

北航学报  
赠阅



ISSN 1001-5965

CODEN BHHDE8

# 北京航空航天大學 學報

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



2017-08  
Vol.43 No.08

## 目 次

- 基于 MEMD 和 ELM 的飞机机翼健康状态预测技术 ..... 崔建国, 徐舲宇, 于明月, 蒋丽英, 王景霖, 林泽力 (1501)  
基于振动声调制的板类结构裂纹定位成像 ..... 杨晓华, 刘学君, 张玎, 辛志东 (1509)  
基于 C-lens 的光子带隙光纤准直器传输特性 ..... 李彦, 赵远, 徐小斌, 蔡伟 (1517)  
航空发动机变几何涡轮增压性能研究 ..... 徐斌, 周帆, 杨世春, 田富刚, 谭龙兴 (1523)  
基于制动边界与意图识别的再生制动策略 ..... 吴志新, 石金蓬, 李亚伦, 杨海圣, 马少东 (1531)  
机载对地观测飞行轨迹设计与对比分析 ..... 宫晓琳, 张帅 (1541)  
150 kV 逆变电源性能优化及其束源特性 ..... 许海鹰, 桑兴华, 张伟, 齐铂金 (1550)  
机翼后缘连续变弯度对客机气动特性影响 ..... 郭同彪, 白俊强, 杨一雄 (1559)  
菱形连翼布局俯仰力矩非线性特性数值分析 ..... 孙俊磊, 王和平, 周洲, 汪子义 (1567)  
基于 TTE 的改进加权轮询调度算法 ..... 张英静, 何锋, 卢广山, 熊华钢 (1577)  
DDES 延迟函数在超声速底部流动中的性能分析 ..... 杜若凡, 阎超, 韩政, 向星皓, 屈峰 (1585)  
考虑机动效率的多约束导引律设计 ..... 王超伦, 薛林, 闫晓勇 (1594)  
适于可压缩多尺度流动的紧致型激波捕捉格式 ..... 李彦苏, 阎超, 于剑 (1602)  
基于双基雷达原理的 GNSS 海面反射信号建模方法 ..... 祁永强, 张波, 杨东凯, 张彦仲, 王强 (1610)  
超临界层流翼型优化设计策略 ..... 邢宇, 罗东明, 余雄庆 (1616)  
三站点备件供应保障关系建模与分析 ..... 张颖, 王蕴, 薛佩 (1625)  
喷口布局对导弹侧向喷流控制作用的数值模拟 ..... 刘丽媛, 李亚超, 阎超 (1632)  
基于多模型的不等长序列数据关联算法 ..... 孙贵东, 关欣, 衣晓, 赵骏 (1640)  
基于 Fluent 的电液泵流场与温度场有限元分析 ..... 付永领, 阳加远, 朱德明 (1647)  
三波长数字相位解调法解调误差及影响因素 ..... 赵文涛, 宋凝芳, 宋镜明, 吴蓉 (1654)  
基于多应力退化模型的智能电表可靠寿命预估 ..... 张景元, 何玉珠, 崔唯佳 (1662)  
氢动力无人机大展弦比机翼静气弹特性分析 ..... 郝帅, 马铁林, 甘文彪, 李根 (1670)  
高速柔性转子支承松动力学特征及动力特性 ..... 于欢, 马艳红, 肖森, 洪杰 (1677)  
基于改进 HHT 的非高斯噪声中瞬态通信信号检测 ..... 郭晓陶, 王星, 周东青, 张莹 (1684)  
考虑导弹自动驾驶仪动态特性的新型制导律 ..... 张凯, 杨锁昌, 张宽桥, 张永伟, 陈鹏 (1693)  
基于可能性矩的混合不确定性全局灵敏度分析 ..... 成凯, 吕震宙, 石岩 (1705)

期刊基本参数: CN11-2625/V \* 1956 \* m \* A4 \* 212 \* zh \* P \* ¥50.00 \* 900 \* 26 \* 2017-08

## CONTENTS

- Health state prediction technique for aircraft wing based on MEMD and ELM ..... CUI Jianguo, XU Lingyu, YU Mingyue, JIANG Liying, WANG Jinglin, LIN Zeli (1501)
- Localization and imaging of crack damage in plate-like structures based on vibro-acoustic modulation ..... YANG Xiaohua, LIU Xuejun, ZHANG Ding, XIN Zhidong (1509)
- Propagation characteristics of photonic bandgap fiber collimator with C-lens ..... LI Yan, ZHAO Yuan, XU Xiaobin, CAI Wei (1517)
- Research on performance of variable geometry turbocharger for aero engine ..... XU Bin, ZHOU Fan, YANG Shichun, TIAN Fugang, TAN Longxing (1523)
- Regenerative brake strategy based on braking boundary and intention recognition ..... WU Zhixin, SHI Jinpeng, LI Yalun, YANG Haisheng, MA Shaodong (1531)
- Design and comparative analysis of flight trajectory of airborne earth observation ..... GONG Xiaolin, ZHANG Shuai (1541)
- Performance optimization for 150 kV inverter power supply and its electron beam source characteristics ..... XU Haiying, SANG Xinghua, ZHANG Wei, QI Bojin (1550)
- Influence of continuous trailing-edge variable camber wing on aerodynamic characteristics of airliner ..... GUO Tongbiao, BAI Junqiang, YANG Yixiong (1559)
- Numerical analysis of pitching moment non-linear characteristics of diamond joined-wing configuration ..... SUN Junlei, WANG Heping, ZHOU Zhou, WANG Ziyi (1567)
- A modified weighted round robin scheduling algorithm in TTE ..... ZHANG Yingjing, HE Feng, LU Guangshan, XIONG Huagang (1577)
- Performance of delayed functions in DDES for supersonic base flow ..... DU Ruofan, YAN Chao, HAN Zheng, XIANG Xinghao, QU Feng (1585)
- Design of guidance law with multiple constraints considering maneuvering efficiency ..... WANG Chaolun, XUE Lin, YAN Xiaoyong (1594)
- Compact shock capturing scheme for compressible multiscale flow ..... LI Yansu, YAN Chao, YU Jian (1602)
- GNSS sea surface reflection signal modeling method based on principle of bistatic radar ..... QI Yongqiang, ZHANG Bo, YANG Dongkai, ZHANG Yanzhong, WANG Qiang (1610)
- Optimization strategy of supercritical laminar flow airfoil design ..... XING Yu, LUO Dongming, YU Xiongqing (1616)
- Modeling and analysis of spares supply support relations among three stations ..... ZHANG Ying, WANG Yun, XUE Pei (1625)
- Numerical simulation of effect of nozzle layout on jet lateral control for missiles ..... LIU Liyuan, LI Yachao, YAN Chao (1632)
- Data association algorithm for unequal length sequence based on multiple model ..... SUN Guidong, GUAN Xin, YI Xiao, ZHAO Jun (1640)
- Finite element analysis of flow field and temperature field of electro-hydraulic pump by Fluent ..... FU Yongling, YANG Jiayuan, ZHU Deming (1647)
- Demodulation error and influencing factor of three-wavelength digital phase demodulation method ..... ZHAO Wentao, SONG Ningfang, SONG Jingming, WU Rong (1654)
- Reliability life prediction of smart meter based on multi-stress degradation model ..... ZHANG Jingyuan, HE Yuzhu, CUI Weijia (1662)
- Static aeroelastic characteristics analysis of high-aspect-ratio wing for hydrogen-powered UAV ..... HAO Shuai, MA Tielin, GAN Wenbiao, LI Gen (1670)
- Mechanical and dynamic characteristics of bearing with looseness on high-speed flexible rotor ..... YU Huan, MA Yanhong, XIAO Sen, HONG Jie (1677)
- Transient communication signal detection under non-Gaussian noise based on improved HHT ..... GUO Xiaotao, WANG Xing, ZHOU Dongqing, ZHANG Ying (1684)
- Novel guidance law accounting for dynamics of missile autopilot ..... ZHANG Kai, YANG Suochang, ZHANG Kuanqiao, ZHANG Yongwei, CHEN Peng (1693)
- Global sensitivity analysis under mixed uncertainty based on probabilistic moments ..... CHENG Kai, LYU Zhenzhou, SHI Yan (1705)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0610

# 基于 MEMD 和 ELM 的飞机机翼健康状态预测技术

崔建国<sup>1,2,\*</sup>, 徐船宇<sup>1</sup>, 于明月<sup>1</sup>, 蒋丽英<sup>1</sup>, 王景霖<sup>2</sup>, 林泽力<sup>2</sup>

(1. 沈阳航空航天大学 自动化学院, 沈阳 110136;

2. 航空工业上海航空测控技术研究所故障诊断与健康管理技术航空科技重点实验室, 上海 201601)



**摘要:** 复合材料在现代飞机结构中的应用越来越广泛, 为了有效地对飞机机翼健康状态进行预测, 提出了基于多元经验模态分解(MEMD)和极限学习机(ELM)的飞机机翼健康状态预测方法。以某型飞机复合材料机翼盒段为具体研究对象, 对其进行冲击与疲劳加载试验, 利用光纤传感器及其采集系统募集飞机复合材料机翼盒段的原始应变信息, 对其健康状态予以表征。对所采集的原始应变信息进行MEMD分解, 提取分解后各频带信号的能量熵作为表征飞机复合材料机翼盒段健康状态的特征信息, 采用动态主元分析法(DPCA)将所提取的能量熵特征信息进行融合, 采用融合后所得到的能量熵构建ELM预测模型, 对某型飞机复合材料机翼盒段健康状态进行预测。试验研究表明, 本文方法可以有效实现飞机机翼的健康状态预测, 具有很好的应用前景。

**关键词:** 复合材料; 健康状态; 多元经验模态分解(MEMD); 能量熵; 极限学习机(ELM)

**中图分类号:** V258<sup>+</sup>.3

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2017)08-1501-08

由于复合材料具有高抗疲劳能力、高抗振能力, 且重量轻, 因此被广泛应用在现代飞机结构上。由于造成飞机复合材料损伤失效的因素繁多, 使得对飞机复合材料预测具有一定的困难<sup>[1]</sup>。因此, 对冲击后进行疲劳加载的飞机复合材料结构进行健康状态预测研究, 具有重要的理论与工程价值。

目前, 国内外许多学者都对其进行了分析。徐颖<sup>[2]</sup>提出了含初始冲击损伤层合板疲劳逐渐累积损伤的寿命预测方法, 试验结果表明, 该方法能够较好地预测含初始冲击损伤层合板在疲劳载荷作用下的损伤累积扩展以及疲劳寿命。李伟占<sup>[3]</sup>、施志凯<sup>[4]</sup>和鲁国富<sup>[5]</sup>利用有限元软件对复合材料层合板进行损伤渐进失效模拟分析。近年

来, 由于神经网络应用领域的不断扩大, Schulz等<sup>[6]</sup>将其引入到复合材料层合板损伤状态监测领域。利用传感器来模拟“细胞”, 构建结构损伤状态监测, 并通过试验及研究, 实现了通过神经网络来诊断冲击损伤的发生。Kirikera等<sup>[7]</sup>通过对复合材料进行多次试验, 并利用传感器网络获取的数据建立了一个预测剩余强度及疲劳寿命的经验公式, 为复合材料损伤预测的发展起到了积极的作用。

针对含冲击损伤的飞机复合材料机翼盒段, 本文采用布置在机翼盒段上的光纤光栅应变传感器网络所获取的应变信息作为原始信息, 对应变信息采用基于多元经验模态分解(Multivariate Empirical Mode Decomposition, MEMD)的能量熵

收稿日期: 2016-07-19; 录用日期: 2016-10-21; 网络出版时间: 2016-11-14 09:07

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0907.004.html

基金项目: 国防基础科研项目(Z052012B002); 航空科学基金(20163354004, 20153354005); 辽宁省自然科学基金(2014024003)

\* 通讯作者: E-mail: gordon\_cjg@163.com

**引用格式:** 崔建国, 徐船宇, 于明月, 等. 基于MEMD和ELM的飞机机翼健康状态预测技术[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1501-1508. CUI J G, XU L Y, YU M Y, et al. Health state prediction technique for aircraft wing based on MEMD and ELM [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1501-1508 (in Chinese).

方法进行特征提取。由于飞机复合材料机翼盒段出现损伤的位置无法预知,因此采用动态主元分析法(Dynamic Principal Component Analysis, DPCA)对特征信息进行降维融合,对提取的特征信息即融合后的能量熵采用极限学习机(Extreme Learning Machine, ELM)进行线性回归建模,实现飞机复合材料机翼盒段健康状态预测研究。

## 1 特征提取原理

### 1.1 多元经验模态分解

经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)存在明显的模态混叠及尺度对齐问题,MEMD不仅克服了以上问题,而且具备了更好的自适应性与时频局部化能力<sup>[8-10]</sup>。其分解过程如下:

原始信号为  $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_M(t)]$ ,  $M$  为同一时刻原始信号的维度,即信号采集的个数,  $\mathbf{v}^n = [v_1^n, v_2^n, \dots, v_M^n]$  为原始信号  $\mathbf{z}(t)$  的第  $n$  个向量。

**步骤 1** 求取方向向量集  $\mathbf{V}$ 。

**步骤 2** 求取获取的原始信号即  $\mathbf{z}(t)$  在每一个方向向量  $\mathbf{v}^k$  ( $k = 1, 2, \dots, l$ ) 上的投影集,即  $\mathbf{P}^k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, l$ ),  $l$  为方向向量个数。

**步骤 3** 查找并记录每个投影集  $\mathbf{P}^k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, l$ ) 中的投影极大值与之相对应的时间刻度  $\{t_i^k\}$ 。

**步骤 4** 对所有的  $\{t_i^k, z(t_i^k)\}$  数据进行拟合,求其包络线  $\{\mathbf{E}^k(t)\}$ 。

**步骤 5** 计算所有包络线的均值  $\mathbf{C}(t) = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l \mathbf{E}^k(t)$ 。

**步骤 6** 获取低频信号  $\mathbf{D}(t) = \mathbf{Z}(t) - \mathbf{C}(t)$ , 对  $\mathbf{D}(t)$  进行判断,是否满足多本征模态函数(Multivariate Intrinsic Mode Function, MIMF)条件。如果满足,则  $\mathbf{D}(t)$  为第 1 个 MIMF 分量,记为  $\mathbf{mimf}_1$ ;若不满足,将  $\mathbf{D}(t)$  作为原始信号重复步骤 1~步骤 5,直至  $\mathbf{D}(t)$  满足 MIMF 条件为止。

求其剩余向量  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{Z}(t) - \mathbf{D}(t)$ ,并将剩余向量作为原始信号重复步骤 1~步骤 6,得到  $\mathbf{mimf}_2$ ,多次重复直至满足 MIMF 停止条件,最终获得 MIMF 分量。

### 1.2 能量熵特征提取

当飞机结构出现不同损伤时,光纤传感器采集的应变信息的能量分布会发生变化,不同状态下所产生的应变信号的能量频率分布不同,这就需要一种评判能量大小的标准,为此引入能量熵

概念。在 MEMD 分解的基础上,计算各个 MIMF 的能量分布,然后通过 MIMF 分量求其能量分布,最后求其能量熵。具体步骤如下<sup>[11]</sup>:

**步骤 1** MEMD 自适应分解。采用 MEMD 算法对传感器获取信号进行自适应分解,将得到的各阶 MIMF 分量和残余分量由高到低排列。

**步骤 2** 能量分布求解。由于原始信号的总能量与经过 MEMD 分解后获得 MIMF 各频段的能量之和相同,由高到低排列的不同频段包含的能量不相同,因此原始信号的能量分布可以根据不同频段能量进行划分。求解公式如下:

$$E_j = \sqrt{\sum_{i=1}^n |\mathbf{mimf}_{ij}|^2} \quad (1)$$

式中: $j$  为原始数据 MEMD 分解后 MIMF 分量的个数; $n$  为第  $j$  个 MIMF 分量的数据长度。如果原始信号经 MEMD 分解过后得到  $m$  个 MIMF 分量,则其能量分布可表示为  $\mathbf{T} = [E_1, E_2, \dots, E_m]$ 。

**步骤 3** 能量熵求解。基于能量分布的求解,采用更加有效的能量熵作为不同损伤状态的特征表征量,求解公式如下:

$$H_e(i) = - \sum_{i=1}^m p_i \lg p_i \quad (2)$$

式中: $p_i = E_i / E$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 表示第  $i$  个 MIMF 分量的能量在总能量  $E$  中的比重,总能量  $E = \sum_{i=1}^m E_i$ 。

### 1.3 基于 DPCA 的特征融合

传统的主元分析法(Principal Component Analysis, PCA)认为变量之间都是没有相互关系的,然而复合材料试验件疲劳加载过程中传感器获取的特征信息之间存在着时间的延续性。为了高效获取损伤状态特征信息<sup>[12-14]</sup>,本文采用 DPCA 对 4 个传感器获取的特征信息进行特征层降维融合。

DPCA 核心思想为:采用前  $S$  时刻的每一个变量使之变成增广矩阵变量,为了消除变量之间的相关性,用 PCA 对其进行降维。DPCA 计算流程如下<sup>[15]</sup>。

**步骤 1** 增广矩阵构造。试验件在进行冲击后疲劳加载,传感器网络获取特征信息后,由此特征信息组成的原始矩阵记为  $\mathbf{X}$ ,表达式如下:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^t \\ \mathbf{x}_2^t \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^t \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $m$ 为监测变量个数即传感器个数; $n$ 为每个监测变量中观测值的个数,即每个传感器获取特征信息的个数; $\mathbf{x}_i^t \in \mathbb{R}^m$ ( $i=1,2,\dots,n$ )为 $m$ 维的观测向量。

由于DPCA理论知识中变量当前值与过去值相关,因此用过去时刻的观测向量对现在时刻的观测向量进行扩充构建增广矩阵,式(4)对时间 $t$ 前的 $h$ 个观测向量进行扩充构建增广矩阵。

$$\mathbf{X}(h) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_{t-1}^T & \cdots & \mathbf{x}_{t-h}^T \\ \mathbf{x}_{t-1}^T & \mathbf{x}_{t-2}^T & \cdots & \mathbf{x}_{t-h+1}^T \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{x}_{t-n+h}^T & \mathbf{x}_{t-n+h-1}^T & \cdots & \mathbf{x}_{t-n}^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{x}_t^T$ 与式(3)中的 $\mathbf{x}_i^t$ 相同,即 $t$ 时刻 $m$ 维的观测向量; $h$ 为滞后长度。

**步骤2** 滞后长度的确定。在进行DPCA分析过程中,滞后长度起着关键性作用,本文采用平行分析方法对滞后长度进行计算,其具体步骤如下:

1) 计算静态关系数,即令 $h=0$ 。此情况下,静态关系数为变量数减去主元个数差的绝对值。

2) 计算动态关系数,即令 $h=1$ ,此情况下,动态关系数为变量数与主元个数和1)中计算的静态关系数之差。

3) 计算动态关系数,即当 $h$ 从1开始不断递增时,动态关系数满足以下递推关系:

$$r_{\text{new}}(h) = r(h) - \sum_{i=0}^{h-1} (h-i+1)r_{\text{new}}(i) \quad (5)$$

直至 $r_{\text{new}}(h) \leq 0$ ,即静态和动态关系不再变化为止。

**步骤3** 对式(4)中获得的增广矩阵 $\mathbf{X}(h)$ 进行标准化处理,即均值为0、方差为1的标准化处理,最终得到矩阵 $\bar{\mathbf{X}}$ 。

**步骤4** 计算矩阵 $\bar{\mathbf{X}}$ 的协方差矩阵 $\mathbf{S}$ ,计算公式为 $\mathbf{S} = \frac{1}{n-1} \bar{\mathbf{X}}^T \bar{\mathbf{X}}$ 。

**步骤5** 通过协方差矩阵 $\mathbf{S}$ 计算其特征值 $[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T$ 及特征向量 $[q_1, q_2, \dots, q_m]$ 。

**步骤6** 主元个数确定的计算公式为 $\text{CPV} =$

$\sum_{i=1}^k \lambda_i / \sum_{i=1}^m \lambda_i$ ,一般当 $\text{CPV} \geq 85\%$ 时,计算得到的 $k$ 即为主元个数。

**步骤7** 降维融合后的特征信息为前 $k$ 个特征值对应的特征向量。

## 2 极限学习机预测模型

极限学习法的输入层节点数是由单隐含层前

馈神经网络(Single-hidden Layer Feedforward Neural Network,SLFN)算法计算得到,建模过程中不需要对其进行设置,只需要对隐含层的神经元个数进行设置即可,且能够找到唯一的最优解。SLFN与传统的前馈神经网络相比,不仅泛化性能好且学习效率高。以下为基于ELM的预测模型表达式<sup>[16]</sup>:

$$\sum_{i=1}^{\tilde{N}} \beta_i g(\mathbf{w}_i \cdot \mathbf{x}_j + b_i) = y_j \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

式中: $\mathbf{b}_i = [b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{im}]^T$ 为第 $i$ 个隐含层的阈值; $\boldsymbol{\beta}_i = [\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{im}]^T$ 为第 $i$ 个隐含层与输出层之间的权值; $\mathbf{w}_i = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{im}]^T$ 为第 $i$ 个输入层与隐含层之间的权值; $\mathbf{w}_i \cdot \mathbf{x}_j$ 为内积; $g(x)$ 为激活函数; $\tilde{N}$ 为隐含层的个数; $y_j$ 为ELM预测模型的输出。

