质量惯量及各结构参数如表 1 所示。

质心位置参数为 $c_{ji}=0.5(j=1,2,3;i=1,2)$。

轨迹规划任务如表 2 所示。根据表 2 中的期望终端基座姿态和末端位姿，利用状态变换关系式(7)，可得到相应的期望关节角为 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{d}}=(15.0^\circ \quad -35.0^\circ \quad -45.0^\circ)^{\mathrm{T}}$。

设计过程中的控制参数为迭代更新公式(27)中的迭代系数 σ 和 μ。σ 取为 0.05。μ 则根据收敛速度分段取值，当收敛较快，在本仿真中设为相邻两步的性能指标之差大于 1.0 时，μ 取较小值 0.1；否则取较大值 0.5。仿真中，对于 u_2 和 u_3 分别选取如下 7 个傅里叶正交基向量：

$$u_2: e_1=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, e_{2i}=\begin{pmatrix}0\\ \sin(it)\\0\end{pmatrix}, e_{2i+1}=\begin{pmatrix}0\\ \cos(it)\\0\end{pmatrix}$$

$$i=1,2,3$$

$$u_3: e_1=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, e_{2i}=\begin{pmatrix}0\\0\\ \sin(it)\end{pmatrix}, e_{2i+1}=\begin{pmatrix}0\\0\\ \cos(it)\end{pmatrix}$$

$$i=1,2,3$$

通过改进的牛顿迭代法迭代求解基向量对应的系数参数 $\boldsymbol{\beta}=(\boldsymbol{\alpha}_2^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\alpha}_3^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$，其设置的迭代初值和迭代计算得到的终值如表 3 所示。

迭代收敛过程如图 2(a)所示。在第 19 次迭代时性能指标发生了一个跳变，这是由于从此时开始相邻两步的性能指标之差开始小于设定的阈值 1.0，μ 取值由 0.1 变为 0.5，从而使前后两部分的性能指标计算表达式不一致，等效为 μ 取恒定值 0.1 的迭代收敛过程如图 2(b)所示。

仿真结果如图 3 ~ 图 5 所示。

图 3 显示了整个轨迹规划过程中的状态量曲线，包括基座姿态角和关节角。可以看出，基座姿态角在整个过程中始终保持为恒定的 5.0°。与基于系统动力学的控制器设计不同，在基于运动学的轨迹规划过程中，由于并不考虑除机械臂对基座姿态作用之外的任何其他扰动或误差因素，如空间环境力矩的扰动作用和状态测量误差等，所以在本文的全程恒定基座姿态零扰动的设计方

表 1　系统部件参数

Table 1　Parameters of system components

部件	m_j/kg	I_j/(kg·m^2)	l_j/m
B_0	500.0	62.5	0.5
B_1	100.0	33.3	2.0
B_2	100.0	75.0	3.0
B_3	100.0	200.0	4.0

表 2　轨迹规划任务的始末状态

Table 2　Initial and desired end states of trajectory planning task

状态	时刻/s	基座姿态/(°)	末端位置/m	末端姿态/(°)	关节角/(°)
初始状态	0	5.0	(4.0066; −5.0158)	76.5	(2.5; −54.0; −30.0)
终端状态	16.0	5.0	(5.5877; −3.2883)	−60.0	

表 3　迭代变量的初值和终值

Table 3　Initial and final values of iteration variables

变量	取值
$\boldsymbol{\alpha}_2$ 迭代初值	(0.05, −0.05, 0.05, −0.05, 0.05, −0.05, 0.05)
$\boldsymbol{\alpha}_3$ 迭代初值	(0.05, −0.05, 0.05, −0.05, 0.05, −0.05, 0.05)
$\boldsymbol{\alpha}_2$ 迭代终值	(−0.0505, −0.2734, 0.3977, −0.3145, 0.0181, −0.0292, −0.0859)
$\boldsymbol{\alpha}_3$ 迭代终值	(0.1600, −0.4040, −0.1294, −0.0958, −0.0993, 0.0242, −0.0011)

北航学报 赠阅

法下,基座姿态在整个规划过程中与期望的恒定指向姿态是精确吻合而没有任何偏离的,这也是本文所设计方法与已有各种基座小扰动研究或仅终端零扰动研究相比的最大创新点。此外还可看到,图 3 中所示各关节角从初始状态运动到期望末端状态,整个过程平滑而不超过基本合理的关节角运动范围。

图 4 显示了末端位姿从指定的初始状态 $(x_{e0} \quad y_{e0} \quad \varphi_{e0})^{T} = (4.006\,6\ \text{m} \quad -5.015\,8\ \text{m} \quad 76.5°)$ 在 $t_f = 16$ s 时成功地运动到末端状态 $(x_{ed} \quad y_{ed} \quad \varphi_{ed})^{T} = (5.587\,7\ \text{m} \quad -3.288\,3\ \text{m} \quad -60°)$,且整个运动过程平滑。

图 5 显示了整个过程的控制量作用,3 个关节的控制量,即各关节角速度均平滑有界,符合工程实际的一般要求。

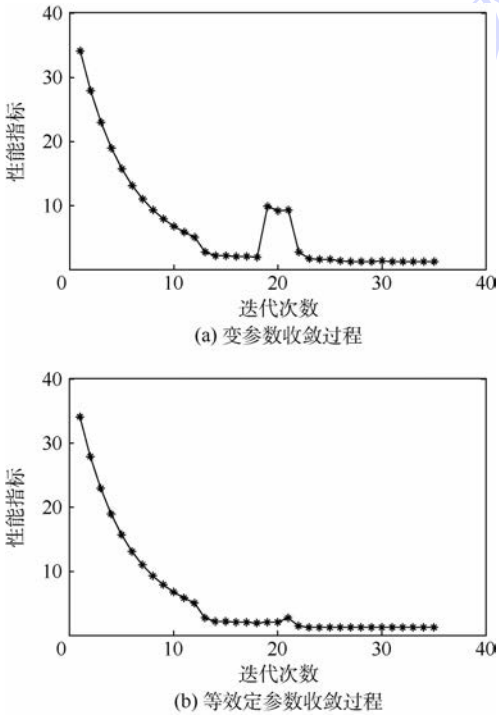


图 2 迭代收敛过程

Fig. 2 Iterative convergence process

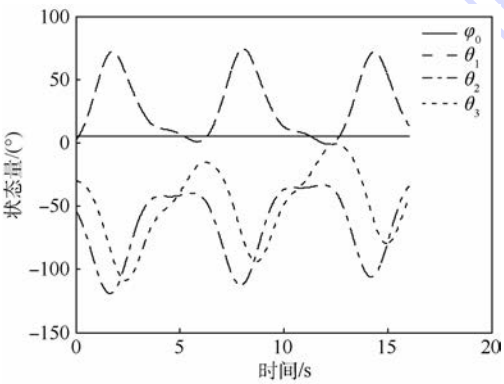


图 3 系统状态量

Fig. 3 State variables of system

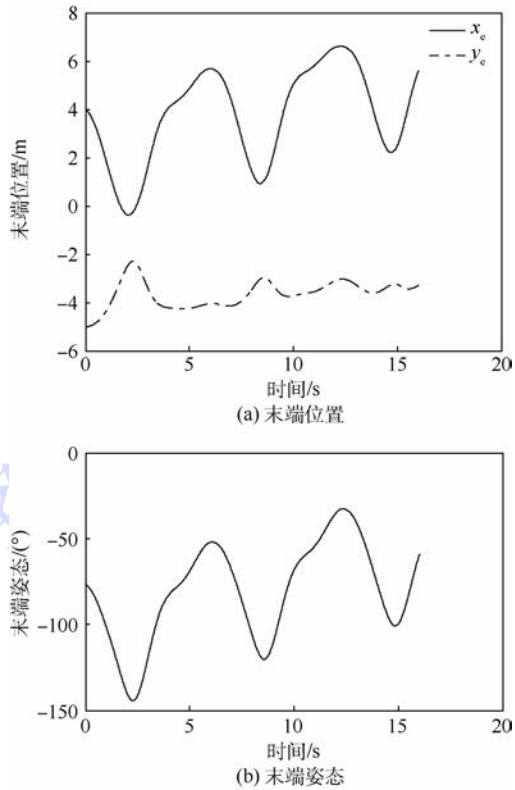


图 4 机械臂末端位姿

Fig. 4 Position and attitude of end effector of manipulator

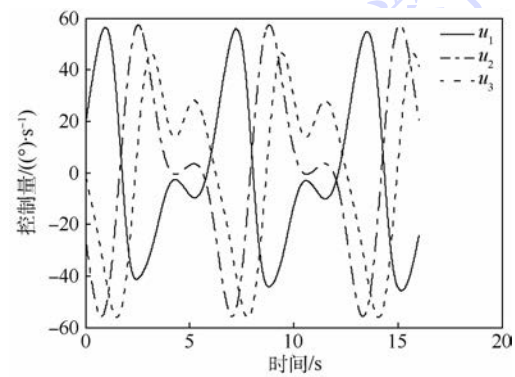


图 5 系统控制量

Fig. 5 Control variables of system

类似的,进行多组其他指定基座姿态和灵巧工作空间内的末端目标位姿的仿真,结果显示出同样能实现全程恒定基座姿态不动、而末端位姿在终点时刻到达指定状态的预期结果。由于篇幅所限,不再作过多分析。

总的来看,本仿真中全程恒定基座姿态零扰动轨迹规划任务的实现也以实例的方式验证了第 3 节中给出的该轨迹规划可行性结论的正确性。

5 结 论

1)证明了无运动学冗余的三自由度平面 FFSR 在实现全程恒定基座姿态零扰动的前提下,其末端位置和姿态同时作轨迹规划是可行的。

2）为无运动学冗余的三自由度平面 FFSR 设计了一种全程恒定基座姿态零扰动的末端位姿轨迹规划方法，数值仿真验证了其有效性。

3）所设计轨迹规划方法在关节空间中进行，不存在奇异问题。

4）为了计算的简易性，选取平面三自由度机械臂进行研究，工程实践中的更一般系统是三维空间中的六自由度机械臂，后者除了计算复杂度更大外，在本文所研究的问题上，两者是可完全类推的，本文所提出的全程恒定基座姿态零扰动可行性结论和轨迹规划设计方法对于六自由度机械臂仍然是适用的。

参考文献（References）

[1] FRIEND R B. Orbital express program summary and mission overview[C]// Proceeding of SPIE 6958, Sensors and Systems for Space Applications II. Orlando: SPIE, 2008, 4: 695803. 1-695803. 11.

[2] DEBUS T J, DOUGHERTY S P. Overview and performance of the front-end robotics enabling near-term demonstration (FREND) robotic arm: AIAA-2009-1870[R]. Reston: AIAA, 2009.

[3] FLORES-ABAD A, MA O, PHAM K, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2014, 68(1): 1-26.

[4] MOOSAVIAN S A A, PAPADOPOULOS E. Free-flying robots in space: An overview of dynamics modeling, planning and control[J]. Robotica, 2007, 25(5): 537-547.

[5] VAFA Z, DUBOWSKY S. On the dynamics of space manipulator using the virtual manipulator with application to path planning[J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1990, 38(4): 441-472.

[6] ZAPPA B, LEGNANI G, ADAMINI R. Path planning of free-flying space manipulators: An exact solution for polar robots[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(7): 806-820.

[7] YOSHIDA K, HASHIZUME K, ABIKO S. Zero reaction maneuver: Flight validation with ETS-VII space robot and extension to kinematically redundant arm[C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2001: 441-446.

[8] NENCHEV D N. Reaction null space of a multibody system with applications in robotics [J]. Mechanical Sciences, 2013, 4(1): 97-112.

[9] HUANG P F, XU Y S, LIANG B. Balance control of multi-arm free-floating space robots during capture operation[C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 398-403.

[10] PATOLIA H, PATHAK P M, JAIN S C. Trajectory control of a dual-arm planar space robot with little attitude disturbance[J]. Simulation, 2011, 87(3): 188-204.

[11] NAKAMURA Y, MUKHERJEE R. Nonholonomic motion planning of free-flying space robots via a bi-directional approach [M]// XU Y S, KANADE T. Space robotics: Dynamics and control. New York: Springer, 1993: 101-130.

[12] FERNANDES C, GURVITS L, LI Z X. Attitude control of space platform/manipulator system using internal motion[M]// XU Y S, KANADE T. Space robotics: Dynamics and control. New York: Springer, 1993: 131-163.

[13] XU W F, LI C, WANG X, et al. Study on non-holonomic cartesian path planning of free-floating space robotic system[J]. Advanced Robotics, 2009, 23(1-2): 113-143.

[14] KAIGOM E G, JUNG T J, ROSSMANN J. Optimal motion planning of a space robot with base disturbance minimization[C]// 11th Symposium on Advanced Space Technologies in Robotics and Automation. Noordwijk: ESA/ESTEC, 2011, 4: 1-6.

[15] WU J, SHI S, WANG B, et al. Path planning for minimizing base reaction of space robot and its ground experimental study [C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 4627-4632.

[16] 付宜利，张福海，王树国，等. 载体姿态无扰的自由漂浮空间机器人运动学特性研究[J]. 宇航学报，2008，29(6)：1858-1864.
FU Y L, ZHANG F H, WANG S G, et al. Research on kinematic characteristic of free floating space robot with zero-disturbance spacecraft attitude[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6): 1858-1864(in Chinese).

[17] ZHANG F H, FU Y L, HUA L, et al. Point-to-point planning for free-floating space manipulator with zero-disturbance spacecraft attitude[C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 142-147.

[18] 徐文福，刘宇，强文义，等. 自由漂浮空间机器人的笛卡尔空间连续路径规划[J]. 控制与决策，2008，23(3)：278-282.
XU W F, LIU Y, QIANG W Y, et al. Cartesian continuous-path planning for free-floating space robot[J]. Control and Decision, 2008, 23(3): 278-282(in Chinese).

[19] LIAO Y H, LI D K, TANG G J. Translational zero-disturbance curve and its application to zero-disturbance motion planning of space manipulator system [J]. Science China-Technological Sciences, 2011, 54(5): 1234-1239.

[20] CARPENTER M D, PECK M. Reducing base reactions with gyroscopic actuation of space-robotic systems[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(6): 1262-1270.

[21] 贾英宏，赵楠，徐世杰. 控制力矩陀螺驱动的空间机器人轨迹跟踪控制 [J]. 北京航空航天大学学报，2014，40(3)：285-291.
JIA Y H, ZHAO N, XU S J. Trajectory tracking control of space robot actuated by control moment gyroscopes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(3): 285-291(in Chinese).

[22] 孙增圻，严隽薇，钱宗华. 机器人智能控制[M]. 太原：山西教育出版社，1995：58-73.
SUN Z Q, YAN J W, QIAN Z H. Robot intelligent control[M]. Taiyuan: Shanxi Educational Press, 1995: 58-73(in Chinese).

[23] HUANG X H, XU S J. Free floating space robot kinematic modeling and analysis[J]. Advances in the Astronautical Sciences,

2014,150(1):2067-2077.
[24] CHENG D Z,HU X M,SHEN T L. Analysis and design of nonlinear control systems[M]. New York:Springer,2010:121-146.
[25] PAPADOPOULOS E,DUBOWSKY S. Dynamic singularities in free-floating space manipulators[J]. Journal of Dynamic Systems,Measurement,and Control,1993,115(1):44-52.
[26] 徐文福. 空间机器人目标捕获的路径规划与实验研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007:68-104.
XU W F. Path planning and experiment study of space robot for target capturing[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2007:68-104(in Chinese).

作者简介:

黄兴宏 男,博士研究生。主要研究方向:航天器动力学与控制、空间机器人。

贾英宏 男,博士,副教授。主要研究方向:航天器动力学与控制、空间机器人。

徐世杰 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航天器轨道姿态动力学与控制、航天器制导导航与控制、深空探测。

卢山 男,博士,高级工程师。主要研究方向:空间飞行器导航制导与控制技术。

Trajectory planning of a space manipulator with constant zero-disturbance to base attitude

HUANG Xinghong[1], JIA Yinghong[1,*], XU Shijie[1], LU Shan[2,3]

(1. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 200233, China;
3. Shanghai Key Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Shanghai 200233, China)

Abstract: The end effector's position & attitude trajectory planning of a free-floating space robot (FFSR) with constant zero-disturbance to the base attitude was investigated. For a kinematically non-redundant three-degree-of-freedom FFSR, a state transformation between the position & attitude of the end effector and the joint angles was deduced, and then the system equations using the base attitude and joint angles as state variables was presented. According to the system equations, the feasibility of the constant zero-disturbance path planning of the end effector's position & attitude was proved via the controllability condition of a nonlinear system, and then a constant zero-disturbance path planning algorithm was developed by an optimal control strategy. Numerical examples validate the effectiveness of the proposed feasibility conclusion and the path planning algorithm.

Keywords: free-floating space robot (FFSR); trajectory planning; constant zero-disturbance to base attitude; controllability; parameterization of control variables

Received: 2016-03-09; **Accepted**: 2016-04-08; **Published online**: 2016-05-03 18:05
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160503.1805.006.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11272027)
* **Corresponding author**. E-mail: jia_yingh@163.com

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0196

基于外定界椭球集员估计的纯方位目标跟踪

全下文载

刘玉双，赵剡*，吴发林

（北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院，北京 100083）

摘 要：针对在未知但有界噪声假设下的双基阵纯方位目标跟踪问题，本文提出了一种基于外定界椭球的集员估计(EOB-SME)跟踪算法。该算法具有类似于 Kalman 滤波的预测-校正递推更新结构，并且在时间更新和量测更新递推阶段分别有一个加权参数。通过最小化估计误差的 Lyapunov 函数的上界来求取量测更新递推阶段的加权参数，减少了算法的计算量；同时将非线性系统线性化后所产生的误差用椭球进行外包，与量测噪声椭球组成新的噪声椭球。仿真结果表明：在有界噪声假设下，本文所提出算法对纯方位机动目标的跟踪精度更高。

关 键 词：集员估计；Kalman 滤波；外定界椭球；状态估计；纯角度机动目标跟踪
中图分类号：V249
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0497-09

纯方位目标跟踪是仅利用目标方位角的信息对机动目标进行定位，即通过单个或多个被动传感器(红外或声呐)对受噪声污染的目标方位角信息进行持续测量，并利用相关的非线性滤波算法估计目标的运动参数(位置、速度和加速度等)，其属于被动无源定位跟踪，具有隐蔽性好和抗干扰能力强等优点[1-2]。由于单被动传感器对目标进行跟踪可能导致观测系统的不可观，基于三角定位原理，双基阵纯方位机动目标跟踪问题摆脱了对单基阵需要机动要求的限制，因此，基于双基阵的纯方位机动目标跟踪算法有较广的工程应用前景[3-7]。

在纯方位目标跟踪问题中，所能获得的测量信息只有目标的方位角。由于测量与被估计量之间是强非线性映射(反正切函数)，只利用角度信息对目标进行被动跟踪定位是一个非线性状态估计问题。而针对非线性滤波问题，主要分为基于统计噪声假设的滤波算法和基于未知但有界(Unknown-But-Bounded，UBB)噪声假设的滤波算法。对于通常的机动目标跟踪问题，常把系统模型和量测方程所受到的噪声扰动视为随机变量，用一定的概率参数来对其进行描述，例如高斯噪声或有色噪声[8-10]。在统计噪声假设下，递推跟踪算法得到迅速发展。Aidala[11]分析了扩展 Kalman 滤波(Extended Kalman Filter，EKF)在纯方位目标跟踪中的性能，由于 EKF 的线性化的误差较大，其性能不稳定。鹿传国等[12]提出基于距离参数化的均方根容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter，CKF)算法；Leong 等[13]提出了一种高斯和 CKF 纯方位跟踪算法；方君等[14]提出了一种强跟踪平方根 CKF 算法。以上基于 CKF 的跟踪算法计算时间都在秒级，而基于粒子滤波的纯方位跟踪滤波算法，计算时间也都在秒级[15-17]。

以上机动目标跟踪算法都是基于统计噪声假设，但是当噪声的统计假设不成立时，将会影响跟踪算法的性能。而对于在线的实时跟踪测量系统，当仅能获得较少的传感器测量数据时，很难确定测量数据的噪声概率分布函数。与统计噪声假

收稿日期：2016-03-11；**录用日期**：2016-05-20；**网络出版时间**：2016-07-05 11:34
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160705.1134.001.html
基金项目：国家自然科学基金（61233005）；国家“973”计划（2014CB744200）
* **通讯作者**：E-mail：zhaoyan@buaa.edu.cn

引用格式：刘玉双，赵剡，吴发林. 基于外定界椭球集员估计的纯方位目标跟踪[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：497-505. LIU Y S，ZHAO Y，WU F L. Bearing-only target tracking based on ellipsoidal outer-bounding set-membership estimation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：497-505 (in Chinese).

北航学报 赠阅

设的估计算法不同,基于未知但有界噪声假设的集员估计(Set-Membership Estimation,SME)算法只要求噪声有界,且噪声界已知,而不需要对噪声在界内的统计特性做任何假设[18]。集员估计所求出的是系统状态的一个可行集,可行集内的每个元素都可作为对系统状态的有效估计,可行集的中心可作为对状态的一个点估计,可行集的测度可作为衡量集员估计有效性的标准。通常选用凸集对可行集进行近似描述,如外定界椭球、多胞形、凸多面体等。由于其数学描述上的直观性和可在线快速递推计算的特点,已用于导航[19-20]、移动机器人定位[21]等领域,本文选择外定界椭球集员估计(Ellipsoidal Outer-Bounding Set-Membership Estimation,EOB-SME)算法用于目标跟踪。

EOB-SME 与 Kalman 滤波类似,也分为时间更新和量测更新 2 个递推阶段,且在每个递推更新阶段分别有一个最优参数,通过不同的优化准则,来获得不同的最优椭球。Maksarov 和 Norton[22]给出包含 2 个椭球和或交的最小容积和最小迹的线性系统 EOB-SME 算法,但在求解椭球交时的计算较复杂。Scholte 和 Campbell[23]利用区间估计技术建立了非线性系统的扩展 EOB-SME 算法,但未得到最优的椭球结果。周波等[24]将 UD 分解方法运用到非线性系统的扩展 EOB-SME 中,改进了算法的数值稳定性和实时性。通过最小化估计误差的 Lyapunov 函数上界来求取量测更新的最优参数,笔者提出了一种针对线性系统的 EOB-SME 算法[25]。

关于集员算法在机动目标跟踪中的应用,Fletcher 等[26]在单基站情况下将最小体积椭球集合估计算法运用到纯方位目标跟踪系统,获得估计结果的精度低于 Kalman 滤波。Rahmati 等[27]基于非最优椭球集员估计算法建立了一种机动目标跟踪算法。笔者针对随机和未知但有界双重噪声影响下的机动目标跟踪问题,给出了一个性能优于 EKF 的椭球集合滤波器[28]。

为了将集员估计算法用于实时机动目标跟踪的非线性状态估计,本文提出了一种适用于纯方位目标跟踪的 EOB-SME 算法,该算法通过最小化估计误差 Lyapunov 函数的上界来求取量测更新的最优参数;利用区间分析技术估计非线性系统线性化后所产生的误差,将其用椭球进行外包后与量测方程噪声椭球组成新的量测噪声椭球。仿真结果表明:EOB-SME 算法每次递推更新所得到的椭球集合均包含了目标真实的位置,提高了估计精度,同时计算耗时为毫秒级,从而验证了本文所提算法的可行性。

1 问题描述

定义 1 定义椭球集合为

$$E(\boldsymbol{a},\sigma^2\boldsymbol{P})=\{\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n:(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a})^{\mathrm{T}}(\sigma^2\boldsymbol{P})^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a})\leqslant 1\} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{a}\in\mathbf{R}^n$ 为椭球集合的中心;对称正定矩阵 $\sigma^2\boldsymbol{P}\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 为椭球的形状矩阵,变量 $\sigma^2\in\mathbf{R}^+$ 为标量。

假设在二维平面直角坐标系中,机动目标运动模型可由一个线性状态方程和一个非线性观测方程描述。采用匀加速运动来描述目标的时间状态方程:

$$\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{F}_{\mathrm{CA}}\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{w}_{k-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}_1 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F}_1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{w}_{k-1} \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{x}_k=[x_k,\dot{x}_k,\ddot{x}_k,y_k,\dot{y}_k,\ddot{y}_k]^{\mathrm{T}}$ 为 k 时刻目标的状态,包括位置、速度和加速度;$\boldsymbol{w}_{k-1}$ 为状态方程噪声;$\boldsymbol{F}_{\mathrm{CA}}$ 为状态转移矩阵。

$$\boldsymbol{F}_1=\begin{bmatrix}1 & T & T^2/2\\ 0 & 1 & T\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{3}$$

其中:T 为采样间隔。

虽然匀加速模型是用来模拟目标进行匀加速运动时的运动模型,即 $\ddot{x}=0$,但在实际情况中,加速度的变化不可能为零,可将加速度的变化视为未知但有界的噪声。

量测方程为

$$\boldsymbol{z}_k=h(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{v}_k=\begin{bmatrix}\arctan\dfrac{y_{\mathrm{S},k}-y_{1,k}}{x_{\mathrm{S},k}-x_{1,k}}\\ \arctan\dfrac{y_{\mathrm{S},k}-y_{2,k}}{x_{\mathrm{S},k}-x_{2,k}}\end{bmatrix}+\boldsymbol{v}_k=\begin{bmatrix}\theta_{1,k}\\ \theta_{2,k}\end{bmatrix}+\boldsymbol{v}_k \tag{4}$$

式中:$\theta_{i,k}(i=1,2)$ 为双基阵的方位角;$x_{i,k}$ 和 $y_{i,k}(i=1,2)$ 为双基阵传感器的位置坐标;$x_{\mathrm{S},k}$ 和 $y_{\mathrm{S},k}$ 为目标的位置坐标;$\boldsymbol{v}_k$ 为量测噪声;$h(\boldsymbol{x}_k)$ 为观测向量。

假设过程噪声 $\boldsymbol{w}_k$ 和量测噪声 $\boldsymbol{v}_k$ 分别位于以下椭球集合内:

$$\boldsymbol{w}_{k-1}\in E(0,\boldsymbol{W}_{k-1})\Leftrightarrow\{\boldsymbol{w}_{k-1}\in\mathbf{R}^n:\boldsymbol{w}_{k-1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{k-1}^{-1}\boldsymbol{w}_{k-1}\leqslant 1\} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{v}_k\in E(0,\boldsymbol{V}_k)\Leftrightarrow\{\boldsymbol{v}_k\in\mathbf{R}^m:\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_k^{-1}\boldsymbol{v}_k\leqslant 1\} \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{W}_{k-1}$ 和 $\boldsymbol{V}_k$ 为已知的对称正定矩阵。

如图 1 所示,点 T 表示机动目标,S1 和 S2 表示双基阵传感器,假设基阵 S1 位于坐标系原点,已知 S1 和 S2 的距离为 D。当每个基阵的传感器

北航学报 赠阅

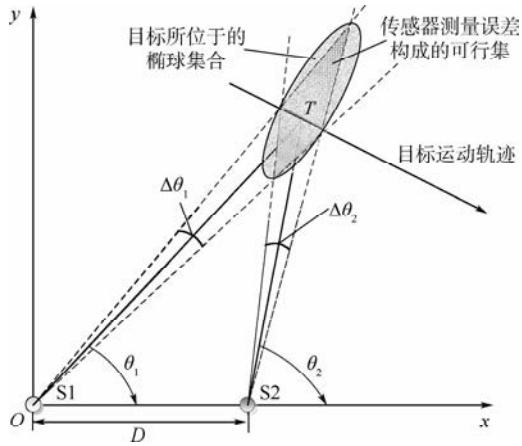


图 1　未知但有界噪声下双基阵纯方位机动目标跟踪

Fig. 1　Bearing-only maneuvering target tracking with two sensors under unknown-but-bounded noises

测量到对目标的方位角后,由于传感器的量测噪声未知但有界,因此 2 个基阵传感器的测量范围将确定一个目标所位于的几何区域,即由传感器测量误差构成的可行集。用一个外定界椭球将其包围,即构成了包含目标的椭球集合,使目标椭球集合随着递推更新逐渐缩小,从而能够更有效地确定目标的位置。

2　外定界椭球集员估计

2.1　外定界椭球集员估计基本算法

考虑机动目标运动模型式(2)和式(4),线性化量测方程式(4)可得

$$\boldsymbol{z}_k = h(\boldsymbol{x}_k)\big|_{\boldsymbol{x}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}} + \left.\frac{\partial h(\boldsymbol{x}_k)}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\boldsymbol{x}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}) + O(\boldsymbol{x}_k^2) + \boldsymbol{v}_k \tag{7}$$

式中:$\partial h(\boldsymbol{x}_k)/\partial \boldsymbol{x}$ 为量测函数 $h(\cdot)$ 的梯度;$O(\boldsymbol{x}_k^2)$ 为高阶项,即线性化误差。

先从几何角度概述 EOB-SME 的两步递推更新,再给出各个步骤的递推方程。假设在 $k-1$ 时刻,状态向量 $\boldsymbol{x}_{k-1}$ 包含在椭球 $E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k-1})$ 之中:

$$E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k-1}) = \{\boldsymbol{x}_{k-1} \in \mathbf{R}^n : (\boldsymbol{x}_{k-1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{k-1}^{-1} (\boldsymbol{x}_{k-1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}) \leqslant \sigma_{k-1}^2\} \tag{8}$$

由系统状态方程和有界过程噪声假设可知,一步预测状态 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$ 位于状态转移椭球和过程噪声椭球 $E(0, \boldsymbol{W}_{k-1})$ 的 Minkowski 和中,即

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} \in \boldsymbol{F}_{k-1} E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k-1}) \oplus E(0, \boldsymbol{W}_{k-1}) \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{F}_{k-1} E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k-1})$ 为状态转移椭球;运算符⊕表示椭球的 Minkowski 和。

通常,2 个椭球的矢量和是 1 个凸集但并不是 1 个椭球,需要构造 1 个椭球来包含矢量和的凸集,即

$$E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \sigma_{k|k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k|k-1}) \supset \boldsymbol{F}_{k-1} E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k-1}) \oplus E(0, \boldsymbol{W}_{k-1}) \tag{10}$$

式中:$E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \sigma_{k|k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k|k-1})$ 为时间更新椭球。

定义量测椭球集合为

$$S_k = \{\boldsymbol{x}_k \in \mathbf{R}^n : (\boldsymbol{y}_k - \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{V}_k^{-1} (\boldsymbol{y}_k - \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k) \leqslant 1\} \tag{11}$$

式中:$\boldsymbol{H}_k$ 为量测矩阵。

在 k 时刻获得量测椭球集合 S_k 后,状态 $\boldsymbol{x}_k$ 应位于时间更新椭球 $E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \sigma_{k|k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k|k-1})$ 与量测椭球集合 S_k 与的交集,即

$$\boldsymbol{x}_k \in E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \sigma_{k|k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k|k-1}) \cap S_k \tag{12}$$

同样,量测椭球集合与时间更新椭球的交集通常不是一个椭球,需要构造量测更新椭球 $E(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \sigma_k^2 \boldsymbol{P}_k)$ 来包含这个交集,即

$$E(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \sigma_k^2 \boldsymbol{P}_k) \supset E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \sigma_{k|k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k|k-1}) \cap S_k \tag{13}$$

结合双基阵目标跟踪,EOB-SME 的量测更新过程如图 2 所示。在时刻 k,假设已知时间更新椭球,根据双基站传感器的测量误差,当获得量测集合后,用量测更新椭球来外包时间更新椭球与量测集合的交集。

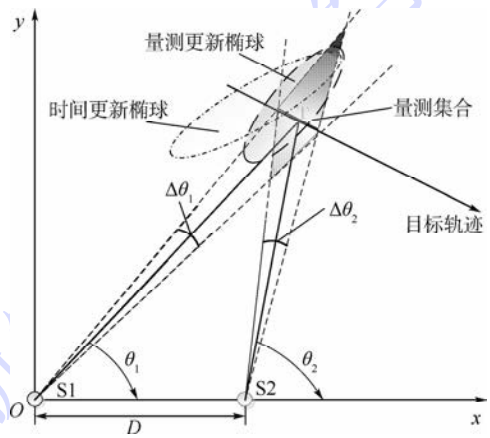


图 2　双基阵纯方位测量下的量测更新过程

Fig. 2　Observation update process under bearing-only measurement with two sensors

定义 2　闭凸集 Ω 的支撑函数 $s(\boldsymbol{\eta})$ 为

$$s(\boldsymbol{\eta}) = \max_{\boldsymbol{x} \in \Omega} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\eta} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\eta} = 1 \tag{15}$$

定理 1　EOB-SME 的时间更新和量测更新递推方程如下:

1) 时间更新。若已知状态 $\boldsymbol{x}_{k-1}$ 位于椭球 $E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k-1})$ 内,根据过程方程和过程噪声椭球可得 $\boldsymbol{x}_{k|k-1} \in E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \sigma_{k|k-1}^2 \boldsymbol{P}_{k|k-1})$。

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} = \boldsymbol{F}_{k-1} \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1} \tag{16}$$

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1}=(1+p_k^{-1})\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}}+(\sigma_{k-1}^2)^{-1}(1+p_k)\boldsymbol{W}_{k-1} \tag{17}$$

$$\sigma_{k|k-1}^2=\sigma_{k-1}^2 \tag{18}$$

式中：参数 $p_k\in(0,1)$；$\sigma_{k|k-1}^2>0$。

2）量测更新。若已知量测椭球集合 S_k 和时间更新椭球 $E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1},\sigma_{k|k-1}^2\boldsymbol{P}_{k|k-1})$，则可得 $\boldsymbol{x}_k\in E(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\sigma_k^2\boldsymbol{P}_k)$。

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}+\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{\delta}_k \tag{19}$$

$$\boldsymbol{P}_k=\frac{1}{1-\lambda_k}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k]\boldsymbol{P}_{k|k-1} \tag{20}$$

$$\sigma_k^2=(1-\lambda_k)\sigma_{k|k-1}^2+\lambda_k-\boldsymbol{\delta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k^{-1}\boldsymbol{\delta}_k \tag{21}$$

$$\boldsymbol{K}_k=\frac{1}{1-\lambda_k}\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k^{-1} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{Q}_k=\frac{1}{\lambda_k}\boldsymbol{V}_k+\frac{1}{1-\lambda_k}\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{\delta}_k=\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} \tag{24}$$

式中：参数 $\lambda_k\in(0,1)$；$\sigma_k^2>0$。

证明

1）证明时间更新递推方程。假设时间更新椭球具有如下形式：

$$E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1},\sigma_{k|k-1}^2\boldsymbol{P}_{k|k-1})=\{\boldsymbol{x}_{k|k-1}\in\mathbf{R}^n:(\boldsymbol{x}_{k|k-1}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{-1}(\boldsymbol{x}_{k|k-1}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})\leqslant\sigma_{k|k-1}^2\} \tag{25}$$

根据椭球支撑函数应有以下关系成立：

$$s_{E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1},\sigma_{k|k-1}^2\boldsymbol{P}_{k|k-1})}(\boldsymbol{\eta})\geqslant s_{\boldsymbol{F}_{k-1}E(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1},\sigma_{k-1}^2\boldsymbol{P}_{k-1})}(\boldsymbol{\eta})+s_{E(0,\boldsymbol{W}_{k-1})}(\boldsymbol{\eta}) \tag{26}$$

即

$$\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}+(\sigma_{k|k-1}^2\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{y}_k)^{1/2}\geqslant\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}+(\sigma_{k-1}^2\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_k)^{1/2}+(\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_k\boldsymbol{y}_k)^{1/2} \tag{27}$$

因为 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}=\boldsymbol{F}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}$，只需证明式(28)成立：

$$(\sigma_{k|k-1}^2\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{y}_k)^{1/2}\geqslant(\sigma_{k-1}^2\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_k)^{1/2}+(\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_k\boldsymbol{y}_k)^{1/2} \tag{28}$$

若令

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1}=(1+p_k^{-1})\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}}+(\sigma_{k-1}^2)^{-1}(1+p_k)\boldsymbol{W}_{k-1} \tag{29}$$

由不等式 $(1-p^{-1})b_1^2+(1+p)b_2^2\geqslant(b_1+b_2)^2$ 可得

$$\frac{\sigma_{k-1}^2}{\sigma_{k|k-1}^2}(1+p_k^{-1})\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}}+\frac{1+p_k}{\sigma_{k|k-1}^2}\boldsymbol{W}_{k-1}\geqslant\frac{\sigma_{k-1}^2}{\sigma_{k|k-1}^2}\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}}+\frac{1}{\sigma_{k|k-1}^2}\boldsymbol{W}_{k-1} \tag{30}$$

令 $\sigma_{k|k-1}^2=\sigma_{k-1}^2$，可得

$$(\sigma_{k|k-1}^2\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{y}_k)^{1/2}\geqslant(\sigma_{k-1}^2\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{y}_k)^{1/2}+(\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_k\boldsymbol{y}_k)^{1/2} \tag{31}$$

则按照式(25)构造的椭球可包含 2 个椭球的矢量和，时间更新递推方程证明完毕。

2）证明量测更新递推方程。当可获得量测椭球集合 S_k 时，假设量测更新椭球为

$$E(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\sigma_k^2\boldsymbol{P}_k)=\{\boldsymbol{x}_k\in\mathbf{R}^n:(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k^{-1}(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k)\leqslant\sigma_k^2\} \tag{32}$$

则包含量测椭球集合与时间更新椭球集合交集的椭球为

$$(1-\lambda_k)(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{-1}(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})+\lambda_k(\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_k^{-1}(\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})\leqslant(1-\lambda_k)\sigma_{k|k-1}^2+\lambda_k \tag{33}$$

令 $\boldsymbol{\delta}_k=\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$，则有

$$(\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_k^*)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_k^{-1}(\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_k^*)\leqslant(1-\lambda_k)\sigma_{k|k-1}^2+\lambda_k-\lambda_k\boldsymbol{\delta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_k^{-1}\boldsymbol{\delta}_k+(\lambda_k\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_k^{-1}\boldsymbol{\delta}_k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_k^{-1}(\lambda_k\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_k^{-1}\boldsymbol{\delta}_k) \tag{34}$$

式中：

$$\boldsymbol{A}_k^{-1}=\left[\left(\frac{\boldsymbol{P}_{k|k-1}}{1-\lambda_k}\right)^{-1}+\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\left(\frac{\boldsymbol{V}_k}{\lambda_k}\right)\boldsymbol{H}_k\right]^{-1}=\frac{1}{1-\lambda_k}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k]\boldsymbol{P}_{k|k-1} \tag{35}$$

根据式(22)和式(23)有

$$\boldsymbol{x}_k^*=\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}+\lambda_k\boldsymbol{A}_k^{-1}\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{V}_k^{-1}\boldsymbol{\delta}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}+\lambda_k\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{\delta}_k \tag{36}$$

令 $\boldsymbol{P}_k=\boldsymbol{A}_k^{-1}$，$\hat{\boldsymbol{x}}_k=\boldsymbol{x}_k^*$，有

$$\sigma_k^2=(1-\lambda_k)\sigma_{k|k-1}^2+\lambda_k-\boldsymbol{\delta}_k^{\mathrm{T}}(\lambda_k\boldsymbol{V}_k^{-1}-\lambda_k^2\boldsymbol{V}_k^{-1}\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{A}_k^{-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_k^{-1})\boldsymbol{\delta}_k=(1-\lambda_k)\sigma_{k|k-1}^2+\lambda_k-\boldsymbol{\delta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k^{-1}\boldsymbol{\delta}_k \tag{37}$$

则按式(32)构造的椭球可以包含 2 个椭球的交集，量测更新递推方程证明完毕。

从定理 1 的时间更新和量测更新递推方程可以看出，尽管 EOB-SME 与 Kalman 滤波有着同样的预测-校正结构，但是它们之间有着根本不同的意义：Kalman 滤波的估计结果是一个点，而 EOB-SME 的结果是一个椭球可行集。椭球可行集的大小可作为评估估计精度的指标。可认为椭球可行集的中心是一个最小-最大估计，即最小化估计值与真值之间的最大误差。

Kalman 滤波中，估计误差的协方差矩阵表示点估计结果在随机噪声假设下的不确定度；而 EOB-SME 中的 $\sigma^2\boldsymbol{P}$ 表示椭球可行集估计结果在有界噪声假设下的不确定度。根据所要最小化椭球尺寸的准则不同，将得到不同的最优参数。

2.2 最优参数的选择

通常情况下，采用最小化椭球的体积

北航学报 赠阅

$\det(\sigma^2\boldsymbol{P})$ 或椭球的迹 $\mathrm{tr}(\sigma^2\boldsymbol{P})$ 来求得时间更新或量测更新的最优参数 p_k 和 λ_k。通常选择最小迹准则来求取时间更新最优参数 p_k：

$$p_k=\frac{\sqrt{\mathrm{tr}(\boldsymbol{W}_k)}}{\sqrt{\mathrm{tr}(\sigma_{k-1}^2\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}})}+\sqrt{\mathrm{tr}(\boldsymbol{W}_k)}} \tag{38}$$

由于求解包含量测椭球集合与时间更新椭球集合交集的椭球较为复杂，所以对于求解量测更新参数 λ_k，采用最小化椭球体积或迹准则都比较复杂。由于 σ_k^2 可视为状态估计误差的 Lyapunov 函数的上界，即 $\|\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k\|_{\boldsymbol{P}_k^{-1}}\leqslant\sigma_k^2$，而 σ_k^2 的上界可表示为

$$\bar{\sigma}_k^2=(1-\lambda_k)\sigma_{k|k-1}^2+\lambda_k-\lambda_k(1-\lambda_k)\frac{\bar{\boldsymbol{\delta}}_k^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\delta}}_k}{(1-\lambda_k)+\lambda_k\bar{g}_k} \tag{39}$$

式中：$\bar{\boldsymbol{\delta}}_k=\bar{\boldsymbol{V}}_k\boldsymbol{\delta}_k$；$\bar{g}_k$ 为 $\bar{\boldsymbol{G}}_k$ 的最大特征值，$\bar{\boldsymbol{G}}_k=\bar{\boldsymbol{V}}_k\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{V}}_k^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{V}_k^{-1}=\bar{\boldsymbol{V}}_k^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{V}}_k$。

定理 2[28]　假设初始参数为 $\sigma_{0|0}^2\leqslant1$，$\beta_k=(1-\sigma_{k|k-1}^2)/(\bar{\boldsymbol{\delta}}_k^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\delta}}_k)$，关于参数 λ_k 最小化 $\bar{\sigma}_k^2$ 可得

$$\lambda_k=\begin{cases}0 & \sigma_{k|k-1}^2+\bar{\boldsymbol{\delta}}_k^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\delta}}_k\leqslant1\\ \dfrac{1-\beta_k}{2} & \bar{g}_k=1\\ \dfrac{1}{1-\bar{g}_k}\left[1-\sqrt{\dfrac{\bar{g}_k}{1+\beta_k(\bar{g}_k-1)}}\right] & \bar{g}_k\neq1\end{cases} \tag{40}$$

式中：$\lambda_k\in(0,1)$。

由定理 2 可知，当 $\sigma_{k|k-1}^2+\bar{\boldsymbol{\delta}}_k^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\delta}}_k\leqslant1$ 时，量测更新最优参数 $\lambda_k=0$，从集员估计的角度可认为此时获得的量测数据 $\boldsymbol{y}_k$ 对系统状态 $\boldsymbol{x}_k$ 的估计没有帮助，即此时的量测数据 $\boldsymbol{y}_k$ 包含冗余的信息，不需要进行量测更新，这表明了算法具有选择更新能力。同时，通过最小化 σ_k^2 的上界来获得最优参数 λ_k，可避免最小化椭球体积或迹时的复杂运算，缩短计算时间，便于在线对目标的状态进行估计。

3　外定界椭球集员估计跟踪算法

为了提高 EOB-SME 跟踪算法对双基阵目标状态估计的精度，首先将量测方程在状态的一步预测估计点处进行一阶泰勒展开，用区间分析技术构造一个椭球来外包线性化后所产生的高阶项误差；再将该椭球与量测噪声椭球进行直和，得到新的量测噪声椭球。

定义区间变量 $\overline{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}$，则每个状态分量 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^i$ 所位于的不确定区间为

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}^i=\left[\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^i-\sqrt{\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,i}}\quad\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^i+\sqrt{\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,i}}\right]\quad i=1,2,\cdots,n \tag{41}$$

式中：$\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,i}$ 的上标 i 表示矩阵的第 (i,i) 个元素。

线性化误差的区间为

$$\overline{\boldsymbol{Y}}_{\mathbf{R}_2}=\frac{1}{2}\mathrm{diag}(\overline{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}H_{h^1}(\overline{\boldsymbol{X}}_{k|k-1})\\ H_{h^2}(\overline{\boldsymbol{X}}_{k|k-1})\end{bmatrix}\cdot(\overline{\boldsymbol{X}}_{k|k-1}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}) \tag{42}$$

再用椭球来包含线性化误差的区间，即

$$[\overline{\boldsymbol{V}}_k]^{i,j}=\begin{cases}2(\overline{\boldsymbol{Y}}_{\mathbf{R}_2}^{i+}-\overline{\boldsymbol{Y}}_{\mathbf{R}_2}^{i-})^2 & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases} \tag{43}$$

式中：上标 + 和 − 表示区间变量 $\overline{\boldsymbol{Y}}_{\mathbf{R}_2}$ 的最大和最小值。

最终得到新的量测噪声椭球为 $E(0,\hat{\boldsymbol{V}}_k)$。

$$\hat{\boldsymbol{v}}_k\in E(0,\hat{\boldsymbol{V}}_k)\supset E(0,\boldsymbol{V}_k)\oplus E(0,\overline{\boldsymbol{V}}_k) \tag{44}$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_k=\frac{\overline{\boldsymbol{V}}_k}{1-p_{\hat{\boldsymbol{v}}_k}}+\frac{\boldsymbol{V}_k}{p_{\hat{\boldsymbol{v}}_k}} \tag{45}$$

基于 EOB-SME 跟踪算法如下：

1）在初始时刻设置初始参数 $\hat{\boldsymbol{x}}_0$、$\boldsymbol{P}_0$ 和 $\sigma_0^2=1$。

2）在时刻 k，根据定理 1 中的时间更新式(16)～式(18)进行目标状态的一步预测估计，时间更新最优参数采用式(38)进行计算。

3）先根据式(7)对量测方程进行一阶线性化展开。当获得量测集合后，根据定理 2 进行选择量测更新判断，若 $\sigma_{k|k-1}^2+\bar{\boldsymbol{\delta}}_k^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{\delta}}_k\leqslant1$，即不进行量测更新，则 $\hat{\boldsymbol{x}}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$，$\boldsymbol{P}_k=\boldsymbol{P}_{k|k-1}$，$\sigma_k^2=\sigma_{k|k-1}^2$。否则，根据式(40)计算量测更新最优参数 λ_k，根据式(41)～式(45)计算新量测噪声椭球 $\hat{\boldsymbol{V}}_k$，再根据定理 1 中的量测更新式(19)～式(24)进行量测更新。

4）继续更新直到跟踪过程结束。

4　仿真试验

仿真初始条件设置如下：2 个基阵之间的距离 $D=1\,000$ m，目标初始状态为 $\boldsymbol{x}_0=(2\,000\text{ m},3.42\text{ m/s},0,10\,000\text{ m},-9.39\text{ m/s},0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{P}_0=[100,50,10,100,50,10]$，$\sigma_0=1$。过程椭球噪声的矩阵为 $\boldsymbol{W}=\mathrm{diag}(10,10,10,10,10,10)$，量测椭球噪声的矩阵为 $\boldsymbol{V}=\mathrm{diag}(0.1°,0.1°)$。采样周期为 0.1 s，仿真时间为 200 s。在以上仿真条件下，通过 50 次 Monte Carlo 仿真，对比 EKF 算法、CKF 算法和本文提出的 EOB-SME 算法在双基阵情况下的跟踪效果。将椭球集合的中心作为点估计结

北航学报 赠阅

果。定义均方根误差为

$$\mathrm{RMSE}_i=\sqrt{\sum_{k=1}^{N}(x_k^i-\hat{x}_k^i)^2/N}\Big/M \qquad i=1,2,\cdots,6$$

图 3 所示为未知但有界的量测噪声，所有噪声均位于椭球内部。图 4 给出了机动目标的实际速度和加速度变化曲线。

图 5 为不同算法对目标在 x 方向上的位置、速度和加速度均方根误差曲线。对于目标 x 方向上的位置估计，EOB-SME 算法在跟踪阶段开始时，误差较大，随着跟踪过程的递推更新，逐渐减小。在跟踪后期，EOB-SME 算法的 x 方向位置误差最小。而对于 x 方向上的速度和加速度估计，EKF 算法的估计误差最大，CKF 算法与 EOB-SME 算法在 x 方向速度的估计上误差比较接近，但 CKF 算法对于 x 方向加速度的估计在初期误差较大，随着跟踪递推的更新，在跟踪后期的误差逐渐与 EOB-SME 算法接近。

图 6 为不同算法对目标在 y 方向上的位置、速度和加速度均方根误差曲线。可以看出，由于目标在 y 方向上做较大的机动，EKF 算法对位置、速度和加速度3个状态分量的均方根误差都较大。而 CKF 算法对目标的速度和加速度在跟踪

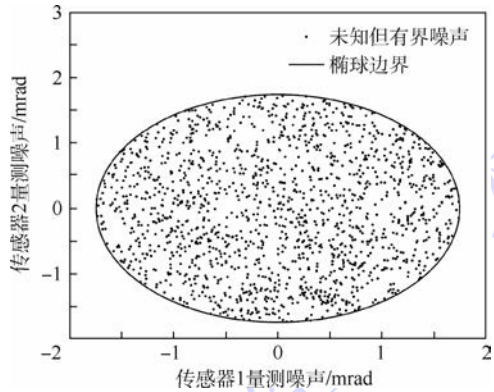
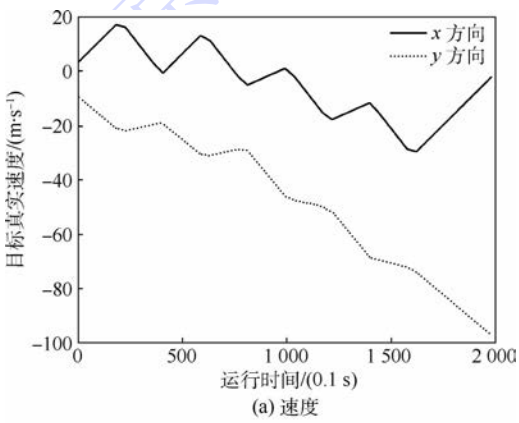


图 3 未知但有界的量测噪声

Fig. 3 Unknown-but-bounded measurement noises



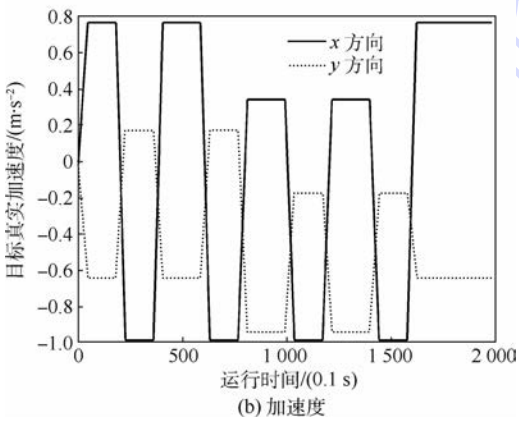
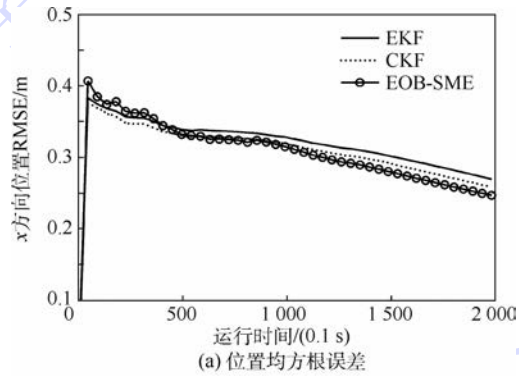
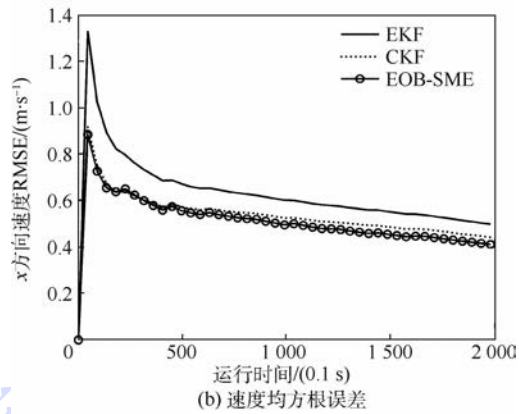


图 4 机动目标的速度和加速度曲线

Fig. 4 Maneuvering target velocity and acceleration curves





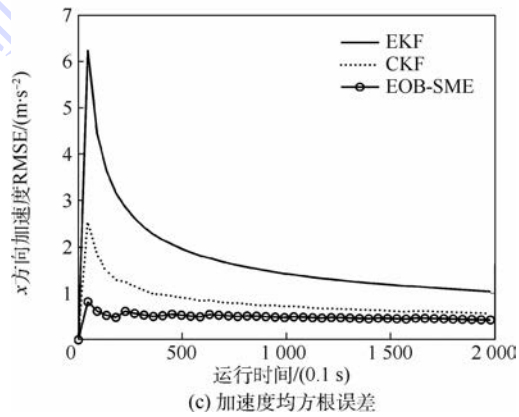
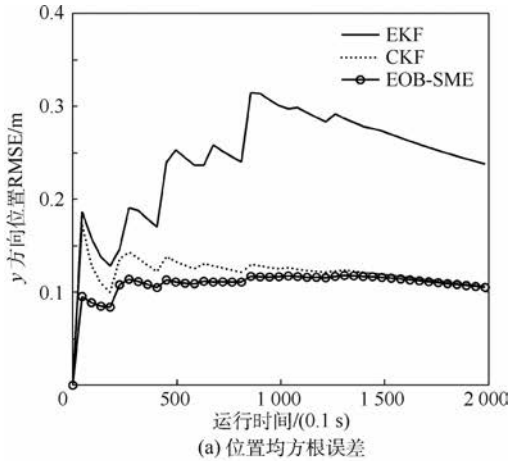
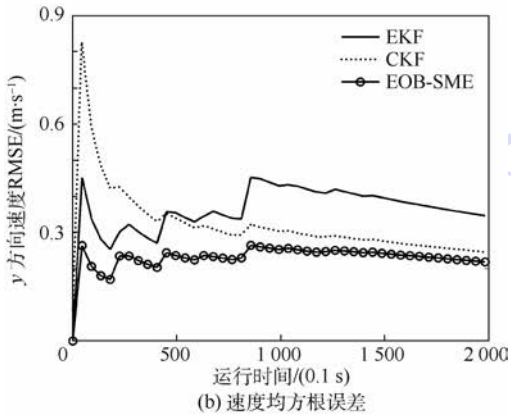


图 5 不同算法对目标在 x 方向上的位置、速度和加速度均方根误差曲线

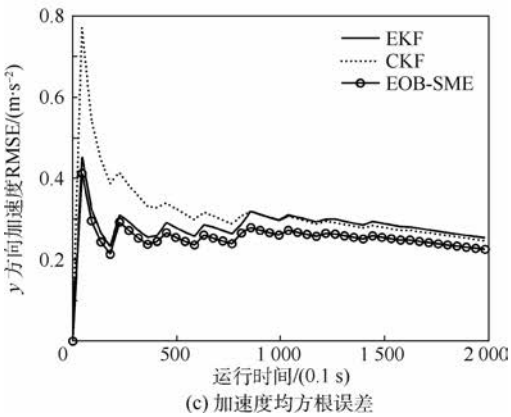
Fig. 5 Position, velocity and acceleration root mean square error curves of target in the x direction for different algorithms



(a) 位置均方根误差



(b) 速度均方根误差



(c) 加速度均方根误差

图 6　不同算法对目标在 y 方向上的位置、速度和加速度均方根误差曲线

Fig. 6　Position, velocity and acceleration root mean square error curves of target in the y direction for different algorithms

初期均方根误差较大。随着跟踪的递推更新，CKF 算法的均方根误差与 EOB-SME 算法的均方根误差曲线逐渐接近。

图 7 为机动目标的运动轨迹。可以看出，EOB-SME 算法的估计结果是一个椭球集合，机动目标的真实位置始终被椭球集合所包围。在目标转弯的时刻，目标的速度和加速度变化较剧烈，同时椭球的体积也会增大，表明此刻对目标状态估计结果的不确定性增大。到跟踪后期，由于目标不再进行机动，椭球体积逐渐缩小。

表 1 为 EKF 算法、CKF 算法和 EOB-SME 算法对目标位置、速度和加速度估计的平均均方根误差。可以看出，CKF 算法对目标 x 方向位置的均方根误差最小，EOB-SME 算法对目标 x 方向的速度和加速度的均方根误差最小。而在对目标 y 方向各状态的估计中，EOB-SME 算法的均方根误差最小。

表 2 列出了 EKF 算法、CKF 算法和 EOB-SME 算法的单次递推运行时间。由于 CKF 算法的计算量较大，所以其耗时最多，超过了 1 ms。而 EOB-SME 算法的计算时间在 1 ms 以内，适合于在线实时的机动目标跟踪中应用。

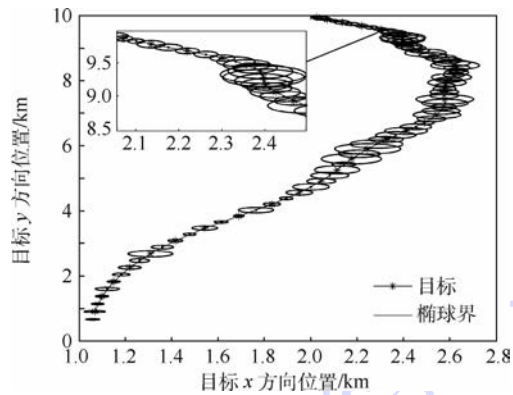


图 7　机动目标的位置和椭球可行集

Fig. 7　Position of maneuvering target and ellipsoid feasible set

表 1　目标状态估计的平均均方根误差

Table 1　Average RMSE of target state estimation

算法	位置/m		速度/(m·s⁻¹)		加速度/(m·s⁻²)	
	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向
EKF	0.334	0.267	0.752	0.370	2.983	0.415
CKF	0.324	0.141	0.610	0.374	0.999	0.314
EOB-SME	0.329	0.121	0.567	0.272	0.550	0.284

表 2　每次递推更新的算法平均运行时间

Table 2　Average run time at each recursive update step for different algorithms　ms

算法	EKF	CKF	EOB-SME
运行时间	0.207	2.343	0.791

5　结　论

本文针对在未知但有界噪声假设下的双基阵纯方位机动目标跟踪问题，提出了一种基于 EOB-SME 算法，该算法通过最小化估计误差的 Lyapunov 函数上界来求取量测最优参数，降低了计算量；同时，通过用椭球对量测方程线性化后所产

北航学报 赠阅

生的误差进行外包,与量测噪声椭球组成新的量测噪声椭球。在未知但有界噪声假设下,该算法对纯方位机动目标状态估计的精度优于 EKF 算法和 CKF 算法,并且计算时间为毫秒级。

在双基阵纯方位目标跟踪问题中,基站之间基线测量的精度和基阵之间的相对空间位置将会影响跟踪的效果。如何优化双基站的空间布局,在有基线偏差的情况下如何提高跟踪系统的性能,是值得进一步研究的课题。

参考文献(References)

[1] 刘忠,周丰,石章松,等. 纯方位目标运动分析[M]. 北京:国防工业出版社,2009:4.
LIU Z, ZHOU F, SHI Z S, et al. Bearing-only target motion analysis[M]. Beijng: National Defense Industry Press, 2009:4 (in Chinese).

[2] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with application to tracking and navigation[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2001:9.

[3] 胡科强,袁志勇,周浩. 双基阵纯方位被动定位跟踪方法[J]. 舰船科学技术,2012,34(5):83-86.
HU K Q, YUAN Z Y, ZHOU H. Methods on the performance of bearing-only target tracking based two arrays[J]. Ship Science and Technolgy, 2012, 34(5):83-86(in Chinese).

[4] 徐本连. 双(多)基纯方位目标定位跟踪算法研究[D]. 南京:南京理工大学,2006:1-4.
XU B L. The algorithm study on bearings-only target localization and tracking using two or more observer[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2006:1-4(in Chinese).

[5] XU B L, CHEN Q L, WU Z Y, et al. Analysis and approximation of performance bound for two-observer bearings-only tracking[J]. Information Sciences, 2008, 178(8):2059-2078.

[6] 吴卫华,江晶,范雄华,等. WGS-84 坐标系下双机纯角度无源定位及性能分析[J]. 红外与激光工程,2015,44(2):654-661.
WU W H, JIANG J, FAN X H, et al. Performance analysis of passive location by two airborne platforms with angle-only measurements in WGS-84 [J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(2):654-661(in Chinese).

[7] 冉华明,周锐,吴江,等. 双机协同无源目标跟踪轨迹优化[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(1):160-166.
RAN H M, ZHOU R, WU J, et al. Trajectory optimization of two air crafts in collaborative passive target tracking[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(1):160-166(in Chinese).

[8] 任波,闫向远. 纯角度跟踪非线性预测滤波算法研究[J]. 弹箭与制导学报,2014,34(2):6-8.
REN B, YAN X Y. Bearing-only tracking nonlinear prediction filter algorithm research [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2014, 34(2):6-8(in Chinese).

[9] 许兆鹏,韩树平. 一种双基阵纯方位机动目标被动跟踪方法[J]. 舰船科学技术,2012,34(11):100-103.
XU Z P, HAN S P. Research on an algorithm for passive tracking of maneuvering target based on two arrays bearings[J]. Ship Science and Technolgy, 2012, 34(11):100-103(in Chinese).

[10] JAUFFRET C, PILLON D, PIGNOL A C. Bearings-only maneuvering target motion analysis from a nonmaneuvering platform [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(4): 1934-1949.

[11] AIDALA V J. Kalman filter behavior in bearings-only tracking application[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1979, 15(1): 29-39.

[12] 鹿传国,冯新喜,张迪. 基于改进容积卡尔曼滤波的纯方位目标跟踪[J]. 系统工程与电子技术,2012,34(1):28-33.
LU C G, FENG X X, ZHANG D. Pure bearing tracking based on improved cubature Kalman filter[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(1):28-33(in Chinese).

[13] LEONG P H, ARULAMPALAM S, LAMAHEWA T A, et al. A Gaussian-sum based cubature Kalman filter for bearing-only [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2):1161-1176.

[14] 方君,戴邵武,许文明,等. 基于 ST-SRCKF 的超高速强机动目标跟踪算法[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(8):1698-1708.
FANG J, DAI S W, XU W M, et al. Highly maneuvering hypervelocity-target tracking algorithm based on ST-SRCKF [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(8):1698-1708(in Chinese).

[15] 陈辉,韩崇昭. 纯方位距离参数化概率假设密度和势概率假设密度滤波器[J]. 控制理论与应用,2015,32(5):579-590.
CHEN H, HAN C Z. Bearings-only range-parameterized probability hypothesis density and cardinalized probability hypothesis density filter[J]. Control Theory and Applications, 2015, 32(5):579-590(in Chinese).

[16] 孔云波,冯新喜,鹿传国,等. 改进高斯混合粒子滤波的纯方位目标跟踪算法[J]. 宇航学报,2012,33(7):971-977.
KONG Y B, FENG X X, LU C G, et al. An improved Gaussian mixture particle filter based targets tracking algorithm for bearing-only tracking system[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(7):971-977(in Chinese).

[17] 李银伢,谭维茜,盛安冬. 改进型粒子滤波算法在多站纯方位被动跟踪中的应用[J]. 控制理论与应用,2011,28(8):1081-1086.
LI Y Y, TAN W Q, SHENG A D. Application of improved particle filter algorithm to bearings-only passive tracking in multiple stations[J]. Control Theory and Applications, 2011, 28(8):1081-1086(in Chinese).

[18] SCHWEPPE F C. Recursive state estimation unknown but bounded errors and system inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1968, 13(1):22-28.

[19] 孙先仿,王世纪,张海. 扩展集员滤波在捷联惯导大方位失准角初始对准中的应用[J]. 中国惯性技术学报,2008,16(5):505-508.
SUN X F, WANG S J, ZHANG H. Application of extended set-membership filter in SINS initial alignment of large azimuth misalignment [J]. Journal of Chinese Inertial Technology,

北航学报 赠阅

2008,16(5):505-508(in Chinese).

[20] 江涛,钱富才. 基于 ESMF 算法的 GPS 信号多普勒频率估计[J]. 控制与决策,2016,31(2):378-384.
JIANG T,QIAN F C. Estimated Doppler frequency of GPS signal based on ESMF[J]. Control and Decision,2016,31(2):378-384(in Chinese).

[21] 宋大雷,吴冲,齐俊桐,等. 基于 MIT 规则的自适应扩展集员估计方法[J]. 自动化学报,2012,38(11):1847-1860.
SONG D L,WU C,QI J T,et al. A MIT-based nonlinear adaptive set-membership filter for ellipsoidal estimation[J]. Acta Automatica Sinica,2012,38(11):1847-1860(in Chinese).

[22] MAKSAROV D G,NORTON J P. State bounding with ellipsoidal set description of the uncertainty[J]. International Journal of Control,1996,65(5):847-866.

[23] SCHOLTE E,CAMPBELL M E. A nonlinear set-membership filter for on-line applications[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control,2003,13(15):1337-1358.

[24] ZHOU B,HAN J D,LIU G J. A UD factorization-based nonlinear adaptive set-membership filter for ellipsoidal estimation[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control,2008,18(16):1513-1531.

[25] LIU Y S,ZHAO Y,WU F L. Ellipsoidal state-bounding-based set-membership estimation for linear system with unknown-but-bounded disturbances[J]. IET Control Theory and Applications,2016,10(4):431-442.

[26] FLETCHER K F,ARULAMPALAM S M,EVANS J R,et al. Ellipsoidal set based tracking with nonlinear measurements[J]. IEE Proceeding-Radar,Sonar and Navigation,2005,152(5):335-344.

[27] RAHMATI H,KHALOOZADEH H,AYATI M. Maneuvering target tracking method based on unknown but bounded uncertainties[C]//18th IFAC World Congress. Milano:IFAC Press,2011:4290-4295.

[28] LIU Y S,ZHAO Y. Ellipsoidal set filter combined set-membership and statistics uncertainties for bearing-only maneuvering target tracking[C]//IEEE/ION Position Lacation and Navigation Symposium. Piscataway,NJ:IEEE Press,2014:753-759.

作者简介:

刘玉双　男,博士研究生。主要研究方向:集员估计与导航定位。

赵剡　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:卫星导航系统理论。

吴发林　男,博士,副教授,博士生导师。主要研究方向:卫星导航与气候预测。

Bearing-only target tracking based on ellipsoidal outer-bounding set-membership estimation

LIU Yushuang, ZHAO Yan*, WU Falin

(School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: For the problem of bearing-only maneuvering target tracking under the unknown-but-bounded noises, this paper proposes an ellipsoidal outer-bounding set-membership estimation (EOB-SME) algorithm. The EOB-SME algorithm has a prediction-correction structure in time update and observation update, which is similar to Kalman filter. For each update, there is a data-depending weighting factor. The observation weighting factor is computed by minimizing the upper bound on a Lyapunov function of the estimation error and the computation load is decreased. The linearization errors of nonlinear observation equation are bounded by an ellipsoid which is combined with the ellipsoid of observation noise to form a new ellipsoid of observation noise. The simulation results show that the proposed algorithm has higher tracking accuracy for bearing-only maneuvering target under the assumption of unknown-but-bounded noise.

Keywords: set-membership estimation; Kalman filter; ellipsoidal outer-bounding; state estimation; bearing-only maneuvering target tracking

Received: 2016-03-11; **Accepted**: 2016-05-20; **Published online**: 2016-07-05 11:34

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160705.1134.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61233005); National Basic Research Program of China (2014CB744200)

* **Corresponding author**. E-mail: zhaoyan@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0222

全下文载

基于事件驱动的多飞行器编队协同控制

马鸣宇[1], 董朝阳[1,*], 王青[2], 程昊宇[1]

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: 针对多飞行器系统协同控制问题,研究了基于事件驱动机制的控制设计方法。结合有向通信拓扑和编队位置描述建立了空间多飞行器系统的模型,在飞行器编队中引入事件驱动方法,设计了一般形式的事件触发函数,在非触发时间内利用触发时刻的信息生成了协同控制律,使得飞行器在非持续通信下能够形成三维空间任意给定的队形,并从理论上给出了协同控制问题的稳定性证明。提出的方法不需要飞行器系统的全局信息,飞行器只需要在触发时刻进行通信和控制器的更新,更有利于实际情形中的应用。仿真结果验证了该方法的有效性。

关 键 词: 多飞行器系统; 编队飞行; 协同控制; 事件驱动; 有向拓扑
中图分类号: V249; TP273
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0506-10

飞行器编队飞行,即多架飞行器为适应任务要求按照一定的结构形式进行三维空间队形排列,使其在飞行过程中保持稳定的队形,以体现整个机群的协同一致性[1-2]。相对于单个飞行器,多飞行器的协同编队通常有着更好的容错性和鲁棒性,能够以较低的成本更有效地完成任务[3-5],在环境监测、资源勘探、军事侦察、目标打击等民用和军用领域都有着突出的优势,具有广阔的应用前景。飞行器编队控制正逐步成为协同控制领域研究的热点。

同单飞行器相比,多飞行器系统的模型和控制方法更为复杂[6-8]。文献[9]采用了改进的领航者-跟随者模型研究了多枚导弹的编队控制问题,提出了一种候补领航弹的模式来减少多导弹系统对领航弹的依赖。崔艳和贾英民[10]使用了树型结构描述多个个体之间的拓扑关系,研究了存在扰动情况下多智能体系统编队问题。在文献[11]中,仿照鸽群层级建立了领航者-跟随者的"人"字形编队飞行的控制方法。文献[12]将多飞行器系统转换为一个二阶模型,并基于多智能体一致性理论研究了编队飞行控制问题,给出了编队系统稳定性的充分条件。然而,通常情况下的协同控制律要求个体根据相邻飞行器的实时信息调节自身的状态,以达到协同编队的目的。这就需要飞行器之间保持持续的通信连接。然而,对于飞行器来说其通信资源是有限的,持续的通信会造成较大的能量消耗;在实际复杂环境中,持续的通信实现起来也较为困难,而且容易受到干扰,对协同控制的效果造成不良影响。

事件驱动控制能够较好地解决上述问题[13-14]。在事件驱动控制系统中,控制器的输出计算并不根据时间来进行,而是通过"事件",即系统运行状态满足给定条件时,认为触发了一个事件,此时控制器才进行更新。事件驱动控制在近年来取得了许多研究成果[15-17]。王航飞等[18]采用事件驱动机制研究了多智能体系统的环形编

收稿日期: 2016-03-22; **录用日期**: 2016-06-20; **网络出版时间**: 2016-09-12 10:21
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160912.1021.002.html
基金项目: 国家自然科学基金(61374012)
* **通讯作者**: E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn

引用格式: *马鸣宇, 董朝阳, 王青, 等. 基于事件驱动的多飞行器编队协同控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 506-515. MA M Y, DONG C Y, WANG Q, et al. Event-based cooperative control of multiple flight vehicles formation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 506-515 (in Chinese).*

队控制问题,在降低个体控制更新频率的情况下系统能形成给定的编队;文献[19-20]分别研究了一阶和高阶多智能体一致性的事件触发方法,允许个体有不同的触发方式;Meng 和 Chen[21] 在多智能体网络中设置了同步时钟,并以此采样数据进行了事件驱动控制;文献[22-23]利用测量误差构造了事件触发函数,解决了一般线性多智能体的趋同问题。但是,相比于通常的时间驱动方法,事件驱动方式飞行器编队的研究仍有需要关注的地方。例如文献[18]的方法只限于队形为环形,而且对通信拓扑的要求也是固定的;文献[19-21]要求通信拓扑为无向图等;设计合适的触发函数也是影响事件驱动控制效果的关键。

受到以上方法的启发,本文将多智能体事件驱动机制引入到多飞行器协同控制中,针对有向通信拓扑情况下飞行器在三维空间中的编队控制问题,设计了一种更为一般形式的触发函数和控制律,使得飞行器系统能形成空间任意给定的队形。设计的触发函数和控制律只要求飞行器之间在触发时刻进行通信,因此飞行器之间不需要始终保持通信连接,也不需要在同一时刻所有飞行器进行触发或设置同步时钟。相比需要持续通信和控制的方法,这不仅降低了对通信的要求,也降低了传输能量的消耗,更适于实际应用。

1　问题描述

1.1　飞行器系统建模

本文中使用的坐标系定义为[24]:地面坐标系 $O_g x_g y_g z_g$ 固定在地球表面,原点 O_g 位于地面任意选定的某固定点,$O_g x_g$ 轴指向地平面某任意选定方向,$O_g z_g$ 轴铅垂向下,Oy_g 轴垂直于 $O_g x_g z_g$ 平面,指向右;航迹坐标系 $Ox_k y_k z_k$ 的原点 O 位于飞行器质心,Ox_k 指向飞行器的速度方向,Oz_k 轴位于包含 Ox_k 轴的铅垂平面内,并垂直于 Ox_k 轴指向下,Oy_k 轴垂直于 $Ox_k z_k$ 平面,指向右。

航迹倾角 γ 定义为航迹轴 Ox_k 与水平面 $Ox_g y_g$ 的夹角,规定航迹向上倾斜时,γ 为正;航迹偏角 χ 为航迹轴 Ox_k 在水平面 $Ox_g y_g$ 上的投影与 Ox_g 轴之间的夹角,规定航迹向右偏转时,χ 为正。

在航迹坐标系中的飞行器质心动力学方程组可以表示为

$$\begin{cases} m\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = T_{x_k} - D - mg\sin\gamma \\ mV\cos\gamma\dfrac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}t} = T_{y_k} + A_{y_k} \\ mV\dfrac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = T_{z_k} + A_{z_k} - mg\cos\gamma \end{cases} \tag{1}$$

式中:V 为飞行速度;m 为飞行器质量;g 为重力加速度;T_{x_k}、T_{y_k} 和 T_{z_k} 分别为推力在航迹坐标系上的投影;A_{y_k} 和 A_{z_k} 分别为气动力在航迹坐标系 y 轴和 z 轴上的投影;D 为气动阻力。令 a_x 为切向加速度,a_y 和 a_z 为法向加速度的垂直与水平分量,则有

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{T_{x_k} - D}{m} \\ a_y = \dfrac{T_{z_k} + A_{z_k}}{m} \\ a_z = \dfrac{T_{y_k} + A_{y_k}}{m} \end{cases} \tag{2}$$

假设飞行器做无侧滑飞行,并且不考虑地球曲率的影响,在航迹坐标系中的位置坐标为 x_g、y_g 和 h_g。综上所述,可以得到飞行器三自由度质点运动学模型[25]:

$$\begin{cases} \dot{V} = a_x - g\sin\gamma \\ \dot{\gamma} = \dfrac{1}{V}(a_y - g\cos\gamma) \\ \dot{\chi} = \dfrac{a_z}{V\cos\gamma} \\ \dot{x}_g = V\cos\gamma\cos\chi \\ \dot{y}_g = V\cos\gamma\sin\chi \\ \dot{h}_g = V\sin\gamma \end{cases} \tag{3}$$

定义系统的状态向量:

$$\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ h_g \\ V\cos\gamma\cos\chi \\ V\cos\gamma\sin\chi \\ V\sin\gamma \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^6 \tag{4}$$

则由式(3)可得

$$\dot{\boldsymbol{s}} = \begin{bmatrix} V\cos\gamma\cos\chi \\ V\cos\gamma\sin\chi \\ V\sin\gamma \\ a_x\cos\gamma\cos\chi - a_y\sin\gamma\cos\chi - a_z\sin\chi \\ a_x\cos\gamma\sin\chi - a_y\sin\gamma\sin\chi + a_z\cos\chi \\ -g + a_x\sin\gamma + a_y\cos\gamma \end{bmatrix} \tag{5}$$

令 $\boldsymbol{a} = [a_x \quad a_y \quad a_z]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{g} = [0 \quad 0 \quad g]^{\mathrm{T}}$,定义矩阵

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\chi & -\sin\gamma\cos\chi & -\sin\chi \\ \cos\gamma\sin\chi & -\sin\gamma\sin\chi & \cos\chi \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

注意到 $\boldsymbol{\Phi}$ 是可逆的,则可以取待设计的控制律 $\boldsymbol{u}$ 满足如下关系:

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{g}) \tag{7}$$

进一步,根据式(5)可知第 i 个飞行器系统的状态空间方程为

$$\dot{\boldsymbol{s}}_i=\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}_i+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_i \tag{8}$$

式中:

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_3 & \boldsymbol{I}_3\\ \boldsymbol{0}_3 & \boldsymbol{0}_3\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_3\\ \boldsymbol{I}_3\end{bmatrix}\end{cases} \tag{9}$$

$\boldsymbol{0}_3$ 和 $\boldsymbol{I}_3$ 分别表示 3 阶零矩阵和单位矩阵。

1.2 通信拓扑与队形描述

本文采用图论的相关知识对多飞行器间的通信拓扑进行描述。设 $\mathcal{G}(\mathcal{V},\mathcal{E},\mathcal{A})$ 表示一个包含 N 个顶点的加权有向图,其中 $\mathcal{V}$ 为图的顶点集,$\mathcal{E}$ 为图的边集,$\mathcal{A}=(a_{ij})_{N\times N}$ 称为图的邻接矩阵。在多飞行器编队问题中,将每一个飞行器抽象成图的一个顶点,那么飞行器之间的通信关系就可以用相应的边来表示。若 $a_{ij}>0$,则表示边 $(j,i)\in\mathcal{E}$,也即第 i 个飞行器能够从第 j 个飞行器获得其状态信息,否则 $a_{ij}=0$。a_{ij} 也代表了对应连接的权重,在控制器设计中作为控制参数。由此定义顶点 i 的邻居集为

$$\mathcal{N}_i=\{j\in\mathcal{V}\mid(j,i)\in\mathcal{E}\} \tag{10}$$

并记 $\mathcal{N}_i$ 的势为 $|\mathcal{N}_i|$。

定义图的度矩阵 $\mathcal{D}=\mathrm{diag}\{d_1,d_2,\cdots,d_N\}$,其中 $d_i=\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}$。图 $\mathcal{G}$ 的 Laplacian 矩阵定义为 $\mathcal{L}=\mathcal{D}-\mathcal{A}$。如果 $\mathcal{G}$ 包含生成树,那么 $\mathcal{L}$ 有且只有一个 0 特征值,而其他的特征值均具有正实部。

在三维空间中,编队队形可以通过飞行器之间的相对坐标来表示。在位置坐标系中,设编队中心为点 O_r,$\boldsymbol{r}_i$ 和 $\boldsymbol{r}_j$ 分别表示飞行器 i 和 j 到 O_r 的距离向量。$\boldsymbol{r}_{ij}=\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j$ 表示这 2 个飞行器的相对位置,如图 1 所示。

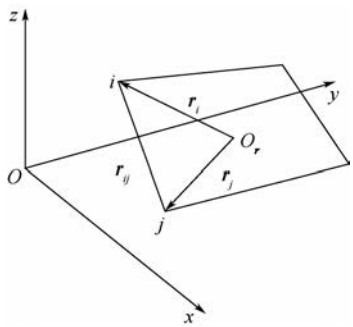


图 1 飞行器空间相对位置描述

Fig. 1 Illustration of relative spatial positions between flight vehicles

那么,指定的飞行队形即可以用飞行器之间的相对位置关系来描述,即通过 $\boldsymbol{r}_{ij}$ 表示。本文旨在设计基于事件驱动的编队控制协议,使得多飞行器能够按照给定的队形实现稳定的飞行。若 N 个飞行器能形成指定的队形,则有

$$\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{s}_i(t)-\tilde{\boldsymbol{r}}_i-(\boldsymbol{s}_j(t)-\tilde{\boldsymbol{r}}_j)\|=\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{s}_i(t)-\boldsymbol{s}_j(t)-\tilde{\boldsymbol{r}}_{ij}\|\leqslant\Delta(\delta_1) \tag{11}$$

式中:$\tilde{\boldsymbol{r}}_i=[\boldsymbol{r}_i^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{0}_{1\times3}]^{\mathrm{T}}$;$\tilde{\boldsymbol{r}}_{ij}=\tilde{\boldsymbol{r}}_i-\tilde{\boldsymbol{r}}_j$;$\Delta(\delta_1)$ 为关于 δ_1 的函数,$\delta_1\geqslant0$ 为待设计的参数且有 $\delta_1\to0$,$\Delta(\delta_1)\to0$。

2 基于事件驱动的多飞行器协同控制设计

本节提出了一种基于事件驱动的协同控制方法。在每个飞行器的控制器中分别设置独立的触发条件,即整个系统是异步触发的,不同飞行器的触发时刻允许不同。飞行器只在满足自身的触发条件时,才和周围的邻居进行通信,并相应地更新控制器参数。在其他时间里,飞行器之间无需保持通信链接,只按照自身的控制进行飞行。设计事件驱动协同控制律为

$$\boldsymbol{u}_i=\boldsymbol{K}a_{ij}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{y}_{ij}(t)-\boldsymbol{y}_i(t)) \tag{12}$$

式中:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{y}}_i(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}_i(t),\boldsymbol{y}_i(t_k^i)=\boldsymbol{s}_i(t_k^i)-\boldsymbol{r}_i\\ \dot{\boldsymbol{y}}_{ij}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}_{ij}(t),\boldsymbol{y}_{ij}(t_k^i)=\boldsymbol{s}_j(t_k^i)-\boldsymbol{r}_j\end{cases} \tag{13}$$

$\boldsymbol{K}$ 为控制增益矩阵;t_k^i 表示第 i 个飞行器的第 k 次触发时刻;$\boldsymbol{y}_{ij}(t)$ 为在第 i 个飞行器中对飞行器 j $(j\in\mathcal{N}_i)$ 的构造值。

在编队协同控制方法中,每个飞行器 i 利用自身状态信息以及其邻居飞行器 $j(j\in\mathcal{N}_i)$ 的信息 $\boldsymbol{s}_j(t)$ 来构造控制律。在采用事件驱动机制的情形下,飞行器 i 只能获得离散的触发时刻的邻居信息 $\boldsymbol{s}_j(t_k^i)$。在其他时间(即非触发时间,$t\neq t_k^i$)里,飞行器 i 不能获得其他飞行器的实时状态,是独立运行的。在这种情况下,本文设计在飞行控制器 i 中构造状态 $\boldsymbol{y}_i(t)$ 和 $\boldsymbol{y}_{ij}(t)$ 以代替 $\boldsymbol{s}_i(t)$ 和 $\boldsymbol{s}_j(t)$ 生成控制律,如式(11)所示。如果进行了新的一次触发 $t=t_{k+1}^i$,则利用状态 $\boldsymbol{s}_i(t_{k+1}^i)$、$\boldsymbol{s}_j(t_{k+1}^i)$ 对 $\boldsymbol{y}_i(t)$、$\boldsymbol{y}_{ij}(t)$ 进行更新。

注 1 通常的事件驱动律使用的是触发时刻的静态值 $\boldsymbol{s}_i(t_k^i)$、$\boldsymbol{s}_j(t_k^i)$,对应的控制律是零阶保持器的形式。相比之下,式(12)和式(13)使用触发时刻的系统状态,在非触发时间内对控制律进行了动态地构造,从而能够更有效地利用这些信息。

北航学报 赠阅

2.1　多飞行器协同控制分析

令 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)=\left[\boldsymbol{\varepsilon}_2^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{\varepsilon}_3^{\mathrm{T}}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{\varepsilon}_N^{\mathrm{T}}(t)\right]$,其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)=\tilde{\boldsymbol{s}}_i(t)-\tilde{\boldsymbol{s}}_1(t)$,$\tilde{\boldsymbol{s}}_i(t)=\boldsymbol{s}_i(t)-\tilde{\boldsymbol{r}}_i$。再令误差 $\boldsymbol{e}_i=\boldsymbol{y}_i(t)-\tilde{\boldsymbol{s}}_i(t)$,$\boldsymbol{e}_{ij}(t)=\boldsymbol{y}_{ij}(t)-\tilde{\boldsymbol{s}}_j(t)$,那么

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)&=\dot{\tilde{\boldsymbol{s}}}_i(t)-\dot{\tilde{\boldsymbol{s}}}_1(t)=\dot{\boldsymbol{s}}_i(t)-\dot{\boldsymbol{s}}_1(t)=\\&\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)+\boldsymbol{BK}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}(\tilde{\boldsymbol{s}}_j(t)-\tilde{\boldsymbol{s}}_i(t))+\\&\boldsymbol{e}_{ij}(t)-\boldsymbol{e}_i(t))-\boldsymbol{BK}\sum_{j\in\mathcal{N}_1}a_{1j}(\tilde{\boldsymbol{s}}_j(t)-\tilde{\boldsymbol{s}}_1(t)+\\&\boldsymbol{e}_{1j}(t)-\boldsymbol{e}_1(t))=(\boldsymbol{A}-d_i\boldsymbol{BK})\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)+\\&\boldsymbol{BK}\sum_{j=1}^{N}(a_{ij}-a_{1j})\boldsymbol{\varepsilon}_j(t)-d_i\boldsymbol{BKe}_i(t)+\\&d_1\boldsymbol{BKe}_1(t)+\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}\boldsymbol{e}_{ij}(t)-\sum_{j\in\mathcal{N}_1}a_{1j}\boldsymbol{e}_{1j}(t)\end{aligned}\tag{14}$$

记

$$\bar{\boldsymbol{e}}_1(t)=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\bar{\boldsymbol{e}}_2(t)=\left[\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{e}_N^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\bar{\boldsymbol{e}}_{11}(t)=\left[\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\bar{\boldsymbol{e}}_{22}(t)=\left[\boldsymbol{e}_{22}^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{e}_{33}^{\mathrm{T}}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{e}_{NN}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

其中:$\boldsymbol{e}_{ii}(t)=(\boldsymbol{e}_{ij}(t))$,$j\in\mathcal{N}_i$ 为 $|\mathcal{N}_i|$ 阶列向量。于是

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)=&(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}_1\otimes\boldsymbol{BK})\boldsymbol{\varepsilon}(t)-\\&(\boldsymbol{D}_2\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_2(t)+(\boldsymbol{D}_1\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_1(t)+\\&(\boldsymbol{A}_2\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_{22}(t)-(\boldsymbol{A}_1\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_{11}(t)\end{aligned}\tag{15}$$

式中:

$$\boldsymbol{L}_1=\begin{bmatrix}d_2&a_{13}-a_{23}&\cdots&a_{1N}-a_{2N}\\a_{12}-a_{32}&a_{13}-d_3&\cdots&a_{1N}-a_{3N}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a_{12}-a_{N2}&a_{13}-a_{N3}&\cdots&a_{NN}-d_N\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_1=\mathrm{diag}(d_1,d_1,\cdots,d_1)$$

$$\boldsymbol{D}_2=\mathrm{diag}(d_2,d_3\cdots,d_N)$$

$$\boldsymbol{A}_1=\mathrm{diag}(\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_1,\cdots,\boldsymbol{a}_1)$$

$$\boldsymbol{A}_2=\mathrm{diag}(\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3,\cdots,\boldsymbol{a}_N)$$

$$\boldsymbol{a}_i=(a_{ij})_{1\times N_i}\qquad j\in\mathcal{N}_i$$

下面讨论控制参数 $\boldsymbol{K}$ 的设计。如果飞行器的拓扑图 $\mathcal{G}$ 包含生成树,那么 $\boldsymbol{L}_1$ 的特征值 $\lambda_i(\boldsymbol{L}_1)$ 均具有正实部。记 $\lambda_{\min}=\min\limits_{1\leqslant i\leqslant N}\{\mathrm{Re}(\lambda_i)\}>0$,$\boldsymbol{P}$ 为如下 Riccati 方程的解:

$$\boldsymbol{PA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-2\lambda_{\min}\boldsymbol{PBB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q}=0\tag{16}$$

式中:$\boldsymbol{Q}$ 为给定的一个正定矩阵。令 $\boldsymbol{K}=k\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}$,$k\geqslant1$。则容易验证,所有的 $\boldsymbol{A}-\lambda_i(\boldsymbol{L}_1)\boldsymbol{BK}$ 的特征根均在左半平面。由此可知,$(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}_1\otimes\boldsymbol{BK})$ 也是稳定的。于是,对于初始时刻 t_0 及 $t\geqslant t_0$,存在适当的正数 M 和 α 使得

$$\left\|\mathrm{e}^{(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}_1\otimes\boldsymbol{BK})(t-t_0)}\right\|\leqslant M\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\tag{17}$$

由式(15)可知,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}(t)=&\mathrm{e}^{(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}_1\otimes\boldsymbol{BK})(t-t_0)}\boldsymbol{\varepsilon}(t_0)+\\&\int_{t_0}^{t}\mathrm{e}^{(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}_1\otimes\boldsymbol{BK})(t-\tau)}\cdot\\&[-(\boldsymbol{D}_2\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_2(t)+(\boldsymbol{D}_1\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_1(t)+\\&(\boldsymbol{A}_2\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_{22}(t)-(\boldsymbol{A}_1\otimes\boldsymbol{BK})\bar{\boldsymbol{e}}_{11}(t)]\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{18}$$

那么,再考虑到式(17)有

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|=&M\boldsymbol{\varepsilon}(t_0)\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}+M\int_{t_0}^{t}\mathrm{e}^{-\alpha(t-\tau)}\cdot\\&(\|\boldsymbol{D}_2\otimes\boldsymbol{BK}\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_2(t)\|+\|\boldsymbol{D}_1\otimes\boldsymbol{BK}\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_1(t)\|+\\&\|\boldsymbol{A}_2\otimes\boldsymbol{BK}\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_{22}(t)\|+\|\boldsymbol{A}_1\otimes\boldsymbol{BK}\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_{11}(t)\|)\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{19}$$

根据矩阵直积的性质,有 $\|\boldsymbol{A}\otimes\boldsymbol{B}\|=\|\boldsymbol{A}\|\|\boldsymbol{B}\|$。记 $d_{\max}=\max\limits_{2\leqslant i\leqslant N}\{d_i\}$,$a_{\max}=\max\limits_{2\leqslant i\leqslant N,j\in\mathcal{N}_i}\{a_{ij}\}$,那么

$$\begin{aligned}&\|\boldsymbol{D}_2\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_2(t)\|+\|\boldsymbol{D}_1\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_1(t)\|\leqslant\\&\quad d_{\max}\|\bar{\boldsymbol{e}}_2(t)\|+d_1\|\bar{\boldsymbol{e}}_1(t)\|=\\&\quad d_{\max}\sqrt{\sum_{i=2}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)}+\\&\quad d_1\sqrt{(N-1)\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_1(t)}\leqslant d_0\|\boldsymbol{e}(t)\|\end{aligned}\tag{20}$$

式中:

$$d_0=\sqrt{d_{\max}^2+d_1^2(N-1)}$$

$$\boldsymbol{e}(t)=\left[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{e}_N^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

同理可得

$$\|\boldsymbol{A}_2\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_{22}(t)\|+\|\boldsymbol{A}_1\|\|\bar{\boldsymbol{e}}_{11}(t)\|\leqslant a_0\|\tilde{\boldsymbol{e}}(t)\|$$

式中:

$$a_0=\sqrt{a_{\max}^2+a_1^2(N-1)}$$

$$\tilde{\boldsymbol{e}}(t)=\left[\boldsymbol{e}_{11}^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{e}_{22}^{\mathrm{T}}(t)\quad\cdots\quad\boldsymbol{e}_{NN}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

于是

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|=&M\boldsymbol{\varepsilon}(t_0)\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}+M\|\boldsymbol{BK}\|\cdot\\&\int_{t_0}^{t}\mathrm{e}^{-\alpha(t-\tau)}(d_0\|\boldsymbol{e}(t)\|+a_0\|\tilde{\boldsymbol{e}}(t)\|)\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{21}$$

2.2　触发函数设计

触发函数根据适当的条件产生事件,即出现触发时刻。基于以上的分析,设计第 i 个飞行器的触发函数为

$$\begin{aligned}f_i(t,\boldsymbol{e}_i(t),\boldsymbol{y}_i(t))=&\\&\eta_i\|\boldsymbol{e}_i(t)\|+\mu_i(\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}-\mathrm{e}^{\rho(t-t_k^i)})-\\&\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{c_0\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\boldsymbol{y}_{ij}(t)-\boldsymbol{y}_i(t)\|^2}+\delta_i(t)\right)\end{aligned}\tag{22}$$

式中:$\eta_i=\sqrt{d_0^2+c_0|\mathcal{N}_i|}$,$c_0$ 为给定常数,且满足 $M\|\boldsymbol{BK}\|\sqrt{2c_0l_{\max}}<\alpha$,$l_{\max}$ 为和 $\boldsymbol{L}$ 有关的常数;

北航学报 赠阅

$\mu_i = \sqrt{(a_0^2 + b_0)\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\mu_k^{ij})^2}$，$b_0 \geqslant c_0 > 0$；$\mu_k^{ij} = \dfrac{A_0\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_j(t_k^i)\|}{\|\boldsymbol{A}\| - \rho}$；$\delta_i(t) = \delta_0^i \mathrm{e}^{-\sigma_i t} + \delta_1^i$；$A_0$、$\rho$、$\delta_0^i$、$\delta_1^i$ 和 σ_i 为给定常数。

相应地，触发时刻定义为

$$t_{k+1}^i = \inf\{t > t_k^i \mid f_i(t, \boldsymbol{e}_i(t), \boldsymbol{y}_i(t)) > 0\} \tag{23}$$

在 $t = t_{k+1}^i$ 时刻系统进行触发时，第 i 个飞行器更新自身的控制律，更新后对应的触发函数再次小于 0。

2.3 编队协同稳定性分析

在给出主要定理之前，有如下引理成立：

引理 1 记 $\tilde{\boldsymbol{s}} = [\tilde{\boldsymbol{s}}_1^{\mathrm{T}} \quad \tilde{\boldsymbol{s}}_2^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \tilde{\boldsymbol{s}}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，其中 $\tilde{\boldsymbol{s}}_i \in \mathbf{R}^n$。再记

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(N-1)\times N} \tag{24}$$

$$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{inv}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{N\times(N-1)} \tag{25}$$

$\boldsymbol{L} = (l_{ij})$，其中：$l_{ij} = \begin{cases} -1 & a_{ij} > 0 \\ 0 & a_{ij} = 0 \end{cases}$；$l_{ii} = -\sum_{j=1}^{N} l_{ij}$，$i \neq j$。

则有如下等式成立：

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = (\boldsymbol{Z} \otimes \boldsymbol{I}_n)\,\tilde{\boldsymbol{s}}(t) \tag{26}$$

$$(\boldsymbol{L} \otimes \boldsymbol{I}_n)\,\tilde{\boldsymbol{s}}(t) = (\boldsymbol{L}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{inv}} \otimes \boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{\varepsilon}(t) \tag{27}$$

证明 容易验证 $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = (\boldsymbol{Z}\otimes\boldsymbol{I}_n)\,\tilde{\boldsymbol{s}}(t)$，下面主要证明式(27)。由于

$$\begin{aligned}&(\boldsymbol{L} \otimes \boldsymbol{I}_n)\,\tilde{\boldsymbol{s}}(t) - (\boldsymbol{L}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{inv}} \otimes \boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \\ &\quad (\boldsymbol{L} \otimes \boldsymbol{I}_n)\,\tilde{\boldsymbol{s}}(t) - (\boldsymbol{L}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{inv}} \otimes \boldsymbol{I}_n)(\boldsymbol{Z} \otimes \boldsymbol{I}_n)\,\tilde{\boldsymbol{s}}(t) = \\ &\quad (\boldsymbol{L}(\boldsymbol{I}_N - \boldsymbol{Z}_{\mathrm{inv}}\boldsymbol{Z}) \otimes \boldsymbol{I}_n)\,\tilde{\boldsymbol{s}}(t)\end{aligned} \tag{28}$$

而

$$\boldsymbol{I}_N - \boldsymbol{Z}_{\mathrm{inv}}\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{29}$$

且 $\boldsymbol{L}\boldsymbol{1}_N = 0$，$\boldsymbol{1}_N$ 为元素全为 1 的 N 维列向量。所以 $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{I}_N - \boldsymbol{Z}_{\mathrm{inv}}\boldsymbol{Z}) = 0$。结合式(28)，结论得证。

定理 1 考虑由 N 个飞行器组成的系统，每个飞行器的模型由式(3)描述。假定 N 个飞行器的通信拓扑包含有向生成树。那么，根据设计的触发函数式(22)和触发时刻式(23)，在事件驱动控制律式(12)的作用下，多飞行器系统能够按照给定的队形实现稳定飞行。即有

$$\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{s}_i(t) - \boldsymbol{s}_j(t) - \tilde{\boldsymbol{r}}_{ij}\| \leqslant \Delta_1 \tag{30}$$

式中：

$$\Delta_1 = \frac{\sqrt{2}M\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\|\delta_1}{\alpha - M\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\|\sqrt{2c_0 l_{\max}}}$$

证明 首先证明式(31)。

$$\sqrt{a_0^2 + b_0}\,\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\| \leqslant \mu_i(\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)} - \mathrm{e}^{\rho(t-t_k^i)}) \tag{31}$$

记 $\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|$ 的 Dini 导数为 $D^+\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|$，则有

$$\begin{aligned}D^+\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\| &\leqslant \|\dot{\boldsymbol{e}}_{ij}(t)\| \leqslant \|\boldsymbol{A}\| \cdot \|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\| + \\ &\quad \|\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_j(t)\| \leqslant \|\boldsymbol{A}\| \cdot \|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\| + \\ &\quad \|\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_j(t_k^i)\| \cdot \|\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}(t-t_k^i)}\|\end{aligned} \tag{32}$$

由于存在 $A_0 \geqslant 1$，$\rho \leqslant \|\boldsymbol{A}\|$ 使得 $\|\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}(t-t_k^i)}\| \leqslant A_0\mathrm{e}^{\rho(t-t_k^i)}$，再令 $z = \mathrm{e}^{-\rho(t-t_k^i)}\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|$，那么

$$\begin{aligned}D^+ z &= -\|\boldsymbol{A}\|\mathrm{e}^{-\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\| + \\ &\quad \mathrm{e}^{-\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}D^+\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\| \leqslant \\ &\quad (\|\boldsymbol{A}\| - \rho)z + A_0\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\boldsymbol{u}_j(t_k^i)\|\end{aligned} \tag{33}$$

求解式(33)可以得到式(31)的结论。

再根据触发函数式(22)可知：

$$\eta_i\|\boldsymbol{e}_i(t)\| + \sqrt{a_0^2 + b_0}\,\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\| \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{c_0\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\boldsymbol{y}_{ij}(t) - \boldsymbol{y}_i(t)\|^2} + \delta_i(t)\right) \tag{34}$$

即

$$\eta_i^2\|\boldsymbol{e}_i(t)\|^2 + (a_0^2 + b_0)\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|^2 \leqslant c_0\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\boldsymbol{y}_{ij}(t) - \boldsymbol{y}_i(t)\|^2 + \delta_i^2(t) \tag{35}$$

式中：

$$\|\boldsymbol{y}_{ij}(t) - \boldsymbol{y}_i(t)\|^2 \leqslant \|\boldsymbol{e}_i(t)\|^2 + \|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|^2 + \|\tilde{\boldsymbol{s}}_j(t) - \tilde{\boldsymbol{s}}_i(t)\|^2 \tag{36}$$

则有

$$\begin{aligned}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\boldsymbol{y}_{ij}(t) - \boldsymbol{y}_i(t)\|^2 &\leqslant |\mathcal{N}_i|\,\|\boldsymbol{e}_i(t)\|^2 + \sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|^2 + \\ &\quad \sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\tilde{\boldsymbol{s}}_j(t) - \tilde{\boldsymbol{s}}_i(t)\|^2\end{aligned} \tag{37}$$

由引理 1 可以得到

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\tilde{\boldsymbol{s}}_j(t) - \tilde{\boldsymbol{s}}_i(t)\|^2 &\leqslant \sum_{i=1}^{N}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\|\tilde{\boldsymbol{s}}_j(t) - \tilde{\boldsymbol{s}}_1(t)\|^2 + \\ &\quad \|\tilde{\boldsymbol{s}}_i(t) - \tilde{\boldsymbol{s}}_1(t)\|^2) = \boldsymbol{L}_z\boldsymbol{\varepsilon}_z^2(t) \leqslant l_{\max}\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|^2\end{aligned} \tag{38}$$

北航学报 赠阅

式中:$\boldsymbol{L}_z=|\boldsymbol{L}\boldsymbol{Z}_{\text{inv}}|$,$|\cdot|$表示矩阵每个元素取绝对值后所获得的矩阵;$l_{\max}$为$\boldsymbol{L}_z$各列元素和的最大值;$\boldsymbol{\varepsilon}_z^2(t)=[\|\boldsymbol{\varepsilon}_2(t)\|^2\quad\|\boldsymbol{\varepsilon}_3(t)\|^2\cdots\|\boldsymbol{\varepsilon}_N(t)\|^2]^{\mathrm{T}}$。

记 $\delta(t)=\delta_0\mathrm{e}^{-\sigma t}+\delta_1$,其中 $\delta_0=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(\delta_0^i)^2}$,$\delta_1=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(\delta_1^i)^2}$,$\sigma=\min_{1\leqslant i\leqslant N}\{\sigma_i\}$。根据柯西不等式可知:

$$\sum_{i=1}^{N}(\delta_0^i\mathrm{e}^{-\sigma_i t}+\delta_1^i)^2\leqslant\delta^2(t)\tag{39}$$

由此得到

$$\sum_{i=1}^{N}\left(c_0\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\boldsymbol{y}_{ij}(t)-\boldsymbol{y}_i(t)\|^2+\delta_i^2(t)\right)\leqslant c_0|\mathcal{N}_i|\|\boldsymbol{e}(t)\|^2+c_0\|\tilde{\boldsymbol{e}}(t)\|^2+c_0 l_{\max}\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|^2+\delta^2(t)\tag{40}$$

结合式(40),对式(35)两边同时求和,并经过化简可以得到

$$d_0^2\|\boldsymbol{e}(t)\|^2+a_0^2\|\tilde{\boldsymbol{e}}(t)\|^2=\sum_{i=1}^{N}(d_0^2\|\boldsymbol{e}_i(t)\|^2+a_0^2\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|^2)\leqslant\sum_{i=1}^{N}[d_0^2\|\boldsymbol{e}_i(t)\|^2+(a_0^2+b_0-c_0)\|\boldsymbol{e}_{ij}(t)\|^2]\leqslant c_0 l_{\max}\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|^2+\delta^2(t)\tag{41}$$

即

$$d_0\|\boldsymbol{e}(t)\|+a_0\|\tilde{\boldsymbol{e}}(t)\|\leqslant\sqrt{2c_0 l_{\max}}\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|+\sqrt{2}\delta(t)\tag{42}$$

将式(42)代入到式(21)中,可以获得$\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|$的上界估计:

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|\leqslant M_0\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}+M_1\int_{t_0}^{t}\mathrm{e}^{-\alpha(t-\tau)}\|\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)\|\mathrm{d}\tau+M_2\int_{t_0}^{t}\mathrm{e}^{-\alpha(t-\tau)}(\delta_0\mathrm{e}^{-\sigma\tau}+\delta_1)\mathrm{d}\tau\tag{43}$$

式中:$M_0=M\|\boldsymbol{\varepsilon}_0(t)\|$;$M_1=\sqrt{2c_0 l_{\max}}M\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\|$;$M_2=\sqrt{2}M\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\|$。

由于 $\alpha<M_1$,存在$\beta\in(0,\alpha)$使得$\frac{M_1}{\alpha-\beta}\leqslant 1$。

下面要证明式(44)。

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|\leqslant M_0\mathrm{e}^{-\beta(t-t_0)}+\Delta(t)\triangleq b(t)\tag{44}$$

式中:$\Delta(t)=\Delta_0\mathrm{e}^{-\sigma t}+\Delta_1$;$\Delta_0=\frac{M_2}{\alpha-\sigma-M_1}\delta_0$;$\Delta_1=\frac{M_2}{\alpha-M_1}\delta_1$;$\sigma>0$。

用反证法,若式(44)不成立,假设在 $t=t^*$ 时刻有$\|\boldsymbol{\varepsilon}(t^*)\|>b(t^*)$,而 $t<t^*$ 时$\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|\leqslant b(t)$。那么

$$b(t^*)<\|\boldsymbol{\varepsilon}(t^*)\|\leqslant M_0\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-t_0)}+M_1\int_{t_0}^{t^*}\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-\tau)}\|\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)\|\mathrm{d}\tau+M_2\int_{t_0}^{t^*}\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-\tau)}(\delta_0\mathrm{e}^{-\sigma t}+\delta_1)\mathrm{d}\tau<\frac{M_0M_1}{\alpha-\beta}(\mathrm{e}^{-\beta(t^*-t_0)}-\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-t_0)})+\frac{M_1\Delta_0+M_2\delta_0}{\alpha-\sigma}\mathrm{e}^{-\sigma t^*}(1-\mathrm{e}^{-(\alpha-\sigma)(t^*-t_0)})+\frac{M_1\Delta_1+M_2\delta_1}{\alpha}(1-\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-t_0)})+M_0\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-t_0)}<M_0\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-t_0)}+M_0(\mathrm{e}^{-\beta(t^*-t_0)}-\mathrm{e}^{-\alpha(t^*-t_0)})+\frac{M_1\Delta_0+M_2\delta_0}{\alpha-\sigma}\mathrm{e}^{-\sigma t^*}+\frac{M_1\Delta_1+M_2\delta_1}{\alpha}=M_0\mathrm{e}^{-\beta(t^*-t_0)}+\Delta(t^*)=b(t^*)\tag{45}$$

矛盾。由此可以得到

$$\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\|\leqslant\Delta_1\tag{46}$$

注 2　在触发函数中,由于

$$\lim_{\rho\to\|\boldsymbol{A}\|}\frac{\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}-\mathrm{e}^{\rho(t-t_k^i)}}{\|\boldsymbol{A}\|-\rho}=t\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}$$

所以在 $\rho\to\|\boldsymbol{A}\|$时 $\mu_i(\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}-\mathrm{e}^{\rho(t-t_k^i)})$趋近于 $\sqrt{(a_0^2+b_0)\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(A_0\|\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_j(t_k^i)\|)^2}\,t\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}$。而如果在控制律中使用触发时刻状态的静态值,即在式(12)中取 $\dot{\boldsymbol{y}}_i(t)=0$,$\dot{\boldsymbol{y}}_{ij}(t)=0$,那么 $\rho=0$,$(\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}-\mathrm{e}^{\rho(t-t_k^i)})$即成为$(\mathrm{e}^{\|\boldsymbol{A}\|(t-t_k^i)}-1)$,这和文献[23]中的形式是相同的。文献[23]使用状态静态值做触发控制可以看作是式(12)的一种特殊情况。

注 3　在触发函数式(22)中,$\delta_i(t)=\delta_0^i\mathrm{e}^{-\sigma_i t}+\delta_1^i$和$\sqrt{c_0\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\|\boldsymbol{y}_{ij}(t)-\boldsymbol{y}_i(t)\|^2}$起到了动态阈值的作用。$\delta(t)$也与收敛到给定队形时的精度有关。$|\delta_i(t)|$越小表示精度越高,但这同时也会使事件触发更加频繁。相比静态的阈值,$\delta_i(t)$可以在飞行编队初始形成时容许有较大的容差以减少触发的频率,而在系统运行一段时间后减小容差以获得较好的精度。

3　多飞行器编队算例

本节将通过算例来验证所设计的基于事件驱动协同控制律在多飞行器编队飞行中的有效性。考虑含有 5 个飞行器的系统,各飞行器的初始参数见表 1,飞行器间的拓扑见图 2。

对应拓扑间的权重为 $a_{14}=0.58$,$a_{23}=0.33$,$a_{35}=0.25$,$a_{41}=0.21$,$a_{43}=0.40$,$a_{51}=0.37$。期望形成的队形如图 3 所示。

北航学报 赠阅

表 1 飞行器初始状态

Table 1 Initial conditions of flight vehicles

飞行器	位置/m	速度/(m·s^{-1})	航迹偏角/(°)	航迹倾角/(°)
1	(0,0,39)	63.2	5.1	18.4
2	(43,-55,0)	59.8	21.8	25.7
3	(117,19,-40)	72.1	56.3	0
4	(80,0,-20)	58.4	69.6	-9.8
5	(100,-78,0)	72.2	88.3	14.4

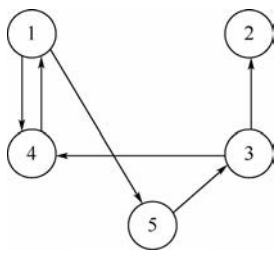


图 2 飞行器之间的拓扑

Fig. 2 Topology among flight vehicles

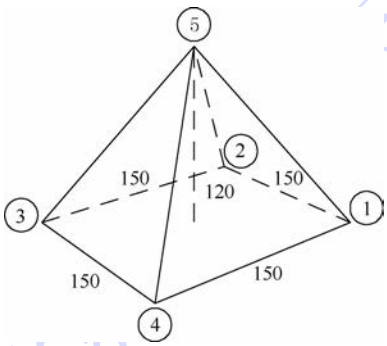


图 3 飞行器期望队形

Fig. 3 Desired formation of flight vehicles

即 $\boldsymbol{r}_{14}=(0,-150,0)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{r}_{23}=(0,-150,0)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{r}_{35}=(75,75,-120)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{r}_{41}=(0,150,0)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{r}_{43}=(-150,0,0)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{r}_{51}=(75,75,120)^{\mathrm{T}}$。

选取 $Q=10^{-3}\mathrm{diag}(0.8,0.8,7.2,5,5,5)$,求解方程式(16)可得

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}0.113 & 0 & 0 & 0.984 & 0 & 0\\ 0 & 0.113 & 0 & 0 & 0.984 & 0\\ 0 & 0 & 6.788 & 0 & 0 & 1.667\end{bmatrix} \tag{47}$$

由此可以设置 M、α、λ_i、μ_i、c_0 以及 $\delta_i(t)$,从而获得每个飞行器的触发函数。

图 4 给出了多飞行器在空间中的飞行轨迹以及相应的参数变化。从图 4(a)和图 4(b)中可以看出,5 个飞行器在触发函数及协同控制协议的作用下能够实现按照给定队形进行飞行,验证了方法的有效性。图 4(c)和图 4(d)反映了各飞行器航迹偏角和轨迹倾角的变化曲线。从图中可以看出,多飞行器在水平和垂直方向上的一致性良好,能够连续平滑地完成队形的协同。

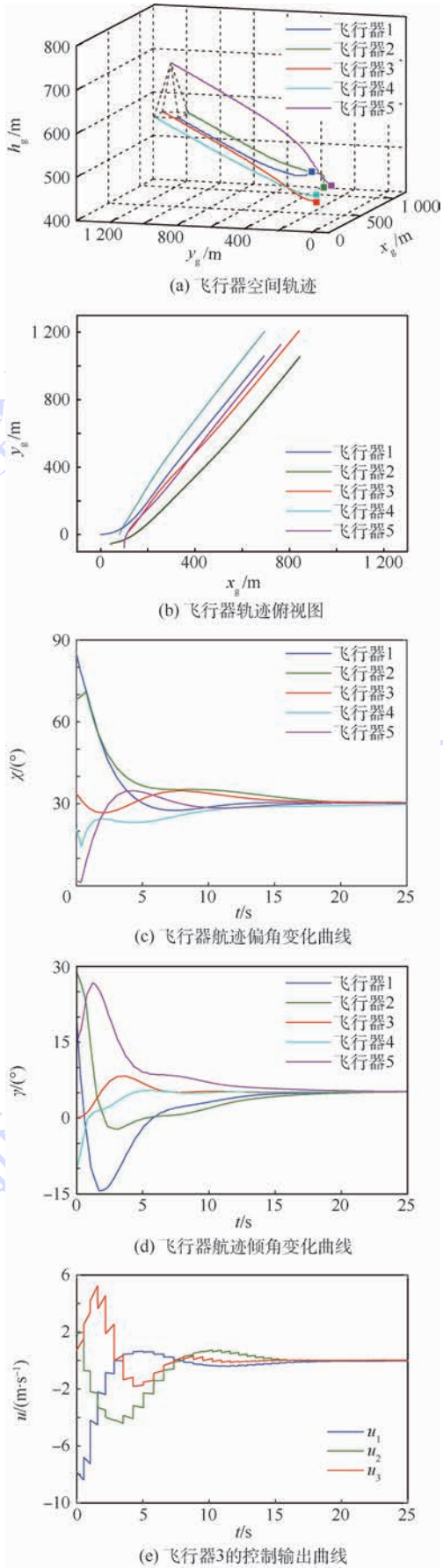


图 4 多飞行器编队飞行仿真结果

Fig. 4 Simulation results of multiple flight vehicles formation

为了描述控制量变化的情况,本例中选取了其中一个飞行器的控制器输出作为说明,其他飞行器的控制器情形与之相似。图 4(e)为第 3 个飞行器的控制曲线,其中 u_1、u_2 和 u_3 为控制输出 u 的 3 个分量。从图中可以看出,文中所提的方法能够以较少的触发频率较快地实现给定的队形。在触发时刻(折线上的转折点)控制器会对当前的控制值作出调整。在非触发时刻,控制器的输出不依赖于其他飞行器的实时状态,并根据上一次触发信息构建控制律,直至满足触发条件时才进行更新。这也是事件触发机制的一个特点。

为了描述队形形成的准确程度,引入加权误差函数 Y 来表示多飞行器编队与期望队形之间的差异,可以通过 Y 值的变化来反映控制方法的性能。由于状态 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 包含飞行器位置、角度、速度,因此采用权值矩阵 $\boldsymbol{W}$ 使得误差处于同一数量级尺度下。定义 Y 为

$$Y=\sum_{i=2}^{5}\|\boldsymbol{W}\boldsymbol{\varepsilon}_i\| \tag{48}$$

式中:$\boldsymbol{W}=\mathrm{diag}(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6)$ 为对应权重。在本例中,选取 $Y=0.1$ 来对比不同参数情形下的收敛时间。

如表 2 和图 5 所示,不同的触发函数参数会对飞行器的触发情况和控制性能产生影响。在 $|\delta_i(t)|$ 较小时,会有更快的收敛速度,但同时也会增加控制器的触发次数,反之亦然。此外,从图 5 可以看出,相比传统连续通信的编队控制[12],本文提出的基于事件驱动的方法仍能够保持较好地控制精度;而从通信要求的角度来看,不需要连续通信会使其在实际应用中更有优势。

表 2　不同触发参数结果对比

Table 2　Results comparison of different trigger parameters

情形	触发函数参数 $(\delta_0^i,\delta_1^i,\sigma_i)$	飞行器 1~5 的触发次数	收敛时间/s
1	(-3,-0.7,0.05)	43,41,41,42,42	23.76
2	(-5,-0.7,0.05)	26,29,30,30,31	24.47
3	(-5,-0.7,0.03)	22,24,25,26,26	24.70
4	(-3,-0.1,0.05)	59,55,55,56,57	23.49
文献[12]			22.95

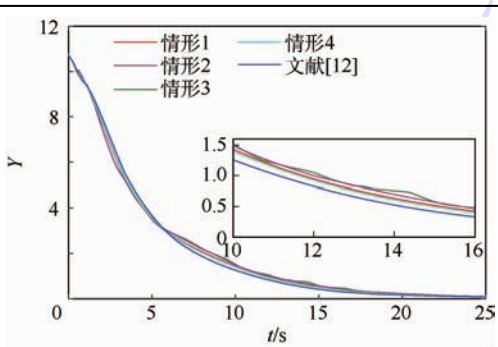


图 5　不同参数下 Y 值变化曲线

Fig. 5　Variation curves of Y with different parameters

4　结　论

本文研究了有向拓扑通信情况下多飞行器系统空间编队协同控制问题。

1)相比传统方法,引入事件驱动方式设计多飞行器协同控制方法是有效的,通过事件触发函数和控制器的设计使得多飞行器能够形成任意给定队形的空间编队。

2)利用触发时刻的状态可以构造协同控制律,同时,本文提出的方法避免了每个控制器对全局信息的使用,使得飞行器只需要和其邻居在触发事件时进行信息交互,更具有实际应用意义。

3)触发函数的参数选择会对触发频率和控制精度产生影响。若在较短时间获得较高的精度,通常需要较多的触发次数。

4)仿真算例结果表明,多飞行器系统能够实现稳定的编队飞行,验证了方法的有效性。

参考文献(References)

[1] 李文皓,张珩. 无人机编队飞行技术的研究现状与展望[J]. 飞行力学,2007,25(1):9-11.
LI W H,ZHANG H. Reviews on unmanned aerial vehicle formation-flight[J]. Flight Dynamics,2007,25(1):9-11(in Chinese).

[2] OH K K,PARK M C,AHN H S. A survey of multi-agent formation control[J]. Automatica,2015,53:424-440.

[3] 樊琼剑,杨忠,方挺,等. 多无人机协同编队飞行控制的研究现状[J]. 航空学报,2009,30(4):683-691.
FAN Q J,YANG Z,FANG T,et al. Research status of coordinated formation flight control for multi-UAVs[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2009,30(4):683-691(in Chinese).

[4] 罗德林,张海洋,谢荣增,等. 基于多 agent 系统的大规模无人机集群对抗[J]. 控制理论与应用,2015,32(11):1498-1504.
LUO D L,ZHANG H Y,XIE R Z,et al. Unmanned aerial vehicles swarm conflict based on multi-agent system[J]. Control Theory & Applications,2015,32(11):1498-1504(in Chinese).

[5] 徐肖豪,孟令航,赵嶷飞. 基于几何方法的洲际航空编队飞行路径规划[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(7):1155-1164.
XU X H,MENG L H,ZHAO Y F. Geometric approach for intercontinental formation flight path planning[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(7):1155-1164(in Chinese).

[6] 王祥科,李迅,郑志强. 多智能体系统编队控制相关问题研究综述[J]. 控制与决策,2013,28(11):1601-1613.

北航学报 赠阅

WANG X K, LI X, ZHENG Z Q. Survey of developments on multi-agent formation control related problems[J]. Control and Decision, 2013, 28(11): 1601-1613(in Chinese).

[7] RUDY C G, NEJAT O. Stability of formation control using a consensus protocol under directed communications with two time delays and delay scheduling[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(2): 433-449.

[8] 邵龙飞,师鹏,赵育善. 电磁航天器编队动力学建模与运动规划方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(4): 738-743.
SHAO L F, SHI P, ZHAO Y S. Dynamics modeling and motion programming for electromagnetic formation flight[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(4): 738-743(in Chinese).

[9] 马培蓓,纪军. 多导弹三维编队控制[J]. 航空学报, 2010, 31(8): 1660-1666.
MA P B, JI J. Three-dimensional multi-missile formation control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(8): 1660-1666(in Chinese).

[10] 崔艳,贾英民. 树型变换下高阶多智能体系统鲁棒一致性方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(3): 386-390.
CUI Y, JIA Y M. Robust consensus approach to high-order multi-agent systems based-on tree-type transformation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(3): 386-390(in Chinese).

[11] 邱华鑫,段海滨,范彦铭. 基于鸽群行为机制的多无人机自主编队[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1298-1304.
QIU H X, DUAN H B, FAN Y M. Multiple unmanned aerial vehicle autonomous formation based on the behavior mechanism in pigeon flocks[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1298-1304(in Chinese).

[12] 薛瑞彬,宋建梅,张民强. 具有时延及联合连通拓扑的多飞行器分布式协同编队飞行控制研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(3): 492-502.
XUE R B, SONG J M, ZHANG M Q. Research on distributed multi-vehicle coordinated formation flight control with coupling time-delay and jointly-connected topologies[J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(3): 492-502(in Chinese).

[13] HEEMELS W P M H, SANDEE J H, BOSCH P P J V D. Analysis of event-driven controllers for linear systems[J]. International Journal of Control, 2008, 81(4): 571-590.

[14] AL-AREQI S, GÖRGES D, LIU S. Event-based networked control and scheduling codesign with guaranteed performance[J]. Automatica, 2015, 57: 128-134.

[15] 邵浩宇,胡爱花. 基于事件驱动控制的非线性多智能体的一致性[J]. 信息与控制, 2015, 44(1): 38-42.
SHAO H Y, HU A H. Consensus of nonlinear multi-agent systems with event-triggered control[J]. Information and Control, 2015, 44(1): 38-42(in Chinese).

[16] FAN Y, FENG G, WANG Y, et al. Distributed event-triggered control of multi-agent systems with combinational measurements[J]. Automatica, 2013, 49(2): 671-675.

[17] LIU T, JIANG Z P. Event-based control of nonlinear systems with partial state and output feedback[J]. Automatica, 2015, 53: 10-22.

[18] 王航飞,禹梅,谢广明,等. 基于事件驱动的环形编队多智能体系统[J]. 系统科学与数学, 2014, 34(7): 815-827.
WANG H F, YU M, XIE G M, et al. Event-driven circle formation control for multi-agent systems[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2014, 34(7): 815-827(in Chinese).

[19] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E, JOHANSSON K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(5): 1291-1297.

[20] KIA S S, CORTÉS J, MARTÍNEZ S. Distributed event-triggered communication for dynamic average consensus in networked systems[J]. Automatica, 2015, 59(C): 112-119.

[21] MENG X, CHEN T. Event based agreement protocols for multi-agent networks[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2125-2132.

[22] GARCIA E, CAO Y, CASBEER D W. Decentralized event-triggered consensus with general linear dynamics[J]. Automatica, 2014, 50(10): 2633-2640.

[23] ZHU W, JIANG Z P, FENG G. Event-based consensus of multi-agent systems with general linear models[J]. Automatica, 2014, 50(2): 552-558.

[24] 方振平,陈万春,张曙光. 航空飞行器飞行动力学[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2005: 16-20.
FANG Z P, CHEN W C, ZHANG S G. Atmospheric flight dynamics[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005: 16-20(in Chinese).

[25] 张磊,方洋旺,刁兴华,等. 多导弹协同攻击编队非线性最优控制器设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(3): 401-406.
ZHANG L, FANG Y W, DIAO X H, et al. Design of nonlinear optimal controller for multi-missile formation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(3): 401-406(in Chinese).

作者简介:

马鸣宇 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器协同控制,网络控制系统理论。

董朝阳 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计,导航、制导与控制。

北航学报 赠阅

Event-based cooperative control of multiple flight vehicles formation

MA Mingyu[1], DONG Chaoyang[1,*], WANG Qing[2], CHENG Haoyu[1]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper is concerned with the cooperative control problem of multiple flight vehicles, and an event-based control policy is investigated. The multiple flight vehicle system is modeled involving directed graph and relative position in the formation. By designing a general trigger function, the states at trigger time are employed to construct the consensus protocol for formation at non-trigger time. The three-dimensional formation can be achieved under non-continuous communication driven by events, and its stability is analyzed in this paper. The overall information is unnecessary in the proposed method. Instead, the information exchange is conducted only at trigger time. Then the controller of each flight vehicle is updated, which could be more applicable to practical situations. A flight formation example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: multiple flight vehicle system; flight formation; cooperative control; event-based control; directed topology

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-22; **Accepted**: 2016-06-20; **Published online**: 2016-09-12 10:21
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160912.1021.002.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61374012)
* **Corresponding author**. E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0189

基于 ML 背景参数估计的 CDKF-CPHD 多目标跟踪算法

全下文载

马天力，王新民*，曹宇燕，张阳

（西北工业大学 自动化学院，西安 710129）

摘 要：针对低信杂比环境下的多机动目标跟踪问题，提出了一种基于极大似然(ML)背景参数估计的中心差分卡尔曼-势概率假设密度滤波(BE-CDKF-CPHD)算法。算法采用 ML 法实时估计重尾分布模型参数，计算检测概率和虚警概率。运用极大似然-恒虚警(ML-CFAR)算法对信号进行处理，提取有效量测值，将幅值似然函数与势概率假设密度滤波器(CPHD)中的目标位置似然函数相结合，通过中心差分法递归更新得到后验均值与协方差，达到对多机动目标进行跟踪的目的。仿真结果表明，在低信杂比环境中，所提算法提高了跟踪精度与目标数目估计准确度。

关 键 词：重尾分布；中心差分法；幅值信息；极大似然估计；虚警；非线性系统；OSPA 距离；信杂比

中图分类号：TP273

文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0516-08

多目标跟踪是将雷达、声呐等传感器所接收到的观测信号，通过信号处理与数据分析，实现目标个数以及各目标运动状态的实时估计。在跟踪过程中，高杂波率、目标强机动飞行以及传感器漏检等情况的出现，大大增加了跟踪难度。因此，复杂环境下的多目标跟踪技术一直是数据处理领域所研究的重点和难点[1-2]。

文献[2]提出的基于随机集理论的概率假设密度滤波器(PHD)和势概率假设密度滤波器(CPHD)，突破了传统算法所使用的数据关联理论，在保证精度的同时，提高了实时性，对于线性系统具有较高的实用价值。但在实际应用中，多目标跟踪系统大部分属于非线性系统。针对这一问题，专家们提出了如高斯和概率假设密度滤波器(GSPHD)[3]、序贯蒙特卡罗概率假设密度滤波器(SMC-PHD)[4]、扩展卡尔曼概率假设密度滤波器(EK-PHD)、无迹卡尔曼概率假设密度滤波器(UK-PHD)[5]、高斯混合粒子概率假设密度滤波器(GMP-PHD)[6]和中心差分卡尔曼概率假设密度滤波器(CDKF-PHD)[7]等多种滤波方法。

近年来，为了增加多目标跟踪的可靠性，提高目标观测效率，国内外研究学者通过引入幅值信息来判断量测的有效性。文献[8]提出一种基于幅值信息的概率数据关联算法，算法在粒子滤波的基础上，将概率数据关联算法中的关联似然函数与幅值似然比相结合，实现对多目标进行跟踪。文献[9]将幅值信息与交互式多模型概率数据关联算法相结合，有效地改善了对多机动目标的跟

收稿日期：2016-03-10；**录用日期**：2016-06-12；**网络出版时间**：2016-09-06 16:00
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160906.1600.007.html
基金项目：航空科学基金（20152853029）
* **通讯作者**：E-mail：wxmin@nwpu.edu.cn

引用格式：*马天力，王新民，曹宇燕，等. 基于ML背景参数估计的CDKF-CPHD多目标跟踪算法[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：516-523. MA T L，WANG X M，CAO Y Y，et al. A CDKF-CPHD multi-target tracking algorithm based on ML background parameter estimation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：516-523 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

踪。文献[10]针对基于幅值信息的多目标跟踪中信杂比非先验,提出了一种信噪比(SNR)估计的多目标跟踪算法。文献[11-12]将目标幅值信息与 PHD、CPHD 算法相结合,对于线性模型系统中的多目标跟踪获得了较好的效果。目前,基于幅值信息的多目标跟踪算法中,大多背景杂波幅值服从高斯或者瑞利分布[8-12],文献[13]中实验证明,这些假设并不适用于实际应用过程,因此,杂波幅值服从重尾分布的多目标跟踪问题更应该被考虑到。

本文在文献[7]的基础上,提出了一种基于极大似然(ML)背景参数估计的中心差分卡尔曼-势概率假设密度滤波(BE-CDKF-CPHD)算法。算法首先运用韦布尔分布对背景杂波的幅值信息进行建模,之后采用 ML 法估计背景信杂比,计算检测概率和虚警概率,通过极大相然性虚警(ML-CFAR)算法提取有效量测,利用中心插值理论对非线性函数做多项式逼近,将幅值似然函数与 CPHD 中的位置似然函数、杂波强度函数相结合对多目标后验均值进行估计,实现非线性系统下的多目标的跟踪。该算法对目标状态跟踪的同时考虑了幅值信息的影响,增强了算法的鲁棒性,提高了跟踪精度。

1　CPHD 滤波器

由于 PHD 滤波器仅是对多目标概率假设密度的一阶近似,丢失高阶信息,导致低信杂比环境下目标数目的错误估计。Mahler[2] 提出了递推强度函数与目标个数完整统计信息的 CPHD 滤波器,其递推过程与 PHD 滤波器一致,主要包含预测与更新 2 个过程。

在 CPHD 滤波器的预测过程中,运用 $k-1$ 时刻的后验势分布函数 p_{k-1} 与后验强度函数 D_{k-1} 分别对 k 时刻势分布函数与强度函数进行预测。CPHD 预测方程与势分布预测方程分别为

$$D_{k|k-1}(\boldsymbol{x})=\int p_{s,k}(\boldsymbol{\zeta})\,f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{\zeta})D_{k-1}(\boldsymbol{\zeta})\,\mathrm{d}\boldsymbol{\zeta}+\gamma_k(\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

$$p_{k|k-1}(\boldsymbol{x})=\sum_{j=0}^{n}p_{\Gamma,k}(n-j)\Pi_{k|k-1}[D_{k-1},p_{k-1}](j) \tag{2}$$

式中:$\Pi_{k|k-1}[D,p](j)=\sum_{l=j}^{\infty}\dfrac{l!\langle p_{s,k},D\rangle^{j}\langle 1-p_{s,k},D\rangle^{l-j}}{j!(l-j)!\langle 1,D\rangle^{j}}$;$f_{k|k-1}(\cdot\,|\boldsymbol{\zeta})$ 为 k 时刻状态转移密度函数;$p_{s,k}(\boldsymbol{\zeta})$ 为 k 时刻目标存活概率;$p_{\Gamma,k}(\cdot)$ 为 k 时刻新生目标势分布;$\gamma_k(\cdot)$ 为 k 时刻新生目标强度函数。

假定 k 时刻传感器接收到的量测集为 Z_k,预测强度函数与势分布函数如式(1)和式(2)所示,则 CPHD 对于强度函数和势分布函数的更新过程可以表示为

$$\begin{aligned}D_k(\boldsymbol{x})=&\frac{\langle Y_k^1[D_{k|k-1},Z_k],p_{k|k-1}\rangle}{\langle Y_k^0[D_{k|k-1},Z_k],p_{k|k-1}\rangle}\cdot\\&(1-p_{d,k}(\boldsymbol{x}))D_{k|k-1}(\boldsymbol{x})+\\&\sum_{z\in Z}\frac{\langle Y_k^1[D_{k|k-1},Z_k-\{z\}],p_{k|k-1}\rangle}{\langle Y_k^0[D_{k|k-1},Z_k],p_{k|k-1}\rangle}\cdot\\&\psi_{k,z}(\boldsymbol{x})D_{k|k-1}(\boldsymbol{x})\end{aligned} \tag{3}$$

$$p_k(n)=\frac{Y_k^0[D_{k|k-1},Z_k](n)p_{k|k-1}(n)}{\langle Y_k^0[D_{k|k-1},Z_k],p_{k|k-1}\rangle} \tag{4}$$

式中:

$$\begin{aligned}Y_k^u[D,Z](n)=&\sum_{j=0}^{\min(|Z|,n)}(|Z|-j)p_{K,k}(|Z|-j)\frac{n!}{(n-j-u)!}\cdot\\&\frac{\langle 1-p_{d,k},D\rangle^{n-(j+u)}}{\langle 1,D\rangle}\delta_j(\langle D,\psi_{k,z}\rangle:z\in Z)\end{aligned} \tag{5}$$

$$\psi_{k,z}(\boldsymbol{x})=\frac{\langle 1,\kappa_k\rangle}{\kappa_k(z)}g_k(z\,|\,\boldsymbol{x})p_{d,k}(\boldsymbol{x}) \tag{6}$$

式中:$\langle\cdot,\cdot\rangle$ 为 2 个函数的内积;$g_k(\cdot\,|\boldsymbol{x})$ 为 k 时刻目标似然函数;δ_j 为初等对称函数;$p_{d,k}(\boldsymbol{x})$ 为目标检测概率;$\kappa_k(z)$ 为杂波量测强度函数;$p_{K,k}(\cdot)$ 为杂波势分布。目标数目 $\hat{n}_{k|k}$ 由更新势分布函数的最大后验估计得到

$$\hat{n}_{k|k}\overset{\Delta}{=}\arg\sup_n p_{k|k}(n\,|\,Z_k) \tag{7}$$

相比于 PHD 的期望后验估计,CPHD 可得到更为准确和稳定的目标数目估计。

2　背景参数估计

2.1　杂波模型

在对杂波幅值信息进行建模的过程中,高斯分布与瑞利分布并不能很好地模拟杂波真实分布状态。虽然传统的复合高斯分布可用来对杂波幅值进行建模,但是复合高斯分布形式较为复杂,导致直接求解其概率密度困难。根据文献[14],本文运用韦布尔分布对目标幅值信息进行建模。

令幅值 a 为符合包络检测条件的匹配滤波器输出,若不考虑信号损失,则杂波幅值信息的概率密度函数为

$$p_0(a\,|\,\nu,b)=\frac{\nu}{b}\left(\frac{a}{b}\right)^{\nu-1}\exp\left[-\left(\frac{a}{b}\right)^{\nu}\right] \tag{8}$$

式中:ν 和 b 分别为韦布尔分布的形状参数与尺度参数。

因目标幅值信息受雷达功率强度、目标距离范围等多方面影响,具有波动性。对时变信号强

北航学报 赠阅

度的估计较为困难。本文采用目标幅值为 Swelling I 条件下具有瑞利分布的窄频信号模型[15]。假设目标平均幅值为 δ_t,目标信杂比(SCR)计算如式(9)所示:

$$\mathrm{SCR}=10\lg\left(\frac{\delta_t}{E[a]}\right)=10\lg\left(\frac{\delta_t}{b^2\Gamma(1+2/\nu)}\right) \tag{9}$$

式中:$E[a]$为韦布尔分布下的杂波幅值强度的一阶矩;$\Gamma(\cdot)$为伽马函数。含有目标幅值信息的概率密度函数如式(10)所示:

$$p_1(a\mid\delta_t,\nu,b)=\frac{1}{p_d}\cdot\frac{a}{E[a]+\delta_t}\exp\left(-\frac{a^2}{E[a]+\delta_t}\right) \tag{10}$$

式中:p_d 为目标检测概率。

2.2 ML 背景参数估计

传统多目标跟踪构架中,将经过匹配滤波器得到的原始信号进行恒虚警处理,获得量测,并将其作为滤波器的输入,以此循环递推达到跟踪目的。在杂波幅值服从重尾分布的环境中,原始信号经过恒虚警处理后依旧有大量数据存在,大大增加系统计算负担。针对这一问题,提出一种 ML 背景估计器,运用 ML 估计理论[16]对杂波模型参数进行估计,并计算检测概率与虚警概率,之后采用 ML-CFAR 算法有效消除背景杂波,提高检测能力。

设 k 时刻匹配滤波器输出 M 个采样的数据信息为$(a_k^1,a_k^2,\cdots,a_k^M)$,且每一个参考单元相互独立,则 k 时刻韦布尔分布联合概率密度函数为

$$f(a)=\left(\frac{\nu_k}{b_k^{\nu_k}}\right)^M\prod_{j=1}^{M}\left\{(a_k^j)^{\nu_k-1}\exp\left[-\frac{(a_k^j)^{\nu_k}}{b_k^{\nu_k}}\right]\right\} \tag{11}$$

对式(11)求导可得 k 时刻韦布尔分布尺度参数$\hat{b}_k$与形状参数 $\hat{\nu}_k$ 的 ML 估计:

$$\hat{b}_k=\left[\frac{1}{M}\sum_{j=0}^{n}(a_k^j)^{\hat{\nu}_k}\right]^{1/\hat{\nu}_k} \tag{12}$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{M}(a_k^j)^{\hat{\nu}_k}\ln a_k^j}{\sum_{j=1}^{M}(a_k^j)^{\hat{\nu}_k}}-\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\ln a_k^j=\frac{1}{\hat{\nu}_k} \tag{13}$$

式(13)可运用 Newton-Raphson 法进行递归求解。对于韦布尔分布中的信号检测,固定门限 CFAR 与平均 CFAR 效果并不明显[17]。本文采用 ML-CFAR[18]对信号进行处理。当信杂比大于 1 时,可运用 ML-CFAR 计算检测概率与虚警概率:

$$p_d=\frac{1}{(M-1)!}\cdot\int_0^{\infty}x^{M-1}\exp\left[\frac{-\alpha^2}{(1+\mathrm{SCR})\Gamma\left(1+\frac{2}{\hat{\nu}}\right)}\left(\frac{x}{M}\right)^{\frac{2}{\hat{\nu}}}-x\right]\mathrm{d}x \tag{14}$$

$$p_f=\exp\left[-\left(\frac{\tau}{\hat{b}}\right)^{\hat{\nu}}\right] \tag{15}$$

式中:α 为采样点数 M 和虚警概率 p_f 的函数,$\alpha=[M(p_f^{-1/M}-1)]^{1/\nu}$。

将式(9)、式(12)和式(13)分别代入式(14)、式(15),即可求得检测概率 p_d 与虚警概率 p_f。

3 基于 ML 背景参数估计的 CDKF-CPHD 滤波器

3.1 CDKF-CPHD 滤波器

CDKF-CPHD 滤波器是以非线性最优滤波器为基本理论框架,运用 Stirling 插值公式对状态向量进行非线性变换,采用 CPHD 滤波器中概率假设密度计算的思想,递推估计系统状态的后验均值以及协方差,实现对多个非线性目标的目标数目估计与状态跟踪。

Stirling 插值运用多项式近似方法实现非线性函数的线性变换问题。假设随机向量 $\boldsymbol{x}$,$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$,$\boldsymbol{y}=f(\boldsymbol{x})$。采用多维插值公式对函数进行二次截断可得

$$\boldsymbol{y}\approx f(\bar{\boldsymbol{x}})+\tilde{\boldsymbol{D}}_{\Delta x}\boldsymbol{f}+\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{D}}_{\Delta x}^2\boldsymbol{f} \tag{16}$$

式中:$\tilde{\boldsymbol{D}}_{\Delta x}\boldsymbol{f}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{D}}_{\Delta x}^2\boldsymbol{f}$ 分别为一阶和二阶差分算子。为求解均值 $\bar{\boldsymbol{y}}$、方差 $\boldsymbol{P}_y$ 以及互协方差 $\boldsymbol{P}_{xy}$,通常运用二阶多项式逼近的形式。$\bar{\boldsymbol{y}}$、$\boldsymbol{P}_y$ 和 $\boldsymbol{P}_{xy}$的求解过程参见文献[19]。

根据 Striling 插值公式以及中心差分逼近,对 CPHD 滤波器中 $D_{k|k-1}(\boldsymbol{x})$ 和 $D_k(\boldsymbol{x})$ 中的非高斯成分进行近似,并运用卡尔曼滤波器的思想计算均值、协方差和互协方差,就可得到 CDKF-CPHD 滤波器。

考虑非线性状态空间模型 $\boldsymbol{x}_{k+1}=f(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{v}_k)$,$\boldsymbol{y}_k=g(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{w}_k)$。假设 $\boldsymbol{v}_k$、$\boldsymbol{w}_k$ 为独立同分布的高斯白噪声,$\boldsymbol{v}_k\sim N(\bar{\boldsymbol{v}}_k,\boldsymbol{Q}_k)$,$\boldsymbol{w}_k\sim N(\bar{\boldsymbol{w}}_k,\boldsymbol{R}_k)$。量测 $\boldsymbol{z}_k$ 由量测位置信息 $\boldsymbol{y}_k$ 与幅值信息 a_k 组成,即 $\boldsymbol{z}_k=[\boldsymbol{y}_k\quad a_k]^{\mathrm{T}}$。

设 $k-1$ 时刻 CPHD 滤波器后验强度函数 D_{k-1} 中高斯项中的权值、均值和协方差分别为 $\omega_{k-1}^{(i)}$、$\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}$和 $\boldsymbol{P}_{k-1}^{(i)}$,则存活目标的预测概率假设密度中高斯项的权值、均值、协方差分别为

$$\omega_{s,k|k-1}^{(i)}=p_{s,k}\omega_{s,k-1}^{(i)} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{m}_{s,k|k-1}^{(i)}=\frac{h^2-n_x-n_v}{h^2}f(\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{v}}_{k-1})+$$

北航学报 赠阅

$$\frac{1}{2h^2}\left[\sum_{p=1}^{n_x} f(\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}+h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,p,k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{v}}_{k-1}) + f(\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}-h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,p,k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{v}}_{k-1})\right] + \frac{1}{2h^2}\left[\sum_{p=1}^{n_v} f(\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{v}}_{k-1}+h\boldsymbol{s}_{v,p,k-1}) + f(\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{v}}_{k-1}+h\boldsymbol{s}_{v,p,k-1})\right] \tag{18}$$

$$\boldsymbol{P}_{s,k|k-1}^{(i)}=\boldsymbol{S}_{x,k|k-1}^{(i)}(\boldsymbol{S}_{x,k|k-1}^{(i)})^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

式中:

$$\boldsymbol{S}_{x,k|k-1}^{(i)}=\left[\boldsymbol{S}_{x\hat{x},k-1}^{(i)(1)}\quad\boldsymbol{S}_{xv,k-1}^{(i)(1)}\quad\boldsymbol{S}_{x\hat{x},k-1}^{(i)(2)}\quad\boldsymbol{S}_{xv,k-1}^{(i)(2)}\right]$$

其中:$\boldsymbol{S}_{x\hat{x},k-1}^{(i)(1)}$、$\boldsymbol{S}_{xv,k-1}^{(i)(1)}$、$\boldsymbol{S}_{x\hat{x},k-1}^{(i)(2)}$、$\boldsymbol{S}_{xv,k-1}^{(i)(2)}$ 分别为中心差分卡尔曼滤波中的一阶、二阶差分算子。

在 CDKF-CPHD 滤波器中预测势分布的计算公式与传统 CPHD 滤波器的计算一致,如式(2)所示。

假设预测概率假设密度滤波 $D_{k|k-1}$ 中高斯项中的权值、均值和协方差分别为 $\omega_{k|k-1}^{(i)}$、$\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}$ 和 $\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}$,杂波的概率假设密度为 $\kappa_k(\boldsymbol{y})$,CDKF-CPHD 滤波器更新后概率假设密度滤波中高斯项的权值、均值、协方差分别为

$$\omega_{k|k}^{(i)}=p_{\mathrm{d},k}\omega_{k|k-1}^{(i)}q_k^{(i)}(\boldsymbol{y})\cdot\frac{\langle Y_k^1[D_{k|k-1},\boldsymbol{Y}_k-\{\boldsymbol{y}\}],p_{k|k-1}\rangle}{\langle Y_k^0[D_{k|k-1},\boldsymbol{Y}_k],p_{k|k-1}\rangle} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{m}_{k|k}^{(i)}=\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}+\boldsymbol{K}_k^{(i)}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)}) \tag{21}$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{(i)}=\boldsymbol{S}_{k|k}^{(i)}(\boldsymbol{S}_{k|k}^{(i)})^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

式中:

$$\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)}=\frac{h^2-n_x-n_w}{h^2}g(\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{w}}_k)+\frac{1}{2h^2}\sum_{p=1}^{n_x}[g(\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}+h\boldsymbol{s}_{x,p,k|k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{w}}_k)+g(\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}-h\boldsymbol{s}_{x,p,k|k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{w}}_k)]+\frac{1}{2h^2}\sum_{p=1}^{n_w}[g(\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{w}}_k+h\boldsymbol{s}_{w,p,k})+g(\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\bar{\boldsymbol{w}}_k-h\boldsymbol{s}_{w,p,k})]$$

$$\boldsymbol{K}_k^{(i)}=\boldsymbol{S}_{x,k|k-1}^{(i)}\left[\boldsymbol{S}_{yx,k}^{(i)(1)}+\boldsymbol{S}_{yx,k}^{(i)(2)}\right]^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_{y,k}^{(i)}(\boldsymbol{S}_{y,k}^{(i)})^{\mathrm{T}})^{-1}$$

$$q_k^{(i)}(\boldsymbol{y})=N(\boldsymbol{z};\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{S}_{y,k}^{(i)})$$

$$\boldsymbol{S}_{y,k}^{(i)}=\left[\boldsymbol{S}_{yx,k}^{(i)(1)}\quad\boldsymbol{S}_{yw,k}^{(i)(1)}\quad\boldsymbol{S}_{yx,k}^{(i)(2)}\quad\boldsymbol{S}_{yw,k}^{(i)(2)}\right]$$

$$\boldsymbol{S}_{k|k}^{(i)}=\left[\boldsymbol{S}_{x,k|k-1}^{(i)}-\boldsymbol{K}_k^{(i)}\boldsymbol{S}_{yx,k-1}^{(i)(1)}\quad\boldsymbol{K}_k^{(i)}\boldsymbol{S}_{yw,k-1}^{(i)(1)}\quad\boldsymbol{K}_k^{(i)}\boldsymbol{S}_{yx,k-1}^{(i)(2)}\quad\boldsymbol{K}_k^{(i)}\boldsymbol{S}_{yw,k-1}^{(i)(2)}\right]$$

n_x、n_v 和 n_w 分别为状态向量、过程噪声向量和量测噪声向量维数;h 为区间长度;$\boldsymbol{s}_{v,p,k}$、$\boldsymbol{s}_{w,p,k}$ 为 $\boldsymbol{S}_v$、$\boldsymbol{S}_w$ 的第 p 列;$\boldsymbol{S}_{yx,k}^{(i)(1)}$、$\boldsymbol{S}_{yx,k}^{(i)(2)}$、$\boldsymbol{S}_{yw,k}^{(i)(1)}$、$\boldsymbol{S}_{yw,k}^{(i)(2)}$ 分别为中心差分卡尔曼滤波中的一阶、二阶差分算子,其具体形式参见文献[19]。

3.2　BE-CDKF-CPHD 滤波算法高斯混合实现

在算法实现阶段,前一时刻的后验强度函数与当前时刻的新生目标强度函数均采用高斯混合模型进行逼近。虽然高斯混合模型可以对任意密度函数进行逼近,但是在实际场景中,新生目标可能出现在场景的任意位置,这是等概率事件,应服从均匀分布。故 CDKF-CPHD 滤波器的新生目标采用部分均匀模型[20]。其中新生目标的先验分布与量测似然函数分别为

$$\gamma_k(\theta,\phi)=\zeta_{\mathrm{b},k}U(\theta,B)N(\phi;\bar{\phi},\sigma_\phi^2) \tag{23}$$

$$g_k(\boldsymbol{y}\mid\theta,\phi)=N(\boldsymbol{y};\theta,\sigma_\theta^2) \tag{24}$$

式中:θ 和 ϕ 分别为状态 $\boldsymbol{y}$ 中可观测与不可观测部分;$U(\theta,B)$ 为 θ 在区域 B 中的均匀分布;$\bar{\phi}$ 和 σ_ϕ^2 分别为不可观测状态先验均值与方差;$\zeta_{\mathrm{b},k}$ 为 k 时刻期望新生目标数目;σ_θ^2 为高斯分布的先验方差。BE-CDKF-CPHD 滤波器高斯实现过程如下。

1)初始化

在 $k=0$ 时刻,选择一个初始先验概率假设密度 $D_{0|0}(\theta,\phi)$,初始势分布 $p_{0|0}$。

2)背景估计

k 时刻将经过匹配滤波器输出得到的原始信号通过 ML 估计获得韦布尔分布参数 ν_k、b_k,并在 ML-CFAR 中计算检测概率与虚警概率 $p_{\mathrm{d},k}$、p_{f},将检测到的信号作为 k 时刻所得量测值 Z_k。

3)预测步骤

令 $k-1$ 时刻混合高斯项的参数为 $\{\omega_{k-1}^{(i)},\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k-1}}$,假设新生目标总能被检测,新生目标所产生的预测概率密度假设参数为

$$\{\omega_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{\gamma,k}}=\{\zeta_{\mathrm{b},k}U(\theta,B),\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{\gamma,k}}$$

存活目标的预测概率假设密度参数计算如式(17)~式(19)所示,则高斯分量数目和为 $J_{k|k-1}=J_{s,k|k-1}+\zeta_{\mathrm{b},k}$。

4)更新步骤

对 $k-1$ 时刻预测得到的混合高斯项分别进行更新,预测高斯概率假设密度 $D_{k|k-1}$ 的参数为 $\{\omega_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k|k-1}}$。首先运用式(8)、式(10)和式(15)计算杂波幅值信息似然函数与含有目标幅值信息的似然函数 $\kappa_{\mathrm{a}}(a)$ 和 $g_{\mathrm{a}}(a\mid\delta_{\mathrm{t}})$

$$\kappa_{\mathrm{a}}(a)=\frac{1}{p_{\mathrm{f}}}p_0(a\mid\nu,b) \tag{25}$$

$$g_{\mathrm{a}}(a\mid\delta_{\mathrm{t}})=p_1(a\mid\delta_{\mathrm{t}},\nu,b) \tag{26}$$

假设幅值信息与量测相互独立,量测似然函数与杂波强度函数可以改为

$$\kappa_k(\boldsymbol{z})=\kappa_{\mathrm{a}}(a)\kappa_k(\boldsymbol{y}) \tag{27}$$

$$g_k(\boldsymbol{z}\mid\boldsymbol{x})=g_{\mathrm{a}}(a\mid\delta_{\mathrm{t}})g_k(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{x}) \tag{28}$$

北航学报 赠阅

将式(27)和式(28)代入式(6)得到

$$\psi_{k,y}(\boldsymbol{x})=\frac{\langle 1,\kappa_k\rangle}{\kappa_a(a)\kappa_k(\boldsymbol{y})}g_a(a\mid\delta_t)g_k(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{x})p_{d,k}(\boldsymbol{x}) \tag{29}$$

将式(29)代入式(5)中计算内积,并利用式(20)~式(22)计算高斯项中的权值、均值、协方差。为了简化计算,令

$$\chi=\frac{\langle Y_k^1[D_{k|k-1},\boldsymbol{Y}_k],p_{k|k-1}\rangle}{\langle Y_k^0[D_{k|k-1},\boldsymbol{Y}_k],p_{k|k-1}\rangle}$$

$$\chi(\boldsymbol{y})=\frac{\langle Y_k^1[D_{k|k-1},\boldsymbol{Y}_k-\{\boldsymbol{y}\}],p_{k|k-1}\rangle}{\langle Y_k^0[D_{k|k-1},\boldsymbol{Y}_k],p_{k|k-1}\rangle}$$

计算未检测目标的假设概率密度高斯项参数为

$$\{\omega_{k|k}^{(i)},\boldsymbol{m}_{k|k}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k|k}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k|k-1}}=\{(1-p_d)\chi\omega_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k|k-1}}$$

已检测到存活目标的假设概率密度高斯项参数为

$$\{\omega_{k|k}^{(l+J_{k|k-1}+i)},\boldsymbol{m}_{k|k}^{(l+J_{k|k-1}+i)},\boldsymbol{P}_{k|k}^{(l+J_{k|k-1}+i)}\}_{l=1}^{|Y_k|}=\{\omega_{s,k|k}^{(i)},\boldsymbol{m}_{s,k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{s,k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{s,k|k-1}}$$

式中:

$$\omega_{s,k|k}^{(i)}=\chi(\boldsymbol{y})\frac{\langle 1,\kappa_k\rangle}{\kappa_a(a)\kappa_k(\boldsymbol{y})}g_a(a\mid\delta_t)N(\boldsymbol{y};\theta,\sigma_\theta^2)p_{d,k}\omega_{s,k|k-1}^{(i)}$$

已检测到新生目标的假设概率密度高斯项参数为

$$\{\omega_{k|k}^{(l+J_{k|k-1}+i)},\boldsymbol{m}_{k|k}^{(l+J_{k|k-1}+i)},\boldsymbol{P}_{k|k}^{(l+J_{k|k-1}+i)}\}_{l=1}^{|Y_k|}=\{\omega_{\gamma,k|k}^{(i)},\boldsymbol{m}_{\gamma,k|k}^{(i)},\boldsymbol{P}_{\gamma,k|k}^{(i)}\}_{i=1}^{\zeta_{b,k}}$$

其中:

$$\omega_{\gamma,k|k}^{(i)}=\zeta_{b,k}\chi(\boldsymbol{y})\frac{\langle 1,\kappa_k\rangle}{\kappa_a(a)\kappa_k(\boldsymbol{y})}g_a(a\mid\delta_t)N(\boldsymbol{y};\theta,\sigma_\theta^2)$$

$$J_{k|k}=|\boldsymbol{Y}_k|J_{k|k-1}+J_{k|k-1}$$

势分布状态更新与传统 CPHD 更新一致计算方法参考式(4)。

4 仿真分析

本文通过模拟二维空间内 3 个机动目标的运动情况来验证本文算法的有效性能。目标运动模型主要由匀速直线模型与转弯模型组成。假设目标 i 在 k 时刻的飞行状态为 $[\xi_k^i\quad\dot{\xi}_k^i\quad\rho_k^i\quad\dot{\rho}_k^i]^{\mathrm{T}}$,其中 ξ_k^i、ρ_k^i 分别为 x、y 轴的位置信息,$\dot{\xi}_k^i$、$\dot{\rho}_k^i$ 分别为 x、y 轴的速度信息。匀速直线模型的运动方程与转弯模型的状态运动方程如式(30)和式(31)所示:

$$\boldsymbol{x}_{k+1}^i=\begin{bmatrix}1&T&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&T\\0&0&0&1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_k^i+\boldsymbol{v}_{k+1} \tag{30}$$

$$\boldsymbol{x}_{k+1}^i=\begin{bmatrix}1&\frac{\sin(\Omega T)}{\Omega}&0&-\frac{1-\cos(\Omega T)}{\Omega}\\0&\cos(\Omega T)&0&-\sin(\Omega T)\\0&\frac{1-\cos(\Omega T)}{\Omega}&1&\frac{\sin(\Omega T)}{\Omega}\\0&\sin(\Omega T)&0&\cos(\Omega T)\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_k^i+\boldsymbol{v}_{k+1} \tag{31}$$

式中:Ω 为转弯角速度;T 为采样时间间隔;过程噪声 $\boldsymbol{v}_{k+1}\sim N(0,\boldsymbol{Q})$,$\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}(\sigma_v^2\boldsymbol{G},\sigma_v^2\boldsymbol{G})$。

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}T^3/3&T^2/2\\T^2/2&T\end{bmatrix}$$

量测状态方程如式(32)所示:

$$\boldsymbol{y}_{k+1}^i=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{k+1}^i+\boldsymbol{w}_{k+1} \tag{32}$$

量测噪声 $\boldsymbol{w}_{k+1}\sim N(0,\mathrm{diag}(\sigma_\xi^2,\sigma_\rho^2))$,采样时间 $T=1$ s $\sigma_v^2=0.2$ m,$\sigma_\xi^2=\sigma_\rho^2=0.5$ m。目标跟踪场景中每个目标的存活概率为 $p_{s,k}=0.98$。目标运动参数如表 1 所示,目标运动轨迹如图 1 所示。

表 1 目标运动参数

Table 1 Target motion parameters

目标	初始(结束)时刻/s	初始位置/m	初始速度/(m·s^{-1})
1	2(40)	(61,30)	(-1,1)
2	12(40)	(64,27)	(-1.5,-1.5)
3	12(50)	(64,30)	(1,1.5)

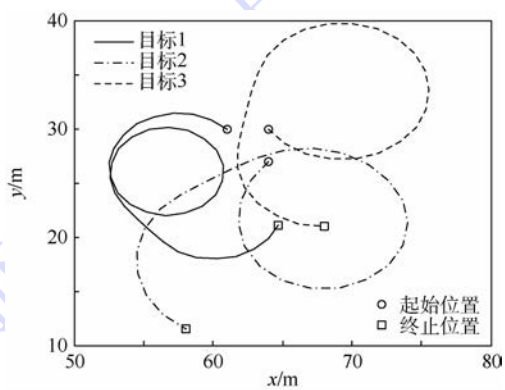


图 1 目标运动轨迹

Fig. 1 Target motion trajectories

BE-CDKF-CPHD 滤波器初始高斯参数 $\{\omega_0,\boldsymbol{m}_0,\boldsymbol{P}_0\}_{i=1}^{J_0}$ 的参数为

$$\omega_0^{(1)}=\omega_0^{(2)}=\omega_0^{(3)}=0.33$$

$$\boldsymbol{m}_0^{(1)}=[50\quad-1\quad30\quad1]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{m}_0^{(2)}=[70\quad-1.5\quad30\quad-1]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{m}_0^{(3)}=[60\quad-1\quad20\quad-1.5]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{P}_0^{(1)}=\boldsymbol{P}_0^{(2)}=\boldsymbol{P}_0^{(3)}=[3\quad1\quad3\quad1]^{\mathrm{T}}$$

$$J_0=3$$

北航学报 赠阅

新生目标的概率假设密度 $\gamma_k(\theta,\phi)$ 中的新生目标数目 $\zeta_{b,k}=4$,检测区域面积 $B=100\ \text{m}\times 100\ \text{m}$,新生目标速度信息满足均值为 0、方差为 5 的高斯分布。中心差分区间长度 $h=5$。

为了评估所提滤波器性能,本文运用最优子模式分配(OSPA)距离[21]进行分析。OSPA 距离能够同时兼顾有限集的势间差异和有限集的元素间差异。OSPA 距离公式为

$$d_p^{(c)}(X,Y):=\left\{\frac{1}{n}\left[\min_{\pi\in\Pi_n}\sum_{i=1}^{m}d^{(c)}(x_i,y_{\pi(i)})^p+c^p(n-m)\right]\right\}^{1/p} \tag{33}$$

式中:$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$ 和 $Y=\{y_1,y_2,\cdots,y_n\}$ 分别为目标状态的真实有限集合与目标状态的估计有限集合,m、n 分别为集合 X、Y 元素数;p 为序列参数,用来调节 OSPA 距离对于异常值的敏感度;c 为截断系数,用来调节误差误分配权值。

在 3 种不同情况下对 BE-CDKF-CPHD 进行 100 次蒙特卡罗仿真,仿真环境如表 2 所示。

从图 2 中可以看出,当信杂比相对较高时,系统对于多机动目标的 OSPA 距离越小。

表 2　仿真环境

Table 2　Simulation environment

情况	ν	b	δ_t	SCR/dB
1	2	0.5	2.5	10
2	2	0.1	1	20
3	1	0.1	20	30

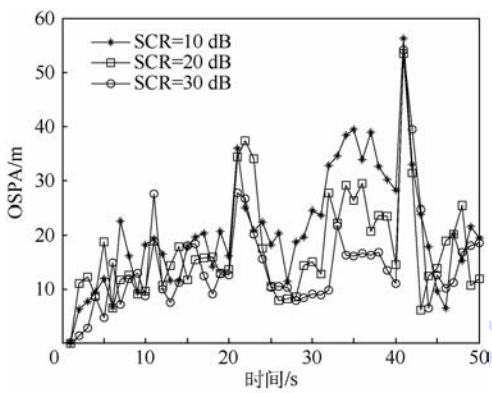


图 2　不同信杂比下的 OSPA 距离比较

Fig. 2　Comparison of OSPA distance under different signal-to-clutter ratios

本文在表 2 中 SCR = 10 dB 仿真环境下,对 CPHD 滤波器、CDKF-PHD 滤波以及 BE-CDKF-CPHD 滤波器分别进行 100 次蒙特卡罗仿真。设定 $c=70$,$p=2$。OSPA 距离仿真结果与目标数目估计结果分别如图 3 和图 4 所示。

从图 3 可以看出 $t<40$ s 时,相比于 CPHD 滤波器与 CDKF-PHD 滤波器,BE-CDKF-CPHD 滤波器的 OSPA 距离小于以上两者。当 $t>40$ s,由于目标 1、目标 2 均消失,目标数目产生较大变化,3 种算法的 OSPA 基本相同。在图 4 中 BE-CDKF-CPHD 滤波器的目标数目估计与真实目标数目基本一致,CDKF-PHD 滤波器的估计效果相比于 CPHD 滤波器具有较大的振荡。

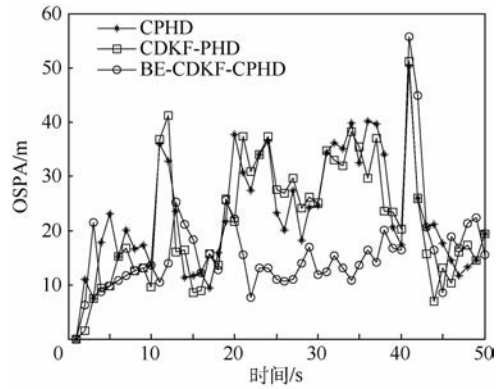


图 3　3 种算法的 OSPA 距离比较

Fig. 3　Comparison of OSPA distance for three algorithms

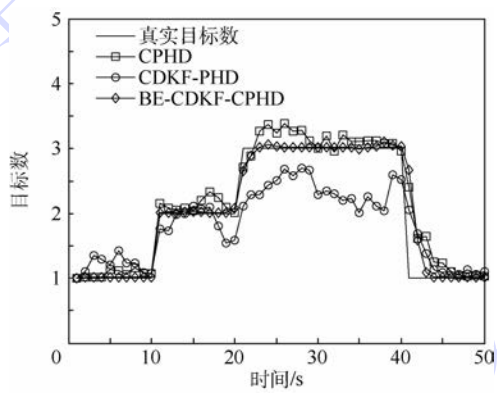


图 4　3 种算法的目标数估计与真实目标数的比较

Fig. 4　Comparison of true and estimated target numbers for three algorithms

5　结　论

为了解决多个非线性目标在重尾杂波下的跟踪问题。本文提出一种基于 ML-CFAR 背景参数估计的 CDKF-CPHD 多目标跟踪算法。仿真实验表明:

1)本文所提的 BE-CDKF-CPHD 多目标跟踪算法可以实现对多个机动目标在重尾分布杂波下的准确跟踪。相比于 CDKF-PHD 滤波器,CPHD 滤波器,其 OSPA 距离较低。

2)随着信杂比的增大,BE-CDKF-CPHD 多目标跟踪算法的 OSPA 距离也逐步变小。

3)本文所提出的 BE-CDKF-CPHD 多目标跟踪算法能够在目标数目产生较大变化时,仍可准

北航学报 赠阅

确估计目标的数目。

BE-CDKF-CPHD 多目标跟踪算法的滤波精度仍需提高,下一步研究在重尾杂波分布下具有更高精度的多目标跟踪算法。

参考文献(References)

[1] STONE L D, STREIT R L, CORWIN T L, et al. Bayesian multiple target tracking [M]. 2nd ed. London: Artech House, 2013: 1-5.

[2] MAHLER R P S. Statistical multisource-multitarget information fusion [M]. London: Artech House, 2007: 5-13.

[3] YIN J J, ZHANG J Q, ZHUANG Z S. Gaussian sum PHD filtering algorithm for nonlinear non-Gaussian models [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(4): 341-351.

[4] VO B N, SINGH S, DOUCET A. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224-1245.

[5] VO B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.

[6] CLARK D, VO B T, VO B N. Gaussian particle implementations of probability hypothesis density filters [C] // Proceedings of IEEE Aerospace Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 1-11.

[7] 陈里铭,陈喆,殷福亮. 基于中心差分卡尔曼-概率假设密度滤波的多目标跟踪方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(1): 36-42.
CHEN L M, CHEN Z, YIN F L. Central difference Kalman-probability hypothesis density filter for multi-target tracking [J]. Control and Decision, 2013, 28(1): 36-42(in Chinese).

[8] 章飞,周杏鹏,陈小惠. 基于幅值信息的联合概率数据关联粒子滤波算法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(2): 453-457.
ZHANG F, ZHOU X P, CHEN X H. Joint probabilistic data association particle filter algorithm based on amplitude information title [J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(2): 453-457(in Chinese).

[9] LERRO D, BAR-SHALOM Y. Interacting multiple model tracking with target amplitude feature [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(2): 494-509.

[10] BAE S H, KIM D Y, YOON J H, et al. Automated multi-target tracking with kinematic and non-kinematic information [J]. IET Radar Sonar Navigation, 2012, 6(4): 272-281.

[11] CLARK D, RISTIC B, VO B N. PHD filtering with target amplitude feature [C] // Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion, FUSION 2008. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1-7.

[12] QIU C, ZHANG Z, LU H, et al. Amplitude-aided CPHD filter for multitarget tracking in infrared images [J]. Progress in Electromagnetics Research B, 2014, 61(1): 211-224.

[13] ABRAHAM D. Choosing a non-Rayleigh reverberation model [C] // Proceedings of the OCEANS 99 MTS/IEEE-Riding the Crest into the 21st Century. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1999, 1: 284-288.

[14] WARD K D, WATTS S, TOUGH R J A. Sea clutter: Scattering, the K distribution and radar performance [M]. 2nd ed. London: IET, 2013: 375-389.

[15] BREKKE E, HALLINGSTAD O, GLATTETRE J. Tracking small targets in heavy-tailed clutter using amplitude information [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2010, 35(2): 314-329.

[16] 杨谋存,聂宏. 三参数 Weibull 分布参数的极大似然估计数值解法[J]. 南京航空航天大学学报, 2007, 39(1): 22-25.
YANG M C, NIE H. Advanced algorithm for maximum likelihood estimation of three parameter Weibull distribution [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 39(1): 22-25(in Chinese).

[17] RICHARDS M A. Fundamentals of radar signal processing [M]. New York: Tata McGraw-Hill Education, 2005: 347-382.

[18] RAVID R, LEVANON N. Maximum-likelihood CFAR for Weibull background [J]. IEE Proceedings, Part F: Radar and Signal Processing, 1992, 139(3): 256-264.

[19] NØRGAARD M, POULSEN N K, RAVN O. New developments in state estimation for nonlinear systems [J]. Automatica, 2000, 36(11): 1627-1638.

[20] BEARD M, VO B T, VO B N, et al. Gaussian mixture PHD and CPHD filtering with partially uniform target birth [C] // International Conference on Information Fusion. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 535-541.

[21] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.

作者简介:

马天力 男,博士研究生。主要研究方向:多目标跟踪、信息融合、信号处理。

王新民 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:鲁棒控制理论、非线性控制理论、参数优化理论与方法、故障诊断与自修复。

北航学报 赠阅

A CDKF-CPHD multi-target tracking algorithm based on ML background parameter estimation

MA Tianli, WANG Xinmin*, CAO Yuyan, ZHANG Yang

(College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: Aimed at the problem of multiple maneuvering targets tracking in low signal-to-clutter ratio backgrounds, a central difference Kalman cardinalized probability hypothesis density filter based on maximum likelihood (ML) background parameter estimation (BE-CDKF-CPHD) is proposed. The ML method is used for estimating the parameters of heavy-tailed distribution, and calculating the detection probability and false alarm probability. The maximum-likelihood constant false alarm rate (ML-CFAR) is employed to process signals. In the CPHD filter, amplitude likelihood function is combined with the likelihood function of target position of the probability hypothesis density filter. The multiple maneuvering target tracking is fulfilled by estimating the mean and variance of posterior multi-target states with central difference Kalman filter. Simulation results show that the novel algorithm improves the estimate performance of target state and number.

Keywords: heavy-tailed distribution; center difference method; amplitude information; maximum likelihood estimates; false alarm; nonlinear system; OSPA distance; signal-to-clutter ratio

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-10; **Accepted**: 2016-06-12; **Published online**: 2016-09-06 16:00

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160906.1600.007.html

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20152853029)

* **Corresponding author**. E-mail: wxmin@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0177

网络控制系统有限频域故障检测和容错控制

程昊宇[1], 董朝阳[1,*], 马奥家[1], 王青[2]

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: 考虑网络控制系统中存在的时延,研究了其在有限频域内的故障检测以及容错控制问题。针对有限频域内的故障信号,利用给定指标设计故障检测滤波器产生残差信号。为了保证系统在故障情况下的控制性能,进一步构造基于残差反馈的主动容错控制器对故障进行补偿。给出了故障检测滤波器与主动容错控制器存在并满足有限频域内性能指标的充分条件。利用线性矩阵不等式得到了故障检测滤波器和主动容错控制器参数。数值仿真表明所提方法能够获得良好的故障检测性能和容错控制效果。

关 键 词: 有限频域; 主动容错; 残差反馈; 故障检测; 网络控制系统
中图分类号: TP273
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0524-09

随着控制系统向规模化、集成化方向发展,大量的交互数据影响着控制系统的可靠性和安全性。网络控制系统中系统各个部分之间的数据传输通过网络实现[1],可有效解决数据交互问题,具有结构灵活、可扩展性和可维护性好的优点,在航空航天、机器人控制和车辆工程等领域获得了广泛的应用。但是其产生的时延[2-4]、丢包[5]等问题也影响着系统性能,甚至引发故障。因此,网络控制系统故障检测与容错控制问题近年来得到了越来越多的关注[6-11]。

文献[7]针对具有未知随机时延的飞行器故障检测问题,通过泰勒公式将随机时延进行近似处理,在此基础上设计了故障检测滤波器。文献[8-9]将存在数据传输阻塞的无人机编队系统建模为离散马尔可夫跳变系统,基于几何方法和H_∞滤波方法设计了故障检测与隔离算法。文献[10]研究了一类混合结构的故障检测问题,分别针对连续状态和离散状态设计了故障检测与隔离算法,并将该算法应用在四旋翼无人飞行器编队控制中。文献[11]针对二阶动态执行机构故障,综合多模型和自适应重构方法研究了飞行控制系统跟踪补偿控制问题。文献[7-11]研究了故障检测滤波器与容错控制器的设计方法,但对于故障信号的特性如故障频率等描述比较宽泛,而实际研究中,故障信号通常只存在于某一个特定频率段。

有限频域故障是指故障频率在一定范围内的故障[12],针对有限频域故障的研究已经取得了很多成果[13-16],文献[14]和文献[15]分别研究了线性时变离散系统和含有丢包问题的马尔可夫跳变系统有限频域故障检测问题,通过选取综合性能指标保证故障检测滤波器对故障的检测性能。文献[16]中网络控制系统的故障常常发生在一定频段范围内,通过引入加权函数描述故障的有限频域特性,进而设计故障检测滤波器,但是加权函数会增加系统设计的复杂度,而且对于故障频段的描述也不准确。目前对于有限频域问题的研究主要集中在故障检测问题方面,关于网络控制系

收稿日期: 2016-03-07; **录用日期**: 2016-06-02; **网络出版时间**: 2016-09-06 15:48
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160906.1548.006.html
基金项目: 国家自然科学基金 (61273083,61374012)
* **通讯作者**: E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn

引用格式: 程昊宇, 董朝阳, 马奥家, 等. 网络控制系统有限频域故障检测和容错控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 524-532. CHENG H Y, DONG C Y, MA A J, et al. Fault detection and fault tolerant control in finite frequency domain for networked control system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 524-532 (in Chinese).

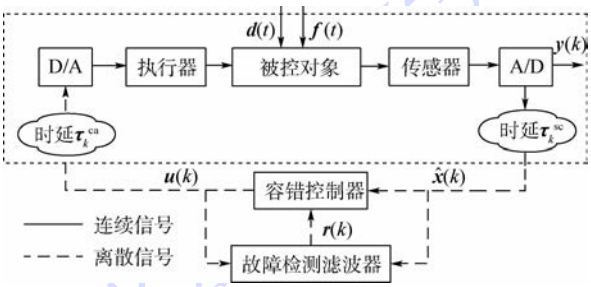
北航学报 赠阅

统有限频域故障检测与容错控制问题的研究尚未见诸文献。

本文针对网络环境下飞行器的有限频域故障,设计了故障检测和容错控制系统。首先设计了面向有限频域故障的故障检测滤波器,将在线获得的故障残差信号反馈至容错控制单元。进一步设计了包含状态反馈和残差反馈 2 部分的主动容错控制器。在无故障情况下,状态反馈部分起主要作用,保证系统稳定并满足一定性能指标;在有限频域故障发生情况下残差反馈部分补充状态反馈,使得系统在稳定的前提下对故障信号和外部干扰具有一定的鲁棒性。

1　系统描述及建模

网络控制系统由被控对象、传感器、故障检测滤波器、容错控制器和执行机构组成,结构图如图 1所示。



A/D—连续/离散转换器; D/A—离散/连续转化器; $\boldsymbol{f}(t)$,$\boldsymbol{d}(t)$—L_2 范数有界的故障信号和外界干扰信号;$\hat{\boldsymbol{x}}(k)$—第 k 个采样周期的状态$\boldsymbol{x}(k)$的估计;$\boldsymbol{y}(k)$—第 k 个采样周期的系统输出;$\boldsymbol{u}(k)$—第 k 个采样周期的输入;$\boldsymbol{r}(k)$—残差信号;τ_k^{sc}—第 k 个采样周期传感器到控制器的时延;τ_k^{ca}—第 k 个采样周期控制器到执行机构的时延。

图 1　存在时延的网络控制系统结构图

Fig. 1　Structure diagram of networked control system with time delay

设网络控制系统模型为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_c\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_c\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{B}_{cd}\boldsymbol{d}(t)+\boldsymbol{B}_{cf}\boldsymbol{f}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}_c\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}_{cd}\boldsymbol{d}(t)+\boldsymbol{D}_{cf}\boldsymbol{f}(t)\end{cases}\tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{u}(t)$为控制输入;矩阵 $\boldsymbol{A}_c$、$\boldsymbol{B}_c$、$\boldsymbol{B}_{cd}$、$\boldsymbol{B}_{cf}$、$\boldsymbol{C}_c$、$\boldsymbol{D}_{cd}$和 $\boldsymbol{D}_{cf}$为适维已知矩阵。不失一般性,设系统稳定并且可观,对飞行器网络控制系统作如下假设。

假设 1　系统时变时延 τ_k 小于一个采样周期。

假设 2　受益于网络控制系统内部的信号调度与监测机制,忽略系统中的丢包。

由于系统中时延的存在,会导致控制输入的更新出现滞后,即

$$\boldsymbol{u}(t)=\begin{cases}\boldsymbol{u}(k-1) & kT\leqslant t<kT+\tau_k\\ \boldsymbol{u}(k) & kT+\tau_k\leqslant t<(k+1)T\end{cases}\tag{2}$$

式中:T 为采样周期。

由上述分析可知,系统式(1)经采样离散化后可以表达为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}_0(\tau_k)\boldsymbol{u}(k)+\\ \qquad\boldsymbol{B}_1(\tau_k)\boldsymbol{u}(k-1)+\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{d}(k)+\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{f}(k)\\ \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{D}_d\boldsymbol{d}(k)+\boldsymbol{D}_f\boldsymbol{f}(k)\end{cases}\tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{d}(k)$和$\boldsymbol{f}(k)$分别为第 k 个采样周期的干扰和故障;$\boldsymbol{A}=\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_cT}$;$\boldsymbol{B}_0(\tau_k)=\int_0^{T-\tau_k}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_ct}\boldsymbol{B}_c\,\mathrm{d}t$;$\boldsymbol{B}_d=\int_0^T\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_ct}\cdot\boldsymbol{B}_{cd}\,\mathrm{d}t$;$\boldsymbol{B}_f=\int_0^T\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_ct}\boldsymbol{B}_{cf}\,\mathrm{d}t$;$\boldsymbol{B}_1(\tau_k)=\int_{T-\tau_k}^T\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_ct}\boldsymbol{B}_c\mathrm{d}t$;$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}_c$;$\boldsymbol{D}_d=\boldsymbol{D}_{cd}$;$\boldsymbol{D}_f=\boldsymbol{D}_{cf}$。

定义 $\Delta\boldsymbol{u}(k)=\boldsymbol{u}(k-1)-\boldsymbol{u}(k)$,$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0(\tau_k)+\boldsymbol{B}_1(\tau_k)$,则式(3)可以重新写为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{B}_1(\tau_k)\Delta\boldsymbol{u}(k)+\\ \qquad\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{d}(k)+\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{f}(k)\\ \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{D}_d\boldsymbol{d}(k)+\boldsymbol{D}_f\boldsymbol{f}(k)\end{cases}\tag{4}$$

由于 $\tau_k\in[0,T)$是一个未知时变的量,因此 $\boldsymbol{B}_1(\tau_k)$也是未知时变的,采用一阶泰勒公式对未知项 $\boldsymbol{B}_1(\tau_k)\Delta\boldsymbol{u}(k)$近似解耦[17]:

$$\boldsymbol{B}_1(\tau_k)\Delta\boldsymbol{u}(k)\approx(\boldsymbol{B}_1(\tau_k)\Delta\boldsymbol{u}(k))\big|_{\tau_k=0}+\frac{\partial(\boldsymbol{B}_1(\tau_k)\Delta\boldsymbol{u}(k))}{\partial\tau_k}=$$

$$\left(\int_{T-\tau_k}^T\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_ct}\mathrm{d}t\Big|_{\tau_k=0}+\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_c(T-\tau_k)}\Big|_{\tau_k=0}\tau_k\right)\boldsymbol{B}_c\Delta\boldsymbol{u}(k)=$$

$$\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_cT}\boldsymbol{B}_c\Delta\boldsymbol{u}(k)\tau_k$$

定义 $\boldsymbol{B}_\tau=\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_cT}\boldsymbol{B}_c$,$\boldsymbol{\tau}_{u,k}=\Delta\boldsymbol{u}_k\tau_k$,则式(4)转化为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{B}_\tau\boldsymbol{\tau}_{u,k}+\\ \qquad\boldsymbol{B}_d\boldsymbol{d}(k)+\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{f}(k)\\ \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{D}_d\boldsymbol{d}(k)+\boldsymbol{D}_f\boldsymbol{f}(k)\end{cases}\tag{5}$$

根据以上模型构造式(6)的基于观测器的故障检测滤波器作为残差产生系统:

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}(k+1)=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{L}(\boldsymbol{y}(k)-\hat{\boldsymbol{y}}(k))\\ \hat{\boldsymbol{y}}(k)=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}(k)\\ \boldsymbol{r}(k)=\boldsymbol{y}(k)-\hat{\boldsymbol{y}}(k)\end{cases}\tag{6}$$

式中:$\hat{\boldsymbol{y}}(k)$为 $\boldsymbol{y}(k)$的估计;$\boldsymbol{L}$ 为待求的滤波器参数。

为了实现故障检测,选择如式(7)所示的残

北航学报 赠阅

差评估函数和阈值：

$$\begin{cases} J(k)=\sqrt{\sum_{k=0}^{n}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{r}(k)} \\ J_{\mathrm{th}}=\sup\limits_{\boldsymbol{d}(k)\in L_2[0,\infty),\,\boldsymbol{f}(k)=0}\|\boldsymbol{r}(k)\|_{2,\mathrm{E}} \end{cases} \tag{7}$$

式中：$J(k)$ 为残差评估函数；J_{th} 为阈值；$\|\ \|_{2,\mathrm{E}}$ 表示向量二范数。

综上所述，利用式(8)所示的逻辑进行故障检测。

$$J(k)>J_{\mathrm{th}}\Rightarrow \text{故障},\ J(k)<J_{\mathrm{th}}\Rightarrow \text{正常} \tag{8}$$

由于残差信号中含有丰富的故障信息，因此利用残差信号对故障进行补偿。设计形如式(9)的主动容错控制器：

$$\boldsymbol{u}(k)=\boldsymbol{K}\hat{\boldsymbol{x}}(k)+\boldsymbol{H}\boldsymbol{r}(k) \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 为待设计的反馈增益矩阵。

定义滤波器观测误差 $\boldsymbol{e}(k)=\boldsymbol{x}(k)-\hat{\boldsymbol{x}}(k)$，则综合式(5)和式(6)可得残差系统：

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}(k+1)=\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}(k)+\bar{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}}\bar{\boldsymbol{d}}(k)+\bar{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}}\bar{\boldsymbol{f}}(k) \\ \boldsymbol{r}(k)=\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{e}(k)+\bar{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}}\bar{\boldsymbol{d}}(k)+\bar{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}\bar{\boldsymbol{f}}(k) \end{cases} \tag{10}$$

式中：

$$\bar{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC}$$
$$\bar{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}}=[\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{LD}_{\mathrm{d}}\quad \boldsymbol{B}_{\tau}]$$
$$\bar{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}}=\boldsymbol{B}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{LD}_{\mathrm{f}}$$
$$\bar{\boldsymbol{C}}=\boldsymbol{C}$$
$$\bar{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}}=[\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}\quad \boldsymbol{0}]$$
$$\bar{\boldsymbol{d}}(k)=[\boldsymbol{d}(k)^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\tau}_{u,k}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
$$\bar{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}$$
$$\bar{\boldsymbol{f}}(k)=\boldsymbol{f}(k)$$

由式(10)可以看出残差信号受故障 $\boldsymbol{f}(k)$ 和扰动 $\boldsymbol{d}(k)$ 的影响。为了保证系统在给定频域内系统的故障检测性能，给出如下定义。

定义 1 对于给定频域 $\omega_1\leqslant\omega\leqslant\omega_2$，传递函数向量 $\boldsymbol{G}(z)$ 此频域内的 H_- 范数为 $\|\boldsymbol{G}(z)\|_-^{[-\omega_1,\omega_2]}=\inf\ \sigma_{\min}(\boldsymbol{G}(\mathrm{j}\omega))$，$\forall\,\omega_1\leqslant\omega\leqslant\omega_2$，$\sigma_{\min}$ 为最小奇异值。

残差信号应在对干扰信号鲁棒的前提下尽量对故障信号敏感。因此滤波器参数 $\boldsymbol{L}$ 的设计目标是使残差系统式(10)在 $\boldsymbol{d}(k)=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{f}(k)=\boldsymbol{0}$ 时渐近稳定且对于给定的 $\alpha>0$，$\beta>0$，以下性能指标成立：

$$\|\boldsymbol{G}_{r\bar{f}}(\mathrm{j}\omega)\|_-^{[\omega_1,\omega_2]}>\alpha \tag{11}$$

$$\|\boldsymbol{G}_{r\bar{d}}(z)\|_\infty<\beta \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{G}_{r\bar{f}}(\mathrm{j}\omega)$ 为 $\bar{\boldsymbol{f}}(k)$ 与 $\boldsymbol{r}(k)$ 之间的传递函数；$\boldsymbol{G}_{r\bar{d}}(\mathrm{j}\omega)$ 为 $\bar{\boldsymbol{d}}(k)$ 与 $\boldsymbol{r}(k)$ 之间的传递函数。

综合式(5)、式(6)和式(9)可得到如下闭环控制系统：

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k+1)=\tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(k)+\tilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}}\tilde{\boldsymbol{d}}(k)+\tilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}}\tilde{\boldsymbol{f}}(k) \\ \boldsymbol{y}(k)=\tilde{\boldsymbol{C}}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(k)+\tilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}}\tilde{\boldsymbol{d}}(k)+\tilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}\tilde{\boldsymbol{f}}(k) \end{cases} \tag{13}$$

式中：

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}(k)=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)\quad \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$$
$$\tilde{\boldsymbol{d}}(k)=[\boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}(k)\quad \boldsymbol{\tau}_{u,k}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
$$\tilde{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BK} & \boldsymbol{B}(\boldsymbol{HC}-\boldsymbol{K})\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC}\end{bmatrix}$$
$$\tilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{BHD}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}} & \boldsymbol{B}_{\tau}\\ \boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}$$
$$\tilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{BHD}_{\mathrm{f}}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{f}}\\ \boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}\end{bmatrix}$$
$$\tilde{\boldsymbol{C}}=[\boldsymbol{C}\quad \boldsymbol{0}]$$
$$\tilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}}=[\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}\quad \boldsymbol{0}]$$
$$\tilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}$$
$$\tilde{\boldsymbol{f}}(k)=\boldsymbol{f}(k)$$

容错控制的目的是保证系统在干扰和故障的影响下稳定，且输出尽量平稳。基于以上分析，本文的主动容错控制问题可以描述为：在完成滤波器参数 $\boldsymbol{L}$ 设计的基础上，设计反馈增益矩阵 $\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{H}$，使得闭环系统(13)渐近稳定，且在零初始条件下分别满足如下控制性能指标：

$$\|\boldsymbol{G}_{y\tilde{f}}(\mathrm{j}\omega)\|_\infty^{[\omega_1,\omega_2]}<\gamma \tag{14}$$

$$\|\boldsymbol{G}_{y\tilde{d}}(\mathrm{j}\omega)\|_\infty<\lambda \tag{15}$$

式中：γ 和 λ 为给定常量；$\boldsymbol{G}_{y\tilde{f}}(\mathrm{j}\omega)$ 为 $\tilde{\boldsymbol{f}}(k)$ 与 $\boldsymbol{y}(k)$ 之间的传递函数；$\boldsymbol{G}_{y\tilde{d}}(\mathrm{j}\omega)$ 为 $\tilde{\boldsymbol{d}}(k)$ 与 $\boldsymbol{y}(k)$ 之间的传递函数。

2 故障检测滤波器设计

首先给出有限频域内 KYP（Kalman-Yakubovich-Popov）引理。

引理 1[13] 给定线性离散系统：

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{d}(k) \\ \boldsymbol{z}(k)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{d}(k) \end{cases} \tag{16}$$

其传递函数为 $\boldsymbol{G}_{zd}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\boldsymbol{C}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{D}$。对于频率范围 $\omega_1\leqslant\omega\leqslant\omega_2$ 和对称矩阵 $\boldsymbol{\Pi}$，以下 2 个说法等价：

1）不等式(17)成立

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_{zd}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_{zd}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0\qquad\forall\,\omega\in[\omega_1,\omega_2] \tag{17}$$

2）存在适维自共轭矩阵 $\boldsymbol{Q}>0$、$\boldsymbol{P}$，使得式(18)成立。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Omega} \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Pi} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{18}$$

式中:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{P} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{c}}}\boldsymbol{Q} \\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{\mathrm{c}}}\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{P} - (2\cos\omega_{\mathrm{r}})\boldsymbol{Q} \end{bmatrix}$$

$\omega_{\mathrm{c}} = (\omega_1 + \omega_2)/2$

$\omega_{\mathrm{r}} = (\omega_2 - \omega_1)/2$

在上述分析基础上,定理 1 给出了故障检测滤波器存在的充分条件。

定理 1　对形如式(5)的飞行器网络控制系统,给定标量 $\alpha>0$,$\beta>0$,频率范围 $\omega\in[\omega_1,\omega_2]$,存在形如式(6)的故障检测滤波器,使得残差系统(式(10))在 $\boldsymbol{d}(k)=\boldsymbol{0}$,$\boldsymbol{f}(k)=\boldsymbol{0}$ 情况下渐近稳定,且满足性能指标式(11)和式(12)。当且仅当存在 Hermitian 矩阵 $\boldsymbol{Q}>0$、$\boldsymbol{W}>0$ 和 $\boldsymbol{P}$,实数矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足如下线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI):

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{P} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{c}}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{W} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & \boldsymbol{\Psi}_{22} & \boldsymbol{W}\boldsymbol{B}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \\ * & * & \alpha^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{W}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \\ * & -\beta^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{20}$$

式中:* 代表矩阵的对称部分。

$\boldsymbol{\Psi}_{22}=\boldsymbol{P}-(2\cos\omega_{\mathrm{r}})\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}+\boldsymbol{W}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{C}$

$\boldsymbol{\Phi}_{12}=[\boldsymbol{W}\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{B}_{\tau}]$

则故障检测滤波器参数矩阵 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{X}$。

证明　若残差系统式(10)满足性能指标式(11),即

$$\boldsymbol{G}_{rf}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})^{*}\boldsymbol{G}_{rf}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})-\alpha^2\boldsymbol{I}>0 \quad \forall\omega\in[\omega_1,\omega_2] \tag{21}$$

取 $\boldsymbol{\Pi}=\begin{bmatrix} -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \alpha^2\boldsymbol{I} \end{bmatrix}$。根据引理 1,若存在适当维数的 Hermitian 矩阵 $\boldsymbol{Q}>0$、$\boldsymbol{P}$ 使得式(22)成立。

$$\begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{A}} & \overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Omega} \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{A}} & \overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{C}} & \overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \alpha^2\boldsymbol{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{C}} & \overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{22}$$

将式(22)重写为

$$\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} < 0 \tag{23}$$

式中:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{P} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{c}}}\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{0} \\ * & \boldsymbol{P}-(2\cos\omega_{\mathrm{r}})\boldsymbol{Q}-\overline{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{C}} & -\overline{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}} \\ * & * & -\overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}+\alpha^2\boldsymbol{I} \end{bmatrix}$$

令 $\boldsymbol{\Psi}=\boldsymbol{\Phi}^{\perp}=[-\boldsymbol{I}\quad\overline{\boldsymbol{A}}\quad\overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}}]^{\mathrm{T}}$。根据 project 引理[14],若存在 Hermitian 矩阵 $\boldsymbol{W}>0$ 使得

$$\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Xi}+(\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Xi})^{\mathrm{T}}<0 \tag{24}$$

式中:$\boldsymbol{\Xi}=[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{I}\quad\boldsymbol{0}]$,则式(23)成立。经过矩阵变换,式(24)等价于

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{P} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{c}}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{W} & \boldsymbol{0} \\ * & \overline{\boldsymbol{\Psi}}_{22} & \boldsymbol{W}\overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}}-\overline{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}} \\ * & * & -\overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}+\alpha^2\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{25}$$

式中:$\overline{\boldsymbol{\Psi}}_{22}=\boldsymbol{P}-(2\cos\omega_{\mathrm{r}})\boldsymbol{Q}+\overline{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}+\boldsymbol{W}\overline{\boldsymbol{A}}-\overline{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{C}}$。