图1为SLFN的结构图。

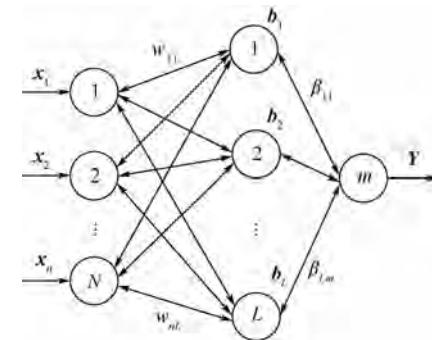


图1 SLFN结构图

Fig. 1 Structure chart of SLFN

基于ELM的预测模型的求解过程如下。

假设给定的样本集为 $N$ ,其表达式如下<sup>[17-18]</sup>:

$$N = \{(\mathbf{x}_i, y_j) | i = 1, 2, \dots, k\}$$

$$\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n, y_i \in \mathbb{R}^m \quad (7)$$

式中: $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T$ 为输入样本向量, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ 中的 $n$ 为输入样本向量的个数; $\mathbf{y}_i = [y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im}]^T$ 为输出样本向量, $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^m$ 中的 $m$ 为输出样本向量个数。具有 $\tilde{N}$ 个隐含层节点的SLFN的输出表达式(6)化简为

$$\mathbf{H}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{Y} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{H}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{\tilde{N}}, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{\tilde{N}}, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots,$

$$\mathbf{x}_N) = \begin{bmatrix} g(\mathbf{w}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}_1) & \cdots & g(\mathbf{w}_{\tilde{N}} \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}_{\tilde{N}}) \\ \vdots & & \vdots \\ g(\mathbf{w}_1 \mathbf{x}_N + \mathbf{b}_1) & \cdots & g(\mathbf{w}_{\tilde{N}} \mathbf{x}_N + \mathbf{b}_{\tilde{N}}) \end{bmatrix}_{N \times \tilde{N}};$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}_1^T, \boldsymbol{\beta}_2^T, \dots, \boldsymbol{\beta}_{\tilde{N}}^T]_{m \times \tilde{N}}; \mathbf{Y} = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_N^T]_{m \times N}.$$

$\mathbf{H}$ 矩阵的第 $i$ 列对应第 $i$ 个隐含层节点的输出。

为了构建性能优良的 SLFN 模型,  $\hat{\boldsymbol{w}}_i, \hat{\boldsymbol{b}}_i$  及  $\hat{\boldsymbol{\beta}} (i=1, 2, \dots, \tilde{N})$  需要满足式(9)的要求:

$$\|\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{w}}_1, \hat{\boldsymbol{w}}_2, \dots, \hat{\boldsymbol{w}}_{\tilde{N}}, \hat{\boldsymbol{b}}_1, \hat{\boldsymbol{b}}_2, \dots, \hat{\boldsymbol{b}}_{\tilde{N}}) \hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{U}\| = \min_{\boldsymbol{w}_i, \boldsymbol{b}_i, \boldsymbol{\beta}} \|\mathbf{H}(\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \dots, \boldsymbol{w}_{\tilde{N}}, \boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2, \dots, \boldsymbol{b}_{\tilde{N}}) \boldsymbol{\beta} - \mathbf{U}\| \quad (9)$$

从中可知, 当  $\mathbf{U} = \mathbf{H} \hat{\boldsymbol{\beta}}$  时取得最小值, 即  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{H}^* \mathbf{U}$ 。

若训练集、激活函数、隐含层个数给定, 则根据以上理论可归纳出 ELM 预测模型的 3 个求解步骤: 对权值及阈值进行随机赋值; 计算  $\mathbf{H}$  矩阵; 计算  $\boldsymbol{\beta}$ , 由  $\mathbf{H}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{Y}$  进行预测。

### 3 健康状态预测

在复合材料结构损伤预测过程中, 采用 MEMD 方法对募集到的应变信号进行分解, 并提取能量熵, 将融合后能量熵作为特征量, 采用 ELM 预测模型, 实现飞机健康状态预测。具体步骤如下:

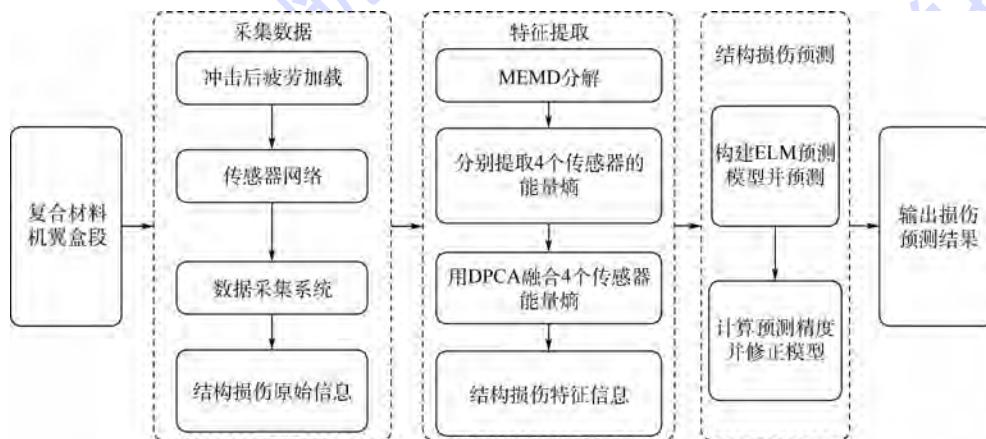


图 2 结构损伤预测方案

Fig. 2 Prediction scheme of structural damage

### 4 试验验证

以某型飞机复合材料机翼盒段为具体研究对象, 在试验条件下进行结构损伤预测试验验证。机翼盒段复合材料层合板铺层角度为  $[45^\circ / -45^\circ / 0^\circ / -45^\circ / 0^\circ / 90^\circ / 0^\circ / 45^\circ / -45^\circ / 0^\circ]$ , 共 24 层, 单层厚度 0.18 mm, 共 4.32 mm。对试验件进行冲击后的疲劳加载试验, 即对试验件 A 面蒙皮及梁上共进行 5 处冲击, 在试验件 B 面蒙皮加载疲劳载荷, 如图 3 所示。最大疲劳载荷 4 kN, 加载频率 2 Hz, 传感器采样频率 20 Hz。共进行 120 万次疲劳加载循环, 每隔 2 万次进行无损检测, 并用由

**步骤 1** 结构状态原始信息获取。利用光纤传感器网络获取应变值。本文采用表面贴式元件网络, 在飞机复合材料机翼盒段表面激发主动监测信号, 并在同一表面的其他 4 个地方接收结构响应信号。

**步骤 2** 特征提取。结合高效的信息处理方法, 对健康状态信息进行特征提取。本文采用的特征提取方法为基于 MEMD 分解的能量熵的特征提取。

**步骤 3** 构建预测模型并预测。创建基于 ELM 的、以融合后的能量熵作为建模数据的健康状态预测模型, 然后输入数据进行健康状态预测。

**步骤 4** 计算预测精度并修正模型。分别采用均方根误差  $\sigma_{\text{MSE}}$  及平均相对误差  $\sigma_{\text{ARE}}$  作为评判标准计算预测精度, 如果结果满足工程标准即误差小于 20%, 则输出预测结果, 否则, 更正模型参数以修正模型, 再次进行预测直到达到工程标准。

具体结构损伤预测方案如图 2 所示。

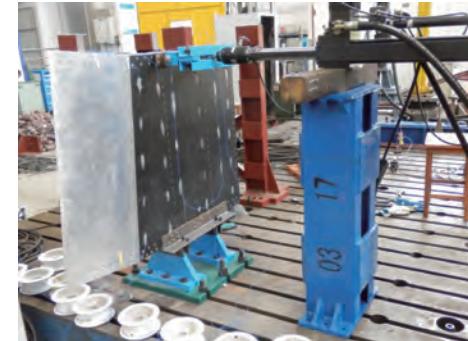


图 3 疲劳加载试验

Fig. 3 Test of fatigue loading

4 个光纤传感器组成的传感器网络采集应变值。因位于梁上的冲击损伤扩展最快, 故以此为

例进行详细说明。梁上冲击损伤位置及传感器布置如图 4 所示。

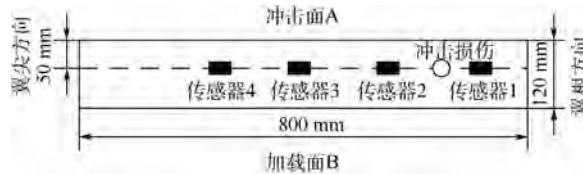


图 4 机翼盒段梁上冲击损伤位置及传感器布置

Fig. 4 Impact damage location and sensor placement on beam of aircraft wing box section

## 4.1 飞机机翼特征提取

### 4.1.1 飞机机翼原始信息 MEMD 分解

试验每隔 2 万次疲劳加载, 进行一次无损检测并记录损伤形式, 每次无损检测记录 24 次疲劳加载的应变值, 每次疲劳加载传感器采集 10 个应变值, 即取每次无损检测后每个传感器采集的 240 个应变值作为一次损伤状态量进行 MEMD 分解。

因第 42 万次(即第 21 次无损检测)疲劳加载后, 复合材料有明显分层损伤出现, 故以第 42 万次疲劳加载后, 传感器 1 获取的 240 个应变值进行 MEMD 分解为例, 绘制图 5。

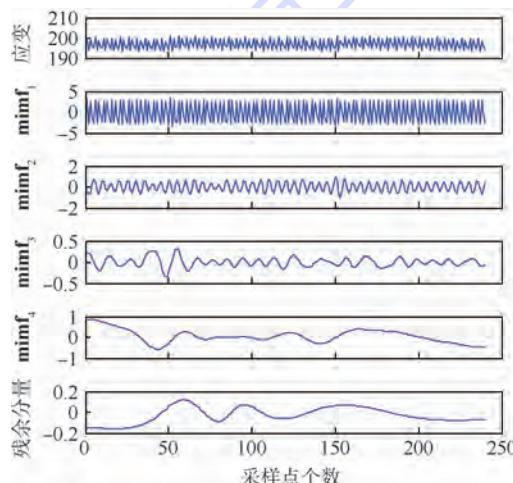


图 5 第 42 万次疲劳循环加载后传感器 1 数据 MEMD 分解

Fig. 5 Decomposition of data from Sensor 1 with MEMD after 420 000 times of cyclic fatigue loading

如图 5 所示, 第 42 万次疲劳加载后传感器所获取的原始信号被分解为多个 MIMF 分量, 由上至下按照从高频到低频排列, 且不同损伤状态的 MIMF 分量不同。

### 4.1.2 飞机机翼状态信息能量熵特征提取

以每次无损检测后 4 个传感器分别采集的 240 个应变值为一组, 试验件从好到坏共测得的 60 组应变数据, 进行 MEMD 分解, 求其各阶

MIMF 分量。由于每组数据共采集 24 次疲劳加载循环, 对于整体的疲劳加载循环来说微乎其微, 且每组数据只能求得一个能量熵值, 因此将每组求得的能量熵值与这组数据的第 1 个循环次数相对应。图 6 为 4 个传感器获取原始应变数据从初始损伤、损伤扩展到损伤失效提取的能量熵特征。

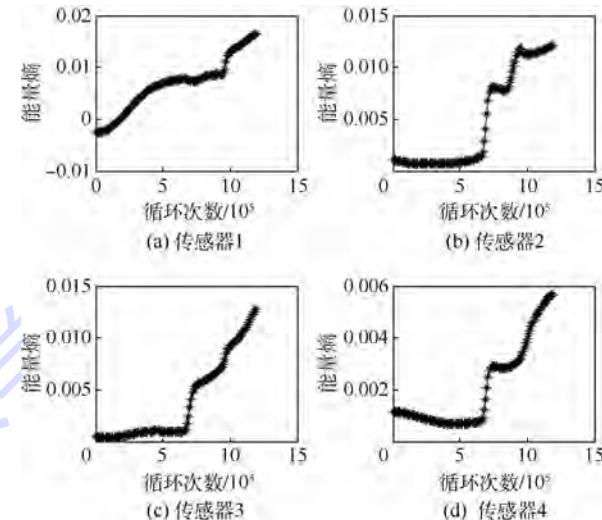


图 6 4 个传感器对应能量熵特征趋势分析

Fig. 6 Energy entropy feature trend analysis corresponding to four sensors

### 4.1.3 能量熵特征融合

从图 6 中可以看出, 随着损伤的不断扩展直至失效, 4 个传感器获取的能量熵特征信息趋势均能很好地表现损伤过程, 然而疲劳加载过程中损伤位置无法预测, 因此不能人为判断采用哪个传感器采集的特征信息作为后期的预测数据。为了更加有效地提取能够表征飞机复合材料机翼盒段损伤状态特征量, 对 4 个传感器采用的信息进行降维融合。将降维融合后获得的特征信息作为最终表征飞机复合材料机翼盒段损伤状态特征量。图 7 为 4 个传感器采集的原始应变数据的能量熵特征信息降维融合。

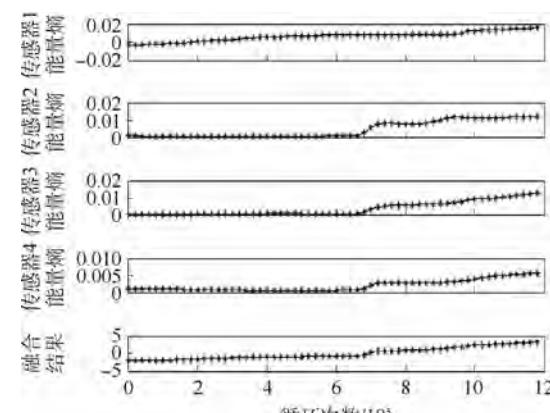


图 7 能量熵特征融合结果

Fig. 7 Results of energy entropy feature fusion

## 4.2 飞机机翼健康状态预测

根据提取的特征信息即融合后的能量熵可以看出,随着疲劳循环次数的增加,损伤在不断扩展,且特征提取的能量熵也呈现不断增大的趋势,能够很好地表征健康状态变化情况。

采用 ELM 方法对能量熵进行预测建模时,根据专家经验及建模试验效果,选取重构个数为 5,构建预测模型输入样本集,即

$$\mathbf{L}_{(n-5) \times 5} = \begin{bmatrix} s(1) & s(2) & \cdots & s(5) \\ s(2) & s(3) & \cdots & s(6) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s(n-5) & s(n-4) & \cdots & s(n-1) \end{bmatrix}$$

预测模型的输出样本集为

$$\mathbf{B}_{(n-5) \times 1} = \begin{bmatrix} s(6) \\ s(7) \\ \vdots \\ s(n) \end{bmatrix}$$

根据建模试验效果,动态建模过程中每次建模数据选取 51 组(含输入和输出数据),每组数据包含输入模型的 5 个数据,以及对应模型输出的 1 个数据,即以第 1~51 组数据建模时模型输入为

$$\mathbf{L}_{51 \times 5} = \begin{bmatrix} s(1) & s(2) & \cdots & s(5) \\ s(2) & s(3) & \cdots & s(6) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s(51) & s(52) & \cdots & s(55) \end{bmatrix}$$

模型输出为

$$\mathbf{B}_{51 \times 1} = \begin{bmatrix} s(6) \\ s(7) \\ \vdots \\ s(56) \end{bmatrix}$$

其中,矩阵  $\mathbf{L}$  的每一行数据为模型的一组输入数据,矩阵  $\mathbf{B}$  的每一行数据为模型对应的输出数据,由矩阵  $\mathbf{L}$  与  $\mathbf{B}$  便可构建预测模型。用所构建的预测模型进行测试时,以第 52、53 组数据作为预测模型的输入数据,即  $\mathbf{X}_{L_{2 \times 5}} = [s(52) \ s(53) \ \cdots \ s(56)]$ , 则可由预测模型

输出第 52、53 组预测数据,即  $\mathbf{X}_{B_{2 \times 1}} = \begin{bmatrix} s_0(57) \\ s_0(58) \end{bmatrix}$ 。

然后以第 3~53 组数据建模,以第 54、55 组数据作为预测模型的输入数据,即  $\mathbf{X}_{L_{2 \times 5}} = [s(54) \ s(55) \ \cdots \ s(58)]$ , 则可由预测模型

输出第 54、55 组预测数据,即  $\mathbf{X}_{B_{2 \times 1}} = \begin{bmatrix} s_0(59) \\ s_0(60) \end{bmatrix}$ 。

如此类推,每次建模及测试均向后移动 2 组,从而可实现动态建模与预测效能。所有预测值(含第 1~51 组建模数据的预测值)如图 8 所示。

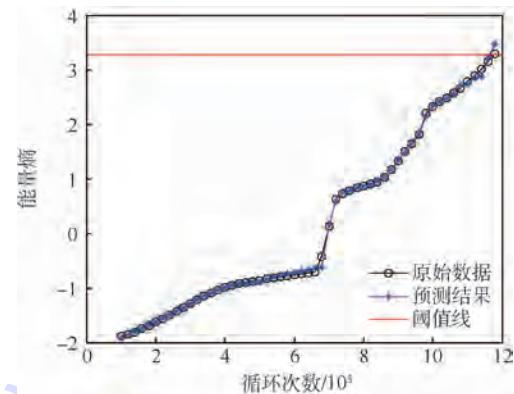


图 8 基于融合能量熵的机翼盒段健康状态预测

Fig. 8 Health state prediction of aircraft wing box section based on fused energy entropy

试验件在疲劳加载进行到第 120 万次时,梁上复合材料 11~14 层,层间分层损伤长度急剧增加,对应此时提取的能量熵为 3.2830,依据试验确定其为失效阈值,高于该阈值则认为损伤失效。图 8 为基于能量熵的飞机复合材料机翼盒段健康状态预测结果。

从图 8 中可知,在疲劳加载至 116 万次循环时,预测得到的 118 万次疲劳加载循环时的特征值为 3.3850,已经非常接近于 3.2830 损伤失效阈值线,可认定为疲劳加载 118 万次时损伤失效,而真实的损伤失效是在疲劳循环加载到 120 万次损伤失效,为了验证其预测效果的优异程度,本文采用均方根误差  $\sigma_{MSE}$  及平均相对误差  $\sigma_{ARE}$  来作为评判标准,表达式如下:

$$\sigma_{MSE} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y - y_{per})^2} \quad (10)$$

$$\sigma_{ARE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y - y_{per}|}{y} \times 100\% \quad (11)$$

式中: $y$  为真实能量熵值; $y_{per}$  为预测得到的能量熵值; $n$  为预测数据的个数。

经计算,基于能量熵的预测误差  $\sigma_{MSE} = 0.0158$ ,  $\sigma_{ARE} = 1.8329\%$ ,满足预测误差小于 20% 的工程需求。

## 5 结论

本文提出了一种基于 MEMD 和 ELM 的飞机机翼健康状态预测方法。

1) 对传感器采集的原始应变数据采用 MEMD 方法,并提取能量熵。提取的特征信息能

够很好地表征飞机复合材料机翼盒段损伤不断扩展信息,证明了其有效性与可行性。

2) 采用DPCA方法对4个传感器获取的特征信息进行降维融合,将降维融合后的特征信息作为飞机复合材料机翼盒段损伤状态特征量用于预测。试验表明,采用DPCA方法融合后的特征信息更能高效地表征飞机复合材料机翼盒段损伤状态。

3) 采用ELM方法对提取融合后的能量熵值进行建模预测。将预测得到的特征值与失效阈值相对比,越接近失效值,损伤越严重甚至失效。试验表明,ELM所创建的模型均能很好地对飞机复合材料机翼盒段健康状态进行预测。