令 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{W}\boldsymbol{L}$ 并应用 Schur 补引理,式(25)变换为式(19)。因此当 LMI 式(19)成立,性能指标式(11)满足。

下面证明若式(20)成立,则指标式(12)满足且系统渐近稳定。令 $\boldsymbol{\Pi}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\beta^2\boldsymbol{I} \end{bmatrix}$,根据引理 1 在全频域内的推论[13],可得若要保证残差系统(式(10))满足性能指标(式(12)),当且仅当存在 Hermitian 矩阵 $\boldsymbol{W}>0$ 使得式(26)成立:

$$\begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{A}} & \overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{W} \\ \boldsymbol{W} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{A}} & \overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{C}} & \overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Pi} \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{C}} & \overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{26}$$

经过矩阵变换式(26)变换为

$$\begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}+\boldsymbol{W}\overline{\boldsymbol{A}} & \boldsymbol{W}\overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}} & \overline{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}} \\ * & -\beta^2\boldsymbol{I} & \overline{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{27}$$

令 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{W}\boldsymbol{L}$,式(27)可变换为式(20),即当式(20)成立,性能指标(式(12))满足。又知当式(27)成立,易得 $\overline{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}+\boldsymbol{W}\overline{\boldsymbol{A}}<0$,则残差系统式(10)渐近稳定。

综上所述,当 LMI(式(19)和式(20))成立时,残差系统式(10)渐近稳定且满足性能指标式(11)和式(12)。　**证毕**

在不等式(19)和式(20)中,可以将 α 作为优化变量来提高故障检测系统的灵敏度,即求解如式(28)所示的凸优化问题。

$$\max\ \alpha \quad \text{s.t. 式(17) ~ 式(18)} \tag{28}$$

北航学报 赠阅

3 主动容错控制器设计

本节将给出主动容错控制器存在的充分条件,以及反馈控制增益矩阵 $\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的求解方法。

$$\begin{bmatrix} -\widetilde{\boldsymbol{P}} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_c}\widetilde{\boldsymbol{Q}}-\widetilde{\boldsymbol{W}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & \widetilde{\boldsymbol{P}}-(2\cos\omega_r)\widetilde{\boldsymbol{Q}}+\widetilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{W}}+\widetilde{\boldsymbol{W}}\widetilde{\boldsymbol{A}} & \widetilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}} & \widetilde{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \widetilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{29}$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{W}}+\widetilde{\boldsymbol{W}}\widetilde{\boldsymbol{A}} & \widetilde{\boldsymbol{W}}\widetilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}} & \widetilde{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}} \\ * & -\lambda^2\boldsymbol{I} & \widetilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{30}$$

证明 分别取

$$\widetilde{\boldsymbol{\Pi}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & -\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix},\widehat{\boldsymbol{\Pi}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & -\lambda^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}$$

按照定理 1 的证明方法,应用引理 1 可得当式(29)和式(30)成立,闭环系统式(13)渐近稳定且满足性能指标式(14)和式(15)。 **证毕**

下面给出反馈增益矩阵的求解方法。

引理 2[18] 假设 $\boldsymbol{B}$ 列满秩,总存在正交矩阵 $\boldsymbol{U}\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 和 $\boldsymbol{V}\in\mathbf{R}^{m\times m}$ 使得

$$\hat{\boldsymbol{B}}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{B}\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_1\\ \boldsymbol{U}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{B}\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix} \tag{31}$$

式中:$\boldsymbol{U}_1\in\mathbf{R}^{m\times n}$;$\boldsymbol{U}_2\in\mathbf{R}^{(n-m)\times n}$;$\boldsymbol{\Sigma}=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_m)$ 为 $\boldsymbol{B}$ 的非零奇异值。

引理 3[19] 对于列满秩矩阵 $\boldsymbol{B}\in\mathbf{R}^{n\times m}$,如果矩阵 $\boldsymbol{X}_1$ 有如下结构:

$$\boldsymbol{X}_1=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_{11} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{X}_{22}\end{bmatrix}\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{11}\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{U}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{22}\boldsymbol{U}_2 \tag{32}$$

式中:$\boldsymbol{X}_{11}\in\mathbf{R}^{m\times m}>0$,$\boldsymbol{X}_{22}\in\mathbf{R}^{(n-m)\times(n-m)}>0$,则一定存在一个非奇异矩阵 $\hat{\boldsymbol{X}}\in\mathbf{R}^{m\times m}$,使得 $\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{X}}$。

定理 3 考虑闭环系统式(13),给定标量 $\gamma>0$、$\lambda>0$,闭环系统式(13)渐近稳定且满足性能指标式(14)和式(15),当且仅当存在 Hermitian 矩阵 $\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\boldsymbol{Q}_1>0,\boldsymbol{Q}_2>0,\boldsymbol{W}_1>0,\boldsymbol{W}_2>0$,适当维数矩阵 $\boldsymbol{M},\boldsymbol{N}$,满足线性矩阵不等式(33)和式(34)。

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{0} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_c}\boldsymbol{Q}_1-\boldsymbol{W}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & -\boldsymbol{P}_2 & \boldsymbol{0} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_c}\boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{W}_2 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & * & \widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{33} & \widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{34} & \widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{35} & \boldsymbol{C} \\ * & * & * & \widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{44} & \boldsymbol{W}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}} & \boldsymbol{0} \\ * & * & * & * & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{33}$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{Y}}_{11} & \widetilde{\boldsymbol{Y}}_{12} & \widetilde{\boldsymbol{Y}}_{13} & \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}_\tau & \boldsymbol{C} \\ * & \widetilde{\boldsymbol{Y}}_{22} & \boldsymbol{W}_2\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & * & -\lambda^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} \\ * & * & * & -\lambda^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{34}$$

式中:

$$\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{33}=\boldsymbol{P}_1-2\cos\omega_r\boldsymbol{Q}_1+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1+\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{N}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{34}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{N}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{35}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{M}\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}+\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}_{\mathrm{f}}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{44}=\boldsymbol{P}_2-2\cos\omega_r\boldsymbol{Q}_2+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2+\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{Y}}_{11}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1+\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{N}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{Y}}_{12}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{M}\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{N}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{Y}}_{13}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{M}\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{Y}}_{22}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2+\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}$$

$$\boldsymbol{W}_1=\boldsymbol{U}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{11}\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{U}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{22}\boldsymbol{U}_2$$

形如式(9)的主动容错控制反馈增益矩阵可以通过式(35)~式(36)求得。

$$\boldsymbol{K}=\boldsymbol{V}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{W}_{11}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N} \tag{35}$$

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{V}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{W}_{11}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M} \tag{36}$$

证明 将 $\widetilde{\boldsymbol{A}},\widetilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{d}},\widetilde{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{f}},\widetilde{\boldsymbol{C}},\widetilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{d}},\widetilde{\boldsymbol{D}}_{\mathrm{f}}$ 代入式(29)和式(30),取

$$\widetilde{\boldsymbol{Q}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}_1,\boldsymbol{Q}_2)$$

$$\widetilde{\boldsymbol{P}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2)$$

$$\widetilde{\boldsymbol{W}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{W}_1,\boldsymbol{W}_2)$$

得到

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{0} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_c}\boldsymbol{Q}_1-\boldsymbol{W}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & -\boldsymbol{P}_2 & \boldsymbol{0} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_c}\boldsymbol{Q}_2-\boldsymbol{W}_2 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & * & \boldsymbol{\Gamma}_{33} & \boldsymbol{\Gamma}_{34} & \boldsymbol{\Gamma}_{35} & \boldsymbol{C} \\ * & * & * & \boldsymbol{\Gamma}_{44} & \boldsymbol{W}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}} & \boldsymbol{0} \\ * & * & * & * & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{37}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Upsilon}_{11} & \boldsymbol{\Upsilon}_{12} & \boldsymbol{\Upsilon}_{13} & \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}_\tau & \boldsymbol{C} \\ * & \boldsymbol{\Upsilon}_{22} & \boldsymbol{W}_2\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & * & -\lambda^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} \\ * & * & * & -\lambda^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{38}$$

式中:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{33} = \boldsymbol{P}_1 - 2\cos\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{Q}_1 + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1 + \boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1 + \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{A} + \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{34} = \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{H}\boldsymbol{C} - \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{35} = \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{H}\boldsymbol{D}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}_{\mathrm{f}}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{44} = \boldsymbol{P}_2 - 2\cos\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{Q}_2 + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2 - \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2 + \boldsymbol{W}_2\boldsymbol{A} - \boldsymbol{W}_2\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}_{11} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1 + \boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1 + \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{A} + \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}_{12} = \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{H}\boldsymbol{C} - \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}_{13} = \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{H}\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} + \boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}_{22} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2 - \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2 + \boldsymbol{W}_2\boldsymbol{A} - \boldsymbol{W}_2\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}$$

设 $\boldsymbol{B}$ 列满秩,根据引理 2 可知一定存在正交矩阵 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$,使得 $\boldsymbol{B}$ 作如下分解:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{39}$$

根据引理 3 若 $\boldsymbol{B}$ 列满秩,存在一个非奇异矩阵 $\hat{\boldsymbol{W}}$,使得 $\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}$,将式(39)代入,可得

$$\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{W}} \tag{40}$$

令 $\boldsymbol{W}_1 = \boldsymbol{U}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{11}\boldsymbol{U}_1 + \boldsymbol{U}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{22}\boldsymbol{U}_2$,代入式(40),可得

$$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{11} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{W}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{W}} \tag{41}$$

得到

$$\hat{\boldsymbol{W}} = \boldsymbol{V}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{W}_{11}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{42}$$

令

$$\boldsymbol{M} = \hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{H} \tag{43}$$

$$\boldsymbol{N} = \hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{K} \tag{44}$$

将式(42) ~ 式(44)和 $\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}$ 代入式(37)和式(38)可得式(33)和式(34)。 **证毕**

将 γ、λ 分别作为提高残差信号对故障信号和干扰信号鲁棒性的优化变量,则主动容错控制器参数 $\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 通过求解如下凸优化问题得到:

$$\min\ c_1\gamma + c_2\lambda \quad \text{s.t. 式(35) ~ 式(36)} \tag{45}$$

式中:c_1 和 c_2 为选择的优化比例因子。

4　数值仿真

本节验证所提故障检测滤波器和残差反馈容错控制器设计方法的有效性。以 HiMAT 飞行器[20]纵向短周期运动模型为例,将某一设计点以升降舵作为输入进行线性化,得到该设计点处的连续系统模型:

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} -1.835 & 0.975 \\ 25.896 & -2.503 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} -0.277 \\ -22.109 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C}_{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

设采样周期为 1 ms,取扰动和故障分布阵为

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{cd}} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B}_{\mathrm{cf}} = \begin{bmatrix} -0.6 \\ -0.3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{\mathrm{cd}} = [0.1] \qquad \boldsymbol{D}_{\mathrm{cf}} = [0.6]$$

根据定理 1,求解 LMIs(式(19)和式(20))和优化问题式(28)可得滤波器参数 $\boldsymbol{L}$ 和对应的 $\alpha_{\max}$ 为

$$\begin{cases} \boldsymbol{L} = [0.0476 \quad -0.871]^{\mathrm{T}} \\ \alpha_{\max} = 1.5326 \end{cases} \tag{46}$$

假设 τ_k 为在 $[0, T)$ 间均匀分布的随机变量,干扰信号 $\boldsymbol{d}(k)$ 为均值为 0,幅值小于 0.05 的随机信号。

取故障的频率范围已知为 $\omega \in [0.1, 10]$ rad/s,假设故障 $\boldsymbol{f}(t)$ 为已知频率为 $\pi/4$ 的正弦函数,即

$$\boldsymbol{f}(t) = \begin{cases} 0.2\sin\left(\dfrac{\pi}{4}t\right) & 4\ \mathrm{s} \leqslant t \leqslant 16\ \mathrm{s} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

为验证本文方法对有限频域范围内故障的检测效果,分别应用本文有限频域方法和全频域方法对上述故障进行检测,故障检测仿真结果如图 2和图 3 所示。由图 2 可以看出采用本文方法获得的残差能够更好地反映系统故障。

残差评估函数如图 3 所示,应用全频域方法当 $t = 4.239$ s 时,$J(k) = 0.149 > J_{\mathrm{th}}$,检测时间 $T_{\mathrm{d}} = 0.239$ s;应用本文有限频域方法当 $t = 4.157$ s 时,$J(k) = 0.146 > J_{\mathrm{th}}$,检测时间 $T_{\mathrm{d}} = 0.157$ s。可以看出应用本文方法下故障检测速度更快。

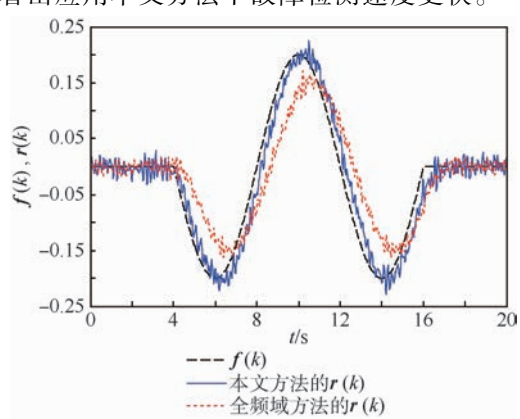


图 2　残差信号对比

Fig. 2　Comparison of residual signals

北航学报 赠阅

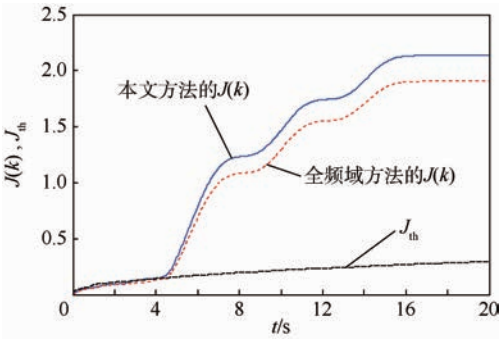


图 3 残差评估函数对比

Fig. 3 Comparison of residual evaluation functions

为进一步验证本文所提方法的有效性，在选定频率段 $\omega \in [0.1, 10]$ rad/s 内，分别采用本文所提方法和全频域方法，对不同频率故障进行多次仿真，故障检测结果如表 1 所示，可以看出设计的滤波器对已知频率范围内的故障检测效果更好。

根据定理 3 求解 LMIs（式(33)和式(34)）并代入式(35)和式(36)，选取优化比例因子 $c_1 = 5c_2$，可得容错控制器参数 $\boldsymbol{K} = [1.641 \quad -6.622]$，$\boldsymbol{H} = [-0.623]$，相应的 $\gamma = 0.3931$ 和 $\lambda = 1.454$。

将上述控制器参数代入闭环系统进行仿真，同样为验证本文方法对有限频域范围内故障的补偿效果，应用全频域方法求解一组控制器参数进行仿真对比，飞行器迎角 α 变化如图 4 所示。

表 1 不同频率故障检测时长

Table 1 Duration of fault detection under different frequency

故障频率/(rad·s^{-1})	检测时长/s	
	本文方法	全频域方法
0.1	0.178	0.241
1.0	0.143	0.238
4.0	0.126	0.235
10.0	0.175	0.232

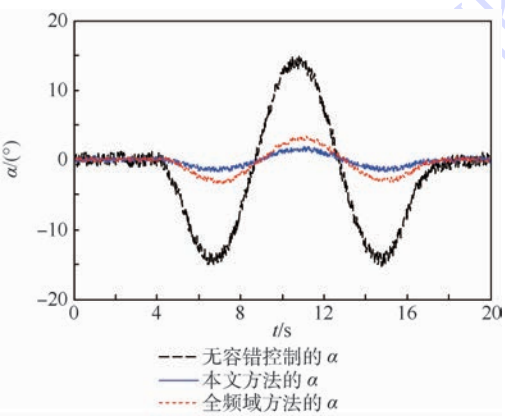


图 4 被控输出对比

Fig. 4 Comparison of controlled outputs

从图 4 中仿真结果可以归纳得出：发生有限频域内正弦故障后，在全频域方法设计的主动容错控制器作用下飞行器迎角浮动 $|\Delta\alpha| < 3.5°$，在本文方法设计的残差反馈主动容错控制器作用下飞行器迎角浮动 $|\Delta\alpha| < 2.1°$，说明本文方法设计的控制器参数对于一定频率范围内的故障鲁棒性更强，同样对不同频率故障进行多次仿真，迎角输出变化幅值如表 2，可以看出设计的主动容错控制器对已知频率范围内的故障容错效果更好。

表 2 不同频率下控制输出结果

Table2 Control output results under different frequency

故障频率/(rad·s^{-1})	$\lvert\Delta\alpha_{max}\rvert$/(°)	
	本文方法	全频域方法
0.1	2.6	3.5
1.0	2.0	3.4
4.0	1.8	3.4
10.0	2.5	3.3

5 结 论

本文在存在随机短时延的情况，针对有限频域内的故障，设计了故障检测滤波器和基于残差反馈的主动容错控制器。通过对飞行器的仿真表明：

1）对于特定频率段的故障信号，相比于传统方法，采用本文提出的算法，可以有效缩短检测时长。

2）采用基于残差反馈的主动容错控制器，可以对故障进行有效的补偿，而且对于有限频段的故障信号，能够获得更好的控制性能。

3）提出的方法对于系统中普遍存在的干扰和时延具有一定的鲁棒性，在存在时延和外界干扰的情况下仍然能实现故障检测和容错控制，并且具有良好的性能。

综上所述，所提方法能够有效抑制外界干扰和未知时延对系统的影响。对于飞行器发生的有限频域内故障具有良好的检测性能和容错控制效果。

参考文献（References）

[1] XU L J, WANG Q, LI W, et al. Stability analysis and stabilisation of full-envelope networked flight control systems: Switched system approach[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(2): 286-296.

[2] DONG W, SHI P, WANG W, et al. Non-fragile H_∞ control for switched stochastic delay systems with application to water quality process[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24(11): 1677-1693.

[3] LIAN J, MU C, SHI P. Asynchronous H_∞ filtering for switched stochastic systems with time-varying delay[J]. Information Sciences, 2013, 224: 200-212.

[4] 董全超. 线性时滞系统鲁棒 H_∞ 故障估计与主动容错控制[D]. 济南:山东大学, 2010.
DONG Q C. Robust H_∞ fault estimation and active fault tolerant control for linear time-delay system[D]. Jinan: Shandong University, 2010 (in Chinese).

[5] WANG Y Q, YE H, WANG G Z. Residual generation and evaluation of networked control systems subject to random packet dropout[J]. Automatica, 2009, 45(10): 2427-2434.

[6] GAO Z W. Fault estimation and fault-tolerant control for discrete time dynamic systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(6): 3874-3884.

[7] 马奥家,董朝阳,王青. 飞行器网络控制系统故障检测与时域优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(3): 407-412.
MA A J, DONG C Y, WANG Q. Fault detection and time domain of flight networked control system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(3): 407-412 (in Chinese).

[8] MESKIN N, KHORASANI K. Fault detection and isolation of discrete-time Markovian jump linear systems with application to a network of multi-agent systems having imperfect communication channels[J]. Automatica, 2009, 45(9): 2032-2040.

[9] MESKIN N, KHORASANI K. Actuator fault detection and isolation for a network of unmanned vehicles[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(4): 835-840.

[10] MESKIN N, KHORASANI K, RABBATH C A. A hybrid fault detection and isolation strategy for a network of unmanned vehicles in presence of large environmental disturbances[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(6): 1422-1429.

[11] GUO Y Y, JIANG B. Mulitiple model-based adaptive reconfiguration control for actuator fault[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(11): 1452-1458.

[12] DONG Q C, ZHONG M Y, DING S X. Active fault tolerant control for a class of linear time-delay systems in finite frequency domain[J]. International Journal of System Science, 2012, 43(3): 543-551.

[13] IWASAKI T, HARE S. Generalized KYP lemma: Unified frequency domain inequalities with design applications[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(1): 41-59.

[14] WANG H, YANG G H. A finite frequency domain approach fault detection for linear discrete-time systems[J]. International Journal of Control, 2008, 81(7): 1162-1171.

[15] LONG Y, YANG G H. Fault detection in finite frequency domain for networked control systems with missing measurements[J]. Journal of the Franklin Institute, 2013, 350(9): 2605-2626.

[16] DU D S, JIANG B, SHI P. Fault detection for discrete time switched systems with intermittent measurements[J]. International Journal of Control, 2012, 85(1): 78-87.

[17] 王永强,叶昊,王桂增. 网络化控制系统故障检测技术最新进展[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(4): 400-409.
WANG Y Q, YE H, WANG G Z. Recent development of fault detection techniques for networked control systems[J]. Control Theory and Applications, 2009, 26(4): 400-409 (in Chinese).

[18] FENG J, WANG S Q, ZHAO Q. Closed-loop design of fault detection for networked non-linear systems with mixed delays and packet losses[J]. IET Control Theory & Applications, 2013, 7(6): 858-868.

[19] LIU Y R, WANG Z D, LIANG J L, et al. Synchronization and state estimation for discrete time complex networks with distributed delays[J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics, 2008, 38(5): 1314-1325.

[20] HOU Y Z, DONG C Y, WANG Q. Stability analysis of switched linear systems with locally overlapped switching law[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 33(2): 396-403.

作者简介:

程昊宇　男,博士研究生。主要研究方向:故障检测,容错控制,鲁棒控制,飞行器设计。

董朝阳　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器建模与设计,故障检测,滑模控制,自适应控制。

王青　女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:导航制导与控制,故障检测,容错控制,网络控制系统的分析与设计。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Fault detection and fault tolerant control in finite frequency domain for networked control system

CHENG Haoyu[1], DONG Chaoyang[1,*], MA Aojia[1], WANG Qing[2]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The problem of fault detection and fault tolerant control in finite frequency domain for networked control system with random time delay is investigated in this article. Considering the fault in finite frequency domain, the fault detection filter with prescribed performance is proposed. In order to ensure the control performance of the system, an active fault tolerant controller based on residual feedback is proposed to compensate the fault signal. The sufficient conditions of fault detection filter and active fault tolerant controller satisfying given performance in finite frequency domain are derived. The parameters of the fault detection filter and the active fault tolerant controller are solved by linear matrix inequalities. Numerical simulation shows the superiority and effectiveness of fault detection filter and fault tolerant controller.

Keywords: finite frequency domain; active fault tolerant; residual feedback; fault detection; networked control system

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-07; **Accepted**: 2016-06-02; **Published online**: 2016-09-06 15:48
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160906.1548.006.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61273083, 61374012)
* **Corresponding author**. E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0183

基于神经网络的撞球机器人控制器设计

高家颖[1], 何秋阳[2,*], 詹志新[1]
(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 约克大学 计算机科学学院, 约克 YO10 5DD)

摘 要: 对撞球机器人的母球控制问题展开研究,设计了一种基于神经网络(NN)的控制器,使机器人能够控制母球在击打目标球后按照预定的模式运动至目标点——即完成走位。针对该问题非线性且非光滑的特点,对坐标系进行阐述并给出机器人击球的模型;在光滑的假设下使用理论分析的方法建立母球的运动学模型与边库反弹的理想镜像模型;进而使用神经网络方法对理想模型进行修正,并对不同的轨迹模式进行分析与分类。测试结果表明:经过训练的机器人能够掌握各种模式的走位,统计结果与模型分析结果相吻合;相比于单一使用神经网络方法,本文使用理论分析与神经网络相结合的方法能够有效地提升网络的品质,降低训练的误差。

关 键 词: 撞球机器人; 运动学分析; 神经网络(NN); 轨迹分类器; 非线性非光滑
中图分类号: TP183
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0533-11

随着人工智能技术的发展,越来越多的机器人被研制并开始代替人脑网络进行感知、决策与控制等行为。撞球机器人作为一个有趣的研究对象,一直受到计算机、数学和应用物理等领域研究者们的关注。从 20 世纪 80 年代起,已经有相当数量的机器人被设计、制造用以模仿、学习人类打球的行为[1-3]。其中的关键技术包括:计算机视觉技术[4]、控制技术[5]以及智能决策技术[6]等。本文对机器人的母球控制方法进行研究,目的是使机器人能够按照给定的轨迹模式,选择合适的控制量击球,并使母球在和目标球碰撞后运动至目标点,即完成走位。

对于优秀的人类球手,在精确瞄准的同时还需要选择适当的力度与旋转使母球在与目标球碰撞后停到一个合理的位置以便于连续得分。对于机器人而言,控制母球走位是一个复杂问题。母球在球杆初始冲量的作用下,其运动过程伴随着质心的平动与绕质心的转动、与目标球的碰撞以及若干次与边库的碰撞;在这个过程中,球体的运动状态由滑动变为纯滚动直到最终静止。因此,走位问题是一个非线性非光滑的复杂问题。目前对该问题的解决方法主要是理论分析与数值模拟。Domènech[7]分析并建立了母球与目标球碰撞的非光滑模型。在其工作的基础上,Mathavan 等[8]对考虑摩擦力的球体碰撞模型进行了数值仿真,并进一步研究了母球与边库碰撞的非光滑模型。文献[9]以碰撞力学为基础,给出了球体间以及球体与边库间碰撞的详细力学分析,其优点是模型完整且有详细的理论依据;但另一方面,其模型的准确性依赖于物理参数的选取,如球体运动中侧旋衰减的角加速度、球体与球体碰撞时的动摩擦因数、边库被球体冲撞时的凹陷形变量以及反弹径向力的方向等。一方面,这些参数的选取影响着模型的准确性却难以有效的获取。另一方面,由于模型的仿真需要多次迭代,无法获得解析解,因此运行效率较低。

收稿日期: 2016-03-09; **录用日期**: 2016-07-01; **网络出版时间**: 2016-10-10 08:57
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161010.0857.001.html
* **通讯作者**: E-mail: heqiuyang926@163.com

引用格式: 高家颖, 何秋阳, 詹志新. 基于神经网络的撞球机器人控制器设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 533-543.
GAO J Y, HE Q Y, ZHAN Z X. Design of neural network controller for a billiard robot[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 533-543 (in Chinese).

北航学报 赠阅

在理论分析方法开展的同时,相关问题还吸引着神经感知方面的学者对其进行研究。他们希望借助人类球手的经验和学习过程去提升机器人的能力。Yang 等[3]设计了一种模糊神经补偿器用于研究撞球运动中的投掷效应,并提升了机器人击球的准确性。

神经网络(NN)在模式识别、智能控制及预测等方面已经展现了其优越性[10-12]。由一个输入层、一个隐藏层以及一个输出层所组成的 3 层网络在理论上可以以任意精度逼近任何非线性连续函数。在处理复杂问题时,使用神经网络方法具有如下几个优点:实现了非线性非光滑关系的隐式表达、容错性好、预测精度高,具有较强的联想、记忆与泛化能力。

本文使用神经网络的方法对矩形球桌区域中母球的走位问题展开研究。首先对坐标系进行阐述并给出了击球模型;然后在理想光滑的假设下通过理论分析提出了母球的理想运动模型与边库反弹的理想镜像模型;进而使用神经网络方法对理想模型进行修正,并对不同的轨迹模式进行分析与分类:①对只包含球体碰撞不包含边库反弹的轨迹模式进行分析;②对球体碰撞后只包含 1 次边库反弹的走位问题进行研究。在此基础上,通过模式分类对包含 2 次边库反弹的走位问题进行讨论,提出了轨迹模式的分类方法,并将问题延伸至包含多次边库反弹的情况,同时通过分析轨迹的几何特征对包含多次反弹的神经网络模型进行降维处理。经过学习和训练,为每一种走位模式建立相应的神经网络模型,并给出了测试结果,验证方法的可行性。

1 理想模型与神经网络模型

1.1 坐标系的定义

1.1.1 全局坐标系 O_T-$X_TY_TZ_T$

全局坐标系用于描述球体的绝对位置,在球桌的 2 维平面俯视图中,全局坐标系的原点 O_T 位于左上角,轴 O_TX_T 的方向向右,轴 O_TY_T 的方向向下,如图 1 所示。轴 O_TZ_T 的方向由 O_TX_T 与 O_TY_T 根据右手定则确定。击打坐标系为 O-XYZ,碰撞坐标系为 O_C-$X_CY_CZ_C$,α_i 为球体碰撞入射角。图 1 中球桌的 4 条边库编号分别为 1、2、3 和 4。

1.1.2 击打坐标系 O-XYZ

击打坐标系用于描述击球过程,原点 O 位于母球质心在桌面上的初始点,轴 OX 指向击球方向,轴 OY 与轴 OX 垂直,且与母球与目标球的连线成钝角。OZ 与 O_TZ_T 方向相同。

击球通过球杆对球的冲撞完成。在约 200 μs[13]时间内,球杆将冲量传递给母球。假设在水平冲量 $\boldsymbol{P}_I=\boldsymbol{F}_It_I$ 作用下,质量为 M 的母球获得速度 $\boldsymbol{V}_0$(方向与 $\boldsymbol{P}_I$ 相同)以及角速度 $\boldsymbol{\omega}_0$($\boldsymbol{F}_I$ 和 t_I 分别为击球水平冲力和球杆和球撞击的作用时间)。其中角速度被分解为横向角速度 ω_{0H} 以及纵向角速度 ω_{0V},如图 2 所示。设冲力 $\boldsymbol{F}_I$ 作用点为 $\boldsymbol{P}_A(S_x,S_y,0)$,$S_x$ 和 S_y 分别为击球正视图中击球点距离球心的水平与竖直距离,则由动量定理和动量矩定理可得

$$M\boldsymbol{V}_0=\boldsymbol{F}_It_I \tag{1}$$

$$I\omega_{0H}=\boldsymbol{F}_It_IS_x \tag{2}$$

$$I\omega_{0V}=\boldsymbol{F}_It_IS_y \tag{3}$$

式中:I 为球体的转动惯量。

因此,在控制量 $\boldsymbol{F}_I$、S_x、S_y 作用下,得到了球体初始速度与角速度在击打坐标系中的投影:

$$\boldsymbol{V}_0=[v_0\quad 0\quad 0]^T,\boldsymbol{\omega}_0=[0\quad \omega_{0V}\quad \omega_{0H}]^T$$

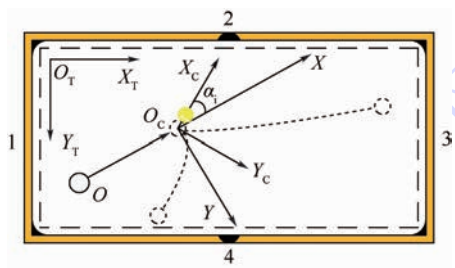


图 1 全局坐标系、击打坐标系与碰撞坐标系

Fig. 1 Global coordinate system, stroking coordinate system and collision coordinate system

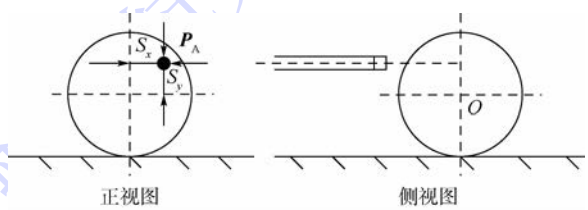


图 2 击球的正视图与侧视图

Fig. 2 Front view and side view of stroking

1.1.3 碰撞坐标系 O_C-$X_CY_CZ_C$

碰撞坐标系用于描述母球与目标球的碰撞过程,原点 O_C 位于母球与目标球的碰撞点,轴 O_CX_C 指向母球与目标球的连线。轴 O_CY_C 垂直于 O_CX_C 且与击打系的 OX 轴成锐角。O_CZ_C 与 O_TZ_T 方向相同。

1.2 球体的运动学模型

在击打坐标系下,母球以速度 $\boldsymbol{v}_M$,角速度 $\boldsymbol{\omega}_M$,角度 α_i 与目标球发生斜碰,如图 3(a)所示。球与桌面的动摩擦因数为 μ_s。假设碰撞过程光滑、无能量损失,且不考虑球体与球体之间的摩擦

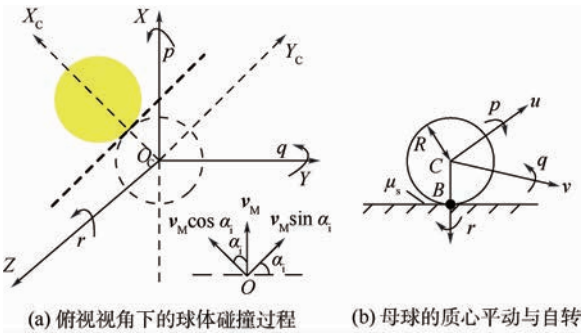


图 3　击打坐标系下母球与目标球的碰撞示意图

Fig. 3　Schematic diagram of collision of cue ball and object ball in stroking coordinate system

作用，不考虑边库反弹。在与目标球碰撞后的瞬时，母球在击打坐标系下的速度为

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{D}}(0)=\begin{bmatrix} v_{\mathrm{M}}\sin\alpha_i\cos\alpha_i \\ v_{\mathrm{M}}\sin\alpha_i\sin\alpha_i \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

两球碰撞后，对母球的运动过程进行理论分析，见图 3(b)。设 B 为母球与桌面的接触点，B 点对桌面的相对速度表示为

$$\boldsymbol{v}_B=\boldsymbol{v}_C+\boldsymbol{\omega}\times\overrightarrow{CB} \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{v}_C$ 为运动中母球质心速度；$\boldsymbol{\omega}$ 为绕质心转动的角速度；$\overrightarrow{CB}$ 为 B 指向质心的矢径。在击打坐标系下，$\boldsymbol{v}_C$ 可分解表示为 $\boldsymbol{v}_C=[u\quad v\quad 0]^{\mathrm{T}}$，$u$ 和 v 分别为球体质心速度在击打坐标系水平坐标轴上的投影；$\boldsymbol{\omega}$ 可分解表示为 $\boldsymbol{\omega}=[p\quad q\quad r]^{\mathrm{T}}$，$p$、$q$ 和 r 分别为球体角速度在击打坐标系 3 轴上的投影。当 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{B}}\neq\boldsymbol{0}$ 时，球体受到来自桌面的滑动摩擦力作用。将式(5)投影到击打坐标系中，表示为

$$\boldsymbol{v}_B=\begin{bmatrix} v_{Bx} \\ v_{By} \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u+Rq \\ v-Rp \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中：R 为球体的半径。

球体在运动中受到滑动摩擦力 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}$ 的作用：

$$|\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}|=\mu_{\mathrm{s}}N \tag{7}$$

式中：N 为桌面对球体的支持力，其方向总是指向球桌正上方。滑动摩擦力的方向与 $\boldsymbol{v}_B$ 的方向相反，因此：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}=\frac{-\boldsymbol{v}_B}{|\boldsymbol{v}_B|}\mu_{\mathrm{s}}N \tag{8}$$

式中：$|\boldsymbol{v}_B|=\sqrt{(u+Rq)^2+(v-Rp)^2}$ 为相对速度的模，进而将滑动摩擦力投影到击打坐标系中分解为 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}=[f_{sx}\quad f_{sy}\quad 0]^{\mathrm{T}}$：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}=\begin{bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\mu_{\mathrm{s}}N(u+Rq)/|\boldsymbol{v}_{\mathrm{B}}| \\ -\mu_{\mathrm{s}}N(v-Rp)/|\boldsymbol{v}_{\mathrm{B}}| \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

除滑动摩擦力外，球体在运动中还受到重力 $\boldsymbol{G}=[0\quad 0\quad Mg]^{\mathrm{T}}$（$g$ 为重力加速度常数）与桌面的支持力 $\boldsymbol{N}=[0\quad 0\quad -N]^{\mathrm{T}}$，由刚体质心的动量定理及动量矩定理有

$$\frac{\mathrm{d}(M\boldsymbol{v}_C)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{F} \tag{10}$$

$$I\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{M}_C \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{F}$ 为球体所受的合外力；$\boldsymbol{\beta}$ 为球体自转的角加速度；t 为时间变量；$\boldsymbol{M}_C$ 为质心受到的合力矩，可表示为

$$\boldsymbol{M}_C=\boldsymbol{F}\times\overrightarrow{CB} \tag{12}$$

在击打坐标系下，将式(10)展开得到

$$f_{sx}\mathrm{d}t=M\mathrm{d}u \tag{13}$$

$$f_{sy}\mathrm{d}t=M\mathrm{d}v \tag{14}$$

$$N=Mg \tag{15}$$

在击打坐标系下 $\boldsymbol{\beta}=[\beta_x\quad\beta_y\quad\beta_z]$。结合式(10)～式(12)得到

$$-f_{sy}R=\beta_x I \tag{16}$$

$$f_{sx}R=\beta_y I \tag{17}$$

将式(13)～式(17)在时间$[0,t_i]$上积分得到

$$\int_0^{t_i}f_{sx}\mathrm{d}t=M(u_{t_i}-u_0) \tag{18}$$

$$\int_0^{t_i}f_{sy}\mathrm{d}t=M(v_{t_i}-v_0) \tag{19}$$

$$-R\int_0^{t_i}f_{sy}\mathrm{d}t=I(p_{t_i}-p_0) \tag{20}$$

$$R\int_0^{t_i}f_{sx}\mathrm{d}t=I(q_{t_i}-q_0) \tag{21}$$

由式(18)～式(21)得到

$$-RM(v_{t_i}-v_0)=I(p_{t_i}-p_0) \tag{22}$$

$$RM(u_{t_i}-u_0)=I(q_{t_i}-q_0) \tag{23}$$

另一方面，式(6)对时间进行微分可得

$$\frac{\mathrm{d}v_{Bx}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_{By}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}-R\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$$

即

$$\dot{v}_{Bx}=\alpha_x+R\beta_y \tag{24}$$

$$\dot{v}_{By}=\alpha_y-R\beta_x \tag{25}$$

式中：u_0、v_0 与 p_0、q_0 分别表示球体在 0 时刻的速度与角速度分量；u_{t_i}、v_{t_i} 与 p_{t_i}、q_{t_i} 分别表示球体在时刻 t_i 的速度与角速度分量；α_x、α_y 为球体质心加速度分量。

将式(13)～式(17)代入式(24)和式(25)，可得

$$\dot{v}_{Bx}=\frac{f_{sx}}{M}-\frac{R^2}{I}f_{sx}=f_{sx}\left(\frac{1}{M}+\frac{R^2}{I}\right)$$

北航学报 赠阅

$$\dot{v}_{By}=\frac{f_{sy}}{M}+\frac{R^2}{I}f_{sy}=f_{sy}\left(\frac{1}{M}+\frac{R^2}{I}\right)$$

式中：$I=2/5(MR^2)$，即

$$\dot{v}_{Bx}=\frac{7}{2}\cdot\frac{f_{sx}}{M} \tag{26}$$

$$\dot{v}_{By}=\frac{7}{2}\cdot\frac{f_{sy}}{M} \tag{27}$$

将式(9)和式(6)代入式(26)和式(27)，得到

$$\frac{\mathrm{d}v_{Bx}}{\mathrm{d}t}=-\frac{7\mu_s g}{2|\boldsymbol{v}_B|}(u+Rq)=-\frac{7\mu_s g}{2|\boldsymbol{v}_B|}v_{Bx} \tag{28}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_{By}}{\mathrm{d}t}=-\frac{7\mu_s g}{2|\boldsymbol{v}_B|}(v-Rp)=-\frac{7\mu_s g}{2|\boldsymbol{v}_B|}v_{By} \tag{29}$$

令 $\Omega=-\frac{7\mu_s g}{2|\boldsymbol{v}_B|}$，则

$$\frac{\mathrm{d}v_{Bx}}{\mathrm{d}t}=\Omega v_{Bx},\frac{\mathrm{d}v_{By}}{\mathrm{d}t}=\Omega v_{By}$$

因此：

$$\frac{\mathrm{d}v_{Bx}/\mathrm{d}t}{\mathrm{d}v_{By}/\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_{Bx}}{\mathrm{d}v_{By}}=\frac{v_{Bx}}{v_{By}} \tag{30}$$

求解微分方程式(30)，得到

$$\ln(v_{Bx})=\ln(v_{By})+C_1 \tag{31}$$

故：

$$v_{Bx}=v_{By}\mathrm{e}^{C_1}=v_{By}C_2$$

式中：C_1、C_2 为常数。式(31)表明：在母球的滑动过程中，底部接触点 B 对桌面的相对速度方向始终保持不变。因此，滑动摩擦力的方向和大小也始终保持不变，母球在进入纯滚动状态前的运动轨迹为二次曲线。

在与目标球发生完全弹性碰撞后的瞬时，母球将以式(4)中给出的速度继续运动，角速度的大小与方向与碰撞前保持一致。由于碰撞后球体底部的速度方向保持不变，设：

$$\frac{v_{Bx}}{v_{By}}=\frac{u+Rq}{v-Rp}=\Phi$$

则球体受到的滑动摩擦力在击打坐标系 2 轴上的投影为

$$f_{sx}=-\mu_s Mg\frac{\Phi}{\sqrt{1+\Phi^2}} \tag{32}$$

$$f_{sy}=-\mu_s Mg\frac{1}{\sqrt{1+\Phi^2}} \tag{33}$$

因此：

$$\alpha_x=-\frac{\mu_s g\Phi}{\sqrt{1+\Phi^2}},\alpha_y=-\frac{\mu_s g}{\sqrt{1+\Phi^2}}$$

在球体滑动的过程中，质心速度为

$$u(t)=-\frac{\mu_s g\Phi}{\sqrt{1+\Phi^2}}t+v_{Dx} \tag{34}$$

$$v(t)=-\frac{\mu_s g}{\sqrt{1+\Phi^2}}t+v_{Dy} \tag{35}$$

式中：v_{Dx}、v_{Dy} 分别为母球与目标球碰撞结束瞬时母球速度在击打坐标系中的投影。

当运动至纯滚动状态时，满足

$$u_{pr}=-Rq_{pr} \tag{36}$$

$$v_{pr}=Rp_{pr} \tag{37}$$

式中：u_{pr}、v_{pr} 和 p_{pr}、q_{pr} 分别为球体在纯滚动状态下击打坐标系下的速度分量与角速度分量。

将式(36)和式(37)代入式(22)和式(23)，得到纯滚动发生瞬时球体的速度分量为

$$v_{prx}=\frac{5}{7}v_{Dx}-\frac{2}{7}Rq_D \tag{38}$$

$$v_{pry}=\frac{5}{7}v_{Dy}-\frac{2}{7}Rp_D \tag{39}$$

式中：v_{prx} 和 v_{pry} 分别为球体进入纯滚动状态瞬时的速度分量；p_D 和 q_D 分别为母球与目标球碰撞结束瞬时母球自转角速度在击打系中的投影。

则击打系下的滑动轨迹为

$$x_s(t)=-\frac{\mu_s g\Phi}{2\sqrt{1+\Phi^2}}t^2+v_{Dx}t \tag{40}$$

$$y_s(t)=-\frac{\mu_s g}{2\sqrt{1+\Phi^2}}t^2+v_{Dx}t \tag{41}$$

当母球进入滚动状态后，底部 B 点与桌面间的相对速度为 0，滑动摩擦力为 0，母球将在滚动摩擦阻力、空气阻力的作用下运动至静止。由于纯滚动阶段球体的运动加速度较低，因此将该过程中的阻力加速度 α' 设为定值(设 $\alpha'>0$)，α' 在击打系下的投影为

$$\alpha'_x=-\alpha'\frac{u_{pr}}{\sqrt{u_{pr}^2+v_{pr}^2}},\alpha'_y=-\alpha'\frac{v_{pr}}{\sqrt{u_{pr}^2+v_{pr}^2}}$$

则纯滚动阶段球体的运动轨迹表述为

$$x_{pr}(t)=-\frac{u_{pr}^2}{2\alpha'_x},y_{pr}(t)=-\frac{v_{pr}^2}{2\alpha'_y}$$

经过上述推导，结合滑动与纯滚动 2 个阶段的运动过程可以预测出在理想条件下母球最终静止的位置(击打坐标系)。设定球体直径为 26.25 mm，质量为 0.140 6 kg，球体与桌面的动摩擦因数取 0.5，在斜碰角度为 25.0°、速度为 1.0 m/s 的条件下，对母球以不同角速度 $\boldsymbol{\omega}_M$ 与目标球进行碰撞后的分离轨迹进行仿真，如图 4 所示，碰撞时母球的前旋角速度越大，分离轨迹沿 X 轴正向且离 Y 轴越远；碰撞时母球的后旋角速度越大，分离轨迹沿 X 轴负向且离 Y 轴越远。

为了便于后续分析，使用碰撞坐标系中的极坐标对母球的初始位置 O 与最终位置 B 进行描

北航学报 赠阅

述，角 $\angle BO_CY_C = \alpha_o$ 为输出角，并规定当 $\angle BO_CO$ 为钝角时 α_o 为正；B 与 O_C 的距离 $\overline{O_CB} = L_o$ 为输出距离。击打坐标系与碰撞坐标系的夹角 α_i 为输入角，击球距离 L_i 为输入距离。图 4 所示的仿真结果表明，在碰撞时角速度越接近 0°，则轨迹的输出角越接近 0°。角速度越大，轨迹偏离轴 OY 越远。

此外，推导过程表明，在无边库反弹的情况下，球体的运动轨迹与球体自身的侧旋角速度 r 无关，这与相关文献中论述的结果一致[10]。

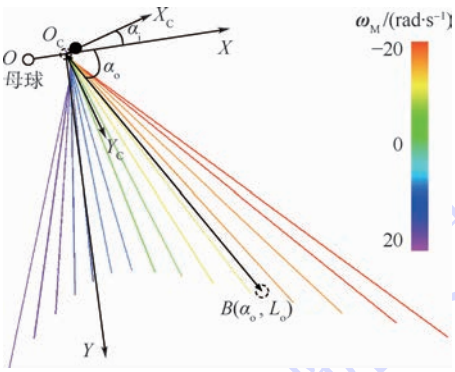


图 4　以不同角速度碰撞后的母球运动轨迹仿真

Fig. 4　Cue ball trajectory simulation under different angular velocity after balls collision

1.3　边库反弹的理想镜像模型

在完全光滑、无摩擦、无变形和无能量损失的假设下，边库反弹的理想路径可通过光的反射定律得到。假设球桌的 4 条边库编号分别为 1 ~ 4，如图 1 所示。首先在第 1.2 节所述的理想条件下计算出母球在碰撞坐标系中的最终位置 $M_1(\alpha_o, L_o)$，再通过光的反射定律将 M_1 点顺次映射到桌面上，得到母球在与目标球碰撞后的理想镜像轨迹：设该轨迹按顺序分别与边库 $c_1, c_2, \cdots, c_{num}$（$c_i = \{1,2,3,4\}$）在 B_1, B_2, B_{num} 点发生碰撞，最终停在终点 B 处。如图 5 所示，$M_{num}, M_{num-1}, \cdots, M_1$ 为 B 点与相应边库直线的镜像点。则该理想镜像轨迹可以由碰撞坐标系中的输出点 $M_1(\alpha_o, L_o)$ 与各轨迹段的长度进行描述，共 num + 3 维数据。

$$\text{Traj}: \overrightarrow{O_CB_1}, \overrightarrow{B_1B_2}, \cdots, \overrightarrow{B_{num-1}B_{num}}, \overrightarrow{B_{num}B}, M_1(\alpha_o, L_o)$$

根据光的反射定律有

$$\overrightarrow{B_{num}B} = \overrightarrow{O_CM_1} = L_o - \left(\overrightarrow{O_CB_1} + \sum_{1}^{num-1} \overrightarrow{B_iB_{i+1}}\right)$$

因此轨迹的维度降至 num + 2 维，即

$$\text{Traj}: \overrightarrow{O_CB_1}, \overrightarrow{B_1B_2}, \cdots, \overrightarrow{B_{num-1}B_{num}}, M_1(\alpha_o, L_o)$$

1.4　神经网络模型

综上所述，球体的理想轨迹模型由 2 个部分组成，即：球体的运动学模型与边库反弹的理想镜像模型。理想模型能够定性地反映出球体运动的规律，但是无法准确地预测出母球最终停留的位置，因此并不能有效地解决本文提出的走位问题，这主要是因为：不论球体间的碰撞还是球体与边库的碰撞都存在着能量损失以及材料的变形，走位问题是一个非光滑非线性的复杂问题。球体间碰撞的能量损失与碰撞的角度、速度以及角速度都存在着复杂的关系，其中涉及到的重要物理参数如恢复系数、球体间的滑动摩擦系数很难通过实验给出准确值。球体在与边库碰撞时，边库会在冲量作用下产生凹陷的变形，且会对球体与边库的径向速度、切向速度与角速度产生复杂的影响。由于传统的理论分析方法难以有效地解决走位问题，本文尝试使用神经网络方法展开研究。

在控制量、输入角与输入距离已知，母球与边库的碰撞顺序给定的前提下，抛开球体运动过程中受到的复杂因素影响，母球的最终位置 B 都可以作为确定的结果被机器人获取。在母球与目标球碰撞后由 O_C 运动至终点 B 的过程中，若干种不同的撞库模式都可能满足走位的要求，其中的一些轨迹路线如图 6 所示。

本文使用神经网络的方法，使机器人通过不断的训练掌握各种不同轨迹模式的母球走位。每一种轨迹模式都对应着一个 BP 神经网络模型，如图 7 所示。网络模型采用经典的 3 层结构，即，输入层、隐藏层与输出层。模型的输入层由控制量、几何特征量以及一个旋转分类参数 3 部分组成。控制量包含击球的力量 $\boldsymbol{F}_1$、作用点 S_x 和 S_y。几何特征量由输入角 α_i、输入距离 L_i 以及理想镜像轨迹所包含的num条轨迹段 $\overline{O_CB_1}, \overline{B_1B_2}, \cdots, \overline{B_{num-1}B_{num}}$ 组成。另外，旋转分类参数 β_{ss} 用来表

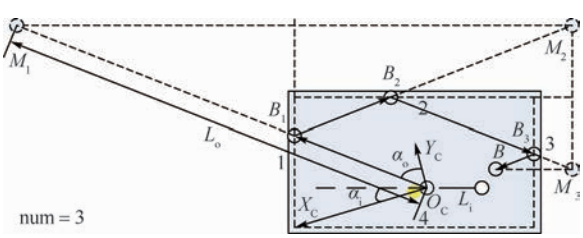


图 5　母球的理想镜像轨迹

Fig. 5　Ideal mirror trajectory of cue ball

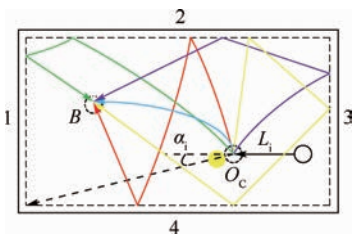


图 6　一些可能的轨迹模式

Fig. 6　A number of potential trajectory patterns

北航学报 赠阅

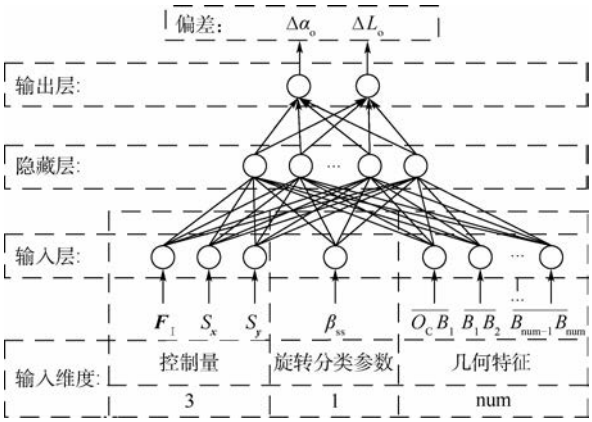


图 7 包含任意 num 次边库反弹的母球走位的 BPNN 模型

Fig. 7 BPNN model with arbitrary num cushion rebounds for cue ball controlling

示侧旋与边库碰撞的相对关系。网络的输出为理想模型计算得到的终点 $B(\alpha_o, L_o)$ 与实际观测到的终点 $B'(\alpha_o', L_o')$ 在碰撞坐标系中的极坐标的偏差 $(\Delta\alpha_o, \Delta L_o)$。在第 2 节中将对不同轨迹模式对应的神经网络模型进行分析与分类。

2 轨迹模式的分析与分类

2.1 无边库反弹的轨迹模式

不包含边库反弹的轨迹属于最简单的模式，母球在与目标球碰撞后将直接走向目标点，如图 8所示，这种轨迹模式称之为模式 0。在模式 0 对应的神经网络模型中，输入量对应的几何特征只有 2 维：输入角 α_i 与输入距离 L_i。输出量为理论模型到实际模型的偏差 $\Delta\alpha_o$ 与 ΔL_o。在给定控制量与几何特征输入的条件下，机器人会通过理论模型计算出模式 0 对应的终点 B，再通过模式 0 的神经网络模型得到输出偏差并对 B 进行修正，预测出母球的最终位置 B'。另外，1.2 节的理论推导过程表明，不包含边库反弹的轨迹与侧旋角速度无关，因此，在模式 0 对应的神经网络模型的输入量中不用考虑 β_{ss} 的影响，模型的输入量与输出量如表 1 所示。

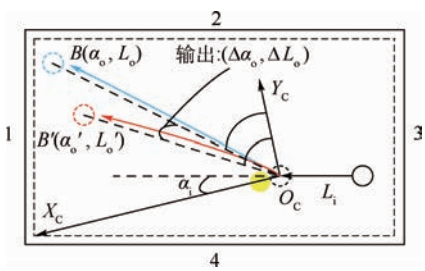


图 8 模式 0 对应的理想轨迹与实际轨迹

Fig. 8 Ideal trajectory and actual trajectory of Pattern 0

表 1 模式 0 神经网络模型

Table 1 Neural network model for Pattern 0

输入(5 维)	输出(2 维)
控制量 F_1, S_x, S_y 几何特征量 α_i, L_i	位置偏差 $\Delta\alpha_o, \Delta L_o$

2.2 只包含 1 次边库反弹的轨迹模式

在包含边库反弹的走位问题中，首先考虑的是只包含 1 次边库反弹的情况，这种轨迹模式称为 EASY，如图 9 所示。在输入量一定的情况下，母球最终的实际位置与理论计算得到的位置分别为 B' 与 B，对应的镜像点 M_1' 与 M_1 在碰撞坐标系中极坐标位置的偏差 $\Delta\alpha_o, \Delta L_o$ 为网络的输出（图 9中的 $\overrightarrow{O_C M_1}$ 表示理想轨迹，$\overrightarrow{O_C M_1'}$ 表示真实轨迹）。在网络输入的几何特征量中，除了输入角 α_i 与输入距离 L_i 外，还需要测出理想镜像轨迹的第一个轨迹段 $\overrightarrow{O_C B_1}$ 的值。

此外，当输入量中 $S_x \neq 0$ 时，球体在运动中将会出现侧向旋转，即 $\omega_z \neq 0$，当球体与边库的碰撞伴随着侧旋时，需要引入旋转分类参数 β_{ss} 对侧旋与边库运动的相对方向进行分类，定义如下：

$$\text{if}(\omega_z) = 0 \Rightarrow \beta_{ss} = 0;$$

$$\text{if}(\langle \omega_z, (\overrightarrow{O_C B_1} \times \overrightarrow{B_1 B}) \rangle) < 0 \Rightarrow \beta_{ss} = 1;$$

$$\text{if}(\langle \omega_z, (\overrightarrow{O_C B_1} \times \overrightarrow{B_1 B}) \rangle) > 0 \Rightarrow \beta_{ss} = -1。$$

β_{ss} 的含义为：当初始角速度 ω_z 与理想镜像轨迹中的向量 $\overrightarrow{O_C B_1} \times \overrightarrow{B_1 B}$ 具有相同方向时，$\beta_{ss} = -1$；当 ω_z 与向量 $\overrightarrow{O_C B_1} \times \overrightarrow{B_1 B}$ 具有相反方向时 $\beta_{ss} = 1$。β_{ss} 的定义可类比于撞球术语中的顺塞与逆塞，且此处对 β_{ss} 的定义同样适用于边库反弹次数 num > 1 的情况。因此，轨迹模式 EASY 对应的神经网络输入量与输出量如表 2 所示。

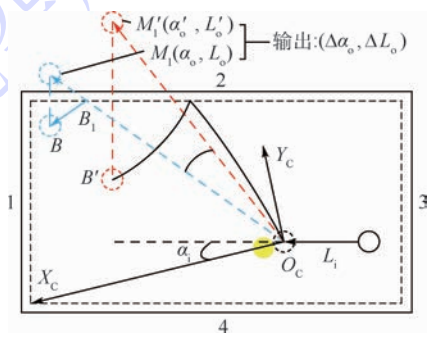


图 9 包含 1 次边库反弹的母球走位路线

Fig. 9 Trajectory with one-time cushion rebound for cue ball controlling

表 2 模式 EASY 神经网络模型

Table 2 Neural network model for Pattern EASY

输入(7 维)	输出(2 维)
控制量 F_1, S_x, S_y 几何特征 $\alpha_i, L_i, \overline{O_C B_1}$ 旋转分类参数 β	位置偏差 $\Delta\alpha_o, \Delta L_o$

北航学报 赠阅

2.3　包含 2 次边库反弹的走位问题

2.3.1　轨迹段的起点编号与终点编号

为了便于后文讨论，此处对轨迹段的起点编号与终点编号进行定义，参考图 10：对于任意有向轨迹段$\overrightarrow{PQ}$，如果其反向延长线与桌面边线的交点位于边库 $i(i=1,2,3,4)$，则称$\overrightarrow{PQ}$的起点编号为 i，记为：$\overrightarrow{PQ}_{\text{start}}=i$；如果其正向延长线与桌面边线的交点位于边库 j，则称 $\overrightarrow{PQ}$ 的终点编号为 $j(j=1,2,3,4)$，记为：$\overrightarrow{PQ}_{\text{end}}=j$。

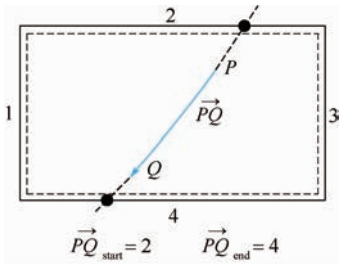


图 10　轨迹段的起点编号与终点编号定义

Fig. 10　Definition of start point and end point of trajectory segment

2.3.2　包含 2 次边库反弹轨迹模式的 UN 分类器

由轨迹段起点编号与终点编号的定义，将包含 2 次边库反弹的母球轨迹分类为 2 种情况，如图 11(a)与图 11(b)所示，根据这 2 种轨迹的形态将其称为 N 型轨迹与 U 型轨迹。

N 型轨迹与 U 型轨迹的差异与理想镜像轨迹的第 2 个轨迹段$\overrightarrow{B_1B_2}$的起点与终点编号有关，判断逻辑如下：

$$\text{if}(|\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{end}}-\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{start}}|=1\cap|\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{end}}-\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{start}}|=3)\Rightarrow\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{pattern}}=\text{N}$$

$$f(|\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{end}}-\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{start}}|=2)\Rightarrow\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{pattern}}=\text{U}$$

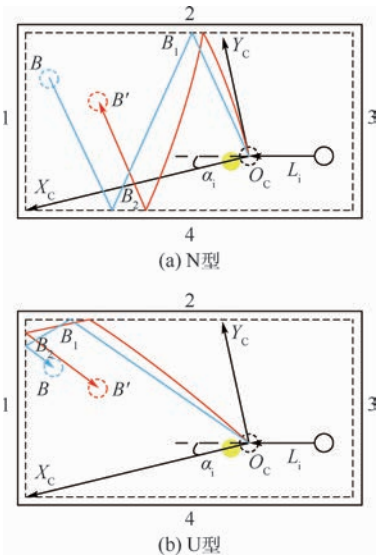


图 11　包含 2 次边库反弹轨迹的分类讨论

Fig. 11　Classified discussion for trajectory with two-time cushion rebounds

其中：$\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{start}}$、$\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{end}}$分别为轨迹段$\overrightarrow{B_1B_2}$的起点编号与终点编号；$\overrightarrow{B_1B_2}_{.\text{pattern}}$ 为轨迹段 $\overrightarrow{B_1B_2}$ 的模式。

对于包含 2 次边库反弹的母球轨迹定义如下：如果$\overrightarrow{B_1B_2}$的起点编号与终点编号之差的绝对值为 1 或 3，则称轨迹段$\overrightarrow{B_1B_2}$为 N 模式，且母球轨迹为 N 模式；如果差的绝对值为 2，则称轨迹段$\overrightarrow{B_1B_2}$为 U 模式，母球轨迹亦为 U 模式。为了便于后文分析，对于轨迹段$\overrightarrow{B_{i-1}B_i}$，将 N 与 U 进一步分类为 n、z 与 u、c 的 4 种模式，表述如下：

$$(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{N})\cap(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=1\cup\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=3)\Leftrightarrow\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{n};$$

$$(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{N})\cap(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=2\cup\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=4)\Leftrightarrow\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{z};$$

$$(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{U})\cap(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=1\cup\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=3)\Leftrightarrow\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{c};$$

$$(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{U})\cap(\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=2\cup\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{end}}=4)\Leftrightarrow\overrightarrow{B_{i-1}B_i}_{.\text{pattern}}=\text{u}。$$

2.4　母球走位轨迹模式的 UN 金字塔分类器

基于上述对轨迹段的定义，显然对包含 num(num≥2)次边库反弹的走位轨迹模式，都可以看做是有限个 c、u、n、z 轨迹段的组合。假设在包含 num 次边库反弹的理想镜像轨迹中，母球与目标球碰撞后的第 2 至第 num 轨迹段分别为

$$\overrightarrow{B_1B_2},\overrightarrow{B_2B_3},\cdots,\overrightarrow{B_iB_{i+1}},\cdots,\overrightarrow{B_{\text{num}-1}B_{\text{num}}}$$

那么，整个轨迹的模式则可由各个轨迹段的模式组合给出。这样的组合可以用金字塔的下塔过程进行类比，如图 12 所示。

在从金字塔顶层开始的下塔过程中，每一层代表着一个轨迹段，该轨迹段的模式对应着这一层中的 c、u、n、z 节点。那么，当下到金字塔底部时，下塔过程中途经的所有节点的顺次排列就构成了整条轨迹的模式。显然，对于任意包含多次碰撞的母球轨迹，都可以使用 UN 金字塔分类方法将其有效归类。

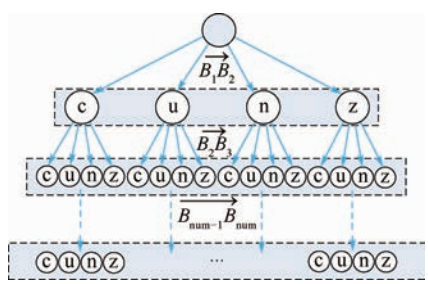


图 12　轨迹模式的 UN 金字塔分类器

Fig. 12　UN pyramid classification of trajectory patterns

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

2.5 包含多次边库反弹走位轨迹的神经网络模型以及降维处理

根据 1.4 节的论述,对于包含 num 次边库反弹的走位问题,其神经网络模型的输入量由3 部分组成:控制量、旋转分类参数以及几何特征量。其中几何特征量包括输入角 α_i、输入距离 L_i 以及撞库轨迹包含的 num 条轨迹段长度:

$\overline{O_C B_1}, \overline{B_1 B_2}, \cdots, \overline{B_{i-1} B_i}, \cdots, \overline{B_{\text{num}-1} B_{\text{num}}}$

当母球与边库反弹的次数较多时,过高的维度(num 值)将导致收集数据的时间与训练难度大大增加。因此必须降低几何特征的输入维度以避免“数据爆炸”。下面分 2 种不同的情况对轨迹段的几何特征进行讨论。

1) N 型轨迹段

分别考虑如图 13(a)所示的 N 型理想镜像轨迹段 $\overline{B_{i-1} B_i}$,在球桌尺寸 $a \times b$ 已知的条件下,N 型轨迹段的长度总是可以表示成 a、b 与入射角度 θ 的函数,即:

$$\overline{B_{i-1} B_i} = f_N(a, b, \theta)$$

因此,如果任意包含 num 次边库反弹的走位轨迹模式仅由若干个 N 型轨迹段组成,则其神经网络的几何特征输入量将仅由 3 维数据构成:输入角 α_i、输入距离 L_i 以及第 1 个轨迹段 $\overline{O_C B_1}$ 的长度,如表 3 所示。

2) U 型轨迹段

考虑一组模式为 UN…N…NU 的轨迹段序列,序列中的第 1 个轨迹段 $\overline{B_{j-1} B_j}$ 与最后 1 个轨迹段 $\overline{B_{i-1} B_i}$ 的模式为 U,中间轨迹段模式均为 N。那么,当轨迹段 $\overline{B_{j-1} B_j}$ 已知时,$\overline{B_{i-1} B_i}$ 总可以表示成 a、b、θ 以及 $\overline{B_{j-1} B_j}$ 的函数,即:

$$\overline{B_{i-1} B_i} = f_U(a, b, \theta, \overline{B_{j-1} B_j})$$

因此,对于任意包含 num 次边库反弹的走位轨迹,如果其模式包含若干个U型轨迹段,则其神经网络的几何特征输入量仅由 4 维数据组成:α_i、L_i、$\overline{O_C B_1}$ 及第 1 条模式为 U 的轨迹段 $\overline{B_{j-1} B_j}$,如表 4 所示。

综上所述,对包含多次边库反弹的走位轨迹模式,其对应的神经网络模型中几何特征的输入维度都不会超过 4 维。为了便于叙述,将所有轨迹段都为 N 模式的轨迹统称为 N 型,将至少存在一个 U 模式轨迹段的轨迹称为 U 型。对机器人而言,在碰库次数相同的情况下,更高的输入维度导致了 U 型走位轨迹将比 N 型走位轨迹更难于学习。

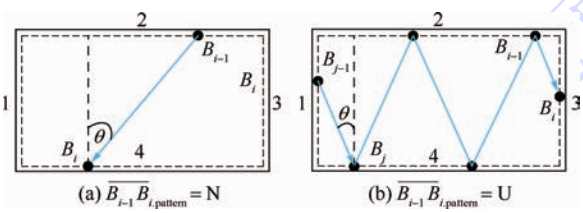


图 13 U 型轨迹与 N 型轨迹的几何特征

Fig. 13 Geometric feature for Pattern U and Pattern N

表 3 N 型轨迹模式的神经网络模型

Table 3 Neural network model for pattern N

输入(7 维)	输出(2 维)
控制量 $\boldsymbol{F}_1, S_x, S_y$ 几何特征 $\alpha_i, L_i, \overline{O_C B_1}$ 旋转分类参数 β	位置偏差 $\Delta\alpha_o, \Delta L_o$

表 4 *U* 型轨迹模式的神经网络模型

Table 4 Neural network model for pattern *U*

输入(8 维)	输出(2 维)
控制量 $\boldsymbol{F}_1, S_x, S_y$ 几何特征 $\alpha_i, L_i, \overline{O_C B_1}, \overline{B_{j-1} B_j}$ 旋转分类参数 β	位置偏差 $\Delta\alpha_o, \Delta L_o$

3 验证与测试

3.1 撞球机器人程序的学习过程

使用本文论述的方法,撞球机器人程序被开发并用于对母球的走位进行学习。经过训练的机器人可以掌握所学到的各种轨迹模式的走位规律。学习过程分为数据收集与训练 2 个阶段,其流程如图 14 所示。蒙特卡罗方法用于训练数据的收集。机器人每进行一次击球练习,其使用的控制量、理论模型中的几何特征量、旋转分类参数以及理论与实际模型的输出位置偏差会自动写入到相应轨迹模式的数据库中。数据收集完成后,每一种轨迹模式中的数据都会导入到对应的 BP 神经网络模型中进行离线训练。对于轨迹模式 0,训练样本约为 10 000 组,测试样本约为 1 000 组。训练样本与测试样本间是互无交集的。网络隐藏层神经元的数量根据经验在 15 ~ 30 个之间选取。

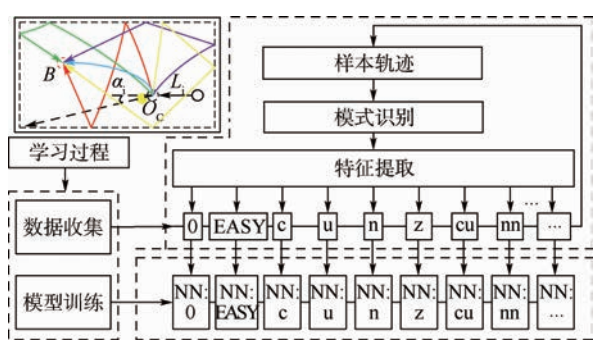


图 14 撞球机器人的学习过程

Fig. 14 Learning process for billiard robot

北航学报 赠阅

3.2　模型测试结果

在验证测试中，机器人将会在给定的轨迹模式下，控制母球在与目标球碰撞后走向参考的目标点。在几何特征输入给定的条件下，机器人会穷举出所有可能的控制量组合，对于每一组控制量($\boldsymbol{F}_1$,S_x,S_y)，机器人的计算过程分为 2 步：①计算出每一种组合对应的理想轨迹的终点；②使用相应的神经网络模型修正得到预测点。

经过穷举过程，机器人将选出一组最优控制量用于击球并计算对应的预测点 B'。如果母球的实际最终位置 B''与 B'的偏差距离小于球体直径 D，则判为成功；否则判为失败，如图 15 所示。

部分轨迹模式的平均走位成功率统计结果见表 5。由于较低的输入维度，模式 0 的走位成功率能够达到 96%；通过更新数据库，包含多次边库碰撞的走位成功率也提升至 80% 以上；另外，U 型轨迹的走位成功率要稍稍低于 N 型轨迹，这与第 2.5 节中分析的结果一致。

图 16 中统计了在 0、EASY、U、N 模式下不同输入角与输入距离对应的平均走位成功率。统计结果表明更小的输入角度与更短的输入距离对应着更高的走位成功率，更利于机器人对母球的最终位置进行准确的预测。这与人类球手打球的规律相符。在比赛中，人类会尽量避免远距离大角度的射球，其中的一个重要原因就是这样的击球难以预测出母球最终的位置，不利于连续得分。

另外，由于神经网络本身可以以任意精度逼近任何非光滑连续函数，因此在不使用理论模型的情况下直接用神经网络预测也是一个可行方案。这里将本文提出的理论模型结合神经网络的方法与直接使用神经网络方法的效果进行了对比，对于模式 EASY 的误差收敛曲线与训练完成时的回归曲线如图 17 所示。对比结果表明，使用神经网络对理论模型进行修正的方法可以获得更好的训练效果以及更高的精度。网络的泛化效果也更好，

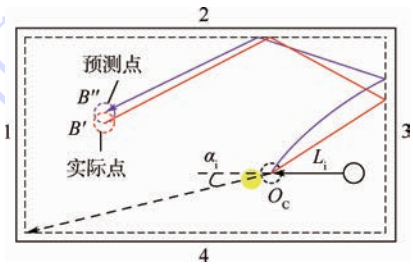


图 15　给定模式 c 下的走位测试

Fig. 15　Test for cue ball controlling with Pattern c

表 5　部分轨迹模式的平均走位成功率统计结果

Table 5　Statistical results of average controlling rate for some trajectory patterns

模式	数据量	成功率/%	模式	数据量	成功率/%
0	5 611	90	0	10 423	96
EASY	4 786	80	EASY	9 387	90
c	2 566	74	c	5 872	83
u	2 609	73	u	5 163	82
n	2 048	78	n	4 759	85
z	2 367	76	z	4 821	86

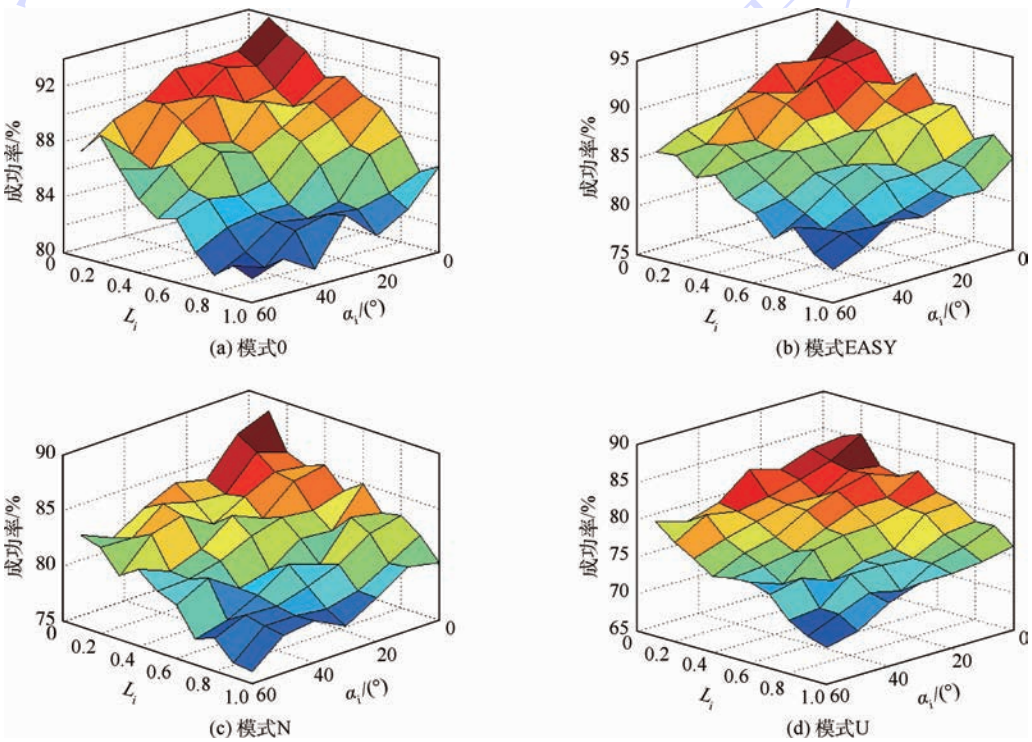


图 16　不同轨迹模式下输入(α_i,L_i)对走位成功率的统计结果

Fig. 16　Statistical results of inputs (α_i,L_i) versus controlling rate under different trajectory patterns

北航学报 赠阅

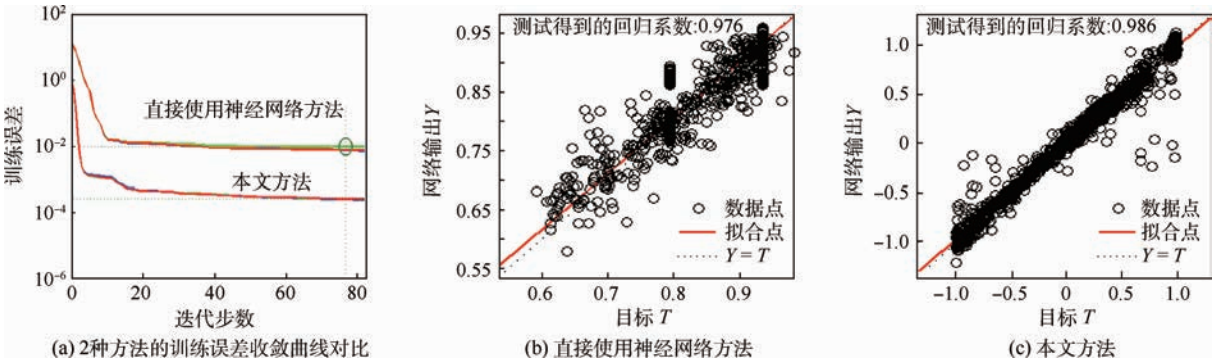


图 17 2 种方法的训练与测试效果比较

Fig. 17 Comparison of training and test effect between two methods

理论模型的建立为神经网络的预测提供了重要依据,避免了单一使用神经网络导致的过拟合,易出现野值等不良现象。

4 结 论

本文对撞球机器人的母球控制问题展开研究。设计了一种基于神经网络的控制器使机器人能够在给定轨迹模式下完成母球的走位,主要结论如下:

1)基于理论分析的方法,得到了理想光滑假设下球体的运动学模型,并给出了仿真结果。当母球的运动状态为滑动时,其底部与桌面接触点的绝对速度方向不发生变化,球体所受的摩擦力方向亦不发生变化。

2)通过采用神经网络对理想模型进行修正的方法,使机器人能够有效地预测出母球的最终位置,避开了复杂的非光滑非线性建模过程。相比于单一的使用神经网络方法,理论模型的建立可以有效的提升网络的品质,降低了训练误差。

3)针对母球轨迹的模式分类问题,提出了 UN 金字塔分类方法,即任何一条复杂轨迹的模式都可以看做是有限个 U 与 N 的组合。通过进一步分析,得到:任何一种包含多次边库反弹的轨迹模式对应的神经网络模型的几何特征输入维度不会超过 4 维。

4)经过训练的机器人能够掌握所学到的任何轨迹模式的走位规律,与人类相似,机器人更善于在输入距离与输入角较小的条件下对母球进行控制。通过更新数据库,可以有效提升机器人对相应轨迹模式学习的效果。

参考文献(References)

[1] HO K H L, MARTIN T, BALDWIN J. Snooker robot player—20 years on[C]// IEEE Symposium on Computational Intelligence and Games, 2007. (CIG 2007). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007:1-8.

[2] YANG J S, CHEN Y M. The design of jump shot decision-making system for a billiard robot[C]//2010 IEEE Conference on Robotics Automation and Mechatronics (RAM). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010:409-413.

[3] CHENG B R, LI J T, YANG J S. Design of the neural-fuzzy compensator for a billiard robot[C]//2004 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004:909-913.

[4] LEGG P A, PARRY M L, CHUNG D H S, et al. Intelligent filtering by semantic importance for single-view 3D reconstruction from Snooker video[C]// IEEE International Conference on Image Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011:2385-2388.

[5] LECKIE W, GREENSPAN M A. Pool physics simulation by event prediction 1: Motion transitions[J]. ICGA Journal, 2005, 28(4):214-222.

[6] LANDRY J F, DUSSAULT J P, MAHEY P. A heuristic-based planner and improved controller for a two-layered approach for the game of billiards[J]. IEEE Transactions on Computational Intelligence & AI in Games, 2013, 5(4):325-336.

[7] DOMÉNECH A. Non-smooth modelling of billiard- and superbilliard-ball collisions[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2008, 50(4):752-763.

[8] MATHAVAN S, JACKSON M R, PARKIN R M. Numerical simulations of the frictional collisions of solid balls on a rough surface[J]. Sports Engineering, 2014, 17(4):227-237.

[9] MATHAVAN S, PARKIN R M, JACKSON M R. A theoretical analysis of billiard ball dynamics under cushion impacts[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2010, 224(9): 1863-1873.

[10] GAO J, HE Q, ZHAN Z, et al. Dynamic modeling based on fuzzy neural network for a billiard robot[C]// IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2016:1-4.

[11] ZUO Z, WANG C. Adaptive trajectory tracking control of output constrained multi-rotors systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2014, 8(13):1163-1174.

[12] LOU W, GUO X. Adaptive trajectory tracking control using reinforcement learning for quadrotor[J/OL]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2016, 13(38). [2016-03-09].

http://cdn.intechopen.com/pdfs-wm/49981.pdf. DOI:105772/62128.

[13] LECKIE W, GREENSPAN M A. Pool physics simulation by event prediction 2:Collisions[J]. ICGA Journal,2006,29(1):24-31.

作者简介:

高家颖　男,博士研究生。主要研究方向:机器学习。

何秋阳　女,信息安全工程师。主要研究方向:信息安全、人机交互。

Design of neural network controller for a billiard robot

GAO Jiaying[1], HE Qiuyang[2,*], ZHAN Zhixin[1]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Department of Computer Science, The University of York, York YO10 5DD, UK)

Abstract: This paper focuses on the cue ball controlling problem for a billiard robot. A neural network (NN) controller is designed, and the trained robot is able to stroke the cue ball moving to the target point after colliding with objective ball and cushions. Since the problem is non-linear and non-smooth, the solution is divided into several steps. First, the stroking model and the coordinate definition are described. Second, the kinematic model for cue ball motion and the mirror model for cushion rebounds are established under the ideal smooth assumption. Then, the neural network method is used to modify the ideal models, and the pattern recognition method for trajectories is presented. In the verification test, the trained robot is able to master the cue ball controlling with each pattern. The statistic results tally with the model analysis. Compared with simply adopting neural network method, the method combined with theoretical kinematic analysis will effectively improve the network quality and reduce the training error.

Keywords: billiard robot; kinematic analysis; neural network (NN); trajectory classification; non-linear and non-smooth

Received: 2016-03-09; **Accepted**: 2016-07-01; **Published online**: 2016-10-10 08:57

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161010.0857.001.html

* **Corresponding author**. E-mail: heqiuyang926@163.com

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0159

全下文载

1/3 含口盖复合材料柱壳后屈曲性能

陈志刚[1], 吴永康[1], 程小全[1,*], 张涛[2]

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国航天科工集团第三研究院第306研究所, 北京 100074)

摘 要: 工程结构中复合材料柱壳已经得到了广泛使用,并且屈曲是其结构设计的一个主要问题。由于试验结果与线性屈曲理论分析结果的巨大偏差,线性特征值屈曲分析只能作为结构的一个初步评估方法,进一步分析可选用含初始几何缺陷的后屈曲分析。本文以轴压载荷下的1/3含口盖复合材料柱壳为研究对象,建立ABAQUS有限元模型,分别进行了基于Buckle算法的线性特征值屈曲分析、基于Riks法的含初始几何缺陷的非线性后屈曲分析,所得应变、载荷数值结果与试验结果吻合。非线性Riks后屈曲分析显示结构具有后屈曲承载能力和稳定的后屈曲平衡路径,能更准确地捕捉临界屈曲载荷,所得屈曲模态也更加贴近试验屈曲模态,因此,在设计上以含初始几何缺陷的Riks法得到的结果更加真实可靠。进行了含口盖复合材料柱壳的初始几何缺陷的敏感性分析,结果表明该结构对初始几何缺陷是非常敏感的,为了提高结构抗屈曲性能,应提高加工工艺质量,减少初始几何缺陷。

关 键 词: 复合材料; 圆柱壳; 屈曲; 后屈曲; 初始几何缺陷
中图分类号: V221+.3; TB553
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0544-07

导弹弹身、直升机尾梁等大都是柱壳类结构,而且现在大都使用复合材料结构,这类结构在轴压载荷下常见的破坏形式为屈曲失稳,而非静强度破坏。出于设备安装、维修,以及结构本身维护方面的考虑,往往需要在结构表面设置不同形状的开口以及口盖补强[1]。已有的研究成果表明[1],将屈曲问题线性处理得到的临界屈曲载荷显著高于试验结果,因为薄壳类结构的屈曲形式通常表现为极值型失稳,而非理想的分支型失稳(也称线性特征值屈曲),另一方面,真实结构都会存在初始几何缺陷。对1/3含口盖复合材料柱壳进行了线性特征值屈曲、含初始几何缺陷的非线性后屈曲承载能力分析以及缺陷敏感度研究,对比试验结果,为结构稳定性设计,提高结构利用效率提供了参考依据。

目前在筒壳结构屈曲、后屈曲研究方面,Jabareen[2-4]和Sheinman[2-3]对圆柱、圆锥壳结构的屈曲、后屈曲行为都做了大量的研究。其一,在动载荷下所得到结果能够得到完整的载荷-端部压缩位移曲线,柱/锥壳结构对初始几何缺陷是敏感的,随着缺陷幅值增大敏感度升高;其二,基于三维壳理论研究了柱/锥壳结构在轴压载荷作用下屈曲行为,对传统的特征值屈曲(分支型屈曲)考虑前屈曲非线性的影响,来预测结构的真实屈曲载荷和模态;其三,进行了带初始几何缺陷的柱/锥壳结构的后屈曲分析,分别研究了面内边界条件、初始几何缺陷的形状、大小以及结构半锥角对后屈曲行为的影响。

Goldfeld等[5-7]总结了基于经典的3种壳理论(分别是Donnell的大挠度方程、Sanders的非线性薄壳理论以及Timoshenko的线弹稳定性理论)下的分支点屈曲问题,得出层合柱壳的拉-弯耦合影响非常突出;研究了带加强筋柱/锥壳结构的线弹性屈曲和缺陷敏感度,其中包括加强筋的数目、

收稿日期: 2016-03-04; **录用日期**: 2016-05-20; **网络出版时间**: 2016-06-24 11:03
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160624.1103.001.html
* **通讯作者**: E-mail: xiaoquan_cheng@buaa.edu.cn

引用格式: 陈志刚, 吴永康, 程小全, 等. 1/3 含口盖复合材料柱壳后屈曲性能[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 544-550.
CHEN Z G, WU Y K, CHENG X Q, et al. Post-buckling performance of 1/3 composite cylindrical shell with cover[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 544-550 (in Chinese).

布局位置和角度、层合圆柱壳在不同理论下的屈曲和后屈曲行为。在带加强筋柱/锥壳方面，集中研究了筋条的存在对屈曲载荷、屈曲模态和缺陷敏感度的影响，并由此提出通过带加强筋结构优化筒壳结构设计，提高抗失稳能力，以及分析了圆柱、圆锥壳结构对初始几何缺陷的敏感性。

Spagnoli 和 Chryssanthopoulos[8] 分析了带加强筋薄墙柱/锥壳结构在轴压载荷的线弹性屈曲和非线性后屈曲，其对后屈曲的分析是在传统的线弹性特征值屈曲基础上，引入临界屈曲模态作为后屈曲分析的初始几何缺陷，并将线性分析得到的临界屈曲模态通过改变缺陷系数的大小，按不同幅值的几何缺陷加入后屈曲的参数化研究中。

李钟海等[9] 利用有限元素法对平面布和单向带复合材料柱壳进行了压缩试验，研究了铺层方式对压缩性能的影响。阎崇年等[10] 研究了含开口复合材料柱壳的压缩性能，分析了开口面积与开口高度对压缩性能的影响。王珂晟等[11] 对含加强肋、加强环的复材料圆柱壳稳定性进行了研究，考虑了几何、材料非线性以及初始几何缺陷等因素。王毅等[12] 采用奇异摄动法，考虑非线性前屈曲、大扰动以及初始缺陷的影响，分析在两端固支条件下，各向异性的层合圆柱壳在轴压下的屈曲与后屈曲行为。Hilburger 和 Starnes[13] 研究了矩形开口薄壁复合材料圆柱壳的受压屈曲行为，研究了开口加强结构的铺层方向、尺寸及厚度对圆柱壳压缩非线性响应的影响。

1　ABAQUS 中 Buckle、Riks 法

特征值屈曲分析用于预测一个理想弹性结构的屈曲载荷、屈曲模态。经典特征值屈曲（Buckle 算法）方程为

$$\{[\boldsymbol{K}_0] + \lambda_i[\boldsymbol{K}_\Delta]\}\boldsymbol{V}_i = 0 \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{K}_0$ 为对应基础状态的刚度矩阵；$\boldsymbol{K}_\Delta$ 为应力刚度矩阵；λ_i 为特征值；$\boldsymbol{V}_i$ 为屈曲模态向量。

应用 Buckle 算法进行线性特征值屈曲分析，屈曲载荷计算式为

$$\boldsymbol{P}_{\text{bif}} = \boldsymbol{P}_0 + \lambda_i \boldsymbol{Q} \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{P}_0$ 为预加载荷，为初始常量载荷，在整个分析过程不变；$\boldsymbol{Q}$ 为扰动载荷，此处取壳边缘单位载荷（1 N/mm）。

特征值屈曲分析虽然能够快速求解结构的线性屈曲载荷和屈曲模态，对于处理几何、材料非线性稳定问题还得求助 Riks 法。一般的非线性问题常使用 Newton-Raphson 迭代法，Riks 法引入“弧长”来衡量求解过程，其求解过程中载荷与位移都是未知量，使用弧长来推进求解过程，使得其能够很好解决结构下降段（负刚度）的跟踪问题。Riks 法屈曲载荷计算式为

$$\boldsymbol{P}_{\text{total}} = \boldsymbol{P}_0 + \lambda(\boldsymbol{P}_{\text{ref}} - \boldsymbol{P}_0) \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{P}_{\text{ref}}$ 为给定参考载荷向量；λ 为载荷比例系数，为 Riks 求解的结果。

本文采用线性屈曲分析——Buckle 算法及含初始几何缺陷非线性后屈曲分析——Riks 法进行研究。采用特征值屈曲模态的线性叠加引入初始几何缺陷，缺陷幅值为 $\omega = \mu h$ 乘以“线性屈曲模态”，μ 为初始几何缺陷系数，h 为壳厚度，对于薄壳结构一般情况下取 1% ~10% 壳厚度。

2　1/3 柱壳试验

2.1　试 验 件

1/3 含口盖柱壳（120°）试验件，外径 257 mm，高 608 mm，壳体周向 30°与 90°，高度 196 mm 与 392 mm位置处，布置有宽 10 mm，厚 2 mm 的筋条。试验时在柱壳两边前后各布置长 588 mm、宽 20 mm、厚 8 mm 的加强筋。在“井”字形筋条围成的矩形开口高 170 mm、宽 230 mm，背面用补片加强，补片中央的矩形开口高 120 mm，宽 180 mm，补片边缘和筋条边缘相接触。矩形口盖高 170 mm、宽 230 mm，通过 10 个直径为 5 mm 的螺钉与开口补强件连接。所有矩形开口处圆角半径为15 mm。实物如图 1 所示。试验件采用树脂传递模塑（Resin Transfer Moulding，RTM）成型工艺制造，表 1、表 2中分别列出柱壳所用材料和力学性能及

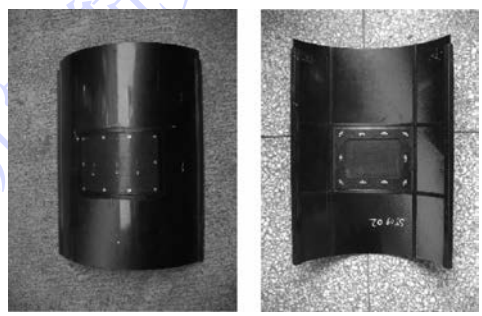


图 1　1/3 含口盖柱壳实物图

Fig. 1　Practicality picture of 1/3 cylindrical shell with cover

表 1　柱壳铺层复合材料的力学性能

Table 1　Mechanical properties of composite used in cylindrical shell

材料	E_{11}/GPa	E_{22}/GPa	G_{12}/GPa	μ_{12}	t/mm
单向带 T300/6808	117	8.00	3.00	0.300	0.160 0.125
织物 G814/6084	63.0	63.0	4.10	0.060	0.240

注：E_{11}—1 方向弹性模量；E_{22}—2 方向弹性模量；G_{12}—1-2 平面内剪切模量；μ_{12}—泊松比；t—单层厚度。

北航学报 赠阅

表 2 柱壳不同位置的材料及铺层方式

Table 2 Materials and ply sequences of different parts on cylindrical shells

结构	材料	铺层方式	层数
蒙皮	单向带 T300/6808(0.160 mm)	$[45/-45/0_2/90]_S$	10
纵向筋条	单向带 T300/6808(0.125 mm)	$[45/-45/0_2/45/-45/0/90]_S$	16
横向筋条	单向带 T300/6808(0.125 mm)	$[-45/45/90_2/-45/45/90/0]_S$	16
两侧加强筋	单向带 T300/6808(0.125 mm)	$[45/-45/0_2/45/-45/0/90_2/0/-45/45/0_2/-45/45_2/-45/0_2/45/-45/0/90_2/0/-45/45/0_2/-45/45]_S$	64
补片	织物 G814/6084	$[0_{11}]$	11
口盖	织物 G814/6084	$[0_{11}]$	11

蒙皮、筋条、加强筋、补片和口盖的铺层方式。

2.2 压缩试验

含口盖试验件共 3 件,标为 A、B、C,试验使用 INSTRON 8802 材料试验机逐级加载,载荷低于 50 kN 时,每级递增 10 kN,高于 50 kN 时,每级递增 5 kN,同时记录柱壳典型位置的应变以及加载载荷及位移。试验的压缩载荷-端部压缩位移曲线如图 2 所示。3 次试验过程中情况基本一致,在载荷水平达到 60 kN 附近时(A 56 kN、B 56 kN、C 57 kN)发生了初始屈曲现象,伴随第一次响亮的声响,此时结构已经发生了初始屈曲变形,图 3(a)为试验件 C 载荷 57 kN 初始屈曲时的模态图,在右下方出现了一个明显的凹坑;从载荷位移曲线可知结构在初始屈曲之前呈现线性压缩变形,之后发生了明显的非线性后屈曲行为,继续加载,不断有轻微的响声,最后在一声大响中结构压溃破坏,A、B 和 C 的极限屈曲强度试验值分别为92.0、84.2 和 80.9 kN,平均极限屈曲载荷为 85.7 kN,相对于文献[1]中屈曲破坏载荷118.9 kN 降低了许多,文献[14]中分析原因可能是边界加工不规整导致壳面受载不均匀,局部高载区导致结构提前进入屈曲状态,结构的初始几何缺陷导致 2 次试验结果相差很大。图 3(b)为试验件 C 的最终屈曲破坏图,模态转变为一种整体的屈曲行为,在口盖的4个边角上下方均出现了明显的凹坑。试验结果表明 1/3 复合材料含口盖柱壳在轴压载荷下是有后屈曲行为的,在初始屈曲到最终的压溃破坏的后屈曲现象很明显。

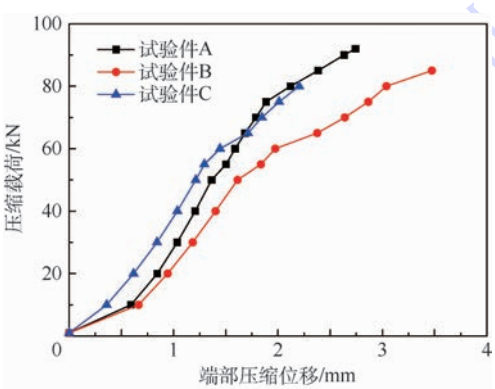


图 2 试验件压缩载荷-端部压缩位移曲线

Fig. 2 Compressive load-end shortening displacement curves of specimens

试验同时采集了柱壳各典型部位的应变,应变布局如图4所示,选取应变片10(11)、19、

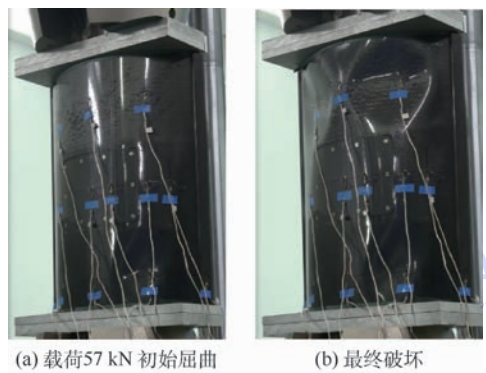


图 3 试验件 C 屈曲模态

Fig. 3 Buckling mode of specimen C

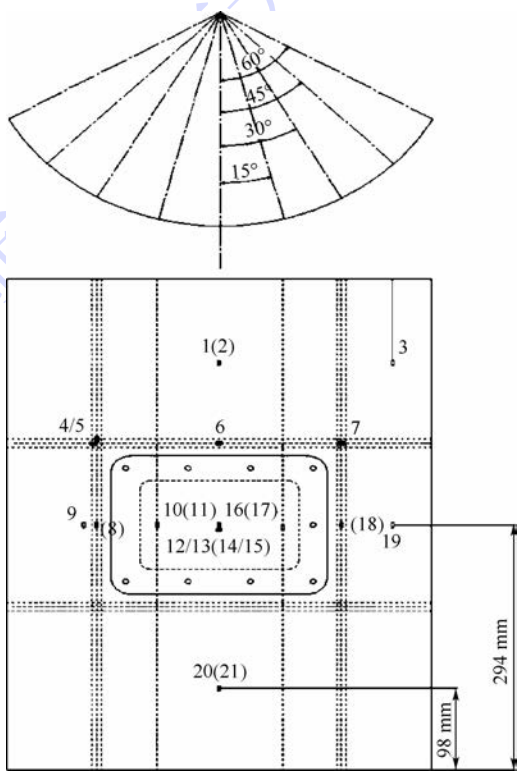


图 4 试验件应变布局

Fig. 4 Strain gauge layout of specimen

北航学报 赠阅

20(21)模拟整个应变场，试验所获得的载荷-应变数据在第 3.3 节 Riks 法分析中给出。

3　1/3 柱壳 FEM 分析

3.1　FEM 模型

在柱坐标系 *RTZ* 下建立 ABAQUS 有限元模型(FEM)，选用 S4R 壳单元，柱壳高度方向为 *Z* 方向，向下为正，上端约束 *R*、*T* 方向位移，下端固支，两侧边为自由边界条件；含开口柱壳模型划分 5 408 个单元，口盖划分 482 个单元。1/3 含口盖复合材料柱壳 FEM 如图 5 所示。

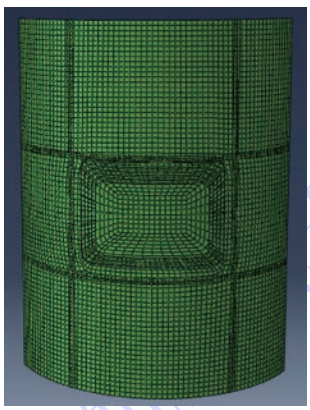


图 5　1/3 柱壳 FEM

Fig. 5　FEM of 1/3 cylindrical shell

3.2　基于 Buckle 算法线性屈曲分析

对含口盖柱壳 ABAQUS FEM 进行了基于 Buckle 算法的线性特征值屈曲分析，在柱壳上端施加单位线载荷，边界条件上端约束周向和径向位移，下端固支，按式(2)计算所得线性屈曲载荷，含口盖柱壳临界(第 1 阶)屈曲载荷为 137.9 kN，对比文献[1]中计算结果 133.3 kN，误差约为 3.3%，在可接受的范围内，并且屈曲模态基本一致，验证 Buckle 算法是有效的。含口盖第 1 阶到第 5 阶屈曲载荷十分接近，第 2 阶至第 5 阶载荷分别为 138.2、141.6、141.7 和 143.8 kN，细微的载荷增量都会引起模态的阶跃，这种情况下，一系列间隔很近的特征值表明结构是缺陷敏感的，而对于缺陷敏感结构，特征值屈曲分析不能给出准确的屈曲载荷、屈曲模态预测；含口盖柱壳前 4 阶屈曲模态如图 6 所示，第 1 阶、第 2 阶屈曲变形集中在壳的中下部位，第 3、第 4 阶变形集中在壳中上部位，前 4 阶屈曲模态形状都很相似，主要表现为剪切变形，这主要是在理想情况下，复合材料铺层方式决定的结构整体刚度分布特点。

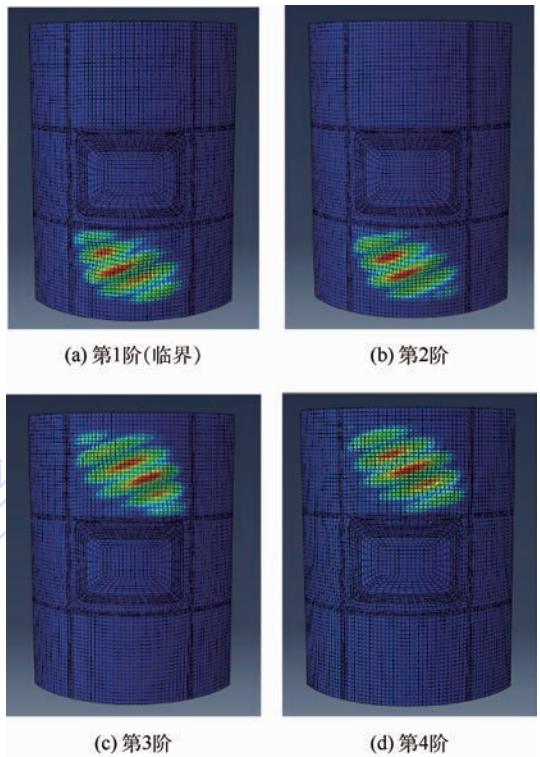


图 6　Buckle 算法所得屈曲模态

Fig. 6　Buckling mode obtained by Buckle algorithm

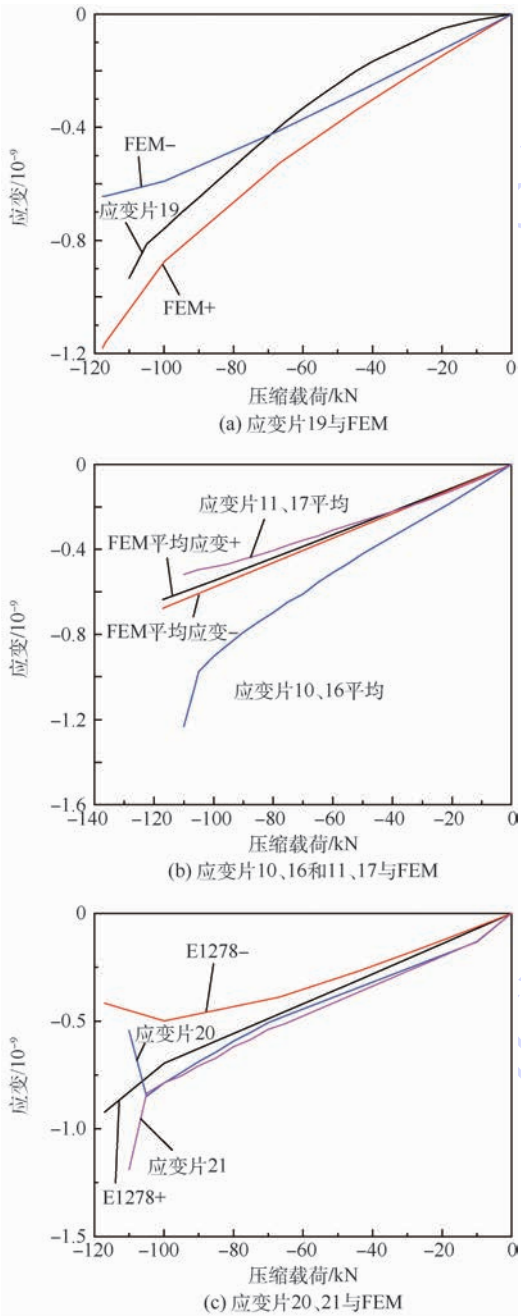
3.3　基于 Riks 法 FEM 分析

非线性 Riks 法在分析屈曲问题时的最大优点是利用弧长增量来处理传统静力分析方法无法跨越极值点，追寻负刚度(下降段)阶段的载荷位移变化。真实结构不可能是理想完善，由于工艺水平或使用维修过程中难免会有损坏，考虑初始几何缺陷的非线性后屈曲研究对设计评估更加真实可靠。

在第 3.2 节线性特征值屈曲分析的基础上，进行了基于 Riks 法的含初始几何缺陷非线性后屈曲分析，以此方法来追踪结构的非线性平衡路径，主要的目标是获得结构的载荷-位移曲线，评估结构真实极限屈曲载荷和后屈曲行为，应用 FEM 和边界条件同线性分析方法一致。在建立 Riks 分析方法的同时通过 inp 文件修改模型的节点平移自由度，特征值屈曲分析所提取的屈曲模态作为初始几何缺陷。从试验与 Riks 法应变-压缩载荷曲线结果看(如图 7 所示)，试验数据与 Riks 法分析所得数据吻合，验证模型和算法的有效性。图 8 为基于 Riks 法含口盖柱壳压缩载荷-端部平均压缩位移曲线，以线性临界模态作为后屈曲分析初始几何缺陷，缺陷幅值为 1% 壳厚度，即 $\mu = 0.01$，计算结果为：非线性分析的压缩载荷-端部平均压缩位移曲线能够得到若干个载荷极值点，其中上临界点屈曲载荷为 118.6 kN(对

北航学报 赠阅

应 $a=0.86$),下临界点屈曲载荷(代表平衡状态中可能发生的最低载荷水平)为 93.8 kN($b=0.68$),后屈曲极限载荷为 103.4 kN($c=0.75$),相比较线性临界屈曲载荷(F_{cr})137.9 kN 下降幅度很大,试验平均屈曲极限载荷 85.7 kN,文献[1]中试验平均屈曲极限载荷 118.9 kN,由于初始几何缺陷的存在,2 次试验结果差别较大,下临界屈曲载荷与本文试验载荷相近,误差约为 9.4%,上临界屈曲载荷与文献[1]试验结果相近,误差约为0.3%,Buckle线性屈曲载荷与本文试验结果误差高达 60.9%,与文献[1]误差近 16.0%,非线性分析所得载荷值更加贴近试验结果。由于试验前没有研究试验件的真实几何缺陷,试验件的边界不规整导致试验屈曲载荷降低很多,参考文献[1]中的试验载荷也可以得出:线性特征值屈曲分析所得的屈曲载荷较试验值偏离实际结果太高,尤其是在结构有初始几何缺陷的情况下所的结果更会偏离真实值,若以非线性 Riks 法为设计方法,考虑初始几何缺陷,在设计上更加真实可靠。另一方面,从屈曲模态图 9 对比可得知,图 9(a)与图 9(c)为 Buckle 算法结果,图 9(b)与图 9(d)为 Riks 法结果,Riks 法所得模态形状十分贴近试验屈曲模态(图 3),都表现为口盖侧上下方位的凹坑形式,其中图 9(b)为引入线性临界屈曲模态作为初始几何缺陷,图 9(d)则引入 4 阶线性屈曲模态作为缺陷形式,缺陷系数均为0.01,不同的缺陷形状导致不同的非线性后屈曲变形。



+,−—柱壳外、内表面;

E1278—应变片 20 位置处的有限元单元。

图 7 试验与 Riks 法应变-压缩载荷对比

Fig. 7 Comparison of strain-compressive load between test and Riks algorithm

根据 Koiter 理论,后屈曲初始阶段的性质可以由临界点的平衡状态是否稳定来判断。含口盖柱壳的压缩载荷-端部压缩位移曲线表明该结构能够获得稳定的后屈曲平衡路径,后屈曲极限强度能够达到 103.4 kN,较下临界点屈曲载荷提高了约 10.2%,结构在初始屈曲之后还有继续承载的能力。筋条的存在隔断了凹坑的周向和轴向扩展,限制屈曲变形在局部范围之内,Riks 法擅于处理非线性和后屈曲一定阶段,但对于大变形压溃阶段可求助显式动力法。

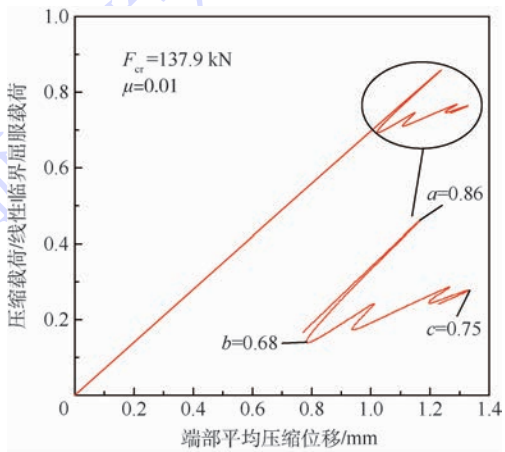


图 8 基于 Riks 法压缩载荷-端部平均压缩位移曲线

Fig. 8 Compressive load-average end shortening displacement curves based on Riks algorithm

3.4 含口盖柱壳几何缺陷敏感度分析

对薄壳结构在某种载荷条件下,在试验载荷远低于理论预测情况下发生的屈曲行为,可能的原因有:壳的厚度不均匀或者加载载荷不均匀以

及不能保证精确的边界条件等，最新的研究表明，初始几何缺陷是主要原因[15]。因此进行了初始几何缺陷敏感度分析，研究缺陷幅值对上临界屈曲载荷 F_a 的影响，缺陷模态仍选用 Buckle 算法线性临界模态，缺陷幅值由缺陷系数来控制，结果如图 10 所示，随着缺陷幅值增大，上临界屈曲载荷降低，并且在 1% ~ 5% 壳厚度区域载荷下降地最快，当几何缺陷增大到一定程度后，屈曲载荷变化趋于平缓。

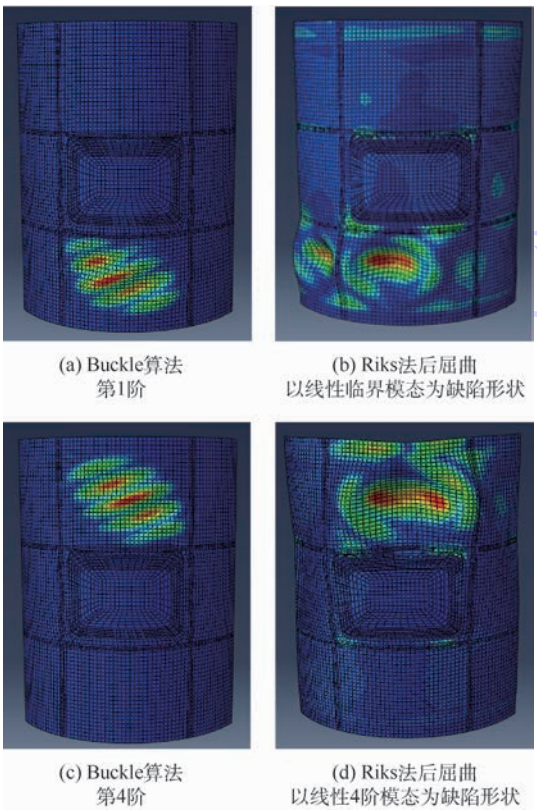


图 9　基于 Buckle 和 Riks 法的不同模态变形

Fig. 9　Deformed shape of different modes based on Buckle and Riks algorithms

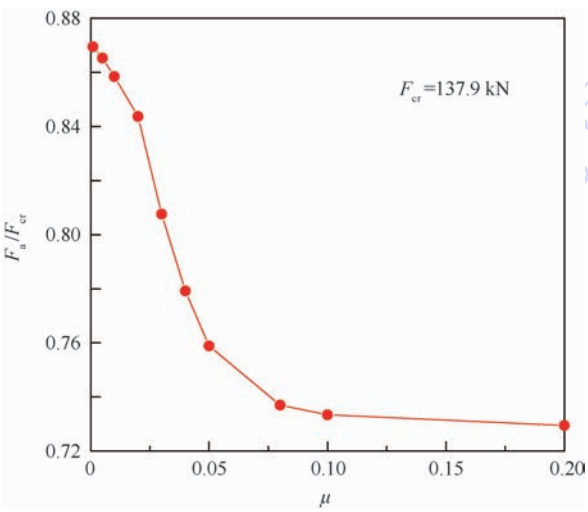


图 10　初始几何缺陷大小对上临界屈曲载荷影响

Fig. 10　Effect of initial geometric imperfection amplitude on up-critical buckling load

4　结　论

以 1/3 含口盖复合材料柱壳为研究对象，进行了线性特征值屈曲和含初始几何缺陷的非线性后屈曲分析，并与试验结果进行了对比，在验证模型有效性的基础上，得出以下结论：

1）含口盖柱壳线性 Buckle 算法所得屈曲载荷偏高，是一种理想化的分析，可作为结构稳定性分析初步评估；含初始几何缺陷的非线性 Riks 法屈曲载荷和屈曲模态更加贴近实际情况，在设计上非线性分析更加真实可靠。

2）Riks 法计算结果表明 1/3 复合材料柱壳具有明显的后屈曲行为，非线性下临界载荷可作为屈曲设计载荷参考依据，后屈曲极限载荷相比下临界载荷能提高近 10%，结构具有一定的后屈曲承载能力且后屈曲平衡路径是稳定的，结构设计上可以考虑这部分因素，提高结构利用效率。

3）进行了初始几何缺陷的敏感性分析，表明含口盖柱壳结构对初始几何缺陷是非常敏感的，为了提高抗屈曲性能，应提高加工工艺质量，减少初始几何缺陷。

参考文献（References）

[1] 范舟，程小全，李钟海，等. 带口盖复合材料柱面壳压缩性能[J]. 北京航空航天大学学报，2013，39(1)：89-94.
FAN Z，CHENG X Q，LI Z H，et al. Compressive behavior of composite cylinder shell[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2013，39(1)：89-94(in Chinese).

[2] JABAREEN M，SHEINMAN I. Buckling and sensitivity to imperfection of conical shells under dynamic step-loading[J]. Journal of Applied Mechanics，2007，74(1)：74-80.

[3] SHEINMAN I，JABAREEN M. Postbuckling of laminated cylindrical shells in different formulations[J]. AIAA Journal，2005，43(5)：1117-1123.

[4] JABAREEN M. Rigorous buckling of laminated cylindrical shells[J]. Thin-Walled Structures，2009，47(2)：233-240.

[5] GOLDFELD Y. Elastic buckling and imperfection sensitivity of generally stiffened conical shells[J]. AIAA Journal，2007，45(3)：721-729.

[6] SHEINMAN I，GOLDFELD Y. Buckling of laminated cylindrical shells in terms of different theories and formulations[J]. AIAA Journal，2012，39(9)：1773-1781.

[7] SHEINMAN I，GOLDFELD Y. Shell theory accuracy with regard to initial postbuckling behavior of cylindrical shell[J]. AIAA Journal，2012，42(2)：429-432.

[8] SPAGNOLI A，CHRYSSANTHOPOULOS M K. Elastic buckling and postbuckling behaviour of widely-stiffened conical shells under axial compression[J]. Engineering Structures，1999，21

(9):845-855.

[9] 李钟海,程小全,汪源龙,等.复合材料柱面壳压缩性能分析[J].复合材料学报,2011,28(1):206-210.
LI Z H,CHENG X Q,WANG Y L,et al. Compressive properties analysis of composite cylindrical shells[J]. Acta Materiae Compositae Sinica,2011,28(1):206-210(in Chinese).

[10] 阎崇年,范舟,程小全,等.含开口复合材料柱面壳压缩性能[J].北京航空航天大学学报,2012,38(10):920-924.
YAN C N,FAN Z,CHENG X Q,et al. Compressive behavior of composite cylindrical shell with open hole[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2012,38(10):920-924(in Chinese).

[11] 王珂晟,刘国强,朱晓莹.含初始缺陷的加强复合材料圆柱壳的非线性屈曲分析[J].机械设计与制造,2004(2):63-65.
WANG K S,LIU G Q,ZHU X Y. Analysis on nonlinear buckling of reinforced laminated composite cylindrical shell with initial imperfection[J]. Machinery Design and Manufacture,2004(2):63-65(in Chinese).

[12] 王毅,罗永峰,沈惠申.各向异性复合材料圆柱薄壳轴压下的屈曲性能[J].同济大学学报,2002,30(6):673-679.
WANG Y,LUO Y F,SHEN H S. Post buckling analysis imperfect stiffened laminated cylindrical shell under axial compression[J]. Journal of Tongji University,2002,30(6):673-679(in Chinese).

[13] HILBURGER M W,STARNES J H JR. Buckling behavior of compression-loaded composite cylindrical shells with reinforced cutouts[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics,2005,40(7):1005-1021.

[14] 武鹏飞,程小全,张纪奎,等.开口及边界条件对复合材料三分之一柱面壳压缩屈曲性能的影响[J].复合材料学报,2014,31(6):1525-1531.
WU P F,CHENG X Q,ZHANG J K,et al. Effect of opening and boundary conditions on compressive buckling properties of composite one-third cylindrical shell[J]. Acta Materiae Compositae Sinica,2014,31(6):1525-1531(in Chinese).

[15] 杜启端.现代薄壳非线性稳定性理论的发展和应用[J].强度与环境,2002,29(1):41-51.
DU Q R. The development and application of modern nonlinear stability theory of thin shell[J]. Structure & Environment Engineering,2002,29(1):41-51(in Chinese).

作者简介:

陈志刚 男,硕士研究生。主要研究方向:复合材料结构稳定性分析。

程小全 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:复合材料结构损伤容限分析与设计技术。

Post-buckling performance of 1/3 composite cylindrical shell with cover

CHEN Zhigang[1], WU Yongkang[1], CHENG Xiaoquan[1,*], ZHANG Tao[2]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Institute 306 of the 3rd Academy of CASIC, Beijing 100074, China)

Abstract: Composite cylindrical shells are already commonly used in structural engineering, and their buckling is of vital importance in the design of such structures. The linear eigenvalue problem can be used as an initial analysis method due to the huge discrepancies observed between test results and theoretical predictions, and one can choose the geometrically nonlinear analysis for further study. The one-third composite cylindrical shells with cover were chosen as research object loaded in compression, and an ABAQUS finite element model was built at first. A linear eigenvalue analysis based on Buckle algorithm and a geometrically nonlinear post-buckling analysis based on Riks algorithm are developed for this research. The strain and load numerical results were matched well with test results. The Riks analysis shows that the structure has the post-buckling carrying capacity and can also reach a stable nonlinear equilibrium path, grasping the critical buckling load accurately, and the buckling modes are more close to the test ones. Therefore, it is more reliable to take the result based on geometrically nonlinear Riks algorithm as design criteria. A general geometrically imperfection sensitivity analysis is performed. The study shows that the cover shell is sensitive to imperfection, and we should improve the quality of processing and reduce the initial geometric imperfection in order to enhance stable performance.

Keywords: composite; cylindrical shell; buckling; post-buckling; initial geometric imperfection

Received: 2016-03-04; **Accepted**: 2016-05-20; **Published online**: 2016-06-24 11:03

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160624.1103.001.html

* **Corresponding author**. E-mail: xiaoquan_cheng@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0627

高空平台通信系统中基于预测的小区切换算法

何攀峰[1], 程乃平[2,*], 倪淑燕[2]
(1. 装备学院 研究生管理大队, 北京 101416; 2. 装备学院 光电装备系, 北京 101416)

摘 要: 在平流层的环境中,高空平台(HAPS)的扰动特性严重影响了通信系统的小区切换性能。在平台扰动和终端移动的场景中,基于固定门限的切换算法容易增加不必要的切换次数,切换性能较差。建立 HAPS 覆盖模型,用户终端根据其速度动态选择切换检测周期,提出基于接收信号强度差分最小均方预测的自适应切换算法,推导了无线链路失败率的上限。仿真结果表明,相比传统固定门限的切换算法,本文算法有效降低了不必要的切换,同时还可将无线链路失败率控制在 1% 以下,能够适应多种通信场景。

关 键 词: 高空平台(HAPS); 覆盖模型; 预测; 最小均方; 切换
中图分类号: TN929.3
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0551-08

基于高空平台(High Altitude Platform Stations,HAPS)的空基无线通信系统是目前国际上正处于研究阶段的新型通信系统[1]。高空平台一般指固定工作在相对于地球高度在 20 ~ 50 km 的平流层范围的飞行器平台,如飞机、飞艇等[2]。受到空间气流的影响和位置姿态保持技术的限制,高空平台通常处在一种准静止(也称“扰动”)状态。高空平台的扰动会造成蜂窝小区覆盖范围的动态变化,引起小区边缘的用户发生频繁切换。因此该系统的切换算法除了考虑用户移动引起的小区切换外还需要考虑由于平台扰动发生的小区切换。高空平台的扰动对内层蜂窝与外层蜂窝的影响各不相同,采用固定门限的切换算法,很难满足通信系统内所有小区间均高效切换,存在很大的局限性。

在高空平台通信系统中触发切换是平台扰动和地面用户移动共同作用的结果,在切换过程中很容易出现乒乓切换。文献[3]指出平台很小的旋转角度会造成大量用户切换,尤其是外层蜂窝。文献[4]提出基于平均比特能量噪声谱密度比测量值的切换方法,相比于采用瞬时测量值的方法,提高了切换性能。文献[5]提出了协同方向性切换算法以及地理位置信息辅助的切换算法,但只针对平台水平移动,并没有考虑平台垂直运动、摆动、旋转等因素。文献[6]针对高空平台通信网络,提出基于能量感知和接收信号强度(Received Signal Strength,RSS)的负载均衡切换算法,提高了网络资源利用率,但没有考虑平台扰动的影响。文献[7-8]充分考虑多重因素如:平台移动距离、信号强度和小区负载等,采用径向基函数神经网络,提出一种智能切换算法,有效避免了乒乓效应,但是算法较复杂且没有考虑平台摆动和旋转的影响。

平台在扰动状态下,地面蜂窝配置会发生变化,目前主要通过调整波束指向(无论是自适应调整还是可控天线调整)和小区切换来保证系统性能。但是依靠调整波束指向补偿由高空平台移动造成的剩余指向误差存在很大的局限性,不能

收稿日期: 2016-07-27; **录用日期**: 2016-09-09; **网络出版时间**: 2016-11-08 17:52
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1752.004.html
基金项目: 国家“863”计划 (2015AA7011071)
* **通讯作者**: E-mail: cheng_np@163.com

引用格式: *何攀峰, 程乃平, 倪淑燕. 高空平台通信系统中基于预测的小区切换算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 551-558. HE P F, CHENG N P, NI S Y. Cell handover algorithm based on prediction in HAPS communication system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 551-558 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

真实反映实际情况[9]。此外,高空平台通信系统可支持多种通信终端,如手持终端、车载、舰载等通信终端。这些终端的速度分布范围很大,在进行小区切换时需要考虑终端的速度。

针对现有高空平台通信系统中对平台扰动的考虑不足,综合考虑 RSS、终端的移动速度、平台扰动等因素,本文提出基于 RSS 预测的自适应切换算法,相比于传统的固定门限切换算法,可以适应多种场景、支持不同运动速度的终端,减小不必要的切换次数,同时还可将切换失败率控制到较低的水平。

1 系统模型

高空平台受到平流层的温度、风速以及气压变化的影响,只能在一定区域内保持准静止状态,即平台位置(沿 x、y、z 轴方向的平移)和姿态(绕 x、y、z 轴转动即横滚、俯仰和偏航)在一定范围内动态变化。由于平台状态变化的不确定性,高空平台的扰动带来地面覆盖范围的变化也无固定规律可寻。高空平台扰动引起的覆盖范围变化会造成小区间频繁切换,降低系统性能。

1.1 覆盖模型

高空平台多波束天线产生多个椭圆波束,以蜂窝形式覆盖地面区域。波束覆盖几何模型如图 1所示。

半径为 r 的小区对向俯仰角 θ_{sub}(即俯仰方向波束宽度)和方位角 ϕ_{sub}(即方位方向波束宽度)分别为

$$\theta_{sub}=\arctan\left(\frac{g+r}{h}\right)-\arctan\left(\frac{g-r}{h}\right) \tag{1}$$

$$\phi_{sub}=2\arctan(r/\sqrt{h^2+g^2}) \tag{2}$$

式中:g 为任意小区中心到平台投影中心的距离;h 为平台相对于地面的高度。

平台在扰动状态下,平台位置变化不会引起

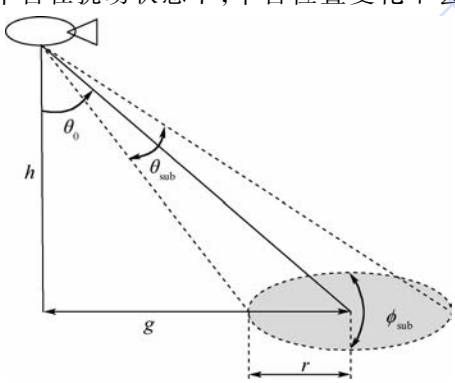


图 1 波束覆盖几何模型

Fig. 1 Geometric model of beam coverage

波束中心俯仰角和方位角的变化;平台姿态变化时,偏航角 $\Delta\phi$ 变化只造成小区以平台地面投影点为中心所有小区发生旋转即波束方位角发生变化,横滚角和俯仰角变化对小区覆盖影响类似都会造成波束中心俯仰角和方位角会发生,因此用摆动角 $\Delta\theta$ 和摆动方向 ϕ 来表示横滚角和俯仰角变化。

假定平台静止时位置坐标为$(0,0,h_0)$,摆动角、偏航角为 0°、摆动方向也为 0°,在扰动状态下其位置坐标为(x_i,y_i,h_i),摆动角为 $\Delta\theta$、摆动方向 ϕ、偏航角为 $\Delta\phi$。扰动情况下波束中心俯仰角可表示为 $\theta_0'=\theta_0+\Delta\theta\cos(\phi-\phi_0)$,方位角可表示为 $\phi_0'=\phi_0+\Delta\theta\sin(\phi-\phi_0)+\Delta\phi$。多波束天线在地面任意一点$(x,y)$的方向性增益可通过相对天线视轴极坐标的俯仰角和方位角来计算[10]。以波束地面投影中心为原点,以波束方位角为大小对(x,y)进行坐标旋转,得到新坐标(x_n,y_n)。

$$\begin{cases} x_n=\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\cdot \\ \qquad \cos\left(\arctan\dfrac{y-y_i}{x-x_i}-\phi_0'\right) \\ y_n=\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\cdot \\ \qquad \sin\left(\arctan\dfrac{y-y_i}{x-x_i}-\phi_0'\right) \end{cases} \tag{3}$$

相对天线视轴的俯仰角和方位角分别为

$$\theta_a=\arctan\left(\frac{\sqrt{x_a^2+y^2}}{h\cos\theta_0'+x_n\sin\theta_0'}\right) \tag{4}$$

$$\phi_a=\arctan(y_n/x_a) \tag{5}$$

式中:$x_a=(x_n-h\tan\theta_0')\cos\theta_0'$。考虑到天线旁瓣指标 S_f,HAPS 多波束在地面任意一点(x,y)方向性增益一般可表示为

$$D=\max\{(\cos(\theta_a\cos\phi_a))^{n_\theta}\cdot (\cos(\theta_a\sin\phi_a))^{n_\phi},S_f\}D_{max} \tag{6}$$

式中:D_{max}为天线视轴方向最大增益,其定义为

$$D_{max}=\frac{32\lg 2}{(2\arccos(\sqrt[n_\theta]{0.5}))^2+(2\arccos(\sqrt[n_\phi]{0.5}))^2} \tag{7}$$

其中:n_θ和 n_ϕ 分别为适合在蜂窝边缘的天线俯仰角和方位角方向的天线指数,可由俯仰方向和方位方向波束 $\theta_{3\,dB}$宽度及其边缘衰减值确定。

1.2 切换问题

高空平台小区间切换如图 2 所示。在相邻 A、B、C 3 个小区中,由于平台扰动造成地面覆盖蜂窝区域发生偏移,终端 1 和 2 初始分别在小区 C 和 小区B中,扰动后终端1和2均离开原覆盖小区,而处在小区 A 的覆盖范围之内。因此,平台

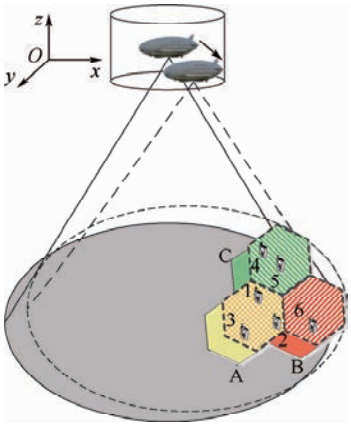


图 2　高空平台扰动造成用户在小区间切换

Fig. 2　Inter-cell user handover caused by HAPS disturbance

的扰动造成终端 1 从小区 C 切换到小区 A,终端 2从小区 B 切换到小区 A。

特别的,平台扰动容易造成大量小区边缘用户不必要的切换,不恰当的切换则会造成无线链路失败(Radio Link Failure,RLF)。切换算法优化的目标是检测并降低无线链路失败同时减少不必要的切换[11]。无线链路失败发生有以下 3 种情况:

1)切换太晚。用户终端初始在服务小区 A 中,经过一小段时间之后,无线链路失败发生并切换到新小区 B 中。

2)切换太早。用户终端初始在服务小区 A 中,之后切换到小区 B,经过一小段时间后,无线链路失败发生并返回小区 A 中。

3)切换到错误的小区。用户终端初始在服务小区 A 中,之后切换到小区 B 中,经过一小段时间之后,无线链路失败发生并切换到小区 C 中。

2　基于 RSS 预测的自适应切换算法

在研究切换算法中通常 RSS 是必不可少的考虑因素,而且大多数切换算法都是基于 RSS 固定门限算法的改进。针对高空平台扰动的不确定性、用户随机移动、不同衰落的影响,难以设定合理的切换门限。考虑到短时间 RSS 动态变化较小,当前与过去的 RSS 序列有极大的相关性,而且过去的 RSS 序列已经包含了各种影响 RSS 的因素,因此可以根据 RSS 时间序列预测值来判断切换的发生,避免不必要的切换,提高切换效率。

2.1　RSS 预处理

假定小尺度衰落可以通过接收端的滤波处理消除,地面用户接收参考信号功率可表示为

$$P_r(t)=P_t+D(\theta_a(t),\phi_a(t))-10\beta\lg(\lambda/(4\pi d_{T\text{-}R}(t)))-Z(t) \tag{8}$$

式中:P_t 为平台发射功率;$D(\theta_a(t),\phi_a(t))$为波束方向增益;$d_{T\text{-}R}(t)$为地面终端与平台间的距离;β 为路径损耗指数;$Z(t)$为阴影衰落。阴影衰落的大小主要由传播路径上的阻挡物(建筑物、树木等)尺寸决定,服从对数正态分布。

假定系统处理采样时间间隔为 t_0,最大切换检测周期为 t_{s0}($t_{s0}=Nt_0$,N 为采样点数)。考虑到地面用户的移动速度分布范围较大,对于高速移动用户,特别是用户与小区中心径向速度较大时,在小区重叠区域驻留时间短,检测周期应该减小,以提高切换成功率。而低速移动用户在小区重叠区域驻留时间较长,检测周期应该增加,避免无效的判断。因此根据用户速度范围设定不同的检测周期,使得对于不同速度用户在一个检测周期时变化率接近。对于中低速用户终端速度,即用户速度 $v\in[0,v_l]$,v_l 为中低速用户速度上限,切换检测周期可设置为

$$t_s=t_{s0}-\lfloor v/v_{th}\rfloor\Delta t_s \tag{9}$$

式中:Δt_s 为切换检测周期单位增量;v_{th}为同一检测周期的最大速度跨度。对于高速用户终端,即用户速度 $v\in(v_l,v_h]$,v_h 为用户最高速度的上限,切换检测周期统一设置为 t_{sh}。

2.2　RSS 预测

基于时间序列的预测方法,根据观测有限长度的数据,建立能够比较精确反映时间序中所包含的动态依存关系,根据动态数据揭示系统动态结构和规律实现对未来序列的预测。文献[10]将 RSS 序列拟合为时间 t 的 n 次多项式,并预测 $t+k$ 时刻的 RSS 值。文献[12]采用自回归(Auto Regressive, AR)模型对 RSS 进行预测。上述 2 种方法能够有效预测固定规律变化的 RSS,但对 RSS 动态变化适应性差。文献[13]提出 k 步最小均方(Least Mean Square,LMS)预测算法,能够实现 RSS 的动态预测,但只针对地面低速终端的 RSS 预测。

由于 LMS 采用二阶统计量作为约束条件,对非平稳信号的适应性差,而高空平台通信系统中地面终端的 RSS 是典型的非平稳信号。以平流层飞艇为代表的高空平台特体积庞大,具有大惯量、大时滞和低动态的动力学特性[14],因此平台扰动带来的 RSS 变化缓慢。将 RSS 测量值差分后可去除部分趋势项,得到近似平稳信号。本文提出差分辅助的 LMS 误差 k 步预测算法。

RSS 采样序列为 $\boldsymbol{X}=[x(1),x(2),\cdots,x(m+$

北航学报 赠阅

1)],经过一次差分 $y(n)=x(n+1)-x(n)$,得到差分后的序列 $\boldsymbol{Y}=[y(1),y(2),\cdots,y(m)]$。对差分后的序列 $\boldsymbol{Y}$ 进行 k 步归一化 LMS 预测误差,如图 3 所示。

k 步预测器根据当前和过去组成的时间序列 $\boldsymbol{Y}(n)$ 预测 $y(n+k)$,m 阶预测器的预测方程为

$$\hat{y}(n+k)=\sum_{l=0}^{m-1}w_n y(n-l)=\boldsymbol{W}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}(n) \tag{10}$$

时间序列为 $\boldsymbol{Y}(n)=[y(n),y(n-1),\cdots,y(n-m+1)]$,可变系数为 $\boldsymbol{W}_n=[w_n(0),w_n(0),\cdots,w_n(m-1)]^{\mathrm{T}}$,系数向量和误差的调整分别按式(11)和式(12)迭代计算。

$$\boldsymbol{W}_{n+1}=\boldsymbol{W}_n-\mu e(n)\frac{\boldsymbol{Y}(n)}{\|\boldsymbol{Y}(n)\|^2} \tag{11}$$

$$e(n)=y(n+k)-\boldsymbol{W}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}(n)\approx e(n-k)=y(n)-\boldsymbol{W}_{n-k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}(n-k) \tag{12}$$

式中:μ 为步长因子,如果满足 $0<\mu<2$,则归一化 LMS 算法收敛于均值。由于无法得到第 k 步真实值 $y(n+k)$,这里用最新的误差 $e(n-k)$ 近似。最后经过反差分可得到 k 步预测值

$$\hat{x}(n+k)=x(n)+\sum_{i=1}^{k}\hat{y}(n-i) \tag{13}$$

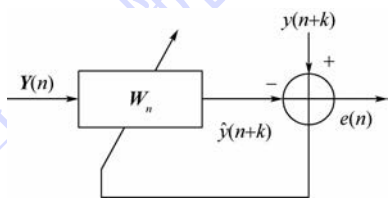


图 3 k 步 LMS 预测器

Fig. 3 k-step LMS predictor

2.3 自适应切换机制

如果能够预测切换完成时刻原小区和目标小区的 RSS,可以大大降低不必要的切换次数,同时保证切换失败率处于一定的门限。因此为了在切换触发时刻准确预测切换完成时刻的 RSS,预测步长 k 应该根据切换执行时间来确定,并根据预测值决定此时是否发起切换,k 由切换检测周期 t_s 和切换执行时间 t_h 确定

$$k=\left|(t_h+\Delta t)/t_s\right| \tag{14}$$

式中:Δt 为预测余量,基于 RSS 预测的切换过程如图 4 所示。

1) 检测终端在当前小区内 RSS 为 $x_S(t_i)$,若 $x_S(t_i)\leqslant P_{int}$($P_{int}$ 为开始预测门限),执行预测算法,进行下一步,否则继续检测当前小区。

2) 检测周围小区信号强度,如果发现有一个小区 RSS 即将达到该业务灵敏度边缘,即 $x_T(n-l)\geqslant P_{rxth}-\Delta\varepsilon$($P_{rxth}$ 为接收机灵敏度,$\Delta\varepsilon$ 为一个较小的正数),对该目标小区 RSS 执行预测算法。

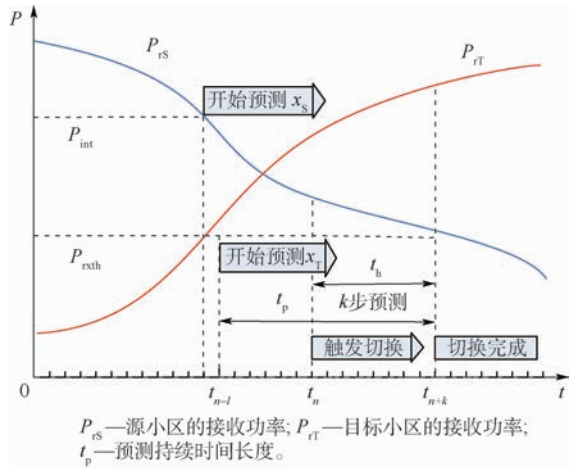


图 4 基于 RSS 预测的切换过程

Fig. 4 Handover process based on RSS prediction

3) 对当前服务小区和目标小区同时执行 k 步预测,若在时刻 n,经过 k 步预测同时满足 $\hat{x}_S(n+k)<P_{rxth}$ 和 $\hat{x}_T(n+k)>\hat{x}_S(n+k)+\Delta\varepsilon$,触发切换并结束预测过程,否则返回到 1)。

虽然基于 RSS 预测的方法可以适应不同的环境,但切换性能受限于预测误差。RSS 中波束增益和传输损耗通常可认为是连续变化的,而阴影衰落 $Z(t_i)$ 则是随机过程,$\lg Z(t_i)$ 服从正态分布,差分后的 RSS 中阴影衰落分量仍然服从正态分布。因此预测误差分布特性可近似认为正态分布,预测误差的标准差为 σ_e。

在判断切换完成时刻原小区 RSS 真实值 $x_S(n+k)$ 应等于 P_{rxth},考虑到预测误差的随机特性:

$$\hat{x}_S(n+k)=x_S(n+k)+e(n+k)\approx P_{rxth}+e(n+k) \tag{15}$$

式中:$e(n+k)$ 为预测误差,假定 $e(n+k)\sim N(0,\sigma_e^2)$,于是第 k 步预测值 $\hat{x}_S(n+k)\sim N(P_{rxth},\sigma_e^2)$,则 $z=(\hat{x}_S(n+k)-P_{rxth})/\sigma_e\sim N(0,1)$。在判断切换完成时刻 $\hat{x}_S(n+k)$ 的均值与 P_{rxth} 相等,因此利用置信区间对灵敏度门限 P_{rxth} 进行补偿,在置信度为 $(1-\alpha)\%$ 时,$\hat{x}_S(n+k)$ 的置信区间为 $[P_{rxth}-z_{\alpha/2}\sigma_e,P_{rxth}+z_{\alpha/2}\sigma_e]$。

因此,判决参数进行补偿后的判决条件变为

$$\begin{cases}\hat{x}_S(n+k)<P_{rxth}+z_{\alpha/2}\sigma_e\\ \hat{x}_T(n+k)>\hat{x}_S(n+k)+\Delta\varepsilon\end{cases} \tag{16}$$

相邻波束产生自同一个平台天线,在地面波束交叠区域某一位置的终端接收到的相邻波束信号可认为经历相同阴影衰落。当服务小区信号强

度满足 $\hat{x}_S(n+k) < P_{rxth} + z_{\alpha/2}\sigma_e$ 时,通常情况下 $\hat{x}_T(n+k) > \hat{x}_S(n+k) + \Delta\varepsilon$ 也成立,除非在小区重叠区域经历特别严重的衰落。此时即使切换,也会发生切换失败。

如果原小区 RSS 降低到接收机灵敏度以下,则会发生无线链路失败,在切换完成时刻 RSS 测量值小于接收机灵敏度门限的概率为

$$p[P_{rS}(t_{hf}) < P_{rxth}] = p[x_S(n+k) < P_{rxth}] = p[\hat{x}_S(n+k) + z_{\alpha/2}\sigma_e < P_{rxth}] = \int_{-\infty}^{-z_{\alpha/2}\sigma_e} \frac{e^{-x^2/2\sigma_e^2}}{\sigma_e\sqrt{2\pi}}dx = F(-z_{\alpha/2}\sigma_e) \tag{17}$$

式中:t_{hf}为切换完成时刻。假定预测值准确,在切换执行时间内,用户接收原小区信号功率动态递减,则切换过程中用户在原小区中断的概率可表示为

$$p[P_{rS}(t) < P_{rxth}] \leqslant p[P_{rS}(t_{hf}) < P_{rxth}] = F(-z_{\alpha/2}\sigma_e) \tag{18}$$

在切换执行时间内,用户在目标小区中断一般发生在切换完成时刻附近,因此,用户在目标小区中断的概率可表示为

$$p[P_{rT}(t) < P_{rxth}] \approx p[P_{rT}(t_{hf}) < P_{rxth} + \Delta\varepsilon] < p[P_{rT}(t_{hf}) < P_{rxth}] \tag{19}$$

虽然平台扰动会造成小区覆盖区域变化,但用户在覆盖区域内总能找到一个小区提供服务。用户接收原服务小区和目标小区参考信号功率同时小于 P_{rxth}的概率近似为 0。无线链路失败包括在原小区失败和在目标小区失败 2 种情况,因此无线链路失败率为

$$p_{RLF} \approx p[P_{rS}(t) < P_{rxth}] + p[P_{rT}(t) < P_{rxth}] = p[P_{rS}(t) < P_{rxth}] + p[P_{rT}(t_{hf}) < P_{rxth} + \Delta\varepsilon] < 2F(-z_{\alpha/2}\sigma_e) \quad t_{hs} \leqslant t \leqslant t_{hf} \tag{20}$$

式中:t_{hs}为切换开始时刻。由式(20)知,置信度决定了无线链路失败率的上限,因此对于无线链路失败率有特殊要求的应用场景,只要改变置信度即可灵活调整。

3　性能评价与仿真分析

3.1　仿真参数

考虑一个简单的场景,如图 5 所示。用户终端以速度 v 从小区 A 移动到小区 B,同时平台处于扰动中。

假定平台位置和姿态按照无阻尼运动进行周期性的来回运动。其中平台运动平均速度为 10 m/s,平台摆动和旋转按单摆运动,周期设置为 14.2 s[15]。高空平台通信系统仿真参数见表 1。

估计切换延迟 t_h 设置为 500 ms,预测开始门限 P_{int}为 −100 dBm,预测余量 Δt 为 0。LMS 预测器阶数 $m=5$。切换检测周期 t_s 按照式(9)计算,其中:$t_{s0}=500$ ms,$\Delta t_s=100$ ms,$v_{th}=25$ km/h,$v_l=70$ km/h,$t_{sh}=200$ ms。

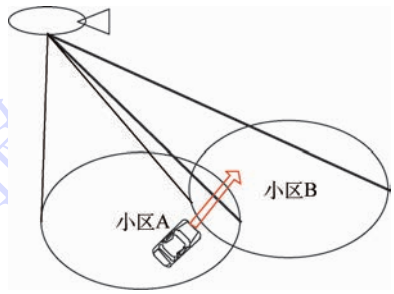


图 5　仿真切换场景

Fig. 5　Handover scenes of simulation

表 1　仿真参数列表

Table 1　List of simulation parameters

仿真参数	数值
平台高度/km	22
平台位置变化范围/m	水平 ±400,垂直 ±700
平台姿态变化范围/(°)	摆动角 ±1,偏航角 ±1
小区波束发射功率/mW	10
蜂窝层数	5
小区半径/km	3.15
频率/GHz	2.1
带宽/MHz	20
路径损耗模型	自由空间损耗,路径损耗指数为 2
阴影衰落分布	对数正态分布,标准差为 1 ~ 5 dB
用户终端速度/(km · h^{-1})	5 ~ 120
用户初始位置	距离小区边缘 1 km 处
仿真时间/s	200

3.2　仿真结果及分析

1) 用户不同速度下的预测性能

预测算法性能采用预测平均绝对误差(Mean Absolute Error,MAE)和预测误差标准差 σ_e 2 个参数来衡量。图 6 为用户在最外层蜂窝下 AR 预测、LMS 预测和差分 LMS 预测 3 种方法的性能。相比于前 2 种方法,差分 LMS 预测误差最小,能够保证在不同的速度区间误差比较稳定。图 7 给出了终端在不同层蜂窝中,预测误差随速度变化曲线。可以发现预测性能随蜂窝层数增加而变差,在同一层蜂窝中平均预测误差随用户速度的增大而增大。平台扰动,特别是摆动和旋转对外层蜂窝影响最大,而且在外层蜂窝下阴影衰落方差也较大,因此预测误差性能也受到较大影响。用户速度越大,预测步长 k 也随之增加,从而造成预测误差增大。总体而言,无论地面终端处于哪

北航学报 赠阅

一层蜂窝、哪一个速度级别,最大预测平均绝对误差不超过 0.3 dB,预测性能较好。

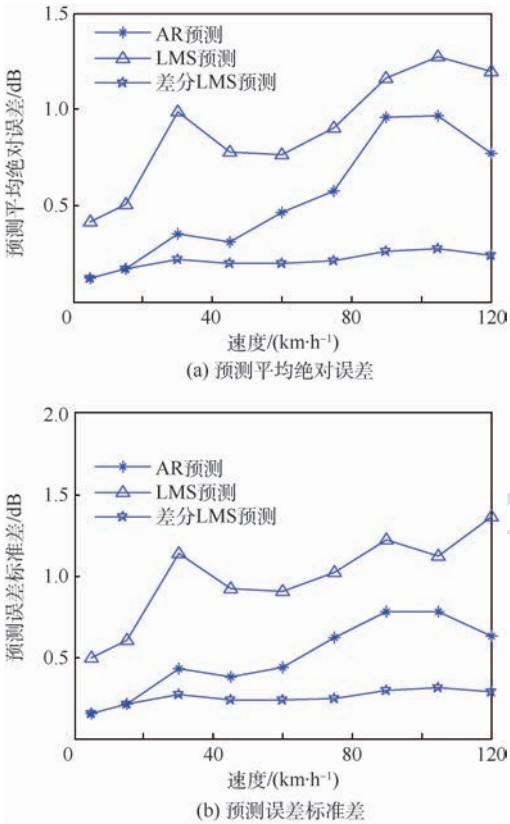


图 6 不同预测方法性能比较

Fig. 6 Comparison of performance of different prediction methods

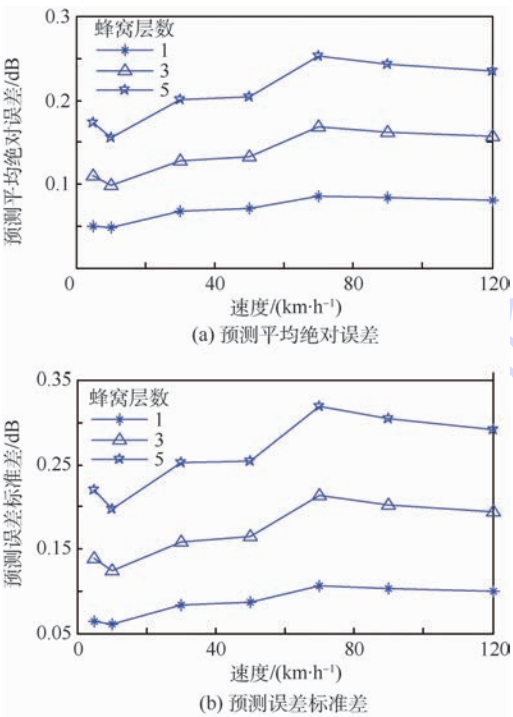


图 7 差分 LMS 预测性能

Fig. 7 Prediction performance of differential LMS

2)终端不同速度时的切换性能

用平均切换次数、乒乓切换率和无线链路失败率这 3 个指标比较带有滞后余量的相对信号强度(Relative Signal Strength with Hysteresis, RSSH)、带门限和滞后余量相对信号强度(Relative Signal Strength with Threshold and Hysteresis, RSSTH)和本文切换算法切换性能。RSSH 算法中滞后余量为 3 dB,RSSTH 算法中滞后余量和门限分别为3 dB和 -102 dBm,触发切换延迟为 1 个采样间隔,P_{rxth} 为 -103 dBm。本文算法中 $\Delta\varepsilon = 0.5$,置信度为 95%,即门限补偿因子 $z_{\alpha/2} = 1.96$。

图 8 为终端在第 5 层蜂窝移动时 3 种切换算法的性能。RSSH算法虽然有最低的无线链路

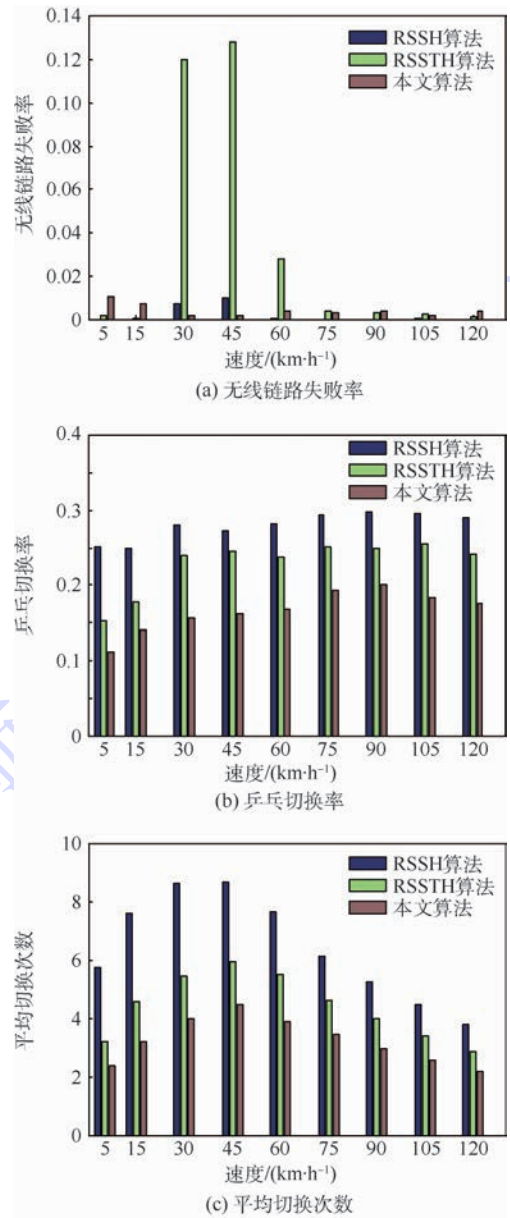


图 8 不同切换算法的性能比较

Fig. 8 Comparison of performance of different handover algorithms

失败率,但平均切换次数和乒乓切换率均最大;RSSTH 算法相比 RSSH 算法降低了平均切换次数和乒乓切换率,但无线链路失败率波动较大;而本文算法能够在不同速度条件下保证平均切换次数和乒乓切换率均最小,无线链路失败率稳定在 1% 以下。此外无线链路失败率可通过置信度来灵活调整。

从图 8 中可知无论哪一种切换算法,平均切换次数并没有随着速度递增,这正是平台扰动下切换的特点。在平台扰动状态下,地面终端在波束交叠区域停留时间越长则切换次数越多。随着速度的增加,地面终端在波束重叠区停留时间越短,切换次数也随之减小。

4　结　论

本文在分析高空平台通信系统的切换问题的基础上提出基于 RSS 差分的最小均方误差预测结合切换门限置信度补偿的自适应切换算法,仿真分析了预测方法与所提切换算法的性能。

1) 该切换算法实现简单,采用终端控制方式,降低了地面用户大量切换对平台造成的负担。

2) 该预测方法能够适应平台扰动和终端不同的移动速度,预测误差始终保持在 0.3 dB 以下。

3) 自适应切换算法有效降低了乒乓切换率和平均切换次数,同时能够保证无线链路失败率稳定在 1% 以下。

4) 切换门限置信度补偿提高了算法的灵活性,可以根据不同应用场景设置不同的置信度。

参考文献 (References)

[1] 白琳,梁仙灵,肖振宇,等. 空间多维协同传输理论与关键技术[M]. 北京:人民邮电出版社,2015:6-7.
BAI L,LIANG X L,XIAO Z Y,et al. Spatial multidimensional cooperative transmission theories and key technologies[M]. Beijing: The People's Posts and Telecommunications Press, 2015:6-7(in Chinese).

[2] WIDIAWAN A K,TAFAZOLLI R. High altitude platform station (HAPS):A review of new infrastructure development for future wireless communications[J]. Wireless Personal Communications,2007,42(3):387-404.

[3] ALBAGORY Y,NOFAL M,GHONEIM A. Handover performance of unstable-yaw stratospheric high-altitude stations[J]. Wireless Personal Communications,2015,84(4):2651-2663.

[4] 管明祥. HAPS 资源管理及容量估算研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2008:52-56.
GUAN M X. Research on resource management and capacity estimation method for HAPS[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2008:52-56(in Chinese).

[5] LI S F,WANG L,DAVID G,et al. Cooperative directional inter-cell handover scheme in high altitude platform communications systems[J]. Journal of Electronics (China),2011,28(2):249-257.

[6] AN F,WANG Y,MENG F. A load balancing handoff algorithm based on RSSI and energy- aware in HAPs network[C]// IEEE International Conference on Signal Processing, Communication and Computing. Piscataway,NJ:IEEE Press,2013:1-6.

[7] ALSAMHI S H,RAJPUT N S. An intelligent hand-off algorithm to enhance quality of service in high altitude platforms using neural network[J]. Wireless Personal Communications,2015,82(4):2059-2073.

[8] ALSAMHI S H,RAJPUT N S. Neural network in intelligent handoff for QoS in HAP and terrestrial systems[J]. International Journal of Materials Science and Engineering,2014,2:141-146.

[9] 管明祥,郭庆,顾学迈. 高空平台不稳定性对 HAPS 通信性能影响建模与分析[J]. 电子学报,2012,40(10):1948-1953.
GUAN M X,GUO Q,GU X M. Model and evaluation for performance effects by instability of HAP for HAPS communication[J]. Acta Electronica Sinica,2012,40(10):1948-1953(in Chinese).

[10] 翁丽娜,杨杰,柯海舟,等. 基于时间序列分析的链路质量预测和稳定路由算法研究[J]. 电子与信息学报,2011,33(4):885-889.
WENG L N,YANG J,KE H Z,et al. A time series analysis-based link quality prediction algorithm and its application to reliable routing[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2011,33(4):885-889(in Chinese).

[11] HEGAZY R D,NASR O A. A user behavior based handover optimization algorithm for LTE networks[C]// IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway,NJ: IEEE Press,2015:1255-1260.

[12] 闫继垒,李建东,赵林靖. 异构无线网络环境下的切换触发时间选择算法[J]. 通信学报,2011,32(11):126-132.
YAN J L,LI J D,ZHAO L J. Handover trigger time selection algorithm in heterogeneous wireless networks environment[J]. Journal on Communications,2011,32(11):126-132(in Chinese).

[13] YOO S J,CYPHER D,GOLMIE N. LMS predictive link triggering for seamless handovers in heterogeneous wireless networks[C]// Military Communications Conference. Piscataway,NJ: IEEE Press,2007:1-7.

[14] 赵达,刘东旭,孙康文,等. 平流层飞艇研制现状、技术难点及发展趋势[J]. 航空学报,2016,37(1):45-56.
ZHAO D,LIU D X,SUN K W,et al. Research status,technical difficulties and development trend of stratospheric airship[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2016,37(1):45-56(in Chinese).

[15] 游思晴. 平流层 CDMA 移动通信蜂窝网的性能研究[D]. 北京:北京邮电大学,2012:56-68.
YOU S Q. Porformance research of HAPS-CDMA mobile cellu-

北航学报 赠阅

lar network[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2012: 56-68(in Chinese).

作者简介:

何攀峰 男,博士研究生。主要研究方向:无线通信网络、卫星通信系统。

程乃平 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:无线通信网络、卫星通信系统。

倪淑燕 女,博士,讲师。主要研究方向:无线通信网络、数字波束赋形。

Cell handover algorithm based on prediction in HAPS communication system

HE Panfeng[1], CHENG Naiping[2,*], NI Shuyan[2]

(1. Department of Graduate Management, Equipment Academy, Beijing 101416, China;
2. Department of Optical and Electronic Equipment, Equipment Academy, Beijing 101416, China)

Abstract: In the environment of stratosphere, the quasi-stationary characteristics of high altitude platform station (HAPS) seriously affect handover performance of the communication system. In the scenes of platform disturbance and mobility of terminal, the handover algorithm based on fixed thresholds is easy to increase the number of unnecessary handover and shows poor handover performance. HAPS coverage model was established, and the handover detection period can be changed with speed of user terminals. Then the adaptive handover algorithm was proposed to trigger handover based on signal strength, which is predicted by differential least mean square method. The upper limit of the radio link failure rates was also derived. The results of simulation indicate that compared with traditional fixed-threshold methods, the proposed algorithm effectively reduces the unnecessary handover, and keeps radio link failure rate under 1%, which makes it adaptable to a variety of communication scenarios.

Keywords: high altitude platform station (HAPS); coverage model; prediction; least mean square; handover

Received: 2016-07-27; **Accepted**: 2016-09-09; **Published online**: 2016-11-08 17:52
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1752.004.html
Foundation item: National High-tech Research and Development Program of China (2015AA7011071)
* **Corresponding author**. E-mail: cheng_np@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0194

洛伦兹力磁轴承磁密均匀度设计与分析

许国锋[1], 蔡远文[1], 任元[1,*], 樊亚洪[2], 孙津济[3], 赵航[4]

(1. 装备学院 航天装备系, 北京 101416; 2. 北京控制工程研究所, 北京 100190;
3. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083; 4. 北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘 要: 新型磁悬浮控制敏感陀螺(MSCSG)高速转子具有万向偏转特性,可输出高精度和高带宽的偏转控制力矩,用于抑制天基平台的周期性振动。MSCSG 采用 5 自由度(DOF)全主动控制,其径向 2 个扭动 DOF 的偏转控制由洛伦兹力磁轴承(LFMB)实现。基于 LFMB 的基本构型,建立电磁力和电磁力矩的数学模型,并分析出气隙磁密均匀度是影响输出力矩精度和角速率测量精度的主要因素。介绍了 LFMB 的优化设计结构,通过有限元仿真分析,结果表明所设计 LFMB 通过在内外永磁体表面增加 1J50 导磁薄片,能够有效提高气隙磁密分布的均匀度,输出控制力矩更加精确,有利于提高控制精度;通过使用梯形永磁体提供更大的供磁面积提高气隙磁密强度以降低功耗,同时梯形永磁体在转子高速旋转时便于限位,保证稳定性。本文研究可为具有偏转特性的磁悬浮类转子陀螺的设计与分析提供有益参考。

关 键 词: 洛伦兹力磁轴承(LFMB); 均匀度; 精度; 偏转控制; 磁悬浮控制敏感陀螺(MSCSG)

中图分类号: V448.2; TJ761.7

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0559-08

以高分侦查为代表的航天任务对航天器姿态稳定度和超静性能提出了极高的要求。航天器在空间运动,其姿态受多源扰动影响,而这些扰动包含多种振动模态且频率分布范围广,传统姿态控制回路带宽很低且响应速度很慢,无法有效抑制超出姿控系统带宽的高频扰动[1]。

主动磁悬浮轴承(Active Magnetic Bearings, AMBs)具有非接触、高转速、长寿命、低功耗及无需润滑等优点[2-3]。基于 AMBs 的磁悬浮飞轮是常用的姿态控制执行机构,具有输出力矩精度高、振动干扰小等突出优势[4]。普通磁悬浮飞轮仅通过改变飞轮角动量大小输出单自由度姿控力矩,无法明显改善其输出力矩的带宽和响应速度。而具有转轴偏转能力的磁悬浮飞轮还能够改变飞轮角动量的方向,使得单台飞轮就具有 3 自由度的力矩输出能力,可以对瞬时大干扰力矩进行快速抑制,满足高精度和高稳定度的姿控需求,是实现高分侦查任务的理想执行机构[5-6]。

为提高微框架磁悬浮飞轮的偏转精度,相关磁悬浮技术研究单位和人员利用洛伦兹力型主动磁轴承进行飞轮转子的悬浮支承和扭转输出力矩控制,提高了最大可偏转角和最大偏转力矩,实现了高精度偏转控制[7-11]。采用洛伦兹力磁轴承(Lorentz Force-type Magnetic Bearing, LFMB)进行 2 个自由度的扭转控制具有悬浮功耗低的优点,又可以提高偏转控制的精度。LFMB 的电磁力依据安培力定律,位于平行放置的永磁体磁场的通电线圈受到安培力的作用,因此气隙磁密的分布

收稿日期: 2016-03-11; **录用日期**: 2016-05-27; **网络出版时间**: 2016-06-06 17:28
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160606.1728.002.html
基金项目: 国家自然科学基金 (51475472)
* **通讯作者**: E-mail: renyuan823@aliyun.com

引用格式: 许国锋, 蔡远文, 任元, 等. 洛伦兹力磁轴承磁密均匀度设计与分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 559-566. XU G F, CAI Y W, REN Y, et al. Design and analysis on uniformity of magnetic flux density in Lorentz force-type magnetic bearing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 559-566 (in Chinese).

北航学报 赠阅

直接决定电磁力的精确度,实际情况下气隙磁密呈非均匀分布,呈现非线性特点。针对 LFMB 进行高精度偏转控制,研究人员考虑到了气隙磁密的非线性对偏转控制的影响,分别从电磁力矩的非线性建模与补偿[12-14]和改进控制方法[1,15-16] 2 个角度进行研究以提高偏转控制的精度和响应速度,却没有从根本上解决 LFMB 气隙磁密的非线性、非均匀性问题。

为实现甚稳超静,近年来,研究人员提出了基于 ABMs 的磁悬浮控制敏感陀螺(Magnetically Suspended Control & Sensing Gyroscope, MSCSG)新概念,集成惯性执行机构的姿态控制功能和角速率敏感器的姿态测量功能。其中, LFMB 实现转子的万向偏转提高控制力矩的精度和带宽。本文介绍了 5 自由度的球面悬浮的 MSCSG 结构及其万向偏转特性;基于 LFMB 基本构型建立了电磁力和电磁力矩模型,分析其精度的主要影响因素为气隙磁密均匀度;针对传统 LFMB 的气隙磁密非均匀分布问题,通过增加 1J50 导磁薄片提升磁密均匀度,通过改变永磁体形状增强磁密分布降低功耗和增强其在转子高速旋转下的稳定性,仿真结果表明所设计的 LFMB 能够有效提高偏转控制精度和角速率测量精度。

1 MSCSG 结构及特性

1.1 MSCSG 结构及悬浮方案

新提出的 MSCSG 集惯性测量与惯性执行机构于一体,尚处于概念阶段,须进一步深入研究。MSCSG 主要由飞轮转子、径向磁轴承、轴向磁轴承、偏转 LFMB、传感器和高速电机等部分组成,其结构如图1所示。其中高速飞轮转子设计为扁平结构,以获取较大的转动惯量-质量比,减小飞轮质量,从而减小径/轴向磁轴承的体积和承重功耗。

MSCSG 的 3 个自由度的平动主要通过径向球面磁轴承和轴向球面磁轴承悬浮实现,二者转子为分体式同心不同半径双球面结构,同时被 2 个磁轴承的定子极面组成的同心不同半径的双球面所包络。所用轴承均为纯电磁磁轴承,具有刚度可调、精度可控及耦合最低的优点。径向球面磁轴承采用 2 对极差动驱动,分别实现 x、y 方向的平动控制,同时当径向磁轴承转子球面磁极与陀螺转子质心重合时,可实现径向 2 个平动自由度对径向 2 个扭动自由度解耦。轴向球面磁轴承采用 1 对极差动驱动,实现 z 方向的平动控制。径向 2 个扭动自由度通过偏转 LFMB 实现。因此,MSCSG 的 3 个自由度的平动控制和 2 个自由度的扭动控制可以单独考虑和设计。

1.2 MSCSG 转子的万向偏转特性

由于 MSCSG 采用有间隙的弹性支承,其高速旋转的磁悬浮转子可在有限间隙里作万向扭动,提高控制力矩的带宽,具有万向偏转特性,见图 2。

MSCSG 不仅可以像惯性执行机构一样,通过框架的转动或转速的变化,输出低带宽的姿态控制力矩;而且它利用磁悬浮有间隙、无摩擦的优势,通过电磁力直接驱动转子任意方向高频往复偏转,驱动电流小,所以带宽高、精度高,正好可以用于抑制天基平台的周期性振动,为解决甚稳超静平台的高频角振动问题提供了新的途径。相比控制力矩陀螺,其偏转力矩通过直驱方式进行,且无摩擦、幅值小,从而实现高精度高带宽力矩输出。

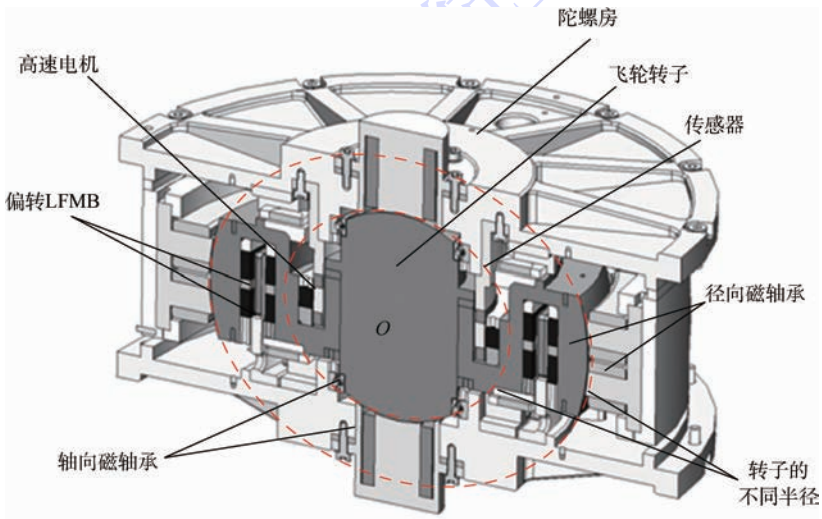


图 1 MSCSG 结构示意图

Fig. 1 Structural schematic diagram of MSCSG

北航学报 赠阅

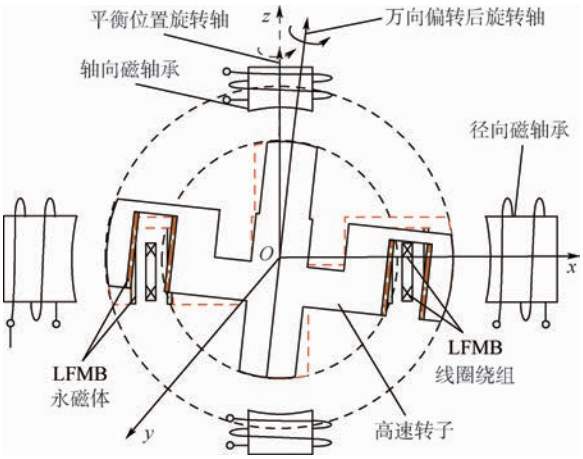


图 2　MSCSG 转子的万向偏转特性

Fig. 2　Universal deflection characteristic of MSCSG rotor

与框架力矩相比,偏转力矩高精度、高带宽的原因主要体现在以下 3 个方面:①从驱动力方式来看,框架力矩是间接旋转驱动,存在摩擦和传动延时,而偏转力矩是直接线性驱动,不存在摩擦和传动延时;②从驱动力方向来看,框架力矩采用的是磁力切向分力(与转角位置成非线性,控制精度低),而偏转力矩采用的是法向力(与位移成线性,控制精度高);③从运动检测精度来看,框架力矩采用的是测角(最小量程),精度低,而偏转力矩则测位移(最大量程),精度高。

2　LFMB 电磁力矩建模与分析

LFMB 用来驱动磁悬浮转子进行高频万向偏转,输出高精度、高带宽的偏转控制力矩,根据 LFMB 基本模型,构建其电磁力矩数学模型,用于精确分析影响力矩精度的关键因素,对 LFMB 的优化设计提供指导。

2.1　LFMB 的基本模型

LFMB 主要由内外永磁体、定子骨架、线圈绕组和传感器等组成,基本结构如图 3 (a)所示。

图 3 中,内外永磁体沿周向安装在转子凹槽内,为了使磁路闭合,内外永磁体磁性相反,在二者之间产生稳定的磁场。4 个同匝数线圈绕组位于定子骨架上,成对串联使用,线圈处于内外永磁体之间的间隙内。传感器用来检测转子偏转时的轴向位移,测量数据用于计算转子的偏转角。

2.2　LFMB 电磁力矩建模

如图 3 所示,坐标系 $Oxyz$ 的原点位于 LFMB 定子的几何中心,x 轴和 y 轴分别定义为与 2 对线圈的中心线重合,z 轴符合右手定则。

LFMB 产生的电磁力依据安培力定律,即位于永磁体磁场的通电线圈受到安培力的作用,方向由左手定则确定。由 LFMB 结构可知,在平衡位置时,其线圈沿 Oxy 平面对称分为上下两半部分。在第 i 组线圈上半部分,沿周向选择微元 $\mathrm{d}\theta$,则其所受安培力可表示为

$$\mathrm{d}f_i = nBI_iL_r\mathrm{d}\theta \qquad i = 1,2,3,4 \tag{1}$$

式中:n 为线圈匝数;I 为激励电流。此处假设气隙磁密分布均匀,B 为常数。

由 $\mathrm{d}f_i$ 产生的电磁力矩 $\mathrm{d}\boldsymbol{T}$ 位于 Oxy 平面,可表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{T}_i = \boldsymbol{r} \times \mathrm{d}f_i = \begin{bmatrix} nBI_iL_r^2\sin\theta \\ -nBI_iL_r^2\cos\theta \end{bmatrix}\mathrm{d}\theta \tag{2}$$

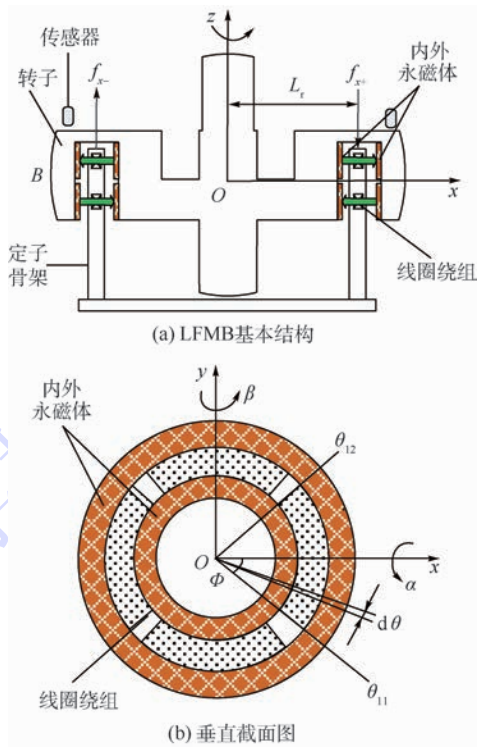
式中:$\boldsymbol{r}$ 为电磁力 $\mathrm{d}f_i$ 的作用力臂。

则第 i 组线圈上下部分产生的有效电磁合力矩为

$$\boldsymbol{T}_i = \int_{\theta_{i1}}^{\theta_{i2}} \begin{bmatrix} 2nBI_iL_r^2\sin\theta \\ -2nBI_iL_r^2\cos\theta \end{bmatrix}\mathrm{d}\theta \tag{3}$$

其中:θ_{i1} 和 θ_{i2} 指第 i 组线圈沿周向两端的角度坐标,定义为

$$\begin{cases} \theta_{i1} = \dfrac{(i-1)\pi}{2} - \Phi \\ \theta_{i2} = \dfrac{(i-1)\pi}{2} + \Phi \end{cases} \tag{4}$$



L_r—定子半径;f_{x+}—x + 向转子所受电磁力;f_{x-}—x - 向转子所受电磁力;B—线圈位置气隙磁密;β—绕 y 轴的偏转角;α—绕 x 轴的偏转角;θ_{11}—第 1 组线圈的起端角度;θ_{12}—第 1 组线圈的末端角度;$\mathrm{d}\theta$—线圈微元;2Φ—线圈周向张角。

图 3　LFMB 结构示意图

Fig. 3　Structural schematic diagram of LFMB

北航学报 赠阅

则 4 个线圈产生的有效电磁合力矩为

$$\boldsymbol{T}=\sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{T}_i=4nBL_r^2\sin\ \boldsymbol{\Phi}\begin{bmatrix}I_2-I_4\\I_3-I_1\end{bmatrix} \tag{5}$$

该力矩即为 LFMB 为 MSCSG 提供 2 个自由度扭转运动的偏转控制力矩。4 组线圈绕组成对串联使用时，电流 I_2 与 I_4、I_3 与 I_1 大小相等，方向相反，此时有效电磁合力矩为

$$\boldsymbol{T}=8nBL_r^2\sin\ \boldsymbol{\Phi}\begin{bmatrix}I_2\\I_3\end{bmatrix} \tag{6}$$

传统 LFMB 的气隙磁密分布具有以下特点：轴向上气隙磁场在线圈中心位置磁密最大，沿着中心位置两端逐渐减小；径向上也呈现出中心线磁密大，沿中心位置两端逐渐减小的趋势，故其磁密大小 B 具有非线性。同时，在实际的偏转控制中，采用线圈中心位置气隙磁密取值，即气隙磁密幅值对转子进行偏转控制，若转子发生偏转或平动，线圈必然偏离中心位置，气隙磁密的非均匀分布必然导致对偏转控制产生干扰力矩：

$$\Delta\boldsymbol{T}=8n\Delta BL_r^2\sin\ \boldsymbol{\Phi}\begin{bmatrix}I_2\\I_3\end{bmatrix} \tag{7}$$

另外，载体相对于惯性空间的姿态角速率，亦为 MSCSG 的输入角速率，该角速率正比于 LFMB 线圈电流差[17]

$$\begin{cases}\omega_{Bx}=\dfrac{BL_r(I_4-I_2)}{J_z\Omega}\\[2ex]\omega_{By}=\dfrac{BL_r(I_1-I_3)}{J_z\Omega}\end{cases} \tag{8}$$

式中：Ω 为飞轮转速；J_z 为转子的极转动惯量；ω_{Bx} 和 ω_{By} 分别为姿态角速率沿 x、y 轴的分量。显然，电流 I 和气隙磁密 B 的精度直接影响姿态角速率 ω_B 的精度。

3 LFMB 结构设计与磁密分析

3.1 LFMB 基本结构与磁密分析

对于 LFMB，其产生电磁力依据安培力定律，稳定的磁场和置于磁场中的通电线圈是产生电磁力的两大要素。LFMB 主要由内外磁钢、内外导磁环、定子骨架、线圈绕组组成。为了使磁路闭合，内外磁钢均具有 2 个充磁方向相反的磁钢，在内外磁钢间产生稳定的磁场，同时内外磁钢中同处一层的磁钢充磁方向亦相反。4 个线圈绕组位于定子骨架上，成对串联使用，线圈处于内外磁钢之间的间隙内。当 4 个线圈绕组匝数相同时，产生的安培力大小相等，方向相反形成力偶，不会对 3 个平动方向产生干扰。根据 MSCSG 指标要求，按文献[1]描述的 LFMB 基本构型进行设计和仿真，如图 4 所示（Ⅰ型 LFMB）。

Ⅰ型 LFMB 主要设计参数和计算结果如表 1 所示。Ⅰ型 LFMB 磁密分布云和磁力线分布如图 5所示，气隙磁密的分布呈现以下特点：①径向上，以气隙中间位置为中心，气隙磁密分布中间弱两边强；②轴向上，以线圈中心位置为中心，气隙磁密分布中间强两边弱。气隙中间位置的轴向磁密分布如图 6 所示，可明显看出在气隙中间线圈中心位置气隙磁密取得最大值，沿两边迅速减小，上下线圈的气隙磁密分布呈近似正弦曲线。由

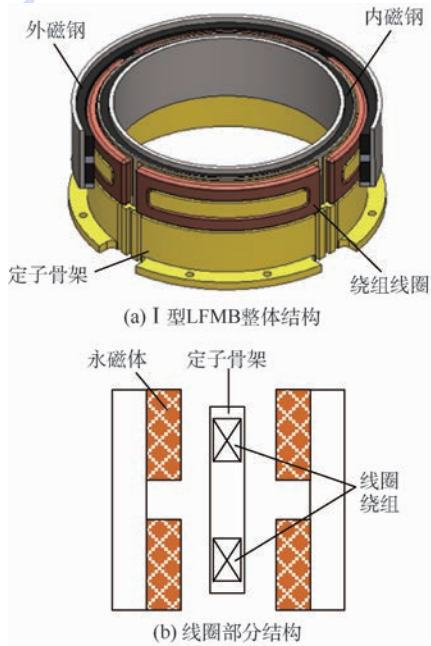


图 4 Ⅰ型 LFMB 机械结构

Fig. 4 Mechanical structure of LFMB Ⅰ

表 1 Ⅰ型 LFMB 主要参数

Table 1 Main parameters of LFMB Ⅰ

参数	数值
内永磁体内径/mm	103.4
内永磁体外径/mm	111.4
外永磁体内径/mm	124
外永磁体外径/mm	132
永磁体轴向长度/mm	11
上下永磁体间轴向距离/mm	4
线圈轴向长度/mm	8.5
单个线圈沿周向张角/(°)	84
单个线圈匝数	200
槽满率/%	49
单个线圈电阻/Ω	14.3
内转子铁心磁密/T	1.2
外转子铁心磁密/T	1.2
气隙磁密幅值/ T	0.516
扭转输出 1 N·m 力矩时电流/A	0.6
线圈铜耗/W	10.3

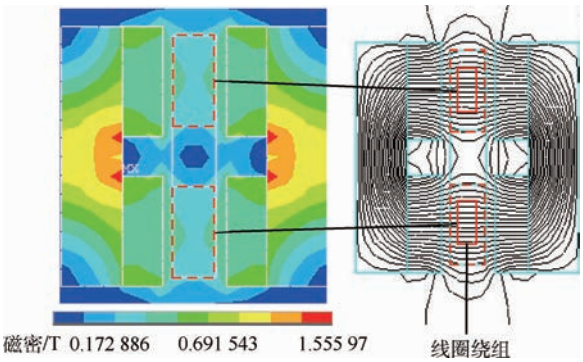


图 5　Ⅰ型 LFMB 磁密分布云与磁力线图

Fig. 5　Graph of magnetic density cloud distribution and magnetic field line for LFMB Ⅰ

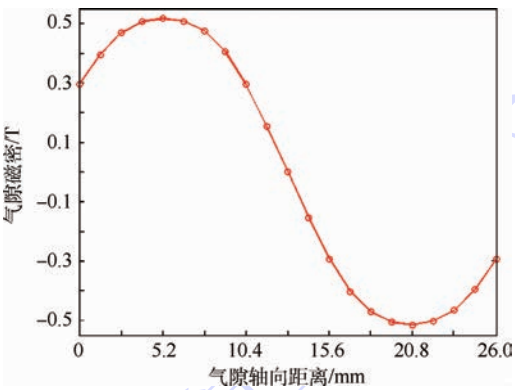


图 6　Ⅰ型 LFMB 气隙中间位置的轴向磁密分布

Fig. 6　Axial magnetic density distribution at middle of air gap for LFMB Ⅰ

此可见,该种 LFMB 的气隙磁密分布均匀性较差。同时,在转子发生偏转或者平动后,仍使用线圈中心位置的气隙磁密值进行偏转控制,必然会产生干扰力矩,影响偏转控制和角速度测量的精度。因此,需要通过结构优化不断提高气隙磁密分布的均匀性,将其定义为气隙磁密均匀度。

气隙磁密均匀度 u_B 用来表征气隙磁密分布的均匀程度,其有效区域是由转子偏转或发生平动时线圈运动工作气隙范围。具体定义为

$$u_B = 1 - \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\max} + B_{\min}} \tag{9}$$

式中:$B_{\max}$ 和 $B_{\min}$ 分别为线圈工作气隙磁密的最大值和最小值。同时,由于气隙磁密以上下磁钢中间位置为界方向相反,仅选取上半部分进行气隙磁密均匀度计算。

3.2　LFMB 结构优化与磁密分析

经仿真分析与实验研究发现,在永磁体表面增加 1J50 导磁薄片和改变永磁体形状能够对气隙磁密的分布和气隙磁密幅值带来影响。

为提高气隙磁密均匀度,通过在内外矩形永磁体表面增加 1J50 导磁薄片(Ⅱ型 LFMB),其气隙磁密分布云和磁力线分布如图 7 所示。与Ⅰ型LFMB 相比:①径向上,与Ⅰ型 LFMB 总体相似,以气隙中间位置为中心,气隙磁密分布中间弱两边强,但Ⅱ型 LFMB 线圈位置趋向平行的区域更大;②轴向上,与Ⅰ型 LFMB 相比,其线圈位置气隙磁密分布相对均匀,且区域更大。仿真结果表明气隙磁密均匀度(0.868 3)得到显著提高,提升幅度为 16.1%。但同时引起功耗的升高,经分析功耗的升高是由于气隙磁密幅值(0.438 T)的下降,下降幅度为 15.1%。

低功耗是采用 LFMB 进行偏转控制的主要优点之一,因此气隙磁密的幅值需得到保证,在Ⅱ型 LFMB 的基础上,将矩形永磁体优化为等腰梯形永磁体(Ⅲ型 LFMB)。即在原永磁体的基础上,对其靠近线圈面的永磁体进行形状优化,使其剖面呈等腰梯形,长边与原永磁体相等,长短边差为 2 mm,其线圈部分结构如图 8 所示。梯形永磁体相比矩形永磁体具有 2 个显著特点:①梯形永磁体能够提供更大的供磁面积;②梯形永磁体便于进行限位,提高其在转子高速旋转下的稳定性。

Ⅲ型 LFMB 气隙磁密分布云和磁力线分布如图 9 所示,其气隙磁密的分布与Ⅱ型 LFMB 基本一致。经计算其气隙磁密均匀度为 0.868 4,与

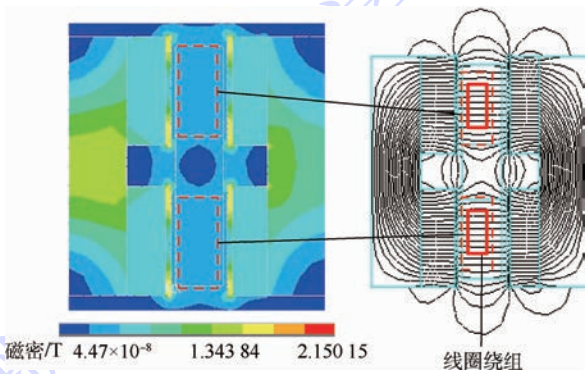


图 7　Ⅱ型 LFMB 磁密分布云与磁力线图

Fig. 7　Graph of magnetic density cloud distribution and magnetic field line for LFMB Ⅱ

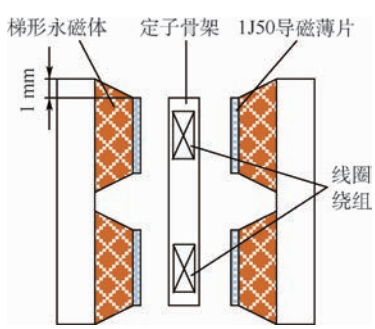


图 8　Ⅲ型 LFMB 线圈部分结构

Fig. 8　Structure of part near coil for LFMB Ⅲ

北航学报 赠阅

Ⅱ型LFMB 基本一致,气隙磁密幅值为 0.462 T,提升了 5.5%。结果表明,永磁体形状的改变对气隙磁密分布的均匀性影响不大,但对气隙磁密的幅值影响较大。

为进一步说明Ⅲ型 LFMB 的优点,在其基础上去掉 1J50 导磁薄片(Ⅳ型 LFMB)后进行仿真实验。结果表明:①Ⅳ型 LFMB 气隙磁密的均匀度为 0.785 1,相比Ⅲ型 LFMB 显著下降,下降了 9.6%;②其气隙磁密得到了显著增强,气隙磁密幅值(0.528 T)比Ⅲ型 LFMB 提高了 14.3%。

将 4 种 LFMB 气隙中间位置的轴向磁密分布进行对比,如图 10 所示,可以发现:①增加了 1J50 导磁薄片的Ⅱ、Ⅲ型 LFMB 在气隙磁密均匀度上有了显著提高,但同时会增加永磁体之间的漏磁,引起气隙磁密幅值的降低,带来功耗的增加;②在永磁体轴向长度不变时,梯形磁铁相比矩形磁铁能提供更大的供磁面积,相同位置的气隙磁密会增加,但由于气隙磁密均匀部分集中在线圈所在位置的中心处,外围磁场的增加对该部分的影响不大,因此永磁体形状的改变对于磁密均匀度基本没有影响。

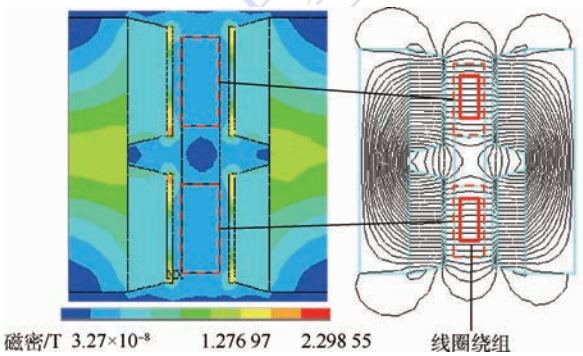


图 9 Ⅲ型 LFMB 磁密分布云与磁力线图

Fig. 9 Graph of magnetic density cloud distribution and magnetic field line for LFMB Ⅲ

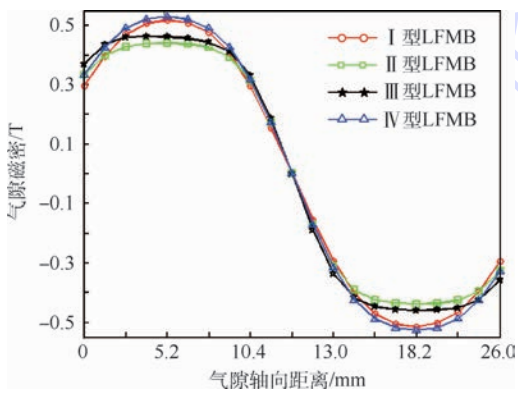


图 10 不同 LFMB 气隙中间位置的轴向磁密分布比较

Fig. 10 Comparison of axial magnetic density distribution at middle of air gap for different LFMBs

表 2 将以上 4 种 LFMB 的结构及其他性能进行比较。结果表明:①增加导磁薄片可提高气隙磁密均匀度,但会引起气隙磁密幅值的减小;②梯形截面永磁体可提高气隙磁密幅值,但不会对气隙磁密均匀度产生影响;③梯形截面的永磁体能够便于限位,在转子高速旋转过程中保持稳定性。综合以上比较,在进行 LFMB 优化设计时采用在永磁体内外表面增加 1J50 导磁薄片和梯形永磁体的组合方案,即Ⅲ型 LFMB 结构。

采用Ⅲ型 LFMB 结构,气隙范围内线圈部分磁密分布均匀,其值约等于气隙中间位置磁密幅值(本文为 0.462 T)。对于偏转控制力矩数学模型,n、L_r 及 Φ 是已知常数,均匀磁场磁密为 B(0.462 T),根据 MSCSG 偏转控制需求通入相应精确的控制电流 I,输出偏转控制力矩精确,能够对转子进行高精度的偏转控制。同时,所设计的 LFMB 通过保证气隙磁密 B 的精度,也保证了电流 I 的精度,显然角速率测量的精度也得到了保证。同时,电流微小变化也将快速反应到角速率的测量,提升角速率测量的敏感度。

表 2 不同 LFMB 结构及其他性能比较

Table 2 Comparison of structure and other properties for different LFMBs

LFMB 结构	永磁体形状	是否添加导磁薄片	气隙磁密幅值/T	气隙磁密均匀度	安装稳定性
Ⅰ型	矩形	否	0.516	0.747 6	差
Ⅱ型	矩形	是	0.438	0.868 3	差
Ⅲ型	梯形	是	0.462	0.868 4	好
Ⅳ型	梯形	否	0.528	0.785 1	好

4 结 论

新型 MSCSG 集成惯性执行机构的姿态控制功能和角速率敏感器的姿态测量功能,通过转子的万向偏转输出高精度的偏转控制力矩,能够为抑制甚稳超静平台的高频角振动提供一种解决途径。

1)基于 MSCSG 用 LFMB 的基本结构,构建了电磁力和电磁力矩的数学模型,分析了影响偏转控制力矩精度的主要因素是气隙磁密均匀度,同时还会影响角速度测量精度。

2)仿真结果表明:对于 LFMB,在永磁体轴向长度保持一定时,改变永磁体形状,引起供磁面积的变化,可影响气隙磁密分布强弱,但对气隙磁密均匀度基本没有影响,梯形截面永磁体能够提供更大的供磁面积,增强气隙磁密分布。

3)通过在内外永磁体表面增加 1J50 导磁薄片可显著提高 LFMB 气隙磁密均匀度,但同时会

增加永磁体之间的漏磁,引起气隙磁密分布变弱,增加功耗。

4)采用在内外永磁体表面增加 1J50 导磁薄片和梯形截面永磁体的组合方案,既能够提高气隙磁密的均匀度又能一定程度上增强气隙磁密分布以降低功耗,同时梯形永磁体还能在转子高速旋转时保持稳定性。

本文可为具有偏转特性的磁悬浮类转子陀螺进行高精度偏转控制提供理论和实践基础,也为磁悬浮飞轮的角速率测量提供有益参考。

参考文献(References)

[1] 余远金. 全主动磁悬浮飞轮转轴偏转控制方法及实验研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2015.
YU Y J. Study on the control method and experiment of the shaft tilting for the fully active magnetically suspended flywheel [D]. Beijing:Beihang University,2015(in Chinese).

[2] FANG J C,ZHENG S Q,HANG B C. AMB vibration control for structural resonance of double-gimbal control moment gyro with high-speed magnetically suspended rotor[J]. IEEE Transactions on Mechatronics,2013,18(1):32-43.

[3] REN Y,FANG J C. Current-sensing resistor design to include current derivative in PWM H-bridge unipolar switching power amplifiers for magnetic bearings[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2012,59(12):4590-4600.

[4] 解永春. 磁悬浮动量轮的主动振动控制[J]. 航天控制,2001(2):1-6.
XIE Y C. Active vibration suppression for magnetically suspended momentum wheels[J]. Aerospace Control,2001(2):1-6(in Chinese).

[5] 刘侃. 动量矩可偏置磁悬浮动量轮结构设计[D]. 长沙:国防科学技术大学,2005.
LIU K. The structure design of magnetic suspension momentum wheel with deflection angular momentum[D]. Changsha:National University of Defense Technology,2005(in Chinese).

[6] 房建成,孙津济,樊亚洪. 磁悬浮惯性动量轮技术[M]. 北京:国防工业出版社,2012:9-10.
FANG J C,SUN J J,FAN Y H. Magnetically suspended inertial momentum wheel technology[M]. Beijing:National Defense Industry Press,2012:9-10(in Chinese).

[7] BICHLER U,ECKARDT T. A gimbaled low noise momentum wheel[C]//27th Aerospace Mechanisms Symposium. 1993,1:181-196.