## 参考文献 (References)

- [1] 郑锡涛,李泽江,李光亮.含损伤复合材料层合板剩余压缩强度研究进展[J].宇航材料工艺,2011,41(3):20-26.  
ZHENG X T, LI Z J, LI G L. Advance of study on residual compressive strength of damaged composite laminates [J]. Aerospace Material & Technology, 2011, 41 ( 3 ) : 20-26 ( in Chinese ).
- [2] 徐颖.复合材料层合板冲击损伤及冲击后疲劳寿命研究[D].南京:南京航空航天大学,2007:108-123.  
XU Y. Research on impact damage of laminates and fatigue life of impacted laminates [ D ]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007:108-123 ( in Chinese ).
- [3] 李伟占.复合材料层合板损伤失效模拟分析[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2012:29-55.  
LI W Z. Progressive damage analysis of composite laminates [ D ]. Harbin: Harbin Engineering University , 2012 : 29-55 ( in Chinese ).
- [4] 施志凯.热力耦合下复合材料层合板渐进性损伤分析[D].大连:大连理工大学,2013:43-60.  
SHI Z K. Progressive damage analysis of laminated composite under thermal-mechanical coupling load [ D ]. Dalian: Dalian University of Technology, 2013:43-60 ( in Chinese ).
- [5] 鲁国富.直升机复合材料桨叶疲劳研究[D].南京:南京航空航天大学,2010:59-71.  
LU G F. Research on fatigue progressive damage analysis method for composite of helicopter blade [ D ]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010 : 59-71 ( in Chinese ).
- [6] SUNDARESAN M J, SCHULZ M J, GHOSHAL A, et al. A neural system for structural health monitoring[C]//Proceedings of SPIE, Smart Structures and Materials. Bellingham, WA:SPIE, 2001,4328:130-141.
- [7] KIRIKERA G, DATTA S, SCHULZ M J, et al. Recent advances in an artificial neural system for structural health monitoring [ C ] // Proceedings of the SPIE, NDE and Health Monitoring of Aerospace materials and Composites II. Bellingham, WA : SPIE, 2003 : 152-163.
- [8] 刘源.基于多元EMD的BCI信号处理研究[D].秦皇岛:燕山大学,2013:22-39.  
LIU Y. Study on signal processing of BCI based on multivariate empirical mode decomposition [ D ]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2013:22-39 ( in Chinese ).
- [9] 张毅,周春雨,罗元.基于MEMD的运动想象脑电信号的特征提取与分析[J].重庆邮电大学学报(自然科学版),2015,27(3):386-391.  
ZHANG Y, ZHOU C Y, LUO Y. Feature extraction and analysis of imaginary movements in EEG based on MEMD [ J ]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications ( Natural Science Edition ), 2015 , 27 ( 3 ) : 386-391 ( in Chinese ).
- [10] 武哲,杨绍普,刘永强.基于多元经验模态分解的旋转机械早期故障诊断方法[J].仪器仪表学报,2016,37(2):241-248.  
WU Z, YANG S P, LIU Y Q. Rotating machinery early fault diagnosis method based on multivariate empirical mode decomposition [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016 , 37 ( 2 ) : 241-248 ( in Chinese ).
- [11] 张超.基于自适应振动信号处理的旋转机械故障诊断研究[D].西安:西安电子科技大学,2012:26-43.  
ZHANG C. Fault diagnosis research of rotating machinery based on adaptive processing of vibration signal [ D ]. Xi'an: Xidian University, 2012 : 26-43 ( in Chinese ).
- [12] 张超,陈建军,郭迅.基于EMD能量熵和支持向量机的齿轮故障诊断方法[J].振动与冲击,2010,29(10):216-220.  
ZHANG C, CHEN J J, GUO X. A gear fault diagnosis method based on EMD energy entropy and SVM [ J ]. Journal of Vibration and Shock, 2010 , 29 ( 10 ) : 216-220 ( in Chinese ).
- [13] 张超,陈建军,郭迅.基于EEMD能量熵和支持向量机的齿轮故障诊断方法[J].中南大学学报(自然科学版),2012,43(3):932-939.  
ZHANG C, CHEN J J, GUO X. Gear fault diagnosis method based on ensemble empirical mode decomposition energy entropy and support vector machine [ J ]. Journal of Central South University ( Science and Technology ), 2012 , 43 ( 3 ) : 932-939 ( in Chinese ).
- [14] 石怀涛,刘建昌,丁晓迪,等.基于混合动态主元分析的故障检测方法[J].控制工程,2012,19(1):148-151.  
SHI H T, LIU J C, DING X D, et al. Fault detection based on hybrid dynamic principal component analysis [ J ]. Control Engineering of China, 2012 , 19 ( 1 ) : 148-151 ( in Chinese ).
- [15] 钟丽丽.基于动态主元分析的故障诊断研究[D].青岛:青岛科技大学,2013:18-21.  
ZHONG L L. Research on fault diagnosis of dynamic principle component analysis [ D ]. Qingdao: Qingdao University of Science & Technology, 2013 : 18-21 ( in Chinese ).
- [16] 李磊.基于极限学习机的风机机械传动部件剩余寿命预测研究[D].秦皇岛:燕山大学,2015:20-36.  
LI L. Residual life prediction research for mechanical drive components of wind turbing based on extreme learning machine [ D ]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2015 : 20-36 ( in Chinese ).
- [17] 李培.基于PCA-ELM的预测模型在煤矿突水预测中的应用[D].徐州:中国矿业大学,2014:18-26.  
LI P. The application of forecasting model based on PCA-ELM

in coal mine water burst prediction [D]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 2014;18-26 (in Chinese).

[18] 潘华贤,程国建,蔡磊.极限学习机与支持向量机在储层渗透率预测中的对比研究[J].计算机工程与科学,2010,30(2):131-134.

PAN H X, CHENG G J, CAI L. Comparison of the extreme learning machine with the support vector machine for reservoir permeability prediction [J]. Computer Engineering & Science, 2010,30(2):131-134 (in Chinese).

#### 作者简介:

崔建国 男,博士,教授。主要研究方向:飞行器健康诊断与预测及综合健康管理,智能信息获取、处理与识别,飞行器状态监测与智能控制,系统仿真与应用。

徐龄宇 女,硕士研究生。主要研究方向:飞行器健康诊断与预测及综合健康管理。

## Health state prediction technique for aircraft wing based on MEMD and ELM

CUI Jianguo<sup>1,2,\*</sup>, XU Lingyu<sup>1</sup>, YU Mingyue<sup>1</sup>, JIANG Liying<sup>1</sup>, WANG Jinglin<sup>2</sup>, LIN Zeli<sup>2</sup>

(1. School of Automation, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;

2. Shanghai Aero Measurement & Control Technology Research Institute Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Fault Diagnosis and Health Management, Shanghai 201601, China)

**Abstract:** Composite materials are more and more widely used in the modern aircraft structure. In order to effectively forecast the health state of aircraft wing, the multivariate empirical mode decomposition (MEMD) energy entropy and extreme learning machine (ELM) model are introduced into prediction method of aircraft wing health state. A certain type of aircraft's composite wing box section is taken as the specific research object. Then we carried out fatigue load tests after impacting it. The original strain information of aircraft's composite wing box section was obtained by fiber optic sensor acquisition system, and the health state of aircraft's composite wing box section was represented. Then, the original strain information was decomposed by MEMD, and the energy entropy was extracted from the band signal which is decomposed with MEMD as the feature. The energy entropy was then fused by dynamic principal component analysis (DPCA). The energy entropy after fusion was taken to construct the ELM prediction model. And we forecasted the structural damage of a certain aircraft's composite wing box section. Experimental research shows that the method can achieve the prediction of aircraft wing health state effectively and has a very good application prospect.

**Keywords:** composite; health state; multivariate empirical mode decomposition (MEMD); energy entropy; extreme learning machine (ELM)

**Received:** 2016-07-19; **Accepted:** 2016-10-21; **Published online:** 2016-11-14 09:07

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0907.004.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0907.004.html)

**Foundation items:** National Defense Basic Research Program (Z052012B002); Aeronautical Science Foundation of China (20163354004, 20153354005); Natural Science Foundation of Liaoning Province of China (2014024003)

\* **Corresponding author.** E-mail: gordon\_cjg@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0595

全下  
文载

# 基于振动声调制的板类结构裂纹定位成像

杨晓华<sup>1,\*</sup>, 刘学君<sup>1</sup>, 张玎<sup>1</sup>, 辛志东<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院青岛校区 航空机械系, 青岛 266041; 2. 中航飞机股份有限公司 研发中心, 汉中 723000)

**摘要:** 针对线性 Lamb 波在监测闭合裂纹及微裂纹方面的不足, 基于振动声调制理论, 提出了一套板类结构中裂纹损伤定位方法。通过分析仅有高频(HF)激励和高低频(HF 和 LF)同时激励时, 声波在含裂纹结构中的传播路径及其信号成分组成, 提出了一种含损伤信息信号的提取技术, 继而结合延时叠加算法, 参考有基准的线性 Lamb 波损伤定位方法, 对板类结构中的疲劳裂纹进行了定位成像。试验证明, 该方法可在无需原始健康基准信号的前提下, 有效定位出平板结构中的疲劳裂纹, 为结构中接触类损伤的定位成像提供了思路。

**关键词:** 振动声调制; 结构健康监测; 延时叠加算法; Lamb 波; 疲劳裂纹监测

**中图分类号:** V219; TB559

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1509-08

疲劳开裂是飞机结构失效的主要形式。结构在疲劳载荷的作用下, 首先在微观上产生了位错及滑移, 继而萌生小裂纹, 然后小裂纹扩展至工程裂纹, 最后发生疲劳断裂。往往裂纹萌生的时间相对较长, 而裂纹扩展至断裂的时间则相对较短, 所以及时监测到裂纹的存在对于保证结构的安全极为重要<sup>[1]</sup>。

在此背景下, 因难以实现原位监测及在线监测的传统无损检测技术(NDT)无法满足监测需求, 而基于超声导波理论的结构健康监测技术则可以弥补其不足<sup>[2-5]</sup>。但无论是传统的超声波监测技术及目前较为流行的基于超声的结构健康监测技术, 其理论基础均是依靠声波在缺陷处的反射、散射及衰减等线性特征, 且可监测的裂纹尺寸理论上不可小于波长的一半。由于真实结构中的疲劳裂纹存在闭合状态, 裂纹界面存在接触作用, 在裂纹张开及增长到一定尺寸前, 声波在裂纹界面的反射及散射不太明显, 因此限制了该方法的使用范围<sup>[6-8]</sup>。

为了解决线性技术在小裂纹及闭合裂纹监测领域的不足, 国内外学者们针对超声在小裂纹及疲劳裂纹界面的非线性相应展开了大量研究, 发现了部分非线性特征, 如高次谐波及 1/2 分次谐波的产生、直流(DC)效应、慢动效应及振动声调制效应等<sup>[9-10]</sup>。试验证明, 声波在裂纹界面的非线性效应对裂纹更为敏感, 因此基于振动声调制效应的损伤监测是一种前景广阔的监测方法<sup>[11-14]</sup>。目前基于振动声调制进行裂纹监测的研究, 主要集中在判断裂纹有无, 而在裂纹定位成像方面, 开展的研究相对较少<sup>[15]</sup>。Sohn 等通过线性响应减法(LRS)及同步解调的方法, 实现了低频基频谐波成分的提取, 并以此与基准信号进行比较, 确定了裂纹的有无<sup>[16]</sup>; 胡海峰通过高通滤波器直接获得了传感信号中的高频基频谐波成分, 并以此采用延时叠加算法对板类裂纹进行了成像<sup>[17]</sup>。焦敬品等采用振动声调制的方法, 基于小波变换, 分别提取并比较了基准信号与监测信号在低频振动频率的信号成分, 并以此进行了接

收稿日期: 2016-07-13; 录用日期: 2016-08-11; 网络出版时间: 2016-10-17 09:55

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161017.0955.007.html

基金项目: 总装“十二五”预研项目(143092015)

\* 通讯作者: E-mail: 13964889511@163.com

**引用格式:** 杨晓华, 刘学君, 张玎, 等. 基于振动声调制的板类结构裂纹定位成像[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1509-1516.

YANG X H, LIU X J, ZHANG D, et al. Localization and imaging of crack damage in plate-like structures based on vibro-acoustic modulation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1509-1516 (in Chinese).

触类缺陷的成像处理<sup>[18]</sup>。Kim 等采用风力发电叶片在工作时的振动作为低频振动,结合振动声调制的方法,实现了风力发电机叶片裂纹的监测<sup>[19]</sup>。上述研究中,普遍需要结构在原始健康状态的健康信号作为基准,而因结构的长时间服役,传感器或者其他与采集信号相关的部件状态会发生改变,故导致采集信号发生畸变,在结构不发生损伤的情况下,采集信号也可能与基准信号有较大差异。因此,基于基准信号的健康监测方法将不再适用。

本文基于振动声调制理论,分析了仅有高频(HF)激励及高低频(HF 和 LF)同时激励时,声波的传播路径及信号成分组成,提出了一种含损伤信息信号的提取技术;结合延时叠加算法,实现了板类结构中裂纹损伤的定位成像,并通过试验证明了该方法的可行性。

## 1 振动声调制原理

振动声调制方法就是向结构中输入两频率不同的激励信号,一个信号为低频激励,其幅值较大,应用于推动裂纹面的相对运动。而另一信号为高频激励,频率较高,幅值较小,对裂纹的敏感性较高。假设两信号的频率分别为  $\omega_a$  和  $\omega_b$ ,分别对应 LF 和 HF,当结构中不存在裂纹时,可将结构看作一个线性系统,两列波输入系统后的输出,可看作两列波分别单独输入系统后的对应输出的线性叠加,其接收信号  $u_1$  可表示为

$$u_1 = u_a + u_b + u_{2a} + u_{2b} + c_1 \quad (1)$$

式中: $u_a$  和  $u_b$  为入射波所对应频率的基频谐波; $u_{2a}$  和  $u_{2b}$  为二次谐波; $c_1$  为其他谐波成分,包括三次谐波及更高次谐波等。

当结构中存在裂纹时,因裂纹的作用,两列波会在裂纹处发生幅值和相位调制,进而在频域产生了新的频率成分,包括两列基频谐波、调制边频谐波及高次谐波<sup>[8]</sup>。则接收信号可表示为

$$u_2 = u_a + u_b + u_{a\pm b} + u_{2a} + u_{2b} + c_2 \quad (2)$$

式中: $u_{a\pm b}$  为调制边频谐波; $c_2$  为其他谐波成分,包括三次谐波及更高次谐波、二倍调制边频谐波及高次谐波附近的边频谐波等。

振动声调制的过程如图 1 所示。

最初,普遍认为引发振动声调制的原因是低频振动引发裂纹的张开与闭合。但后续研究表明,裂纹面的位错、摩擦、应力集中及温度等均会对调制作用有一定的影响。目前,对于裂纹引起振动声调制效应的机理仍不确定<sup>[8]</sup>,试验研究表明:①该方法可以实现裂纹在成长为张开裂纹

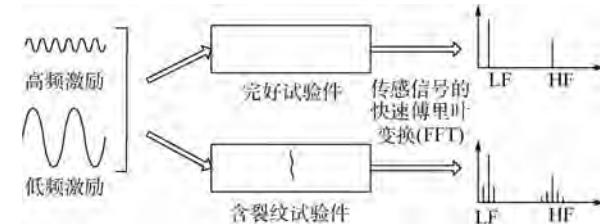


图 1 振动声调制示意图

Fig. 1 Schematic of vibro-acoustic modulation

前被监测到;②低频振动的幅值在无法引起裂纹面张开闭合的情况下,依然能够引起振动声调制现象。这为采用振动声调制进行裂纹监测提供了便利<sup>[11]</sup>。

## 2 基于振动声调制的板类裂纹损伤成像方法

### 2.1 含损伤信息信号的提取技术

因裂纹的存在,接收信号中其成分较为复杂,而能够携带损伤信息的信号,主要是调制边频谐波和高次谐波。因信号的调制仅发生在裂纹界面前及界面上,故可认为激励信号在传播到裂纹界面前及界面上后,均为线性传播,满足信号的线性叠加<sup>[8]</sup>。同时,因为损伤位置往往不能准确地落到传感路径上,故如图 2 所示,传感信号一般由两部分组成,第 1 部分为直达波信号  $S^{(m)}$ ;第 2 部分为激励信号经由损伤位置到达的信号  $S^{(n)}$ 。本文采取以下方法进行含损伤信号的提取,即提取  $S^{(n)}$ 。

1) 仅向结构中输入高频信号,获得传感信号为

$$S_{HF} = S_{HFb}^{(m)} + S_{HFb}^{(n)} + S_{HF2b}^{(n)} + c_{HF} \quad (3)$$

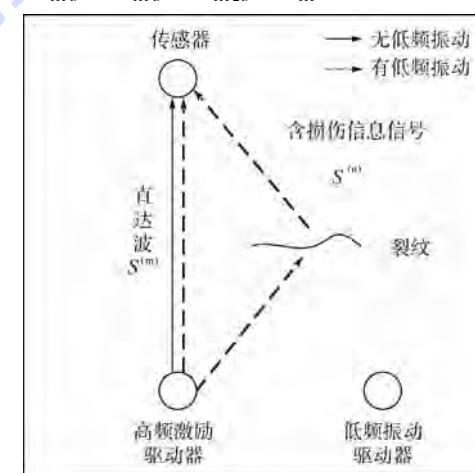


图 2 有低频振动及无低频振动高频信号的传播路径示意图

Fig. 2 Schematic of HF signal propagation path when there is LF vibration and no LF vibration

式中:  $S_{HFb}^{(m)}$  为高频输入直达波信号;  $S_{HF}^{(n)}$  为高频输入下含损伤信号的基频谐波成分;  $S_{HF2b}^{(n)}$  为高频输入下含损伤信号的二倍频成分;  $c_{HF}$  为高频输入下含损伤信号的其他谐波成分。当裂纹处于闭合状态时, 信号的散射及反射不明显, 故有  $S_b^{(n)}$  和  $S_{2b}^{(n)}$  的幅值较低。

2) 向结构中同时输入高频和低频信号, 且高频信号同上, 得到传感信号为

$$S_{LH} = S_{LHb}^{(m)} + S_{LHb}^{(n)} + S_{LH(a\pm b)}^{(n)} + S_{LHa}^{(n)} + S_{LHb}^{(n)} + S_{LH2a}^{(n)} + S_{LH2b}^{(n)} + c_{LH} \quad (4)$$

式中:  $S_{LHb}^{(m)}$  和  $S_{LHb}^{(n)}$  分别为双频输入下的直达波低高频成分;  $S_{LH(a\pm b)}^{(n)}$  为含损伤信号中的调制边频成分;  $S_{LHa}^{(n)}$  和  $S_{LHb}^{(n)}$  分别为双频输入下含损伤信号的低高频成分;  $S_{LH2a}^{(n)}$  和  $S_{LH2b}^{(n)}$  为双频输入下含损伤信号的二倍频成分;  $c_{LH}$  为高频输入下含损伤信号的其他谐波成分。

3) 因除裂纹界面外的非线性调制作用外, 其他均为线性系统, 故可将两信号进行做差处理, 即

$$S_{\Delta} = S_{LH} - S_{HF} \quad (5)$$

又因为线性叠加原理, 有  $S_{HFb}^{(m)} = S_{LHb}^{(m)}$ , 则有

$$S_{\Delta} = S_{LHa}^{(m)} + S_{LH(a\pm b)}^{(n)} + S_{LHa}^{(n)} + S_{LHb}^{(n)} + S_{LH2a}^{(n)} + S_{LH2b}^{(n)} + c_{LH} - S_{HFb}^{(n)} - S_{HF2b}^{(n)} - c_{HF} \quad (6)$$

由式(6)可以看出, 直达波信号的成分仅存在低频部分, 而含损伤信号在高频部分信号的成分依旧很复杂。

4) 采用带通滤波器, 过滤掉在高频基频谐波之外的信号成分, 保留笔者最关注的含损伤信号中高频部分的基频谐波成分及调制边频成分, 即

$$S = S_{LHb}^{(n)} + S_{LH(a\pm b)}^{(n)} - S_{HFb}^{(n)} \quad (7)$$

则信号  $S$  包含了损伤的相关信息, 其频域成分主要有基频谐波及调制边频谐波组成, 可以此进行裂纹损伤的定位。

## 2.2 延时叠加算法

目前, 基于 Lamb 波的损伤成像算法主要有椭圆定位法、延时叠加算法及时间反转法等, 为减少时间延迟确定带来的误差影响, 采用延时叠加算法进行损伤成像处理<sup>[20]</sup>。

首先, 获取由驱动器  $P_i$  激发, 传感器  $P_j$  接收的含损伤信息的信号  $S_{ij}(t)$  可采用复数表示形式

$$\bar{S}_{ij}(t) = S_{ij}(t) + i u_{ij}(t) \quad (8)$$

式中:  $u_{ij}(t)$  为信号  $S_{ij}(t)$  的希尔伯特变换。

其次, 通过希尔伯特变换确定含损伤信息信号的包络:

$$V_{ij}(t) = \sqrt{S_{ij}^2(t) + u_{ij}^2(t)} \quad (9)$$

然后, 计算激励信号从驱动器  $P_i$  经由板中某

点  $O(x, y)$ , 到达传感器  $P_j$  的时间延时为

$$t_{ioj}(x, y) = t_{off} + \left[ \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} + \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \right] / c_g(f_0) \quad (10)$$

式中:  $c_g(f_0)$  为中央频率为  $f_0$  时的群速度;  $t_{off}$  为信号传播中的固有时延。

最后, 通过多条传感路径进行监测后, 板中  $O$  点的像素值为

$$I(x, y) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N V_{ij}(t_{ioj}(x, y)) \quad (11)$$

式中:  $N$  为传感器数量。

图 3 为基于延时叠加算法成像原理, 根据其原理可知, 延时叠加成像是通过叠加损伤到各传感器的距离来定位损伤。对于一对传感器而言, 其成像结果应该是绘制了以两传感器为焦点的多个椭圆, 而损伤所在的椭圆幅值相对较大, 随着传感器数目的增加, 各幅值较大的椭圆将在损伤位置聚焦。

因正弦激励信号无法确定损伤位置, 故借鉴基于线性 Lamb 波进行损伤定位的经验, 采用汉宁窗调制的正弦信号作为高频激励。

$$S(t) = A(H(t) - H(t - n/f_c)) \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi f_c t}{n}\right) \sin(2\pi f_c t) \quad (12)$$

式中:  $A$  为信号的幅值;  $f_c$  为中央频率;  $H(t)$  为 Heaviside 函数;  $n$  为正弦波峰的个数。本文试验中, 取中心频率  $f_c = 50$  kHz,  $n = 5$ 。

根据 2.1 节获得的含损伤信息信号主要是由基频谐波信号及调制边频信号组成, 因其频率值相差不大, 故可假定含损伤信号的波包群速度均为基频谐波频率所对应的群速度, 并根据延时叠加成像算法进行损伤成像处理。

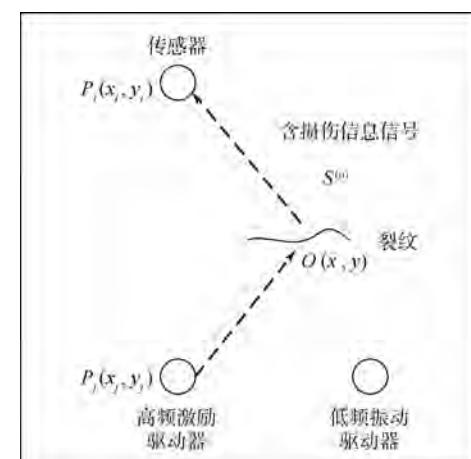


图 3 延时叠加成像原理

Fig. 3 Principle of delay and sum imaging

### 3 试验研究

为验证上述方法的可行性,选取尺寸为  $300 \text{ mm} \times 700 \text{ mm} \times 1.5 \text{ mm}$  的矩形板作为试验件,板中间位置有 8 mm 通孔,并采用 MTS810 疲劳试验机进行疲劳加载直至出现疲劳裂纹,裂纹位于圆孔两侧,其尺寸约为 15 mm。为避免边界条件带来的调制效应的影响,试验件进行悬挂处理。在裂纹周围布置 8 个直径为 5 mm 的压电陶瓷(PZT)片,且每相邻两传感器的距离约为 100 mm,具体位置如图 4 所示,在图中标识序号为 1~8。

高频信号采用 NI 数字采集设备进行激发和采集,由控制器 PIXe-8 133、任意波形发生卡 PIX-5 412 和采集卡 PIX5 105 组成,同时采用 HAS-4052 功率放大器对输出信号及采集信号进行放大。低频振动采用 LA-200 功率放大器、Agilent 33220 A 波形发生器和 JZQ 电磁激振器进行激发。为避免边界反射对本文试验结果的影响,试验采用悬挂的方式。为在较低低频激励电压下,能更好地推动裂纹面的运动,可采用该板的固

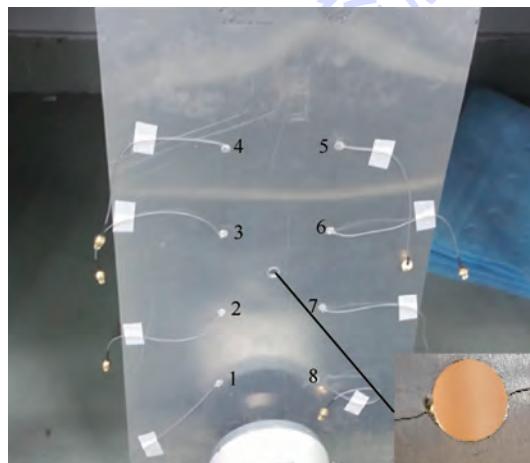
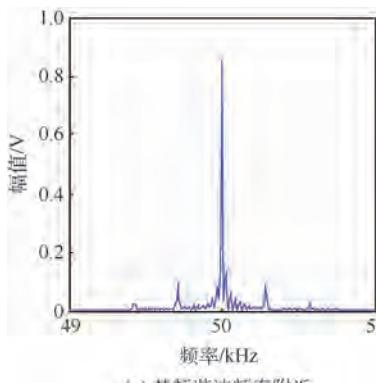
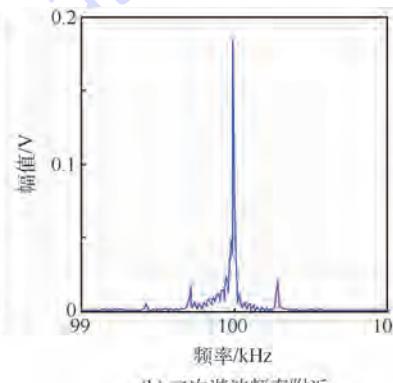


图 4 试验件及传感器布置

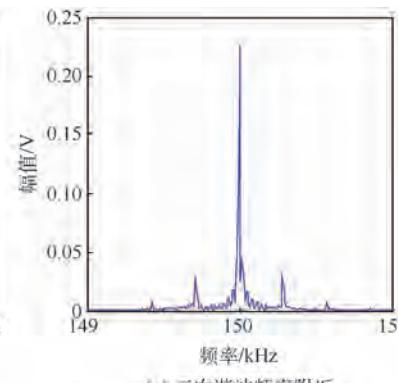
Fig. 4 Test specimen and sensor arrangement



(a) 基频谐波频率附近



(b) 二次谐波频率附近



(c) 三次谐波频率附近

图 6 信号频谱图在各谐波频率附近的局部放大图

Fig. 6 Locally amplified spectrogram of sensing signal near different harmonic frequency

有模态作为激励频率。通过扫频,采用第 8 阶阶模态对应的频率 287.2 Hz,作为低频振动激励频率。

#### 3.1 损伤信息提取技术的验证

为能够在频域更直观地反映损伤信息提取技术的可行性,低频及高频振动均采用正弦激励的方法。首先,输入低频振动,频率为 287.2 Hz,激励电压为 50 V,在形成稳态振动后,单个压电片激发高频振动信号,频率为 50 kHz(高频信号在相对低频段, $A_0$  模态的幅值较大,而  $S_0$  模态幅值较小<sup>[21]</sup>),其余 7 个压电片同时进行信号采集。以路径 3—2 为例,获得频谱如图 5 所示。

从图 5 中可以看出,信号主要由基频谐波、二次谐波、三次谐波及更高次谐波信号组成。为考察调制边频谐波的情况,将图 5 进行局部放大,其结果如图 6 所示。

当不施加低频振动,仅通过压电片激发高频振动时,测得信号其频谱图 7 所示。

从图 6 中可以看出,不仅基频谐波附近出现了调制边频谐波,在二次及三次谐波附近同样出现了调制边频,这是二次及三次谐波形成驻波

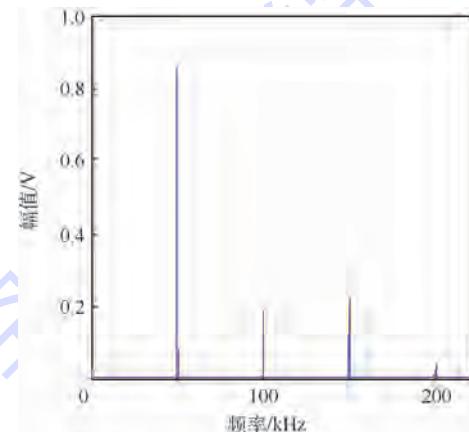


图 5 传感信号的频谱图

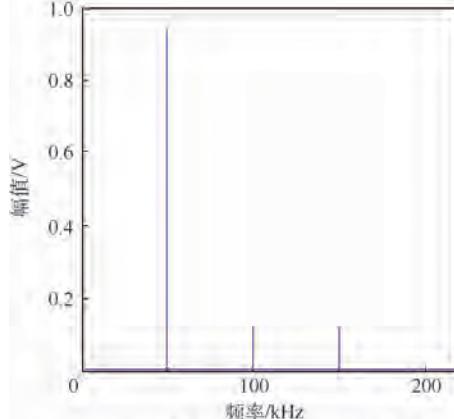
Fig. 5 Spectrogram of sensing signal

后,与低频入射波在裂纹处再次相互作用所导致的。从图 7(a)中,可知当低频振动不存在时,传感信号中仍会产生二次及更高次谐波,这与文献[17]中所推导的单列纵波在界面出传播的结论相吻合。图 7(b)为基频谐波附近的频域放大图,从图中可以看出,当低频振动不存在时,调制边频谐波亦不存在。对比图 6(a)及图 7(a)中二次及三次谐波成分的幅值可以发现,当低频振动存在时,二次及三次谐波的幅值大于当低频振动不存在的情况,这是因为低频振动引起了裂纹面的相对运动,且改变了裂纹非线性弹簧模型的两

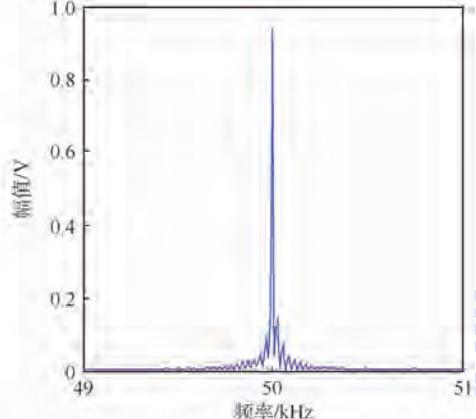
阶刚度,进而导致了此现象的发生。

运用 2.1 节提出的含损伤信息信号的提取技术,对两次采集信号进行相减运算,并采用带通滤波器滤波后,得到的信号频域如图 8 所示。

从图 8(a)中可以看出,差信号中依然存在基频谐波、二次及三次谐波和调制边频谐波,图 8(b)为带通滤波后的结果,从图中可以看出,作为最能反映裂纹位置信息的调制边频谐波在差信号中较为明显,说明该损伤信息提取技术可较好的获取裂纹损伤位置信息,为下文采用脉冲串激励的方法进行裂纹成像提供了基础。



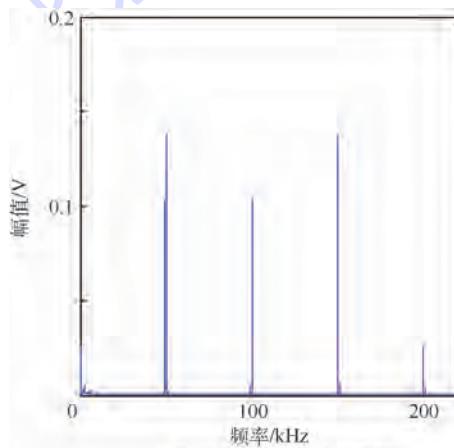
(a) 无低频振动时传感信号的频谱图



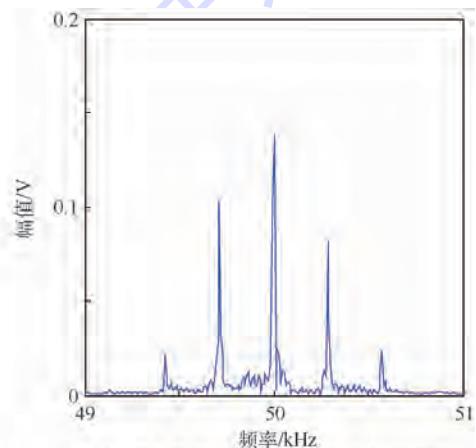
(b) 无低频振动时基频谐波附近局部放大频谱图

图 7 无低频振动时传感信号的频谱图及其在基频谐波频率附近的局部放大图

Fig. 7 Spectrogram of sensing signal without low frequency vibration and its locally amplified spectrogram near by fundamental waves frequency



(a) 含损伤信息信号的频谱图



(b) 带通滤波后的含损伤信息信号频谱图

图 8 含损伤信息信号及带通滤波后含损伤信息信号的频谱图

Fig. 8 Spectrogram of signal with damage information and of band-pass filtered signal with damage information

### 3.2 板类结构中裂纹损伤成像

为了实现基于振动声调制进行板类结构裂纹损伤成像,采用中心频率为 50 kHz 的汉宁窗调制 5 波峰正弦信号作为高频激励信号,低频激励信号不变,试验件、试验设备及传感器布局同上。测得中心频率为 50 kHz 的 Lamb 波群速度  $c_g \approx 1537 \text{ m/s}$ 。为模拟结构所处的真实环境,将试验

件上下段采用螺栓连接进行固定,如图 9 所示。由超声波在界面的传播理论可知,边界位置同样会发生振动声调制效应。

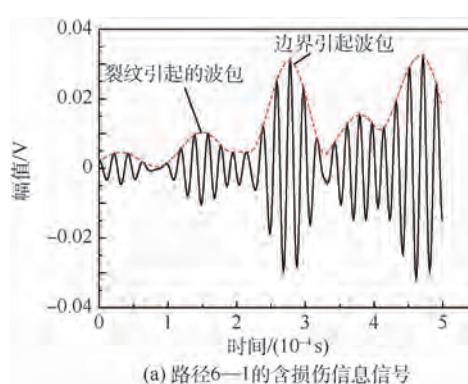
取 1、3、6、7 共 4 个传感器进行裂纹损伤的定位,采用一发多收的方式循环激励接收,共获得 12 组信号,根据第 2 节所提方法分别对采集的信号进行处理,得到了滤波后的 12 组差信号及其包

络,取 6 激励,1、3、7 接收到的信号为例进行分析,其结果如图 10 所示。

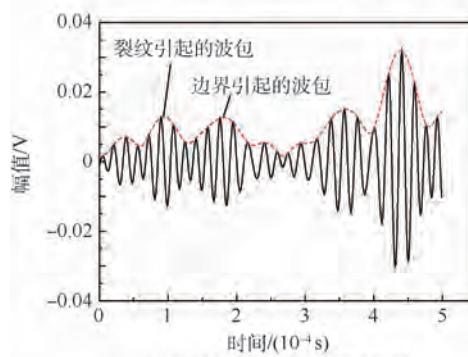


图 9 试验现场

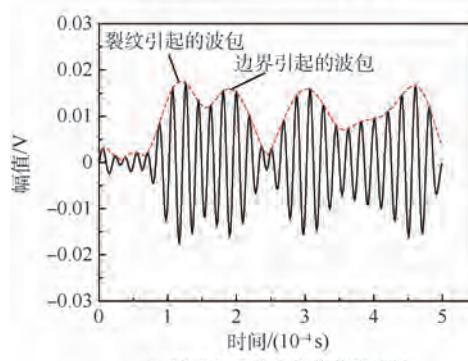
Fig. 9 Test site



(a) 路径 6—1 的含损伤信息信号



(b) 路径 6—3 的含损伤信息信号



(c) 路径 6—7 的含损伤信息信号

——含损伤信息信号    - - - 信号包络

图 10 各传感路径的含损伤信息信号

Fig. 10 Signal of damage information for each sensing path

从图 10 中可以看出,由裂纹引起散射波包较为明显,但边界发射引起的波包也较为强烈,采用延时叠加算法,直接进行成像,结果如图 11 所示,  $x$  和  $y$  分别为对应试验件的长、宽坐标。

从图 11 中可以看出,本文所提方法可以较好地定位损伤的位置,同时,因板的左右两侧边界距离传感器距离较近,该区域的像素值较大。而板的上下两侧边界,因为螺栓连接存在接触界面,也会发生振动声调制效应,结合该区域的边界反射,故该区域的像素值也比较大。为避免边界反射给定位带来的困扰,将边界反射信号予以截断处理。为提高成像对比度,采用全乘算法,基于截断后的信号进行了成像处理,可成功确定损伤的位置信息,且成像分辨率较高,成像结果如图 12 所示。

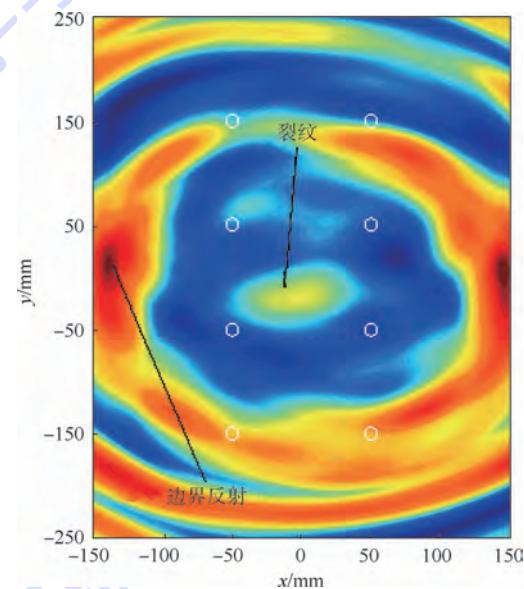


图 11 有边界反射时的定位成像结果

Fig. 11 Localization and imaging results with boundary reflection

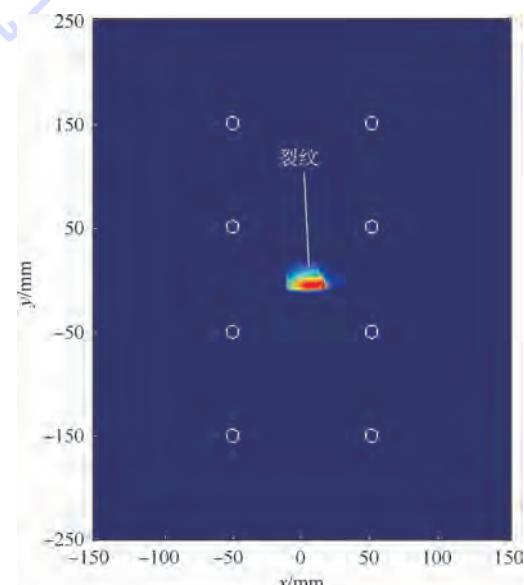


图 12 信号截断后的定位成像结果

Fig. 12 Localization and imaging results after signal truncation

## 4 结 论

1) 采用本文所提出的含损伤信息信号提取技术,可有效消除直达波信号,保留因裂纹的调制作用引起的调制边频信号及高次谐波信号。

2) 基于振动声调制效应的板类结构裂纹定位成像结果真实地反映了裂纹所在位置,同时,边界反射及接触边界引起的调制信号会干扰裂纹的定位结果,故本文所提方法需要远离边界或者需要对信号进行边界波包截断处理。

3) 本文方法无需结构在健康状态时测得的信号作为基准信号,仅需要无低频振动和有低频振动时,激发高频信号所测得的信号即可。一定条件下,可采用结构工作时的振动作为低频激励,为无基准下的裂纹监测提供了方法。

### 参 考 文 献 (References)

- [1] 张行. 断裂与损伤力学 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2006:1-38.  
ZHANG X. Fracture and damage mechanics [M]. Beijing: Beihang University Press,2006;1-38 (in Chinese).
- [2] 袁慎芳. 结构健康监控 [M]. 北京:国防工业出版社,2007:206-212.  
YUAN S F. Structural health monitoring and damage control [M]. Beijing: National Defence Industry Press,2007:206-212 (in Chinese).
- [3] STASZEWSKI W J,BOLLER C,TOMLINSON G R. Health monitoring of aerospace structures: Smart sensor technologies and signal processing [M]. Chichester: Wiley & Sons Ltd. ,2004: 102-137.
- [4] GRABOWSKI K,GAWRONSKI M,BARAN I, et al. Time-distance domain transformation for acoustic emission source localization in thin metallic plates[J]. Ultrasonics,2016,68:142-149.
- [5] ZHAO X,ROYER R L,OWENS S E, et al. Ultrasonic Lamb wave tomography in structural health monitoring[J]. Smart Materials & Structures,2011,20(10):105002-105011.
- [6] NOVAK A,BENTAHAR M,TOURNAT V, et al. Nonlinear acoustic characterization of micro-damaged materials through higher harmonic resonance analysis[J]. NDT & E International,2011,45(1):1-8.
- [7] PIECZONKA L,KLEPKA A,STASZEWSKI W J. Nonlinear vibroacoustic wave modulation for structural damage detection: An overview[J]. Optical Engineering,2016,55(1):011005.
- [8] ROSE J L. Ultrasonic guided waves in solid media [M]. Cambridge:Cambridge University Press,2014;61-89.
- [9] BRODA D,STASZEWSKI W J,MARTOWICZ A, et al. Modelling of nonlinear crack-wave interactions for damage detection based on ultrasound—A review[J]. Journal of Sound & Vibration,2014,333(4):1097-1118.
- [10] 吴斌,颜丙生,何存富,等. AZ31 镁合金早期力学性能退化非线性超声检测[J]. 航空材料学报,2011,31(1):87-92.  
WU B,YAN B S,HE C F, et al. AZ31 magnesium early mechanical performance degradation nondestructive testing using nonlinear ultrasonic [J]. Journal of Aeronautical Materials, 2011,31(1):87-92 (in Chinese).
- [11] 焦敬品,孙俊俊,吴斌,等. 结构微裂纹混频非线性超声检测方法研究[J]. 声学学报,2013,38(6):648-656.  
JIAO J P,SUN J J,WU B, et al. A frequency-mixing nonlinear ultrasonic technique for micro-crack detection[J]. Acta Acustica,2013,38(6):648-656 (in Chinese).
- [12] DUTTA D,SOHN H,HARRIES K, et al. A nonlinear acoustic technique for crack detection in metallic structures [C] // Proceedings of Health Monitoring of Structural and Biological Systems. Orlando:SPIE,2009:251-262.
- [13] SOLODOV I,PFLEIDERER K,BUSSE G. Nonlinear acoustic NDE: Inherent potential of complete nonclassical spectra [M]. New York: Springer,2006:467-486.
- [14] DZIEDZIECH K,PIECZONKA L,KIJANKA P, et al. Enhanced nonlinear crack-wave interactions for structural damage detection based on guided ultrasonic waves[J]. Structural Control & Health Monitoring,2016,23(8):1108-1120.
- [15] PIECZONKA L,KLEPKA A,UHL T, et al. Damage imaging in nonlinear vibro-acoustic modulation tests [C] // Proceedings of Health Monitoring of Structural and Biological Systems. Orlando:SPIE,2015:9438E.
- [16] SOHN H,LIM H J,DESIMIO M P, et al. Nonlinear ultrasonic wave modulation for online fatigue crack detection[J]. Journal of Sound & Vibration,2014,333(5):1473-1484.
- [17] 胡海峰. 板状金属结构健康监测的非线性超声理论与关键技术研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2011:45-50.  
HU H F. Research on theory and key technologies of nonlinear ultrasonics for health monitoring of plate-like metallic structures [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011:45-50 (in Chinese).
- [18] 焦敬品,何存富,吴斌. 接触缺陷的振动调制超声导波检测技术研究[J]. 声学学报,2009,34(3):242-248.  
JIAO J P,HE C F,WU B. Vibro-modulation and guided wave techniques for contact defect detection in plate [J]. Acta Acustica,2009,34(3):242-248 (in Chinese).
- [19] KIM S,ADAMS D E,SOHN H, et al. Crack detection technique for operating wind turbine blades using vibro-acoustic modulation[J]. Structural Health Monitoring,2014,13 (6): 660-670.
- [20] ZHANG C, QIU J, JI H, et al. Damage localization using warped frequency transform in active structural health monitoring [J]. International Journal of Applied Electromagnetics & Mechanics,2015,47(4):897-909.
- [21] GIURGIUTIU V. Tuned Lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring[J]. Journal of Intelligent Material System and Structures,2005,16(4):291-305.