[8] SAWADA H,HASHIMOTO T,NINOMIYA K. High-stability attitude control of satellites by magnetic bearing wheels[J]. Transaction of the Japan Society for Aeronautical and Space Science,2001,44(145):133-141.

[9] ROSSINI L,CHETELAT O,ONILLON E,et al. Force and torque analytical models of a reaction sphere actuator based on spherical harmonic rotation and decomposition[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,2013,18(3):1006-1018.

[10] SEDDON J,PECHEV A. 3-D wheel:A single actuator providing three-axis control of satellites[J]. Journal of Spacecraft and Rockets,2012,49(3):553-556.

[11] 王春娥. 惯性执行机构用高承载比低功耗磁轴承设计方法与实验研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2014.
WANG C E. Design method and experimental research on high specific load capacity and low loss magnetic bearing in inertia actuator[D]. Beijing:Beihang University,2014(in Chinese).

[12] JASTRZEBSKI R P,PÖLLÄNEN R. Compensation of nonlinearities in active magnetic bearings with variable force bias for zero- and reduced-bias operation[J]. Mechatronics,2009,19(5):629-638.

[13] HAN F T,GAO Z Y,LI D M,et al. Nonlinear compensation of active electrostatic bearings supporting a spherical rotor[J]. Sensors and Actuators A:Physical,2005,119(1):177-186.

[14] CHEN M,KNOSPE C. Feedback linearization of active magnetic bearings:Current-mode implementation[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,2005,10(6):632-639.

[15] CHEN S,LIN F. Robust nonsingular terminal sliding-mode control for nonlinear magnetic bearing system[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2011,19(3):636-643.

[16] GROCHMAL T,LYNCH A. Precision tracking of a rotating shaft with magnetic bearings by nonlinear decoupled disturbance observers[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2007,15(6):1112-1121.

[17] 刘彬,房建成,刘刚. 一种磁悬浮陀螺飞轮方案设计与关键技术分析[J]. 航空学报,2011,32(8):1478-1487.
LIU B,FANG J C,LIU G. Design of a magnetically suspended gyrowheel and analysis of key technologies[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2011,32(8):1478-1487(in Chinese).

作者简介:

许国锋　男,博士研究生。主要研究方向:先进惯性控制技术。

蔡远文　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航天发射与测试。

任元　男,博士,讲师。主要研究方向:先进惯性测量与控制技术。

樊亚洪　男,博士,副研究员。主要研究方向:磁悬浮惯性执行机构控制。

北航学报 赠阅

Design and analysis on uniformity of magnetic flux density in Lorentz force-type magnetic bearing

XU Guofeng[1], CAI Yuanwen[1], REN Yuan[1,*], FAN Yahong[2], SUN Jinji[3], ZHAO Hang[4]

(1. Department of Aerospace Equipment, Equipment Academy, Beijing 101416, China;
2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;
3. School of Instrumentation Science & Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
4. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: With universal deflection, the high-speed rotor of new magnetically suspended control & sensitive gyroscope (MSCSG) can output high-accuracy and high-bandwidth deflection control torque, which can inhibit periodic vibration of the space-based platform. MSCSG is fully actively controlled in 5 degrees of freedom degrees of freedom (DOF) and its deflection control in 2 radial DOF is realized by Lorentz force-type magnetic bearing (LFMB). Based on basic structure of LFMB, the mathematical model of electromagnetic force and electromagnetic torque were set up and analysis shows that the uniformity of air gap flux density is the main factor that affects output torque accuracy and measuring accuracy of angle rate. The optimized design of LFMB with 1J50 thin slice added to the surface of inside and outside permanent magnet was introduced and the air gap flux density was analyzed to be highly uniform by finite element simulation. The output torque is more accurate and control accuracy is higher. The permanent magnet can support larger magnetic area with a trapezoid cross section to enlarge the air gap flux density and reduce power consumption. Besides, it can remain stable when the rotor is highly rotating. Some useful references can be provided by this paper for the design and analysis of magnetically suspended rotor gyroscope with deflection characteristic.

Keywords: Lorentz force-type magnetic bearing (LFMB); uniformity; accuracy; deflection control; magnetically suspended control & sensitive gyroscope (MSCSG)

Received: 2016-03-11; **Accepted**: 2016-05-27; **Published online**: 2016-06-16 17:28
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160606.1728.002.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51475472)
* **Corresponding author**. E-mail: renyuan823@aliyun.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0242

机载 GNSS 海洋反射信号的建模与仿真

祁永强，张波，杨东凯*，李博闻，彭博

（北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100083）

摘 要：由于全球导航卫星系统反射(GNSS-R)机载试验耗费大和重复性差，需研制GNSS-R信号模拟器，但没有相应的反射信号模型。提出了一种基于数据拟合的机载GNSS海洋反射信号建模方法。首先，对复杂的GNSS海面反射信号进行近似简化。然后利用ZV模型生成的时延相关功率曲线，通过最小二乘拟合和非线性拟合，建立了多条等时延间隔的海洋反射信号功率衰减模型，从而得到机载GNSS海洋反射信号的时延、功率、多普勒频率参数。最后，对多条反射信号的合路信号进行相关的仿真验证。验证的结果表明模拟的14条反射信号的相关功率曲线与ZV模型理论曲线的相关系数优于0.99，能够有效地用于GNSS海洋反射信号的生成。该方法可根据海面风场、浪高、波高等海面信息，模拟不同海况的海洋反射信号，为GNSS-R信号模拟器的研制奠定基础。

关 键 词：全球导航卫星系统(GNSS)；反射信号；ZV模型；数据拟合；海洋遥感
中图分类号：TN967.1
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0567-06

全球导航卫星系统反射(GNSS-R)技术是一种新兴的海洋遥感技术，该技术利用导航卫星的反射信号对海面进行遥感，可获得有效波高、潮位及海面风速风向等参数，具有重要的研究意义和广阔的应用前景[1-3]。自1993年以来国内外学者开展了导航反射信号的研究，研制了多种不同的反射信号接收机，并进行了岸基、机载及星载等不同平台的试验，取得了大量的研究成果，使得该技术已经成功地应用于海面风场、海面高度及海冰探测等[4-9]。相对于岸基和星载试验而言，机载试验具有观测范围较大、高度适中及灵活机动的特点，是GNSS-R海洋遥感的重要手段。由于GNSS-R的机载试验通常需要对测试场景有苛刻的要求，需要耗费大量的人力物力才能进行。而且，由于受到气候的影响，海情海面的不同，使得试验可重复性非常差。GNSS信号模拟器可用来模拟不同条件下接收机接收到的多路卫星信号，为接收机的研制开发和测试提供仿真环境。目前，模拟器的技术已相当成熟，且有多功能化的发展趋势[10-11]，使得反射信号的模拟完全可行。因此，非常有必要研制一套可用于实验室测试的GNSS-R海洋反射信号模拟系统，以便于对GNSS反射信号接收机的测试。

关于GNSS海洋反射信号的模拟还处于起步阶段，相关的文献很少。文献[12]给出了P2EPS模拟器的结构，该系统最后输出的是延迟多普勒映射(DDM)结果，还不能直接用于GNSS-R模拟器。文献[13]对SAVERS模拟器进行了描述，利用ZV模型提取出DDM模块的参数，但也不能用于生成反射信号。文献[14]介绍了一种GNSS-R模拟器的设计和关键技术，但只是进行了简略的描述，并没有具体的实现模型。本文对复杂的海

收稿日期：2016-03-29；**录用日期**：2016-05-13；**网络出版时间**：2016-07-26 17:16
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160726.1716.001.html
基金项目：国家自然科学基金（61171070）
* **通讯作者**：E-mail：yangdongkai@sina.com

引用格式：祁永强，张波，杨东凯，等. 机载GNSS海洋反射信号的建模与仿真[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：567-572.
QI Y Q，ZHANG B，YANG D K，et al. Modeling and simulation of airborne GNSS ocean reflection signal[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：567-572(in Chinese).

北航学报 赠阅

洋反射信号用近似拟合的方法进行简化,利用 ZV 模型建立起海面反射信号时延和功率的模型,从而实现海洋反射信号的模拟。

1 海洋反射信号模型建立

GNSS 海洋反射信号是由不同海面散射单元散射的信号共同作用的结果,如图 1 所示。由于海面的粗糙特性,反射信号总体表现为信号幅度的衰减和不同反射面元信号的叠加,同时相对于直射信号,不同的反射面元反射后的信号有着不同的时间延迟和多普勒频移。在机载高度下一般不需要考虑多普勒频移对散射信号功率的影响。因此,如果不考虑多普勒频移对反射信号功率的影响,可认为反射信号的多普勒频率与直射信号的多普勒频率相同。此时,只需要建立反射信号时延和功率之间相对于直射信号的模型即可实现对 GNSS 海洋反射信号的模拟。

海洋反射信号模拟的大致流程如图 2 所示。首先通过 ZV 模型求得时延一维相关功率曲线,并以直射信号作归一化处理。然后对海洋反射信号进行近似,用拟合的方法建立反射信号时延和功率的模型。接下来估算反射信号与直射信号之间的时延,从而得到模拟反射信号所需的时延、多普勒频率、功率 3 个参数。最后,对模拟的反射信号进行相关处理的仿真验证。

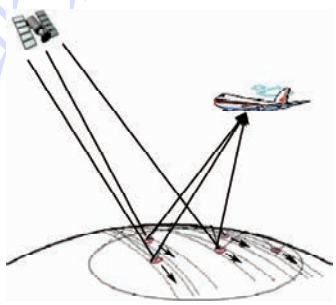


图 1 海洋反射信号示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ocean reflection signal

图 2 海洋反射信号模拟的大致流程

Fig. 2 General procedure of ocean reflection signal simulation

1.1 时延一维相关功率曲线归一化

在利用 GPS 海面散射信号进行海面风场遥感的研究中,Zavorotny 和 Voronovich[15] 在双基雷达方程的基础上利用 Kirchhoff 近似的几何光学方法建立了 GPS 海面散射信号的相关功率模型。模型的形式如下:

$$\langle |Y(\tau,f_{\mathrm{D}})|^2\rangle = T_{\mathrm{i}}^2\int \frac{D^2(\boldsymbol{\rho})\Lambda^2[\tau-(R_0+R)/c]}{4\pi R_0^2R^2}\cdot |S[f_{\mathrm{D}}(\boldsymbol{\rho})-f_{\mathrm{c}}]|^2\sigma_0(\boldsymbol{\rho})\mathrm{d}^2\boldsymbol{\rho} \tag{1}$$

式中:Y 为相关函数;τ 为时延;f_{D} 为多普勒频移;f_{c} 为镜面反射点处的多普勒频率;c 为光速;T_{i} 为相干积分时间;D 为接收机天线的增益;Λ 为 GPS 伪随机码的自相关函数;S 为多普勒滤波函数;σ_0 为粗糙海面的标准化散射截面;$\boldsymbol{\rho}$ 为镜像反射点到平均海面上某一点的向量;R_0 和 R 分别为 GPS 卫星和接收机到 $\boldsymbol{\rho}$ 端点的距离。

为了表达结果的相对值,通常将数值计算的反射功率归一化,归一化因子可以取直射信号的功率或者总的反射功率。若以直接信号作归一化处理,表示为

$$P_{\mathrm{corrR}}/P_{\mathrm{corrD}} = \langle |Y(\tau,f_{\mathrm{D}})|^2\rangle R_{\mathrm{d}}^2/T_{\mathrm{i}}^2 \tag{2}$$

式中:P_{corrR} 为反射通道的相关功率;P_{corrD} 为直射通道的相关功率;R_{d} 为 GPS 卫星到接收机的距离。

1.2 近似拟合反射信号时延功率模型

根据扩频通信原理,接收机经过相关处理后,信号无失真通过,功率不变[16]。由于接收机反射通道与直射通道之间存在的天线和器件特性不一致,会出现功率差异。可设反射信号与直射信号的功率比和接收机输出的相关功率比满足:

$$P_{\mathrm{R}}/P_{\mathrm{D}} = (P_{\mathrm{corrR}}+G)/P_{\mathrm{corrD}} \tag{3}$$

式中:P_{R} 为反射信号的功率;P_{D} 为直射信号的功率;G 为接收机的反射信号与直射信号的增益差。如果直射信号和反射信号在接收和处理时的增益相等,则两者相关功率比就等于接收时的两者信号功率比。

由于海面粗糙度的影响,在反射面相对于所采用的 GNSS 信号载波波长粗糙时,海洋反射面可以看作是大量独立反射元的集合,而散射信号可以看着每个反射元反射的信号的叠加,每个信号具有不同的时延。为了便于区分,称每个反射元反射的信号为反射信号,接收机接收到的反射信号为海面反射信号。那么,海面反射信号是许多条具有不同时延反射信号的叠加。在模拟的过程中,海面反射信号可近似为由等时延间隔的少

量条反射信号叠加而成。海面反射信号相关函数为等时延间隔信号相关结果的叠加，如图 3 所示。

经过叠加后，海面反射信号相关函数的波形如图 4 所示。不同时延信号的叠加使得反射信号相关结果峰值后移，拖尾增长。

在理论上，海面反射信号的相关函数波形可由 ZV 模型中的时延一维相关功率曲线得到。然后，再由相关函数的数据来建立反射信号的时延功率模型，则构成逆向问题。而曲线拟合是逆向工程中的核心问题和主要方法。

由于相关函数波形是等时延信号相关结果的叠加，因此采用数值迭代优化的拟合方法。假设相关函数的数据由等时延间隔的 n 条反射信号相关结果叠加而成，以镜面反射点信号为第 1 条反射信号，每条反射信号的幅值不同，用三角形的自相关函数的叠加来迭代拟合出各路反射信号的幅值。拟合的函数表达式为

$$f(\tau)\sum_{i=1}^{n}a_i\Lambda_i(\tau) \tag{4}$$

式中：$f(\tau)$ 为 τ 时的海面反射信号相关值；$\Lambda_i(\tau)$ 为 τ 时的第 i 条反射信号自相关值；a_i 为第 i 条反射信号的幅值，为拟合要得到的结果。

这样拟合出的结果中可能有负值，只能大体上反映出反射信号幅值的变化趋势，因此还需要对迭代拟合得到的数据进行第 2 次拟合。从镜面反射点信号开始，不同反射信号的强度随着信号时延的增加是逐渐衰减的。因此，第 2 次拟合的函数采用双指数衰减的数学模型，其表达式为

$$A = a\exp(-b\tau) + c'\exp(-d\tau) \tag{5}$$

式中：A 为信号的幅值；a、b、c' 和 d 为待定系数；$\tau=0$ 为镜面反射信号的时延。

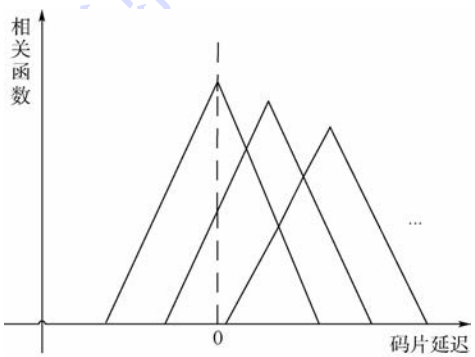


图 3　等时延信号相关结果示意图

Fig. 3　Schematic diagram of correlation result of equal delay signals

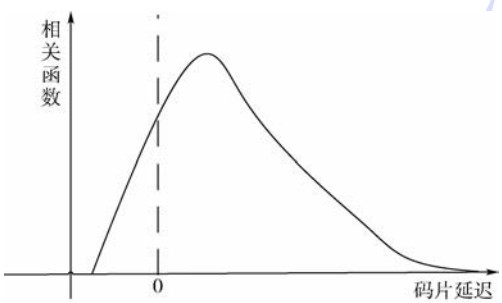


图 4　海面反射信号相关函数波形

Fig. 4　Correlation function waveform of sea surface reflection signal

1.3　反射信号与直射信号时延估算

在反射信号的应用中，一般采用镜面反射点处的反射信号作为参考。镜点反射信号相对于导航卫星发射信号的路径延迟可表示为

$$\rho_R = c\tau_R = \rho_D + \rho_E \tag{6}$$

式中：τ_R 为反射信号相对于发射点的时间延迟；ρ_D 为直射信号相对于发射点的路径延迟；ρ_E 为反射信号相对于直射信号的路径延迟。

在信号模拟的过程中，直射信号相对于发射点的路径延迟是已知的，所以只需计算反射信号相对于直射信号的路径延迟便可得到反射信号的时延。利用反射事件的几何关系[17]可以获取反射信号相对于直射信号的时延值为

$$\rho_E = 2h_R\sin\theta \tag{7}$$

式中：h_R 为接收机平台相对基准水平面的高度；θ 为反射信号对应卫星的仰角。

1.4　模拟反射信号的仿真验证

为了验证模拟的 GPS 海面反射信号，需对模拟的海面反射信号进行相关处理。图 5 为反射信号的处理结构。对于直射信号的处理过程与普通的软件接收机类似，经过捕获、跟踪后，求得导航卫星位置、接收机位置。导航卫星和接收机的位置信息用于计算镜面反射点的时间延迟，此延迟可求解本地反射信号的伪码。本地反射信号的载波可直接利用从直射信号中恢复的载波生成。海面反射信号是多路反射信号叠加后的信号，将其与本地载波混频后，再与各路本地伪码进行相关

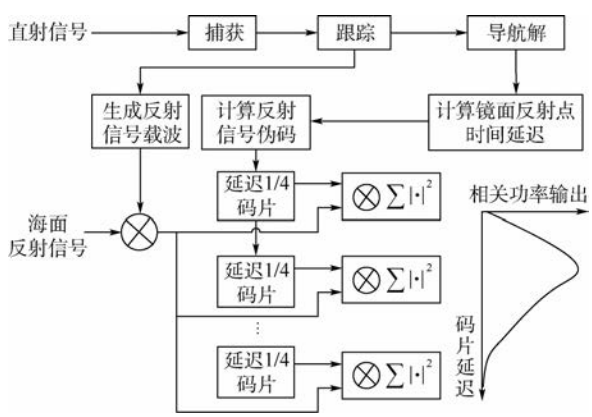


图 5　反射信号处理结构

Fig. 5　Reflection signal processing structure

北航学报 赠阅

后,即可得到反射信号相关功率的波形。

2 仿真结果

为了实现 GPS 海面散射信号幅值的拟合,需要先对相关功率波形进行数值仿真。仿真参数设置为:接收机高度为 5 km,GPS 卫星仰角为 60°,风速为 5 m/s,风向与入射面的夹角为 0°。在不考虑噪声的情况下,仿真得到的时延一维相关功率曲线如图 6 所示。

从时延一维相关功率曲线可知,海面粗糙度导致的信号码延迟主要在[-1,4]个码片的范围内。因此,在拟合时选用这个范围内的数据即可,并且对相关功率曲线的数据开方得到拟合所需的数据。在迭代拟合中,假设每条反射信号时延间隔 1/4 个码片,共有 16 路反射信号组成,采用最小二乘法进行迭代拟合,最小二乘拟合曲线如图 7所示。

从图 7 可以看出,最小二乘拟合能较好地对相关函数曲线进行近似,相关系数达到 0.999 8。最小二乘法拟合得到的数据是如图 8 中星形线的值。这些数据只能大体反映出反射信号幅值的趋势,而且有一些值是负值,不符合实际情况,因此还需要对这些数据进行再次拟合。采用式(5)进行非线性的数据拟合,第 2 次数据拟合的结果为图 8 中的圆形线。第 2 次拟合可得到双指数函数的系数是:$a = 0.239\,7$,$b = 1.951\,3$,$c' = 0.013\,0$,$d = 0.037\,1$。

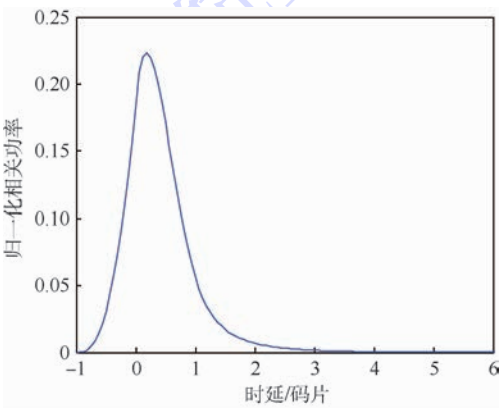


图 6 时延一维相关功率曲线

Fig. 6 Curve of delay one-dimensional correlation power

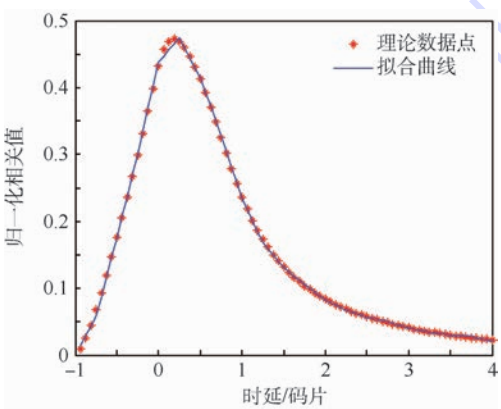


图 7 最小二乘数据拟合的比较

Fig. 7 Comparison of least square data fitting

在信号模拟中,假设直射信号的时延为 0 码片,多普勒为 -273 Hz,功率为 -158.5 dBW。根据式(7)可以得到镜点反射信号相对于直射信号的延迟为 29.56 码片。根据式(5)可以得到相应时延信号的归一化幅值,然后根据直射信号的功率可以计算得到相应的反射信号功率。接收机的高度是 5 km,忽略多普勒频移对海面反射信号功率的影响。则每条反射信号的多普勒频率与直射信号的多普勒频率相同。这样,可以得到各条反射信号的时延、多普勒频率和功率参数。16 条反射信号的主要参数如表 1 所示,其中第 1 条信号为镜点反射信号。

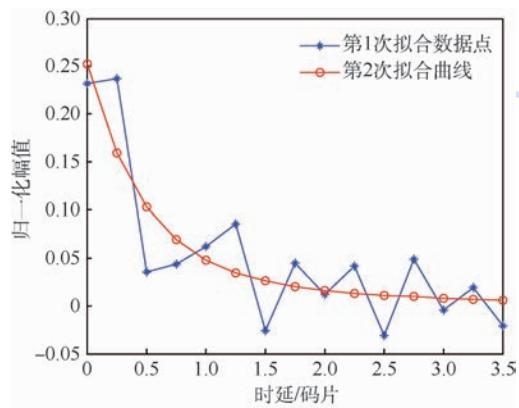


图 8 第 2 次数据拟合的比较

Fig. 8 Comparison of the second data fitting

表 1 16 路反射信号的主要参数

Table 1 Main parameters of 16 reflection signals

信号序数	时延/码片	多普勒频率/Hz	功率/dBW
1	29.56	-273	-170.45
2	29.56 +0.25	-273	-174.42
3	29.56 +0.50	-273	-178.23
4	29.56 +0.75	-273	-181.84
5	29.56 +1.00	-273	-185.13
6	29.56 +1.25	-273	-188.05
7	29.56 +1.50	-273	-190.51
8	29.56 +1.75	-273	-192.44
9	29.56 +2.00	-273	-193.94
10	29.56 +2.25	-273	-195.04
11	29.56 +2.50	-273	-195.76
12	29.56 +2.75	-273	-196.29
13	29.56 +3.00	-273	-196.70
14	29.56 +3.25	-273	-196.99
15	29.56 +3.50	-273	-197.14
16	29.56 +3.75	-273	-197.29

按照图 5 中的结构图，对 16 条反射信号组成的海面反射信号进行相关处理。在仿真过程中，设本地伪码共有 64 个相关器，相互间隔为 1/4 码片。按照表 1 中的顺序分别用不同数目的模拟信号叠加成反射信号，进行相关处理。经过多次仿真后，结果表明，用前 14 条模拟信号叠加的反射信号进行相关处理后，相关功率曲线和 ZV 模型理论曲线近似程度最高，相关系数为 0.994 4，如图 9 所示。

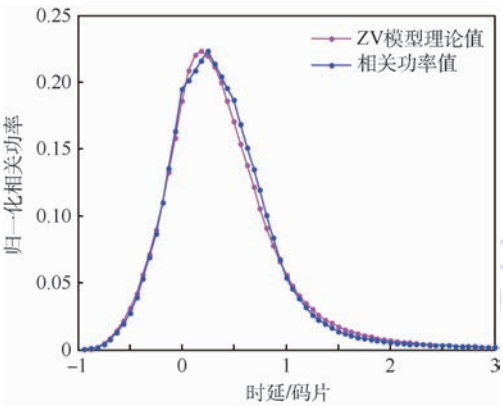


图 9　反射信号处理结果

Fig. 9　Results of reflection signal processing

3　结　论

1）根据海洋反射信号的散射原理，将海面反射信号近似为由等时延间隔的少量条反射信号叠加而成是合理可行的。

2）根据逆向工程中常用的曲线拟合法，利用最小二乘拟合法和非线性拟合法的 2 次拟合可较快速地、较准确地得到反射信号时延和功率的参量值。

3）用该方法模拟的海洋反射信号被相关处理后，与理论值相比，相关系数优于 0.99。因此，该方法在 GNSS 反射信号模拟器的研制中具有较强的实用性。

参考文献（References）

[1] GARRISON J L, KATZBERG S J. The application of reflected GPS signals to ocean remote sensing[J]. Remote Sensing of Environment, 2000, 73(2): 175-187.

[2] 张益强. 基于反射信号的海洋微波遥感技术[D]. 北京：北京航空航天大学，2008.
ZHANG Y Q. Microwave remote sensing of ocean using GNSS reflection signal[D]. Beijing: Beihang University, 2008(in Chinese).

[3] MARTIN-NEIRA M, CAPARRINI M, FDNT-ROSSELLO J, et al. The PARIS concept: An experimental demonstration of sea surface altimetry using GPS reflected signals[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(1): 142-150.

[4] LOWE S T, KORGER P Y, FRANKLIN G, et al. A delay/Doppler-mapping receiver system for GPS-reflection remote sensing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(5): 1150-1164.

[5] YOU H, GARRISON J L, HECKLER G, et al. The autocorrelation of waveforms generated from ocean-scattered GPS signals[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2006, 3(1): 78-82.

[6] CARDELLACH E, RUFFINI G, PINO D, et al. Mediterranean balloon experiment: Ocean wind speed sensing from the stratosphere, using GPS reflections[J]. Remote Sensing of Environment, 2003, 88(3): 351-362.

[7] LI W Q, YANG D K, ZHANG B. Real-time processing of reflected GNSS signal for remote sensing: System and experiments[J]. The Journal of Navigation, 2011, 64(S1): 127-140.

[8] 白伟华. GNSS-R 海洋遥感技术研究[D]. 北京：中国科学院研究生院，2008.
BAI W H. Study of the GNSS-R ocean remote sensing technique[D]. Beijing: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2008(in Chinese).

[9] 李峰辉，王烁，段维波. 基于数字波束形成的 GNSS-R 海洋反射接收机系统[C]//第五届中国卫星导航学术年会. 北京：中国卫星导航学术年会组委会，2014.
LI F H, WANG S, DUAN W B. A GNSS-R ocean reflection receiver system based on digital beamforming[C]// The 5th China Satellite Navigation Conference. Beijing: China Satellite Navigation Scientific Committee, 2014(in Chinese).

[10] 李世光，杨军. 卫星导航信号模拟器现状与发展趋势[J]. 现代电子技术，2015, 38(7): 131-134.
LI S G, YANG J. Current status and developing trend satellite navigation signal simulator[J]. Modern Electronic Technique, 2015, 38(7): 131-134(in Chinese).

[11] SAVIN A A, KRAT N M. A test equipment for the navigation receivers of space vehicles[C]// 2015 International Siberian Conference on Control and Communications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 1-4.

[12] PARK H, CAMPS A, PASCUAL D, et al. Improvement of the PAU/PARIS end-to-end performance simulator (P2EPS) in preparation for upcoming GNSS-R missions[C]// 2013 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 362-365.

[13] PIERDICCA N, GUERRIERO L, GIUSTO R, et al. SAVERS: A simulator of GNSS reflections from bare and vegetated soils[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(10): 6542-6554.

[14] 王晔，孟斌，李潇，等. 一种 GPS 海洋反射信号测试系统[C]//第三届中国卫星导航学术年会. 北京：中国卫星导航学术年会组委会，2012.
WANG Y, MENG B, LI X, et al. A GNSS-R testing system based on GPS signal generator[C]// The 3rd China Satellite Navigation Conference. Beijing: China Satellite Navigation Scientific Committee, 2012(in Chinese).

[15] ZAVOROTNY V, VORONOVICH A. Scattering of GPS signals from the ocean with wind remote sensing application[J]. IEEE

TGRS,2000,38(2):951-964.

[16] 田日才. 扩频通信[M]. 北京:清华大学出版社,2007:21-26.
TIAN R C. Spread spectrum communication[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2007:21-26(in Chinese).

[17] 杨尧. GNSS-R 有效波高反演算法研究与实现[D]. 北京:北京航空航天大学,2013.
YANG Y. The study and implement of significant wave height retrieval methods using GNSS-R[D]. Beijing:Beihang University,2013(in Chinese).

作者简介:

祁永强 男,博士研究生。主要研究方向:GNSS-R 理论与应用。

张波 男,博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:扩频通信、卫星导航及其应用等。

杨东凯 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:卫星导航信号处理及应用技术、无线数据传输等。

李博闻 男,硕士研究生。主要研究方向:GNSS-R 理论与应用。

彭博 男,硕士研究生。主要研究方向:卫星导航信号模拟器理论与实现。

Modeling and simulation of airborne GNSS ocean reflection signal

QI Yongqiang, ZHANG Bo, YANG Dongkai*, LI Bowen, PENG Bo

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Due to the large consumption and poor repeatability of global navigation satellite system-reflection (GNSS-R) airborne experiment, it is needed to develop GNSS-R signal simulator. But there is no corresponding signal model. In this paper, a modeling method for airborne GNSS ocean reflection signal, based on data fitting, is proposed. First, the complex GNSS sea surface reflection signal was simplified. Then, the time delay correlation power curve generated by the ZV model was used. The power attenuation model of the ocean reflection signal is established by the nonlinear iterative fitting and the least square fitting. With the method, the time delay, power and Doppler frequency parameters of the airborne GNSS ocean reflection signal could be obtained. Finally, the simulation verification of the multiple combined signals was conducted. The simulation results indicate that the correlation coefficient of the 14 signal correlation power curve and the theoretical curve of the ZV model is better than 0.99, which can be used to generate the GNSS ocean reflection signal effectively. The method simulates the different ocean reflected signals according to the sea surface information such as the sea surface wind field, wave height and wave height, which may lay the foundation for the development of GNSS-R signal simulator.

Keywords: global navigation satellite system (GNSS); reflection signal; ZV model; data fitting; ocean remote sensing

Received: 2016-03-29; **Accepted**: 2016-05-13; **Published online**: 2016-07-26 17:16

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160726.1716.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61171070)

* **Corresponding author**. E-mail: yangdongkai@sina.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0247

一种基于迭代的多音干扰消除方案

王鑫[1], 张晓林[1,*], 曹晏波[2]
(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083; 2. 大唐电信科技产业集团, 北京 100191)

摘 要: 针对正交频分复用技术(OFDM)系统的多音干扰,本文提出先通过增加频域分辨率进行多音干扰识别,再基于迭代运算逐个对多个单音干扰进行参数估计、重构和消除的方案。其中,在多音干扰识别阶段,使用 ZoomFFT 技术以提高频域分辨率并简化计算复杂度。然而,ZoomFFT 后的降采样序列点数不一定满足 2 的整数次幂,对于单音干扰参数估计,此时可采用经典的基于离散傅里叶变换(DFT)的最大似然参数估计(DFT-MLE),但当采样点数太大时,DFT 运算将带来很大的实现复杂度。本文在基于 DFT-MLE 算法基础上给出一种基于快速傅里叶变换(FFT)的单音参数估计法 FFT-MLE,不仅简化了运算复杂度,而且相比 DFT-MLE 其估计性能有更好的鲁棒性。最后的仿真结果说明了该多音干扰消除方案的有效性。

关 键 词: 多音干扰识别; 多音干扰消除; 基于 FFT-MLE 的单音参数估计; ZoomFFT; 正交频分复用技术(OFDM)
中图分类号: TN911
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0573-10

自 20 世纪 90 年代以来,正交频分复用技术(OFDM)以其高频谱效率、均衡简单、可有效对抗多径衰落信道和适合高速宽带无线环境等特点成为国内外研究的热点,大规模集成电路的发展,近代移动通信综合化多媒体化的趋势,促使 OFDM 技术及其相关技术得到巨大的发展,如第四代移动通信系统 LTE[1],具有中国自主知识产权的数字电视 DTMB[2] 等系等均已获得成熟商业应用。

OFDM 作为一种宽带通信系统,很容易受到干扰。在现代移动通信系统中,无论在民用还是军用领域,存在着各种各样的自然或人为干扰。其中窄带干扰(NBI)已经成为一种典型的破坏通信系统干扰类型,多音干扰(单音干扰可看作多音干扰的一种)则是 NBI 的一种最直接和常见的干扰形式[3],文献[3]的仿真表明,多音干扰对 OFDM 系统性能有很恶劣的影响。如何有效抑制多音干扰,对于 OFDM 系统来说变得尤为迫切。

文献[4-6]采用加窗法抑制 NBI,如果单音干扰采样序列在快速傅里叶变换(FFT)的观察窗口内不满足其周期整数倍,则会造成频谱泄漏。余弦窗可有效减小频谱泄漏,而采用重叠加窗、反加窗法不但有效降低频谱泄漏并能最大程度减小因加窗带来的信噪比损失。文献[7]设计了接收端窄带干扰滤波器,在时域通过采用循环前缀块最小均方算法(CP-BLMS)构造一个时域窄带干扰滤波器从而进行干扰抑制。文献[8]提出一种 OFDM 系统的联合均衡与干扰抑制的算法,利用循环前缀(CP)的信息进行时域滤波器的设计以达到抗干扰和均衡的目的。文献[9]给出一种低秩线性最小均方误差(LMMSE)的窄带干扰抑制方案。考虑了所有子载波上的干扰频谱泄漏,是

收稿日期: 2016-03-30; **录用日期**: 2016-04-22; **网络出版时间**: 2016-05-17 10:18
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160517.1018.002.html
* **通讯作者**: E-mail: zxl202@vip.163.com

引用格式: 王鑫, 张晓林, 曹晏波. 一种基于迭代的多音干扰消除方案[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 573-582.
WANG X, ZHANG X L, CAO Y B. A multi-tone interference cancellation scheme based on iteration[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 573-582 (in Chinese).

北航学报 赠阅

一种频域干扰信号的估计重构以及去除的方法，但需要预先获知窄带干扰信号的功率谱密度函数。文献[10]利用最大似然估计算法在频率域估计多音干扰参数，并将此干扰信息重构、消除。文献[11-13]研究了窄带干扰的检测以及检测门限的优化，当干扰位置被检测出后将对应谱线幅度置零。显然，此类干扰消除方法性能直接取决于干扰位置的检测性能，而多音干扰功率会泄漏在整个带宽，泄漏功率相对较小的位置不仅分布带宽广且很难被检测。

综上，接收端抗 NBI 干扰主要包括干扰抑制以及干扰消除 2 大类，抑制方法实现相对简单，但当干扰严重时，干扰抑制效果有限。文献[10]虽然提出了对多音干扰进行参数估计、重构和消除的方法，但当相邻单音干扰间隔较小且无法分辨时，干扰重构性能会受到很大影响。本文提出的方案通过提升频率分辨率以区分间隔较近的单音干扰，之后基于迭代过程逐一对单音干扰进行最大似然的参数估计、干扰重构和消除，且保证算法具有较低的运算复杂度。

1 系统模型

OFDM 系统基带信号可表示为

$$s(n)=\frac{1}{N_{\mathrm{sym}}}\sum_{k=0}^{N_{\mathrm{sym}}-1}S(k)\exp(\mathrm{j}2\pi nk/N_{\mathrm{sym}})\quad n,k=0,1,\cdots,N_{\mathrm{sym}}-1 \tag{1}$$

$$x(n)=\begin{cases}s(N_{\mathrm{sym}}-G+n) & n\in[0,G-1]\\ s(n-G) & n\in[G,N_{\mathrm{sym}}+G-1]\end{cases} \tag{2}$$

式中：$S(k)$为调制符号；N_{sym}为快速傅里叶逆变换(IFFT)点数；$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$；$x(n)$为添加 CP 后 OFDM 信号；G 为 CP 长度。

单音干扰可表示为[14]

$$y_1(n)=c_1e_1(n)=c_1\exp(\mathrm{j}w_1n/f_s) \tag{3}$$

式中：$c_1=a_1\exp(\mathrm{j}\varphi_1)$，$a_1$ 为信号幅度，φ_1为初始相位；$w_1=2\pi f_1$，f_1为单音频率；f_s 为采样频率。

多音干扰由多个单音干扰叠加而成[3]：

$$y(n)=\sum_{q=1}^{Q}y_q(n) \tag{4}$$

式中：Q 为单音干扰个数。

存在多音干扰时，去 CP 后的 OFDM 符号的频域接收表达式为

$$R(k)=H(k)S(k)+Y(k)+D(k) \tag{5}$$

式中：$H(k)$为信道频域响应；$Y(k)=\mathrm{FFT}(y(n))$为多音干扰频域信号；$D(k)\sim N(0,\sigma_{\mathrm{n}}^2)$ 表示 0 均值功率为 σ_{n}^2 的高斯白噪声（AWGN）。

2 FFT-MLE 单音参数估计

多音干扰是由若干单音干扰叠加而成，因此，单音干扰参数估计是多音干扰消除的基础。文献[10]采用了基于离散傅里叶变换(DFT)的最大似然单音干扰参数估计(DFT-MLE)方法重构单音，参数 $\hat{\varphi}_1$、$\hat{a}_1$、$\hat{w}_1$ 的估计过程如下：

$$\hat{\varphi}_1=\arg\left(\sum_{m=-1}^{1}Y_1(\hat{p}+m)\overline{E}_1^{*}(\hat{p}+m)\right) \tag{6}$$

$$\hat{a}_1=\left|\frac{\sum_{m=-1}^{1}Y_1(\hat{p}+m)\overline{E}_1^{*}(\hat{p}+m)}{\sum_{m=-1}^{1}|\overline{E}_1^{*}(\hat{p}+m)|^2}\right| \tag{7}$$

$$\hat{w}_1=(\hat{p}+\hat{\Delta})w_0 \tag{8}$$

$$\hat{p}=\arg\underbrace{\max_{i}(Y_1(i))} \tag{9}$$

$$\overline{E}_1(\hat{p}+m)=\exp(\mathrm{j}\Delta\pi)\frac{N\sin(\Delta\pi)}{(\Delta-m)\pi}=\exp(\mathrm{j}\Delta\pi)D_m \tag{10}$$

$$\hat{\Delta}=\alpha\frac{|Y_1(\hat{p}+\alpha)|}{|Y_1(\hat{p}+\alpha)|+|Y_1(\hat{p})|}$$

$$\alpha=\begin{cases}+1 & |Y_1(\hat{p}+1)|\geqslant|Y_1(\hat{p}-1)|\\ -1 & |Y_1(\hat{p}+1)|<|Y_1(\hat{p}-1)|\end{cases} \tag{11}$$

式中：$\overline{E}_1(p+m)$为 $e_1(n)$ 经 DFT 变化后，在峰值点位置 p 及其附近 m 点位置上的值，需满足 $m\ll N$；$p=\mathrm{round}(w_1/w_0)$，$w_1=(p+\Delta)w_0$，$w_0$ 为单音信号 DFT 变化后的频域分辨率，Δ 为频率分辨率 w_0 的小数倍。

可见，MLE 估计方法基于 DFT 并利用单音频域功率峰值位置及其左右位置所对应的 3 个幅值完成参数估计。

显然，当 DFT 点数过大则会带来较大的实现复杂度。为了降低复杂度和增加运算速度，需要使用 FFT 运算代替 DFT 运算。本文推导了一种基于时域补零和 FFT 变化的最大似然单音参数估计方法 FFT-MLE。

对 $e_1(k)$进行 DFT 变换[14]：

$$\overline{E}_1(k)=\sum_{n=0}^{N-1}e_1(n)\exp(-\mathrm{j}nkw_0) \tag{12}$$

$$w_1=(p+\Delta)w_0$$

$$p=\mathrm{round}(w_1/w_0)$$

$$|\Delta|\leqslant 0.5\quad w_0=2\pi/N \tag{13}$$

令 $k=p+m$，则有

$$\overline{E}_1(p+m)=$$

$$\frac{\exp(\mathrm{j}(\Delta-m)\pi)}{\exp(\mathrm{j}\Delta-m)\pi/N)}\cdot\frac{\sin((\Delta-m)\pi)}{\sin((\Delta-m)\pi/N)}=\frac{\exp(\mathrm{j}\Delta\pi)}{\exp(\mathrm{j}(\Delta-m)\pi/N)}\cdot\frac{\sin(\Delta\pi)}{\sin((\Delta-m)\pi/N)} \tag{14}$$

当 $m\ll N$,$\exp(\mathrm{j}(\Delta-m)\pi/N)\approx 1$,$\sin(((\Delta-m)\pi)/N)\approx(\Delta-m)\pi/N$,则 $\overline{E}_1(p+m)$ 可表示为式(10)。

本文首先对 $e_1(n)$ 进行补零至 N_{FFT} 点,得到新的序列 $\boldsymbol{e}_1'(n)$:

$$\boldsymbol{e}_1'=[\underbrace{\boldsymbol{e}_1}_{N_{\mathrm{FFT}}\ \text{points}}\ \boldsymbol{0}\ ] \tag{15}$$

进行 FFT 变化得到:

$$\overline{E}_1'(k)=\sum_{n=0}^{N_{\mathrm{FFT}}-1}e_1'(n)\exp(-\mathrm{j}nkw_0) \tag{16}$$

$$w_1=(p+\Delta)w_0$$

$$p=\mathrm{round}(w_1/w_0)$$

$$|\Delta|\leqslant 0.5\quad w_0=2\pi/N_{\mathrm{FFT}} \tag{17}$$

令 $k=p+m$,则

$$\overline{E}_1'(p+m)=\frac{\exp(\mathrm{j}N(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{\exp(\mathrm{j}(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}\cdot\frac{\sin(N(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{\sin((\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})} \tag{18}$$

当 $m\ll N_{\mathrm{FFT}}$,$\exp(\mathrm{j}(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})\approx 1$,$\sin((\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})\approx(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}}$,则有

$$\overline{E}_1'(p+m)=\exp(\mathrm{j}N(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})\cdot\frac{\sin(N(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}}}=\exp(\mathrm{j}N(\Delta-m)\pi/N_{\mathrm{FFT}})D_m' \tag{19}$$

对于 FFT-MLE,$\hat{\Delta}$ 的估计方法按式(11)不再适用,证明如下:

假设 $\alpha=+1$,对于 DFT-MLE 则有

$$\alpha\frac{|\overline{E}_1(p+\alpha)|}{|\overline{E}_1(p+\alpha)|+|\overline{E}_1(p)|}=\frac{\left|\frac{N\sin(\Delta\pi)}{(\Delta-1)\pi}\right|}{\left|\frac{N\sin(\Delta\pi)}{(\Delta-1)\pi}\right|+\left|\frac{N\sin(\Delta\pi)}{\Delta\pi}\right|}=\frac{1}{1+\left|\frac{\Delta-1}{\Delta}\right|}=\Delta \tag{20}$$

对于 FFT-MLE 则有

$$\alpha\frac{|\overline{E}_1'(p+\alpha)|}{|\overline{E}_1'(p+\alpha)|+|\overline{E}_1'(p)|}=\frac{\left|\frac{\sin(N(\Delta-1)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{(\Delta-1)\pi/N_{\mathrm{FFT}}}\right|}{\left|\frac{\sin(N(\Delta-1)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{(\Delta-1)\pi/N_{\mathrm{FFT}}}\right|+\left|\frac{\sin(N\Delta\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{\Delta\pi/N_{\mathrm{FFT}}}\right|}=\frac{1}{1+\left|\frac{\sin(N\Delta\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{\sin(N(\Delta-1)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}\cdot\frac{\Delta-1}{\Delta}\right|} \tag{21}$$

其中:$\left|\frac{\sin(N\Delta\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{\sin(N(\Delta-1)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}\right|\neq 1$,显然式(21)不等于 Δ。

为了估计 Δ,本文构造函数:

$$g=\alpha\frac{|\overline{E}_1'(p)|-|\overline{E}_1'(p+\alpha)|}{|\overline{E}_1'(p+\alpha)|}=\left|\frac{\sin(N\Delta\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{\sin(N(\Delta+\alpha)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}\cdot\frac{\Delta+\alpha}{\Delta}\right|-1 \tag{22}$$

对 $\sin x$ 进行泰勒展开:

$$\sin x\approx x-x^3/3! \tag{23}$$

则有

$$g=\left|\frac{\sin(N\Delta\pi/N_{\mathrm{FFT}})}{\sin(N(\Delta+\alpha)\pi/N_{\mathrm{FFT}})}\cdot\frac{\Delta+\alpha}{\Delta}\right|-1=\left|\frac{6N_{\mathrm{FFT}}^2-N^2\Delta^2\pi^2}{6N_{\mathrm{FFT}}^2-N^2(\Delta+\alpha)^2\pi^2}\right|-1=\frac{N^2\pi^2+2\alpha N^2\Delta\pi^2}{6N_{\mathrm{FFT}}^2-N^2(\Delta+\alpha)^2\pi^2} \tag{24}$$

由于 $N^2(\Delta+\alpha)^2\pi^2$ 与 $6N_{\mathrm{FFT}}^2$ 相比较小,则式(24)可简化为

$$g\approx\frac{N^2\pi^2+2\alpha N^2\Delta\pi^2}{6N_{\mathrm{FFT}}^2} \tag{25}$$

于是得到:

$$g\approx\frac{N^2\pi^2+2\alpha N^2\Delta\pi^2}{6N_{\mathrm{FFT}}^2} \tag{26}$$

$$\hat{\Delta}=\frac{N^2\pi^2-6gN_{\mathrm{FFT}}^2}{2\alpha N^2\pi^2}$$

$$\alpha=\begin{cases}+1 & |\overline{E}_1'(p+1)|>|\overline{E}_1'(p-1)|\\ -1 & |\overline{E}_1'(p+1)|\leqslant|\overline{E}_1'(p-1)|\end{cases} \tag{27}$$

在得到$\hat{\Delta}$后,可根据式(6)~式(9)求得 $\hat{\varphi}_1$、$\hat{a}_1$ 和 $\hat{w}_1$,不同的是,需用 $\overline{E}_1'(p+m)$ 代替 $\overline{E}_1(p+m)$,用 $Y_1'(\hat{p}+m)$ 代替 $Y_1(\hat{p}+m)$,Y_1'为对单音干扰接收序列 $y_1(n)$ 进行补零至 N_{FFT} 点并进行 FFT 变化后的序列。

对于 DFT-MLE,假设序列长度为 2^N+1 点,则 DFT 运算需要 $(2^N+1)^2$ 次复数乘法。对于 FFT-MLE,补 $2^{N+1}-2^N-1$ 个零后,做 2^{N+1} 点 FFT 运算共需要 $2^N\mathrm{lb}(2^{N+1})=2^N(N+1)$ 次复数乘法。前者运算量至少约为后者的 $\frac{(2^N+1)^2}{2^N(N+1)}$ 倍。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

3 多音干扰消除方案

3.1 多音干扰识别

如果存在相隔较近的相邻单音干扰时，当频域分辨率不够，则单音参数会估计失效，举例如下：

假设在增加采样点前频率分辨率 f_0 = 2 000 Hz，2 个单音干扰的频率分别为 f_1 = 200.6 kHz和 f_2 = 202 Hz，则对应的峰值分别为 p_1 = 101，p_2 = 102，显然，如图 1(a)所示，对于单音干扰 2 来说，单音干扰 1 在 p_2 点仍有较大峰值，从而带来干扰而影响估计准确度。增加采样序列长度使得 f_0' = 200 Hz，则2 个单音的间隔相应增大，见图 1(b)所示。

根据 DFT 变化性质可知，基带采样速率为 f_s，满足频率分辨率为 f_0 时的采样点数为 $N = f_s/f_0$，假设存在 2 个相邻单音，频率分别为 f_1 和 f_2，则单音 1 的峰值位置为 $p_1 = \text{round}(f_1/f_0)$，单音 2 的峰值位置为 $p_2 = \text{round}(f_2/f_0)$，当 N 增大即 f_0 变小时，2 个相邻单音峰值位置间隔的谱线数 $|p_{12}| = |p_2 - p_1|$ 相应增大，从而使得容易分辨与识别。

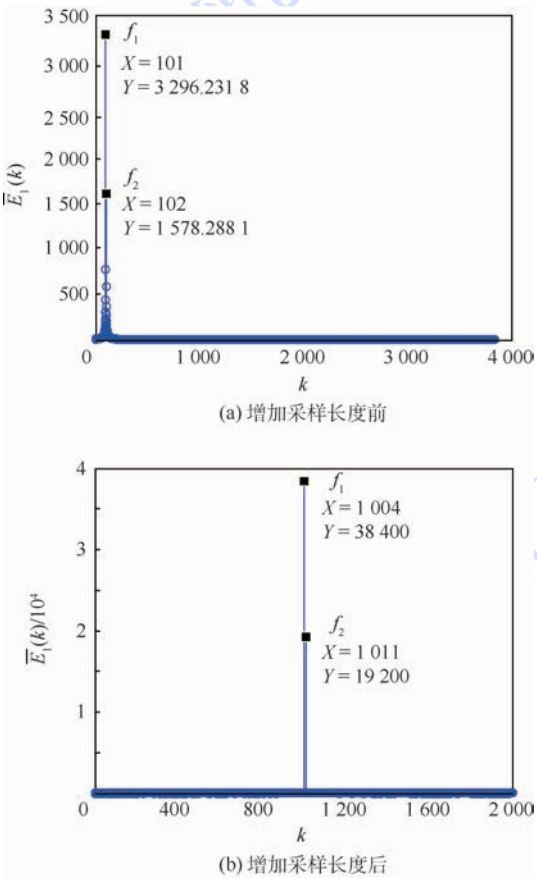


图 1 增加采样长度前后多音干扰频域示意图

Fig. 1 Schematic diagram of multi-tone interference frequency domain before and after sampling length increase

当采样点数 N 足够大时，不仅得到更高的频率分辨率，而且相邻单音对目标单音带来的相对干扰足够小，使得目标单音的参数估计性能会足够好。分析如下：

假设存在 2 个相邻单音，单音 1 为预估计参数的目标单音，单音 2 为干扰。考虑单音 2 在单音 1 的频谱峰值位置处带来的干扰。

单音 1 在其主峰 p_1 处的有用信号功率为

$$|\overline{E}_1(p_1)|^2 = \left| c_1 \frac{\sin(\Delta_1\pi)}{\sin(\Delta_1\pi/N)} \right|^2 \tag{28}$$

式中：$p_1 = \text{round}(f_1/f_0)$，$f_1 = (p_1 + \Delta_1)f_0$，$\Delta_1$ 为第 1 个单音频率相对于 f_0 的小数倍。

当 $N \to \infty$ 时，$\Delta_1\pi/N$ 足够小，所以有 $\sin(\Delta_{1,N}\pi/N) \approx \Delta_1\pi/N \to 0$，且由于 $|\sin(\Delta_1\pi)| \leqslant 1$，所以得到 $|\overline{E}_1(p_1)|^2 \to \infty$。

单音 2 在单音 1 主峰 p_1 处的干扰功率为

$$|\overline{E}_2(p_1)|^2 = \left| c_2 \frac{\sin((\Delta_2 + p_2 - p_1)\pi)}{\sin((\Delta_2 + p_2 - p_1)\pi/N)} \right|^2 = \left| c_2 \frac{\sin((\Delta_2 + p_{12})\pi)}{\sin((\Delta_2 + p_{12})\pi/N)} \right|^2 \tag{29}$$

式中：$p_2 = \text{round}(f_2/f_0)$，$f_2 = (p_2 + \Delta_2)f_0$；$p_{12} = p_2 - p_1$ 为在采样点数为 N 时，2 个单音在频域上峰值位置间隔的谱线数；Δ_2 为第 2 个单音频率相对于 f_0 的小数倍。

考虑到存在：$(\Delta_2 + \Delta p)\pi/N = \Delta_2\pi/N + \Delta p\pi/N$，假设当采样点数 N 变为之前的 k 倍，p_{12} 也相应变为之前的 k 倍，则当 k 足够大，$(\Delta_2 + \Delta p)\pi/N \to \Delta p\pi/N$。

所以当 $N \to \infty$ 时，$|\overline{E}_2(p_1)|^2$ 不会超过某一常数 η，即 $|\overline{E}_2(p_1)|^2 \leqslant \eta$。

定义单音 1 在峰值 p_1 处的载干比(CIR)为

$$\text{CIR} = \frac{C}{I} = \frac{|\overline{E}_1(p_1)|^2}{|\overline{E}_2(p_1)|^2} \tag{30}$$

可见，当 $N \to \infty$ 即 $f_0 \to 0$ 时，$\text{CIR} \to \infty$。此时相邻单音对目标单音参数估计的相对干扰足够小。

虽然增加序列采样长度 N 会带来足够高的频率分辨率并提升单音参数估计性能，但同时需要较大的存储空间。为了降低复杂度，本文采用 ZoomFFT[15] 技术，先提取感兴趣的频带，再通过移频—低通滤波—降采样的步骤对局部频带分辨率进行放大并减少处理点数(见图 2)。本文采用该技术进行干扰识别的具体步骤如下：

1) 判断多音干扰的中心频率 f_1

北航学报 赠阅

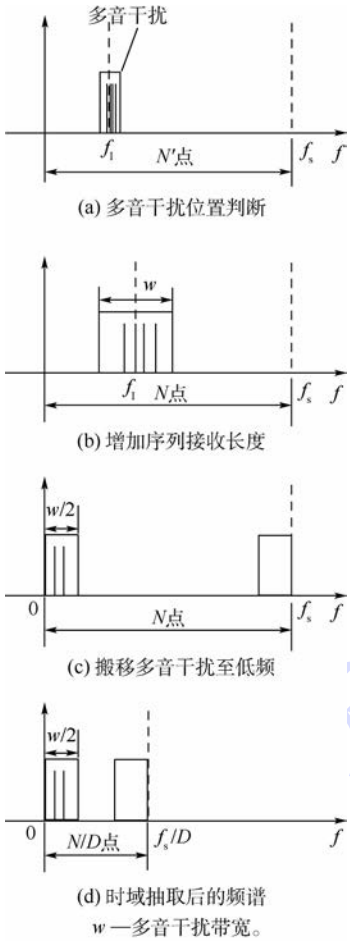


图 2　采用 ZoomFFT 技术的多音干扰识别示意图

Fig. 2　Schematic diagram of multi-tone interference identification using ZoomFFT

先取 N'点较短长度接收数据 $\boldsymbol{r}_1'$并进行 FFT 变化后得到 $\boldsymbol{R}_1'$,基带采样频率为 f_s,此时的频域分辨率为 $f_0=f_s/N'$,N'为此步骤中 FFT 变换的点数。在频域设置信噪比门限 T_1,采用门限法检测干扰簇位置 p_1'。

$$p_1'=\underbrace{\max}_{i}|R_1'(i)|^2 \tag{31}$$

$$\Lambda=\frac{N'|R_1'(p_1')|^2}{\sum_{i=1}^{N'}|R_1'(i)|^2} \tag{32}$$

式中:Λ 为干扰峰值功率与信号平均功率的比值。

如果 $\Lambda>T_1$,则认为存在多音干扰,其中心频率为 $f_1=p_1' f_s/N'$。

2)增加序列接收长度至 N 点得到 $\boldsymbol{r}_2$,此时的频域分辨率为 $f_0=f_s/N$。

3)将多音干扰搬移至低频

$$r_2(n)=r_1(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi p_1 n/N}\quad n=1,2,\cdots,N \tag{33}$$

此时,搬移后的频谱与原频谱关系为 $R_2(k)=R_1(k+p_1)$,其中,$p_1=\mathrm{round}(p_1'N/N')$。

在降采样前,为抗混叠,在时域进行低通滤波,保留多音干扰所在频段。低通滤波器 W 通带带宽为 B。

$$R_3(k)=R_2(k)W(k) \tag{34}$$

式中:$W(k)$为理想低通滤波器的频率响应。

4)在时域进行 D 倍抽取

$$r_4(m)=r_3(mD)\quad m=1,2,\cdots,M;M=\frac{N}{D} \tag{35}$$

$r_4(m)$与原抽样前信号频谱关系为

$$r_4(m)=\frac{1}{M}\left[\sum_{k=0}^{M/2-1}R_1(k+p_1)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi p/N}+\sum_{k=M/2}^{M-1}R_1(k+p_1)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi p/N}\right] \tag{36}$$

$r_4(m)$频域信号可表示为

$$R_4(k)=\begin{cases}\dfrac{1}{D}R_1(k+p_1) & k=0,1,\cdots,\dfrac{M}{2}-1\\ \dfrac{1}{D}R_1(k+p_1-M) & k=\dfrac{M}{2},\dfrac{M}{2}+1,\cdots,M-1\end{cases} \tag{37}$$

D 应满足

$$D<f_s/B(1+\mu) \tag{38}$$

式中:μ 为低通滤波器滚降因子。

可见,此时通过 ZoomFFT 操作保留了多音干扰的谱线相位与幅度值,在达到相同频谱分辨率的前提下,储存序列长度减小为 ZoomFFT 前的 1/D 倍。

3.2　基于迭代的多音干扰消除方案

多音干扰消除方案包含 3 个模块,分别为多音干扰识别模块、多音干扰估计模块、多音干扰消除模块。方案框图如图 3 所示。

干扰消除方案步骤如下:

1)利用第 4.1 节方案识别多音干扰并得到 ZoomFFT 输出的 M 点时域序列 $\boldsymbol{r}_4$。

2)基于迭代的多音干扰参数估计。

① 由于 M 往往不一定为 2 的幂次方,对 $\boldsymbol{r}_4$ 补零至 N_{FFT}得到 $\boldsymbol{r}_4'$;对 $\boldsymbol{r}_4'$进行 FFT 变化得到 $\boldsymbol{R}_4'$,类似式(29)原理,通过判断频域样点值 $R_4'(i)$的相对功率值并设置信噪比门限 T_2 可找到第 1 个单音干扰的峰值位置 p_1。

② 利用第 3 节提出的 FFT-MLE 算法对频域序列 $\boldsymbol{R}_4'$进行单音参数估计,得到第 1 个单音参数估计值:$\hat{\varphi}_1'$、$\hat{a}_1'$、$\hat{f}_1'$。

③ 对第 1 个单音进行 M 点的时域重构:

$$y_1'(n)=\hat{a}_1'\exp(\mathrm{j}2\pi\hat{f}_1'nD/f_s)\exp(\mathrm{j}\hat{\varphi}_1')\quad n=1,2,\cdots,M \tag{39}$$

④ 将第 1 个单音从 $\boldsymbol{r}_4$ 中删除:$\boldsymbol{r}_4^{(1)}=\boldsymbol{r}_4-\boldsymbol{y}_1'$,$\boldsymbol{r}_4^{(q)}$,$q=1,2,\cdots,Q$ 表示 $\boldsymbol{r}_4$ 经过第 q 次单音消除后的序列。

北航学报 赠阅

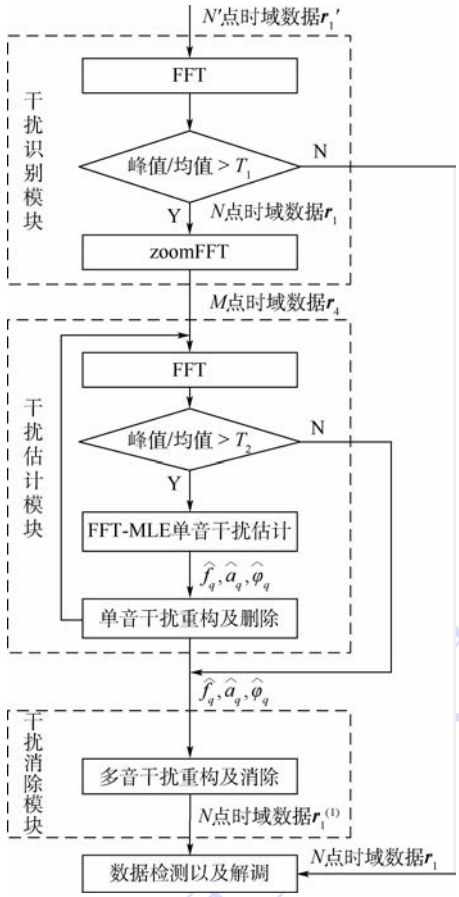


图 3 多音干扰消除方案流程图

Fig. 3 Flowchart of multi-tone interference cancellation scheme

⑤ 重复步骤①～步骤④，直至经过 Q 次单音干扰删除后，$\boldsymbol{r}_4^{(Q)}$ 在第①步中不再检测到单音干扰存在。此时，得到多音干扰中所有 Q 个单音的参数估计：$\hat{\varphi}_q'$、$\hat{a}_q'$、$\hat{f}_q'$，$q=1,2,\cdots,Q$。

⑥ 由于在干扰识别模块中进行了移频操作，需对频率进行还原：$\hat{f}_q=\hat{f}_q'+f_1$。储存所有单音干扰参数 $\hat{\varphi}_q=\hat{\varphi}_q'$、$\hat{a}_q=\hat{a}_q'$、$\hat{f}_q$，$q=1,2,\cdots,Q$。

3）多音干扰重构及消除。

① 根据第 2）步储存的各单音干扰参数，重构 N 点的时域多音干扰

$$y(n)=\sum_{q=1}^{Q}\hat{a}_q\exp(\mathrm{j}2\pi\hat{f}_q n/f_s)\exp(\mathrm{j}\hat{\varphi}_q)$$
$$n=1,2,\cdots,N \tag{40}$$

② 对 N 点接收数据 $\boldsymbol{r}_1$ 进行干扰消除

$$\boldsymbol{r}_1^{(1)}=\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{y} \tag{41}$$

③ 此时式(5)中的多音干扰 $\boldsymbol{Y}$ 得以消除，之后进行去 CP 以及 OFDM 解调操作。

4 仿真结果与分析

4.1 FFT-MLE 与 DFT-MLE 算法的性能对比

仿真分别给出频率 $\hat{f}_1$、相位 $\hat{\varphi}_1$ 和幅度 $\hat{a}_1$ 在高斯白噪环境下的归一化均方根误差统计：$\mathrm{NRMSE}(\hat{f}_1)=\sqrt{E[(\hat{f}_1-f_1)^2]}/f_0$，$f_1=(p-1+D)f_0$，$\mathrm{NRMSE}(\hat{\varphi}_1)=\sqrt{E[(\hat{\varphi}_1-\varphi_1)^2]}/\varphi_1$，$\mathrm{NRMSE}(\hat{a}_1)=\sqrt{E[(\hat{\varphi}_1-\varphi_1)^2]}/a_1$。

设定单音信号功率归一化，仿真中定义信噪比：$\mathrm{SNR}=10\lg(1/\sigma_n^2)$。仿真参数如表 1 所示。

DFT-MLE 参数估计性能如图 4 所示，FFT-MLE 参数估计性能如图 5 所示。

表 1 单音参数估计仿真参数配置

Table 1 Simulation parameter configuration of single-tone parameter estimation

仿真条件	参数配置
采样率/MHz	7.56
采样点数 N	595
FFT 点数 N_{FFT}	3 780
单音参数配置	$a_1=1$ $f_1=(200+\Delta)f_0$ Hz $\varphi_1=\frac{1}{4}\pi$ rad $\Delta=[0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5]$
信道模型	AWGN 信道

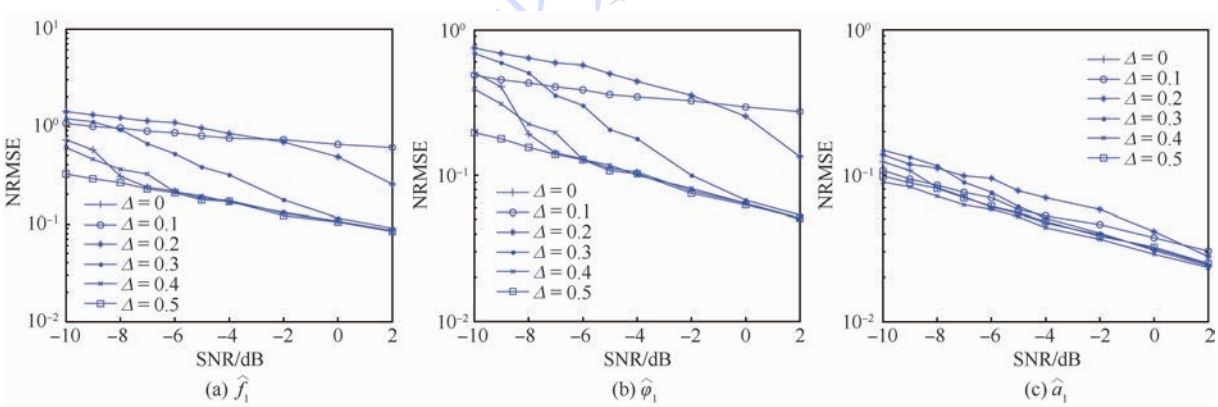


图 4 DFT-MLE 参数 $\hat{f}_1$、$\hat{\varphi}_1$ 和 $\hat{a}_1$ 估计性能

Fig. 4 Estimated performance of parameter $\hat{f}_1$, $\hat{\varphi}_1$ and $\hat{a}_1$ based on DFT-MLE

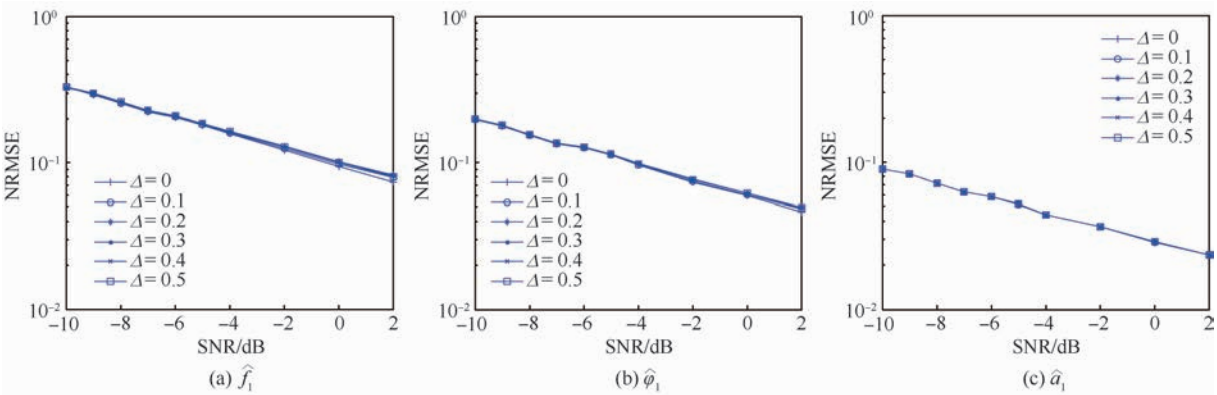


图 5　FFT-MLE 参数 $\hat{f}_1$、$\hat{\varphi}_1$ 和 $\hat{a}_1$ 估计性能

Fig. 5　Estimated performance of parameter $\hat{f}_1$, $\hat{\varphi}_1$ and $\hat{a}_1$ based on FFT-MLE

由仿真结果图 4 可见,对于 DFT-MLE,性能随着小数倍频率 Δ 的变化而不同,在信噪比 SNR = 0 时,$\hat{f}_1$ 的 NRMSE 区间约为 0.1 ~ 0.6,$\hat{\varphi}_1$ 的 NRMSE 区间约为 0.06 ~ 0.30,$\hat{a}_1$ 的 NRMSE 区间约为 0.025 ~ 0.030。由仿真结果图 5 可见,对于 FFT-MLE,在 SNR = 0 时,$\hat{f}_1$ 的 NRMSE 约为 0.1,$\hat{\varphi}_1$ 的 NRMSE 约为 0.06,$\hat{a}_1$ 的 NRMSE 约为 0.025,Δ 的变化对性能影响不大。这是因为,据式(11)可得到 Δ 与 Y_1 之间的关系,对于 DFT-MLE,$Y_1(\hat{p}+\alpha)$ 随着不同 Δ 值的变化较大,对于 FFT-MLE,变化则较小,所以有较好的鲁棒性,见图 6。

可见,对于 DFT-MLE,当 Δ 从 0 ~ 0.5,$Y_1(\hat{p})$ 幅值下降了约 2 dB,$Y_1(\hat{p}+1)$ 上升了约 25 dB。而对于 FFT-MLE,Y_1 的值变化却很小。

4.2　基于迭代的多音干扰消除方案性能

设定 OFDM 发送信号功率归一化,仿真中定义信干比:SIR = $10\lg(1/a_q^2)$。

仿真中,将本方案与另外 2 种方案性能进行了对比,分别为文献[4]的汉明窗干扰抑制方案和文献[10]的基于迭代的干扰消除方案。假设信道信息 H 理想已知,采用迫零 ZF 检测。仿真参数如表 2 所示。QPSK 调制下采用抗干扰方案的误码率(BER)性能如图 7 和图 8 所示。

由仿真结果图 7 和图 8 可见,AWGN 信道下,信干比设置为 SIR_1,当 BER = 0.01,存在干扰时的性能与无干扰的理想性能相比恶化了约 3 dB,采用汉明窗干扰抑制方案时性能恶化了约 2 dB,采用本文方案,接收序列采样长度 N = 43 750,ZoomFFT 后长度为 M = 4 375,即使 BER = 0.001 时,性能恶化也只 0.5 dB。SIR_2 和 SIR_3 配置时,本文方案的性能改善也很明显。TU 信道下,各 SIR 配置时,无抗干扰算法和汉明窗干扰抑制方案下的 BER 已无法下降,采用本文方案时,SIR_1 配置,即使 BER = 0.001 时,性能恶化也只 3 dB。

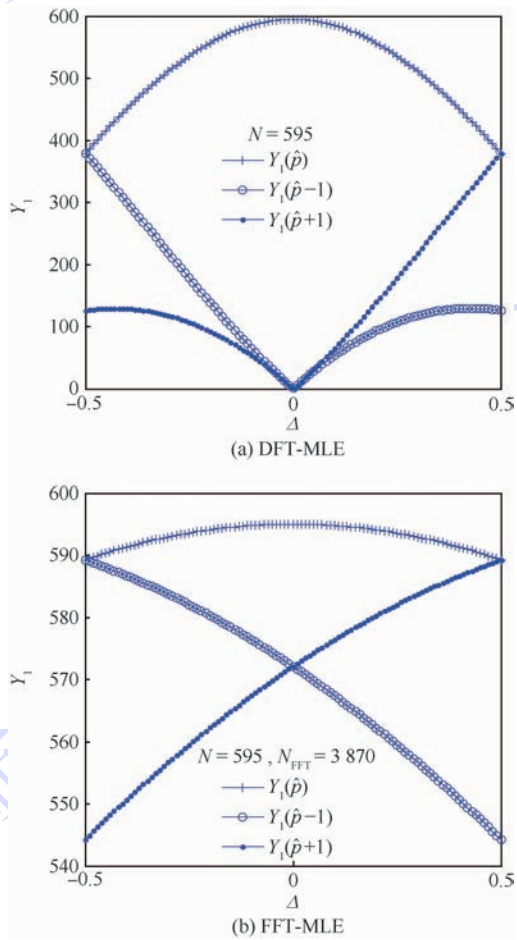


图 6　DFT-MLE 和 FFT-MLE Y_1 值相对 Δ 变化示意图

Fig. 6　Schematic diagram of value range of Y_1 with different Δ based on DFT-MLE and FFT-MLE

对比本文方案与文献[10]方案的性能结果表明,当采样序列长度同为 N = 43 750 时,文献[10]的性能要略差于本文方案,这是由于本文提出的 FFT-MLE 较 DFT-MLE 有更好的鲁棒性

北航学报 赠阅

表 2 多音干扰消除方案仿真参数配置

Table 2 Simulation parameter configuration of multi-tone interference cancellation scheme

仿真条件	参数配置
采样率/MHz	7.56
OFDM 符号点数	3 780
CP 样点数	595
调制方式	QPSK
$\boldsymbol{r}_1'$长度 N'	3 780
$\boldsymbol{r}_1$ 长度 N	$(3\,780+595)\times 10=43\,750$
N_{FFT}	8 192
降采样倍数 D	10
低通滤波器 L	带宽:$B=1$ MHz 滚降系数:$\mu=0.5$ 阶数:256
单音参数配置	$\boldsymbol{a}_q=[a_1,a_2,a_3,a_4,a_5]$(对应 SIR 中各设定值) $\boldsymbol{f}_q=[200\,400,201\,400,202\,400,1\,199\,400,1\,200\,400]$ Hz $\boldsymbol{\varphi}_q=\left[\frac{1}{4}\pi,\frac{3}{4}\pi,\pi,\frac{-1}{2}\pi,\frac{-1}{4}\pi\right]$ rad
SIR	$\mathrm{SIR}_1=[10,0,10,0,0]$ dB $\mathrm{SIR}_2=[0,-10,0,-10,-10]$ dB $\mathrm{SIR}_3=[-10,-20,-10,-20,-20]$ dB
信道模型	AWGN 信道 TU 信道[16]

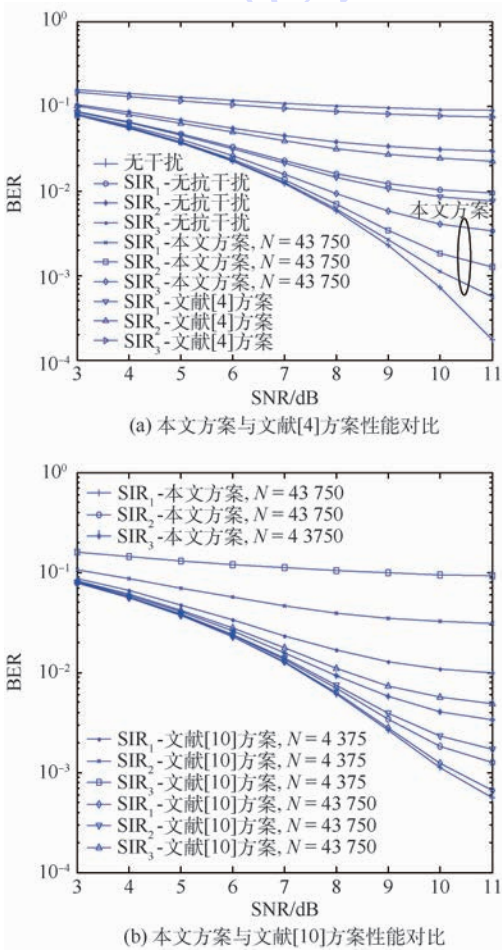


图 7 AWGN 信道下本文方案与其他 2 种文献方案性能对比

Fig. 7 Performance comparison between proposed scheme and two schemes in reference under AWGN channel

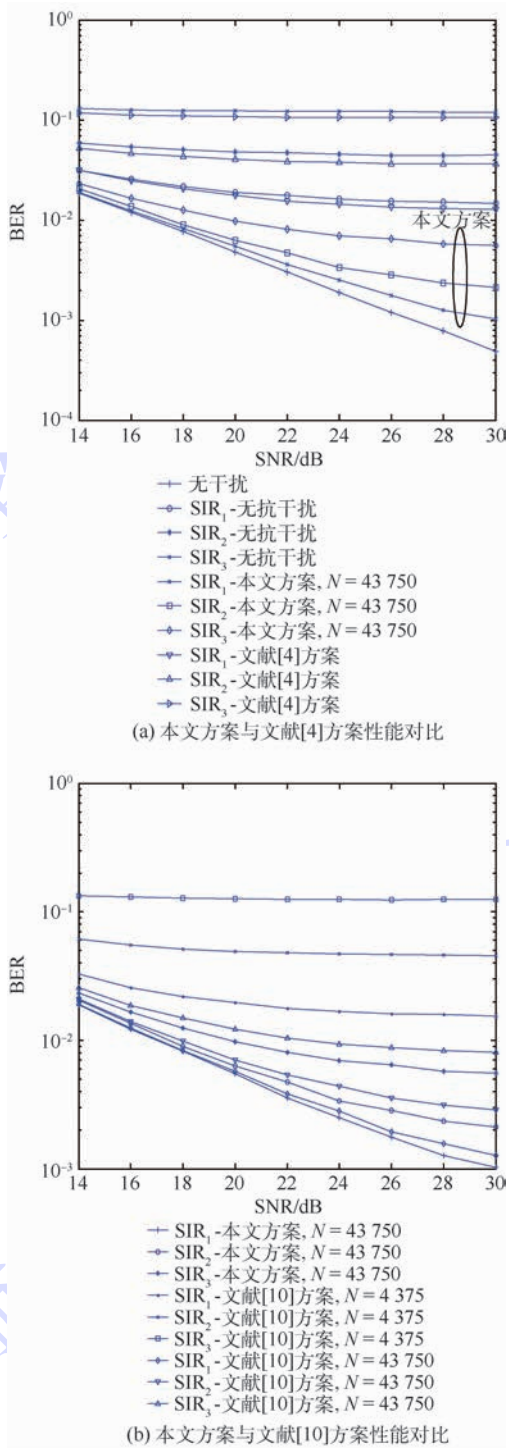


图 8 TU 信道下本文方案与其他 2 种文献方案性能对比

Fig. 8 Performance comparison between proposed scheme and two schemes in reference under TU channel

(见 4.1 节)。同时,由于本方案采用了 Zoom-FFT 技术,所以储存样点仅为 4 375 点。本方案相比不仅有更好的干扰消除性能并且有更低的处理复杂度。而当文献[10]方案储存样点降为 $N=4\,375$时,频谱分辨率降低,正如 4.1 节分析,采样长度减小导致干扰估计与消除性能发生较大恶化。

5 结　论

本文提出一种基于迭代的多音干扰消除方案,包括多音干扰识别、多音参数估计和多音干扰消除 3 个模块,具有低运算复杂度的特点。

1) 在多音干扰识别模块中,通过增加采样序列长度以减小单音参数估计过程中的互干扰。为简化运算复杂度,采用 ZoomFFT 技术。

2) 在多音参数估计模块中,由于 ZoomFFT 的输出序列点数并不一定满足 2 的 N 次幂,因此给出一种基于 FFT 的最大似然参数估计方法 FFT-MLE。相比经典 DFT-MLE,不仅有更低的运算复杂度,且在不同的小数倍频率下其估计性能有更好的鲁棒性。

3) 最后的仿真结果表明,本文的多音干扰消除方案在 OFDM 系统中表现出较好的抗干扰性能。

参考文献 (References)

[1] SESIA S, TOUFIK I, BAKER M. LTE——UMTS 长期演进理论与实践[M]. 马霓, 邬钢, 张晓博, 等, 译. 北京: 人民邮电出版社, 2012: 84-101.
SESIA S, TOUFIK I, BAKER M. LTE—The UMTS long term evolution: From theory to practice[M]. MA N, WU G, ZHANG X B, et al, translated. Beijing: Posts & Telecom Press, 2012: 84-101 (in Chinese).

[2] 国家标准化管理委员会. 数字电视地面广播传输系统帧结构、信道编码和调制: GB 20600—2006 [S]. 北京: 数字电视地面广播传输国家标准特别工作组, 2006: 7-26.
Standardization Administration of China. Digital television terrestrial transmission system frame structure, channel encoding and modulation: GB 20600—2006[S]. Beijing: Special Working Group of National Standard for Transmission of Digital Television Terrestrial Broadcasting, 2006: 7-26 (in Chinese).

[3] 熊李娜, 李涛, 梅林, 等. OFDM 系统的抗窄带干扰性能分析[J]. 通信技术, 2011, 44(10): 25-29.
XIONG L N, LI T, MEI L, et al. Performance of OFDM system under narrow-band interference[J]. Communications Technology, 2011, 44(10): 25-29 (in Chinese).

[4] 邹宁, 徐松涛, 刘明园, 等. 一种重叠加窗频域抑制窄带干扰算法及研究[J]. 现代防御技术, 2010, 38(3): 120-126.
ZOU N, XU S T, LIU M Y, et al. An overlap window-based frequency-domain narrow-band interference suppression algorithm and its analysis[J]. Modern Defence Technology, 2010, 38(3): 120-126 (in Chinese).

[5] 孟东, 缪玲娟, 张希. 反加窗算法及其在扩频系统窄带干扰抑制中的应用[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(10): 2349-2355.
MENG D, MIAO L J, ZHANG X. Inverse windowing algorithm and its application to narrow-band interference suppression in direct sequence spectrum system[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(10): 2349-2355 (in Chinese).

[6] SHEN W J, SUN H X, CHENG E, et al. Narrowband interference suppression in underwater acoustic OFDM system[C]// International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (CAR). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 496-499.

[7] ZHANG J, MENG J. Robust narrowband interference rejection for power-line communication systems using IS-OFDM[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2010, 25(2): 680-692.

[8] DARSENA D, GELLI G, PAURA L, et al. Joint equalization and interference suppression in OFDM systems[J]. IET Electronics Letters, 2003, 39(11): 873-874.

[9] NILSSON R, SJOBERG F, LEBLANC J P. Rank-reduced LMMSE canceller for narrowband interference suppression in OFDM-based systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(12): 2126-2140.

[10] 周军. 基于相干检测的迭代干扰抑制技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2010.
ZHOU J. Iterative interference suppression technology investigation based on coherent detection[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2010 (in Chinese).

[11] 付卫红, 宋长汉, 黄坤. 基于差分求门限的变换域窄带干扰抑制[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(12): 2960-2965.
FU W H, SONG C H, HUANG K. Narrow-band interference suppression in transform domain based on difference-cluster-threshold algorithm[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(12): 2960-2965 (in Chinese).

[12] 李艳红, 岳珍梅, 常宏韬, 等. SC-FDE UWB 系统连续窄带干扰抑制[J]. 兰州理工大学学报, 2014, 40(2): 102-105.
LI Y H, YUE Z M, CHANG H T, et al. Suppression of continuous narrow-band interference in SC-FDE UWB systems[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2014, 40(2): 102-105 (in Chinese).

[13] 张韬韬, 张文逸. 基于频域互相关的窄带干扰抑制方法[J]. 中国科学院大学学报, 2013, 30(5): 671-675.
ZHANG T T, ZHANG W Y. Suppression of narrowband interference using frequency-domain cross-correlation[J]. Journal of Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2013, 30(5): 671-675 (in Chinese).

[14] MALCOLM D M. Fast nearly ML estimation of the parameters of real or complex single tones or resolved multiple tones[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(1): 141-148.

[15] 江波, 唐普英. 基于复调制的的 ZoomFFT 算法在局部频谱细化中的研究与实现[J]. 大众科技, 2010(7): 48-49.
JIANG B, TANG P Y. Analysis and realization of complex modulation ZoomFFT for the study of zooming in the local spectrum[J]. Public Science Technology, 2010(7): 48-49 (in Chinese).

[16] 3GPP. Multiple input multiple output (MIMO) simulators: TR25.996V7.0.0[R]. Valbonne: 3GPP, 2007: 6.

北航学报 赠阅

作者简介：

王鑫 男，博士研究生。主要研究方向：无线通信技术。

张晓林 男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：移动通信、地面数字电视系统、集成电路、飞行遥控遥测、卫星导航。

A multi-tone interference cancellation scheme based on iteration

WANG Xin[1], ZHANG Xiaolin[1,*], CAO Yanbo[2]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Datang Telecom Technology & Industry Group, Beijing 100191, China)

Abstract: For multi-tone interference in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system, one scheme is proposed, which first increases frequency domain resolution of multi-tone interference identification, and then performs parameter estimation, reconstruction and elimination on several single-tone interference one by one based on iterative computation. In multi-tone interference identification stage, ZoomFFT technology is used to improve the frequency domain resolution and simplify the computational complexity. However, down sampling sequence number after ZoomFFT does not meet the n power of 2. For single-tone interference parameters estimation, the classical maximum likelihood parameter estimation based on DFT (DFT-MLE) can be used. But when the number of sampling points is too large, DFT operation will bring great implementation complexity. Based on DFT-MLE, this paper presents an FFT based single-tone parameters estimation FFT-MLE. It not only reduces the computational complexity, but also provides better robustness on estimation performance compared with DFT-MLE. The simulation results show that this multi-tone interference cancellation scheme is effective.