**作者简介：**

杨晓华 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞机结构寿命评定、  
结构寿命评定、结构腐蚀疲劳。

刘学君 男,博士研究生。主要研究方向:飞机结构寿命评定、  
飞机结构健康监测。

## Localization and imaging of crack damage in plate-like structures based on vibro-acoustic modulation

YANG Xiaohua<sup>1,\*</sup>, LIU Xuejun<sup>1</sup>, ZHANG Ding<sup>1</sup>, XIN Zhidong<sup>2</sup>

(1. Department of Aviation Mechanism, Qingdao Branch, Naval Aeronautical and Astronautical University, Qingdao 266041, China;  
2. R&D Center, AVIC Aircraft Co., Ltd., Hanzhong 723000, China)

**Abstract:** To overcome the shortcomings of linear Lamb waves in closed crack and micro crack monitoring, a imaging method of crack damage localization in plate-like structure based on vibro-acoustic modulation theory and delay and sum algorithm is proposed. The signal components of acoustic wave are analyzed in the crack structure when there is only high-frequency (HF) excitation and there are low-frequency (LF) and HF excitation at the same time. And then, a signal extraction technology is put forward to extract the signal containing damage information. Fatigue crack is located and imaged in plate-like structure based on delay and sum algorithm referring to linear Lamb wave damage localization method. Experiments prove that the proposed method can locate the crack position effectively without the original health reference signal, which provides a way for contact-like damage localization and imaging.

**Keywords:** vibro-acoustic modulation; structure health monitoring; delay and sum algorithm; Lamb wave; fatigue crack monitoring

**Received:** 2016-07-13; **Accepted:** 2016-08-11; **Published online:** 2016-10-17 09:55

**URL:** [www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161017.0955.007.html](http://www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161017.0955.007.html)

**Foundation item:** General Armament Department 12th Five-Year Plan Advanced Research Fund Projects (143092015)

\* **Corresponding author.** E-mail: 13964889511@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0581

# 基于 C-lens 的光子带隙光纤准直器传输特性

李彦\*, 赵远, 徐小斌, 蔡伟

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 研究了一种基于 C-lens 的光子带隙光纤准直器, 由于光子带隙光纤准直器光纤端面没有反射, 相比普通光纤准直器, 其传输矩阵将发生变化。从高斯光束单透镜成像的一般模型出发, 利用矩阵光学, 在子午面和弧矢面推导了光线传输矩阵。结合实际应用中光子带隙光纤及 C-lens 透镜的参数, 仿真分析了尾纤与 C-lens 透镜之间的间距及 C-lens 透镜的参数对工作距离和束腰直径大小的影响, 理论得到了新模型下, 光子带隙光纤准直器的出射光斑在子午面和弧矢面束腰直径和工作距离近似重合, 相比普通光纤出射光斑的椭圆化程度小。研究结果对进行光子带隙光纤准直器及基于光纤准直器的光学器件设计与制作具有指导意义。

**关键词:** 光子带隙光纤; 束腰直径; 工作距离; 光纤准直器; C-lens

**中图分类号:** TN741

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1517-06

在光纤通信和光纤传感领域, 光纤准直器是一种重要的光无源器件, 能对高斯光束起到聚焦和准直作用, 是微光学光器件的基础构件, 广泛应用于微光学光纤耦合器、环形器、光开关、滤波器等<sup>[1-3]</sup>。光子带隙光纤 (photonic bandgap fiber) 是一种新型的微结构光纤<sup>[4-5]</sup>。相比普通光纤, 由于光波是在纤芯的空气中传输, 光子带隙光纤具有很多优势, 如具有较低的弯曲敏感度和非线性度, 对磁场和温度敏感度低<sup>[6]</sup>。

由于熔接、拉锥、抛磨<sup>[7-10]</sup>等方法极易破坏二维光子晶体包层结构, 从而引入大量损耗, 不适宜光子带隙光纤光器件的制作, 已公开报道的有关光子带隙光纤光器件均采用空间光路。基于光子带隙光纤准直器的微光学光器件采用切割工艺、空间光路, 可以避免光纤拉锥、研磨等工艺对光子带隙光纤二维包层的结构破坏, 对拓展光子带隙光纤的实用范围有着极其重要的意义。

本文从高斯光束通过光学系统一般模型出

发, 考虑光子带隙光纤的端面没有反射, 且模场偏小的特点, 利用矩阵光学, 建立了光波在子午面和弧矢面的变化矩阵, 通过仿真分析, 得到了尾纤与 C-lens 透镜之间的间距以及透镜各参数对光子带隙光纤准直器工作距离和束腰直径的影响。

## 1 理论分析与建模

单模光子带隙光纤中传输的光束近似为高斯光束<sup>[11]</sup>, 当束腰半径为  $\omega_1$  高斯光束从光纤出射后,  $q$  参数表示为  $q_1 = i\pi\omega_1^2/\lambda$ , 高斯光束的单透镜成像特性如图 1 所示,  $\omega_1$  和  $\omega_2$  分别为光纤出射高斯光束的束腰半径和其经透镜成像后的高斯光束束腰半径;  $\lambda$  为光波波长。

高斯光束从尾纤出射的位置即为束腰所在位置, 假设尾纤与 C-lens 透镜斜端面之间的距离为  $d$ , 对应传输矩阵  $M_1$ ; 像方空间任意一点  $H$  到 C-lens 透镜球面中心的距离为  $S$ , 对应传输矩阵为  $M_2$ ; C-lens 透镜的传输矩阵为  $T$ , 高斯光束从尾纤

收稿日期: 2016-07-07; 录用日期: 2016-10-14; 网络出版时间: 2016-12-07 14:38

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161207.1438.002.html

基金项目: 国家自然科学基金 (61575012, 61575013)

\* 通讯作者: E-mail: li\_yan@buaa.edu.cn

**引用格式:** 李彦, 赵远, 徐小斌, 等. 基于 C-lens 的光子带隙光纤准直器传输特性 [J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1517-1522. LI Y, ZHAO Y, XU X B, et al. Propagation characteristics of photonic bandgap fiber collimator with C-lens [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1517-1522 (in Chinese).

端面传播到点  $H$  对应的传输矩阵  $\mathbf{M}$  遵循  $ABCD$  定律。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \mathbf{M}_1 \mathbf{T} \mathbf{M}_2 \quad (1)$$

该光束经透镜变换后的像方光束  $q$  参数为

$$q_2 = q(d, S) = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (2)$$

如图 2 所示为一种光子带隙光纤, 其主要光学参数主要由占空比和周期决定。光子带隙光纤包层空气孔的周期排列结构产生带隙效应, 能阻碍某段频率的光在其中传播, 而纤芯作为该周期性结构的一个缺陷, 该段频率光波将被限制在缺陷中传播<sup>[12]</sup>。相比普通光纤, 由于其依靠带隙效应导光, 光波是在纤芯的大空气孔中传输。

光子带隙光纤准直器的模型如图 3 所示, 由光子带隙光纤的尾纤和 C-lens 透镜构成。不同于普通光纤准直器, 在光子带隙光纤中, 光束是在光纤中心的大空气孔缺陷中传播, 光纤出射到空气中的光介质连续, 端面没有反射和散射。

如图 3 所示, 因此不用像普通光纤准直器那样将尾纤研磨成斜  $8^\circ$ , 也不用在尾纤和 C-lens 透镜之间分别在弧矢面和子午面分开计

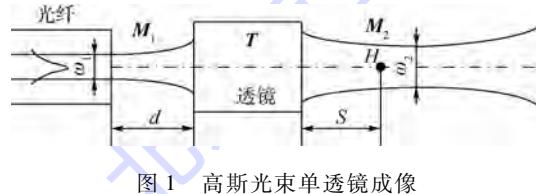


图 1 高斯光束单透镜成像

Fig. 1 Single lens imaging of Gaussian-beam

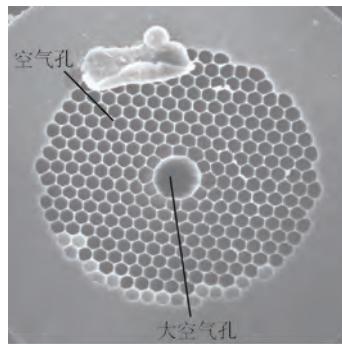


图 2 光子带隙光纤端面

Fig. 2 Photonic bandgap fiber end face

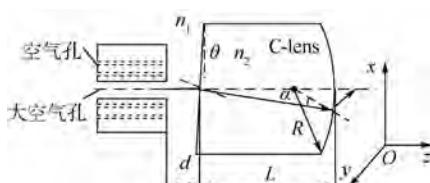


图 3 光子带隙光纤准直器结构

Fig. 3 Structure of photonic bandgap fiber collimator

算<sup>[13-15]</sup>, 其在子午面和弧矢面的传输矩阵均为

$$\mathbf{M}_{1x} = \mathbf{M}_{1y} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

但是为了满足回波损耗要求<sup>[16]</sup>, C-lens 透镜的前端面需要一定的倾斜角  $\theta$ , 由于倾斜角的存在, C-lens 透镜前后 2 个端面在子午面和弧矢面上上传输矩阵  $\mathbf{T}$  不同, 假设 C-lens 透镜的长度为  $L$ , 球面的曲率半径为  $R$ , 空气的折射率为  $n_1$ , 透镜的折射率为  $n_2$ 。

在子午面内, C-lens 透镜的传输矩阵  $\mathbf{T}_x$  为

$$\mathbf{T}_x = \begin{bmatrix} n_2 \left[ \left( \frac{1}{n_2} \right)^2 - \alpha^2 \right]^{1/2} & 0 \\ -\frac{1 - \left[ \left( \frac{1}{n_2} \right)^2 - \alpha^2 \right]^{1/2}}{R \left[ \left( \frac{1}{n_2} \right)^2 - \alpha^2 \right]^{1/2}} & \frac{1}{\left[ \left( \frac{1}{n_2} \right)^2 - \alpha^2 \right]} \\ \left[ \begin{array}{cc} 1 & L \\ 0 & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{(n_2^2 - n_1^2 \theta^2)^{1/2}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4)$$

在弧矢面内, C-lens 透镜的传输矩阵  $\mathbf{T}_y$  为

$$\mathbf{T}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1 - \left[ \left( \frac{1}{n_2} \right)^2 - \alpha^2 \right]^{1/2}}{\frac{R}{n_2}} & n_2 \\ \left[ \begin{array}{cc} 1 & L \\ 0 & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5)$$

偏心角  $\alpha$  可由斯涅尔公式和正弦定律求出:

$$\alpha = \frac{\left( \theta - \frac{n_1 \theta}{n_2} \right) (L - R)}{R} \quad (6)$$

将式(6)分别代入式(4)和式(5)可以求出 C-lens 在子午面和弧矢面的传播矩阵  $\mathbf{T}_x$  和  $\mathbf{T}_y$ , 将式(3)~式(5)代入式(1)后由式(2)可以求出像方任意一点在子午面和弧矢面的  $q$  参数  $q_2$ 。

根据式(2), 像方高斯光束的束腰半径可表示为

$$\omega_d = \sqrt{\frac{1}{-\pi \cdot 1.55 \times 10^{-3} \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\operatorname{Im}(q_2(d, 0)) \cdot i}\right)}} \quad (7)$$

像方光束束腰与透镜球面中心的距离可表示为

$$S = -\operatorname{Re}(q_2(d, 0)) \quad (8)$$

根据式(7)、式(8)可以求出束腰和工作距离。

## 2 仿真分析

仿真所用的光子带隙光纤的为 NKT 公司产品 HC-1550-02, 光纤参数如表 1 所示, 表中:  $A$  为包层空气孔间距,  $D$  为纤芯直径,  $\omega_0$  为模场直径。

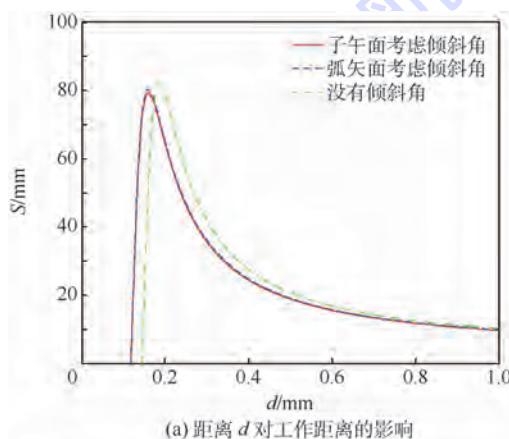
C-lens 入射光端面倾斜角  $\theta = 8^\circ$ , 透镜折射率  $n_2 = 1.744$ , 影响出射高斯光束在子午面和弧矢面的束腰半径  $W_x, W_y$ , 工作距离  $S_x, S_y$  的变量包括  $d, L, R$ , 实际应考虑  $d, \omega_1, R, L, \lambda$  对工作距离及束腰半径的影响。

图 4 为尾纤与 C-lens 透镜对工作距离和出射束腰半径的影响, 透镜采用 R1.9, 可以看出, C-lens 透镜倾斜角在子午面和弧矢面上对工作距离

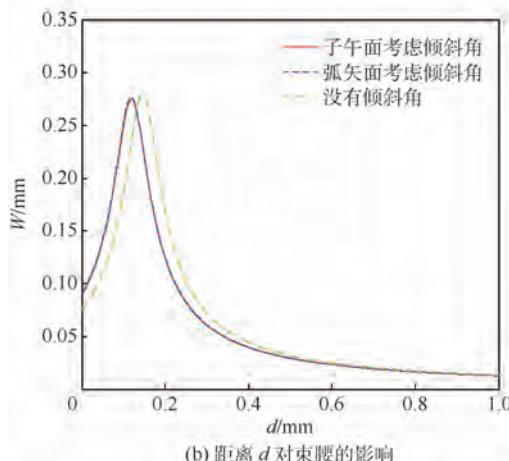
表 1 光子带隙光纤参数

Table 1 Parameters of photonic bandgap fiber

参数	$A/\mu\text{m}$	$D/\mu\text{m}$	$\omega_0/\mu\text{m}$
数值	$3.8 \pm 0.1$	$10 \pm 1$	$9 \pm 1$



(a) 距离  $d$  对工作距离的影响



(b) 距离  $d$  对束腰的影响

图 4 距离  $d$  对工作距离和束腰的影响

( $L = 4.2 \text{ mm}, R = 1.9 \text{ mm}, \omega_1 = 4.5 \mu\text{m}$ )

Fig. 4 Influence of distance  $d$  on working distance and beam waist radius ( $L = 4.2 \text{ mm}, R = 1.9 \text{ mm}, \omega_1 = 4.5 \mu\text{m}$ )

$S_x, S_y$  和出射束腰半径  $W_x, W_y$  大小的影响几乎相同, 子午面相对弧矢面略微向长距离  $d$  处偏移, 这是因为: 在子午面和弧矢面, 尾纤与 C-lens 透镜前端面之间的传输矩阵相同, 投射到 C-lens 透镜的光线不会随距离  $d$  的改变发生变化, 因此  $\alpha$  是定值, 球面透镜对子午面和弧矢面的影响不随距离  $d$  影响, 精度也是定值。

倾斜角的存在使得最大工作距离和最大出射束腰半径相对没倾斜角时向短距离  $d$  偏移。当间距  $d = 0.13 \sim 0.278 \text{ mm}$  时, 工作距离  $S > 40 \text{ mm}$ , 间距  $d = 0.08 \sim 0.157 \text{ mm}$  时, 束腰半径  $W > 0.2 \text{ mm}$ , 取  $d = 0.13 \sim 0.157 \text{ mm}$  时可同时保证在子午面和弧矢面工作距离大于  $40 \text{ mm}$ 、束腰半径大于  $0.2 \text{ mm}$ 。当  $d$  一定时, 在子午面工作距离稍微小于弧矢面, 保证子午面上的工作距离可以保弧矢面上的工作距离, 且每个参数对子午面和弧矢面影响关系相似, 因此以下以子午面对准直器的传输特性进行分析。

图 5 为光纤模场对束腰和工作距离影响, 可以发现光纤模场对透镜出射束腰和工作距离影响非常大, 当  $\omega_1 < 5.2 \mu\text{m}$  时, 可同时保证工作距离  $S > 40 \text{ mm}$ , 束腰半径  $W > 0.2 \text{ mm}$ 。由于光子带隙光纤模场设计灵活, 通常可以满足这一要求。对于模场偏大的光子带隙光纤, 其准直器的制作可以根据以下有关 C-lens 透镜球面透镜的曲率半径  $R$  和透镜长度  $L$  来选取和适合的 C-lens 透镜。

图 6 为波长对束腰半径和工作距离影响, 束腰半径和工作距离在短波长  $\lambda < 6 \mu\text{m}$  时随波长变化明显,  $\lambda > 6 \mu\text{m}$  时变化趋于平缓, 且随波长增加, 工作距离和束腰半径均增加。波长  $\lambda > 1220 \text{ nm}$  时, 可同时满足工作距离  $S > 40 \text{ mm}$ 、束

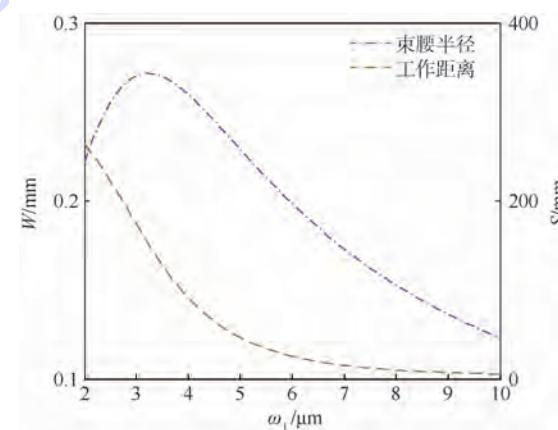


图 5 模场对工作距离和束腰半径的影响

( $L = 4.2 \text{ mm}, R = 1.9 \text{ mm}, d = 1.4 \text{ mm}$ )

Fig. 5 Influence of mode field on working distance and beam waist radius ( $L = 4.2 \text{ mm}, R = 1.9 \text{ mm}, d = 1.4 \text{ mm}$ )

腰半径  $W > 0.2 \text{ mm}$  的需求。如要需要满足更短波长的高斯光束准直, 其分析与模场对工作距离和束腰影响相似, 通过选取合适的 C-lens 透镜来满足应用需求。

通过以上有关模场和波长对工作距离和束腰分析可知, 研究曲率半径  $R$  和透镜长度  $L$  同时对准直器工作距离和出射束腰影响是必要的, 能够指导光子带隙光纤准直器 C-lens 透镜选取和制作。图 7 和图 8 为两者同时对工作距离和出射束腰的影响。从图 7 和图 8 可以发现成一系列锥状, 并不是简单的单调关系, 在固定的  $R$  (或  $L$ ), 满足要求的  $L$  (或  $R$ ) 在一个很小的范围内有明显的变化, 有一个最佳值。

随着  $R$  和  $L$  的不断增加, 最大工作距离和束腰也在增加, 当  $L > 10 \text{ mm}$ ,  $R > 5 \text{ mm}$  时, 存在满足最大束腰半径  $W > 0.6 \text{ mm}$ , 工作距离  $S > 400 \text{ mm}$  的点。

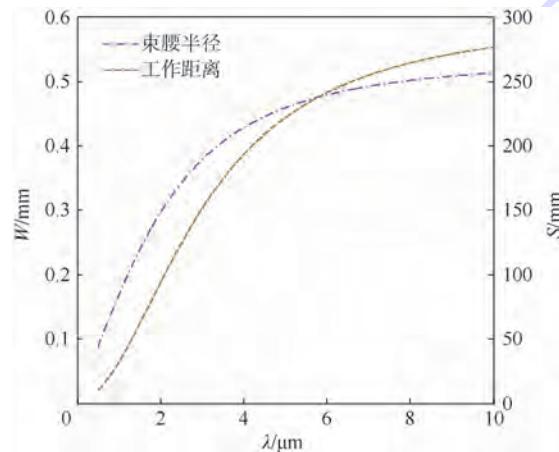


图 6 波长对束腰半径和工作距离影响  
( $L = 4.2 \text{ mm}$ ,  $R = 1.9 \text{ mm}$ ,  $\omega_1 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $d = 1.4 \text{ mm}$ )

Fig. 6 Influence of wavelength on beam waist radius and working distance  
( $L = 4.2 \text{ mm}$ ,  $R = 1.9 \text{ mm}$ ,  $\omega_1 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $d = 1.4 \text{ mm}$ )

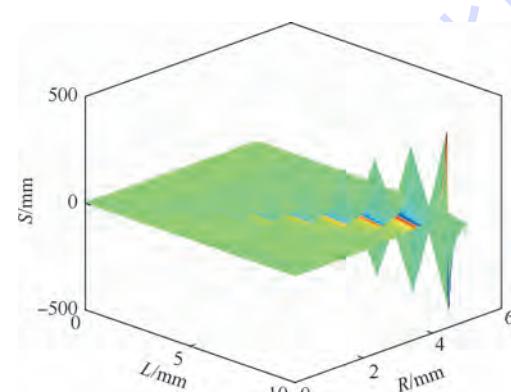


图 7 C-lens 长度和曲率半径对工作距离的影响( $d = 1.4 \text{ mm}$ )

Fig. 7 Influence of C-lens length and radius of curvature on working distance ( $d = 1.4 \text{ mm}$ )

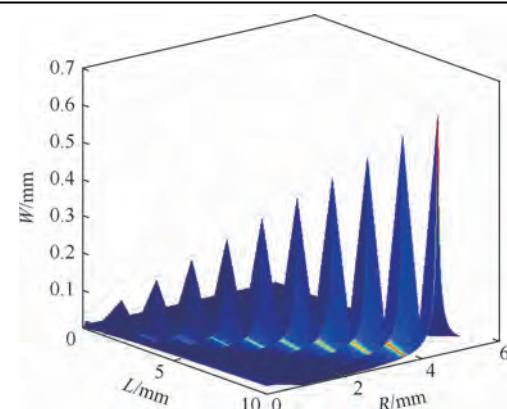


图 8 C-lens 长度和曲率半径对束腰半径的影响( $d = 1.4 \text{ mm}$ )

Fig. 8 Influence of C-lens length and radius of curvature on beam waist radius ( $d = 1.4 \text{ mm}$ )

由于光子带隙光纤在包层直径为  $125 \mu\text{m}$  的成熟产品还没有, 通过使用实芯的光子晶体光纤实验得到的耦合器附加损耗在  $2 \text{ dB}$  左右, 仍然很大, 一部分原因是光纤本身损耗比较大, 制作工艺不完善, 另一部分原因在于相比光子带隙光纤, 实芯光子晶体光纤需要研磨成斜  $8^\circ$ , 研磨会带来损耗, 且由于实芯光子晶体光纤尾纤端面不能镀膜, 存在反射损耗。

### 3 结论

本文根据所设计的光子带隙光纤准直器模型, 利用矩阵光学原理, 得到:

1) 光子带隙光纤准直器相比普通光纤准直器, 由 C-lens 倾斜端面和球面引起的光斑椭圆化程度小, 且由于光子带隙光纤端面没有反射, 满足回波损耗的 C-lens 透镜前端面倾斜角可以进一步压缩, 对出射高斯光束椭圆化影响进一步降低。

2) 光子带隙光纤模场对束腰和工作距离的影响非常明显, 在光子带隙光纤的模场设计灵活的情况下, 基于 C-lens 的光子晶体光纤准直器能够满足长工作距离、大出射束腰半径的要求。

光纤准直器的工作距离  $S = 5 \text{ mm}$  时, 可满足微光学光器件对插入功能部件(晶体、光楔、滤波片等)的要求, 由以上设计知, 基于通信用  $R1.9 \text{ mm}$  的 C-lens 透镜和 HC-1550-02 光子带隙光纤的准直器在工作距离上大于  $40 \text{ mm}$ , 满足制作微光学光子带隙光纤耦合器、隔离器, 可将耦合器和隔离器应用于全光子晶体光纤陀螺中。

### 参考文献 (References)

- [1] 林学煌. 光无源器件 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 1998: 164-171.

- LIN X H. Optical passive devices [M]. Beijing: Posts and Telecom Press, 1998: 164-171 (in Chinese).
- [2] 田燕宁,方强,王永昌.双通道光环形器结构的设计及理论分析[J].中国激光,2004,31(11):1398-1402.
- TIAN Y N, FANG Q, WANG Y C. Structure and characteristics of a double function optical circulator with double fiber tip and lens twice [J]. Chinese Journal of Lasers, 2004, 31(11): 1398-1402 (in Chinese).
- [3] 禹培栋,王国忠,陈明华,等.光开关技术进展[J].半导体光电,2001,22(3):149-154.
- YU P D, WANG G Z, CHEN M H, et al. Recent progress in optical switching [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2001, 22(3): 149-154 (in Chinese).
- [4] 廖延彪.光纤光学[M].北京:清华大学出版社,2000: 54-90.
- LIAO Y B. Fiber optics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 54-90 (in Chinese).
- [5] JOANNOPOULOS J D, JOHNSTON S G, WINN J N, et al. Photonic crystals: Molding the flow of light [M]. Princeton: Princeton University Press, 2011: 30-90.
- [6] 石飞飞.光子晶体光纤设计与传感特性研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2013:5-9.
- SHI F F. Design and sensing characteristic on photonic crystal fibers [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013: 5-9 (in Chinese).
- [7] KIM H, KIM J, PAEK U C, et al. Tunable photonic crystal fiber coupler based on a side-polish technique [J]. Optics Letters, 2004, 29(11): 1194-1196.
- [8] JAROSZEWICZ L R, STASIEWICZ A K, MARC P, et al. Broadband photonic crystal fiber coupler with polarization selection of coupling ratio [C] // Proceedings of 4th European Workshop on Optical Fiber Sensors. Bellingham, WA: SPIE, 2010, 7653: 76533W.
- [9] 代文,杨远洪,宋奎岩,等.基于渐变折射率透镜的低损耗 $1 \times N$ 微结构光纤耦合方法[J].光学学报,2014,34(4): 77-82.
- DAI W, YANG Y H, SONG K Y, et al. Low-loss  $1 \times N$  microstructured fiber coupling method with a single gradient index lens [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(4): 77-82 (in Chinese).
- [10] 张璐.光子晶体光纤的低损耗透镜耦合技术[J].光学学报,2014,34(1):63-68.
- ZHANG L. Low-loss lens-coupling technique on photonic crystal fiber [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(1): 63-68 (in Chinese).
- [11] HIROOKA T, HORI Y, NAKAZAWA M. Gaussian and Sech approximations of mode field profiles in photonic crystal fibers [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(4): 1071-1073.
- [12] 张虎.空芯光子带隙光纤的结构设计和特性研究[D].北京:北京邮电大学,2009:1-4.
- ZHANG H. Structure design and property research of hollow-core photonic bandgap fibers [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2009: 1-4 (in Chinese).
- [13] 龚文杰.C-Lens准直器特性的研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2006:2-16.
- GONG W J. Study of the C-lens collimator characteristics [D]. Harbin: Harbin Industrial University, 2006: 2-16 (in Chinese).
- [14] 陆乔乔,胡妹玲,王鑫龙,等.大功率双包层光纤准直器的建模与仿真分析[J].红外与激光工程,2014,43(7):2055-2060.
- LU Q Q, HU S L, WANG X L, et al. Modeling and stimulation of high-power double-clad fiber collimator [J]. Infrared and Laser Engineering, 2014, 43(7): 2055-2060 (in Chinese).
- [15] 胡海蕾,陈荣,赖爱光,等.C-lens准直特性分析[J].福建师范大学学报,2005,21(1):36-40.
- HU H L, CHEN R, LAI A G, et al. Analysis of C-lens collimating propert [J]. Journal of Fujian Normal University, 2005, 21(1): 36-40 (in Chinese).
- [16] 王素芹,阮玉,殷东亮,等.C-lens准直器回波损耗的理论计算与分析[J].大气与环境光学学报,2003,16(1):24-28.
- WANG S Q, RUAN Y, YIN D L, et al. The calculation and analyzing of the RL of C-lens collimator [J]. Optoelectronic Technology & Information, 2003, 16(1): 24-28 (in Chinese).

## 作者简介:

李彦 女,博士,讲师。主要研究方向:光纤传感器、光纤陀螺等。

赵远 男,硕士研究生。主要研究方向:光子晶体光纤光器件、光纤陀螺等。

# Propagation characteristics of photonic bandgap fiber collimator with C-lens

LI Yan\*, ZHAO Yuan, XU Xiaobin, CAI Wei

(School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** A photonic bandgap fiber collimator with C-lens was proposed. The photonic crystal fiber end face does not have reflection, so the transform matrix will change. From the general model of Gaussian-beam imaging, using the theory of matrix optics, the matrix optics was calculated in meridian plane and sagittal plane respectively. Combined with practical applications in photonic bandgap fiber and C-lens related parameters, the influence of the distance between fiber tail and C-lens and the influence of the parameter of the C-lens on working distance and beam waist diameter of collimator were both stimulated and analyzed. The results of the analysis in new model show that the influence of the C-lens tile for meridian plane and sagittal plane was similar, and the Gaussian-beam ellipse was smaller compared with ordinary fiber. The result may direct the design of photonic bandgap fiber collimator and the design of optical device with photonic bandgap fiber collimator.

**Keywords:** photonic bandgap fiber; beam waist diameter; working distance; fiber collimator; C-lens

Received: 2016-07-07; Accepted: 2016-10-14; Published online: 2016-12-07 14:38

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161207.1438.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161207.1438.002.html)

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61575012, 61575013)

\* Corresponding author. E-mail: li\_yan@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0639

# 航空发动机变几何涡轮增压性能研究

徐斌\*, 周帆, 杨世春, 田富刚, 谭龙兴

(北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 提出了一种变几何涡轮增压器用于发动机高空恢复功率的方法, 并对其调节规律和相关特性进行研究。依据涡轮流动模型, 分析了相同工况下不同喷嘴环开度对涡轮增压器工作的影响。在 GT-POWER 中建立了变几何涡轮增压发动机模型, 通过全高度下不同工况的仿真分析, 验证了变几何涡轮增压发动机恢复海平面功率的应用。结果表明, 匹配了变几何涡轮增压器的发动机能够显著提高发动机高空可调范围, 其使用升限从 5 km 提升到了 6 km, 对变几何涡轮增压器应用于恢复功率与喷嘴环开度的调节规律具有指导意义。

**关键词:** 航空活塞发动机; 变几何涡轮增压; 功率特性; 可调范围; 使用升限

**中图分类号:** V234.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1523-08

近年来, 无人机技术的广泛应用对其高空性能提出了更高的要求。而航空活塞发动机的高空性能一定程度上限制了无人机高空技术的进一步发展。涡轮增压在航空活塞发动机上的应用是为了恢复海平面功率, 保证发动机性能在不同高度维持稳定。很多学者对航空发动机的安全边界<sup>[1]</sup>、使用升限<sup>[2]</sup>以及控制方法<sup>[3-5]</sup>等进行了研究。单级涡轮增压已经很难满足现有航空活塞发动机的需求, 变几何涡轮增压(VGT)近年来在车用发动机中有了较多应用, 其在提升汽车发动机性能以及控制策略<sup>[5-6]</sup>等方面已被众多学者进行了研究。

本文以某型航空活塞发动机为研究对象, 通过在 GT-POWER 中建立仿真模型, 对变几何涡轮增压发动机的性能进行研究, 并与传统废气阀涡轮增压发动机(原机)进行对比, 以分析变几何涡轮增压在提升发动机性能方面的优势。

## 1 发动机建模及仿真

本文研究的发动机主要参数<sup>[7]</sup>如表 1 所示。

表 1 发动机主要参数<sup>[7]</sup>

Table 1 Main parameters of engine<sup>[7]</sup>

参数	数值
工作形式	四缸四冲程航空汽油机
最大扭矩/(N·m)	2 142
额定功率/kW	73.5
额定转速/(r·min <sup>-1</sup> )	5 500
使用升限/km	5
增压方式	单级废气阀涡轮增压

通过发动机台架试验研究, 获得了发动机性能数据和各个工况下的缸压曲线、气道压力曲线; 通过气道稳压试验研究, 获取了气门升程及流量系数随曲轴转角变化规律; 通过对原机涡轮增压器性能试验, 得到了该增压器涡轮及压气机流量特性; 通过三维湍流仿真, 分析了该发动机节气门流量特性。

在此基础上, 在 GT-POWER 中建立了该发动机仿真分析模型(见图 1), 并进行了模型的验证, 通过仿真分析与试验对比, 验证了单机增压仿真模型的准确性与可靠性。因此, 采用建立的仿真模

收稿日期: 2016-08-02; 录用日期: 2016-11-04; 网络出版时间: 2016-12-26 14:38

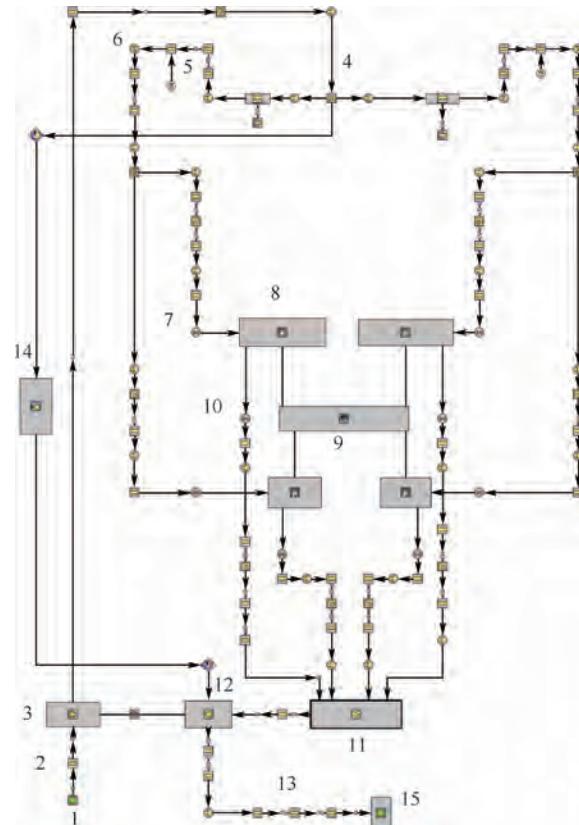
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161226.1438.001.html

基金项目: 航空科学基金(2013ZB51018)

\*通讯作者: E-mail: xbabc@buaa.edu.cn

引用格式: 徐斌, 周帆, 杨世春, 等. 航空发动机变几何涡轮增压性能研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1523-1530.

XU B, ZHOU F, YANG S C, et al. Research on performance of variable geometry turbocharger for aero engine [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1523-1530 (in Chinese).



1—进气环境；2—空气滤清器；3—压气机；4—空气盒；  
5—化油器；6—节气门；7—进气门；8—气缸；9—曲轴箱；  
10—排气门；11—排气总管；12—涡轮；13—排气消音器；  
14—废气阀；15—排气环境。

图 1 发动机原机 GT-POWER 仿真模型

Fig. 1 Simulation model of original engine in GT-POWER environment

型对发动机及涡轮增压器的工作情况进行研究分析具有较高的可信性。

该仿真模型的有效性和可信性已经在文献[2]中进行了充分论述,在此不再赘述。

## 2 变几何涡轮增压器的调节规律分析与建模

### 2.1 变几何涡轮增压器调节分析

变几何涡轮增压器通过改变喷嘴环开度调节涡轮流通特性以改变涡轮做功能力,减低缸内最大压力,并减小发动机热负荷与机械负荷。假定气体在增压器内的流动模型为一元定常流动模型<sup>[8-10]</sup>,变几何涡轮增压器通过改变喷嘴环开度来改变有效流通面积,以调节涡轮流通特性。涡轮当量流通面积<sup>[6]</sup>为

$$A = \frac{f_e f_T}{\sqrt{f_e^2 + f_T^2 \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^2}} \quad (1)$$

式中: $A$  为涡轮当量流通面积; $f_T$  为叶轮流通面

积; $f_e$  为喷嘴环出口有效流通面积, $f_e = \pi D_e b_e \tau \cdot \sin \alpha_1$ , $D_e$  为喷嘴环出口直径, $\alpha_1$  为喷嘴环开度, $\tau$  为阻塞系数, $b_e$  为喷嘴环出口叶高; $\rho_1$  为叶轮出口燃气密度; $\rho_2$  为喷嘴环出口燃气密度。

涡轮流通面积的变化将改变涡轮进气气体状态及工作点。图 2 显示了高度 5 km、节气门开度 100%、转速 5 500 r/min 时,涡轮进气压力随喷嘴环开度变化的瞬态仿真结果。相同工况下,喷嘴环开度设置为不同值时,涡轮有效流通面积的减小将导致涡轮进气压力的增加。

喷嘴环开度减小,导致涡轮进气压力与温度增加,涡轮功率随之增加。5 km 高度时仿真结果如图 3 所示。

由涡轮喷嘴模型,涡轮最大流量<sup>[6]</sup>可表示为式(2)。可知,喷嘴环开度的减小增大了涡轮功率,但减小了涡轮可用流量范围。对于变几何涡轮增压,可选择适当的喷嘴环开度。

$$q_{mt} = A p_t \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma - 1) R_2 T_t} \left[ (\pi_{t,cr})^{\frac{2}{\gamma}} - (\pi_{t,cr})^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad (2)$$

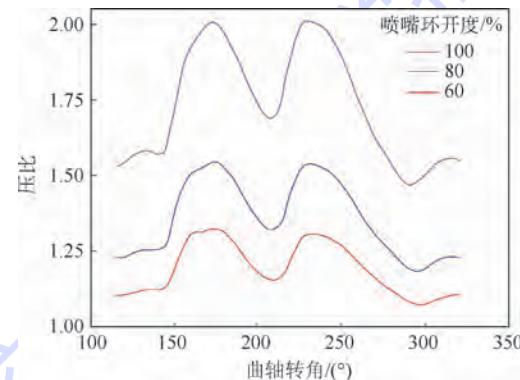


图 2 不同喷嘴环开度时涡轮进气压力随曲轴转角变化

Fig. 2 Variation of intake pressure with crank angle at different nozzle ring opening degrees

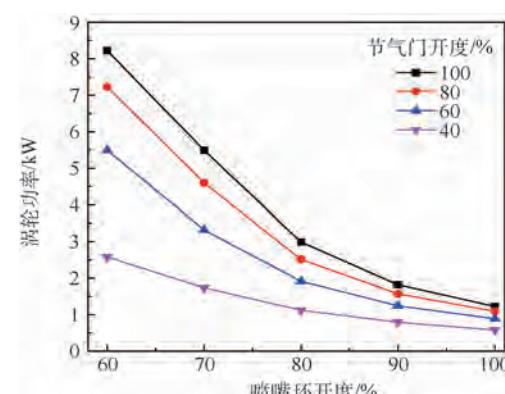


图 3 5 km 高度下不同节气门开度时涡轮功率随喷嘴环开度变化

Fig. 3 Variation of turbine power with nozzle ring opening degree at height of 5 km under different throttle opening degrees

式中: $p_i$ 为涡轮进口压力; $T_i$ 为涡轮进口温度; $\pi_{t,cr}$ 为临界膨胀比,此时叶轮内气体速度达到声速; $q_{mi}$ 为最大流量; $R_2$ 为汽油燃气气体常数; $\gamma$ 为空气比热比。

由于压气机功率与涡轮功率相等,随喷嘴环开度减小而增大,增压比随之增大。仿真结果中,5 km高度时发动机进气压力与喷嘴环开度和节气门开度关系如图4所示。

喷嘴环开度的变化将影响涡轮做功能力,涡轮产生功率与压气机消耗功率相等,从而调节压气机增压压力,影响发动机进气流量,达到控制目标要求。在变几何涡轮增压器与航空发动机匹配过程中,为保证增压比随转速的稳定,需要调节不同喷嘴环开度。图5给出了6 km高度下,喷嘴环开度固定后,发动机与增压器联合运行线。虚线反映了喷嘴环固定在0%、20%、40%、60%开度时的发动机运行线;实线为增压器控制系统控制增压压力的发动机实际运行线。为了维持目标增压压力,需要在不同转速时对应着不同的喷嘴环开度。

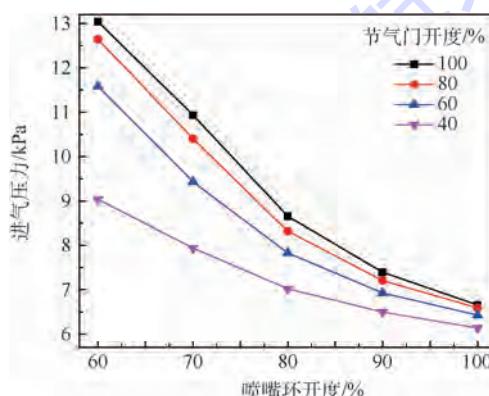


图4 5 km高度下不同节气门开度时进气压力随喷嘴环开度变化

Fig. 4 Variation of intake pressure with nozzle ring opening degree at height of 5 km under different throttle opening degrees