Keywords: multi-tone interference identification; multi-tone interference cancellation; single-tone parameter estimation based on FFT-MLE; ZoomFFT; orthogonal frequency division multiplexing (OFDM)

Received: 2016-03-30; **Accepted**: 2016-04-22; **Published online**: 2016-05-17 10:18

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160517.1018.002.html

* **Corresponding author**. E-mail: zxl202@vip.163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0166

一种无人机数据链信道选择和功率控制方法

张文秋[1], 丁文锐[2,*], 刘春辉[2,3]

(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 无人驾驶飞行器设计研究所, 北京 100083;
3. 北京航空航天大学 计算机学院, 北京 100083)

摘 要: 无人机(UAV)数据链在复杂电磁和地理自然环境中可靠性受到严重威胁,针对如何通过选择信道和调整信号发送功率保证UAV通信质量的问题,提出了一种结合相关向量回归(RVR)的信道选择和功率控制方法。方法采用RVR建立干扰信息、误码率(BER)与信噪比(SNR)的映射模型,通过该模型可根据实时干扰参数,预测信道满足UAV数据链BER要求的最小化SNR,进而可计算最小化的发送功率,把最小化功率作为标准判断信道质量好坏,选择信道的同时确定发送功率,简化过程,以最小化信道发送功率达到抗干扰的目的。仿真实验证明,该方法能够有效选择可用信道并调整发送功率,抑制干扰,时间和能量开销低,具有较强实用性。

关 键 词: 无人机(UAV)数据链; 信道选择; 功率控制; 信道质量; 相关向量回归(RVR)

中图分类号: TN973
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0583-09

近年来,无人机(UAV)广泛用于科学研究、环境监测、搜索与营救和快递业务等民用领域[1]。无人机数据链起着控制无人机飞行以及传输遥测数据的重要作用,但易受环境影响,无人机数据链所处电磁、地理自然环境复杂,具有时变特性,并且根据工业和信息化部颁布的无人驾驶航空器频率使用要求,使用频段:840.5~845、1 430~1 444和2 408~2 440 MHz,民用无人机频谱资源紧缺。因此,需要能够灵活适应复杂环境的抗干扰方法来保证通信链路质量。

信道选择和功率控制是抗干扰的重要方法[2-3],选择可用性高的信道进行信息传输,是一种避免干扰、保证通信畅通、提高频谱利用率的方法,多用于认知无线电网络、无线传感器网络以及自适应跳频系统等通信系统中[4-6],功率控制在移动通信中应用较多[7],是无人机数据链避免干扰的重要手段[8]。信道选择经常需要与功率控制配合使用,然而信道选择、功率控制往往是分离的2个过程,算法复杂,时间长,例如目前常用信道参数和机器学习理论结合的方法[9-10]选择信道,这种方法通常将信道质量划分等级,信道参数与信道质量等级构成映射,只能得到信道可用性判别,还需要额外的功率控制算法估计发送功率大小。

本文针对以上问题,考虑无人机数据链工作环境,提出了结合相关向量回归(Relevance Vector Regression,RVR)的无人机数据链信道选择和功率控制的方法,将信道选择和功率控制合为一个过程,快速计算出保证通信质量的最小化发送功率,并选择质量优的信道。通过实际地理环境仿真实

收稿日期: 2016-03-07; **录用日期**: 2016-06-03; **网络出版时间**: 2016-06-23 11:20
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160623.1120.004.html
基金项目: 国家"863"计划(2013AA122101)
* **通讯作者**: E-mail: ding@buaa.edu.cn

引用格式: *张文秋, 丁文锐, 刘春辉. 一种无人机数据链信道选择和功率控制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 583-591. ZHANG W Q, DING W R, LIU C H. A channel selection and power control method of UAV data link [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 583-591 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

验证明了本文方法能够准确预测最小化的发送功率,选择合适的信道,减少信道检测次数,以低功率达到明显的抗干扰效果,具有很高的可行性。

1 无人机数据链可靠性影响因素

1.1 外部干扰

外部干扰主要考虑白高斯噪声、单音干扰、脉冲干扰、随机二元码干扰。在具有干扰的信道质量评估时,信噪比(Signal Noise Ratio,SNR)、干扰功率、干扰中心频率和带宽都是影响误码率(Bit Error Rate,BER)的因素。本文将干扰功率转换为干扰噪声比(Interference-to-Noise Ratio, INR),干扰中心频率转换为干扰中心频率相对于信号中心频率的偏移程度,计算公式为

$$f_r = \left| \frac{f_c - f_i}{R_b} \right| \tag{1}$$

式中:f_c 为无人机信号中心频率;f_i 为干扰信号中心频率;R_b 为无人机信号码元速率。

图 1 是具有不同的中心频率和带宽的随机二元码干扰在不同干扰噪声比情况下产生的误码率仿真,其中无人机信号是扩频系数为 31 的扩频信号,带宽为 1 MHz,中心频率为 1 440 MHz,B 为带宽。

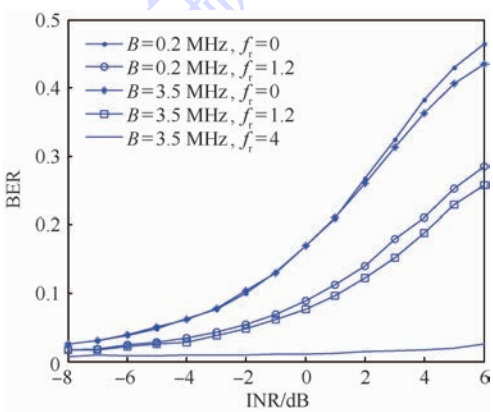


图 1 随机二元码干扰 BER 仿真

Fig. 1 BER simulation of random binary code interference

1.2 复杂地理环境

复杂的地理环境,不规则的地形使接收端信号包含直射、反射和散射路径信号,导致严重的多径衰落,误码率增加,通信质量下降明显[11]。因此本文考虑复杂地理环境对通信质量的影响使用 Longley-Rice 模型计算路径损耗,Longley-Rice 模型综合了包括地形参数在内的多个衰落影响因素,具有高稳定性[12],适用于 0.02 ~ 40 GHz 的频段、1 ~ 2 000 km 的传输距离,符合无人机的飞行情况。

2 信道选择和功率控制方法

本文的信道选择与功率控制方法示意图如图 2所示。首先选择待检测信道,获得干扰频率、带宽、功率和噪声功率等参数,对于已知干扰源的情况,可以直接获取干扰参数,对于电磁干扰未知的情况,则需要通过频谱感知[13]和干扰认知获取干扰参数,然后把这些干扰参数和系统要求的 BER 输入 SNR 预测模型,得到相应的最小化 SNR,与噪声功率相乘得到接收端所需要的最小接收功率,再加上路径损耗,得到地面基站需要发送功率的最小值 p_{min}。SNR 预测模型是信道选择和功率控制的基础,具体建立方法在第 3 节中详细描述。理论上信号功率越大误码率越低,抗干扰能力越强,但是功率过大不仅增大能量开销,也会干扰其他通信系统,p_{min}是信道满足误码率要求的发送端最小发送功率,当切换信道时,应将发送功率调整至相应信道的 p_{min},在保证无人机数据链通信质量的同时尽可能使用低发射功率。因此把 p_{min}作为衡量信道质量好坏的标准,p_{min}越大信道质量越差,地面控制站对比 p_{min}和发送功率门限值 p_{th},若 $p_{min} \leqslant p_{th}$,则认为该信道可用,然后进行频谱决策,即选择该信道,设置发送功率为 p_{min},进行信号传输,否则,选择与当前检测信道相

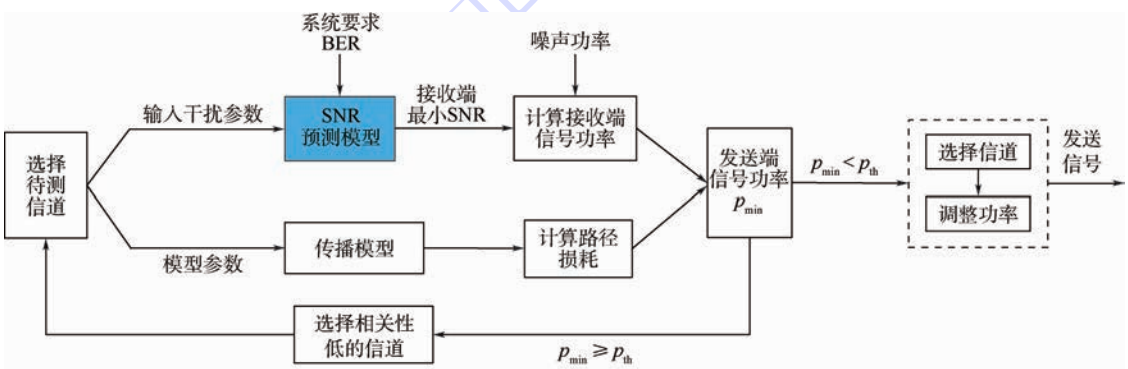


图 2 无人机数据链信道选择与功率控制方法示意图

Fig. 2 Schematic of a channel selection and power control method for UAV data link

关性低的候选信道作为预测下一待测信道，重复以上过程直至选出可用信道，如此即可实现信道选择与功率控制。

本文利用信道相关性选择待测信道是为了减少信道检测次数。对于无人机信道选择来说，信道检测进行信道质量好坏的预测，具体通过预测 $p_{\min}$ 实现，这会带来一定的时间开销，特别是当候选信道数目多或大部分候选信道质量差的时候，考虑到在实际的通信环境中，信道相关性普遍存在，引入信道相关性，若预测 $p_{\min}$ 大于阈值，则选择与当前信道相关系数低的信道作为下一信道进行预测或感知，通过该方法降低信道检测次数，降低时间开销。利用信道相关性降低频谱感知次数已被用于无线传感器网络频谱感知中[14]，从时间统计的角度给出信道相关系数的计算公式为

$$r_{ij}=\frac{t_s-t_d}{t_s+t_d}\qquad -1\leqslant r_{ij}\leqslant 1 \tag{2}$$

式中：t_s 为 i 和 j 信道同时可用或不可用的时间，称为状态相同；t_d 为 i 和 j 信道状态不同的时间。r_{ij} 越大，信道相关性越大，当判断某信道为不可用时，选择该信道相关系数最低的信道进行下次检测，直到选出可用信道。

3　SNR 预测模型的建立

建立 SNR 预测模型的目的是能根据信道噪声和干扰等信道质量影响因素的变动，预测出满足通信质量要求的 SNR，即建立干扰信息、BER 和 SNR 之间的回归关系。目前常用的回归方法有神经网络法、支持向量回归（Support Vector Regression，SVR）和 RVR 等，由于建立信噪比回归模型的样本数有限，因此神经网络法不具优势，SVR 在时间序列预测、凸二次规划和复杂工程近似分析等方面具有广泛应用[15]，但是 SVR 受到核函数必须满足 Mercer 条件限制，回归中需要交叉验证，复杂度会随训练样本数增加而急剧增加[16]。本文选用 RVR 的方法建立 SNR 预测模型，RVR 适合处理非线性和小样本的问题，RVR 比 SVR 更稀疏，时间开销低。

3.1　RVR 模型描述

RVR 在模式识别[17]、计算机视觉问题[18]和数据拟合[19]等领域获得成功。RVR 模型表达式[16]为

$$t_n=y(\boldsymbol{x}_n;\boldsymbol{w})+\varepsilon_n \tag{3}$$

式中：$\{\boldsymbol{x}_n,t_n\}_{n=1}^{N}$ 为训练数据集，N 为训练数据数目；$\boldsymbol{w}=[w_0,w_1,\cdots,w_N]^{\mathrm{T}}$ 为权向量；ε_n 为方差为 σ^2 的独立高斯噪声；$y(\boldsymbol{x};\boldsymbol{w})=\sum_{n=1}^{N}w_nK(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_n)+w_0$ 为非线性函数，$K(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_i)$ 为核函数。与 SVR 不同的是 RVR 引入了超参数，超参数影响 $\boldsymbol{w}$ 的先验分布和模型的稀疏程度。RVR 是基于贝叶斯框架进行的机器学习，利用自相关判定理论去除不相关样本，留下最能体现特征的相关向量，在求解 $\boldsymbol{w}$ 的同时获得超参数值，进而建立稀疏模型。由文献[16]可知，使用 RVR 模型预测，令 $\phi_i(\boldsymbol{x}_i)=K(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_i)$，$N+1$ 维超参数向量为 $\boldsymbol{\alpha}=[\alpha_0,\alpha_1,\cdots,\alpha_N]^{\mathrm{T}}$，假设测试数据为 $\boldsymbol{x}_*$，输出 t_* 的后验概率为

$$p(t_*\mid\boldsymbol{t},\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{MP}},\sigma^2_{\mathrm{MP}})=N(t_*\mid y_*,\sigma^2_*) \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{t}$ 为目标向量；$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{MP}}$ 和 σ^2_{MP} 分别为使后验概率 $p(\boldsymbol{\alpha},\sigma^2\mid\boldsymbol{t})$ 最大化的超参数向量和协方差值。

RVR 预测模型的预测输出计算公式为[16]

$$y_*=\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\phi(\boldsymbol{x}_*) \tag{5}$$

预测方差计算公式为[16]

$$\sigma^2_*=\sigma^2_{\mathrm{MP}}+\phi(\boldsymbol{x}_*)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}\phi(\boldsymbol{x}_*) \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{\mu}$、$\boldsymbol{\Sigma}$ 分别为权值后验概率分布的均值和协方差，$\boldsymbol{\mu}=\sigma^{-2}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}$，$\boldsymbol{\Sigma}=(\sigma^{-2}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}+\boldsymbol{A})^{-1}$，$\boldsymbol{A}=\mathrm{diag}(\alpha_0,\alpha_1,\cdots,\alpha_N)$。

3.2　预测误差评价

本文采用预测信噪比均方根误差（RMSE）和相对百分比误差（RPE）作为预测误差评价标准。通常，RPE 处于 10% 以内，认为预测模型较准确。

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{\sum_i(\mathrm{SNR}_i-\hat{\mathrm{SNR}})^2}{N}} \tag{7}$$

$$\mathrm{RPE}=\frac{\sum_i\left|\dfrac{\mathrm{SNR}_i-\hat{\mathrm{SNR}}}{\hat{\mathrm{SNR}}}\right|\times 100\%}{N} \tag{8}$$

式中：$\hat{\mathrm{SNR}}$ 为预测信噪比；SNR_i 为实际信噪比。在具体抗干扰过程中，使用最小化 SNR 预测模型获得 SNR 的目的是保证系统要求的 BER，因此也可以通过对比预测信噪比对应的误码率和系统要求误码率的差异，来评价预测的准确程度和合理性。

3.3　最小化功率预测过程

图 3 是基于 RVR 的最小化信噪比预测流程图。最小化信噪比预测流程具体实现步骤如下。

1）选取数据样本，确定自变量、因变量，数据处理，进行归一化处理，在特征向量数目多时，需要进行特征向量降维处理。

在回归模型中，把干扰信息，即干扰比、干扰中心频率、干扰带宽以及 BER 作为自变量，SNR

北航学报 赠阅

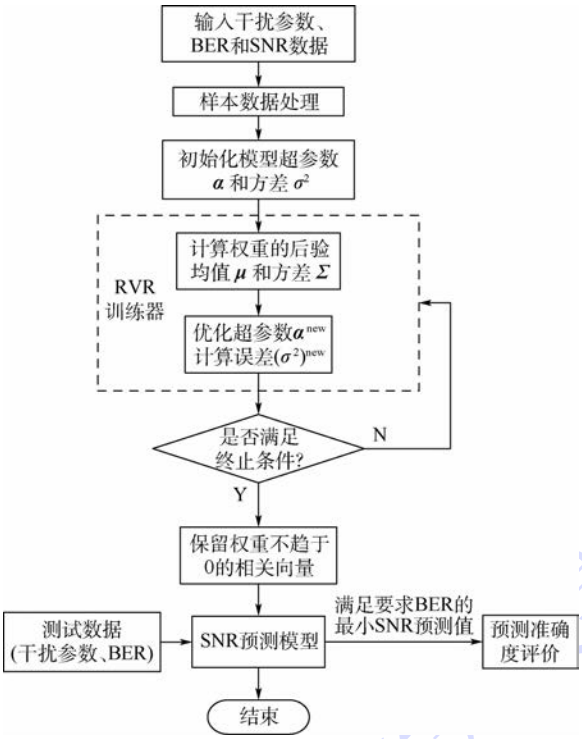


图 3 SNR 预测模型建立流程图

Fig. 3 Flowchart of SNR prediction model establishment

作为因变量。数据处理和归一化的目的是提高模型预测的准确程度,数据处理主要是把 BER 转换为 dB 形式,根据式(1)把干扰中心频率转换为相比于信号中心频率的偏移程度。建模前需要对所有训练数据和预测数据进行归一化处理,归一化公式为

$$x' = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \tag{9}$$

式中:x'为 x 归一化后的数据;x 为原始数据;$x_{\min}$ 和 $x_{\max}$ 分别为原始数据的最小、最大值。

干扰情况复杂时,特征向量维度增加,为了避免模型训练以及测试时间开销增大,提高适应性,应当在第一步数据处理时进行特征向量降维处理。常用的特征提取方法有主成分分析法(Primary Components Analysis, PCA)[20]、因子分析法和线性判别分析法等,其中主成分分析最典型。本文采用主成分分析法降维。

2)选择核函数类型,初始化模型参数 σ^2 和 $\boldsymbol{\alpha}$,设置最大迭代次数。

3)进入 RVR 训练器,计算权重 $\boldsymbol{w}$、均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和协方差 $\boldsymbol{\Sigma}$ 等参数,按照 $\alpha_i^{\text{new}} = \dfrac{1 - \alpha_i \Sigma_{ii}}{\mu_i^2}$ 优化 RVR 超参数,$(\sigma^2)^{\text{new}} = \dfrac{\|\boldsymbol{t} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\mu}\|}{N - \sum_i (1 - \alpha_i \Sigma_{ii})}$ 计算误差。

4)判断迭代次数是否大于预设值或误差小于阈值,如果是即终止训练。

5)保留最能体现模型特征的相关向量(Relevance Vector, RV)。

6)利用预测数据进行拟合预测,使用式(5)计算预测结果,使用式(6)计算预测方差。

7)使用式(7)和式(8)评价预测准确度。

3.4 基于 RVR 的最小化功率预测举例

举例说明无人机数据链受到 2 个干扰源影响情况下最小化 SNR 预测模型建立过程。无人机信号是带宽为 1 MHz,扩频系数为 31 的扩频信号,信噪比取值 5 ~ 16 dB,2 个干扰源产生随机二元码干扰信号,干扰噪声功率比分别为 INR1 与 INR2,取值 -8 ~ 8 dB,干扰带宽分别为 B1 取值范围 0.1 ~ 1 MHz,B2 取值范围 2 ~ 4 MHz,中心频率偏移均为 0 ~ 5,仿真得到 BER,共获得样本数 5 267 组,INR1、INR2、中心频率偏移、B1、B2 和 BER 作为自变量,SNR 作为因变量,随机选取 3 584 组作为训练数据,进行建模,选取 1 683 组作为测试数据,用于评价模型预测准确度。

本节采用 RVR 常用的核函数有高斯核函数、多项式核函数和 Laplace 核函数进行训练,同时给出 SVR 的训练结果,进行性能比较。

表 1 是分别采用不同核函数 RVR 和 SVR 得到的训练结果,RVs 和 SVs 分别为相关向量和支持向量的数目。总体来说,RVR 预测 SNR 的均方根误差小于 SVR,除了采用 Laplace 核函数外,相关向量数小于支持向量数目,相关向量回归机更稀疏,回归性能更好。对于 RVR 而言,高斯核函数是使用最广泛的核函数,虽然预测误差略大于多项式回归机,其相关向量最少,预测时间更少,多项式核函数阶数越多训练结果越准确,但是训练时间也更长,所以本文采用高斯核函数 RVR 算法预测信噪比。

2 个干扰特征向量共 7 维,采用主成分分析法对训练数据特征向量分别降维至 4、5 和 6。表 2是降维后的训练结果,降维至 5 和 6 时 RPE 值均小于 5%,模型预测结果较准确,能用于抗干扰,维度为 4 时,预测误差过大,预测模型不准确,

表 1 RVR 和 SVR 训练结果

Table 1 Training results of RVR and SVR

训练结果	RVR			SVR	
	高斯	5 阶多项式	Laplace	RBF	多项式
RVs,SVs	71	73	3 564	604	1 404
RMSE	0.023 1	0.020 3	0.062 6	0.074	0.58
RPE/%	0.198	0.180	0.325	0.887	5.17

表 2　采用 PCA 降维后 RVR 训练结果

Table 2　Training results of RVR after dimensionality reduction using PCA

训练结果	RVR(高斯核函数)		
	特征向量为 6 维	特征向量为 5 维	特征向量为 4 维
RMSE	0.301	0.302	6.479
RPE/%	4.30	4.56	24.65

因此,对于本例输入向量可降至 5 维。文中 2 个干扰相互独立,在干扰情况复杂时,干扰间可能具有相关性,降维效果会更明显。

4　性能分析

本节从信道质量评估标准的合理性、误码率性能和信道检测评估次数 3 个角度分析本文信道选择与功率控制方法的性能。使用 3.4 节中的高斯核 RVR 方法建立 SNR 预测模型,路径损耗采用自由空间传播模型,无人机与地面控制基站相距 5 km,系统要求 BER 为 0.01。令无人机信道 1 ~ 5 带宽均为 2 MHz,通信频率来源于无人驾驶航空器使用频率,分别为 843、1 439、1 441、1 443、2 420 MHz。假设无人机数据链受到 2 个干扰源干扰,一个是带宽为 3.5 MHz,针对信道 3 的干扰,中心频率为 1 441 MHz,另一个是带宽为0.2 MHz,针对信道 2 的干扰,中心频率为1 439 MHz,INR1 取值[-6 : 0.5 : 6] dB,INR2 取值[6 : -0.5 : -6] dB,各信道噪声功率相等,均为 -82.5 dBm。

1)信道质量评估标准的合理性分析

常用的信道质量评估法是通过发送探测序列获知接收信号强度、信号干扰噪声比(Signal to Interference and Noise Ratio,SINR)或 BER 等参数来评判信道质量好坏、是否可用,以 BER 为标准的信道评估最准确,SINR 标准使用最广泛,图 4 是采用本文方法设定 BER = 0.01 时,获得的各信道最小发送功率。

表 3 是本文基于预测发送功率 p_{min} 的信道评估方案和基于 BER、SINR 信道评估准则的信道质量排序情况,采用 BER 和 SINR 标准时,发送功率为 36 dBm。本文方法以信道最小发送功率 p_{min} 为标准判断信道质量优劣,比常用的 SINR 标准更接近信道质量真实情况,因此只要判断信道质量优劣的功率阈值 p_{th} 设置合理,根据 p_{min} 判断信道质量的方法可靠。

2)误码率性能

误码率性能可以直接反映无人机数据链抗干扰效果。图 5 是使用本文抗干扰策略得到的 BER 与系统要求 BER = 0.01 的误差,统计了分别采用 RVR 和 SVR 模型各信道的误码率与系统要求误码率相比的平均相对百分比误差。由图 5 可知使用 RVR 和 SVR 得到的 BER 与 0.01 都很逼近,除了信道 5 外,采用 RVR 模型比 SVR 模型得到的误码率 RPE 小,RVR 的 RPE 值都在 2% 以内,优势明显,说明采用本文提出的信道选择和功率控制方法能够准确预测满足一定 BER 的最小发送功率 p_{min},有较好的抗干扰效果。

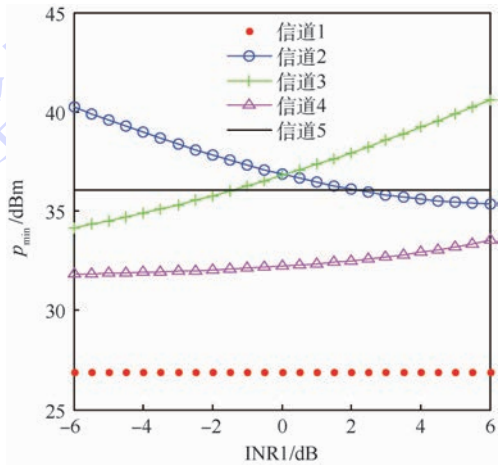


图 4　各信道预测发送功率最小值 p_{min}

Fig. 4　Minimum predicted transmit power p_{min} for every channel

表 3　不同标准下的信道质量排序

Table 3　Channel quality ranking based on different criteria

INR1/dB	p_{min} 标准	SINR 标准	BER 标准
-6 ~ -2.5	1-4-3-5-2	1-4-3-5-2	1-4-3-5-2
-2.5 ~ -1.5	1-4-3-5-2	1-4-3-2-5	1-4-3-5-2
-1.5 ~ 0	1-4-5-3-2	1-4-3-2-5	1-4-5-3-2
0 ~ 0.5	1-4-5-2-3	1-4-3-2-5	1-4-5-2-3
0.5 ~ 2	1-4-5-2-3	1-4-2-3-5	1-4-5-2-3
2 ~ 3.5	1-4-2-5-3	1-4-2-3-5	1-4-2-5-3
3.5 ~ 6	1-4-2-5-3	1-4-2-5-3	1-4-2-5-3

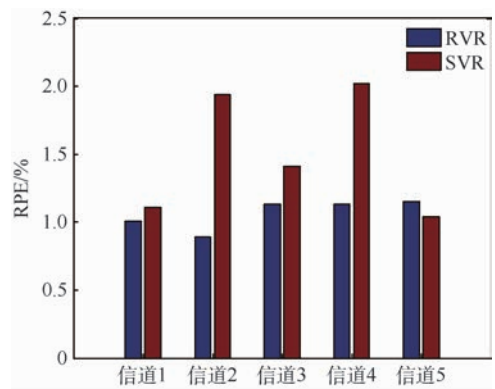


图 5　各信道误码率的 RPE 值

Fig. 5　RPE value of BER for every channel

北航学报 赠阅

3）信道检测次数分析

设置功率阈值 $p_{th}=33$ dBm，首先进行信道检测，预测信道最小发送功率 $p_{min}<p_{th}$，则认为信道质量优，为可用信道，选择该信道通信，否则认为信道质量差，选择相关性低的信道进行下一次检测。分析中认为信道 2、信道 3、信道 5 两两间的相关系数为 1，与信道 1 和信道 4 的相关系数为 -1，信道 1 和信道 4 的相关系数为 1。表 4 对比了随机检测法和相关检测法的检测次数，随机检测法是每次从候选信道中随机选择信道进行质量评估，直到检测到可用信道，利用信道相关性的感知评估法随机选择第一条信道，若不可用，则根据信道相关性选择下一条候选信道。

对比是否考虑信道 5 的 2 种情况：①不考虑信道 5；②考虑信道 5 并且认为信道 5 不可用。总体上说，考虑信道相关性的信道检测次数要少于随机选择的情况，可用信道数目越少，待检测信道数目越多，是否利用相关性的信道检测次数差距更大，考虑信道相关性的方案优势更明显。尤其对于需要进行频谱感知和干扰认知获取干扰参数的情况，利用信道相关性检测信道，能够明显降低时间开销。

表 4 信道检测次数对比

Table 4 Comparison of channel detected iterations

检测方法	不考虑信道 5		考虑信道 5	
	随机检测	相关检测	随机检测	相关检测
检测次数	1.67	1.5	2	1.6

5 仿真实验

5.1 仿真场景

仿真实验地理环境如图 6 所示，图 6(a)是使用谷歌地球获得的地形图，范围约为 39.920°N ~ 40.036°N，116.144°E ~ 116.332°E，图 6(b)是对应的高程图。无人机航线由 A 到 B，约为15 km，C 为地面基站，实验中采用点对点模式的 Longley-Rice 模型计算路径损耗，地面基站和干扰源天线高度为 100 m，无人机天线高度为 1 km。无人机信道 1 ~ 5 与性能分析中信道参数相同。在航线附近有 2 个随机二元码干扰源 I1、I2，I1 为带宽为 3.5 MHz 针对信道 3 的干扰，中心频率 f_1 为 1 441 MHz，由于 I1 是宽带干扰，干扰频带宽，信道 2、4 与信道 3 频距近，因此会受到 I1 干扰影响，I2 带宽为 0.2 MHz，针对信道 2 的干扰，中心频率 f_2 为 1 439 MHz。信道噪声功率均为 -82.5 dBm。

图 7 表示飞行路径上各点受到干扰功率大小分布，d 为飞行距离。对于干扰源 2 来说，飞行终点附近有山地阻挡，因此干扰功率衰减大，几乎为 0，而干扰源 1 本身处于山地上，飞行终点处的山体对干扰源 1 并不造成明显阻挡，因此干扰功率依然较大。

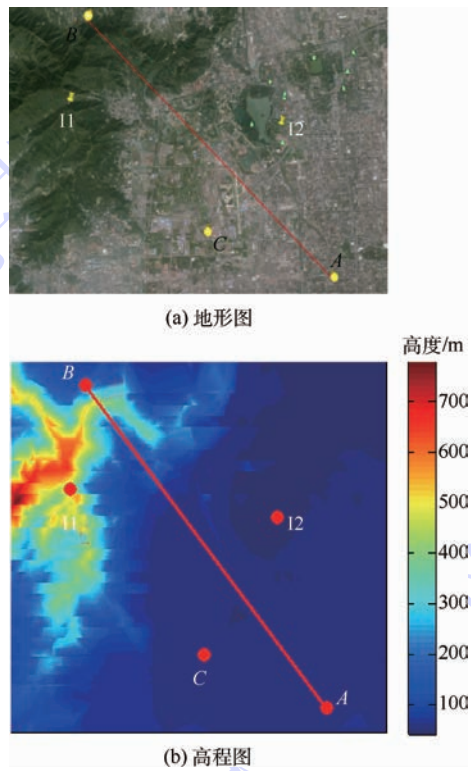


图 6 仿真实验地理环境

Fig. 6 Geographical environment of simulation experiment

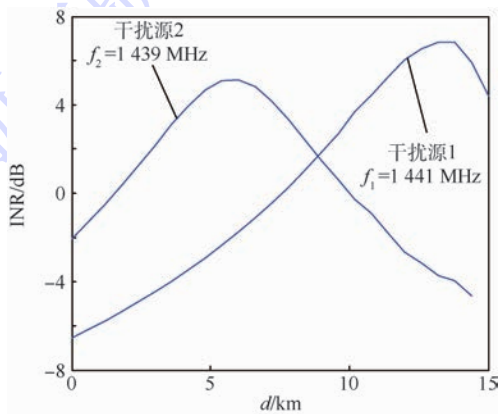


图 7 干扰功率分布

Fig. 7 Distribution of interference power

5.2 仿真结果及分析

图 8 是采用高斯核 RVR 模型预测得到的各信道在不同位置时的 SNR，纵坐标表示保证 0.01 的误码率，即保证一定通信质量所需要的 SNR 最

小值，理论上，干扰功率越强，信道质量越差，完成通信所需要的最小 SNR 越大。从图 8 中可以看出，信道 1 和信道 5 因为和 2 个干扰源的频距远，几乎不受干扰源影响，仅受噪声影响信号发送功率曲线，因此二者预测信噪比相同且不变。信道 3、4 受到干扰源 I1 和噪声影响，SNR 预测值变化趋势与 I1 功率变化趋势相同，I1 中心频率相比较于信道 4 有较大偏移，信道 4 受到影响小于信道 3，所需 SNR 小于信道 3，信道 2 主要受到窄带干扰源 I2，但同时受到干扰源 I1 的影响，前半程信道 2 的 SNR 预测值变化趋势与 I2 功率变化趋势相仿，后半程 I2 功率变大，使得 SNR 下降缓和，在终点处 I2 功率几乎为 0，主要受 I1 影响，此时与信道 4 情况类似，因此 SNR 相同。

本文将 $p_{\min}$ 作为衡量信道质量好坏的标准，$p_{\min}$ 越大，信道质量越差，$p_{\min}$ 越小，信道质量越好。图 9 表示各信道在飞行航迹的前 14 km 所需基站发送功率，由于考虑路径损耗因素，各信道预测发送功率变化趋势与路径损耗变化趋势相关，与 SNR 变化趋势有较大不同，信道 5 只受噪声影响，具有较低的预测 SNR，但是由于信道 5 频率较大路径损耗大，所需 $p_{\min}$ 较大，因此尽管信道 5 和信道 1 都不受外部干扰源干扰，且具有相同的预测 SNR，选择的最佳信道是信道 1 而不是信道 5，信道 2 ~ 4 频率相差不大，信道质量好坏取决于外部干扰情况。

表 5 是从飞行路径上选取的 6 个点的仿真结果，第 6 个点表示飞行终点，终点附近山体阻挡，所以 $p_{\min}$ 较大，各信道采用相应的 $p_{\min}$ 计算得到的 BER 都与 0.01 很接近，认为采用本文提出的无人机抗干扰策略能够控制误码率，有效地抗干扰。按照本文方法，若 p_{th} = 20 dBm，则在位置 1、2、5、6 处选择质量优的信道 1，平均检测次数是 1.8 次，而随机检测需要 3 次，在位置 3、4 处选择信道 1 或 4，平均检测次数 1.6 次，而随机检测需要 2 次。

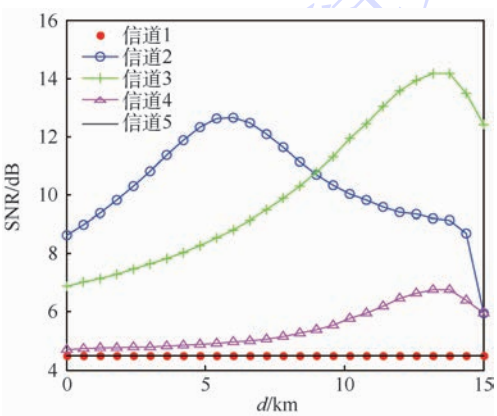


图 8　各信道预测 SNR 与飞行距离的关系

Fig. 8　Relationship between predicted SNR and flight distance for every channel

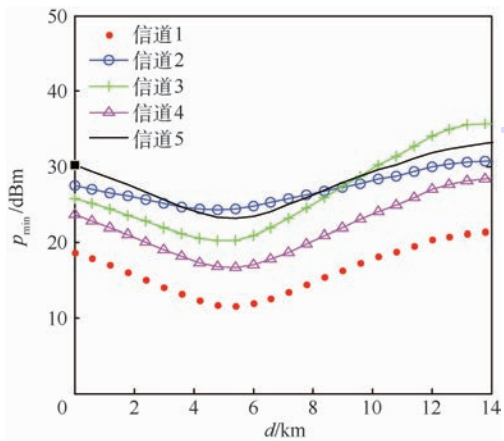


图 9　各信道 $p_{\min}$ 与飞行距离的关系

Fig. 9　Relationship between $p_{\min}$ and flight distance for every channel

表 5　信道选择和功率控制方法仿真结果

Table 5　Simulation results of channel selection and power control method

信道	位置 1		位置 2		位置 3		位置 4		位置 5		位置 6	
	$p_{\min}$/dBm	BER/dB	$p_{\min}$/dBm	BER/dB	$p_{\min}$/dBm	BER/dB	$p_{\min}$/dBm	BER/dB	$p_{\min}$/dBm	BER/dB	$p_{\min}$/dBm	BER/dB
1	18.72	−1.98	15.12	−1.93	11.80	−1.97	13.55	−1.96	17.39	−1.99	20.40	−2.00
2	27.49	−1.94	25.56	−1.99	24.27	−1.98	25.69	−2.01	27.74	−2.00	29.91	−2.00
3	25.77	−2.02	22.74	−1.98	20.23	−2.01	23.09	−2.01	28.74	−2.02	34.08	−1.98
4	23.60	−1.99	20.07	−2.02	16.84	−2.01	18.69	−2.01	23.00	−2.02	26.98	−2.00
5	30.22	−1.99	26.62	−2.00	23.28	−1.99	24.94	−2.00	28.77	−1.98	31.78	−1.98

注：BER 取对数，故单位为 dB。

6　结　论

本文基于相关向量回归模型，提出了一种适用于无人机数据链的信道选择和功率控制方法，通过分析和实验结果证明：

1）本文方法把信道选择和功率控制联合起来，在复杂的电磁和自然环境中，能够准确选择质量优的信道并确定最小发送功率，以较小的发送功率达到抗干扰和保证通信畅通的目的。

2）相比常用的 SINR 信道质量评估方法，本

北航学报 赠阅

文方法更接近基于 BER 的信道质量评估结果,对信道质量优劣的判断合理准确。

3)本文方法在进行信道检测时考虑了信道相关性,检测次数减少,尤其在电磁环境恶劣情况下,能有效降低时间开销。

4)提出在复杂干扰情况下采用 PCA 方法对特征向量进行降维,使用适当降维后的特征向量能建立准确的信噪比预测模型。

本文使用 PCA 方法能够在电磁环境复杂、特征向量多的情况下实现降维,但模型准确度降低,如何保证模型准确率的同时,尽量降低维度,值得进一步研究。

参考文献(References)

[1] VACHTSEVANOS G J, VALAVANIS K P. Military and civilian unmanned aircraft[M]// Handbook of unmanned aerial vehicles. Berlin: Springer Netherlands, 2015: 93-103.

[2] IIDUKA H. Fixed point optimization algorithm and its application to power control in CDMA data networks[J]. Mathematical Programming, 2012, 133(1): 227-242.

[3] ZENGEN G, BUESCHING F, POETTNER W B, et al. Adaptive channel selection for interference reduction in wireless sensor networks[C]// Proceedings, ARCS 2015—The 28th International Conference on Architecture of Computing Systems. Nuremberg: VDE, 2015: 1-7.

[4] SKOKOWSKI P, MALON K, KELNER J M, et al. Adaptive channels' selection for hierarchical cluster based cognitive radio networks[C]// 2014 8th International Conference on Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 1-6.

[5] PAL A, NASIPURI A. A distributed channel selection scheme for multi-channel wireless sensor networks[C]// Proceedings of the thirteenth ACM International Symposium on Mobile Ad Hoc Networking and Computing. New York: ACM, 2012: 263-264.

[6] XIAO L, DAI H, NING P. Jamming-resistant collaborative broadcast using uncoordinated frequency hopping[J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2012, 7(1): 297-309.

[7] MORIMOTO A, MIKI N, ISHII H, et al. Investigation on transmission power control in heterogeneous network employing cell range expansion for LTE-Advanced uplink[C]// 2012 18th European Wireless Conference European Wireless, EW. Nuremberg: VDE, 2012: 1-6.

[8] 李思佳,毛玉泉,郑秋容,等. UAV 数据链抗干扰的关键技术研究综述[J]. 计算机应用研究,2011,28(6):2020-2024.
LI S J, MAO Y Q, ZHENG Q R, et al. Overview of research on key techniques for anti-jamming of UAV data link[J]. Application Research of Computers, 2011, 28(6): 2020-2024 (in Chinese).

[9] BACCOUR N, KOUBAA A, MOTTOLA L, et al. Radio link quality estimation in wireless sensor networks: A survey[J]. ACM Transactions on Sensor Networks (TOSN), 2012, 8(4): 34.

[10] WANG Y, MARTONOSI M, PEH L S. Predicting link quality using supervised learning in wireless sensor networks[J]. ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review, 2007, 11(3): 71-83.

[11] 李建东,郭梯云,邬国扬. 移动通信[M]. 4 版. 西安:西安电子科技大学出版社,2009:94-132.
LI J D, GUO T Y, WU G Y. Mobile communication[M]. 4th ed. Xi'an: Xidian University Press, 2009: 94-132 (in Chinese).

[12] PHILLIPS C, SICKER D, GRUNWALD D. The stability of the Longley-Rice irregular terrain model for typical problems: CU-CS-1086-11[R]. Boulder: University of Colorado at Boulder, 2011.

[13] VALAVANIS K P, VACHTSEVANOS G J. Handbook of unmanned aerial vehicles[M]. [S. l.]: Springer Publishing Company, Incorporated, 2014: 749-844.

[14] 崔蓉. 基于序贯决策的无线传感网络频谱感知策略与分配方法[D]. 北京:北京邮电大学,2015:18-29.
CUI R. Wireless sensor network spectrum sensing and allocation strategy based on sequential decision[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Communications, 2015: 18-29 (in Chinese).

[15] BASAK D, PAL S, PATRANABIS D C. Support vector regression[J]. Neural Information Processing-Letters and Reviews, 2007, 11(10): 203-224.

[16] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. The Journal of Machine Learning Research, 2001, 1: 211-244.

[17] CAMPS-VALLS G, MARTíNEZ-RAMÓN M, ROJO-ÁLVAREZ J L, et al. Nonlinear system identification with composite relevance vector machines[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(4): 279-282.

[18] NICOLAOU M A, GUNMES H, PANTIC M. Output-associative RVM regression for dimensional and continuous emotion prediction[J]. Image and Vision Computing, 2012, 30(3): 186-196.

[19] TANTUM S L, SCOTT W R, MORTON K D, et al. Target classification and identification using sparse model representations of frequency-domain electromagnetic induction sensor data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(5): 2689-2706.

[20] JOLLIFFE I T. Principal component analysis[M]. Berlin: Springer, 2002: 41-64.

作者简介:

张文秋 女,硕士研究生。主要研究方向:信号与信息处理。

丁文锐 女,博士,研究员,博士生导师。主要研究方向:图像处理和自适应信号处理。

刘春辉 男,博士,工程师。主要研究方向:自适应信号处理。

北航学报 赠阅

A channel selection and power control method of UAV data link

ZHANG Wenqiu[1], DING Wenrui[2,*], LIU Chunhui[2,3]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Research Institute of Unmanned Aerial Vehicle, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
3. School of Computer Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In complex electromagnetic and natural environment, the reliability of unmanned aerial vehicle (UAV) data link is under serious threat. To solve the problem of channel selection and power control to ensure UAV communication quality, a new channel selection and power control method in combination with relevance vector regression (RVR) is proposed. This method builds mapping model among interference information, bit error rate (BER) and signal noise ratio (SNR) based on RVR. Through the model and real-time interference information, the minimum channel SNR meeting the BER requirements of UAV data link can be predicted, and then minimum transmitted power can be calculated. Channel quality is judged based on the minimum channel transmitted power. The method selects channel while determining transmitted power, and makes the process simpler, using the minimum channel power to realize anti-jamming. Simulation experiment shows that this method can select available channel and adjust power effectively, and restrain interference. The proposed method has low time and energy cost, and is practical.

Keywords: unmanned aerial vehicle (UAV) data link; channel selection; power control; channel quality; relevance vector regression (RVR)

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-07; **Accepted**: 2016-06-03; **Published online**: 2016-06-23 11:20
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160623.1120.004.html
Foundation item: National High-tech Research and Development Program of China (2013AA122101)
* **Corresponding author**. E-mail: ding@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0169

基于图像增强的无人机侦察图像去雾方法

黄宇晴[1], 丁文锐[2], 李红光[2,*]

(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 无人驾驶飞行器设计研究所, 北京 100083)

摘 要: 针对无人机(UAV)雾霾天气下的侦察图像,并考虑无人机自身特性,提出了一种新的基于图像增强的无人机侦察图像去雾方法。该方法从图像处理的角度,通过对图像分别进行白平衡处理和对比度增强处理,基于图像融合和自动色阶处理,最终得到复原图像。选取无人机侦察图像进行去雾,并从主观和客观对实验结果进行评价,本方法得到的去雾图像的图像评价指标均有明显提高;同时与其他典型的去雾方法相比,综合评价指标提升,证明本方法可以得到良好的去雾效果。

关 键 词: 白平衡; 对比度增强; K-means 算法; HSV 颜色空间; 自动色阶
中图分类号: TP391
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0592-10

目前,无人机研究领域中的热点,是将无人机应用于测绘、目标识别、地质灾害防治等领域。无人机的执行任务,很大程度依赖于成像质量较高的无人机图像。当无人机在中高空进行任务时,雾天下大气中气溶胶的散射作用,降低空气透明度,使能见度急剧恶化,无人机遥感图像的质量和清晰度严重受到影响,导致无人机图像出现退化和模糊的问题,图像颜色的自然程度和图像对比度同时大大降低,使图像中的基本信息特征严重失真受损,导致目标观测不明显、识别不清楚等问题。因此,在无人机航拍领域,对侦察图像进行去雾处理必然有较大的学术价值和应用价值。

近年来可以将图像去雾方法分为两类:基于图像处理的雾天图像增强、基于物理模型的雾天图像复原。图像增强的方法忽略图像退化的因素,可增强雾天图像清晰度,将图像细节信息突出出来,但会使细节发生一些缺失。图像复原的方法针对雾天图像降质过程,建立退化物理模型,反演退化过程,从而获得无雾图像。基于物理模型,得到的去雾效果更自然,信息损失较少。

基于图像处理的图像去雾方法包括直方图均衡化增强[1-3]、同态滤波[4]、小波变换[5]、Retinex[6]算法等。去雾效果较好且应用广泛的去雾方法主要有:①限制对比度自适应直方图均衡算法。文献[2]提出了一种限制对比度自适应直方图均衡算法(Contrast Limited Adaptive Histgram Equalization, CLAHE),通过限制利用限制图像局部直方图的高度,使截取高度大于设定阈值的直方图,使截取的部分均匀分布于总体的图像灰度区间内,进而保证总体直方图面积的大小一致,能够有效抑制噪声,避免对比度过高。文献[7]在CLAHE 算法的基础上,通过计算白平衡图像的显著图,进一步强化边缘信息。②Retinex 算法。Retinex 是一种描述色彩恒常性的模型,可以应用于图像纹理增强、色彩保真等方面。基于 Retinex 算法得到的去雾图像具有相对较高的局部对比度和较小的色彩失真。

基于物理模型的图像去雾方法包括基于偏微

收稿日期: 2016-03-07; **录用日期**: 2016-04-29; **网络出版时间**: 2016-05-12 18:05
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160512.1805.001.html
基金项目: 国家自然科学基金(61601014)
* **通讯作者**: E-mail: lihongguang@buaa.edu.cn

引用格式: 黄宇晴, 丁文锐, 李红光. 基于图像增强的无人机侦察图像去雾方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 592-601. HUANG Y Q, DING W R, LI H G. Haze removal method for UAV reconnaissance images based on image enhancement[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 592-601 (in Chinese).

分方程[8-9]、基于深度关系[10-13]、基于先验信息[14-16]的去雾方法等。典型的几种去雾方法有:①基于偏微分方程的方法可以有效修正边界区域,明显改善视觉效果。文献[8]基于偏微分方程对图像进行去雾,通过大气散射模型,生成图像能量最优化模型,推导出图像景深和梯度的偏微分方程,修复了图像复原的不确定性。②基于深度关系的方法借助晴天和雾天图像,计算各点深度比关系,结合大气散射模型实现图像复原。文献[17]提出了一种基于深度的对比度拉伸变化算法(DCST),方法简单且实时性较好。但基于深度关系的方法存在颜色过饱和、计算过程复杂等问题。③基于先验信息的方法可以获得较高的对比度和清晰化效果。在先验信息的基础上可运用均值滤波、中值滤波等方式,进一步改善图像质量。然而基于先验信息的方法会产生色彩过于饱和、运算过程耗时复杂等问题。

对于以上方法存在的问题,并考虑无人机图像特性,本文提出了一种新的基于图像增强的无人机侦察图像去雾方法,利用对原雾天无人机航拍图像分别进行白平衡和对比度增强的操作,基于图像融合和自动色阶处理,最终得到复原图像。以往涉及图像融合的去雾文献中,都采用复杂耗时的多尺度图像融合算法,权重图的选取也较为复杂,而这些文献之所以采用权重图是因为单幅图像的雾气浓度不同、景深不同,利用权重图可以增强图像雾气较浓区域的细节信息。而针对无人机侦察图像,单幅图像的雾气浓度大体相同、景深相对于较大的成像距离也大体相同。所以本文的方法忽略了权重图的选取,可以将权重仅设为一个常数,极大地增加了处理效率。实验证明,该方法具有良好的实时性和广泛的适用性,不仅适用于图像去雾,也适用于粉尘烟雾等环境下的图像增强。

1　融合输入图

本文的去雾方法仅通过单幅无人机侦察图像即可估算相关输入图来进行有效的去雾处理。最终去雾的效果主要取决于是否选取了合适的输入图。首先对有雾的无人机侦察图像进行白平衡处理的主要目的是消除色偏,通过消除大气光造成的色彩偏差,来改善图像的视觉效果。针对单幅图像,人眼观测到的物体的颜色不仅取决于该物体的反射特性,还由照射物体的光线的颜色决定。利用白平衡算法,可以消除光源因素对物体颜色的影响,从而获得经典光源下物体的颜色。从广义的角度来讲,白平衡算法就是讲在未知光源下拍摄到的物体的色彩,转换成在某一经典光源下物体的颜色,从而达到色彩一致性。

利用白平衡图像作为融合的输入图仅能在一定程度上消除图像的色偏问题,还需要利用另一输入图来增强原有雾图像的对比度。

2　基于图像增强的去雾方法

无人机由于自身特性,成像设备和成像目标距离很远,图像景深相对于成像距离变化较小。本文针对这一特性,基于图像融合,从图像处理的角度提出了一种新的基于图像增强的无人机侦察图像快速去雾方法。方法流程图如图 1所示。本文的方法介绍分为以下 4 个方面:①基于动态阈值的白平衡图像的获取;②基于代价函数的对比度增强图像的获取;③白平

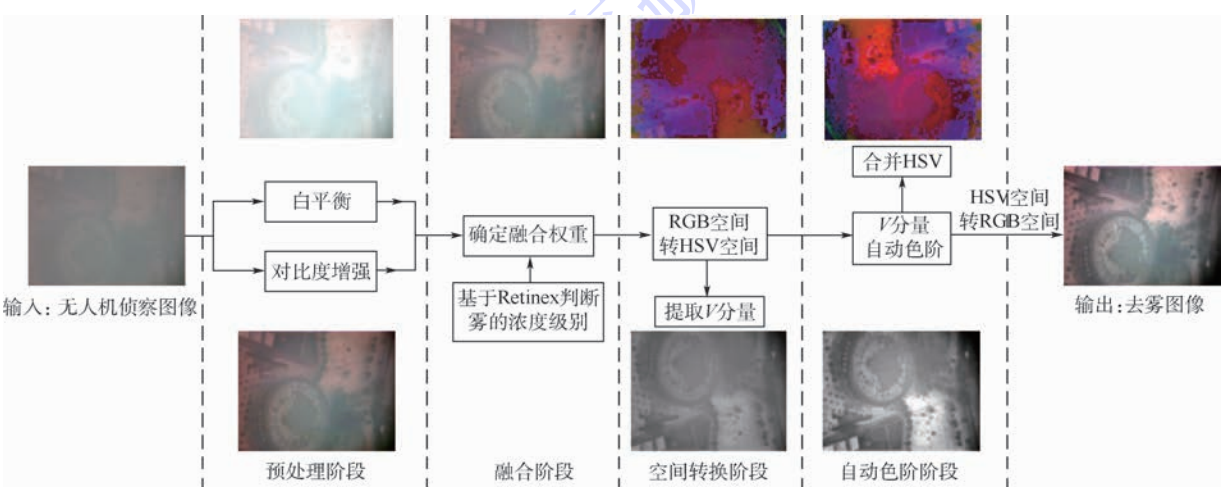


图 1　本文去雾方法流程图

Fig. 1　Proposed dehazing method flowchart

衡图像和对比度增强图像的融合;④将融合后的图像进行颜色空间转换,将 HSV 空间的 V 分量进行自动色阶处理,最终得到复原图像。

2.1 基于动态阈值的白平衡

本文获取白平衡图像的方法是基于文献[18]提出的动态阈值算法。算法主要分为 2 个步骤:白点检测和白点调整。该算法采用一个动态的阈值来检测白点。

在白点检测过程中,通过对图像的 YC_bC_r 空间的分析,可以发现某一块接近白色的区域包含白色参考点。因此可以通过对图像的分块找到白色参考点。首先将图像从 RGB 空间转换至 YC_bC_r 颜色空间。为了增强算法的鲁棒性,将图像以 4:3 的宽高比分成 12 部分进行分块处理,对每个块分别计算 C_b 分量、C_r 分量的平均值,分别记为 M_b、M_r,然后按照式(1)和式(2)分别计算每个块的 C_b 分量、C_r 分量的绝对差的累计值,分别记为 D_b、D_r:

$$D_b = \sum_{i,j} (|C_b(i,j) - M_b|)/N \tag{1}$$

$$D_r = \sum_{i,j} (|C_r(i,j) - M_r|)/N \tag{2}$$

式中:N 为每个块的像素个数;$C_b(i,j)$ 和 $C_r(i,j)$ 为像素点(i,j)的色度值。

如果计算得到某块的 D_b、D_r 的值偏小,那么表明该块的颜色变化量较小,分布较均匀,影响图像整体的白平衡,所以忽略该块,避免该块对整幅图像的统一色调造成的影响。然后判定每个块的近白区域(near-white region),判定准则如下:

$$|C_b(i,j) - (M_b + D_b\mathrm{sgn}(M_b))| < 1.5D_b \tag{3}$$

$$|C_r(i,j) - (1.5M_r + D_r\mathrm{sgn}(M_r))| < 1.5D_r \tag{4}$$

满足以上准则的点为候选白色参考点。根据亮度值大小,选择近白区域中亮度值为前 10% 的参考点作为最终的白点。

然后根据选定的参考点对整幅图像进行白点调整。分通道计算白点亮度值的平均值,分别记为 R_{avew}、G_{avew}、B_{avew},根据式(5)~式(7)计算各个通道的增益:

$$R_{gain} = Y_{max}/R_{avew} \tag{5}$$

$$G_{gain} = Y_{max}/G_{avew} \tag{6}$$

$$B_{gain} = Y_{max}/B_{avew} \tag{7}$$

式中:Y_{max} 表示 YC_bC_r 颜色空间中 Y 分量在整幅图像中的最大值,利用亮度的最大值得到各个通道增益,以维持整幅图像的亮度保持不变。

最后根据 Von Kries 颜色校正模型(Von Kries diagonal model),调整图像的每个像素值,如式(8)~式(10)所示:

$$R' = R \cdot R_{gain} \tag{8}$$

$$G' = G \cdot G_{gain} \tag{9}$$

$$B' = B \cdot B_{gain} \tag{10}$$

式中:R、G、B 为图像在原始 RGB 颜色空间中各通道的值。

2.2 基于代价函数的对比度增强

利用白平衡图像作为融合的输入图仅能在一定程度上消除图像的色偏问题,还需要利用另一输入图来增强原有雾图像的对比度。

本文获取对比度增强的图像的方法是基于文献[19]提出的对比度增强算法。该算法基于代价函数,提出了一种新的得到粗透射率图的方法。

McCartney[20] 根据 Mie 散射理论,提出景象的成像原理可用以下 2 个模型描述:入射光衰减(direct transmission)和大气光成像模型(airlight),如图 2 所示。

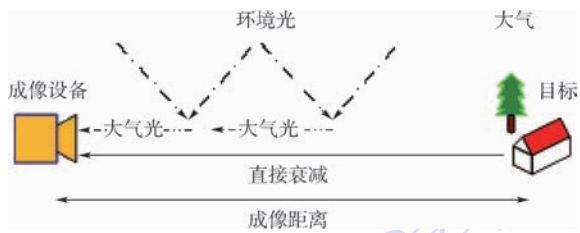


图 2 大气散射模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of atmospheric scattering model

根据雾霾天气下大气散射模型,成像设备所拍摄的图像可表示为

$$I(p) = t(p)J(p) + (1 - t(p))A \tag{11}$$

式中:$I(p)$为原有雾图像;$J(p)$为清晰无雾图像;A 为天空亮度(大气光);$t(p)$为反射光的透射率。

大多数去雾方法求取大气光的方法往往都是将大气光估计为一幅图像中最亮的像素值,但是,当场景中的物体亮度大于大气光时,可能导致大气光的不良选取。而在有雾区域像素值的变化量较小,比如天空。此外,该算法提出了一个基于四叉树细分的分层搜索方法。利用递归的方式使输入图像分为 4 个矩形区域,接着针对强度最大的像素值的区域继续分块,预先指定一个阈值,不断重复以上过程直至被选定区域的大小小于该值。在被选定的区域内,选择使距离 $\|(I_r(p), I_g(p), I_b(p)) - (255,255,255)\|$ 最短的颜色特征向量为大气光。

均方误差(MSE)对比度[21] 能够用于反映某一图像块像素值的变化程度,如式(12)所示:

$$C_{MSE} = \sum_{p=1}^{N} \frac{(J_c(p) - \bar{J}_c)^2}{N} \tag{12}$$

式中:$c\in\{r,g,b\}$为颜色通道;$J_c(p)$为复原图像;$\bar{J}_c$为$J_c(p)$的平均值;N为图像块像素数目。

由大气散射模型式(11)可得到

$$J(p)=\frac{1}{t}(I(p)-A)+A \tag{13}$$

则式(12)可以改写为

$$C_{\mathrm{MSE}}=\sum_{p=1}^{N}\frac{(I_c(p)-\bar{I}_c)^2}{t^2N} \tag{14}$$

式中:$\bar{I}_c$为$I_c(p)$的平均值。从式(14)中可以得到均方误差对比度是t的递减函数。

接下来算法通过每个图像块D的3个颜色通道均方误差对比度的和的负数描述了对比度代价E_{contrast}的定义:

$$E_{\mathrm{contrast}}=-\sum_{c\in\{r,g,b\}}\sum_{p\in D}\frac{(J_c(p)-\bar{J}_c)^2}{N_D}=-\sum_{c\in\{r,g,b\}}\sum_{p\in D}\frac{(I_c(p)-\bar{I}_c)^2}{t^2N_D} \tag{15}$$

式中:N_D为图像块D中的像素数目。因此,通过最小化E_{contrast},可以最大化均方误差对比度。

2.3　图像融合

以往涉及图像融合的去雾文献[22-24]均采用拉普拉斯等多尺度融合算法,权重图的选取也较为复杂,而这些算法之所以采用权重图是因为单幅图像的雾气浓度不同、景深不同,利用权重图来增强图像雾气较浓区域的细节信息。但是,针对无人机侦察图像,单幅图像的雾气浓度大体相同、景深相对于较大的成像距离也大体相同。所以本文的算法里忽略了权重图的选取,而是将权重仅设为一个常数,极大增加了处理效率。关于权重的常数如何选取,如果侧重于得到图像的真实颜色,就让白平衡图像的比重占得大一些,如果侧重于图像对比度、想让色彩更丰富一些,就让对比度增强的图像的比重占得大一些。

当图像中的雾较重时,则侧重于图像对比度的提高。当图像中的雾较稀薄,则侧重于图像的白平衡处理。本文的算法判断图像雾气的薄厚程度。针对雾的不同级别给待融合图像赋予权重。

本文的方法基于K-means算法判断雾的浓度级别。K-means算法[25]是一种比较基本的聚类划分算法。本文方法以图像的亮度I、饱和度S作为图像特征,针对每一幅有雾的无人机侦察图像生成一个特征向量$[I,S]^{\mathrm{T}}$。从n幅图像的特征向量中随机选择5个特征向量为聚类初始的中心,再利用其他剩余的特征向量和这些聚类中心的距离,将其分别分配给最相近的聚类,计算得到每个新聚类的聚类中心,并重复这一过程若干次。则最后得到的5个聚类中心就是5个代表不同雾的级别的特征向量。将雾的级别从小到大分为0~4这5个级别,0表示基本无雾,4表示雾最浓。无人机侦察图像及其对应的雾的浓度级别、图像的融合权重如表1所示。

表1　图像融合权重对应雾浓度级别

Table 1　Image fusion weights and their corresponding grades of haze concentration

雾气浓度级别	对比度权重	白平衡权重
0	0	1
1	0.2	0.8
2	0.4	0.6
3	0.6	0.4
4	0.8	0.2

当输入一幅图像x的对比度增强图像和白平衡图像时,先判断该图像的特征向量$[I_x,S_x]^{\mathrm{T}}$与K-means算法的哪个质心最近,即判断该图像雾的浓度级别,然后由表1获取该图像应该选取的融合权重,对该图像的2幅融合图像进行融合。

2.4　空间变换和自动色阶

当融合之后的图像得到了初步的复原,但是仅使用对比度增强图像和白平衡图像进行融合,并不能完全恢复图像的色彩和对比度,这是因为融合的过程中,权重的选取制约了图像的复原,一方权重的增加势必会削弱另一方的权重。因此,本文的方法对融合后的图像进行了空间转换和自动色阶的处理。首先将融合后的图像从RGB空间转换至HSV空间中。在RGB空间下处理图像,通过改变RGB的值来改变图像颜色,当RGB三通道的值之间的比例改变,将会导致图像颜色失真。HSV是根据颜色的直观特性创建的一种颜色空间模型。其中,H表示色调,S表示饱和度,V表示亮度。HSV颜色空间面向用户,适用于人类的视觉系统。因此很大一部分图像处理的操作是在HSV颜色空间中完成的。在HSV空间中,色调为颜色的基本特征属性,大部分由物体颜色的波长来决定;饱和度表示色彩的纯度;亮度的变化不会干扰其他属性之间的关系。研究发现,亮度为影响低照度图像的主要因素,物体固有属性不会改变[26]。在RGB颜色空间中,为了更好地恢复图像颜色,利用RGB三通道之间的比例因子来完成图像增强,减轻图像失真。在HSV空间里,亮度的改变会使图像视觉上产生颜色偏移,而并不会干扰图像的色调和饱和度。所以,仅需要通过增强该图像的亮度,就可以将图像清晰度提高,增强该图像的颜色。

RGB空间至HSV空间的转换关系如下[27]:

北航学报 赠阅

$$\begin{cases} V=\max(rgb) \\ S=\begin{cases} 0 & \max(rgb)=0 \\ \dfrac{\max(rgb)-\min(rgb)}{\max(rgb)}=1-\dfrac{\min(rgb)}{\max(rgb)} & \text{其他} \end{cases} \\ H=\begin{cases} 0^\circ & \max(rgb)=\min(rgb) \\ 60^\circ\cdot\dfrac{g-b}{\max(rgb)-\min(rgb)}+0^\circ & \max(rgb)=r,g\geqslant b \\ 60^\circ\cdot\dfrac{g-b}{\max(rgb)-\min(rgb)}+360^\circ & \max(rgb)=r,g<b \\ 60^\circ\cdot\dfrac{b-r}{\max(rgb)-\min(rgb)}+120^\circ & \max(rgb)=g \\ 60^\circ\cdot\dfrac{r-g}{\max(rgb)-\min(rgb)}+240^\circ & \max(rgb)=b \end{cases} \end{cases} \tag{16}$$

HSV 空间至 RGB 空间的转换关系如下：

$$\begin{cases} h_i=\left\lfloor\dfrac{h}{60}\right\rfloor(\bmod 6) \\ f=\dfrac{h}{60}-h_i \\ p=v(1-s) \\ q=v(1-fs) \\ p=v[1-(1-f)s] \\ (r,g,b)=\begin{cases} (v,t,p) & h_i=0 \\ (q,v,p) & h_i=1 \\ (p,v,t) & h_i=2 \\ (p,q,v) & h_i=3 \\ (t,p,v) & h_i=4 \\ (v,p,q) & h_i=5 \end{cases} \end{cases} \tag{17}$$

色阶表示 256 个灰度等级。色阶算法是利用调整图像的明暗程度，从而将图像对比度提升，以实现增视[28]。实际上，调整色阶算法的原理是将图像原来的直方图于 256 个灰度级别上进行重新分配的过程，利用拉伸图像的灰度直方图来提高对比度。

自动色阶是自动调整图像的明暗，使图像层次分明，从而方便用户对图像反常的暗区和亮区进行处理。自动色阶算法[29]流程图如图 3 所示。首先，根据原图的直方图自动设置上下阈值。将 0 灰度级相应的像素点个数，与高阶灰度级相应的像素点个数逐个相加，直到整幅图像像素总数的 0.5% 小于累加值。设加和的灰度级里面最高的灰度级的值为下阈值。同时将 255 灰度级相应的像素点个数，与低阶灰度级相应的像素点个数逐个相加，直到整幅图像的像素总数的 0.5% 小于累加值。设加和的灰度级中最低的灰度级的值为上阈值。确定了上阈值和下阈值后，将原图像的直方图中小于下阈值的灰度值设为 0，将原图像直方图中大于上阈值的灰度设为 255。上下阈值之间灰度的分配方法如下：使原图像的直方图中位于上下阈值之间的部分向左移到最左端，再与比例系数 $255/d$（d 表示上下阈值差）相乘，即可将移动的部分按照比例分配至 0 ~ 255 灰度级之间，进而得到新的直方图。

综上，本文方法仅对 V 分量进行自动色阶处理。再将处理后的 V 与 H、S 分量融合，再转回

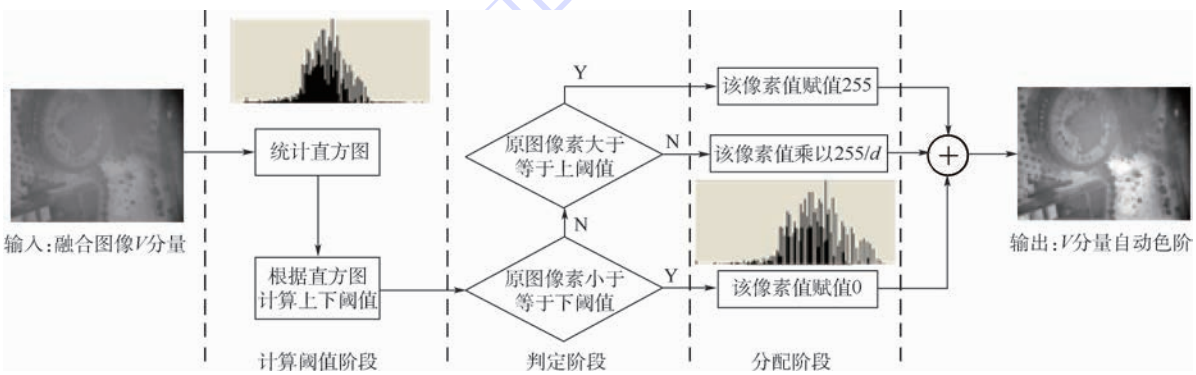


图 3 自动色阶算法流程图

Fig. 3 Auto levels algorithm flowchart

RGB 空间中,得到最后的去雾图像。

3　实验结果与分析

为了检验本文提出的无人机图像去雾方法的性能,应提供图像评价的功能,建立一套无人机图像质量评价体系。当前图像评价方式主要分为两类:主观评价、客观评价。由于观察者的个人因素对主观评价的影响较大,从而造成评价结果的不可靠。而客观评价方法相对可靠,根据对辅助参考信息的需求大小,可以分为全参考、半参考以及无参考,其中全参考和半参考的方式需要借助参考图像。而针对无人机图像的去雾效果评价,对同一场景下清晰无人机图像的再次获取有较大成本和难度,因此本文主要采取的是无参考的评价方法。基于视觉感知的去雾效果评价方法[30],试图从人类视觉感知的角度出发,构建一套无参考的去雾效果综合评价体系。本文参考该评价体系,同时根据图像色彩自然度指标(Color Natural Index, CNI)和图像色彩丰富度评价指标(Color Colorfulness Index, CCI)对去雾后的图像进行评价,判断本文去雾方法的有效性。

本文提出了基于图像增强的去雾算法,为了验证所提出算法的性能,本文将与其他典型去雾方法进行比较,并给出无人机雾霾图像的复原结果。本文算法实验对象为无人机中低空侦察图像集,图像大小为 1 392 像素 ×1 040 像素,实验平台为 Microsoft Visual C ++6.0。图 4 为从中选取的 7 幅图像的实验结果。从图 4 中可以看出,其他方法的色彩有一定程度的失真,发生了明显的色调偏移,而暗通道先验算法去雾图像较易产生 Halo 效应,颜色较重,显得过于饱和。因此,可以得出,其他方法从主观评价的角度来看并不能较好地应用于无人机航拍遥感图像,因为仅从原大气散射模型或图像增强的角度出发,更适合对普通低空户外图像进行去雾,而对无人机遥感图像进行去雾处理,不能得到良好的效果。而本文的方法针对无人机图像的去雾更为科学,且效果更优,没有 Halo 效应,而且更好地再现了场景的真实颜色。

本文初步采用标准差、信息熵来定量评价去雾效果。图像的标准差反映了像素点的离散程度。信息熵是图像的平均信息量,从信息论的角度出发,反映了图像信息的多少。评价结果如表 2所示。

从表 2 中可以看出,本文的去雾方法达到了较好的去雾效果。

图像色彩自然度,是反映人类视觉判断图像

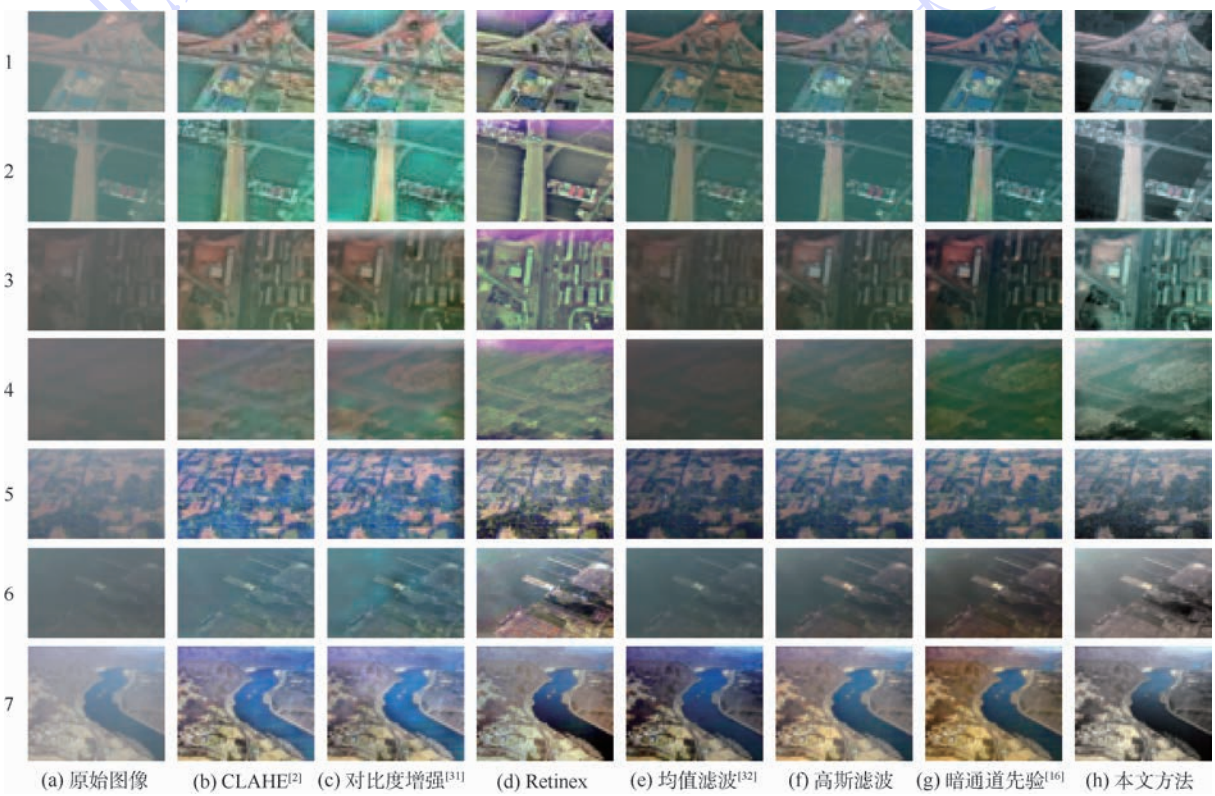


图 4　不同方法的去雾效果

Fig. 4　Dehazing results of different methods

北航学报 赠阅

表 2 去雾前后的标准差和信息熵

Table 2 Standard deviation and information entropy before and after dehazing

序号	标准差		信息熵	
	原图	去雾后	原图	去雾后
1	21.817 700	55.956 15	4.114 371	5.231 381
2	23.575 430	53.351 33	3.709 058	4.910 504
3	9.018 065	43.797 79	3.350 642	5.034 718
4	6.289 762	30.208 87	3.024 568	4.867 457
5	16.996 810	36.074 45	4.505 224	5.264 960
6	10.341 110	23.898 56	3.451 581	4.779 376
7	18.149 810	41.873 90	4.587 965	5.440 413

色彩场景是否真实自然的度量,CNI 为该判断标准的衡量指标[33-34],其主要用于对去雾后的图像进行评价,取值范围为 0 ~ 1,一副图像的 CNI 越接近于 1,表明该图像越自然。根据无人机侦察图像的特性,衡量侦察图像的色彩自然度可以起到较好的评价效果。图像色彩自然度的值 N_{image} 的具体计算步骤如下:

1)将无人机侦察图像从 RGB 色彩空间转换为 CIELUV 色彩空间。

2)计算 CIELUV 色彩空间中的 3 个分量,分别为:色调 H、饱和度 S 和亮度 L。

3)对 S 和 L 分量分别进行阈值化:S 分量保留大于 0.1 的值,L 分量保留 20 ~ 80 这一区间内的值。

4)依据 H 值将图像像素分为 3 类:“skin”像素为 25 ~ 70,“grass”像素为 95 ~ 135,“sky”像素为 180 ~ 260。

5)针对“skin”、“grass”和“sky”像素分别计算它们的饱和度 S 均值为:$S_{\text{average_skin}}$,$S_{\text{average_grass}}$,$S_{\text{average_sky}}$。同时分别统计 3 类像素的数目为 n_{skin}、n_{grass}、n_{sky}。

6)分别计算 3 类像素的图像色彩自然度值:

$$N_{\text{skin}} = \exp\left[-0.5\left(\frac{S_{\text{average_skin}} - 0.76}{0.52}\right)^2\right] \tag{18}$$

$$N_{\text{grass}} = \exp\left[-0.5\left(\frac{S_{\text{average_grass}} - 0.81}{0.53}\right)^2\right] \tag{19}$$

$$N_{\text{sky}} = \exp\left[-0.5\left(\frac{S_{\text{average_sky}} - 0.43}{0.22}\right)^2\right] \tag{20}$$

7)计算最终的图像色彩自然度 CNI 的值:

$$N_{\text{image}} = \frac{n_{\text{skin}}N_{\text{skin}} + n_{\text{grass}}N_{\text{grass}} + n_{\text{sky}}N_{\text{sky}}}{n_{\text{skin}} + n_{\text{grass}} + n_{\text{sky}}} \tag{21}$$

图像色彩丰富度,是反映色彩的鲜艳生动程度的度量,CCI 为该判断标准的衡量指标[35-36]。图像色彩丰富度的值 C_k 由式(22)计算得出:

$$C_k = S_k + \sigma_k \tag{22}$$

式中:S_k 为 k 图像的饱和度 S 分量的均值;σ_k 为其标准差。将该指标用来评价去雾后的无人机侦察图像 y,当 CCI 值在某一特定取值区间内时,人类的视觉对图像的色彩感知最为合适。图像色彩丰富度衡量指标与图像内容有关,主要用来衡量相同景物、同一场景、不同去雾效果下色彩的丰富程度。

表 3 给出了几幅无人机侦察图像去雾图像的 CNI 和 CCI 评价指标的值。从表 3 中可以看出,去雾后,图像色彩自然度和图像色彩丰富度均有明显提高,证明本文的去雾方法起到了良好的去雾效果。

为了综合评价去雾效果,本文将标准差、信息熵、CNI、CCI 4 个指标进行归一化再加和处理,得到一个综合评价指标。最终评价结果如表4所

表 3 去雾前后的 CNI 和 CCI

Table 3 CNI and CCI before and after dehazing

序号	CNI		CCI	
	原图	去雾后	原图	去雾后
1	0.458 457	0.564 170	65.952 55	167.536 70
2	0.545 394	0.624 008	100.782 20	157.108 10
3	0.463 714	0.597 543	45.798 24	162.026 30
4	0.450 407	0.522 387	38.751 14	136.424 70
5	0.435 621	0.520 872	23.266 67	48.885 40
6	0.422 680	0.417 078	12.794 68	27.341 50
7	0.468 173	0.492 878	26.322 86	40.960 57

表 4 不同方法的综合评价指标比较

Table 4 Comparison of comprehensive evaluation index among different methods

序号	原图(a)	自适应直方图均衡(b)	自适应色阶对比度(c)	多尺度 Retinex(d)	均值滤波(e)	高斯滤波(f)	暗通道先验(g)	本文方法(h)
1	1.001 3	1.935 004	2.522 596	2.076 970	2.174 849	2.384 549	2.831 008	2.542 759
2	1.096 2	2.180 398	3.255 074	2.170 184	1.738 967	2.488 135	2.566 417	2.636 486
3	0.398 5	1.167 745	1.740 431	2.200 087	0.486 920	1.058 386	2.026 381	2.268 815
4	0.171 5	0.618 922	1.463 787	2.015 525	0.242 398	0.994 793	2.240 572	1.948 523
5	0.931 4	1.983 790	2.130 797	2.185 008	1.619 569	1.962 495	2.030 415	2.020 827
6	0.319 6	1.073 086	1.533 132	2.008 388	0.676 075	0.858 428	0.910 497	1.157 127
7	1.050 4	2.015 479	2.038 903	2.097 325	2.669 215	2.004 094	2.214 031	2.440 271

北航学报 赠阅

示。对无人机中低空侦察图像集中的 1 000 幅图像进行实验。几种方法的综合评价指标的比较如图 5 中柱状图所示,红色部分为图像通过不同去雾方法处理后得到的综合评价指标的平均值;蓝色部分为不同去雾方法得到的图像与原图像相比评价指标提升的百分比。本文方法得到的去雾图像的综合评价指标比原图像的综合评价指标平均提升了 214.5%,可以看出本文方法取得了良好的去雾效果。

本文的方法应用于大量无人机的雾霾图像上,均取得了较好的去雾效果,有效地去除了图像中雾霾的影响,再现了场景对比度和颜色,有助于对无人机侦察图像做一系列后续的处理。

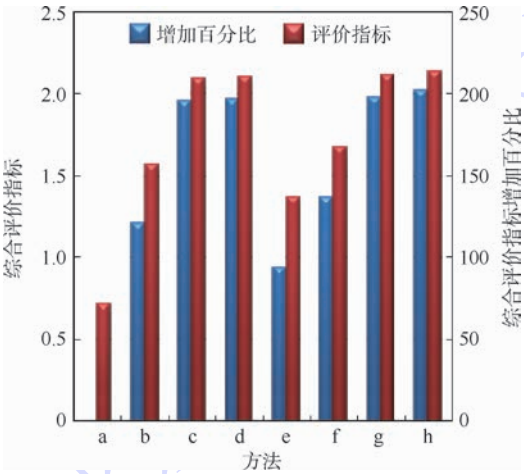


图 5　综合评价指标比较

Fig. 5　Comparison of comprehensive evaluation index

4　结　论

本文在图像融合和自动色阶的基础上提出了一种新的基于图像增强的无人机侦察图像去雾算法。经实验验证,得出如下结论:

1)方法从无人机成像特性出发,针对无人机自身特性,改进了以往的融合算法,对无人机侦察图像的适应性较强。

2)方法可实现较为优异的去雾性能,去雾后的综合评价指标相比于原图像可提升 214.5%,优于其他典型去雾算法。

通过实验分析得到,本文方法的去雾效果较好,很大程度提高了图像的清晰度。未来可以改进该方法,增加该算法的适用性,研究在其他不良环境,如沙尘等天气下的图像清晰化算法。

参考文献(References)

[1] FITZGERALD J A S J. An alternative algorithm for adaptive histogram equalization[J]. Graphical Models & Image Processing,1996,58(2):180-185.

[2] REZA A M. Realization of the contrast limited adaptive histogram equalization (CLAHE) for real-time image enhancement [J]. Journal of VLSI Signal Processing Systems,2004,38(1):35-44.

[3] 翟艺书,刘晓鸣,涂雅瑗,等. 一种改进雾天降质图像的清晰化算法[J]. 大连海事大学学报,2007,33(3):55-58.
ZHAI Y S,LIU X M,TU Y Y,et al. An improved fog-degraded image clearness algorithm[J]. Journal of Dalian Maritime University,2007,33(3):55-58(in Chinese).

[4] SEOW M J,ASARI V K. Ratio rule and homomorphic filter for enhancement of digital colour image [J]. Neurocomputing,2006,69(7-9):954-958.

[5] RUSSO R. An image enhancement technique combining sharpening and noise reduction[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement,2002,51(4):824-828.

[6] ZHOU J,ZHOU F. Single image dehazing motivated by Retinex theory[C]// 2013 2nd International Symposium on Instrumentation and Measurement,Sensor Network and Automation (IMSNA). Piscataway,NJ:IEEE Press,2013:243-247.

[7] ANSIA S,ASWATHY A L. Single image haze removal using white balancing and saliency map[J]. Procedia Computer Science,2015,46:12-19.

[8] SUN Y B,XIAO L,WEI Z H,et al. Method of defogging image of outdoor scenes based on PDE[J]. Journal of System Simulation,2007,19(16):3739-3744.

[9] ZHAI Y S,LIU X M,TU Y Y. Contrast enhancement algorithm for fog-degraded image based on fuzzy logic[J]. Computer Applications,2008,28(3):662-664.

[10] OAKLEY J P. Improving image quality in poor visibility conditions using a physical model for contrast degradation[J]. IEEE Transactions on Image Processing,1998,7(2):167-179.

[11] NARASIMHAN S G,NAYAR S K. Chromatic framework for vision in bad weather[C]// Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway,NJ:IEEE Press,2002:598-605.

[12] NARASIMHAN S G,NAYAR S K. Vision and the atmosphere [J]. International Journal of Computer Vision,2002,48(3):233-254.

[13] KOPF J,NEUBERT B,CHEN B,et al. Deep photo:Model-based photograph enhancement and viewing[J]. ACM Transactions on Graphics(TOG),2008,27(5):32-39.

[14] TAN R T. Visibility in bad weather from a single image[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition,2008,CVPR 2008. Piscataway,NJ:IEEE Press,2008:1-8.

[15] FATTAL R. Single image dehazing[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG). New York:ACM,2008,27(3):1-9.

[16] HE K,SUN J,TANG X. Single image haze removal using dark channel prior[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2011,33(12):2341-2353.

[17] LIU Q,CHEN M Y,ZHOU D H. Single image haze removal via depth-based contrast stretching transform [J]. Science China Information Sciences,2014,58(1):1-17.

[18] WENG C C,CHEN H,FUH C S. A novel automatic white balance method for digital still cameras[J]. Images & Recogni-

tion,2006,4(12):3801-3804.

[19] KIM J H,JANG W D,SIM J Y,et al. Optimized contrast enhancement for real-time image and video dehazing[J]. Journal of Visual Communication & Image Representation,2013,24(3):410-425.

[20] MCCARTNEY E J. Optics of the atmosphere:Scattering by molecules and particles[J]. Wiley,1976,14(7):698-699.

[21] PELI E. Contrast in complex images[J]. Journal of the Optical Society of America A Optics & Image Science,1990,7(10):2032-2040.

[22] ANCUTI C,ANCUTI C O,HABER T,et al. Enhancing underwater images and videos by fusion[C]//2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway,NJ:IEEE Press,2012:81-88.

[23] GUO F,TANG J,CAI Z X. Single image defogging based on fusion strategy[J]. Journal on Communications,2014,35(7):199-207.

[24] FANG S,DENG R,CAO Y,et al. Effective single underwater image enhancement by fusion[J]. Journal of Computers,2013,8(4):904-911.

[25] ALSABTI K,RANKA S,SINGH V. An efficient k-means clustering algorithm[J/OL]//Electrical Engineering and Computer Science,1997:43. http://surface.syr.edu/eecs/43.

[26] CHOI D H,JANG I H,MI H K,et al. Color image enhancement using single-scale retinex based on an improved image formation model[C]//6th European Signal Processing Conference,EUSIPCO 2008,2008:1-5.

[27] QIN X J,WANG H L,DU Y C,et al. Structured light image enhancement algorithm based on retinex in HSV color space[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics,2013,25(4):488-493.

[28] DING J B. Proficient in photoshop CS Chinese version[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2004:55-60.

[29] 刘信. 基于 FPGA 水下图像像质增强实时化研究[D]. 大连:大连海事大学,2013:10-12.
LIU X. The research of underwater image quality real-time enhancenment based on FPGA[D]. Dalian:Dalian Maritime University,2013:10-12(in Chinese).

[30] GUO F,CAI Z X. Objective assessment method for the clearness effect of image defogging algorithm[J]. Acta Automatica Sinica,2012,38(9):1410-1419..

[31] Image Shop. Image enhancement of local adaptive auto tone/contrast[EB/OL]. (2013-10-30)[2015-07-14]. http://www.cnblogs.com/Imageshop/p/3395968.html.

[32] LIU Q,CHEN M,ZHOU D. Fast haze removal from a single image[C]//Control and Decision Conference (CCDC). Piscataway,NJ:IEEE Press,2013:3780-3785.

[33] HANUMANTHARAJU M C,RAVISHANKAR M,RAMESHBABU D R. Natural color image enhancement based on modified multiscale retinex algorithm and performance evaluation using wavelet energy[M]//THAMPI S M,ABRAHAM A,PAL S K. Recent Advances in Intelligent Informatics. Berlin:Springer,2014:83-92.

[34] YENDRIKHOVSKI S N,BLOMMAERT F J J,DE RIDDER H. Perceptually optimal color reproduction[C]//Proceedings of Human Vision and Electronic Imaging III. Bellingham,WA:SPIE,1998:274-281.

[35] 李青,郑南宁,张雪涛,等. 车载摄像机的一种简易标定方法[J]. 机器人,2003,25(s1):626-630.
LI Q,ZHENG N N,ZHANG X T,et al. A simple calibration approach for camera on-based vehicle[J]. Robot,2003,25(s1):626-630.

[36] JOURLIN M,PINOLI J C. Logarithmic image processing:The mathematical and physical framework for the representation and processing of transmitted images[J]. Advances in Imaging and Electron Physics,2001,115(1):129-196.

作者简介:

黄宇晴 女,硕士研究生。主要研究方向:图像处理。

李红光 男,博士,工程师。主要研究方向:图像处理。

北航学报 赠阅

Haze removal method for UAV reconnaissance images based on image enhancement

HUANG Yuqing[1], DING Wenrui[2], LI Hongguang[2,*]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Research Institute of Unmanned Aerial Vehicle, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: On account of the unmanned aerial vehicle (UAV) reconnaissance images under the hazy weather conditions, considering the characteristics of UAV itself, this paper proposes a novel method for dehazing UAV reconnaissance images based on image enhancement. Through automatic white balance and contrast enhancement for images respectively, the final restored image can be obtained based on image fusion and auto levels. Then we choose UAV reconnaissance images for haze removal and evaluate the result of the experiment from the perspective of subjective and objective. The experimental results show that the image evaluation indexes of dehazing images are improved obviously. Compared with other typical haze removal methods, the comprehensive index of the image restored by the proposed method increases, which proves that the proposed method can obtain excellent dehazing effect.

Keywords: white balance; contrast enhancement; K-means algorithm; HSV color space; auto levels

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-07; **Accepted**: 2016-04-29; **Published online**: 2016-05-12 18:05
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160512.1805.001.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61601014)
* **Corresponding author**. E-mail: lihongguang@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0195

故障小修下瞬时可用度的波动分析

任思超[1], 杨懿[2,*], 陈洋[2], 康锐[2]

(1. 南京理工大学 理学院, 南京 210094; 2. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100083)

摘 要: 基于修理延迟下单部件三状态(工作、修理延迟、修理)可修系统的更新模型,提出了带有故障小修的三状态(工作、故障小修、修理)更新模型。运用简捷的方法把更新方程化为微分方程得到其解析表达式。结果显示模型的变化使得稳态可用度提升。使用一套波动理论,其中包括基础的波动定义和相关的波动判定引理。依此给出了瞬时可用度波动产生的条件。通过固定故障率,分析修复率对瞬时可用度波动的影响。同时结合实际背景,提供了抑制波动的方法,即控制平均修理时间小于平均故障时间的1/4。仿真结果与理论相一致。

关 键 词: 瞬时可用度; 更新模型; 波动理论; 故障小修; 波动抑制

中图分类号: V221+.3; TB553

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0602-06

现今,可用度理论除了应用在一些基础领域外[1-2],还延伸至许多新兴领域如信息技术、交通通讯及航天航空等[3-5]。在可用度领域中不同模型下稳态可用度的研究十分广泛[6-8];最近,区间与平均可用度也得到相应的发展[9-10]。然而上述可用度指标难以解释可用度在使用初期显示大范围波动的现象,这造成部件运行的不稳定[11]。瞬时可用度表示部件在某一时刻处于运行状态的概率,相比于其他可用度更能反映一个部件的实时性能。所以瞬时可用度的波动问题逐渐引起更多地关注[12]。

一般而言,瞬时可用度都用特定模型来研究,如基于马尔可夫过程的马氏模型[13-14],运用更新理论的更新模型[15]以及离散概率模型[16]。由于在故障时间和修复时间服从指数分布下的两状态更新模型中,瞬时可用度不具有波动性。对于相关随机变量服从指数分布的三状态更新模型中,是否还有类似的结论成为本文研究的重点。

三状态(工作、修理延迟、修理)基本更新模型中为了避免修理延迟,可以通过改变维修方式来弥补。一般维修方式分为故障小修、预防性维修和事后维修[17-18]。维修策略也主要分为使总成本最低和使系统稳态可用度最大2种[19-21]。本文首先提出带有故障小修的三状态更新模型,可以使稳态可用度提升。同时使用一套波动判定理论分析了在此模型下瞬时可用度产生波动的条件,结论说明了在某些条件下带有故障小修的三状态更新模型中瞬时可用度是存在波动的。最后给出了一个抑制波动的方法。通过控制平均修理时间小于平均工作时间的1/4,则瞬时可用度将不存在波动。

1 预备知识

本节首先引入三状态的基本更新模型并给出其相应的性质作为后面分析的理论基础。

收稿日期: 2016-03-11; **录用日期**: 2016-04-15; **网络出版时间**: 2016-04-26 17:58
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160426.1758.001.html
基金项目: 国家自然科学基金(61104132, 61573041, 61573043)
* **通讯作者**: E-mail: yang_cissy@163.com

引用格式: 任思超, 杨懿, 陈洋, 等. 故障小修下瞬时可用度的波动分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 602-607.
REN S C, YANG Y, CHEN Y, et al. Fluctuation analysis of instantaneous availability under minor repair[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 602-607 (in Chinese).

北航学报 赠阅

1.1　模型引入

按照文献[11],瞬时可用度是基于单部件三状态可修系统的更新模型,是由随机变量故障时间 X、修理延迟时间 W 和修理时间 Y 构成的更新过程。模型中瞬时可用度满足如下更新方程:

$$A(t) = 1 - F(t) + Q(t) * A(t) \tag{1}$$

$$Q(t) = F(t) * W(t) * G(t) \tag{2}$$

式中:"$*$"表示卷积;$A(t)$ 为瞬时可用度;$F(t)$、$W(t)$ 和 $G(t)$ 分别为相关随机变量服从的分布函数;$Q(t)$ 为周期 T 的分布函数。

图 1 为由三状态形成更新过程建模的示意图。

图 1　单部件三状态的更新模型

Fig. 1　A renewal process for one unit with three states

1.2　模型变化

三状态的基本模型中,存在修理延迟,无疑导致部件停止工作的时间延长。一般部件发生故障分为暂时性故障和永久性故障。所以针对暂时性故障只要采取故障小修(应急小修)即可恢复使用。本文通过用故障小修替代修理延迟,构成了新的三状态模型。

其中假设:

1) 部件发生永久性故障之前,有且仅有一次暂时性故障。

2) 故障小修所用时间不计。

3) 故障小修后部件恢复,但故障率不发生改变。

4) 永久性故障修理后,部件如新。

变化后模型中瞬时可用度满足如下更新方程:

$$A(t) = 1 - F_1(t) * F_2(t) + Q(t) * A(t) \tag{3}$$

$$Q(t) = F_1(t) * F_2(t) * G(t) \tag{4}$$

其中:随机变量首次故障时间 X,二次故障间隔时间 ΔX,修理时间 Y 为如下分布函数:

$$\begin{cases} F_1(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda_1 t} \\ F_2(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda_1 t} \\ G(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda_3 t} \end{cases} \tag{5}$$

式中:λ 为相关指数分布的参数,$\lambda_1 \neq \lambda_3$。

ΔX 的分布函数为

$$P(\Delta X \leqslant t) = P(\widetilde{X} \leqslant X_1 + t \mid \widetilde{X} \geqslant X_1) = 1 - P(\widetilde{X} > X_1 + t \mid \widetilde{X} \geqslant X_1) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda_1 t}$$

其中:$\widetilde{X}$ 为部件的寿命与 X_1 同为指数分布(由于假设 3)和指数分布的无记忆性)。

图 2 为由三状态形成更新过程建模的示意图。

图 2　带有故障小修的单部件三状态更新过程

Fig. 2　A renewal process for one unit with three states under minor repair

1.3　模型性质

在本节证明一些式(3)解的性质。首先稳态可用度的计算方法由下面引理给出。

引理 1　稳态可用度表达如式(6)所示。

$$A = \frac{2\lambda_3}{\lambda_1 + 2\lambda_3} \tag{6}$$

证明　因为 $A = \lim\limits_{t\to\infty} A(t)$,使用文献[22]中对两状态模型稳态可用度的计算方法,通过拉氏变换式(6)容易得到。　**证毕**

推论 1　相比于模型(1),模型(3)中的稳态可用度得到提升。

证明　模型(1)的稳态可用度为

$$A_1 = \frac{\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3}$$

由式(6),可以得到

$$A - A_1 = \frac{2\lambda_3}{\lambda_1 + 2\lambda_3} - \frac{\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3} = \frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3 + 2\lambda_1\lambda_3^2}{(\lambda_1 + 2\lambda_3)(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)} > 0$$

证毕

式(3)解的可微性由下一个引理给出。

引理 2　如果随机变量 X、ΔX、Y 服从指数分布,如式(5),则 $A(t)$ 具有任意可微性。

证明　按照文献[15],式(3)的解可以表示为

$$A(t) = R(t) + \int_0^t R(t-u)\,\mathrm{d}m(u) \tag{7}$$

式中:

$$R(t) = 1 - F_1(t) * F_2(t)$$

$$m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n(t) < \infty$$

$$Q_1(t) = Q(t)$$

$$Q_n(t) = \int_0^t Q_{n-1}(t-u)\,\mathrm{d}Q(u)$$

由式(4),可以得到 $Q(t)$ 的表达式为

$$Q(t) = 1 - \frac{\lambda_1^2}{(\lambda_1 - \lambda_3)^2}\mathrm{e}^{-\lambda_3 t} +$$

北航学报 赠阅

$$\left[\frac{2\lambda_1\lambda_3-\lambda_3^2}{(\lambda_1-\lambda_3)^2}+\frac{\lambda_1\lambda_3}{\lambda_1-\lambda_3}t\right]\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} \tag{8}$$

显然 $Q(t)$ 任意次可微，即 $m(t)$ 任意次可微，从而 $A(t)$ 任意次可微。 **证毕**

最后，给出式(3)解的等价形式。

引理 3 如果随机变量 X、ΔX、Y 服从指数分布如式(5)，则 $A(t)$ 为常微分方程式(9)的解。

$$\begin{cases}A'''(t)+(2\lambda_1+\lambda_3)A''(t)+\\ \qquad(\lambda_1^2+2\lambda_1\lambda_3)A'(t)=0\\ A(0)=1\\ A'(0)=0\\ A''(0)=-\lambda_1^2\end{cases} \tag{9}$$

证明 由引理 2 和式(8)，对式(3)两边微分，可以得到如下方程：

$$A(t)=(1+\lambda_1 t)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}+N_1-N_2-N_3 \tag{10}$$

$$A'(t)=-\lambda_1^2 t\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}-\lambda_3 N_1+\lambda_3 N_2+\lambda_1 N_3 \tag{11}$$

$$A''(t)=(-\lambda_1^2+\lambda_1^3 t)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}+\lambda_3^2 N_1+(\lambda_1^2-2\lambda_1\lambda_3)N_2-\lambda_1^2 N_3 \tag{12}$$

$$A'''(t)=\lambda_1^2\lambda_3 A(t)+(2\lambda_1^3-\lambda_1^4 t)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}-\lambda_3^3 N_1-(2\lambda_1^3-3\lambda_1^2\lambda_3)N_2+\lambda_1^3 N_3 \tag{13}$$

式中：

$$N_1=\int_0^t\frac{\lambda_1^2\lambda_3}{(\lambda_1-\lambda_3)^2}\mathrm{e}^{-\lambda_3(t-u)}A(u)\,\mathrm{d}u$$

$$N_2=\int_0^t\frac{\lambda_1^2\lambda_3}{(\lambda_1-\lambda_3)^2}\mathrm{e}^{-\lambda_1(t-u)}A(u)\,\mathrm{d}u$$

$$N_3=\int_0^t\frac{\lambda_1^2\lambda_3}{\lambda_1-\lambda_3}(t-u)\mathrm{e}^{-\lambda_1(t-u)}A(u)\,\mathrm{d}u$$

消去式(10)～式(12)中 $N_i(i=1,2,3)$ 并代入式(13)，可以得到常微分方程式(9)。 **证毕**

2 波动分析

本节分析基于故障小修的三状态模型下，瞬时可用度的波动性。首先引入连续函数的相关波动理论[23]。

定义 1[23] 若一个连续函数 $A(t)$ 定义域内存在三点 t_0、t_1、t_2 且 $t_0<t_1<t_2$，满足 $(A(t_0)-A(t_1))\cdot(A(t_1)-A(t_2))<0$，则称此连续函数 $A(t)$ 具有波动性。

引理 4[23] 若连续函数 $A(t)$ 存在极小值点，则此连续函数具有波动性。

引理 5[23] 若连续函数 $A(t)$ 为单调函数，则此连续函数没有波动性。

结合上述波动理论，下面定理给出了瞬时可用度产生波动的充分条件。

定理 1 如果随机变量 X、ΔX、Y 服从指数分布如式(5)，则

1) 若 $\Delta\geqslant 0$，则 $A(t)$ 没有波动性。

2) 若 $\Delta<0$，则 $A(t)$ 有波动性。

其中：$\Delta=\lambda_3^2-4\lambda_1\lambda_3$。

证明 由引理 3，式(3)中 $A(t)$ 是常微分方程式(9)的解。

常微分方程特征方程式(9)的判别式为 $\Delta=\lambda_3^2-4\lambda_1\lambda_3$。

1) $\Delta=0$

式(3)中解可以表示为

$$A(t)=\frac{8}{9}+\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\lambda_1 t\right)\mathrm{e}^{-3\lambda_1 t} \tag{14}$$

通过对式(14)求导，易知 $A'(t)<0$，由引理 5 可得 $A(t)$ 没有波动性。

2) $\Delta>0$

式(3)中解可以表示为

$$A(t)=\frac{\lambda_1^2}{u_1(u_2-u_1)}\mathrm{e}^{u_1 t}-\frac{\lambda_1^2}{u_2(u_2-u_1)}\mathrm{e}^{u_2 t}+\frac{2\lambda_3}{\lambda_1+2\lambda_3} \tag{15}$$

式中：

$$u_1=\frac{-(2\lambda_1+\lambda_3)+\sqrt{\Delta}}{2}$$

$$u_2=\frac{-(2\lambda_1+\lambda_3)-\sqrt{\Delta}}{2}$$

通过对式(15)求导，易知 $A'(t)<0$，由引理 5 可得 $A(t)$ 没有波动性。

3) $\Delta<0$

式(3)中解可以表示为

$$A(t)=\frac{2\lambda_3}{\lambda_1+2\lambda_3}+\frac{2\lambda_1\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{-\Delta}\sqrt{\lambda_1+2\lambda_3}}\cdot\sin\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t+\varphi\right)\mathrm{e}^{-\frac{2\lambda_1+\lambda_3}{2}t} \tag{16}$$

式中：$\varphi=\arctan\dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2\lambda_1+\lambda_3}$。

显然正弦函数具有波动性，所以 $A(t)$ 具有波动性。 **证毕**

下面通过不同情形下的图例来说明定理 1 的有效性。

图 3 给出了 3 种情形下瞬时可用度曲线，分别显示其是否存在波性。所以定理 1 说明指数分布下，带有故障小修的三状态更新模型具有存在波动的可能。这与两状态更新模型的结论不同。

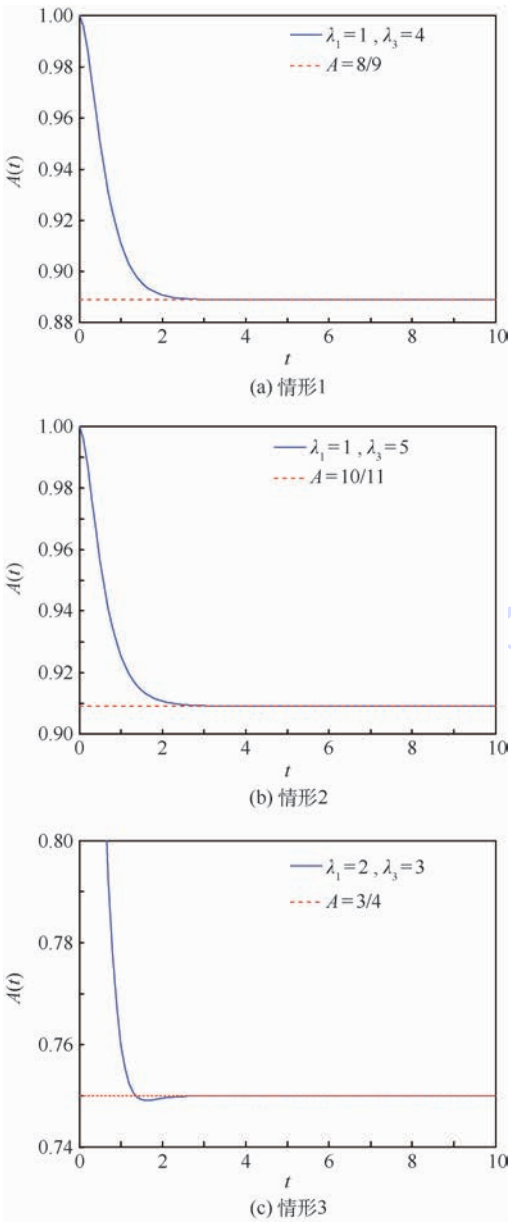


图 3　3 种情形下瞬时可用度曲线

Fig. 3　Curves of instantaneous availability in three cases

3　波动抑制

由第 2 节知,对于带有故障小修的三状态更新模型,瞬时可用度的波动产生与判别式 $\Delta=\lambda_3^2-4\lambda_1\lambda_3$ 有关。如果需要抑制波动可以调节故障率 λ_1 和修复率 λ_3,使得 $\Delta\geqslant 0$。由于故障率 λ_1 大多由部件的设计和生产所决定,属于部件的固有属性。所以调节修复率 λ_3 是抑制波动的一种方法。

图 4 显示修复率 λ_3 对瞬时可用度波动的影响。图中显示当修复率 λ_3 变大,则瞬时可用度的极值点消失,由引理 4 说明其没有波动性。与定理 1 中 $\Delta=\lambda_3(\lambda_3-4\lambda_1)\geqslant 0$ 时不存在波动的结论一致。

定理 1 的实际意义在于采用故障小修的三状态模型中,控制平均修理时间 $1/\lambda_3$ 小于等于平均工作时间 $1/\lambda_1$ 的 1/4,那么瞬时可用度将不存在波动。

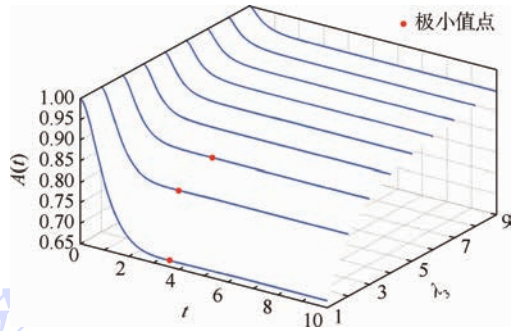


图 4　修复率对瞬时可用度波动的影响

Fig. 4　Influence of repair rate on fluctuation of instantaneous availability

4　结　论

1）用故障小修替代修理延迟得到的新模型仍然为更新模型。新模型适用更新模型的基本性质以及波动理论。

2）故障小修模型具有简化瞬时可用度波动的存在条件,以及提升稳态可用度的优势。

3）对于故障小修模型的波动抑制,可以采用调整修复率 λ_3 或平均修理时间 $1/\lambda_3$ 的方法。

然而,对于一般分布而言,瞬时可用度的波动分析将进入另一领域,也将是继续努力的课题。

参考文献（References）

[1] 康锐,王自立. 可靠性系统工程的理论与技术框架[J]. 航空学报,2005,26(5):633-636.
KANG R, WANG Z L. Framework of theory and technique on reliability system engineering[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(5): 633-636 (in Chinese).