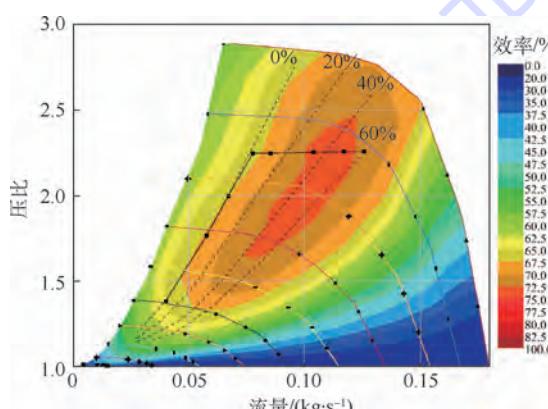


图5 变几何涡轮增压器调节原理

Fig. 5 Adjustment principle of VGT

## 2.2 建立变几何涡轮增压仿真模型

为建立变几何涡轮增压发动机的模型,通过试验台测量变几何涡轮增压器特性,建立涡轮增压器平均参数模型,作为发动机模型的增压器子模型。发动机其他子模型维持不变,且增压器控制目标维持不变:根据节气门开度控制目标进气压力。对原机模型只调整了增压器子模型,该模型的预测结果是可靠的。匹配变几何涡轮增压器的航空发动机与GT-POWER模型如图6所示,相较于原机,增加了喷嘴环PID控制系统,此系统针对发动机的瞬态和稳态工况分别进行PID控制,其具体控制策略分别参照文献[5-6]进行。喷嘴环的控制机构参照文献[11]设计,带动喷嘴环连杆的电机控制参照文献[12]设计。

完成上述分析和建模后,即可对匹配了变几何涡轮增压器的发动机性能进行分析。

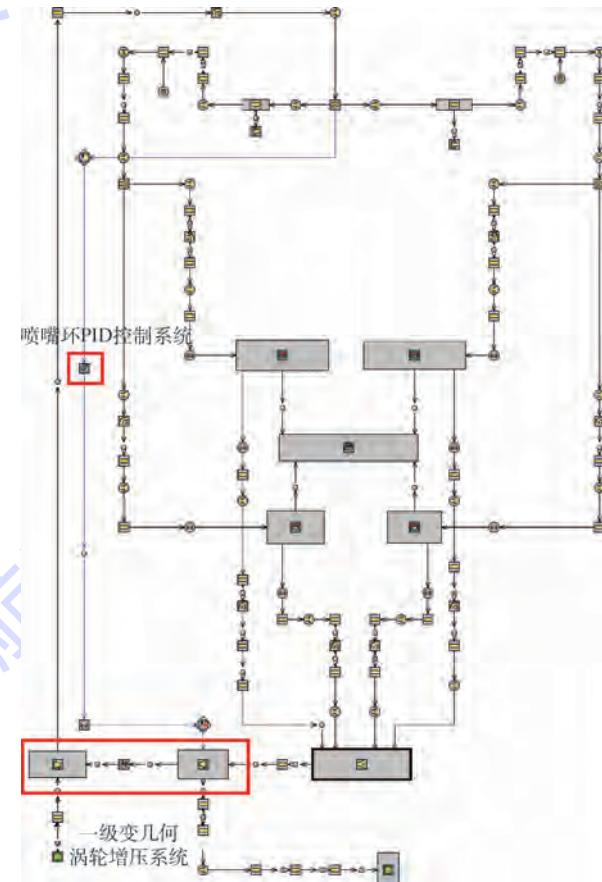


图6 采用变几何涡轮增压的发动机GT-POWER仿真模型

Fig. 6 Simulation model of engine with VGT in GT-POWER environment

## 3 匹配变几何涡轮增压器的发动机性能

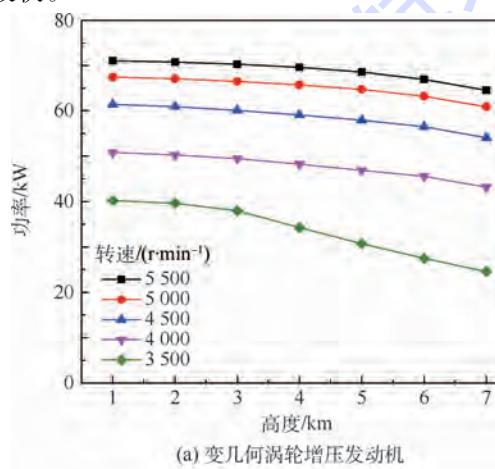
增压器的放气调节与变几何涡轮增压器工作原理都是采用低速匹配,在高转速时通过调节使

废气能量利用不充分,以防止涡轮增压器超速和排气温度过高。基于相同的发动机平台,分别采用废气阀放气与可调喷嘴的方式对进气压力进行调节。随高度升高,为保证恢复地面功率,进入气缸的质量流量与进气管增压压力应保证相同。在此基础上,研究废气阀增压与变几何涡轮增压的发动机性能。

### 3.1 变几何涡轮增压发动机功率特性

在 GT-POWER 中对变几何涡轮增压发动机和原机的功率特性进行仿真分析,结果如图 7~图 10 所示。

为考察变几何涡轮增压发动机在高空时恢复功率情况,图 7 和图 8 给出了变几何涡轮增压发动机与原机的功率随转速、节气门开度与高度的变化规律。可以看出,二者的额定功率在 7 km 高度以下都能得到有效恢复,能够满足需求。由图 7 可以看出,在发动机低转速区工作时,变几何涡轮增压发动机功率下降较平缓,而原机功率下降较快。



(a) 变几何涡轮增压发动机

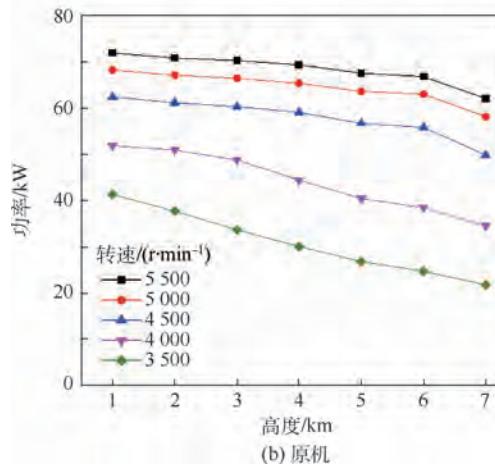
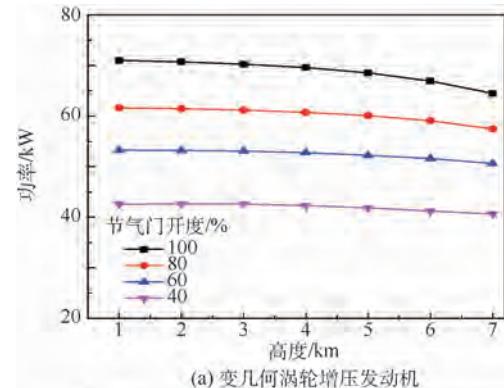
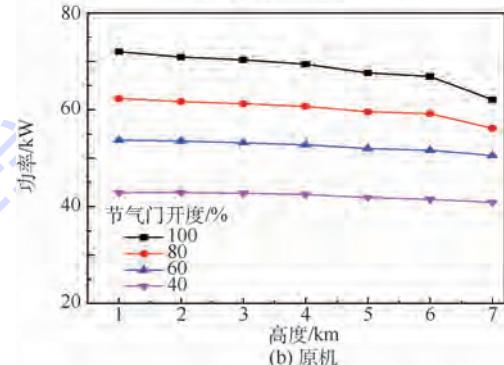
图 7 变几何涡轮增压发动机与原机功率  
随高度与转速的变化

Fig. 7 Variation of power of engine with VGT and original engine with height and speed

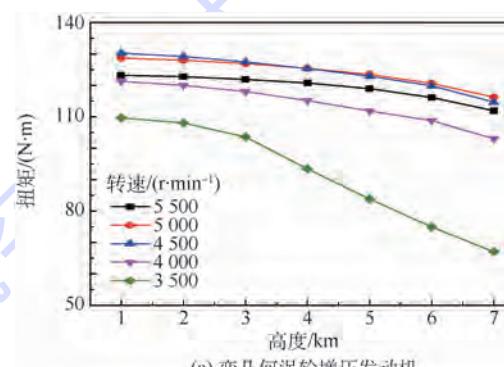


(a) 变几何涡轮增压发动机

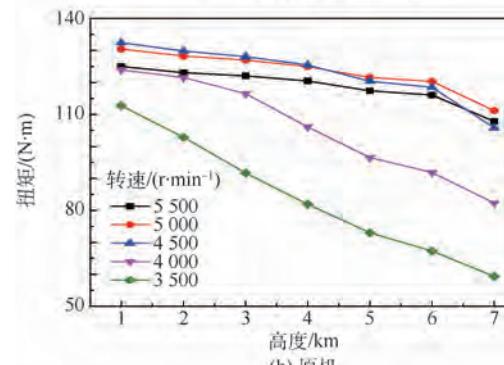


(b) 原机

图 8 转速 5 500 r/min 时变几何涡轮增压发动机与原机功率随高度与节气门开度的变化

Fig. 8 Variation of power of engine with VGT and original engine with height and throttle opening degree  
when speed is 5 500 r/min

(a) 变几何涡轮增压发动机



(b) 原机

图 9 变几何涡轮增压发动机与原机扭矩  
随高度与转速的变化

Fig. 9 Variation of torque of engine with VGT and original engine with height and speed

根据仿真结果,图9和图10给出了匹配变几何涡轮增压发动机与原机的发动机扭矩随高度、转速与节气门开度的变化规律。可知,原机与变几何涡轮增压发动机在额定转速下的扭矩都能在7 km高度以下满足发动机要求,二者最大扭矩点都出现在4 500 r/min左右。图9显示高度4 km以下时,不同转速下变几何涡轮增压发动机和原机在功率输出方面基本无差,但在4 km高度以上时,变几何涡轮增压发动机在扭矩输出性能上明显优于原机,在不同高度和转速下的变几何涡轮增压发动机较原机扭矩性能提升如表2所示。

图10显示在6 km高度以下范围内,不同节气

门开度下,变几何涡轮增压发动机与原机在发动机扭矩输出性能方面基本无差;在高度7 km,节气门开度80%时,变几何涡轮增压发动机相较原机可以提升5.15%的扭矩,节气门开度100%时,变几何涡轮增压发动机较原机可有效提升4.54%的扭矩。由此可见,在高空转速下,变几何涡轮增压发动机扭矩显著大于原机,有利于发动机提高低速性能、增加工作范围,但是原机最大扭矩要略大于变几何涡轮增压发动机。

### 3.2 变几何涡轮增压发动机可调范围分析

更宽的可调范围<sup>[13-14]</sup>对于飞机高空性能与安全具有重要意义。由仿真结果,图11分别给出了变几何涡轮增压发动机与原机5 km高度时压气机增压比随发动机转速与节气门开度的变化。可以看出,变几何涡轮增压发动机能够维持目标压力的范围更宽,阴影部分即为发动机的可调范围。

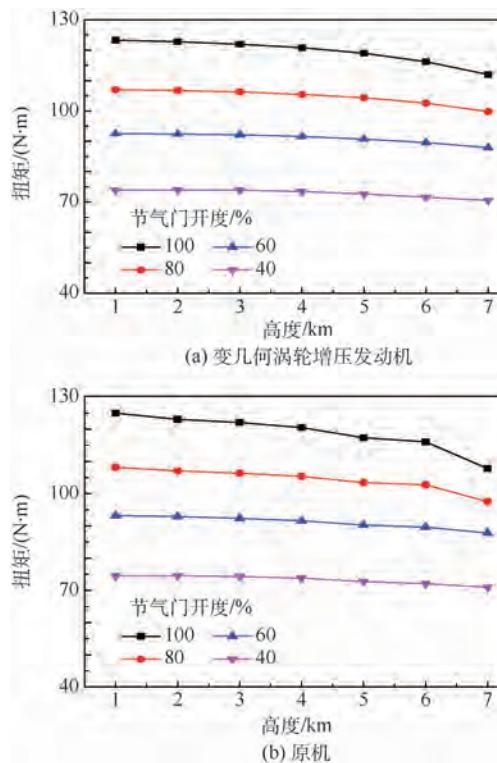


图10 转速5 500 r/min时变几何涡轮增压发动机与原机扭矩随高度与节气门开度的变化

Fig. 10 Variation of torque of engine with VGT and original engine with height and throttle opening degree when speed is 5 500 r/min

表2 不同高度及转速下变几何涡轮增压与原机扭矩提升比

Table 2 Torque lifting rate of engine with VGT and original engine at different height and speed %

高度/km	转速/(r·min <sup>-1</sup> )				
	5 500	5 000	4 500	4 000	3 500
4	0.25	0.76	0.34	8.69	14.65
5	2.25	1.07	3.01	16.01	14.77
6	0.59	0.02	2.16	18.73	10.95
7	4.11	3.07	10.32	24.99	13.47

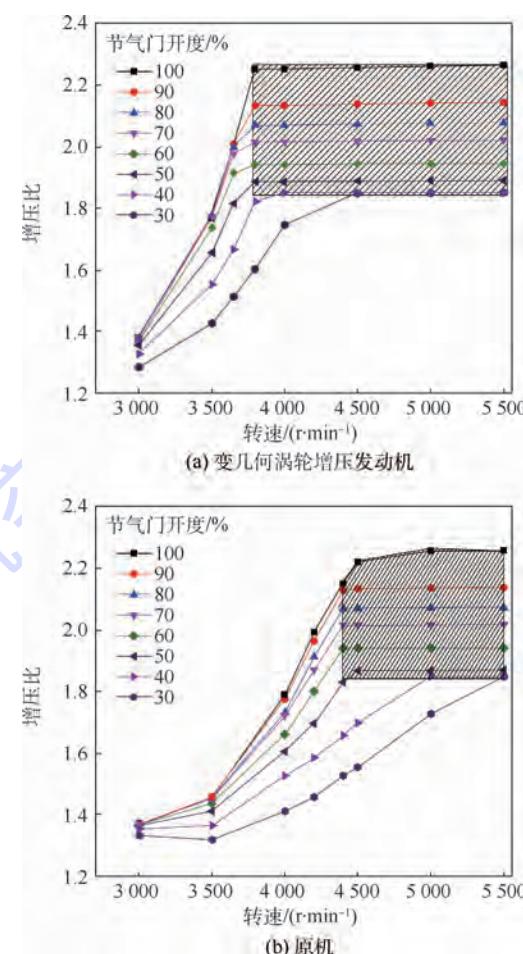


图11 变几何涡轮增压发动机和原机在5 km高度下可调范围对比(转速、节气门开度)

Fig. 11 Comparison of adjustable range between original engine and engine with VGT when height is 5 km (speed and throttle opening degree)

因为变几何涡轮增压发动机具有更宽的可调范围,维持目标压力的流量范围更大,所以图 9 与图 10 中反映变几何涡轮增压发动机维持在低速时具有更大的扭矩。根据文献[5]中对可调范围与使用升限的分析,使用升限的确定需要满足恢复功率高度与相应的可调范围要求。相比原机 5 km 高度的使用升限,变几何涡轮增压发动机的使用升限<sup>[15]</sup>可以达到 6 km 高度。

由原机使用手册<sup>[7]</sup>可知,高空时高速的巡航工况为:转速为  $4200 \text{ r/min} \leq n \leq 5500 \text{ r/min}$ ;节气门开度为  $70\% \leq \chi \leq 100\%$ 。

而由图 11(a)可知,搭配了变几何涡轮增压的航空发动机的可调范围为:转速为  $3760 \text{ r/min} \leq n \leq 5500 \text{ r/min}$ ;节气门开度为  $40\% \leq \chi \leq 100\%$ 。

对比可知,匹配了变几何涡轮增压的发动机的可调范围完全覆盖了发动机的巡航使用工况,巡航使用工况范围内均能满足恢复功率要求。因此,该发动机增压匹配能够满足可调范围的要求<sup>[2]</sup>。

### 3.3 进气压力与燃油消耗率分析

发动机进排气压力对于发动机性能有很大影响<sup>[12]</sup>,图 12 给出了 5 km 高度下原机、变几何涡轮增压发动机的进气压力与排气压力对比。

在低速区,变几何涡轮增压发动机仍然能维持目标进气压力,而原机的进气压力已经开始下降,表明变几何涡轮增压发动机调节能力更强,维持目标压力的转速范围更大,有利于飞机安全运行。变几何涡轮增压发动机的排气压力要高于原机,因为变几何涡轮增压器通过减小涡轮流通面积增大排气压力,从而增加涡轮膨胀比与涡轮功;废气阀增压器通过减小涡轮的流量来降低涡轮做功能力。因此在不同转速范围内,变几何涡轮增压器的排气压力都要高于废气阀增压器。在低速区,发动机流量降低,为了保证增压压力,需要减小喷嘴环开度、增加膨胀比,所以变几何涡轮增压器低速区排气压力更大。在临界转速时,喷嘴环开度恰好调节到最小,无法进一步调节;当转速继续降低时,由于流量降低导致涡轮膨胀比减小,排气压力开始减小。

燃油消耗率的降低对于提高航空发动机续航里程具有重要意义。图 13 显示了 5 km 高度下,原机与变几何涡轮增压发动机燃油消耗率对比。

在高速区,变几何涡轮增压发动机燃油消耗率高于原机;低速时,低于原机。

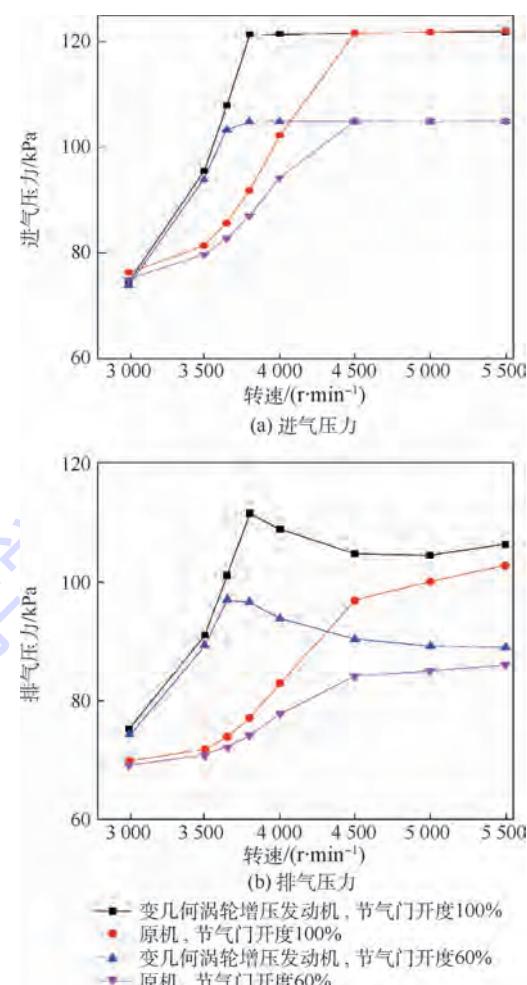


图 12 5 km 高度下不同节气门开度时原机与变几何涡轮增压发动机进排气压力对比

Fig. 12 Comparison of intake pressure and exhaust pressure between original engine and engine with VGT when height is 5 km under different throttle opening degrees

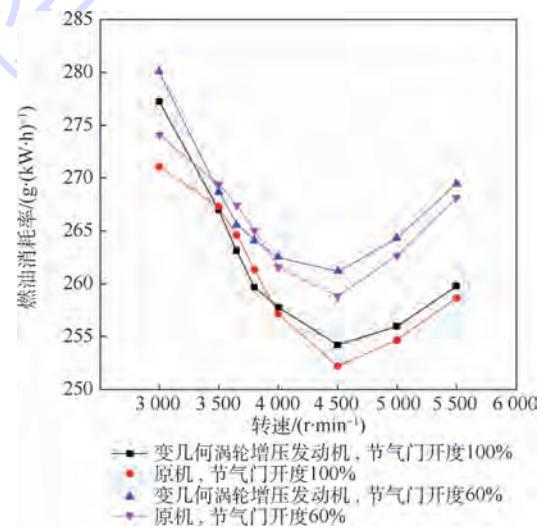


图 13 5 km 高度下原机与变几何涡轮增压发动机燃油消耗率对比

Fig. 13 Comparison of fuel consumption rate between original engine and engine with VGT when height is 5 km