[2] BESNARD F, FISCHER K, BERTLING L. Reliability-centred asset maintenance—A step towards enhanced reliability, availability, and profitability of wind power plants[C]// Proceedings of Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 1-8.

[3] JACKSON D S, KUNZINGER F F. Calculation of system availability using traffic statistics[J]. Bell Labs Technical Journal, 2003, 7(3): 139-150.

[4] DVORSKA J, PODIVIN L, LIPP A, et al. GBAS GAST D availability analysis for business aircraft[C]// Proceedings of IEEE Aerospace Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 1-15.

[5] TU M H, XIAO L L, XU D X. Maximizing the availability of replicated services in widely distributed systems considering network availability[C]// Proceedings of 7th International Conference on Software Security and Reliability. Piscataway, NJ:

北航学报 赠阅

IEEE Press,2013:178-187.

[6] AMIRI M,PRENOSIL V. General solution for MTTF and steady-state availability of NMR system[C]// Proceedings of 9th International Symposium on Reconfigurable and Communication- Centric Systems-on-Chip. Piscataway,NJ:IEEE Press,2014:1-4.

[7] SMITH D T. Calculating the system steady-state availability as a function of subsystem steady-state availability[C]// Proceedings of IEEE Southeastcon. Piscataway,NJ:IEEE Press,2014:1-3.

[8] PHAM H. Commentary:Steady-state series-system availability [J]. IEEE Transactions on Reliability,2003,52(2):146-147.

[9] HUANG K,MI J. Properties and computation of interval availability of system[J]. Statistics and Probability Letters,2013,83(5):1388-1396.

[10] MACIEJEWSKI H,CABAN D. Estimation of repairable system availability within fixed time horizon[J]. Reliability Engineering and System Safety,2008,93(1):100-106.

[11] 杨懿. 一般概率分布下系统瞬时可用度离散时间建模分析与应用[D]. 南京:南京理工大学,2008:20-47.
YANG Y. The instantaneous availability of the systems under discrete time modeling analysis and application in general probability distribution[D]. Nanjing:Nanjing University of Science and Technology,2008:20-47(in Chinese).

[12] 杨懿,任思超,于永利. 均匀分布下系统瞬时可用度理论分析[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(1):28-34.
YANG Y,REN S C,YU Y L. Theory analysis of system instantaneous availability under uniform distribution[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2016,42(1):28-34(in Chinese).

[13] 温艳清,崔利荣,刘宝亮. 修理工带休假的 n 部件冷贮备可修系统[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(3):569-575.
WEN Y Q,CUI L R,LIU B L. Cold standby n-component repairable system with repairman vacation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2016,42(3):569-575(in Chinese).

[14] XUE A C,JING Q,LUO L,et al. Instantaneous availability for the protection devices based on non-homogeneous Markov model and a case study[C]// Proceedings of 33rd Chinese Control Conference. Piscataway,NJ:IEEE Press,2014:6524-6527.

[15] 林元烈. 应用随机过程[M]. 北京:清华大学出版社,2002:58-71.
LIN Y L. Applied stochastic processes[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2002:58-71(in Chinese).

[16] NEIL M,MARQUEZ D. Availability modelling of repairable systems using Bayesian networks[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence,2012,25(4):698-704.

[17] 张庆. 带有故障小修的单部件可修系统的预防维修策略[D]. 成都:西南交通大学,2012:19-37.
ZHANG Q. Preventive maintenance strategy of one-unit repairable system with minor repair[D]. Chengdu:Southwest Jiaotong University,2012:19-37(in Chinese).

[18] YIN M L,ANGUS J E,TRIVEDI K S. Optimal preventive maintenance rate for best availability with hypo-exponential failure distribution[J]. IEEE Transactions on Reliability,2013,62(2):351-361.

[19] DERSIN P,PERONNE A,ARROUM C. Selecting test and maintenance strategies to achieve availability target with lowest life-cycle cost[C]// Proceedings of Reliability and Maintainability Symposium. Piscataway,NJ:IEEE Press,2008:301-306.

[20] 程志军,郭波. 机会维修策略下的系统可用度分析[J]. 数学的实践与认识,2006,36(10):137-140.
CHENG Z J,GUO B. Analysis of system availability under opportunity maintenance steategy[J]. Journal of Mathematics in Practice and Theory,2006,36(10):137-140(in Chinese).

[21] 徐文静. 不完全维修条件下的可用度与维修策略分析[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008:26-63.
XU W J. Analysis of maintenance strategy and availability under imperfect repair[D]. Changsha:National University of Defense Technology,2008:26-63(in Chinese).

[22] 曹晋华,程侃. 可靠性数学引论[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2012:182-261.
CAO J H,CHENG K. A mathematical introduction to reliability [M]. 2nd ed. Beijing:Higher Education Press,2012:182-261(in Chinese).

[23] REN S C,YANG Y,XU H L. Fluctuation analysis of instantaneous availability under delay-repair[C]// Proceedings of the 35th Chinese Control Conference. Piscataway,NJ:IEEE Press,2016:6746-6750.

作者简介:

任思超 男,硕士研究生。主要研究方向:可靠性分析与建模、应用数学。

杨懿 女,博士,副教授。主要研究方向:可靠性分析、可修系统以及控制科学工程。

康锐 男,硕士,教授,博士生导师。主要研究方向:确信可靠性理论与方法、信息物理系统可靠性建模与仿真、可靠性系统工程方法论故障控制论。

北航学报 赠阅

Fluctuation analysis of instantaneous availability under minor repair

REN Sichao[1], YANG Yi[2,*], CHEN Yang[2], KANG Rui[2]

(1. School of Sciences, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
2. School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The renewal model of one-unit repairable system with three states (up, minor repair, repair) is put forward on the basis of the renewal model with three states (up, delay-repair, repair). The steady availability is improved in the new model. The renewal equation in the model is transformed into the ordinary differential equation to obtain the analytical expression of instantaneous availability. A novel set of fluctuation theory including the basic definition and decision lemma of fluctuation function is used to analyze the fluctuation of instantaneous availability, which gives conditions for fluctuation existence of instantaneous availability. Combined with the practical background, conditions are used to show the influence of different rates on fluctuation when fault rate is fixed, which provides the method of fluctuation suppression. The method is that mean to repair time is controlled to be less than a quarter of mean to failure time. Simulation results are in agreement with theoretical results.

Keywords: instantaneous availability; renewal model; fluctuation theory; minor repair; fluctuation suppression

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-11; **Accepted**: 2016-04-15; **Published online**: 2016-04-26 17:58
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160426.1758.001.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61104132, 61573041, 61573043)
* **Corresponding author**. E-mail: yang_cissy@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0216

反转轴间双端面气膜密封性能分析

全下文载

刘晓玉，王之栎*，丁蕾，王博文，刘立坤

（北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100083）

摘 要：针对一种反转轴间双端面气膜密封系统的密封性能进行研究，建立系统二自由度力学平衡方程，通过有限元法求解双端面稳态气膜厚度以及气膜支反力；以瞬时扰动力与激振力模拟密封系统扰动，采用直接数值模拟法，求解密封系统的动态响应，使用快速傅里叶变换(FFT)处理振动信号。分析表明：动静压混合结构可在较大的膜厚范围内保持较高刚度，使系统密封特性提升兼有良好的稳定性。密封系统在瞬时力扰动下的收敛时间受密封跑道与主密封环质量比影响较大；在非共振频率的激振力下，密封系统动态稳定性良好；在共振频率的激振力下将会引起系统振动加剧、泄漏量增加，甚至失稳，设计中应予避免。

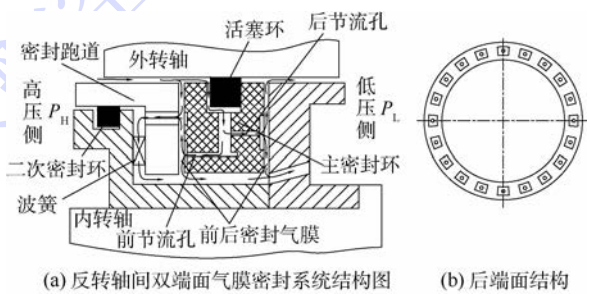
关 键 词：双端面气膜；性能分析；动态分析；直接数值模拟法；快速傅里叶变换(FFT)
中图分类号：V221+.3；TB553
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0608-07

先进航空燃气涡轮发动机具有高推重比、低耗油率的设计要求，反转共轴高低压涡轮结构是有效提高发动机性能的技术手段之一。由于反转轴间密封界面相对滑动速度大幅提高，气膜密封作为一种非接触式，具有低泄漏、长寿命、无速度极限等特点的密封形式，在反转轴间密封系统的研究中受到越来越广泛的关注[1-4]。

相较于单端面气膜密封，双端面气膜密封用于反转共轴结构中，可有效降低密封界面相对滑动速度；当密封系统受到扰动，双端面浮动式结构提高了密封系统的稳定性。目前，国内外对单端面气膜密封已有一定研究[5-9]，针对反转轴间双端面气膜密封，Rolls-Royce 公司提出了多种新型结构[10-11]并分析了其受力情况；国内对双端面气膜密封的稳态特性有一定的研究[3]，但对反转轴间双端面气膜密封系统动特性的研究甚少。本文针对一种反转轴间双端面气膜密封系统，建立系统轴向力学平衡模型，采用有限元法求解气膜稳态压力分布与气膜反力。在此基础上，构建系统二自由度振动模型，施加瞬时力和持续激振力扰动，采用直接数值模拟法[12-14]耦合求解瞬态雷诺方程和动力学方程，研究双端面气膜密封系统自由振动和受迫振动的动力学响应。

1 密封结构及工作原理

密封系统采用双端面动静压混合止推环式密封结构设计，如图 1 所示，图中 P_H 为进口压力；P_L 为出口压力。主密封环与外转轴通过二次密



(a) 反转轴间双端面气膜密封系统结构图 (b) 后端面结构

图 1 反转轴间双端面气膜密封系统

Fig. 1 Double-faced gas film seal system in counter-rotating intershafts

收稿日期：2016-03-18；**录用日期**：2016-04-15；**网络出版时间**：2016-05-09 16:03
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160509.1603.002.html
* **通讯作者**：E-mail：wang_zl@buaa.edu.cn

引用格式：刘晓玉，王之栎，丁蕾，等. 反转轴间双端面气膜密封性能分析[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：608-614.
LIU X Y，WANG Z L，DING L，et al. Seal performance analysis of double-faced gas film in counter-rotating intershafts[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：608-614 (in Chinese).

北航学报 赠阅

封环实现密封。主密封环密封端面由两侧节流孔供气，密封端面气膜产生静压承载力，出口设计有浅腔，系统运行时浅腔的阶梯效应形成动静压混合。密封跑道前端面由波形弹簧支承，密封跑道与高压腔之间通过碳石墨环实现二次密封。

密封系统工作时，高压气体经节流孔进入前后密封腔，气膜压力推动前密封跑道压紧波簧，当密封跑道和主密封环力系平衡后，密封系统达到稳态。

2　密封系统稳态求解

2.1　密封系统受力分析

当密封系统达到稳态时，前后端面气膜厚度为稳态气膜厚度记为 h_{F0}、h_{B0}。密封跑道受左侧高低压气体压力 F_{HL}、前端面气膜力 $F(h_{F0})$、弹簧力 F_s 及二次密封环摩擦力 F_{f1} 共同作用；主密封环受前后端面气膜反力 $F(h_{B0})$ 及活塞环与外转轴间的摩擦力 F_{f2} 共同作用，密封跑道和主密封环受力如图 2 所示，其平衡条件为

$$|F_{HL}+F_s-F(h_{F0})|\leqslant F_{f1} \tag{1}$$

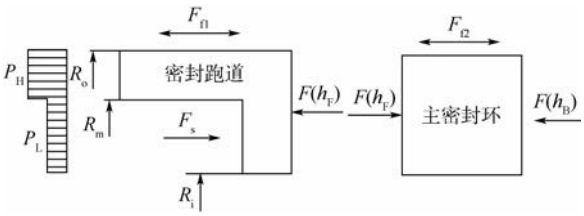
$$|F(h_{F0})-F(h_{B0})|\leqslant F_{f2} \tag{2}$$

式中：

$$F(h_{F0})=\iint_{\Omega}p(h_{F0})R\mathrm{d}R\mathrm{d}\theta$$

$$F(h_{B0})=\iint_{\Omega}p(h_{B0})R\mathrm{d}R\mathrm{d}\theta$$

其中：Ω 为求解区域；R 为气体常数；θ 为角度。



R_o—密封跑道外径；R_i—密封跑道内径；R_m—密封跑道结构尺寸；$F(h_F)$—前端面密封气膜力；$F(h_B)$—后端面密封气膜力。

图 2　密封件受力图

Fig. 2　Force diagram of seal components

2.2　端面气膜稳态压场

假设气膜内气体处于层流状态、忽略膜厚方向的速度变化和压力变化，由 Navier-Stokes 方程、连续性方程和气体状态方程推导得到计算动静压混合、单端面旋转的稳态广义雷诺方程的二维柱坐标无量纲表达形式：

$$\frac{\partial}{\overline{R}^2\partial\theta}\left(\overline{H}^3\frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\overline{R}\partial\overline{R}}\left(\overline{R}\,\overline{H}^3\frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\overline{R}}\right)+2Q\delta_j=2\Lambda\frac{\partial(\overline{P}\overline{H})}{\partial\theta} \tag{3}$$

式中：$\overline{R}$、$\overline{H}$ 和 $\overline{P}$ 分别为无量纲的密封环半径、膜厚以及压强；$Q=\dfrac{12\eta RTr_i^2}{p_a^2h_0^3}\rho\tilde{v}$ 为流量因子，η 为动力黏度系数，T 为气体绝对温度，r_i 为密封环内径，p_a 为环境压强，h_0 为密封系统稳态膜厚，ρ 为气体密度，$\tilde{v}$ 为节流孔流速；δ_j 为节流孔系数，节流孔处 $\delta_j=1$，否则 $\delta_j=0$；$\Lambda=\dfrac{6\eta\omega_0r_i^2}{p_ah_0^2}$ 为轴承可压缩数，ω_0 为端面旋转角速度。

运用伽辽金方法建立变分方程，并令 $\xi=\ln\overline{R}$，得到稳态雷诺方程的变分方程：

$$\iint_{\Omega}\left[\overline{H}^3\left(\frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\theta}\cdot\frac{\partial\delta\overline{P}}{\partial\theta}+\frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\xi}\frac{\partial\delta\overline{P}}{\partial\xi}\right)-2\mathrm{e}^{2\xi}Q\delta_j\delta\overline{P}-2\mathrm{e}^{2\xi}\Lambda\overline{P}\overline{H}\frac{\partial\delta\overline{P}}{\partial\theta}\right]\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\xi=0 \tag{4}$$

求解的边界条件如下：

1）已知压力边界：$p|_{r=r_i}=p_i$，$p|_{r=r_o}=p_o$。

2）周期性边界：$p(\theta)=p(\theta+2\pi/z)$，$z$ 为节流孔数量。

3）节流孔边界：在连续性方程中增加了 $\rho\tilde{v}$，为节流孔单位面积流入的质量流量，将雷诺方程和节流孔流量方程联立求解得到节流孔出口压力。

2.3　稳态密封性能

1）气膜反力：$\overline{F}=z\int_0^{\frac{2\pi}{z}}\int_0^{\ln\frac{r_o}{r_i}}\overline{P}\mathrm{e}^{2\psi}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\theta$。

2）气膜刚度：$\overline{K}=-\left.\dfrac{\partial\overline{F}}{\partial H}\right|_{h_0}$。

3）泄漏量：泄漏量由前后端面节流孔质量流量 Q_{K1} 和 Q_{K2} 及前端面环形汇流质量流量 Q_H 三部分组成。

节流孔质量流量[15]：

$$Q_K=Ap_0\phi\sqrt{\frac{2\rho_0}{p_0}}\psi \tag{5}$$

式中：

$$\psi=\begin{cases}\left[\dfrac{k}{2}\left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}\right]^{\frac{1}{2}} & \dfrac{p_d}{p_0}\leqslant\beta_k\\ \left\{\dfrac{k}{k-1}\left[\left(\dfrac{p_d}{p_0}\right)^{\frac{2}{k}}-\left(\dfrac{p_d}{p_0}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]\right\}^{\frac{1}{2}} & \dfrac{p_d}{p_0}>\beta_k\end{cases}$$

其中：$\beta_k=[2/(k+1)]^{k/(k-1)}$；$p_d$ 为节流孔出口压力；ϕ 为流量系数；A 为节流面积；k 为气体常数；p_0 为供气压力；ρ_0 供气气体密度。

两圆盘间汇流的流量[16]为

$$Q_H=\frac{\pi h^3}{12\eta\ln(r_o/r_i)}\cdot\frac{P_H^2-P_L^2}{RT} \tag{6}$$

式中：前端面质量流量为 $Q_1=Q_{K1}+Q_H$，后端面质量流量为 $Q_2=Q_{K2}$，总质量流量为 $Q_r=Q_1+Q_2$。

北航学报 赠阅

3 密封系统动态求解

密封系统在工作过程中,外界干扰使主密封环和密封跑道偏离平衡位置。良好的密封系统设计,主密封环与密封跑道应具有一定的自适应性,从而避免由于密封端面直接碰撞导致密封端面磨损而造成泄漏量增加、甚至密封失效。

3.1 密封系统动力学方程

基于主密封环与密封跑道轴向受力分析,当瞬时扰动力 F_T 在密封系统上作用 t_0 后撤离,在 $0 \sim t_0$ 内密封系统为受迫振动,当 $t > t_0$ 密封系统作自由振动。密封系统的动力学方程如下。

密封跑道:

$$M_1\ddot{x}_1 + K_s x_1 = F_{HL} - F(h_{F0} + x_2 - x_1) + F_T \pm F_{f1} \tag{7}$$

式中:M_1 为密封跑道质量。

主密封环:

$$M_2\ddot{x}_2 = F(h_{F0} + x_2 - x_1) - F(h_{B0} - x_2) \pm F_{f2} \tag{8}$$

式中:M_2 为主密封环质量。

当 $t > t_0$,$F_s = 0$,摩擦力的正负号取决于密封件运动方向,式中 x_1 和 x_2 分别表示密封跑道、主密封环偏离平衡位置位移。

当密封系统受到 $F_m\cos(\omega t)$ 的激振力(ω 为激振频率,F_m 为激力振幅),密封系统作受迫振动,其动力学方程如下。

密封跑道:

$$M_1\ddot{x}_1 + K_s x_1 = F_{HL} - F(h_{F0} + x_2 - x_1) + F_m\cos(\omega t) \pm F_{f1} \tag{9}$$

主密封环:

$$M_2\ddot{x}_2 = F(h_{F0} + x_2 - x_1) - F(h_{B0} - x_2) \pm F_{f2} \tag{10}$$

引入 Newmark-β 法,在时间 t 时,密封系统的加速度与速度可表示为

$$\ddot{x}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\gamma\Delta t^2}(x_{t+\Delta t} - x_t) - \frac{1}{\gamma\Delta t}\dot{x}_t - \left(\frac{1}{2\gamma} - 1\right)\ddot{x}_t \tag{11}$$

$$\dot{x}_{t+\Delta t} = \frac{\beta}{\gamma\Delta t}(x_{t+\Delta t} - x_t) - \left(1 - \frac{\beta}{\gamma}\right)\dot{x}_t - \left(1 - \frac{\beta}{2\gamma}\right)\Delta t\ddot{x}_t \tag{12}$$

式中:下标 t 表示当前时刻,$t + \Delta t$ 为下一个时刻;β 与 γ 可按照积分的精度和稳定性进行调整,当 $\beta \geqslant 0.5$,$\gamma \geqslant 0.25(0.5 + \beta)^2$ 时,Newmark-β 法是一种无条件稳定的格式。

3.2 端面气膜动态压场

在与式(3)同样的假设前提下推导得到无量纲瞬态雷诺方程:

$$\frac{\partial}{\overline{R}^2\partial\theta}\left(\overline{H}^3\frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\theta}\right) + \frac{\partial}{\overline{R}\partial\overline{R}}\left(\overline{R}\,\overline{H}^3\frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\overline{R}}\right) + 2Q\delta_j = 2\Lambda\frac{\partial(\overline{P}\,\overline{H})}{\partial\theta} + 4\frac{\Lambda}{\omega}\cdot\frac{\partial(\overline{P}\,\overline{H})}{\partial t} \tag{13}$$

采用与式(4)相同方法,得到瞬态雷诺方程的变分方程。运用有限元法离散解域,并向后差分法离散时间项,得到离散瞬态雷诺方程:

$$\sum_N \iint_{\Delta e}\left[\overline{H}^3\left(\frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\theta}\cdot\frac{\partial\delta\overline{P}}{\partial\theta} + \frac{\partial\overline{P}^2}{\partial\xi}\cdot\frac{\partial\delta\overline{P}}{\partial\xi}\right) - 2e^{2\xi}Q\delta_j\delta\overline{P} - 2e^{2\xi}\Lambda\overline{P}\,\overline{H}\frac{\partial\delta\overline{P}}{\partial\theta} + 4e^{2\xi}\frac{\Lambda}{\omega}\cdot\frac{\overline{P}(\overline{H}^n - \overline{H}^{n-1})}{\Delta t}\delta\overline{P} + 4e^{2\xi}\frac{\Lambda}{\omega}\cdot\frac{\overline{H}(\overline{P}^n - \overline{P}^{n-1})}{\Delta t}\delta\overline{P}\right]d\theta d\xi = 0 \tag{14}$$

式(14)中各参数含义及边界条件与式(4)相同。节流孔的存在使其离散方程表现为二次超越非线性,采用分割因子结合 Newton-Raphson 线性化迭代方法求解。利用直接数值模拟法耦合求解式(7)、式(8)和式(14),得到密封系统自由振动的响应曲线,耦合求解式(9)、式(10)以及式(14)得到密封系统受迫振动的动态响应。

4 计算结果及分析

4.1 结构参数

密封系统结构设计参数和工况条件如表 1 所示,利用 VC++ 根据上述算法编写分析软件,计算密封系统的稳态特性,计算结果如表 2 所示。

表 1 气膜密封结构参数及工况参数

Table 1 Structure and operating parameters of gas film seal

参数	密封环外径 D_o/mm	密封环内径 D_s/mm	节流孔直径 D_k/mm	节流孔数量 z	弹簧预紧力 F/N	进口压力 P_H/MPa	出口压力 P_L/MPa	旋转速度 n/(r·min^{-1})
数值	170	150	0.65	20	30	0.6	0.1	15 000

表 2 气膜密封稳态计算结果

Table 2 Calculation results of gas film seal in steady state

参数	前端面膜厚 h_{F0}/μm	后端面膜厚 h_{B0}/μm	前端面反力 F_F/N	后端面反力 F_B/N	前端面刚度 K_F/(10^7N·m^{-1})	后端面刚度 K_B/(10^7N·m^{-1})	泄漏量 Q_r/(kg·s^{-1})
数值	17.27	22.93	1 480.8	1 483.3	3.16	4.96	0.009 4

4.2　动静压混合密封稳态密封性能

该密封系统端面为小孔浅腔动静压混合结构。当节流孔出口为环形均压腔时，为纯静压结构。图 3 ~ 图 5分别为动静压混合密封与纯静压密封的气膜支反力、刚度和泄漏量的计算结果。

比较图 3 中动静压混合密封和纯静压密封支反力，在膜厚较小时，动静压混合密封支反力明显高于纯静压支反力，动压效应明显，随着膜厚的增加，动压效应逐渐减弱，超过一定膜厚，与纯静压密封基本相同。

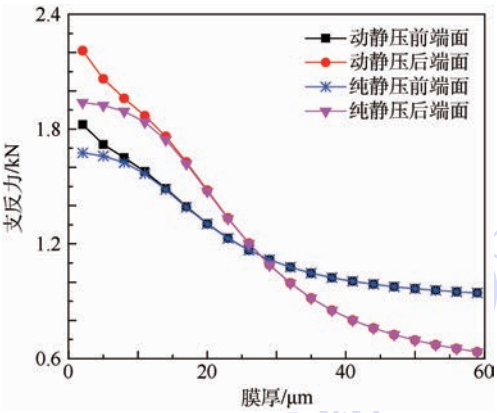


图 3　气膜支反力随膜厚的变化趋势

Fig. 3　Variation trend of gas film reaction force with film thickness

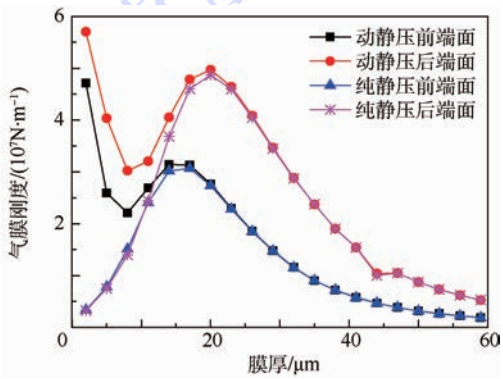


图 4　气膜刚度随膜厚的变化趋势

Fig. 4　Variation trend of gas film stiffness with film thickness

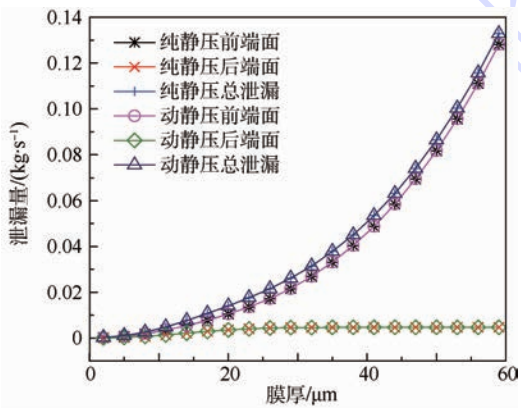


图 5　泄漏量随膜厚的变化趋势

Fig. 5　Variation trend of leakage with film thickness

分析图 4 可得，膜厚较小时，密封端面动压效应明显，其刚度变化趋势与动压密封趋势[17]相同；膜厚增加，动压效应减弱，气膜密封刚度曲线接近静压密封刚度曲线。单纯的动压密封工作膜厚薄，对端面加工精度要求高，当发生轴向窜动或角向摆动时易失效，而纯静压密封在膜厚较小时，刚度较小，对于增加系统稳定性不利。动静压混合密封结合了以上 2 种密封的优势，能在相对大的膜厚范围内保持较大刚度，有效提高了密封系统的稳定性。

从图 5 可以看出，动静压混合密封泄漏量与纯静压密封基本相同，前端面泄漏量随膜厚增加呈非线性增加，后端面流量基本保持不变，主要是由于膜厚较大时，节流孔出口马赫数达到 1 成为临界状态，在这种情况下流量不变，发生阻塞流[18]，流量不再增加，而随着膜厚的增加，前端面平板汇流流量仍不断增加，因此设计时为有效减少泄漏量，应使前端面膜厚保持在较小的范围内。

4.3　密封系统动态性能分析

4.3.1　瞬时力扰动下密封系统的动态响应

图 6 为在表 2 工况条件下，密封跑道质量 M_1 和主密封环质量 M_2 在不同的质量比 M_r 下的系统自由振动响应曲线。

由图 6 可知，由于气膜的阻尼、碳石墨环以及二次密封环阻尼的存在，密封跑道以及主密封环作振幅随时间而减小的减幅振动，密封系统逐渐恢复到稳定运行状态，不同的质量比系统的收敛时间不同；振动收敛时间与系统质量比的关系见图 7，由于气膜刚度及阻尼的非线性特征，随质量比增加，密封系统的收敛时间存在一个非线性段，在非线性段左端收敛时间随着质量比的增加而减少；在非线段的右端，随着质量比的增加，系统的收敛时间呈类线性增加，当主密封环与密封跑道的质量接近时，密封系统的收敛时间较短。

利用快速傅里叶变换（FFT）方法对响应信号进行频谱分析[19]，提取动态响应中包含的主要频率成分，确定密封系统的固有振动频率。M_1 = 1 kg，M_2 = 1 kg 时动态响应（见图 6(b)）的幅频曲线，如图 8 所示。其第一阶固有频率 f_1 = 632.71 Hz，第二阶固有频率 f_2 = 1 581 Hz 。

系统固有频率与质量比的关系如图 9 所示，当质量比小于 10 时，固有频率随质量比的变化比较明显；当质量比大于 10 系统的固有频率变化比较平缓；设计结构要避开密封系统固有频率区间，以免发生共振。

北航学报 赠阅

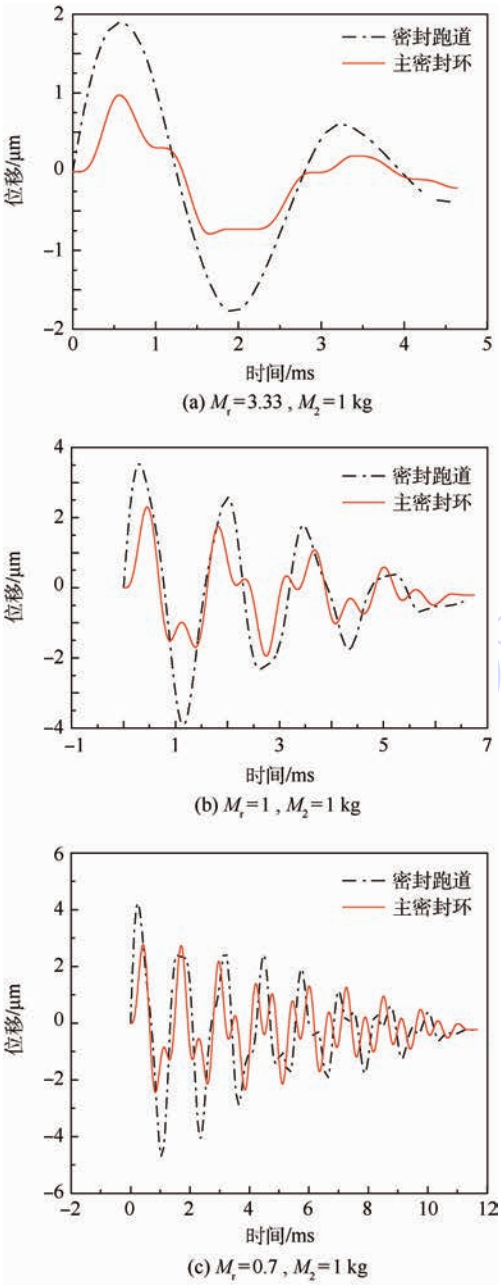


图 6 不同质量比系统动态响应

Fig. 6 System dynamic response of different mass ratio

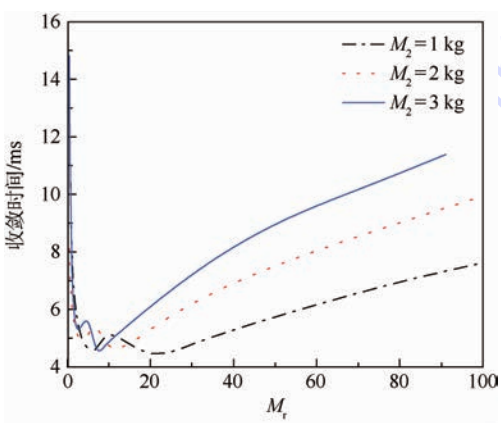


图 7 振动收敛时间随质量比变化趋势

Fig. 7 Variation trend of vibration convergence time with mass ratio

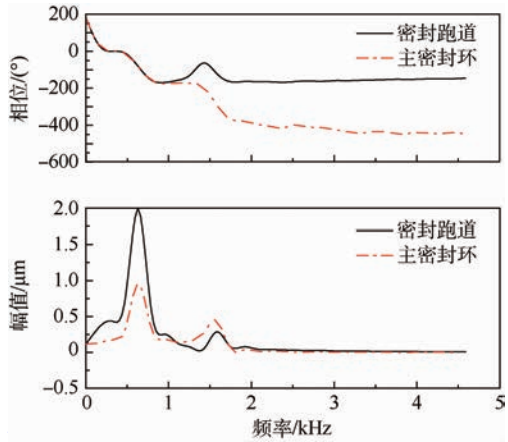


图 8 系统响应频谱图

Fig. 8 Spectrum of system response

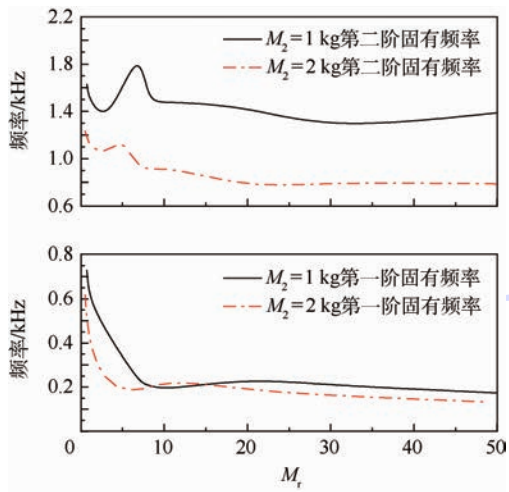


图 9 系统固有频率随质量比变化趋势

Fig. 9 Variation trend of natural frequency of system with mass ratio

4.3.2 激振力扰动下密封系统的动态响应

对于具有二自由度振动特征的密封系统，当 M_1 = 1 kg，M_2 = 1 kg 时，根据频谱分析结果可得系统的第一阶固有频率和第二阶固有频率对应的角速度分别为 ω_1 = 3 973.42 rad/s 和 ω_2 = 9 928.68 rad/s。图 10(a)为 ω = 1 000 rad/s 时密封零件的振动曲线，其振动经过初始振荡后以激振频率振动，且振动幅度较小。图 10(b)和图 10(c)分别为激振频率为第一阶振动频率、第二阶振动频率时的振动响应，初始阶段振动幅度不断增加，由于阻尼的存在，经过一定时间，达到稳定振动的状态。但是其最大振幅达到了 30 μm，振幅过大容易导致密封端面产生碰撞，从而造成密封系统不稳定、泄漏量增加。由于发动机转子转动可产生频率固定的激振力，因此设计时要考虑密封系统的两阶共振频率与发动机转速之间的关系，避开密封系统的共振频带。

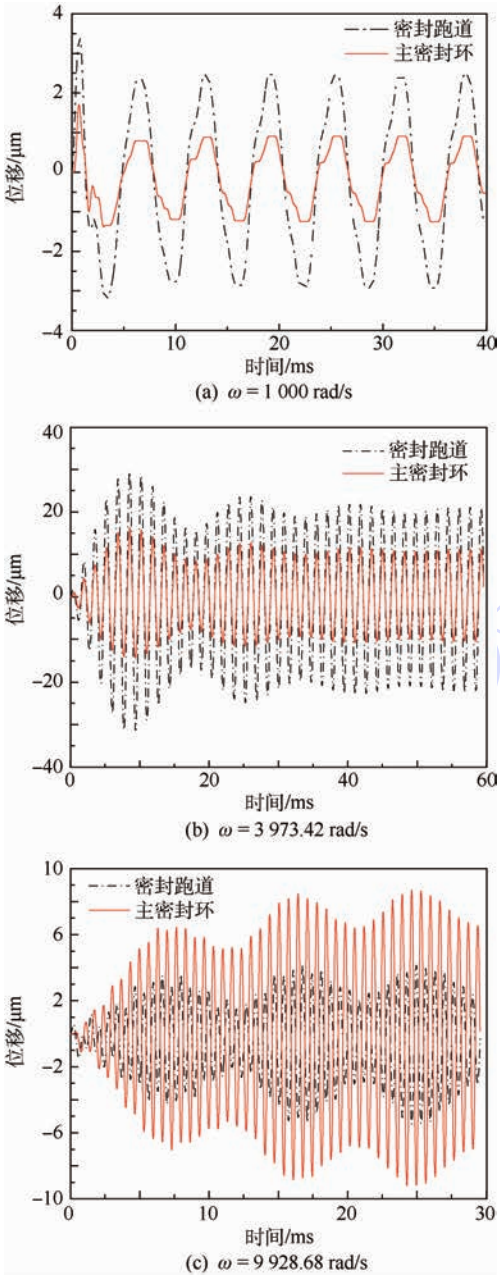


图 10　不同激振频率密封系统动态响应曲线

Fig. 10　Seal system dynamic response curves of different excitation frequency

5　结　论

1）所述动静压混合气膜密封结构能在较大膜厚范围内保持较高的气膜刚度，气膜的工作范围增加允许系统更大的轴向跳动，且密封系统仍保持良好的稳定性。

2）双端面气膜密封系统具有二自由度振动系统特征，在相同扰动下，振动收敛时间分布存在非线性区域、类线性增加区域以及类线性减少区域，且主密封环与密封跑道质量差距越大，其收敛时间越长。

3）分析自由振动信号的频域，系统具有两阶固有频率，当激振频率位于系统固有频率附近时，密封系统振幅显著增加，可能导致系统失稳，在共振频率之外，振幅较小，密封系统稳定性较好。

参考文献（References）

[1] GANBLE W L. Counter-rotating intershaft seals for advanced engines: AIAA-1984-1216[R]. Reson: AIAA, 1984.

[2] 吴宁兴，赵宗坚. 反转轴间气膜密封可行性试验研究[J]. 航空发动机，2001(4)：20-25.
WU N X, ZHAO Z J. Experimental study on the feasibility of gas film seal between the counter shaft[J]. Journal of Aerospace Power, 2001(4): 20-25(in Chinese).

[3] 王之栎，郭艳丽. 反转轴间气膜密封的结构参数与密封性能分析[J]. 润滑与密封，2008，33(1)：68-72.
WANG Z L, GUO Y L. Anti-air film between the shaft seal structure parameters and sealing performance analysis[J]. Lubrication Engineering, 2008, 33(1): 68-72(in Chinese).

[4] 王之栎，刘国西. 反转轴间气膜密封动特性分析[J]. 北京航空航天大学学报，2010，36(5)：509-512.
WANG Z L, LIU G X. Gas seal dynamic analysis between the counter shaft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(5): 509-512(in Chinese).

[5] GABRIEL R P. Fundamentals of spiral groove non-contacting face seals[J]. Lubrication, 1994, 50(3): 215-224.

[6] LEE S C, ZHENG X L. Analyses of both steady behavior and dynamic tracking of non-contacting spiral-grooved gas face seals[J]. Computers & Fluids, 2013, 88(12): 326-333.

[7] MILLER B A, GREEN I. Numerical formulation for the dynamic analysis of spiral-grooved gas face seals[J]. Journal of Tribology, 2001, 123(2): 395-403.

[8] ZHANG H J, LANDERS R G, MILLER B A, et al. Adaptive control of mechanical gas face seals with rotor runout and static stator misalignment[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2010, 132(4): 558-564.

[9] 丁雪兴，张海舟. 螺旋槽干气密封气膜振动测试与稳定性分析[J]. 振动、测试与诊断，2013，33(2)：231-235.
DING X X, ZHANG H Z. Spiral groove dry gas seal gas membrane vibration testing and stability analysis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(2): 231-235(in Chinese).

[10] JAHN I H J, ROWNTREE G M. Intershaft seal: US2012/0043725 A1[P]. 2012-02-23.

[11] JAHN I H J, DAVIES C. Intershaft seal: US2014/0049010 A1[P]. 2014-02-20.

[12] 李树森，刘暾. 精密离心机静压气体轴承主轴系统的动力学特性分析[J]. 机械工程学报，2005，41(2)：28-32.
LI S S, LIU T. Dynamics of precision centrifuge hydrostatic gas bearing spindle system analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(2): 28-32(in Chinese).

[13] 魏斌，郝木明，陈亮. 非接触式气体端面密封的动力学分析方法概述[J]. 内蒙古石油化工，2006，32(5)：182-184.
WEI B, HAO M M, CHEN L. Kinetic analysis of non-contact

北航学报 赠阅

gas seal overview[J]. Inner Mongolia Petrochemical Industry, 2006,32(5):182-184(in Chinese).

[14] 卢宁.螺旋槽气体端面密封动态特性分析[J].内蒙古石油化工,2008,34(6):81-83.
LU N. Spiral groove gas face seals dynamic performance analysis[J]. Inner Mongolia Petrochemical Industry, 2008, 34(6): 81-83(in Chinese).

[15] 刘暾,刘育华,陈世杰.静压气体润滑[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1990:100-130.
LIU T, LIU Y H, CHEN S J. Static pressure gas lubrication [M]. Haerbin: Harbin Institute of Technology Press, 1990: 100-130(in Chinese).

[16] 王云飞.气体润滑理论与气体轴承设计[M].北京:机械工业出版社,1999:20-50.
WANG Y F. Gas gas bearing design and lubrication theory [M]. Beijing: China Machine Press, 1990: 20-50 (in Chinese).

[17] 刘雨川,徐万孚.端面气膜密封的高性能端面结构[J].航空学报,2000,21(2): 187-190.
LIU Y C, XU W F. High-performance end structures gas film face seal[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2000, 21(2): 187-190(in Chinese).

[18] 江宏俊.流体力学(下册)[M].北京:高等教育出版社,1985:50-65.
JIANG H J. Fluid dynamics (Volume II)[M]. Beijing: Higher Education Press, 1985: 50-65(in Chinese).

[19] 金连文,韦岗.现代数字信号处理简明教程[M].北京:清华大学出版社,2003:19-29.
JIN L W, WEI G. Modern digital signal processing simple tutorial[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 19-29 (in Chinese).

作者简介:

刘晓玉 女,硕士研究生。主要研究方向:摩擦学与密封技术。

王之栎 男,硕士,教授,硕士生导师。主要研究方向:摩擦学与密封技术、特殊环境机械系统、机械设计及理论。

Seal performance analysis of double-faced gas film in counter-rotating intershafts

LIU Xiaoyu, WANG Zhili*, DING Lei, WANG Bowen, LIU Likun

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The performance of a double-faced gas film seal system used in counter-rotating intershafts was analyzed. The system's two-degree-of-freedom force balance equation was established. The thickness and force of the film were calculated with finite element method. The seal system's dynamic response to seal disturbance simulated by instantaneous disturbing force and exciting force was solved with the direct numerical simulation. The vibration signal was processed by fast Fourier transform (FFT). The results show that the hydrodynamic-hydrostatic hybrid structure maintains a higher stiffness in a wider thickness range and improves the seal system performance with a good stability. When disturbed by instantaneous force, the seal system's convergence time is impacted by the mass ratio of track and sealing ring. When the exciting force's frequency is not the natural frequency, the seal system is in good stability. Exciting force with resonance frequency strengthens the vibration, increases the leakage and even damages system stability. Thus, this situation should be avoided in the design.

Keywords: double-faced gas film; performance analysis; dynamic analysis; direct numerical simulation; fast Fourier transform (FFT)

Received: 2016-03-18; **Accepted**: 2016-04-15; **Published online**: 2016-05-09 16:03

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160509.1603.002.html

* **Corresponding author**. E-mail: wang_zl@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0220

基于隐马尔可夫模型的空战决策点理论研究

全下文载

冯超，景小宁*，李秋妮，姚鹏

（空军工程大学 航空航天工程学院，西安 710038）

摘 要：从几何空战理论经过能量空战理论，直到角度空战理论，空战理论的发展更多的是从战斗机性能的角度来分析空战过程，忽略了作战飞行员在决策过程中起到的作用。本文分析空战飞机的客观数据的变化特征，提出了一种基于隐马尔可夫的近距空战流程分析方法，使用维特比算法判断飞行员在空战过程中的状态序列，从而获得了理论上的空战决策点。在理论分析上，提出了一种空战决策点理论用以评判飞行员飞行品质。通过实验仿真验证了使用隐马尔可夫模型讨论近距空战的可行性，并且发现飞行员空战决策点包络处于包围趋势时，飞行员获胜的可能性越大。

关 键 词：近距空战评估；OODA 环；隐马尔可夫模型；维特比算法；动态规划
中图分类号：V323
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0615-12

空战的目的是为了击毁、击伤敌方空中目标，从而保护我方有价值单位，实施战术遮断，掩护我方目标，从而获取相对或者绝对的制空权[1]。而近距空战往往以航炮作为主要武器，作为飞行员自我防卫和消灭对手的最后有效手段，一直是空战领域的研究重点。

长期以来，大量关于空战文献的研究仅仅局限于“空战怎么打”。文献[2-3]将人工免疫系统运用到空战建模、机动决策问题中，建立战术免疫机动系统（Tactical Immunized Maneuvering System，TIMS），模仿生物免疫系统和进化算法，基于不同的空战态势，自动生成合适的机动动作以回应目标威胁；文献[4]采用模糊推理的方法，根据空战态势在标准动作库里选择合适的机动动作；文献[5]提出基于智能微分对策的自主机动决策方法；文献[6]提出使用模糊支持向量机的方法分析空战过程；文献[7]采用滚动的多级影响图进行优化控制；文献[8]基于基本动作识别和组合动作识别库，可以识别近距空战的战术动作，根据敌机动作采用模糊推理的方法进行应对；文献[9]提出基于混合算法的空战机动决策方法，利于飞行员分析当前空战态势；文献[10]基于群集智能理论，构建以作战单元为智能体的协同多目标攻击决策模型，并通过定义智能体的贡献度扩展群集智能构架，用于解决空战多目标攻击问题。

然而上述文献更多的是关注飞行员“怎么打”，很少从飞行员的角度分析近距空战过程，回答到底是什么因素才是导致近距空战胜利的关键。文献[11]虽然通过模糊理论对空战数据进行分析并得到战斗机的战术机动决策序列，使用决策序列来评估空战训练双方的优劣。但是这个分类结果的依据仅仅是战斗机飞行过程中航向、俯仰、侧滚、速度、高度和能量等战斗机数据，并没

收稿日期：2016-03-21；**录用日期**：2016-09-09；**网络出版时间**：2016-11-18 09:07
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161118.0907.001.html
基金项目：国家杰出青年科学基金（71501184）；航空科学基金（20155196022）
* **通讯作者**：E-mail：1216682261@qq.com

引用格式：冯超，景小宁，李秋妮，等. 基于隐马尔可夫模型的空战决策点理论研究[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：615-626. FENG C，JING X N，LI Q N，et al. Theoretical research of decision-making point in air combat based on hidden Markov model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：615-626 (in Chinese).

北航学报 赠阅

有从这些数据中挖掘出飞行员决策过程变化的信息。事实上,空战时机稍瞬即逝,从飞行员下定决心到操控战斗机进行战斗,这个时间非常短。绝大部分的空战击落过程所用的时间仅仅只有十几秒,其余绝大部分的时间都用在互相追尾,抢占优势位置当中。所以,分析近距空战过程中飞行员作战决策的变化情况对于空战分析至关重要。毕竟,是人操控武器作战,而不是相反。在同等条件下,飞行员操控飞机的品质才是空战过程中的绝对制胜因素。

本文首先分析了 2 种典型的近距空战理论,并且给出近距空战中典型的飞行员作战流程,随后构建隐马尔可夫模型推断飞行决策点,最后给出一种飞行员决策包络分析方法,从而评判飞行员飞行品质。

1 近距空战理论与作战流程

空战历史经验表明,如果一种理论不能解释该领域内的某些现象,那么说明这种理论还不成熟,有继续完善的空间。早期飞机缺乏远距离攻击手段,主要以航炮对射、尾追打击为主要进攻手段。受限于技术水平,这一时期的空战理论主要是几何空战理论,通过分析作战飞行几何关系来分析空战过程。当包以德根据自身实践经验提出战机剩余功率之后,能量机动理论得到极大的发展,不仅用于作战实际,甚至对战机设计也产生了很大的影响[12]。但是,伴随过失速技术的实用化,过失速作为角度理论的典型战术,显然对能量机动理论产生了极大的冲击。本文在分析 2 种理论的思路上,提出了一种新的决策点理论,以为空战研究提供新的思路。

1.1 能量机动理论

包以德提出的能量机动理论强调对敌建立能量优势,然后通过一系列机动动作,将能量优势转化为位置优势[12]。以“滚转剪刀”机动为例,进攻方高速或从高向低冲过防守方,而防守方被迫拉起,降低自己的速度,诱使进攻方冲过头,接着防守方滚转使得机头对准敌机,拉头,双方形成类似双螺旋形状。双方通过高度的转化完成优势的转化。这是一种典型的能量机动战术。在能量机动理论中,主要强调能量的转化所形成的优势,这种转化往往是长时间的(相对攻击而言)。战斗机进行近距空战时,需要及时加速爬升保持能量优势,然后将其转化为速射位置。例如滚转剪式机动中能量优势可以带来各种各样的射击和脱离战斗的机会,与此同时可以使战斗机始终保持进攻性。能量优势主要包括高度优势和速度优势,能量优势可以表示为

$$E = 0.5W_H + 0.5W_V \tag{1}$$

式中:$W_H = mg\Delta H$ 为相对势能优势,其中 m 为作战飞机的质量,g 为重力加速度,ΔH 为高度差;$W_V = \frac{1}{2}m\Delta v^2$ 为相对动能优势,其中 Δv 为速度差。

1.2 角度机动理论

角度战术简单地讲,就是通过最快的速度,先敌占据对敌机的绝对位置优势(通常指机头指向敌机尾部)。而在角度机动过程中,通常会损失能量。并且在大多数情况下,越快失去能量,越可能更快地获得优势角度。故这种战术也被称为“负能量战术”,强调通过尽快失去能量完成对敌的角度优势。以“蛇形机动”这种典型的角度机动战术为例,进攻方尾追防守方,防守方利用快速左右滚转产生的巨大的诱导阻力,急速消耗自身能量,降低速度,使得本处于优势位置的攻击方被迫冲前,从而迅速完成攻守双方位置互换。这种角度机动战术显然是利用失去能量来获得优势角度,明显与持续累计能量的能量机动战术思路相悖。

为分析角度优势,首先给出双机近距空战角度位置关系示意图,如图 1 所示。

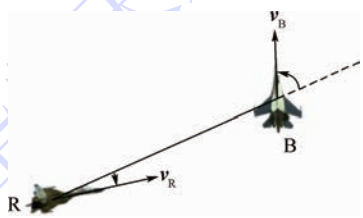


图 1 角度位置关系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of relation of angle and position

图 1 中,红方飞机为 R,蓝方飞机为 B,v_B 和 v_R 分别表示蓝方飞机和红方飞机的速度。在空战中,战斗机可能会以更小的半径转弯获得角度优势,在这个过程中会失去能量,但是可以维持优势位置(角度),然后努力维持或增强这种优势,直到取得期望的发射参数为止。通常角度战术的转弯方式有尾追转弯和对头转弯 2 种。使用 Simpson 函数可以定量地描述空战对抗双方的角度优势关系:

$$\mathrm{AGC} = \frac{180° - (\mathrm{ATA} + \mathrm{AOT})}{180°} \tag{2}$$

式中：AOT 为进入角，即目标机中轴线尾部延长线与瞄准线的夹角；ATA 为视线角，即攻击机中轴线前端延长线与瞄准线的夹角。表 1 为近距空战对抗双方占位角度关系。

表 1　近距空战双方占位角度关系

Table 1　Relative angular position of two sides in close-range air combat

编号	攻击机位置	目标机位置	ATA/(°)	AOT/(°)	AGC
1			0	0	1.00
2			0	45	0.75
3			0	90	0.75
4			0	180	0.50
5			45	135	0
6			90	90	0
7			90	180	-0.50
8			135	180	-0.75
9			180	180	-1.00

从表 1 看出，Simpson 函数值有正值、零和负值。当 Simpson 函数值为正值时，表示本机处于优势占位；为负值时，表示敌机处于优势占位；为零时，表示本机与敌机处于中立位置。

此外，2 种空战机动理论都会强调武器发射所占有的优势。武器发射站位相当于延长了战机的攻击距离。在计算武器发射优势 U 时，需要建立机载武器攻击包线的索引表，包括最大攻击距离 R_{max}，最佳攻击距离（不可逃逸区）R_{opt} 和最小攻击距离 R_{min}。假设本机攻击敌机时，当本机与敌机之间的距离 $R < R_{min}$ 或 $R > R_{max}$ 时，敌机处于本机攻击距离之外，此时 $U = 0$；当本机与敌机之间的距离 $R_{min} \leqslant R \leqslant R_{max}$ 时，使用式（3）计算本机武器发射优势 U 为

$$U = \frac{\cos\theta + 1}{2}$$

$$\theta = \begin{cases} 3.1415\left(\dfrac{R_{opt} - R}{R_{opt} - R_{min}}\right) & R_{min} \leqslant R \leqslant R_{opt} \\ 3.1415\left(\dfrac{R - R_{opt}}{R_{max} - R_{opt}}\right) & R_{opt} \leqslant R \leqslant R_{max} \end{cases} \tag{3}$$

当本机被敌机攻击时，$T = -1$。武器发射优势 T 的范围在 $[-1,1]$ 之间，$T = -1$ 表示本机被敌机攻击，$T = 1$ 表示敌机处于本机 R_{opt} 距离，其他数值表示敌机与 R_{opt} 的偏差值。

1.3　空战流程

包以德在长期一对一空战经验基础之上，提出近距空战 OODA 决策环的概念[12]，用以描述飞行员在空战期间决策行为变化的过程。通过 OODA 决策环的概念，可以分析飞行员在空战期间决策行为的变化过程，从而得到飞行员飞行过程中的决策点。

以飞行员角度看待空战过程，飞行员分析周边态势，根据环境改变做出相应机动动作的整个过程可以分为 4 个阶段。如图 2 所示，OODA 分别指观察（observe）、判断（judge）、决策（decide）以及行动（act）[13]。其中，由于观察过程以及行动过程主要依靠战斗机上的电子设备以及火控设备完成，所以 OODA 决策环中最为关键、并且直接影响空战结果的就是飞行员的判断过程以及决策过程。整个决策环描述这样一个过程：战斗机飞行员通过观察发现对手或者感知对手的行动，然后调整自身状态，做出交战的判断，最后进行决策，并进行作战行动。由于包以德提出 OODA 决策环的概念时，电子对抗手段尚未成熟[12]，为简化分析，本文暂不考虑电子对抗等因素。整个 OODA 决策过程可以分为以下几个阶段（见图 2）。

观察：使用电子设备或者飞行员对周边情况的感知进行战场观察，从战场环境中发现并搜集有用的信息以及数据。

判断：根据观察得到的信息评估当前的战场态势，并对相关的信息和数据进行处理。

决策：这是 OODA 决策环中最为关键的一步，决策过程需要根据战场环境信息以及战斗机当前自身状态指定合适的策略，并选择合适的行动方法。

行动：最后根据所选择的方案进行行动。

OODA 决策环模型是从飞行员角度对近距空

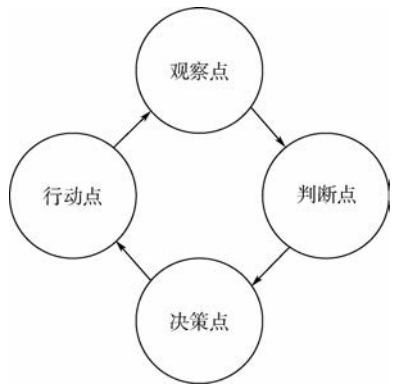


图 2　OODA 环图

Fig. 2　Diagram for OODA loop

北航学报 赠阅

战的一种简洁的描述。由于该过程是在一种动态的、复杂的环境中进行,且易受到不确定性因素的影响,所以 OODA 决策环具有循环特性、时效性、嵌套性等特点。传统上一般认为,如果敌我双方有一方的 OODA 决策环比对手的操作周期短,就容易获得优势,并且这种优势是可以积累的。一般而言,经验丰富的飞行员 OODA 决策过程比新手的决策过程所用时间更短、更高效。在同等条件下,经验丰富的飞行员更具有优势。

2 基于隐马尔可夫模型的空战分析

隐马尔可夫模型(Hidden Markov Model, HMM)是一种关于时间序列的概率模型,描述一个由隐藏的马尔可夫链生成不可观测状态随机序列产生的观测随机序列的过程[14-15]。隐藏的马尔可夫链随机生成的状态序列称为状态序列(state sequence);每个状态生成一个观测,由此产生的观测随机序列称为观测序列(observation sequence)。其中,序列中的每一个元素就是某一个时刻的数据。本文使用隐马尔可夫模型去分析近距空战决策的过程。

2.1 近距空战的隐马尔可夫模型

由 OODA 决策环近距空战流程分析可知,飞行员近距空战期间会经历若干个由观察-判断-决策-行动状态组成的循环过程。当飞行员处于 OODA 决策环中某一个状态时,飞行员会做出不同的机动动作,使得战斗机的姿态发生改变。如果将飞行员操控战斗机进行近距空战这个过程看作一个隐马尔可夫模型的话,那么飞行员在飞行过程中的处于 OODA 决策环上状态序列就是隐藏的马尔可夫链的状态序列,而飞行员在不同状态期间操控战斗机,使得战斗机姿态发生改变的序列就是观测序列。飞行员在空战中的状态序列是不可观测的,但是战斗机表现出来的姿态变化序列却是可以观测的,通过分析观测序列,使用 Baum-Welch 算法可以推出飞行员所处的状态序列。

对于战斗机姿态变化可以通过测量战斗机在不同时刻航向、俯仰、侧滚、速度、过载等物理量获得。但是在这些物理量中,哪个物理量与飞行员决策过程有直接关系?本文认为战斗机在飞行过程中过载的观测序列是可以反应飞行员的决策过程,理由如下:当飞行员处于 OODA 决策环当中观察、判断阶段时,战斗机的姿态不会产生大幅度改变,所以出现小过载的可能性较高,而大过载的可能性较小;而当飞行员经过观察、判断后,进行机动决策时,飞行员开始大幅度飞行,迅速改变飞行的状态,这个时候战斗机速度的变化会很大,出现大过载的可能性较高,而小过载的可能性较低。所以,飞行员在飞行过程中,飞机过载的变化与飞行员决策过程的相关性较高。

设 $Q=\{q_1,q_2,\cdots,q_N\}$ 为飞行员可能的状态的集合(OODA 决策环的状态),$V=\{v_1,v_2,\cdots,v_M\}$ 为所有可能观测的集合(过载的大小)。其中 N 为可能的状态数,M 为可能的观测数。在本文中,飞行员状态数 $N=4$,飞行员状态集合为{观察,判断,决策,行动};所有可能观测集合数 $M=3$,观测集合为{小过载,中过载,大过载}。

$I=(i_1,i_2,\cdots,i_T)$ 为长度为 T 的状态序列,$O=(o_1,o_2,\cdots,o_T)$ 为对应的观测序列。$\boldsymbol{A}$ 为状态转移概率矩阵:

$$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]_{N\times N} \tag{4}$$

式中:$a_{ij}=P(i_{t+1}=q_j\mid i_t=q_i)$ $(i=1,2,\cdots,N;j=1,2,\cdots,N)$ 为在时刻 t 处于状态 q_i 的条件下在时刻 $t+1$ 转移到状态 q_j 的概率。$\boldsymbol{B}$ 为观测概率矩阵

$$\boldsymbol{B}=[b_j(k)]_{N\times M} \tag{5}$$

式中:$b_j(k)=P(o_t=v_k\mid i_t=q_j)$ 为在时刻 t 处于状态 q_j 的条件下生成观测 v_k 的概率。

$\boldsymbol{\pi}$ 为初始状态概率向量

$$\boldsymbol{\pi}=(\pi_i) \tag{6}$$

式中:$\pi_i=P(i_1=q_i)$ 为时刻 $t=1$ 处于状态 q_i 的概率。本文建立的近距空战隐马尔可夫模型由初始状态概率向量 $\boldsymbol{\pi}$、状态转移概率矩阵 $\boldsymbol{A}$、观测概率矩阵 $\boldsymbol{B}$ 决定。其中,$\boldsymbol{\pi}$ 和 $\boldsymbol{A}$ 决定状态序列,而观测序列由 $\boldsymbol{B}$ 决定。则隐马尔可夫模型 λ 可以用三元符号表示,即

$$\lambda=(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{\pi}) \tag{7}$$

使用隐马尔可夫模型分析近距空战,必须证明对近距空战的观测过程满足:①观测序列满足观测独立性;②隐藏的马尔可夫链满足齐次马尔可夫性。

证明 假设隐藏的马尔可夫链为$\{X_n,n\geqslant 0\}$,称$\{X_n,n\geqslant 0\}$在 n 时处于状态 i 的条件下经过 k 步转移,于 $n+k$ 时刻到达状态 j 的条件概率 $p_{ij}^{(k)}=P(X_{n+k}=j\mid X_n=i)$ $(i,j\in S)$ 为$\{X_n,n\geqslant 0\}$在 n 时的 k 步转移概率,其中 S 表示状态空间。称以 $p_{ij}^{(k)}(n)$ 为第 i 行第 j 列元素的矩阵 $\boldsymbol{P}^{(k)}(n)=(p_{ij}^{(k)}(n))$ 为$\{X_n,n\geqslant 0\}$在 n 时的 k 步转移矩阵。特别地,当 $k=1$ 时,$\{X_n,n\geqslant 0\}$在 n 时的一步转移概率和一步转移概率矩阵分别记为 $P_{ij}(n)$ 和 $\boldsymbol{P}(n)$。显然近距空战中一步转移概率 $P_{ij}(n)$ 一

定大于等于 0,且满足 $\sum_j P_{ij}=1,\forall i$。

首先证明观测序列满足观测独立性。设状态空间 $S=\{0,1,2,\cdots\}$,观测序列为 $X_1,X_2,\cdots,X_m,\cdots,X_l,\cdots$,可知 $P(X=X_m)=P_m,P(X=X_l)=P_l$。有 $P_{ij}^{m+(l-m)}=\sum_d P_{id}^m P_{dj}^{l-m}(m)$,即 $\boldsymbol{P}^{m+(l-m)}=\boldsymbol{P}^m\boldsymbol{P}^{l-m}=\boldsymbol{P}^l$,故观测序列满足观测独立性。

其次,证明隐藏的马尔可夫链满足齐次马尔可夫性。对于 $n=1,2,\cdots,m,\cdots$,有 $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 相互独立,得

$$P(X_n=i_n\mid X_0=i_0,X_1=i_1,\cdots,X_{n-1}=i_{n-1})=\frac{P(X_0=i_0,X_1=i_1,\cdots,X_n=i_n)}{P(X_0=i_0,X_1=i_1,\cdots,X_{n-1}=i_{n-1})}=\frac{P(X_0=i_0,X_1=i_1-i_0,\cdots,X_n=i_n-i_{n-1})}{P(X_0=i_0,X_1=i_1-i_0,\cdots,X_{n-1}=i_{n-1}-i_{n-2})}=P(X_n=i_n-i_{n-1}) \tag{8}$$

同理

$$P(X_n=i_n\mid X_{n-1}=i_{n-1})=P(X_n=i_n-i_{n-1}) \tag{9}$$

故

$$P(X_n=i_n\mid X_0=i_0,X_1=i_1,\cdots,X_{n-1}=i_{n-1})=P(X_n=i_n\mid X_{n-1}=i_{n-1}) \tag{10}$$

因此,$\{X_n,n\geqslant 0\}$ 是一马尔可夫链。　**证毕**

2.2　Baum-Welch 算法

建立完近距空战的隐马尔可夫模型后,本文需要根据数据样本,即观测序列 $O=(o_1,o_2,\cdots,o_T)$,推测飞行员可能处于的状态,即状态序列 $I=(i_1,i_2,\cdots,i_T)$。这是一个无监督的学习问题,通过数据估计模型 $\lambda=(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{\pi})$ 的参数,使得在该模型下观测序列概率 $P(O\mid\lambda)$ 最大,即用极大似然估计的方法估计模型参数;然后根据估计的模型参数 $\lambda=(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{\pi})$,在给定序列的前提下,求出最有可能的对应的状态序列。

假定已知包含 S 个长度为 T 的观测序列 $\{O_1,O_2,\cdots,O_S\}$ 而没有对应的状态序列,现在需要通过这些观测序列样本学习隐马尔可夫模型 $\lambda=(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{\pi})$ 的参数。若观测序列记为 O,状态序列为不可观测的隐数据 I,则隐马尔可夫模型是一个含有隐变量的概率模型:

$$P(O\mid\lambda)=\sum_I P(O\mid I,\lambda)P(I\mid\lambda) \tag{11}$$

对这个概率模型的学习可以使用 Baum-Welch 算法实现[16-17]。下面给出 Baum-Welch 算法的计算步骤。

输入:观测数据 $O=(o_1,o_2,\cdots,o_T)$

输出:隐马尔可夫模型参数

步骤 1　初始化:令 $n=0$,选取 $a_{ij}^{(0)},b_j(k)^{(0)},\pi_i^{(0)}$,得到模型 $\lambda^{(0)}=(A^{(0)},B^{(0)},\pi^{(0)})$。

步骤 2　递推:对 $n=1,2,\cdots$

$$\begin{cases} a_{ij}^{(n+1)}=\sum_{t=1}^{T-1}\xi_t(i,j)\Big/\sum_{t=1}^{T-1}\gamma_t(i)\\ b_j(k)^{(n+1)}=\sum_{t=1,o_t=v_k}^{T}\gamma_t(j)\Big/\sum_{t=1}^{T}\gamma_t(j)\\ \pi_i^{(n+1)}=\gamma_1(i)\end{cases} \tag{12}$$

右端各值按照观测 $O=(o_1,o_2,\cdots,o_T)$ 和模型 $\lambda^{(n)}=(A^{(n)},B^{(n)},\pi^{(n)})$ 计算。

步骤3　终止:得到模型参数 $\lambda^{(n+1)}=(A^{(n+1)},B^{(n+1)},\pi^{(n+1)})$。其中,$\gamma_i(t)=P(i_t=q_i\mid O,\lambda)=\frac{P(i_t=q_i,O\mid\lambda)}{P(O\mid\lambda)}$。具体的求解过程为:记 $\gamma_i(t)=P(i_t=q_i\mid O,\lambda)$,有 $\gamma_i(t)=\alpha_t(i)\beta_t(i)$,则 $\gamma_i(t)=\frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{P(O\mid\lambda)}=\frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{j=1}^{N}\alpha_t(i)\beta_t(i)}$。而 $\alpha_t(i)$、$\beta_t(i)$ 的求法如下:

输入:隐马尔可夫模型 λ 和观测序列 $O=(o_1,o_2,\cdots,o_T)$

输出:观测序列概率 $P(O\mid\lambda)$

步骤 1　初始化:$\alpha_1(i)=\pi_i b_i(o_i),i=1,2,\cdots,N$。

步骤 2　递推:对于 $t=1,2,\cdots,T-1,\alpha_{t+1}(i)=\left[\sum_{j=1}^{N}\alpha_t(j)a_{ji}\right]b_i(o_{t+1}),i=1,2,\cdots,N$。

步骤 3　终止:$P(O\mid\lambda)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_T(i)$。

这里需要说明的是,在实际处理过程中,发现直接使用 Baum-Welch 算法分析观测序列,在采样点过多时,容易形成训练的模型参数趋向 0 的问题(降低了分辨率)。针对此问题,本文建议:

1)数据预处理。在使用算法处理数据之前,对数据进行清洗,并采用合适方法进行采样。本文建议对数据首先进行归一化处理,并且估计数据可能存在的最高频率 f_s,根据采样定理,按照最高频率的 4~5 倍进行间隔采样,减少数据点。并且最好使用足够多的样本来形成对比。对于训练模型参数趋于 0 的问题,本文建议对某些序列做出适当修正。

2)这里给出一种序列分类方法。假设将需要处理的序列过程为 $\{X_n,n=0,1,2,\cdots\}$。通过分析序列的变化曲线,首先计算序列的平均值,然后根据平均值划定一条基准线,然后在此基准线基础上,确定所有的波峰值 $x_1,x_2,\cdots,x_k$,以波峰

北航学报 赠阅

值为样本,分析其众数,然后根据需要对序列划定不同的区间范围。本文给出一种划分 3 个区间范围(即大过载、中等过载和小过载)的经验方案:第 1 区间范围在 0 到平均值之间,第 2 区间范围在平均值到众数乘以 1.5 之间,第 3 区间范围在众数乘以 1.5 到最大值之间。

2.3 维特比算法求解隐马尔可夫模型

通过训练样本得到模型 $\lambda=(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{\pi})$ 参数的估计值之后,给定观测序列之后,可以使用维特比算法(Viterbi algorithm)求解隐马尔可夫模型的预测问题[18-20]。维特比算法的实质是通过动态规划(dynamic programming)求解概率最大路径。而每一条路径对应一个状态序列。导入 2 个变量 δ、ψ,定义在时刻 t 状态为 i 的所有单个路径 $(i_1,i_2,\cdots,i_t)$ 中概率最大值为

$$\delta_t(i)=\max_{i_1,i_2,\cdots,i_{t-1}}P(i_t=i,i_{t-1},\cdots,i_1,o_t,\cdots,o_1\mid\lambda) \tag{13}$$

容易理解,式(13)的递推公式为

$$\delta_{t+1}(i)=\max_{i_1,i_2,\cdots,i_t}P(i_{t+1}=i,i_t,\cdots,i_1,o_{t+1},\cdots,o_1\mid\lambda)=\max_{1\leqslant j\leqslant N}[\delta_t(t)a_{ji}]b_i(o_{t+1}) \tag{14}$$

定义在时刻 t 状态为 i 的所有单个路径 $(i_1,i_2,\cdots,i_{t-1},i)$ 中概率最大的路径的第 $t-1$ 个结点为

$$\psi_t(i)=\arg\max_{1\leqslant j\leqslant N}[\delta_{t-1}(j)a_{ji}] \tag{15}$$

下面给出维特比算法计算步骤:

输入:模型的估计值 $\bar{\lambda}=(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{\pi})$ 和观测序列 $O=(o_1,o_2,\cdots,o_T)$

输出:最优状态序列 $I^*=(i_1^*,i_2^*,\cdots,i_T^*)$

步骤 1 初始化:$\delta_1(i)=\pi_i b_i(o_1)$,$\psi_1(i)=0$。

步骤 2 递推:对 $t=2,3,\cdots,T$

$$\delta_t(i)=\max_{1\leqslant j\leqslant N}[\delta_{t-1}(j)a_{ji}]b_i(o_t)$$

$$\psi_t(i)=\arg\max_{1\leqslant j\leqslant N}[\delta_{t-1}(j)a_{ji}]$$

步骤 3 终止:

$$P^*=\max_{1\leqslant i\leqslant N}\delta_T(i)$$

$$i_T^*=\arg\max_{1\leqslant i\leqslant N}[\delta_T(i)]$$

步骤 4 最优路径回溯:对 $t=T-1,T-2,\cdots,1$,$i_t^*=\psi_{t+1}(i_{t+1}^*)$,求得最优状态序列 $I^*=(i_1^*,i_2^*,\cdots,i_T^*)$。

3 决策点理论分析方法

通过第 2 节基于隐马尔可夫模型的空战流程分析,可以得到空战对抗过程中敌我双方的空战决策点(下文用红方表示我方,用蓝方表示敌方,双方战机性能相同)。在得到决策点后,需要采用合适的处理方法对数据进行处理,将实验数据转化为可视的研究结论。本文提出几种分析理论。需要说明的是,国内外对空战决策点的研究几乎为空白,本文仅仅根据决策点数据,提出了以下几种分析方法,缺乏理论上的支撑。

3.1 决策点包络分析理论

本文认为,决策点是飞行员在空战过程中,通过机动动作,将自身劣势转化为优势或者增强优势迫使敌方迅速陷入困境的一系列点。所以决策点理论上应该是一些态势的转折点,具有高能量优势或者高角度优势。图 3 给出 2 段空战过程的所有采样点的能量(描述能量优势)与 AGC(描述角度优势)的序列点图(命名为能量-角度序列图),其中红圈表示红方能量-角度序列点,蓝圈表示蓝方能量-角度序列点。需要说明的是,2 张图描述的空战过程中,红方均获得了胜利。图 3(a)描述红方利用“滚转剪刀”机动战术获得胜利(典型的能量机动),而右图描述红方利用“蛇形机动”战术获得了胜利(典型的角度机动)。从图 3 可以看出,图 3(b)描述的空战过程比图 3(a)的空战过程要更为剧烈一些。

图 3(a)表示的能量机动中,可以看出红方的能量相对于蓝方要多一些,通过一系列机动动作,成功地占据优势站位,从而击落蓝方。从图 3(b)可以看出,整体上红方大多数情况下拥有占位的优势,但是能量稍逊于蓝方,虽然蓝方有很多时刻具有绝对优势,但是红方通过“蛇形机动”将敌我态势互换,从而获取了胜利。图 3 是所有序列点的能量-角度序列图。图 4 给出这 2 段空战过程中关键决策点(红蓝双方对应时刻的所有决策点)的能量-角度序列图。

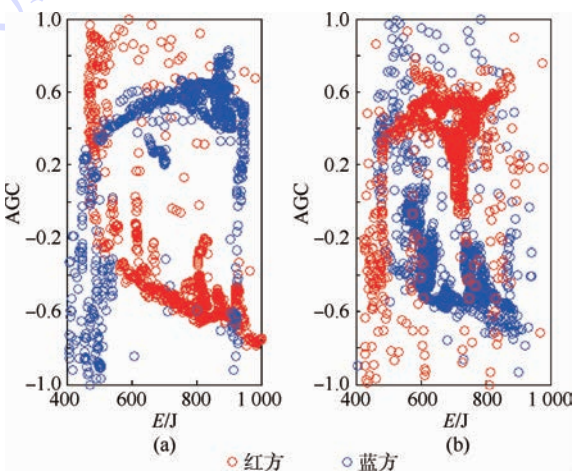


图 3 空战中能量-AGC 序列

Fig. 3 Energy-AGC sequence in air combat

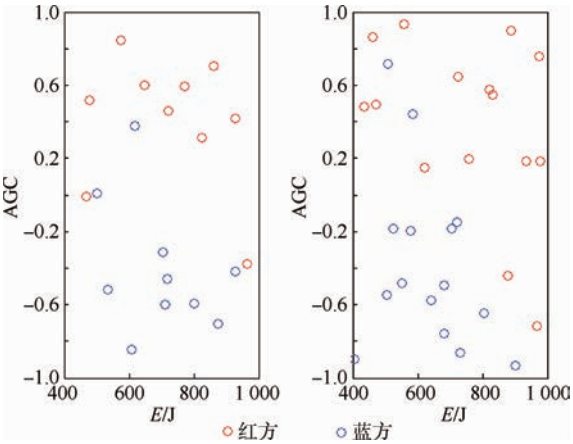


图 4　决策点的能量-AGC 序列

Fig. 4　Energy-AGC sequence for decision-making point

图 4 为 2 段空战过程决策点形成的能量-角度序列图，可以看出，虽然所有序列点得到的能量-角度序列图红蓝双方点虽然聚集为若干类，但是彼此之间互为包含。但是决策点形成的能量-角度序列图却明显呈现出红方在右上方包围蓝方的情况，形成了决策点包络。而红方在右上方，说明在这些决策点上，红方的能量与角度均占优势。本文提出这样一种观点，对于空战决策过程而言，如果某一方的空战决策点在能量-角度序列图上更具有能量优势和角度优势（即靠近图中右上角），则这一方更具备空战优势。并且，对于急速复杂的机动动作，其决策点的个数越多。

3.2　决策点包含能量理论

使用隐马尔可夫模型，不仅可以求出空战过程中的决策点，还可以求解出空战过程中的行动点。对于某一段空战过程而言，假设 t_A 时刻表示空战过程某个决策点，而 t_B 表示该决策点过程对应的行动点时刻（对于某个决策点而言，不一定存在对应的行动点，如果出现此种情况，取之后时刻速度变化超过一定程度的时刻为行动点时刻）。使用 $P=\left|\frac{1}{2}mv^2(t_B)-\frac{1}{2}mv^2(t_A)\right|\Big/|t_B-t_A|$ 表示此段时间内飞机动能的变化量，称之为决策点包含的能量。仍然分析上个仿真实验，给出 2 种机动动作下，红蓝双机的包含能量的变化过程，如图 5所示。

为了方便显示，本文对纵坐标加以压缩。通过图 5 可以发现，2 段空战过程中红方的决策点包含能量要远远高于蓝方的包含能量。这说明红方决策点在单位时间内将更多的能量转化为位置或者角度的优势。这也是红方可以取胜的关键因素。

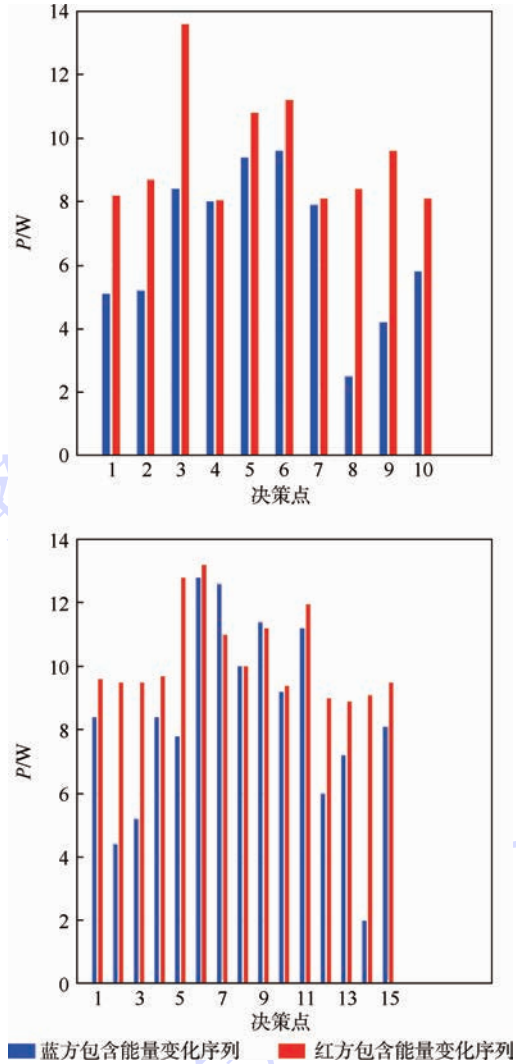


图 5　包含能量变化过程

Fig. 5　Changing process of inherent energy

4　实验仿真及分析

在仿真中，主要需要进行 2 个实验：①验证使用过载作为观测序列，构建隐马尔可夫模型可以准确判断出飞行员决策点这个方法的可行性；②使用隐马尔可夫模型分析飞行数据，讨论飞行员决策点对于空战结果的影响。

仿真实验 1　隐马尔可夫模型的可行性

这里给出一个近距空战中常见的前置追逐摆脱战术[21]。如图 6 所示，攻击机采用前置追逐机动攻击目标机，若攻击机处于武器射程之外时，目标机对前置追逐机动可以采用 2 种防御措施。假如目标机具备速度优势，目标机则可以采用实线所示轨迹，目标机转弯脱离攻击机以尽可能降低 AOT，然后利用速度优势，尽快增加与攻击机的距离。这时，目标机可以脱离战场，或者提供足够间距使之可以转向攻击机并与之迎头相遇，使攻击机的角度优势不复存在。若目标机速度较低，则

北航学报 赠阅

可以采用虚线所示轨迹,速度较低能够通过减少转弯半径来防止弧形轨迹带来的负面影响。且在AOT很大的情况下与攻击机相遇。不管目标机采取何种摆脱战术,此时2种方案的起始点就是所谓的飞行员“决策点”。在决策点之后,目标机就开始行动了,决策点之后就是所谓的飞行员“行动点”。

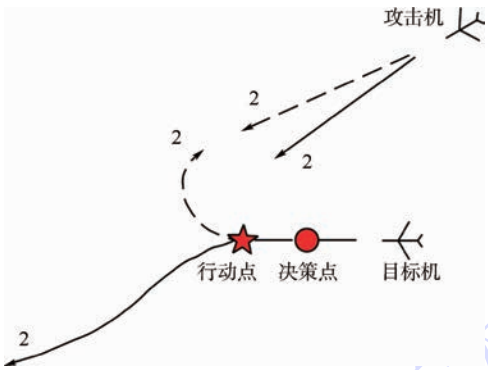


图6 典型的逃逸战术

Fig. 6 Typical escape tactical maneuver

现在主要观察前置追逐摆脱战术中目标机飞行轨迹的变化,文献[21]给出的2段数据作为样本数据。2段样本的攻击机与目标机均采用图6中虚线所示的飞行轨迹,采样点有24个,采样频率为1 Hz。建立隐马尔可夫模型,随机选择一段样本当作训练样本,使用Baum-Welch算法进行参数学习;另一段样本数据作为测试样本,使用维特比算法进行状态序列的预测。首先对训练样本使用Baum-Welch算法进行参数学习。对于过载的观测序列,小过载记为“1”,中过载记为“2”,大过载记为“3”。对于训练样本,$T=24$,观测序列为 $O=\{o_1,o_2,\cdots,o_T\}$。得到模型参数的估计值 $\hat{\lambda}=(\hat{\boldsymbol{A}},\hat{\boldsymbol{B}},\hat{\boldsymbol{\pi}})$ 之后,使用维特比算法对测试样本进行验证,得到目标机飞行员决策点,结果如表2所示。

表2 飞行员决策点

Table 2 Decision-making point of pilot

编号	目标机状态	编号	目标机状态
1	观察点	13	观察点
2	观察点	14	观察点
3	观察点	15	观察点
4	观察点	16	观察点
5	观察点	17	观察点
6	观察点	18	观察点
7	判断点	19	观察点
8	判断点	20	观察点
9	判断点	21	观察点
10	决策点	22	观察点
11	行动点	23	观察点
12	观察点	24	观察点

并在图7所示的目标机飞行轨迹图中标记出。

通过图7所示的目标机飞行轨迹图可以看出,目标机轨迹中红色圆点是目标机的决策点,而行动点使用红色五角星标记出来。实验结果与图6理论分析是一致的,说明了使用过载作为观测序列,构建隐马尔可夫模型可以准确判断出飞行员决策点方法的可行性。

这里给出一种典型的“预先转弯”典型机动动作。2架飞机以一定的横向间隔迎头相遇,在通过正前方之前,其中的一架飞机开始预先转弯以接近另外一架飞机,或者可以继续保持前进在进行转弯从而尾追敌方。这个圆形点就是“预先转弯”机动动作的决策点,而五角星表示此决策点对应的行动点,如图8所示。

同样采集若干样本点,使用建立隐马尔可夫模型,通过算法训练样本数据,最后得到最后的仿真结果,如图9所示。

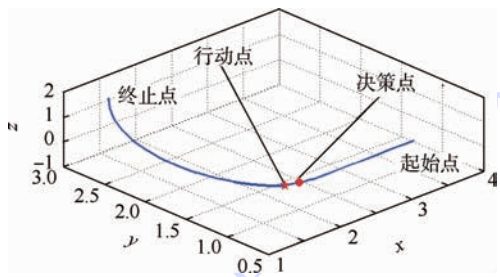


图7 目标机轨迹图

Fig. 7 Trochoid of target plane

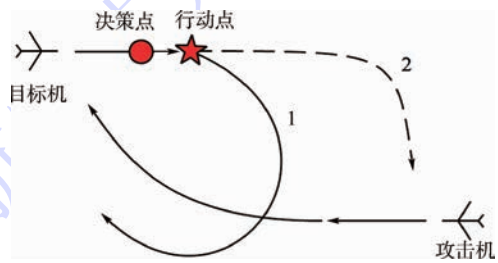


图8 预先转弯轨迹图

Fig. 8 Trochoid of pre turn

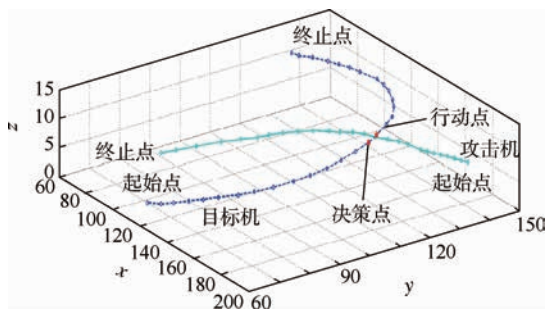


图9 典型预先转弯仿真图

Fig. 9 Simulation diagram of typical “pre turn”

从上面的仿真实验可以看出,使用本文建立的隐马尔可夫模型进行准确判断出飞行员决策点方法的可行性。

仿真实验 2　讨论决策点对空战结果的影响

仿真实验 2 使用文献[11]给出的实例。在这个实例中,文献从训练数据航向角、俯仰角、侧滚角、速度、高度和空战能量等物理量入手,使用模糊聚类的方法得到单属性决策点。然后通过构建条件属性相对重要度矩阵,构建模糊粗糙决策系统,最后得到决策关键点。图 10 为文献[11]使用模糊聚类方法得到的对抗双方的关键决策点集合,其中 K 表示起始时刻。在这个实例中,红蓝双方使用同种型号战斗机,但是蓝方一直被红方压制,并且蓝方的决策过程比较犹豫,所以红方一共攻击蓝方 2 次,但是蓝方几乎没有还手之力。

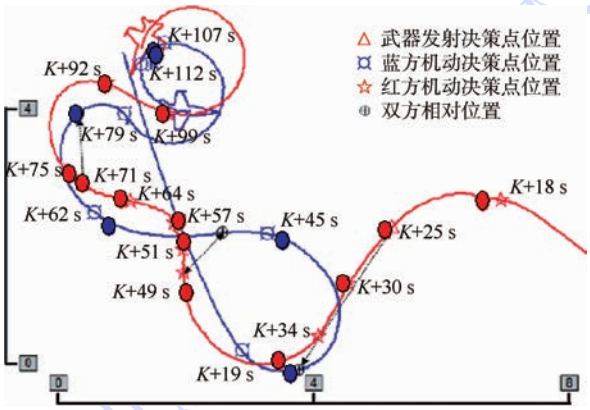


图 10　对抗双方的关键决策点集合[11]

Fig. 10　Key decision-making set of two sides[11]

事实上,如果将这个实例中对抗双方的能量优势、角度优势和武器发射优势当作输入变量,通过文献[11]提出的方法得到决策的关键点,与本文提出使用过载数据构建隐马尔可夫模型得到决策关键点进行比较,会对这个空战过程有更为深入的理解。

本文对文献[11]给出的实例进行复现,使用本文方法进行求解。表 3 和表 4 分别使用文献[11]给出方法和本文给出方法计算的红蓝双方关键决策点列表,计算出红方有决策关键点 12 个,蓝方有 6 个,这一点与文献得到的结果相同;并且 2 种方法得到的决策点出现的时间事实上相差不大,也间接验证了文献与本文给出方法求解决策点的合理性;但是原文献不能给出飞行员在飞行过程中 OODA 决策环中判断点的时间,使用本文方法可以求得这些判断点。本文求得这些判断点(相应决策点对应的判断点时间是指决策点之前判断点当中最早的一个判断点的时间),并且计算出双方飞行员从判断到决策所用的时间,具体结果见表 3 和表 4。

表 3　红方决策点集合

Table 3　Decision-making set of red side　s

编号	文献[11]给出的决策点时刻	使用隐马尔可夫模型得到的决策点时刻	对应的判断点时刻	判断过程所用的时间
1	$K+18$	$K+19$	$K+18$	1
2	$K+25$	$K+25$	$K+24$	1
3	$K+30$	$K+30$	$K+29$	1
4	$K+34$	$K+36$	$K+34$	2
5	$K+49$	$K+48$	$K+47$	1
6	$K+51$	$K+52$	$K+51$	1
7	$K+57$	$K+57$	$K+57$	0
8	$K+64$	$K+65$	$K+64$	1
9	$K+71$	$K+71$	$K+70$	1
10	$K+75$	$K+73$	$K+72$	1
11	$K+92$	$K+92$	$K+91$	1
12	$K+99$	$K+98$	$K+98$	0

表 4　蓝方决策点集合

Table 4　Decision-making set of blue side　s

编号	文献[11]给出的决策点时刻	使用隐马尔可夫模型得到的决策点时刻	对应的判断点时刻	判断过程所用的时间
1	$K+19$	$K+19$	$K+17$	2
2	$K+45$	$K+44$	$K+40$	4
3	$K+62$	$K+61$	$K+59$	2
4	$K+79$	$K+79$	$K+77$	2
5	$K+107$	$K+108$	$K+107$	1
6	$K+112$	$K+112$	$K+111$	1

从表 3 和表 4 可以得出如下结论:①从双方总体的决策过程来看,在双方武器装备处于同等条件下,决定空战结果的关键因素在于飞行员判断过程所用的时间。即当双方武器性能大体相同时,空战结果取决于 OODA 决策环的效率,如果某一方从判断到决策时间更短,哪一方就具有优势。红方从判断到决策平均所用时间约为 1 s(考虑到样本采样频率,实际时间比 1 s 要更少),而蓝方决策比较优柔寡断,从判断到决策平均用时超过 2 s),由于红方飞行员决策相当果断,所以红方飞行员期间一直阻止蓝方飞行员采取有效措施,使得蓝方飞行员在做无用功;②从蓝方飞行员决策过程来看,蓝方飞行员刚开始做出决策的时间与红方飞行员几乎是同时的($K+19$ s),甚至蓝方飞行员比红方飞行员更早的进行判断(蓝方 $K+17$ s,红方 $K+18$ s),但是从飞行数据上显示,红方飞行员并没有收到蓝方飞行员决策过程的影响,相反地,蓝方飞行员却受到红方飞行员的影响。在后期,蓝方飞行员的判断过程所用时间明显缩短,但这不是由于蓝方飞行员判断能力提高的结果,而是由于后期,蓝方飞行员被迫进行决策

北航学报 赠阅

的缘故。蓝方飞行员需要不断调整自身的状态，当蓝方正要做决策时，发现由于红方已经开始行动，空战态势又发生变化，蓝方又被迫进入观察判断阶段，这就导致蓝方陷入“OO”死循环，有意义的决策很少。这说明，作战双方如果有一方不跟对手的 OODA 环走，依旧我行我素，那么 OODA 环对对手是没有用的；③从整体来看，红方飞行员决策点数量明显多于蓝方飞行员，红方飞行员决策的效率也明显高于蓝方飞行员，红方飞行员一直积累这种优势，导致红方飞行员明显处于优势。这说明，提高飞行员决策能力是空战制胜的关键要素，如果飞行员决策能力偏弱，即使拥有足够的信息也不能快速做出决策，也就是说即便拥有信息优势，其 OODA 运行效率由于飞行员素质低下而仍然处于劣势，要赢取空战胜利就比较困难；反过来，如果飞行员决策能力强，即使信息不足，其 OODA 决策过程仍有可能处于优势，从而赢得胜利。

图 11 给出了空战过程中决策点的能量-AGC 序列图。

从图 11 可知，此次空战过程中，红方的决策点明显占据优势，增加了红方胜利的概率。图 12 给出两方的包含能量的变化过程。

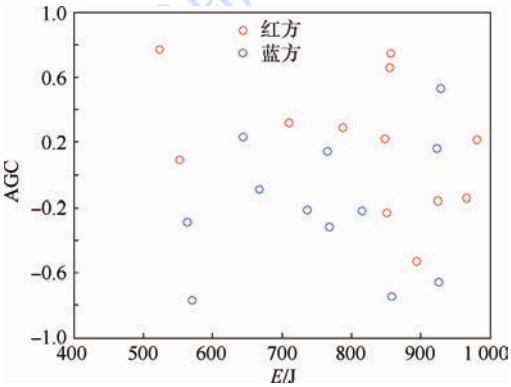


图 11 空战实例决策点的能量-AGC 序列

Fig. 11 Energy-AGC sequence for decision-making of two sides in air combat

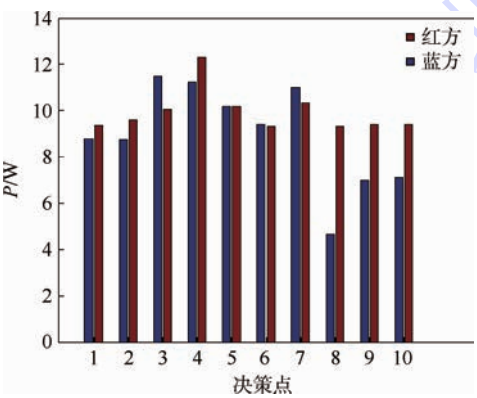


图 12 双方包含能量变化过程

Fig. 12 Changing process of inherent energy of two sides

通过分析红蓝双方的能量变化过程，可以看出前期红蓝双方的能量相差不大，但是后期红方的能量优势逐渐体现出来了，说明了红方使用能量机动战术的有效性。

5 结 论

1）本文从飞行员决策过程角度回答飞行员决策对于空战结果的影响，使用隐马尔可夫模型分析近距空战，使用维特比算法预测飞行员状态序列，得到飞行员在空战过程中的决策点。

2）通过实验分析，发现在双方武器装备处于同等条件下，决定空战结果的关键因素在于飞行员判断过程所用的时间。飞行员从判断到决策所用时间越少，飞行员优势越大。经验丰富的飞行员相较于新手而言，决策更为果断，所用时间更少，几乎是下意识就做出决定，所以经验丰富的飞行员在空战中更具有优势。

3）本文也发现，空战双方如果对手不跟我方的 OODA 环走，依旧我行我素，那么我方的 OODA 环对敌方的影响是有限的。

4）空战决策点理论作为一个新的空战理论，仍有许多研究空白：对于观测序列状态区间范围的选择仍然依靠人为经验给定。对于决策点分析方法仍然缺少理论支撑。战机飞行时数据量巨大，如何利用算法高效处理这些数据，仍然是个问题。这些将在下一步的研究工作中加以考虑。

参考文献（References）

[1] 傅莉，王晓光. 无人战机近距空战微分对策建模研究[J]. 兵工学报，2012，10(10)：1210-1216.
FU L，WANG X G. Research on close air combat modeling of differential games for unmanned combat air vehicles[J]. Acta Armamentarii，2012，10(10)：1210-1216(in Chinese).

[2] KRISHNA K K，KANESHIGE J. Artificial immune system approach for air combat maneuvering[C]// Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering. Bellingham：SPIE，2007：274-299.

[3] ROGER W S，ALAN E B. Neural network models of air combat maneuvering[D]. Las Cruces：New Mexico State University，1992：125-131..

[4] 张立鹏，魏瑞轩，李霞. 无人作战战斗机空战自主战术决策方法研究[J]. 电光与控制，2012，19(2)：92-96.
ZHANG L P，WEI R X，LI X. Autonomous tactical decision-making of UCAVs in air combat[J]. Electronics Optics & Control，2012，19(2)：92-96(in Chinese).

[5] NUSYIRWAN I F，BIL C. Factorial analysis of a real time optimization for pursuit-evasion problem[C]// Proceedings of the 46th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit. Reston：AIAA，2008：195-198.

[6] 杨俊,谢寿生. 基于模糊支持向量机的飞机动作识别[J]. 航空学报,2005,26(6):738-742.
YANG J,XIE S S. Fuzzy support vector machines based recognition for aeroplane flight action[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2005,26(6):738-742(in Chinese).

[7] KAI V,JANNE K,TUOMAS R. Modeling air combat by a moving horizon influence diagram game[J]. Journal of Guidance, Control,and Dynamics,2006,29(5):1080-1091.

[8] 钟友武,柳嘉润,申功璋. 自主近距空战中敌机的战术动作识别方法[J]. 北京航空航天大学学报,2007,33(9):1056-1059.
ZHONG Y W,LIU J R,SHEN G Z. Recognition method for tactical maneuver of target in autonomous close-in air combat[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2007,33(9):1056-1059(in Chinese).

[9] 张涛,于雷,周中良,等. 基于混合算法的空战机动决策[J]. 系统工程与电子技术,2013,35(7):1445-1450.
ZHANG T,YU L,ZHOU Z L,et al. Decision-making for air combat maneuvering based on hybrid algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics,2013,35(7):1445-1450(in Chinese).

[10] 刘波,覃征,邵利平,等. 基于群集智能的协同多目标攻击空战决策[J]. 航空学报,2009,30(9):1727-1739.
LIU B,QIN Z,SHAO L P,et al. Air combat decision making for coordinated multiple target attack using collective intelligence[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2009,30(9):1727-1739(in Chinese).

[11] 左家亮,杨任农,张滢. 基于模糊聚类的近距空战决策过程重构与评估[J]. 航空学报,2015,36(5):1650-1660.
ZUO J L,YANG R N,ZHANG Y,et al. Reconstruction and evaluation of close air combat decision-making process based on fuzzy clustering[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2015,36(5):1650-1660(in Chinese).

[12] VEERASAMY N. A high-level mapping of cyberter-rorism to the OODA loop[C]// Proceedings of 5th European Conference on Information Management and Evaluation. Red Hook,NY: Curren Associates Inc.,2011:352-360.

[13] 黄建明,高大鹏. 基于 OODA 环的作战对抗系统动力学模型[J]. 系统仿真学报,2012,24(3):561-574.
HUANG J M,GAO D P. Combat systems dynamics model with OODA loop[J]. Journal of System Simulation,2012,24(3):561-574(in Chinese).

[14] RABINER L,JUANG B. An introduction to hidden Markov models[J]. IEEE ASSP Magazine,1986,28(7):6-10.

[15] RABINER L. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition[J]. Proceedings of the IEEE,1989,77(2):257-286.

[16] BAUM L,PETRIE T,SOULES G,et al. A maximization technique occurring in the statistical analysis of probabilistic functions of Markov chains[J]. Annals of Mathematical Statistics,1970,41(3):164-171.

[17] BILIMES J A. A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter estimation for Gaussian mixture and hidden Markov models[EB/OL]. (1997-06-15)[2016-03-21]. http://ssli.ee.washington.edu/~bilmes/mypubs/bilmes1997-em.pdf.

[18] LARI K,YOUNG S J. Applications of stochastic context-free grammars using the inside-outside algorithm[J]. Computer Speech & Language,1991,5(3):237-257.

[19] GHAHRAMANI Z. Learning dynamic Bayesian networks[J]. Lecture Notes in Computer Science,1997,45(2):168-197.

[20] RADFORO N,GEOFFREY H,JORDAN M. A view of the EM algorithm that justifies incremental,sparse,and other variants[M]// JORDAN M I. Learning in graphical models. Cambridge,MA:MIT Press,1999:355-368.

[21] ROBERT S. Fighter combat:Tactics and maneuvering[M]. Annapolis,MD:Naval Institute Press,1985:84-86.

作者简介:

冯超　男,硕士研究生。主要研究方向:航空兵任务规划与训练效能评估。

景小宁　女,博士,副教授。主要研究方向:航空兵任务规划。

李秋妮　女,硕士,讲师。主要研究方向:智能算法、博弈决策与协同控制。

姚鹏　男,硕士研究生。主要研究方向:航空兵任务规划。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Theoretical research of decision-making point in air combat based on hidden Markov model

FENG Chao, JING Xiaoning*, LI Qiuni, YAO Peng

(College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: From geometric air combat to energy air combat, till angle air combat theory, the process of air combat is analyzed more from the fighter performance point of view, the effect of the operational pilot in decision-making is neglected. This paper analyzes the variation characteristics of observation data in air combat, and an analysis method for close-range air combat process based on hidden Markov model is proposed. Viterbi algorithm is used to judge the pilot state sequence in air combat, and then the decision-making point is acquired in theory. Through theoretical analysis, the decision-making point in air combat is proposed to judge the pilot's flight quality. Through simulation, the feasibility of discussion of close-range air combat based on Markov model is verified, and when the pilot's decision-making point is in the tendency of surrounding, the pilot has a higher probability of winning.

Keywords: evaluation of close-range air combat; OODA loop; hidden Markov model; Viterbi algorithm; dynamic programming

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-21; **Accepted**: 2016-09-09; **Published online**: 2016-11-18 09:07

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161118.0907.001.html

Foundation items: National Science Fund for Distinguished Young Scholars (71501184); Aeronautical Science Foundation of China (20155196022)

* **Corresponding author**. E-mail: 1216682261@qq.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0163

基于 FMECA 信息的测试性验证试验样本分配方法

陈然[1,2], 连光耀[1,2,*], 黄考利[2], 闫鹏程[2], 耿梦雪[2], 王凯[2]

(1. 军械工程学院 导弹工程系, 石家庄 050000; 2. 军械技术研究所, 石家庄 050003)

摘 要: 针对目前国内外测试性验证试验中普遍采用的基于故障率的分层抽样方法考虑因素单一,可能导致样本分配不尽合理,而现有考虑多因素的样本分配方法代表性不足,难以实现工程上的应用的问题,对影响样本分配的因素与故障模式影响及危害性分析(FMECA)信息的关系进行了详细分析,提出了基于 FMECA 信息的样本分配方法。首先定义了单元影响系数和影响因子向量,提出了向量各元素赋值规则,解决了影响因素选取的问题;其次通过基于逼近理想解排序法(TOPSIS)优化的层次分析法确定了权值矩阵,实现了样本分配。最后通过实例验证表明该方法考虑因素全面,运用灵活,更具代表性和工程应用价值。

关 键 词: 测试性验证试验; 故障模式影响及危害性分析(FMECA); 样本分配; 影响因素; 逼近理想解排序法(TOPSIS); 层次分析法

中图分类号: TP302.8; V212.4

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2017)03-0627-09

基于故障注入的测试性验证试验是国内外普遍采用的考核产品测试性水平的方式[1-3]。在确定试验样本量后,从故障模式集中将一定数量的样本选取并分配到产品的各个组成单元是试验的一项关键技术[4-6]。目前国内外普遍采用基于产品的结构层次和故障率的分层抽样方法实施的样本分配,该方法能够有效反映受试对象的故障情况[2-3]。但在大量实践中存在故障率数据不准确导致的测试性指标评估误差较大的问题,为此李天梅等[7-8]提出了基于故障扩散强度的样本选取方法和改进的基于故障率的故障样本分配方案,赵建扬等[9]提出了基于危害度相对比值的样本分配方案。这些方法某种程度上优化了样本集,但考虑因素单一,忽略了其他影响因素,仍可能导致样本分配不尽合理的问题。提出一种综合考虑多因素的样本方法是亟待解决的问题。

目前已有研究人员对考虑多因素的样本分配方法展开了研究,这些研究在考虑多因素时均运用了加权的思想,有效改善了样本结构,提高了指标估计的准确性。比如何洋等[10]考虑了故障模式数、故障率、故障扩散强度总和与危害度,提出了基于多因子的分配方案;张西山等[11]在提出的综合加权分配方法中统筹了故障率、故障影响、平均故障修复时间(MTTR)和测试费用的影响。邓露等[12]定义了故障属性的概念,在故障属性中考虑了故障率、危害度、严酷度、扩散度和检测难度 5 个因素;余思奇等[13]根据故障率、危害度、检测隔离时间、维修性和测试研发代价 5 个因素构建了可更换单元贡献度层次模型,提出了基于贡献度的样本分配方案。但由于受试对象的差别和试验阶段的局限,这些方案在考虑的因素方面存在明显差异,没有形成更具普适性的分配方法,使得考虑多因素的样本分配方法难以实现工程上的应用。

收稿日期: 2016-03-04; **录用日期**: 2016-07-01; **网络出版时间**: 2016-08-22 14:30
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160822.1430.001.html
基金项目: 国防预研项目 (51327030104)
* **通讯作者**: E-mail: ddgcx@163.com

引用格式: 陈然, 连光耀, 黄考利, 等. 基于 FMECA 信息的测试性验证试验样本分配方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 627-635. CHEN R, LIAN G Y, HUANG K L, et al. Samples allocation method based on FMECA information for testability verification test[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 627-635 (in Chinese).

北航学报 赠阅

故障模式影响及危害性分析(Failure Mode Effect and Critically Analysis,FMECA)也是测试性验证试验的关键技术之一,旨在鉴别出产品一切有可能发生的故障模式,并将这些故障模式作为试验的备选样本[1-2,14]。FMECA 中的信息包含样本分配需要考虑的因素,且不同形式的 FMECA 能够体现受试对象和试验阶段的区别[15-17]。这方面常春贺等[18]提出了利用研制信息的测试性验证试验方案,但还没给出样本分配方案。本文将充分分析影响样本分配的 FMECA 信息,在此基础上提出基于 FMECA 信息的样本分配方法,并通过实例验证,与基于故障率的分层抽样以及现有的考虑多因素的分配方法进行对比分析,检验该方法的效果。

1 基于 FMECA 信息的样本分配基本原理

1.1 影响样本分配的 FMECA 信息分析

FMECA 是分析系统中每个产品所有可能发生的故障模式及其所有可能造成的影响,并按照每个故障模式的严重程度、检测难易和发生度分类的归纳分析法。根据 FMECA 可以寻找分析对象的薄弱环节,鉴别典型的故障模式、故障原因,分析每个可能的故障模式产生的影响及其检测方法和补偿措施,对系统中每一产品按照故障发生概率和严重程度进行评估[14]。FMECA 详细的分析内容及结构层次如表1所示;面向不同类型的产品及寿命周期中不同阶段的 FMECA 方式略有不同,如表 2 所示。

由表 1 和表 2 可知,目前基于多因子的样本分配方法研究中所考虑的影响因素几乎都可以通过 FMECA 的信息得到,但面对不同的试验对象,处在不同的寿命周期阶段进行的测试性验证试验所考虑的影响因素的选取受试验对象性质、所处寿命周期阶段验证目的的约束。因此,FMECA 可以为样本分配工作提供相当充分的信息,考虑多因子的样本分配的关键在于如何科学的选取影响因素以及融合各个因素对样本集和评估结果有作用的信息。需要指出的是,工程上进行 FMECA 时,分析内容应避免不必要的重复,比如:采用检测/隔离时间表征的检测难度与采用 MTTR 表征的维修性存在重复,且检测隔离时间在研制阶段难以通过仿真得到,因此往往只对维修性即 MTTR进行分析。

表 1 FMECA 详细分析内容和层次

Table 1 Detailed analysis content and level of FMECA

分析项目	分析层次	样本分配影响因素
故障模式分析	故障模式	故障模式数
故障原因分析	故障模式	
故障影响分析	故障模式	故障扩散度,严酷度,故障影响
危害性分析	故障模式,产品或功能标志	故障率,危害度,风险优先数
检测方法分析	故障模式	检测难度,检测隔离时间,维修性,测试费用
补偿措施分析	故障模式	测试研发代价

表 2 面向不同阶段不同产品的 FMECA 方式

Table 2 FMECA approach for different products and different stages

方式	功能 FMECA	硬件 FMECA	软件 FMECA	损坏模式及影响分析 DMEA	过程 FMECA	样本分配影响因素
产品	方案中的产品	图纸及实装	嵌入式软件	发生战损的武器装备	过程中的设备	根据产品性质和试验所处的阶段确定
方案阶段	√					故障模式数,故障率,故障影响,风险优先数
研制阶段	√	√	√	√	√	故障模式数,故障率,故障影响,危害度,检测难度,维修性
生产阶段					√	故障模式数,故障率,故障影响,危害度,检测难度
使用阶段		√	√	√	√	故障率,故障影响,危害度,检测难度,维修性,费用

1.2 基于 FMECA 信息的样本分配方法

根据统计试验理论,对总体指标估计值总体影响更大的单元应当分配到更多样本。对每个单元而言,有多个影响其本身和总体测试性指标的因素。对于不同的试验对象以及试验所处的不同寿命阶段,第 1.1 节的影响因素也略有不同。

定义 1 单元影响系数 $L_i(i=1,2,\cdots,N)$ 表示单元 i 对总体测试性指标的影响大小。按照分层抽样的理论[2],各单元分配的样本数量如式(1)所示:

$$n_i = n\xi_i \qquad \xi_i = \frac{Q_i T_i L_i}{\sum_{i=1}^{N} Q_i T_i L_i} \tag{1}$$

式中:n 为总体样本量;n_i 为单元 i 应分配到的样本量;ξ_i 为单元 i 分配样本的相对权重;Q_i 和 T_i 分别为第 i 个单元的数量和工作时间系数。单元影响系数 L_i 的值受多个影响因素影响,每个影响因子对 L_i 的影响程度不同,因此需要对影响因素

及其权值进行进一步定义。

定义 2　单元影响因子向量 $\boldsymbol{l}_i=(l_{i,1},l_{i,2},\cdots,l_{i,m})$（$i=1,2,\cdots,N$）表示单元 i 中第 $1\sim m$ 个影响因素构成的线性空间中的一个向量。

定义 3　权值向量 $\boldsymbol{W}$，表示向量 $\boldsymbol{l}_i$ 中各元素的影响因素权值。由此可以得到单元影响系数的计算表达式：

$$L_i=|\boldsymbol{l}_i\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}|\qquad i=1,2,\cdots,N \tag{2}$$

上述定义中的各影响因素可从 FMECA 信息中得到，并依据 FMECA 的内容进行无量纲化量化，以便进行样本分配计算。基于 FMECA 的样本分配方法如图 1 所示。

图 1 中，基于 FMECA 信息的样本分配方法的具体实现步骤如下。

步骤 1　依照 FMECA 信息得到影响因素，并根据不同的受试对象以及试验所处的不同寿命阶段对单元影响因子向量进行赋值。

步骤 2　依据 FMECA 提供的影响因素，运用多属性决策问题的方法计算权值向量。

步骤 3　按照式(2)计算单元影响系数。

步骤 4　按照分层抽样理论，根据式(1)实现样本分配。

实现该方法的重点在于确定单元影响因子向量和权值向量。

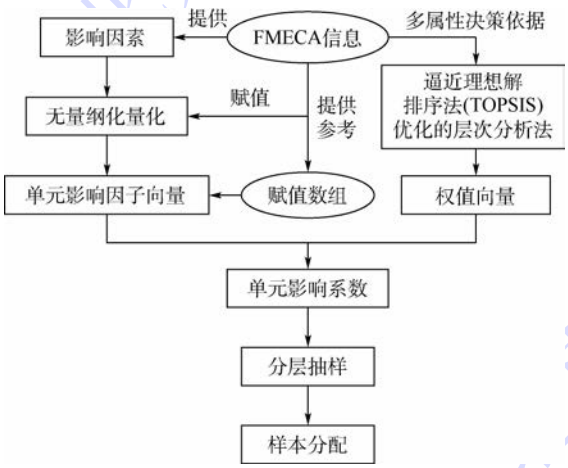


图 1　基于 FMECA 的样本分配方法

Fig. 1　Sample allocation method based on FMECA

2　单元影响因子向量的确定

2.1　单元影响因子向量中各元素的确定

单元影响因子向量中各元素表征影响样本分配结果的各个影响因素，它们的信息由 FMECA 提供。首先，应当对各个影响因素之间统一量纲，即进行无量纲化处理。下面以一些典型的影响因素为例进行说明。

1）故障率。故障率与分配的样本数量成正比，其值一般可通过查阅相关资料获得。用于表征故障率的元素确定如式(3)所示：

$$l_{\lambda,i}=\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{N}\lambda_i} \tag{3}$$

式中：λ_i 为单元 i 的故障率。在产品研制早期缺乏相关资料难以获得 λ_i 时，可通过先验信息以及对故障率规律的认识进行准确推断[17]。对于寿命服从指数分布的产品，可取 Gamma 分布作为其验前分布，故障率的推断可参考文献[11]中的方法。

2）故障影响。故障影响越大的单元应当分配到更多的样本，但作为一个定性指标，需要通过严酷度或者故障扩散强度等指标定量化表达。用于表征故障影响的元素确定如式(4)所示：

$$l_{E,i}=\frac{E_i}{\sum_{i=1}^{N}E_i} \tag{4}$$

式中：E_i 为第 i 个单元所有故障模式的故障影响指标之和。采用严酷度表征故障影响时，为避免严酷度分析的主观性和不确定性，可采用模糊语言辅助判定。在影响严酷度等级划分的基础上，参照风险分析中影响严重度等级（Effect Severity Ranking，ESR）评分准则，对每个等级定义其梯形模糊数，如表 3 所示。对于每个故障模式的严酷度均有其对应的梯形隶属度函数 $f(f_1,f_2,f_3,f_4)$，如图 2 所示。

赋值之后，隶属度函数 $f(f_1,f_2,f_3,f_4)$ 的去模糊值如式(5)所示：

表 3　严酷度等级及其梯形模糊数

Table 3　Severity level and its trapezoidal fuzzy numbers

严酷度等级	故障影响	ESR 评分	梯形模糊数
Ⅳ级（轻度的）	不会造成人员伤害，轻度经济损失或产品损坏，致非计划性维修	1,2,3	(0,0.15,0.25,0.40)
Ⅲ级（中度的）	造成人员中度伤害，中度经济损失，产品中度损坏	4,5,6	(0.30,0.45,0.55,0.70)
Ⅱ级（致命的）	造成人员严重伤害，严重经济损失，产品严重损坏	7,8	(0.60,0.70,0.80,0.90)
Ⅰ级（灾难的）	造成人员伤亡，产品毁坏，重大经济损失	9,10	(0.85,0.90,1,1)

北航学报 赠阅

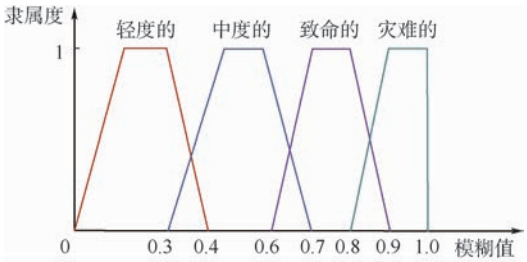


图 2 严酷度隶属度函数

Fig. 2 Membership function of severe degree

$$f=\frac{\sum_{i=1}^{4} f_i}{4} \tag{5}$$

采用故障扩散度表征故障影响时，其值 I_F 可按照文献[8]中计算，并按式(4)无量纲化处理[7]。

3）费用因素。依据表 1，费用因素主要包括测试、维修方面的测试资源费用、人工费用，以及测试研发代价等，它们的关系是相加的。费用因素一般与应分配的样本量成反比，用于表征费用因素的元素确定如式(6)所示：

$$\begin{cases} l_{C,i}=\dfrac{C_i^{-1}}{\sum_i C_i^{-1}} \\ C_i=\sum_{k=1}^{K} C_{i,k} \end{cases} \tag{6}$$

式中：C_i 为单元 i 的各类费用因素之和。

4）时间因素。包括检测、隔离以及维修所用的时间，反映了测试性、维修性的设计要求，与应分配的样本量之间也是反比的关系。表征时间因素的元素确定如式(7)所示：

$$l_{T,i}=\frac{T_i^{-1}}{\sum_i T_i^{-1}} \tag{7}$$

式中：T_i 为单元 i 的时间因素。

5）危害度与风险优先数。危害度与风险优先数都是用于表征危害性的指标，它们应用的对象略有不同[14,16]。风险优先数的计算如式(8)所示[1]：

$$\mathrm{RPN}=\mathrm{ESR}\times\mathrm{OPR}\times\mathrm{DDR} \tag{8}$$

式中：RPN 表示风险优先数；ESR 表示故障模式严酷度等级；OPR 表示故障模式发生概率等级；DDR 表示故障模式被检测难度等级。故障模式危害度的计算如式(9)所示[1]：

$$C_{\mathrm{m}}=\alpha\beta\lambda t \tag{9}$$

式中：α 为故障模式频数比，表示该故障模式发生次数与产品所有可能故障模式数的比率；β 为故障模式影响概率，表示故障模式导致“初始约定层次”出现某严酷度等级的条件概率[1]；λ 为故障率；t 为工作时间。这 2 个指标均考虑了多种因素，且与分配的样本量成正比。表征危害性的元素确定如式(10)所示：

$$l_{C_{r,i}}=\frac{C_{r,i}}{\sum_i C_{r,i}} \tag{10}$$

式中：$C_{r,i}$ 为单元 i 的危害性指标之和。

6）其他因素。与样本量成正比关系的可参照式(3)、式(4)和式(10)，成反比的可参照式(6)和式(7)计算。

2.2 基于试验信息的元素初始赋值

2.1 节单元影响因子向量中的一些元素之间考虑的因素存在冗余和重复等问题。基于不同试验对象和所处的时机，这些元素无须全部考虑。基于此，提出一套基于试验信息的单元影响因子向量元素赋值方法。

首先，根据受试对象和时机，参考表 2，选出需考虑的元素按第 2.1 节中的方法处理。假设有 m 个元素。定义 $\boldsymbol{L}_m$ 为影响因子空间，该空间是 m 维线性空间，向量组 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\cdots,\boldsymbol{e}_m$ 是该空间的自然基，每个基向量对应相应的影响因素。进而，对这些无量纲化的各元素顺序排列，可以得到数组 $l_{i,1},l_{i,2},\cdots,l_{i,m}$，即自然基下的坐标。定义 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 为赋值数组，数组中的元素对应着相应的影响因素，服从以下规则。

规则 1 存在重复和冗余的每 2 个指标对应的元素之间有一个须赋值为 0。

规则 2 已考虑了多个因素的指标对应的数组中的元素优先赋值为 0。

规则 3 所有未赋值为 0 的数组中的元素赋值为 1。

按照式(11)可计算出单元影响因子向量 $\boldsymbol{l}_i$：

$$\boldsymbol{l}_i=\boldsymbol{e}_1 l_{i,1}x_{i,1}+\boldsymbol{e}_2 l_{i,2}x_{i,2}+\cdots+\boldsymbol{e}_m l_{i,m}x_{i,m} \tag{11}$$

得到后还需要求解权值向量才能实现分配方法。

3 权值向量的确定

3.1 基于 TOPSIS 优化的层次分析法

权值向量的确定属于多目标决策问题。目前处理该问题的方法主要是结合了 Delphi 法的质量功能展开(Quality Function Deployment，QFD)、层次分析法(Analytic Hierarchy Process，AHP)以及 TOPSIS 等。但 QFD 在各种指标排序上存在很大主观性，AHP 在利用专家系统构建判断矩阵时也存在一定主观性，且一致性尚有争议。而 TOPSIS 主要针对排序问题而不是计算权值[17,19-20]。

北航学报 赠阅

基于上述原因，首先对各个因素的重要性进行专家打分；进而采用 TOPSIS 对这些因素进行量化排序，以弱化专家打分的主观性；最后可基于 AHP 建立评判矩阵，根据排序信息进行重要性等级赋值，最终得到权值向量。

3.2　基于 TOPSIS 的影响因素量化排序

TOPSIS 以构造的理想解 $F(x)^*$ 和负理想解 $F(x)^-$ 为基准，以目标与理想解的距离 S^* 以及与负理想解的距离 S^- 之间的距离作为排序的判断依据 C^*。C^* 的计算如式(12)所示：

$$C^* = \frac{S^-}{S^- + S^*} \tag{12}$$

假设有 k 名专家对各影响因素进行了打分，影响因素有 m 个，打分形式如表 4 所示。

表 4　影响因素及其打分量化

Table 4　Influence factor and its quantitative scoring

影响因素	专家顺序				总分
	1	2	…	k	
1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1k}	A_1
2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2k}	A_2
⋮	⋮	⋮	…	⋮	⋮
m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mk}	A_m

假设采用 x_M 分制，认为重要性最高为 x_M 分，最低为 x_0 分。按照 Minkowski 距离法[21]，S^* 与 S^- 的计算如式(13)和式(14)所示。

$$S^* = |F(x) - F(x_M)| = \left[\sum_i (F(x_{i,j}) - F(x_M))^\rho\right]^{\frac{1}{\rho}} \quad x_{i,j} = a_{ij} \tag{13}$$

$$S^- = |F(x) - F(x_0)| = \left[\sum_i (F(x_{i,j}) - F(x_0))^\rho\right]^{\frac{1}{\rho}} \quad x_{i,j} = a_{ij} \tag{14}$$

式中：ρ 为一个变参数。

排序依据 C^* 值从大到小依次排列。

3.3　基于层次分析法的权重向量计算

建立如式(15)所示的判断矩阵：

$$\boldsymbol{D}_{i,j(m\times m)} = \begin{bmatrix} d_{1,1} & \cdots & d_{1,m} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{m,1} & \cdots & d_{m,m} \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中：d_{ij} 表示元素 i 比 j 的重要程度，显然有 $d_{ij} > 0$，$d_{ii} = 1$，$d_{ij} = 1/d_{ji}$。

利用专家系统并根据 3.2 节中的排序结果对式(15)中的元素进行重要性等级赋值，赋值规则如表 5 所示。

表 5　元素两两比较的重要性及其赋值

Table 5　Importance of elements pairwise comparison and their assignment

序号	重要性等级	赋值
1	i 比 j 极端不重要	1/9
2	i 比 j 强烈不重要	1/7
3	i 比 j 明显不重要	1/5
4	i 比 j 稍微不重要	1/3
5	i 与 j 同等重要	1
6	i 比 j 稍微重要	3
7	i 比 j 明显重要	5
8	i 比 j 强烈重要	7
9	i 比 j 极端重要	9

得到评判矩阵后首先对其正规化，如式(16)所示，权值向量中的每个元素按式(17)计算：

$$\delta_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} d_{ij}^2} \qquad i,j = 1,2,\cdots,m \tag{16}$$

$$\omega_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} \delta_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \delta_{ij}} \qquad i,j = 1,2,\cdots,m \tag{17}$$

最终得到权值向量 $\boldsymbol{W} = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_m)$。

3.4　一致性检验

为检验判断矩阵的构造合理性，可引入一致性比率 CR 进行一致性检验，如式(18)所示：

$$\mathrm{CR} = \frac{\mathrm{CI}}{\mathrm{RI}} = \frac{\lambda_{\max} - n}{\mathrm{RI}(n-1)} \tag{18}$$

式中：$\lambda_{\max}$ 为判断矩阵最大特征根；CI 为一致性指数；RI 为随机一致性指标均值，其值与判断矩阵阶数有关，如表 6 所示。当 CR < 0.1 时，认为判断矩阵具有一致性，否则还需返回调整直到满足该条件[22]。

表 6　RI 取值

Table 6　Value of RI

阶数	4	5	6	7	8	9
RI	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

4　实例验证

4.1　受试对象基本情况

模块 A 是一个处在研制阶段的外场可更换模块。模块 A 作为一个控制执行系统的核心，用以实现与上级计算机的数据传递、与下级计算机之间的信息交换，完成整个控制执行过程的逻辑关系处理、状态控制和检测，如图 3 所示。其中电源支持单元将输入的大电压直流电源转换为各功能单元工作所需的 +5、+12 和 −12 V 电源；处理单元有一处理器，可实现数据、逻辑关系处理和状

北航学报 赠阅

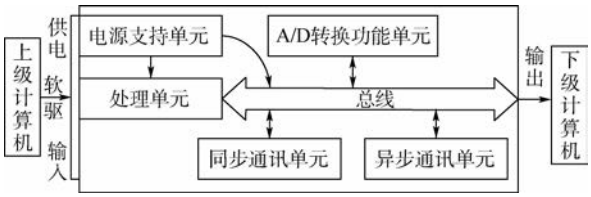


图 3 模块 A 的功能框图

Fig. 3 Function block diagram of module A

态控制;A/D 转换功能单元、异步通讯单元和同步通讯单元为模块支持单元,对处理器和机内测试(BIT)电路的工作提供支持与实现作用。

4.2 基于 FMECA 信息的样本分配

在面向模块 A 的测试性验证试验中,采用文中提出的基于 FMECA 信息的样本分配方法。首先,进行该寿命阶段的FMECA,以模块A的A/D转换功能单元为例,该单元的研制阶段的硬件FMECA 内容如表 7 所示。

进而可知模块 A 中各个单元故障情况以及可能影响样本分配的影响因素,如表 8 所示。

再以 A/D 转换单元为例,按照第 3 节方法得到的单元影响因子向量如及对应的影响因素,如表 9 所示。

接下来,依据第 3.2 节和第 3.3 节方法得到的权值向量及对应影响因素,如表 10 所示。

得到各单元影响因子向量和权值向量之后,可按式(2)计算各单元影响系数;得到各单元影响系数后,按式(1)进行样本分配;为保证充分性,样本不足整数的取大于分配值的最小整数[2-4]。最后,可以实现基于 FMECA 信息的故障样本分配。

表 7 模块 A 的 A/D 转换功能单元 FMECA 主要内容

Table 7 Main content of FMECA for A/D conversion function unit of module A

产品或功能标志	功能	故障模式	故障原因	故障影响	严酷度等级	故障率	故障模式频数比	MTTR	RPN
A/D 转换功能单元	实现对执行系统中设备控制线的电源检测	译码控制芯片 EPM7128STI 损坏	过流或过压	不能正确实现译码控制功能	Ⅳ	0.12	12	15	18
		A/D 转换芯片 AD674 损坏	过流或过压	不能进行模拟电压到数字电压的转换	Ⅳ	0.12	30	15	15
		D/A 转换芯片 AD667 损坏	过流或过压	不能进行数字电压到模拟电压的转换	Ⅳ	0.12	30	15	15
		隔离放大器芯片 AD203SN 损坏	过流或过压	不能将输入电压隔离放大	Ⅳ	0.12	13	15	21
		模拟开关芯片 MAX4588 损坏	过流或过压	不能完成对输入通道进行多路切换输入	Ⅳ	0.12	20	15	6

表 8 模块 A 各功能单元及影响因素

Table 8 Function units and influence factors of module A

功能单元	故障模式数	严酷度评分之和	故障率	MTTR	RPN 之和
电源支持单元	9	5	0.19	25	189
处理单元	5	4	0.12	20	144
A/D 转换单元	5	2	0.12	15	85
异步通讯单元	9	5	0.18	15	178
同步通讯单元	5	3	0.15	15	121

表 9 A/D 转换功能单元影响因子向量

Table 9 Influence factor vector of A/D conversion function unit

影响因素	故障率	严酷度	MTTR	危害性
对应元素	$l_{3,1}=0.105$	$l_{3,2}=0.158$	$l_{3,3}=0.230$	$l_{3,4}=0.119$
赋值数组	1	1	1	0
单元影响因子向量	$\boldsymbol{l}_3=(0.105,0.158,0.230,0)$			

表 10 权值向量

Table 10 Weight vector

影响因素	故障率	严酷度	MTTR	危害性
权重元素	$\omega_1=0.32$	$\omega_2=0.18$	$\omega_3=0.12$	$\omega_4=0.38$
权值向量	$\boldsymbol{W}=(0.32,0.18,0.12,0.38)$			

4.3 与基于故障率的样本分配方法对比

将本文提出的样本分配方法与现有分配方法进行对比。利用文献[2]中基于故障率的样本分配方法对模块 A 进行样本分配,如式(19)所示[2]:

$$n_i = nC_{pi} \qquad C_{pi} = \frac{Q_i\lambda_i T_i}{\sum_{i=1}^{N} Q_i\lambda_i T_i} \tag{19}$$

基于上述 2 种方法的样本分配及测试性评估结果对比如表 11 所示。

表 11 样本分配及测试性评估结果对比

Table 11 Results comparison of samples allocation and testability evaluation

功能单元	故障率	单元影响系数	基于故障率的分配结果	基于 FMECA 信息的分配结果
电源支持单元	0.19	0.145	11(0,4)	10(0,4)
处理单元	0.12	0.116	7(6,6)	8(7,7)
A/D 转换单元	0.12	0.090	7(0,2)	6(0,2)
异步通讯单元	0.18	0.154	10(2,2)	11(3,3)
同步通讯单元	0.15	0.114	9(0,2)	8(0,2)
合计	0.76	0.619	44(8,16)	43(10,18)
故障检测率点估计/%	内场测试设备		81.8	79.1
	机内测试		63.6	58.1

注:括号(,)内数据分别表示内场测试设备和机内测试测试失败的样本数量。

4.4　与现有考虑多因素的样本分配方法对比

现有考虑多因素的样本分配方法均是考虑了多种影响样本分配因素的加权分配方法[10-13]。这些方法中所考虑的影响因素往往局限于特定的研究对象和试验阶段，本文则利用构建的单元影响因子向量和提出的赋值规则，充分利用了FMECA中的原始信息，扩大了适用的对象和寿命周期。限于篇幅，以文献[11]中的综合加权分配方法为例进行对比分析。文献[11]考虑的影响因素为：故障率、故障影响、MTTR、测试费用，与文献[2]中测试性设计时综合加权分配测试性指标时考虑的因素相同[2,11]。但是，对于生产研制中的装备，测试费用难以准确量化，这些阶段进行FMECA时分析的因素一般不包括费用因素[1]。若试验处于使用阶段，FMECA采用硬件方式，则本文中的方法所考虑的因素将与文献[11]完全一样，分配过程将非常近似。若试验对象处于第4.2节案例中的寿命周期中，文献[11]在影响因素计算上将存在困难。

4.5　讨　论

1）与基于故障率的样本分配结果对比。由表11上半部分可知：按照基于故障率的样本分配方法，故障率相对较高的电源支持单元和异步/同步通讯单元得到更多样本，而故障率小的处理单元样本较少。本文中提出的分配方法充分考虑了故障模式的影响以及时间因素，在基于FMECA信息的分配结果中故障影响较大的处理单元和异步通讯单元所分配得到的样本数量得到了增长；故障影响不大，故障模式数不多的同步通讯单元、电源支持单元以及A/D转换单元分配得到的样本量有所减少。由此可见基于FMECA信息的样本分配方法能够有效且全面地考虑到各影响因素。

2）测试性指标评估结果对比。由表11下半部分可知：无论内场测试还是机内测试，基于FMECA信息的样本分配方法得到的测试性评估指标都略低于基于故障率的样本分配方法。这是由于单元影响系数较大的处理单元和异步通讯单元分配到了更多样本，使这些单元中存在的不能成功测试的故障模式被体现出来。由此可见基于FMECA信息的样本分配方法得到的样本集更加合理，测试性指标评估结果也更为灵敏。

3）与现有考虑多因素的分配方法对比。本文中提出的样本方法在全面考虑各影响因素的情况下，面对不同寿命周期的不同对象时，可以依据表1、表2和第3节的赋值数组灵活处理，对不同对象和寿命周期的适应性较好。面向特定的阶段和受试对象时，本文中的方法会与相应的现有考虑多因素的样本分配方法有相似的过程和结果。

5　结　论

本文针对测试性验证试验中的故障样本分配技术存在的问题提出了基于FMECA信息的样本分配方法。该方法有以下3个优点：

1）该方法充分利用了FMECA的信息，考虑了多种可能影响样本分配的因素，相比于现有的基于故障率的分配方法考虑更加全面，可实现样本集的优化。

2）在确定权值时首先运用TOPSIS对专家评分的因素进行排序，一定程度上弱化了层次分析法中判断矩阵元素确定的主观性，相比于现有的样本分配方法中的权值确定方法，权值取值更加准确。

3）利用所定义的单元影响因子向量、赋值数组以及赋值规则，实现了面对不同阶段不同对象时的灵活应用；相比于现有的考虑多因素的样本分配方法，在工程上更具有普适性。

参考文献（References）

[1] Department of Defense. Maintenance verification demonstration evaluation: MI-STD-471A[S]. Washington, D. C.: U. S. Government Printing Office, 1973: 2-8.

[2] 石君友. 测试性设计分析与验证[M]. 北京. 国防工业出版社, 2011: 282-286.
SHI J Y. Testability design analysis and verification[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 282-286 (in Chinese).

[3] 石君友，康锐. 基于通用充分性准则的测试性试验方案研究[J]. 航空学报, 2005, 26(6): 691-695.
SHI J Y, KANG R. Study on the plan of testability demonstration based on the general adequacy criterion[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(6): 691-695 (in Chinese).

[4] 石君友，康锐，田仲. 基于信息模型的测试性试验样本集充分性研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(8): 874-878.
SHI J Y, KANG R, TIAN Z. Study on sufficiency of sample set in testability demonstration based on information model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31(8): 874-878 (in Chinese).

[5] 徐萍，康锐. 考虑 FDR 的测试性测定试验及其相关方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(3): 357-360.
XU P, KANG R. Concept of testability determine test and relative method for FDR[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(3): 357-360 (in Chinese).

[6] WANG C, QIU J, LIU G, et al. Testability evaluation using prior

北航学报 赠阅

information of multiple sources[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2014,27(4):867-874.

[7] 李天梅,邱静,刘冠军,等. 基于故障扩散强度的故障样本选取方法[J]. 兵工学报,2008,29(7):829-833.
LI T M,QIU J,LIU G J,et al. A method of failure sample selection based on failure pervasion intensity[J]. Acta Armamentarii,2008,29(7):829-833(in Chinese).

[8] 李天梅,邱静,刘冠军. 基于故障率的测试性验证试验故障样本分配方案[J]. 航空学报,2009,30(9):1661-1665.
LI T M,QIU J,LIU G J. Allocation plan of failure samples based on failure rate in testability[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2009,30(9):1661-1665(in Chinese).

[9] 赵建扬,李小珉,雷琴. 基于危害度相对比值的故障样本分配方案[J]. 探测与控制学报,2011,33(2):55-59.
ZHAO J Y,LI X M,LEI Q. Relative criticality ratio based on failure samples allocation[J]. Journal of Detection & Control,2011,33(2):55-59(in Chinese).

[10] 何洋,李洪涛,王志新. 基于多因子的机电设备测试性验证样本分配方案[J]. 电光与控制,2015,22(1):97-100.
HE Y,LI H T,WANG Z X. A multi-factor based sample allocation scheme for testability verification of electromechanical equipment[J]. Electronics Optics & Control,2015,22(1):97-100(in Chinese).

[11] 张西山,黄考利,敖贤野,等. 测试性验证试验中的故障样本综合加权分配方法[J]. 计算机测量与控制,2015,23(1):139-142.
ZHANG X S,HUANG K L,AO X Y,et al. Synthetic weighted method of failure samples allocation in testability[J]. Computer Measurement & Control,2015,23(1):139-142(in Chinese).

[12] 邓露,许爱强,赵秀丽. 基于故障属性的测试性验证试验样本分配方案[J]. 测试技术学报,2014(2):103-107.
DENG L,XU A Q,ZHAO X L. Allocation plan of samples based on failure attribute in testability demonstration test[J]. Journal of Test & Measurement Technology,2014(2):103-107(in Chinese).

[13] 余思奇,景博,黄以锋. 基于贡献度的测试性验证试验样本分配方案研究[J]. 中国测试,2015,41(2):91-95.
YU S Q,JING B,HUANG Y F. Study on allocation scheme of failure sample in testability validation tests based on contribution[J]. China Measurement & Test,2015,41(2):91-95(in Chinese).

[14] Department of Defense. Procedures for performing a failure mode,effects,and criticality analysis:MIL-STD-1629A[S]. Washington,D. C.:U. S. Government Printing Office,1980:4-8.

[15] ARABIAN-HOSEYNABADI H,ORAEE H,TAVNER P J. Failure modes and effects analysis (FMEA) for wind turbines[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems,2010,32(7):817-824.

[16] COLLI A. Failure mode and effect analysis for photovoltaic systems[J]. Renewable & Sustainable Energy Reviews,2015,50:804-809.

[17] TAPIA C,DIES J,PESUDO V,et al. IFMIF accelerator:Database,FMEA,fault tree and RAM[J]. Fusion Engineering & Design,2011,86(9-11):2722-2725.

[18] 常春贺,杨江平,曹鹏举. 基于研制信息的测试性验证试验方案研究[J]. 航空学报,2012,33(11):2057-2064.
CHANG C H,YANG J P,CAO P J. Study on the scheme of testability demonstration test based on development information[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2012,33(11):2057-2064(in Chinese).

[19] 张朋程,李伟娟. 油企与地方关系和谐度评价[J]. 可持续发展,2011,1(1):1-5.
ZHANG P C,LI W J. Appraise harmony about relationship between oil companies and local[J]. Sustainable Development,2011,1(1):1-5(in Chinese).

[20] KILPELÄINEN A,PELTOLA H,RYYPPÖ A,et al. A hybrid method of FEM,modified NSGAII and TOPSIS for structural optimization of sandwich panels with corrugated core[J]. Journal of Sandwich Structures & Materials,2014,16(4):398-417.

[21] VEGA A,AGUARÓN J,GARCÍA-ALCARAZ J,et al. Notes on dependent attributes in TOPSIS[J]. Procedia Computer Science,2014,31:308-317.

[22] SAATY T L. Basic theory of the analytic hierarchy process:How to make a decision[J]. Revista De La Real Academia De Ciencias Exactas Físicas Y Naturales,1999,93(4):395-423.

作者简介:

陈然 男,硕士研究生。主要研究方向:装备测试性验证试验与评估。

连光耀 男,博士,高级工程师,硕士生导师。主要研究方向:装备测试性设计、分析与验证,故障诊断。

黄考利 男,博士,研究员,博士生导师。主要研究方向:装备测试性设计与分析,故障诊断。

北航学报 赠阅

Samples allocation method based on FMECA information for testability verification test

CHEN Ran[1,2], LIAN Guangyao[1,2,*], HUANG Kaoli[2], YAN Pengcheng[2], GENG Mengxue[2], WANG Kai[2]

(1. Department of Missile Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050000, China;
2. Ordnance Technological Research Institutes, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Sample allocation method of stratified sampling based on failure rate that is widely utilized in testability verification test considers only one single factor, which may lead to inaccurate assessment. Sample allocation method based on multiple factors is difficult to be used in engineering due to its limited representativeness. In this paper, the relation between factors that may influence the sample allocation and information provided by failure mode effect and critically analysis (FMECA) is analyzed in detail, and a sample allocation method based on FMECA information is presented. First, element influence coefficient and influence factor vector are defined and assignment rule of each element is put forward so that influence factors can be selected. Then, samples are allocated after the determination of weight matrix through analytic hierarchy process which is based on technique for order preference by similarity to ideal solution (TOPSIS). Finally, case study is conducted, indicating that the sample allocation method based on FMECA factors has a comprehensive consideration and a flexible application, which is more valuable in engineering.

Keywords: testability verification test; failure mode effect and critically analysis (FMECA); sample allocation; influence factor; technique for order preference by similarity to ideal solution (TOPSIS); analytic hierarchy process

北京航空航天大学学报

Received: 2016-03-04; **Accepted**: 2016-07-01; **Published online**: 2016-08-22 14:30
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160822.1430.001.html
Foundation item: National Defence Pre-research Foundation (51327030104)
* **Corresponding author**. E-mail: ddgcx@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0641

航天器近距离相对运动的轨迹偏差分析

石昊，赵育善*，师鹏

（北京航空航天大学 宇航学院，北京 100083）

摘 要：利用相对可达区(RRD)的概念对航天器在脉冲闭环控制方式下相对运动的轨迹偏差进行了分析。相对可达区是对航天器可能出现位置集合的一种几何描述。当航天器的状态误差服从高斯分布时，相对可达区可表示为随时间变化的误差椭球的集合。考虑航天器飞行过程中存在的不确定性因素，基于闭环控制系统下线性化的相对运动动力学模型，采用协方差分析描述函数法(CADET)对定义航天器误差椭球的协方差矩阵进行了分析，给出了根据协方差矩阵求解相对可达区包络的计算方法。通过将开环和闭环控制系统下的相对可达区包络与1 000次的 Monte Carlo 仿真结果进行比较，证明了偏差分析方法的适用性与有效性。

关 键 词：轨迹偏差；闭环控制；相对可达区(RRD)；误差椭球；协方差分析描述函数法(CADET)

中图分类号：V412.4

文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2017)03-0636-09

为了满足人类对于空间日益增加的应用需求，以及进一步提高空间系统的效益，以在轨组装、维护与补给等技术为标志的航天器近距离操控技术将成为未来航天技术发展的重要方向。而在任务的过程中，诸如测量、导航、控制等不可避免的误差因素都会导致航天器的实际轨迹偏离标称轨迹，极大地影响到任务的安全性。因此，有必要对近距离航天任务中的轨迹偏差进行分析和度量，以提高任务的安全性。

从传统可达问题扩展而来的相对可达区(Relative Reachable Domain，RRD)概念，可以用来描述航天器由于轨道初值的不确定性导致的轨迹偏差范围[1-2]。相对可达区的概念是由 Wen 等[3]首先提出的，是指初始状态不确定性导致航天器可能到达的位置集合，旨在用来分析入轨误差对集群飞行航天器轨道的影响。随后，Wen 和 Gurfil[4]采用参考点的方法对初值不确定情况下的平面相对可达区的计算方法进行了研究。石昊等[5]对上述方法进行了改进，将相对可达区的求解方法扩展到三维空间中，求解得到了航天器初值不确定性造成的轨迹偏差在空间中的包络曲面，并用 Monte Carlo 方法对结果的精度进行了验证。

在近距离操控任务中，为提高轨道控制精度，闭环控制方式是必不可少的，然而，上述研究只针对了航天器的自由飞行轨迹，闭环控制轨迹的相对可达区并未有涉及。在闭环控制系统中，轨道初值不确定性和控制、导航、测量等误差均会导致轨迹偏差，因此可将相对可达区的定义扩展为：相对坐标系下由于不确定性因素导致航天器可能到达的位置的集合。这样，相对可达区即是对相对运动轨迹偏差散布区域几何外形的描述。

收稿日期：2016-08-08；**录用日期**：2016-11-04；**网络出版时间**：2016-12-08 11:18
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161208.1118.001.html
基金项目：国家自然科学基金(11102007)；中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-14-YHXY-012)
* **通讯作者**：E-mail：yszhao@buaa.edu.cn

引用格式：*石昊，赵育善，师鹏. 航天器近距离相对运动的轨迹偏差分析[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(3)：636-644.*
SHI H，ZHAO Y S，SHI P. Analysis of trajectory deviation for spacecraft relative motion in close-range [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2017，43(3)：636-644 (in Chinese).

对于闭环控制轨迹偏差问题,许多学者采用协方差分析方法进行了研究:Geller 等[6-7]针对在轨闭环控制自主交会对接任务过程中的控制偏差和变轨时机问题进行了研究;李九人等[8]对仅测角导航条件下的闭环控制的相对导航协方差及相对运动轨迹控制协方差进行了分析;周洋等[9]对赤道大椭圆卫星在开环和闭环控制下的轨道机动精度进行了分析。但是,上述基于协方差理论的轨迹偏差分析法,并未能够对轨迹偏差散布区域的几何构型有一个完整的描述,因此存在着一定的不足。

本文将结合线性协方差分析法,采用相对可达区理论对闭环控制系统的航天器在近距离相对运动过程中的轨迹偏差散布区域进行研究。具体内容包括:①根据概率置信度定义航天器状态误差椭球,将时变的误差椭球集合而成为描述轨迹偏差的相对可达区;②采用协方差分析描述函数法(CADET)[10]计算航天器状态的协方差矩阵;③给出采用协方差矩阵计算相对可达区的方法;④用 Monte Carlo 方法模拟真实轨迹,将求得的相对可达区包络与之进行对比,以验证方法的精度。

1　描述轨迹偏差的相对可达区

首先定义相对运动的参考系,即 LVLH (Local Vertical Local Horizontal)参考坐标系:以航天器的质心为原点,地心指向航天器方向为 x 轴,轨道平面法向为 z 轴,y 轴与 x 轴和 z 轴构成右手坐标系。

1.1　航天器状态误差椭球

航天器实际状态的 6 维矢量可定义为

$$\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 分别为 LVLH 系中航天器的位置与速度矢量。由于存在测量、导航、控制等误差因素,$\boldsymbol{x}$ 是一个随机矢量,其均值可表示为

$$\bar{\boldsymbol{x}}=E(\boldsymbol{x})=[\bar{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}\quad \bar{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

式中:$E(\cdot)$为期望算子;$\bar{\boldsymbol{x}}$ 为航天器的标称状态矢量;$\bar{\boldsymbol{r}}$为标称位置矢量;$\bar{\boldsymbol{v}}$为标称速度矢量。定义状态误差矢量 $\delta\boldsymbol{x}$ 为

$$\delta\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}}=[\delta\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\quad \delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

假设 $\delta\boldsymbol{x}$ 服从高斯分布,则其概率密度函数为

$$p(\boldsymbol{x})=\frac{1}{(2\pi\boldsymbol{P})^{1/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\delta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}\delta\boldsymbol{x}\right) \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{P}$ 为状态误差的 6×6 协方差矩阵,即

$$\boldsymbol{P}=E(\delta\boldsymbol{x}\delta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{rr} & \boldsymbol{P}_{rv}\\ \boldsymbol{P}_{vr} & \boldsymbol{P}_{vv}\end{bmatrix} \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{P}_{rr}$、$\boldsymbol{P}_{rv}$、$\boldsymbol{P}_{vr}$和 $\boldsymbol{P}_{vv}$均为 $\boldsymbol{P}$ 的 3×3 子矩阵。

6 维状态误差分布的等概率密度面可表示为

$$\delta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}\delta\boldsymbol{x}=l^2 \tag{6}$$

式中:l 为 $\delta\boldsymbol{x}$ 的马氏距离常数[11],其大小决定了等概率密度面的概率置信阈值。令 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{P}^{-1}/l^2$,则式(6)可写为

$$\delta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{x}=1 \tag{7}$$

式(7)定义的 6 维超椭球面即为状态误差散布椭球的包络面。如以横轴表示 6 维状态误差空间的 3 维位置误差子空间 $\delta\boldsymbol{r}$,以纵轴表示 3 维速度误差子空间 $\delta\boldsymbol{v}$,则 6 维状态误差椭球即可表示在如图 1 所示的平面内,图中阴影部分即表示 6 维状态误差椭球。

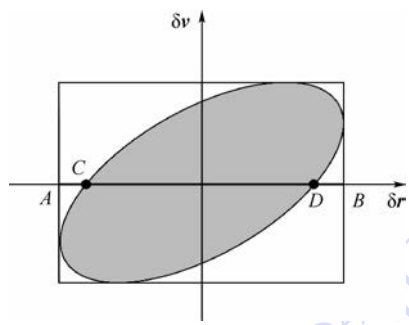


图 1　误差椭球

Fig. 1　Error ellipsoid

由于对轨迹偏差的研究只关心表示位置误差的状态子空间,因此需要将表示位置误差的子矩阵从 $\boldsymbol{A}$ 中提取出来。现将 6×6 矩阵 $\boldsymbol{A}$ 划分为 4 个 3×3 子矩阵,即

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{rr} & \boldsymbol{A}_{rv}\\ \boldsymbol{A}_{vr} & \boldsymbol{A}_{vv}\end{bmatrix} \tag{8}$$

则只有 $\boldsymbol{A}_{rr}$是所需要的矩阵。有 2 种方法可以得到 $\boldsymbol{A}_{rr}$:第 1 种方法是将 6 维协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$ 求逆,除以 l^2 得到 $\boldsymbol{A}$ 后直接将 $\boldsymbol{A}_{rr}$提取出来;第 2 种方法是从 $\boldsymbol{P}$ 中提取出 $\boldsymbol{P}_{rr}$,然后求逆并除以 l^2,即

$$\boldsymbol{A}_{rr}=\boldsymbol{P}_{rr}^{-1}/l^2 \tag{9}$$

从几何学角度上看,第 1 种方法是求 6 维椭球与 3 维位置子空间的相交部分,可表示为图 1 中线段 CD 所示部分,而第 2 种方法则是将 6 维椭球在 3 维位置子空间上进行投影,即图 1 中线段 AB 部分。显然,线段 AB 包含 CD,这说明第 2 种方法更为保守。由于本文只关心位置子空间,在此采用第 2 种方法。

在 3 维位置空间内,航天器位于定义的误差椭球 $\boldsymbol{A}_{rr}$内的概率可通过式(10)计算[12]:

北航学报 赠阅

$$p(k)=\mathrm{erf}\left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right)-\sqrt{\frac{2}{\pi}}l\exp\left(-\frac{l^2}{2}\right) \tag{10}$$

式中:erf(·)为高斯误差函数。当 $l=3$ 时,航天器落在 3 维误差椭球内的概率为 97.07%。

1.2 相对可达区的包络

由第 1.1 节内容可知,航天器在 t 时刻的位置误差椭球可由函数 $F(\boldsymbol{r},t)$ 表示:

$$F(\boldsymbol{r},t)=(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{rr}(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})-1=0 \tag{11}$$

显然,相对可达区即为给定时间段内航天器位置误差椭球的集合。如图 2 所示,虚线表示航天器的标称轨道,椭圆即为不同时刻的位置误差椭球,灰色区域为相对可达区。为了对相对可达区进行精确地描述,需要求出可达区的包络,即图 2中黑色粗实线所示的可达区边界。

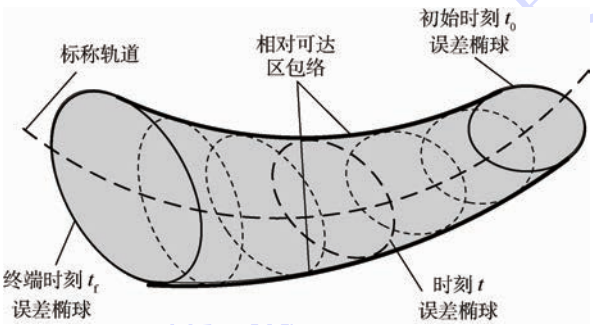


图 2 相对可达区包络

Fig. 2 Envelope of RRD

由文献[13]可知,式(11)定义了一簇随时间变化的椭球面,其包络面由这一簇椭球面及其所围区域的切曲面相交而成,可表示为

$$\begin{cases}F(\boldsymbol{r},t)=0\\ \dfrac{\partial F(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}=0\end{cases} \tag{12}$$

式(12)的求解需要给出位置误差椭球矩阵 $\boldsymbol{A}_{rr}$ 的值,而 $\boldsymbol{A}_{rr}$ 依赖于位置误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{rr}$,因此,求解相对可达区包络的首要问题就是求解航天器状态误差的协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$。

2 闭环控制系统协方差分析

由于计算简便,线性化的相对运动动力学方程被广泛地应用于航天器近距离相对运动的设计任务中,同时为简化问题起见,下文将以圆参考轨道为例,采用 CW 方程[14]描述航天器的运动。(注:此方法适用于任意参考轨道,方法带来的误差取决于动力学方程线性化的误差[6-7]。)

与开环系统相比,闭环控制系统在控制过程中增加了根据导航系统施加的轨道机动修正环节,本文假设修正方式为脉冲修正。因此,除了实际状态 $\boldsymbol{x}$ 和标称状态 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 外,还需定义航天器导航系统得到的估计状态 $\hat{\boldsymbol{x}}(t)=[\hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}\quad\hat{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,其值与测量系统和导航系统有关(符号^表示估计状态量,下同)。

如采用扩展卡尔曼滤波(EKF)算法对系统状态进行估计,则闭环控制系统的控制过程可分为偏差预测、测量更新和控制修正 3 个基本过程[6-9]。为研究方便,现定义实际状态误差矢量 $\delta\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}}$,估计状态误差矢量 $\delta\hat{\boldsymbol{x}}=\hat{\boldsymbol{x}}-\bar{\boldsymbol{x}}$。

2.1 偏差预测

航天器实际的相对运动方程可写为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{w}(t) \tag{13}$$

式中:$\boldsymbol{F}$ 为状态空间矩阵;$\boldsymbol{w}(t)$ 为零均值的高斯白噪声,表示未建模的系统随机扰动因素。过程噪声的协方差矩阵可表示为

$$E[\delta\boldsymbol{w}(t)\delta\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)]=\boldsymbol{P}^{w}(t)\delta(t-\tau) \tag{14}$$

式中:$\delta(t-\tau)$ 为 Dirac 函数,且具有以下性质:

$$\begin{cases}\delta(t-\tau)=\begin{cases}0 & t\neq\tau\\ 1 & t=\tau\end{cases}\\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta=1\end{cases} \tag{15}$$

在 t_k 时刻,航天器实际状态的预测方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_k=\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{w}_k \tag{16}$$

式中:下标 k 表示 t_k 时刻的状态量。

导航系统估计状态的预测方程为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_k=\boldsymbol{F}\hat{\boldsymbol{x}}_k \tag{17}$$

对式(16)和式(17)在标称状态处进行线性化,可得实际误差和估计误差的预测方程:

$$\begin{cases}\delta\dot{\boldsymbol{x}}_k=\boldsymbol{F}\delta\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{w}_k\\ \delta\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_k=\boldsymbol{F}\delta\hat{\boldsymbol{x}}_k\end{cases} \tag{18}$$

2.2 测量更新

受初始状态误差和控制系统的过程噪声等因素的影响,航天器状态误差的预测值和真实值会存在偏差,因此需要利用测量设备得到的测量信息对误差的预测值进行更新。

测量设备对航天器状态的观测方程可写为

$$\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},t)+\boldsymbol{v}(t) \tag{19}$$

式中:$\boldsymbol{z}(t)$ 为测量状态的显示值;$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},t)$ 为测量状态的真实值;$\boldsymbol{v}(t)$ 为测量误差。假设测量误差为零均值的高斯白噪声,则其协方差矩阵可写为 $\boldsymbol{P}^{v}(t)\delta(t-\tau)$。

t_k 时刻的测量过程并不会改变航天器的实际

北航学报 赠阅

状态,如用上标 - m 和 + m 分别代表航天器在测量更新前后的状态量,则有

$$\delta \boldsymbol{x}_k^{+\mathrm{m}} = \delta \boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{m}} \tag{20}$$

式中:$\delta \boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{m}}$ 为测量更新前的实际误差;$\delta \boldsymbol{x}_k^{+\mathrm{m}}$ 为测量更新后的实际误差。

但 t_k 时刻的测量过程会更新导航系统的估计值,航天器估计状态的更新关系式可写为[12]

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^{+\mathrm{m}} = \hat{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{m}} + \boldsymbol{K}_k[\boldsymbol{z}_k - \boldsymbol{h}_k(\hat{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{m}})] \tag{21}$$

式中:$\boldsymbol{K}_k$ 为 t_k 时刻的 Kalman 滤波增益矩阵[15]:

$$\boldsymbol{K}_k = \hat{\boldsymbol{P}}_k^{-\mathrm{m}} \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} [\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{P}}_k^{-\mathrm{m}} \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{P}_k^{v}]^{-1} \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{H}_k$ 为 t_k 时刻的观测敏感矩阵:

$$\boldsymbol{H}_k = \left.\frac{\partial \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}, t_k)}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{m}}} \tag{23}$$

将式(21)代入估计误差的定义式,并在标称状态处进行线性化,可得出估计误差测量更新过程的表达式

$$\delta \hat{\boldsymbol{x}}_k^{+\mathrm{m}} = \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}_k \delta \boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{m}} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}_k) \delta \hat{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{m}} + \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{v}_k \tag{24}$$

式中:$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。

2.3　控制修正

假设在 t_k 时刻施加脉冲修正机动,分别用上标 - c 和 + c 表示航天器在脉冲修正机动施加前后的状态,则脉冲修正前后航天器实际状态的变化过程可表示为

$$\boldsymbol{x}_k^{+\mathrm{c}} = \boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{c}} + \boldsymbol{d}(\boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{c}}, \Delta \hat{\boldsymbol{v}}_k, t_k) + \delta \boldsymbol{v}_k \tag{25}$$

式中:$\boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{c}}$ 为修正前状态;$\boldsymbol{x}_k^{+\mathrm{c}}$ 为修正后状态;修正状态量 $\boldsymbol{d}(\boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{c}}, \Delta \hat{\boldsymbol{v}}_k, t_k)$ 为修正前航天器状态 $\boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{c}}$、导航算法得出的修正脉冲 $\Delta \hat{\boldsymbol{v}}_k$ 的函数;$\delta \boldsymbol{v}_k$ 为随机修正误差,其协方差矩阵可表示为 $\boldsymbol{P}^{\delta v}(t_k)\delta_{kk'}$,其中 $\delta_{kk'}$ 为 Kronecker 函数,且具有以下性质:

$$\delta_{kk'} = \begin{cases} 0 & k \neq k' \\ 1 & k = k' \end{cases} \tag{26}$$

将式(25)在标称状态处进行线性化,可得

$$\delta \boldsymbol{x}_k^{+\mathrm{c}} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{D}_k^{x}) \delta \boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{c}} + \boldsymbol{D}_k^{\Delta v} \boldsymbol{V}_k^{x} \delta \hat{\boldsymbol{x}}_k^{-} + \delta \boldsymbol{v}_k \tag{27}$$

式中:$\boldsymbol{D}_k^{x}$ 和 $\boldsymbol{D}_k^{\Delta v}$ 分别为修正状态量 $\boldsymbol{d}(\boldsymbol{x}_k^{-\mathrm{c}}, \Delta \hat{\boldsymbol{v}}_k, t_k)$ 在 t_k 时刻对 $\boldsymbol{x}$ 和 $\Delta \hat{\boldsymbol{v}}$ 的偏导数矩阵;$\boldsymbol{V}_k^{x}$ 为 t_k 时刻修正机动 $\Delta \hat{\boldsymbol{v}}_k$ 对 $\boldsymbol{x}$ 的偏导数矩阵,有

$$\begin{cases} \boldsymbol{D}_k^{x} = \left.\dfrac{\partial \boldsymbol{d}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\bar{\boldsymbol{x}}_k^{-}} \\ \boldsymbol{D}_k^{\Delta v} = \left.\dfrac{\partial \boldsymbol{d}}{\partial \Delta \hat{\boldsymbol{v}}}\right|_{\Delta \hat{\boldsymbol{v}}_k} \\ \boldsymbol{V}_k^{x} = \left.\dfrac{\partial \Delta \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\bar{\boldsymbol{x}}_k^{-}} \end{cases} \tag{28}$$

导航状态在修正过程中同样会发生变化:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^{+\mathrm{c}} = \hat{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{c}} + \boldsymbol{d}(\hat{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{c}}, \Delta \hat{\boldsymbol{v}}_k, t_k) \tag{29}$$

将式(28)在标称状态处进行线性化,可得

$$\delta \hat{\boldsymbol{x}}_k^{+\mathrm{c}} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{D}_k^{x} + \boldsymbol{D}_k^{\Delta v} \boldsymbol{V}_k^{x}) \delta \hat{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{c}} \tag{30}$$

2.4　协方差矩阵的计算

由于要同时考虑实际误差和导航系统估计误差的变化,因此定义扩展误差矢量

$$\delta \tilde{\boldsymbol{x}}_k = [\delta \boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}} \quad \delta \hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{31}$$

由式(18)、式(20)、式(24)、式(27)、式(30)可得出扩展误差在 t_k 时刻的预测、更新、修正关系式分别为

$$\delta \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k = \tilde{\boldsymbol{F}}_k \delta \tilde{\boldsymbol{x}}_k + \tilde{\boldsymbol{W}}_k \boldsymbol{w}_k \tag{32}$$

$$\delta \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{+\mathrm{m}} = \tilde{\boldsymbol{H}}_k \delta \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{m}} + \tilde{\boldsymbol{B}}_k \boldsymbol{v}_k \tag{33}$$

$$\delta \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{+\mathrm{c}} = \tilde{\boldsymbol{D}}_k \delta \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{-\mathrm{c}} + \tilde{\boldsymbol{E}}_k \delta \boldsymbol{v}_k \tag{34}$$

式中:

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{F}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_k & \boldsymbol{0}_{6\times 6} \\ \boldsymbol{0}_{6\times 6} & \boldsymbol{F}_k \end{bmatrix} \\ \tilde{\boldsymbol{W}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{6\times 6} \\ \boldsymbol{0}_{6\times 6} \end{bmatrix} \end{cases} \tag{35}$$

$$\tilde{\boldsymbol{H}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{6\times 6} & \boldsymbol{0}_{6\times 6} \\ \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}_k & \boldsymbol{I}_{6\times 6} - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}_k \end{bmatrix} \tag{36}$$

$$\tilde{\boldsymbol{D}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{6\times 6} + \boldsymbol{D}_k^{x} & \boldsymbol{D}_k^{\Delta v} \boldsymbol{V}_k^{x} \\ \boldsymbol{0}_{6\times 6} & \boldsymbol{I}_{6\times 6} + \boldsymbol{D}_k^{x} + \boldsymbol{D}_k^{\Delta v} \boldsymbol{V}_k^{x} \end{bmatrix} \tag{37}$$

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{B}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{6\times 2} \\ \boldsymbol{K}_k \end{bmatrix} \\ \tilde{\boldsymbol{E}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{6\times 6} \\ \boldsymbol{0}_{6\times 6} \end{bmatrix} \end{cases} \tag{38}$$

根据协方差描述函数法,可得出 $\delta \tilde{\boldsymbol{x}}_k$ 对应的协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{P}}_k$ 的预测、修正、更新的关系式为

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{P}}}_k = \tilde{\boldsymbol{F}}_k \tilde{\boldsymbol{P}}_k + \tilde{\boldsymbol{P}}_k \tilde{\boldsymbol{F}}_k^{\mathrm{T}} + \tilde{\boldsymbol{W}}_k \boldsymbol{P}_k^{w} \tilde{\boldsymbol{W}}_k^{\mathrm{T}} \tag{39}$$

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_k^{+m} = \tilde{\boldsymbol{H}}_k \tilde{\boldsymbol{P}}_k^{-m} \tilde{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}} + \tilde{\boldsymbol{B}}_k \boldsymbol{P}_k^{v} \tilde{\boldsymbol{B}}_k^{\mathrm{T}} \tag{40}$$

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_k^{+c} = \tilde{\boldsymbol{D}}_k \boldsymbol{P}_k^{-c} \tilde{\boldsymbol{D}}_k^{\mathrm{T}} + \tilde{\boldsymbol{E}}_k \boldsymbol{P}_k^{\delta v} \tilde{\boldsymbol{E}}_k^{\mathrm{T}} \tag{41}$$

式中:$\boldsymbol{P}_k^{w}$、$\boldsymbol{P}_k^{v}$ 和 $\boldsymbol{P}_k^{\delta v}$ 分别为 t_k 时刻互不相关的控制系统随机噪声矩阵、测量噪声矩阵和控制偏差矩阵。

扩展协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{P}}_k$ 可分为 4 个 6 × 6 的子矩阵:

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_k^{\delta x \delta x} & \boldsymbol{P}_k^{\delta x \delta \hat{x}} \\ \boldsymbol{P}_k^{\delta \hat{x} \delta x} & \boldsymbol{P}_k^{\delta \hat{x} \delta \hat{x}} \end{bmatrix} \tag{42}$$

求解相对可达区包络所需的航天器状态误差矩阵 $\boldsymbol{P}$ 即为所得扩展协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{P}}_k$ 中左上角的子矩阵,即有

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}_k^{\delta x\delta x}=E(\delta x\delta x^{\mathrm{T}}) \tag{43}$$

3 相对可达区包络计算

求得航天器任意时刻的状态协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$ 后，即对描述轨迹偏差的相对可达区的包络进行求解，将式(12)第 2 式展开，有

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}=(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})^{\mathrm{T}}\left[\frac{\partial \boldsymbol{A}_{rr}}{\partial t}(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})-2\boldsymbol{A}_{rr}\bar{\boldsymbol{v}}\right]=0 \tag{44}$$

式中：

$$\frac{\partial \boldsymbol{A}_{rr}}{\partial t}=-\frac{1}{l^2}\boldsymbol{P}_{rr}^{-1}\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}_{rr}}{\partial t}\right)\boldsymbol{P}_{rr}^{-1}=-l^2\boldsymbol{A}_{rr}\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}_{rr}}{\partial t}\right)\boldsymbol{A}_{rr} \tag{45}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{P}}_{rr}=\dfrac{\partial \boldsymbol{P}_{rr}}{\partial t}$ 可由式(39)中等式左端矩阵 $\tilde{\dot{\boldsymbol{P}}}_k$ 取左上角 3×3 的子矩阵得到。

这样，可达包络的求解问题就转变为方程组(12)的求解问题，然而式(12)只能通过数值解法进行求解，初值和算法的选取将直接影响到结果的精度。因此，希望通过采用一定的手段，对表达式进行化简，提高求解的精度。

假设航天器的初始状态误差服从高斯分布，则初始协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_0$ 为实对称正定矩阵，此外，闭环控制系统的控制系统随机噪声、测量噪声和控制偏差也均假设服从高斯分布，由于可逆线性变换不改变实对称矩阵的正定性，因此，式(39)~式(41)不会改变协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的正定性，即任意时刻的 $\boldsymbol{P}$ 都为实对称正定矩阵，显然 $\boldsymbol{A}_{rr}$ 也为实对称正定矩阵。

根据有限维的谱定理，对于实对称正定矩阵 $\boldsymbol{A}_{rr}$，存在实正交矩阵 $\boldsymbol{R}$，使得[16]

$$\boldsymbol{A}_{rr}=\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{R} \tag{46}$$

式中：矩阵 $\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 取决于 $\boldsymbol{A}_{rr}$ 的特征值和特征向量。假设 λ_1、λ_2、λ_3 分别为实对称矩阵 $\boldsymbol{A}_{rr}$ 的 3 个特征值，$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$、$\boldsymbol{e}_3$ 为相对应的特征向量，则矩阵 $\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 可写为

$$\boldsymbol{C}=\mathrm{diag}(\sqrt{\lambda_1},\sqrt{\lambda_2},\sqrt{\lambda_3}) \tag{47}$$

$$\boldsymbol{R}=[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{48}$$

将式(46)代入式(11)，可得

$$F(\boldsymbol{r},t)=[\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})]-1=0 \tag{49}$$

定义矢量 $\boldsymbol{y}_1$：

$$\boldsymbol{y}_1=\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}}) \tag{50}$$

则由式(49)可知，存在关系式：

$$\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_1-1=0 \tag{51}$$

式(51)表明，如果将矢量 $\boldsymbol{y}_1$ 的起点固定，其终点将位于一个单位球面上。因此，通过式(50)的变换关系，可将式(11)所示的椭球面转变为一个单位球面。

利用式(46)和式(50)，可将式(44)写为

$$\frac{\partial F}{\partial t}=-(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{rr}[l^2\dot{\boldsymbol{P}}_{rr}\boldsymbol{A}_{rr}(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{r}})+2\bar{\boldsymbol{v}}]=$$

$$-l^2\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{P}}_{rr}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_1-2\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{v}}=$$

$$-\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{y}_1-\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_2=0 \tag{52}$$

式中：

$$\begin{cases}\boldsymbol{L}_1=l^2\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{P}}_{rr}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{L}_2=2\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{v}}\end{cases} \tag{53}$$

这样，求解方程组(12)就等价于求解方程组

$$\begin{cases}\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_1=1\\ \boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{y}_1+\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_2=0\end{cases} \tag{54}$$

此时，方程组的求解问题已经得到了一定程度的简化。如果将式(54)进行一定的坐标转换，将 $\boldsymbol{L}_2$ 转变为只有一个分量为不为零的矢量，则还可进一步地简化求解过程。

如图 3 所示，定义坐标系 S_0($Ox_0y_0z_0$)为式(54)中矢量 $\boldsymbol{L}_2$ 所在的坐标系，坐标系 S_1($Ox_1y_1z_1$)为目标坐标系，$\boldsymbol{L}_2$ 在坐标系 S_1 中与 z_1 轴重合，$\boldsymbol{n}$ 为 $\boldsymbol{L}_2$ 的单位方向矢量，θ、φ 为矢量 $\boldsymbol{n}$ 在 S_1 系中的方位角。则在 S_1 系下求解方程组(54)时，会更为简便。

S_0 系到 S_1 系的坐标转换矩阵可写为

$$\boldsymbol{R}_{10}=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & -\sin\varphi\\ -\sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi & -\sin\varphi\cos\theta\\ \cos\varphi\sin\theta & \sin\varphi & \cos\varphi\cos\theta\end{bmatrix} \tag{55}$$

令 $\boldsymbol{y}_2=\boldsymbol{R}_{10}\boldsymbol{y}_1$ 表示 $\boldsymbol{y}_1$ 在 S_1 系中的投影，则

$$\boldsymbol{y}_1=\boldsymbol{R}_{10}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_2 \tag{56}$$

而 $\boldsymbol{R}_{10}\boldsymbol{n}=[0\quad 0\quad 1]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{e}_z$，将式(56)代入式(54)得到

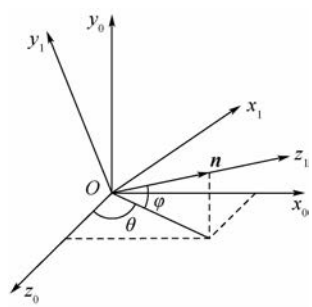


图 3 坐标系

Fig. 3 Coordinate systems

$$\begin{cases} \boldsymbol{y}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_2 = 1 \\ \boldsymbol{y}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}_2 + \boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_z = 0 \end{cases} \tag{57}$$

式中:

$$\boldsymbol{Q} = \frac{\boldsymbol{R}_{10}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{R}_{10}^{\mathrm{T}}}{\|\boldsymbol{L}_2\|} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix} \tag{58}$$

显然,矢量 $\boldsymbol{y}_2$ 的末端也位于一个单位球面上,假定 α、$\beta(0 \leqslant \alpha, \beta \leqslant 2\pi)$ 为 $\boldsymbol{y}_2$ 在 S_1 系中的方位角,则矢量 $\boldsymbol{y}_2$ 可表示为如下形式:

$$\boldsymbol{y}_2 = [\cos\alpha\cos\beta \quad \cos\alpha\sin\beta \quad \sin\alpha]^{\mathrm{T}} \tag{59}$$

将式(59)代入式(57),可得

$$Q_1\cos^2\alpha + Q_2\sin\alpha\cos\alpha + Q_3\sin^2\alpha + \sin\alpha = 0 \tag{60}$$

式中:

$$\begin{cases} Q_1 = q_{11}\cos^2\beta + 2q_{12}\sin\beta\cos\beta + q_{22}\sin^2\beta \\ Q_2 = 2(q_{13}\cos\beta + q_{23}\sin\beta) \\ Q_3 = q_{33} \end{cases} \tag{61}$$

任意给定 α、β 其中一个变量的值,利用牛顿迭代法求解式(60)即可得到另一个变量的值,将 α、β 代入式(59)中即可得到 $\boldsymbol{y}_2$ 的值,对应的航天器位置矢量即可由式(62)求得

$$\boldsymbol{r} = \bar{\boldsymbol{r}} + \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{R}_{10}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_2 \tag{62}$$

遍历 α 或 β 的取值范围,即可求出相应的相对可达区的包络。

4　仿真算例

对于圆参考轨道,式(13)中状态空间矩阵为

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{63}$$

式中:n 为圆参考轨道的轨道角速度。

假设在 t_k 时刻航天器施加机动修正脉冲,此时航天器的估计状态为 $\hat{\boldsymbol{x}}_k = [\hat{\boldsymbol{r}}_k^{\mathrm{T}} \quad \hat{\boldsymbol{v}}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,在 t_{f} 时刻修正到期望状态 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}} = [\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,采用 CW 制导算法对控制脉冲进行计算,有

$$\Delta\hat{\boldsymbol{v}}_k = \boldsymbol{\Phi}_{rv}^{-1}(t_{\mathrm{f}}, t_k)[\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Phi}_{rr}(t_{\mathrm{f}}, t_k)\hat{\boldsymbol{r}}_k] - \hat{\boldsymbol{v}}_k \tag{64}$$

式中:$\boldsymbol{\Phi}_{rr}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_{rv}$ 为 CW 方程状态转移矩阵的子矩阵。由脉冲假设可知,控制过程中航天器的位置不会发生改变,因此有

$$\boldsymbol{d}(\hat{\boldsymbol{x}}_k^-, \Delta\hat{\boldsymbol{v}}_k, t_k) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times1} \\ \Delta\hat{\boldsymbol{v}}_k + \Delta\boldsymbol{w}_k \end{bmatrix} \tag{65}$$

则式(28)中各偏导数矩阵的表达式为

$$\boldsymbol{D}_k^x = \left.\frac{\partial\boldsymbol{d}}{\partial\boldsymbol{x}}\right|_{\bar{\boldsymbol{x}}_k^-} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ -\boldsymbol{\Phi}_{rv}^{-1}(t_f, t_k)\boldsymbol{\Phi}_{rr}(t_f, t_k) & -\boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{66}$$

$$\boldsymbol{D}_k^{\Delta v} = \left.\frac{\partial\boldsymbol{d}}{\partial\Delta\hat{\boldsymbol{v}}}\right|_{\Delta\hat{\boldsymbol{v}}_k} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ -\boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{67}$$

$$\boldsymbol{V}_k^x = \left.\frac{\partial\Delta\boldsymbol{v}}{\partial\boldsymbol{x}}\right|_{\bar{\boldsymbol{x}}_k^-} = [-\boldsymbol{\Phi}_{rv}^{-1}(t_f, t_k)\boldsymbol{\Phi}_{rr}(t_f, t_k) \quad -\boldsymbol{I}_{3\times3}] \tag{68}$$

主航天器位于半径 $R = 7\,000$ km 的圆轨道上,轨道周期 $T = 5\,800$ s。$t = 0$ s 时,一颗微小卫星被主航天器沿着 LVLH 系 x 轴方向释放入轨,释放速度大小为 3 m/s。小卫星采用闭环控制系统进行控制。

则入轨时 LVLH 系下微小卫星的初始状态为

$$\bar{\boldsymbol{x}}_0 = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{r}}_0^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{v}}_0^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}} \tag{69}$$

由于存在测量、释放等误差,假定其初始状态偏差的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{P}_0 = \mathrm{diag}(2^2, 1^2, 0.5^2, 0.05^2, 0.02^2, 0.01^2) \tag{70}$$

其意义是在 x 方向位置偏差的标准差为2 m,y 方向为 1 m,z 方向为 0.5 m;x 方向速度偏差的标准差均为 0.05 m/s,y 方向为 0.02 m/s,z 方向为 0.01 m/s。注意,协方差矩阵并不一定是对角阵,这里只是取一个特例进行表示。

设小卫星导航系统误差协方差矩阵初值为

$$\hat{\boldsymbol{P}}_0 = \mathrm{diag}(1^2, 0.5^2, 0.25^2, 0.025^2, 0.01^2, 0.005^2) \tag{71}$$

采用中段修正法,即在 $0.5T$(T 为轨道周期)时刻根据导航系统信息施加脉冲修正机动,使得小卫星在 $1T$ 时回到标称轨道附近,控制系统的控制力误差大小为 1%,方向任意。

在相对可达区包络的计算过程中,取马氏常数 $l = 3$,则实际轨迹位于包络中的概率为 97.07%。算例将采用 1 000 次的 Monte Carlo 打靶法结果作为实际结果来与求得的包络进行对比,以验证方法的有效性。

为了进行横向对比,首先计算开环控制系统下相对运动的轨迹偏差,即释放小卫星后不对其进行位置修正。如图 4 所示为开环控制系统下的轨迹偏差仿真图,图中圆圈表示小卫星的初始位置,虚线代表其标称轨迹,网格线为开环控制时的相对可达区包络,其围成的区域即为相应的轨迹偏差散布区域。

采用开环系统下的非线性相对运动动力学模

北航学报 赠阅

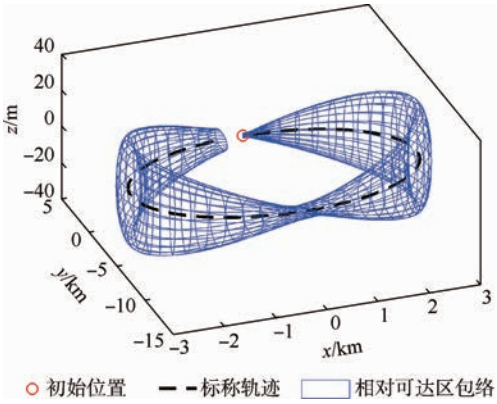


图 4 开环系统相对可达区包络

Fig. 4 Envelope of RRD for open-loop system

型,随机取 1 000 个满足给定初始条件的初值,进行 Monte Carlo 仿真。实际轨迹的初值可通过 MATLAB 中的“mvnrnd”函数进行选取。将实际轨迹与求得的相对可达区包络在小卫星的标称轨迹面(即 x-y 平面)进行投影,得到图 5,图中标称轨迹用虚线表示,相对可达区包络的投影用细点画线表示,而 Monte Carlo 法得到的轨迹则用灰线表示,1 000 条实际轨迹组成了一个灰色区域,可以认为是真实的轨迹偏差散布区域。从图 5 中可以看出,绝大部分的灰色区域都位于相对可达区的包络之内,这是因为当马氏常数为 3 时,计算得到的包络包含真实轨迹的概率为 97.07%,因此上述情况是合理的。

在 $t=0.8T$ 时小卫星的标称位置处取垂直于标称轨迹的横截面,将相对可达区包络和 Monte Carlo 轨迹的比较结果在此平面上投影,如图 6 所示。此横截面在标称轨迹上的位置在图 5 中以点粗点画线标出。在上述截面建立截面坐标系 XYZ,原点位于标称位置处,X 向沿着此刻的标称速度方向,Z 向垂直于标称轨迹所在的平面,Y 轴构成右手坐标系。如图 6 所示,绝大部分的小方块均位于可达包络之内,只有 11 个位于包络之外,概率为1.1%,小于给定概率 2.93%。

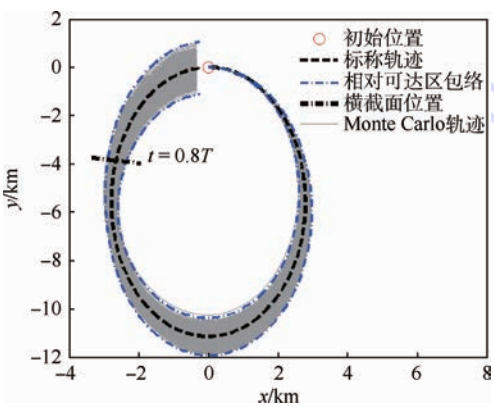


图 5 开环系统相对可达区包络与 Monte Carlo 轨迹的 x-y 平面比较

Fig. 5 Comparison of RRD envelope and Monte Carlo trajectories in x-y plane for open-loop system

因此,对于开环系统的轨迹偏差散布区域的计算是符合真实情况的。

然后对闭环系统相对运动的轨迹偏差散布区域进行分析。图 7 所示为闭环系统的相对可达区包络仿真图,与图 4 比较可发现,闭环系统轨迹后半段的相对可达区包络在 z 向明显小于开环系统的包络,也就是说,在施加轨道修正机动后,z 向航天器的轨迹偏差变小。

将闭环系统相对可达区包络与 1 000 次 Monte Carlo 仿真的比较结果在 x-y 平面内进投影,如图 8 所示,可以发现,绝大部分的真实轨迹偏差散布区域都位于计算得到的相对可达区包络之内。将图 8 与图 5 进行比较后发现,施加修正脉冲后,x-y 面内的轨迹偏差散布区域明显变小。

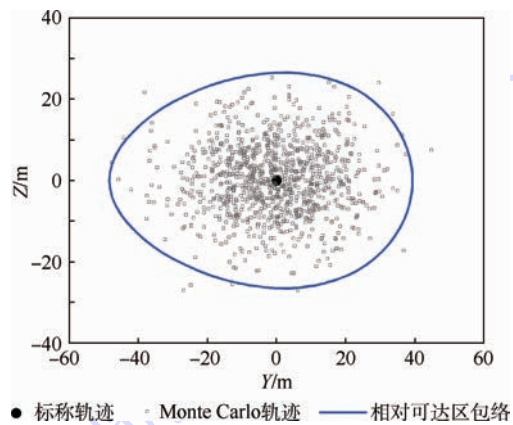


图 6 开环系统相对可达区包络与 Monte Carlo 轨迹的横截面比较

Fig. 6 Comparison of RRD envelope and Monte Carlo trajectories in cross-section plane for open-loop system

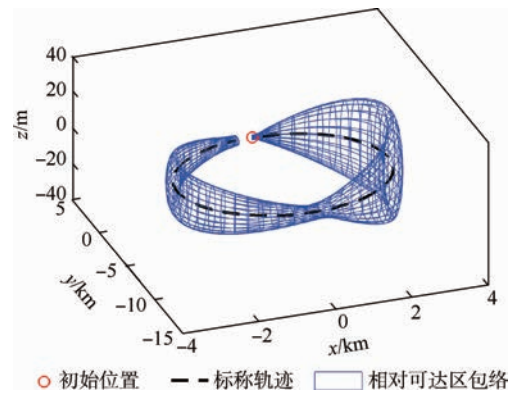


图 7 闭环系统相对可达区包络

Fig. 7 Envelope of RRD for closed-loop system

同样选取在 $t=0.8T$ 时的横截面作为闭环系统下相对可达区与 Monte Carlo 结果的比较平面,如图 9 所示,1 000 次的 Monte Carlo 仿真中只有 7 次的结果位于相对可达区包络之外,概率为 0.7%,小于给定值 2.93%。将图 9 与图 6 进行对比,明显可以看出相对可达区的包络变小,这反映了闭环控制系统对轨迹的修正效果。

因此,本文所述的方法可以切实有效地对闭环系统近距离相对运动地轨迹偏差进行分析。

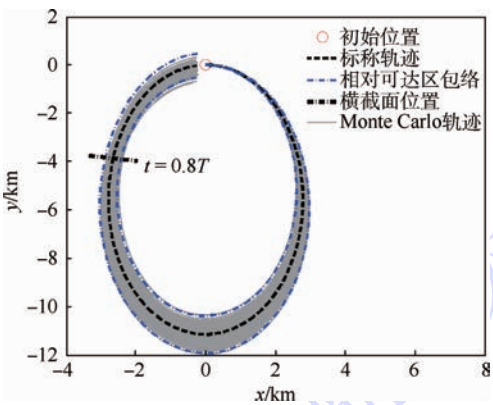


图 8　闭环系统相对可达区包络与 Monte Carlo 轨迹的 x-y 平面比较

Fig. 8　Comparison of RRD envelope and Monte Carlo trajectories in x-y plane for closed-loop system

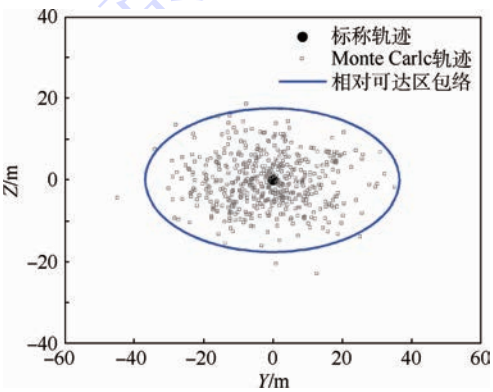


图 9　闭环系统相对可达区包络与 Monte Carlo 轨迹的横截面比较

Fig. 9　Comparison of RRD envelope and Monte Carlo trajectories in cross-section plane for closed-loop system

5　结　论

本文以相对可达区理论为基础,结合协方差分析描述函数法推导了闭环控制系统下基于高斯分布的误差传递模型表达式,对航天器轨迹偏差的散布区域的几何构型进行了完整的描述,能够快速准确地计算描述给定概率阈值下航天器偏差分布区域,可用于分析航天器轨迹安全,并得到以下结论:

1) 本文所述方法能切实地反映闭环控制系统对轨迹的修正效果,可以有效地对航天器近距离相对运动中轨迹偏差散布的区域在几何上进行量化地描述。

2) 通过结合相对可达区理论与协方差分析描述函数法,航天器轨迹偏差散布区域的计算十分迅速,本文中相对可达区包络的计算时间仅需要 1 s 左右。

3) 通过仿真发现,航天器很小的速度误差都会导致很大的轨迹偏差,因此使用本文所述方法研究近距离相对运动的安全问题时不能忽略相对速度误差。

致谢　感谢中国科学院空间应用工程与技术中心的温昶煊对本文提供的技术支持。

参考文献 (References)

[1] WEN C X, ZHAO Y S, SHI P. Precise determination of the reachable domain for a spacecraft with a single impulse[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(6): 1767-1779.

[2] WEN C X, ZHAO Y S, SHI P, et al. Orbital accessibility problem for spacecraft with a single impulse[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(4): 1260-1271.

[3] WEN C X, ZHANG H, GURFIL P. Orbit injection considerations for cluster flight of nanosatellites[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2015, 52(1): 196-208.

[4] WEN C X, GURFIL P. Relative reachable domain for spacecraft with initial state uncertainties[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 39(3): 462-473.

[5] 石昊, 赵育善, 师鹏, 等. 初值不确定轨道可达区域计算[J]. 宇航学报, 2016, 37(4): 411-419.
SHI H, ZHAO Y S, SHI P, et al. Determination of orbit reachable domain due to initial uncertainties[J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(4): 411-419 (in Chinese).

[6] GELLER D K. Linear covariance techniques for orbital rendezvous analysis and autonomous onboard mission planning[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1404-1414.

[7] GELLER D K, ROSE M B, WOFFINDEN D C. Event triggers in linear covariance analysis with applications to orbital rendezvous[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(1): 102-111.

[8] 李九人, 李海阳, 唐国金. 仅测角导航的自主交会闭环控制偏差分析[J]. 宇航学报, 2012, 33(6): 705-712.
LI J R, LI H Y, TANG G J. Analysis of closed-loop control covariance for autonomous orbital rendezvous using angles-only relative navigation[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(6): 705-712 (in Chinese).

[9] 周洋, 闫野, 黄煦, 等. 航天器轨道机动的闭环控制精度分析

[J]. 宇航学报,2014,35(9):1015-1021.
ZHOU Y,YAN Y,HUANG X,et al. Accuracy analysis of closed-loop control for spacecraft orbit maneuver[J]. Journal of Astronautics,2014,35(9):1015-1021(in Chinese).
[10] GELB A,WARREN R S. Direct statistical analysis of nonlinear systems:CADET[J]. AIAA Journal,1973,11(11):689-694.
[11] MAHALANOBIS P C. On the generalized distance in statistics [C]// Proceddings of the National Institute of Sciences. Calcutta:[s. n.],1936,2:49-55.
[12] BRYSON A E,HO Y C. Applied optimal control:Optimization, estimation,and control[M]. Washington D. C.:Hemisphere Publishing Corporation,1975:309-311.
[13] EISENHART L P. A treatise on the differential geometry of curves and surfaces[J]. Nature,2004,83(83):152-153.
[14] CLOHESSY W H,WILTSHIRE R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous[J]. Journal of the Aerospace Sciences, 1960,27(9):653-658.
[15] MAYBECK P S. Stochastic models, estimation, and control [M]. New York:Academic Press,1974:206-226.
[16] BAPAT R B.Linear algebra and linear models[M]. 3rd ed. London:Springer,2012:23-25.

作者简介:

石昊 男,博士研究生。主要研究方向:航天器动力学与控制。

赵育善 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航天器动力学与控制。

Analysis of trajectory deviation for spacecraft relative motion in close-range

SHI Hao, ZHAO Yushan*, SHI Peng

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The trajectory deviation analysis of relative motion in closed-loop control system was conducted with the concept of relative reachable domain (RRD), which is a geometric description for the collection of all the possible relative positions. Given that the state error of spacecraft is subjected to arbitrary Gauss distribution, the RRD could be obtained by assembling the time variable error ellipsoids of position. A closed-loop control system for close-range relative motion based on the linearized dynamical model with measurement and control errors was considered in the problem. The covariance matrix of spacecraft state, which defined the error ellipsoid, was analyzed by covariance analysis describing function technique (CADET). An algorithm for solving the envelope of RRD with the state covariance matrix was proposed subsequently. Comparison between the RRDs, solved in both open-loop and closed-loop systems, and the simulation result of 1 000 Monte Carlo runs demonstrates the feasibility and validity of the proposed method.

Keywords: trajectory deviation; closed-loop control; relative reachable domain (RRD); error ellipsoid; covariance analysis describing function technique (CADET)

Received: 2016-08-08; **Accepted**: 2016-11-04; **Published online**: 2016-12-08 11:18

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161208.1118.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11102007); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-14-YHXY-012)

* **Corresponding author**. E-mail: yszhao@buaa.edu.cn

《北京航空航天大学学报》征稿简则

北航学报
赠 阅

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码(作者顺序始终不得更改),中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5 ~ 8 个),中图分类号,引言,正文,参考文献,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词。首、末页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100083 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部
办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间
电 话:(010)82315594,82338922,82314839
E-mail:jbuaa@ buaa. edu. cn
http://bhxb. buaa. edu. cn
http://www. buaa. edu. cn

北京航空航天大学学报

北航学报
赠 阅

《北京航空航天大学学报》
第五届编辑委员会

主　任（主　编）：赵沁平

（以下按姓氏笔划为序）

副主任（副主编）：丁希仑　王少萍　孙志梅　李秋实　李焕喜　杨嘉陵
苗俊刚　相　艳　徐立军　钱德沛　曹晋滨

编　委：马殿富　王　琪　王　聪　邓小燕　王青云　王荣明　刘　宇
刘　红　江　洁　刘　强　闫　鹏　朱天乐　刘铁钢　齐铂金
陈万春　邹正平　苏东林　杨世春　沈成平　邱志平　宋知人
杨树斌　张晓林　杨晓奕　杨继萍　李惠峰　吴新开　张瑞丰
杨照华　宋凝芳　周　锐　林宇震　林贵平　战　强　姚仰平
胡庆雷　赵秋红　段海滨　赵巍胜　席　平　郭　宏　徐　洁
徐世杰　郭洪波　康　锐　翟　锦　熊华钢

北京航空航天大学学报
Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao
（原《北京航空学院学报》）
（月刊　1956年创刊）
第43卷第3期　2017年3月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS (JBUAA)
(Monthly, Started in 1956)
Vol.43 No.3 March 2017

主管单位　中华人民共和国工业和信息化部
主办单位　北京航空航天大学
主　　编　赵沁平
编辑出版　《北京航空航天大学学报》编辑部
邮　　编　100083
地　　址　北京市海淀区学院路37号
印　　刷　北京科信印刷有限公司
发　　行　北航文化传媒集团
发行范围　国内外发行
联系电话　(010) 82315594 82338922 82314839
电子信箱　jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information Technology of the People's Republic of China
Sponsored by Beijing University of Aeronautics and Astronautics (BUAA) (Beijing 100083, P. R. China)
Chief Editor Zhao Qinping
Edited and Published by Editorial Board of JBUAA
Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.
Distributed by BUAA Culture Media Group Limited
Telephone (010) 82315594 82338922 82314839
E-mail jbuaa@buaa.edu.cn
http://bhxb.buaa.edu.cn

刊　　号　ISSN 1001-5965 / CN 11-2625/V
国内定价　50.00元／期

ISSN 1001-5965
9 771001 596175 03>