## 4 结 论

1) 在发动机低转速区工作时,变几何涡轮增压发动机功率下降较平缓,而原机采用的废气阀增压功率下降较快。

2) 在高工况下,变几何涡轮增压发动机扭矩显著大于原机,有利于发动机提高低速性能、增加工作范围;但是原机最大扭矩要略大于变几何涡轮增压发动机。

3) 在燃油消耗率方面,在高速时,变几何涡轮增压发动机燃油消耗率高于原机;低速时,低于原机。

总的来说,相比匹配废气阀增压器的发动机,变几何涡轮增压发动机拥有更好的低工况性能、更宽的可调范围,并能够将原机的使用升限从5 km提升到6 km。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] 丁水汀,鲍梦瑶,杜发荣.航空活塞发动机涡轮增压系统的安全边界研究[J].航空动力学报,2011,26(11):2534-2542.
- DING S T, BAO M Y, DU F R. Safety margins analysis on turbocharging system in aircraft piston engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11): 2534-2542 (in Chinese).
- [2] 徐斌,谭龙兴,杨世春,等.飞机使用升限对增压活塞发动机的匹配要求[J].北京航空航天大学学报,2014,40(12):1643-1647.
- XU B, TAN L X, YANG S C, et al. Requirement from maximum rate of climbing of aircraft service ceiling to turbocharged reciprocating engine[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(12): 1643-1647 (in Chinese).
- [3] ZAMBONI G, CAPOBIANCO M. Influence of high and low pressure EGR and VGT control on in-cylinder pressure diagrams and rate of heat release in an automotive turbocharged diesel engine[J]. Applied Thermal Engineering, 2013, 51(1): 586-596.
- [4] YU B, DONG M C, BIAN W C. A low cost method for establishing hardware-in-loop platform for aviation piston engine electronic controller[C]// International Symposium on Computers and Informatics. Lyon: Atlantis Press, 2015: 1289-1298.
- [5] 边文超.航空活塞发动机控制器实物在回路仿真系统设计[D].南京:南京航空航天大学,2013:14-59.
- BIAN W C. Research on hardware-in-loop simulation system of controller for an aviation piston engine[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013: 14-59 (in Chinese).
- [6] 李红.VNT增压器控制系统研究[D].沈阳:沈阳理工大学,2013:40-46.
- LI H. Research of VNT turbocharger control system[D]. Shenyang: Shenyang Ligong University, 2013: 40-46 (in Chinese).
- [7] Rotax Aircraft Engine. Operation, manual for ROTAX engine type 914 F [R]. Vils: BRP-Rotax GmbH & Co. KG, Rotax Part: 899374, 2007.
- [8] 朱大鑫.涡轮增压与涡轮增压器[M].北京:机械工业出版社,1992:113-166.
- ZHU D X. Turbo charging method and turbocharger[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1992: 113-166 (in Chinese).
- [9] 郭林福,马朝臣,鲍捷.车用可变几何涡轮增压器执行机构的设计计算[J].车用发动机,2002(2):5-8.
- GUO L F, MA C C, BAO J. Design and calculation of control mechanism for variable geometry turbocharger used in automobile[J]. Vehicle Engine, 2002(2): 5-8 (in Chinese).
- [10] 陈红.航空涡轮增压汽油机特性及其优化特性匹配研究[D].北京:北京交通大学,2008:28-34.
- CHEN H. Study on characteristics of aviation turbo gasoline engine and optimization research[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2008: 28-34 (in Chinese).
- [11] 周帆,徐斌,杨世春,等.基于神经网络PID的电动汽车轮毂电机调速设计与仿真[J].车辆与动力技术,2015(2):53-57.
- ZHOU F, XU B, YANG S C, et al. Design and simulation of electric vehicle in-hub motor speed control based on neural network PID[J]. Vehicle & Power Technology, 2015 (2): 53-57 (in Chinese).
- [12] 彭成成.高压共轨柴油机可变涡轮增压器匹配及控制策略研究[D].长春:吉林大学,2015:71-79.
- PENG C C. Research on VNT match and control strategy of high pressure common rail diesel engine[D]. Changchun: Jilin University, 2015: 71-79 (in Chinese).
- [13] 徐斌,刘波,杨世春,等.某型航空活塞发动机进排气系统优化分析[J].航空动力学报,2014,29(3):624-630.
- XU B, LIU B, YANG S C, et al. Optimization analysis of a aircraft piston engine intake and exhaust system[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(3): 624-630 (in Chinese).
- [14] 刘波.电辅助航空涡轮增压器匹配特性研究[D].北京:北京航空航天大学,2015:36-40.
- LIU B. Electric assisted aviation turbocharger matching characteristic research[D]. Beijing: Beihang University, 2015: 36-40 (in Chinese).
- [15] 徐斌,谭龙兴,杨世春,等.航空活塞发动机使用升限分析[J].北京航空航天大学学报,2013,39(12):1568-1572.
- XU B, TAN L X, YANG S C, et al. Analysis of service ceiling on piston aero-engine[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(12): 1568-1572 (in Chinese).

### 作者简介:

徐斌 男,教授。主要研究方向:发动机涡轮增压及控制技术。

# Research on performance of variable geometry turbocharger for aero engine

XU Bin<sup>\*</sup>, ZHOU Fan, YANG Shichun, TIAN Fugang, TAN Longxing

(School of Transportation Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** A variable geometry turbocharger method was used to adjust the power of the engine. It's regulation law and characteristics was studied. According to the turbine flow model, the influence of different nozzle ring opening degrees on the turbocharger was analyzed under the same operating conditions. In GT-POWER, a variable geometry turbocharger engine model was established, and the application of the variable geometry turbocharger engine to recover the power of the sea was verified by the simulation and analysis of different working conditions. The results show that the engine can significantly improve the engine altitude adjustable range, enhancing the ceiling of engine usage from 5 km to 6 km, which is of guiding significance for application of variable geometry turbocharger to restoring power and the regulation of nozzle ring opening degree.

**Keywords:** aero piston engine; variable geometry turbocharger; power characteristics; adjustable range; ceiling of usage

**Received:** 2016-08-02; **Accepted:** 2016-11-04; **Published online:** 2016-12-26 14:38

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161226.1438.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161226.1438.001.html)

**Foundation item:** Aeronautical Science Foundation of China (2013ZB51018)

\* **Corresponding author.** E-mail: xbacb@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0645

# 基于制动边界与意图识别的再生制动策略

吴志新<sup>1,2,\*</sup>, 石金蓬<sup>1</sup>, 李亚伦<sup>1</sup>, 杨海圣<sup>1</sup>, 马少东<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国汽车技术研究中心, 天津 224100)

**摘要:** 有效的再生制动策略能够增加电动汽车回收能量, 提高其续航能力。通过汽车制动动力学以及相关法规的分析, 提出了基于边界最大化的再生制动力分配策略, 建立了基于制动踏板深度、车速、SOC 的模糊制动意图识别模型, 识别驾驶员制动意图; 建立了基于电机效率曲线的电池充电保护模型, 限制电池充电电流。通过对 Cruise 仿真平台的二次开发, 研究本文提出的再生制动策略对于电动汽车续驶里程的影响。在新欧洲行驶循环(NEDC)条件下, 该策略能够增加电动汽车续驶里程 7.8%; 在美国联邦环保局测试工况(FTP75)条件下, 该策略能够增加电动汽车续驶里程 27.3%。

**关键词:** 电动汽车; 再生制动; 控制策略; 模糊识别; 续驶里程

**中图分类号:** U462.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1531-10

在频繁制动的城市工况下行驶的乘用车, 其制动消耗的能量约占总驱动能量的 50%<sup>[1-2]</sup>, 其中制动能量中的 80% 以热能的形式耗散在大气环境中<sup>[3]</sup>。因此, 高效安全的再生制动技术对电动汽车能量管理及增加其续驶里程具有重要意义。

李大伟等<sup>[4]</sup>基于 ABS 开发制动能量回收系统, 满足 ECE 法规要求并且考虑驾驶员驾驶感受。但是基于原有 ABS 制动系统进行改造, 开发成本高, 周期长, 并且没有考虑电机与电池的充电特性及限制, 所提出的最大化策略有电池过充的隐患。

徐雅楠<sup>[5]</sup>在前后轮制动力理想分配曲线的基础上, 保证安全性、电池寿命以及舒适性提出了前轮的再生制动力分配策略。宋世欣等<sup>[6]</sup>运用汽车制动稳定性理论对电动汽车的再生制动系统进行了分析, 提出了再生制动控制策略。但是区分中度制动与紧急制动的识别策略仅以制动减速

度为判断条件, 并且制动力分配没有考虑 ECE 法规的限制, 并不能将回收能量最大化。

国内学者在近年来的再生制动回收策略中都考虑到制动过程中前后轮的制动力分配以及再生制动力与机械制动力的分配<sup>[7-9]</sup>, 但是都没有综合考虑 SOC、行驶车速、电池充电限制以及紧急制动下的 ABS 系统工作对再生制动力分配的影响, 并不能在保证制动安全的前提下实现再生能量的最大化。

根据上述问题, 本文分析了不同制动强度下的车辆前后轮制动力分配规则, 提出了 4 线交点法计算该路面附着系数条件下的理论最大再生制动力矩; 提出基于车速、制动踏板深度、SOC 的模糊制动意图识别以及基于电机效率曲线的电池充电保护, 得到满足系统安全性以及驾驶员制动需求的再生制动力分配策略; 并通过 MATLAB & Cruise 联合仿真, 研究该策略对于提高电动汽车续驶里程的效果。

收稿日期: 2016-08-08; 录用日期: 2016-12-09; 网络出版时间: 2016-12-20 15:27

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161220.1527.003.html

基金项目: 国家科技支撑计划 (2015BAG01B00)

\* 通讯作者: E-mail: wuzhixin@catarc.ac.cn

引用格式: 吴志新, 石金蓬, 李亚伦, 等. 基于制动边界与意图识别的再生制动策略[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1531-1540. WU Z X, SHI J P, LI Y L, et al. Regenerative brake strategy based on braking boundary and intention recognition [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1531-1540 (in Chinese).

# 1 边界最大化再生扭矩计算

## 1.1 汽车制动动力学曲线

### 1.1.1 I 曲线

当汽车的前后轮制动力分配满足理想制动力曲线(I 曲线)时,由于其前后轴的轮上制动力与前后轴载荷成正比,其理论路面附着条件得到了最大的利用,制动最平稳<sup>[10]</sup>。其前后轮制动力分配如下:

$$\begin{cases} \frac{F_{bf}}{F_{br}} = \frac{L_b + zh_g}{L_a - zh_g} \\ F_{bf} + F_{br} = Gz \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $G$  为车重;  $L_a$  和  $L_b$  分别为质心与前后轴的距离;  $h_g$  为质心高度;  $z$  为制动强度;  $F_{bf}$  为前轮制动力;  $F_{br}$  为后轮制动力。

通过式(1)可知,I 曲线与整车参数和质心位置相关。制动过程中的制动力约占整车阻力的 80%<sup>[11]</sup>,故认为滚动阻力与空气阻力影响过小,忽略不计。

### 1.1.2 ECE 法规曲线

欧洲经济委员会(UNECE)制定《欧洲经济委员会安全法规》,对双轴汽车的前后轮制动力进行了严格的规定。中国 GB 12676—2014<sup>[11]</sup> 提出,对于轿车,路面附着系数在 0.2~0.8 之间的车辆,规定:

$$z \geq 0.1 + 0.85(\varphi - 0.2) \quad (2)$$

式中:  $\varphi$  为路面附着系数。

从而得到 ECE 法规曲线:

$$\begin{cases} F_{bf} = \frac{z + 0.07}{0.85} \cdot \frac{G}{L} (L_b + zh_g) \\ F_{bf} + F_{br} = Gz \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $L$  为车辆轴距。

车辆在制动过程中,前轴附着系数利用曲线必须高于后轴附着系数利用曲线。

### 1.1.3 f 线组

在行驶中如果用力踩下制动踏板,车轮转速会急速降低,当制动力超过车轮与地面的摩擦力时,车轮就会被抱死,完全抱死的车轮会使轮胎与地面的摩擦力增大,在较大的惯性下可能会导致侧滑,方向失控。如果前轮被抱死,驾驶员就无法控制车辆的行驶方向,则此时的前后轮制动力分配满足 f 线组:

$$\begin{cases} F_{bf} = \varphi \frac{G}{L} (L_b + zh_g) \\ F_{bf} + F_{br} = Gz \end{cases} \quad (4)$$

## 1.2 基于 4 线交点理论的再生制动力分配策略

### 1.2.1 制动力分配点计算

为了同时满足制动效能要求、ECE 法规要求以及防止前轮抱死的要求,前后轮的制动力分配应在以 I 曲线、横轴、ECE 法规曲线和 f 线组围成的范围内,如图 1 所示的 OABC 部分。

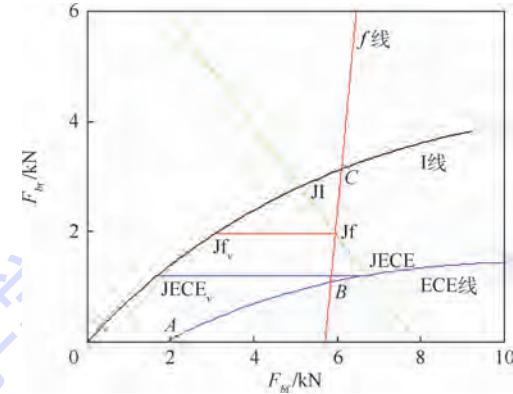


图 1 前后轮制动力分配

Fig. 1 Front and rear brake force distribution

图 1 中: JI、Jf 和 JECE 连线为等强度制动线,其表示制动强度不变条件下的前后轮制动力分配比例。等强度制动线与 f 线组交点为 Jf。当路面条件一定,某一制动强度下,车辆的前后轮制动力必须在等强度制动线上分配,并且不能超出 OABC 范围。故需求得等强度制动线与 I 曲线、ECE 法规曲线和 f 线组的交点 JI、JECE、Jf 以及 A、B、C 共 6 点坐标。由式(1)、式(3)、式(4)可求得

$$F_{fA} = \frac{G(85L - 100L_b - 7h_g - 100\nabla L)}{200h_g} \quad (5)$$

$$F_{fB} = \frac{\varphi G(100L_b - 7h_g + 85\varphi h_g)}{100L} \quad (6)$$

$$F_{fC} = \frac{\varphi G(L_b + \varphi h_g)}{L} \quad (7)$$

$$F_{fJI} = \frac{Gz(L_b + h_g z)}{L} \quad (8)$$

$$F_{fJf} = \frac{G\varphi(L_b + h_g z)}{L} \quad (9)$$

$$F_{fJECE} = \frac{G(7L_b + 100zL_b + 7zh_g + 100z^2h_g)}{85L} \quad (10)$$

式中:  $F_{fA}$ 、 $F_{fB}$ 、 $F_{fC}$ 、 $F_{fJI}$ 、 $F_{fJf}$  和  $F_{fJECE}$  分别为 A 点、B 点、C 点、JI 点、Jf 点和 JECE 点的横坐标;  $\nabla L = (0.7225L^2 - 1.7LL_b - 0.119Lh_g + L_b^2 - 0.14L_bh_g + 0.0049h_g^2)^{1/2}$ 。

车辆的机械制动力分配接近于理想制动力分配曲线,并且添加在前轮的再生制动力会使得制动力分配点偏移 I 曲线,但不能超出 OABC 边界,

故需求得从 J<sub>f</sub> 点、JECE 点作水平线与 I 曲线的交点坐标值, 如图 1 所示。

$$F_{Jf_{v}} = \frac{\sqrt{4GLh_g F_{rJf} - (GL_a)^2} + GL_a - 2h_g F_{rJf}}{2h_g} \quad (11)$$

$$F_{JECE_{v}} = \frac{\sqrt{4GLh_g F_{rJECE} - (GL_a)^2} + GL_a - 2h_g F_{rJECE}}{2h_g} \quad (12)$$

式中:  $F_{Jf_{v}}$  和  $F_{JECE_{v}}$  分别为 J<sub>f</sub><sub>v</sub> 点和 JECE<sub>v</sub> 点的横坐标;  $F_{rJf} = Gz - F_{Jf}$ ;  $F_{rJECE} = Gz - F_{JECE}$ 。

### 1.2.2 边界最大化再生制动力分配策略

通过求得  $F_{fa}$ 、 $F_{fb}$ 、 $F_{fc}$ 、 $F_{fI}$ 、 $F_{Jf}$ 、 $F_{JECE}$ 、 $F_{Jf_{v}}$  和  $F_{JECE_{v}}$ , 可以得到不同制动强度下的理论最大再生制动力分配策略。

1) 紧急制动: 若  $F_{Jf} \geq F_{fc}$ , 则  $F_{mot\_max} = 0$ 。此时的制动强度超过了 f 线组的范围, 认为是紧急制动情况, 并且前轮出现抱死趋势, ABS 系统工作。再生制动力必须为 0, 以防止影响 ABS 的正常工作, 保证制动安全。

2) 重制动: 若  $F_{fb} \leq F_{Jf} < F_{fc}$ , 则  $F_{mot\_max} = F_{Jf} - F_{Jf_{v}}$ 。此时的制动力分配须在 J<sub>f</sub> 点之左, 以保证前轮的滑移率。认为机械制动的前后轮制动力在 I 线上分配。那么此时理论的再生制动力在以 J<sub>f</sub><sub>v</sub> 为起点、J<sub>f</sub> 为终点的线段上。

3) 中制动: 若  $F_{fa} \leq F_{JECE} < F_{fb}$ , 则  $F_{mot\_max} = F_{JECE} - F_{JECE_{v}}$ 。此时的制动力分配须在 JECE 点之左, 以保证法规要求。同样认为机械制动的前后轮制动力在 I 曲线上分配。那么此时理论的再生制动力在以 JECE<sub>v</sub> 为起点、JECE 为终点的线段上。

4) 轻制动: 若  $0 < Gz < F_{fa}$ , 则  $F_{mot\_max} = Gz$ 。此时的制动力分配远离 f 线组以及 ECE 法规曲线, 故可将制动力全部分配在前轮, 并由再生制动力提供。

以某纯电动汽车为对象, 可以通过表 1 的整车参数以及理论最大再生制动力分配策略, 将再生制动力转换为再生扭矩:

$$T_{mot\_max} = \frac{F_{mot\_max} R}{i_m} \quad (13)$$

式中:  $R$  为车轮滚动半径;  $i_m$  为机械传动比。

从而得到不同制动强度下的理论最大再生扭矩, 如图 2 所示。

图 2 中, 曲线可以分为 4 段折线, 从原点开始分别对应理论最大再生制动力分配策略中的轻制动、中制动、重制动和紧急制动 4 种情况。

表 1 某纯电动汽车整车参数

Table 1 Parameters of an electric vehicle

参数	数值
整车整备质量 $M_c$ /kg	1700
整车满载质量 $M_f$ /kg	2075
轴距 $L$ /mm	2640
中心到前轴距离 $L_a$ /mm	1006
风阻系数 $C_d$	0.393
迎风面积 $A/m^2$	2.46
车轮滚动半径 $R$ /m	0.314
机械传动比 $i_m$	8.867
传动系统总效率 $\eta_t$	0.9
电池容量 $C/(kW \cdot h)$	20
电池标称电压 $U_n$ /V	347.5
最大允许充电电流 $I_{max}$ /A	65

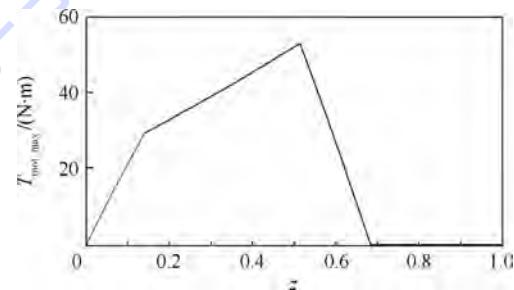


图 2 不同制动强度下的理论最大再生扭矩

Fig. 2 Theoretical maximum regenerative torque under different brake strength

## 2 制动意图识别与电池充电保护

### 2.1 基于模糊控制的制动意图识别

在大量驾驶员制动数据以及经验的基础上实现的汽车制动模糊控制, 不依赖被控对象的精确数学模型, 利用控制法则描述语言式的模糊变量的关系, 其系统具有较高的鲁棒性、适应性与容错性<sup>[12-14]</sup>。

汽车正常行驶的过程中, 制动踏板的深度能够反应驾驶员的制动意图, 同时车速以及 SOC 对于再生制动有很大的影响。车速表征车辆的运行状态, 并且其对应的电机转速对回收效率有决定性影响。而 SOC 表征电池的充放电能力, 过高的 SOC 阶段, 电池充电会引起电池单体电压过高, 发热严重, 有过充危险。因此, 对于模糊控制的制动意图识别, 需要加入制动踏板深度、车速、SOC 3 个输入量。

通过 MATLAB 环境模糊工具箱进行制动意图识别控制器的开发设计, 选则三输入、一输出的模糊化模型。其中制动踏板深度有 7 个模糊集合, 其模糊子集为 {零(Z), 很浅(SS), 浅(S),

中(M),深(D),很深(SD),满(F)},{},范围为[0,1];车速的模糊子集为{低(Low),中(Middle),高(High)},{},范围为[0,120];SOC 的模糊子集为{低(Low),中(Middle),高(High)},{},范围为[0,1];输出修正系数的模糊子集为{零(Z),很低(SL),低(L),中(M),高(H),很高(SH),满(F)},{},范围为[0,1]。车速、SOC 的模糊子集的阈值如表 2 所示,其隶属函数选用双 S 型乘积隶属函数。制动踏板深度与输出修正系数的模糊子集隶属函数如图 3 所示。

$A_{\text{brk}}$  为模糊输入制动踏板深度,  $A_{\text{spd}}$  为模糊输入车速,  $A_{\text{soc}}$  为模糊输入 SOC,  $A_{\text{cor}}$  为模糊输出修正系数。则  $A_{\text{cor}}$  的求解式为

$$A_{\text{cor}} = \text{fuzzy}(A_{\text{brk}}, A_{\text{spd}}, A_{\text{soc}}) \quad (14)$$

修正后的再生力矩  $T_{\text{mot\_cor}}$  为

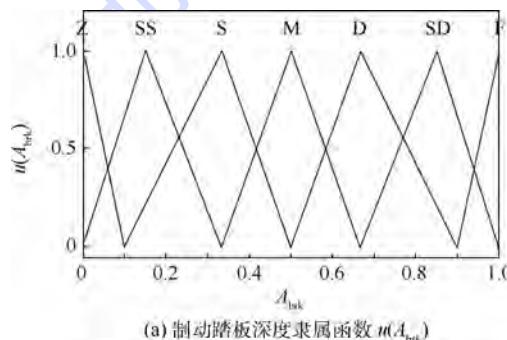
$$T_{\text{mot\_cor}} = T_{\text{mot\_max}} A_{\text{cor}} \quad (15)$$

依据实车实验数据和经验,建立了 64 条模糊规则,可以得到如图 4 所示的制动意图识别结果。

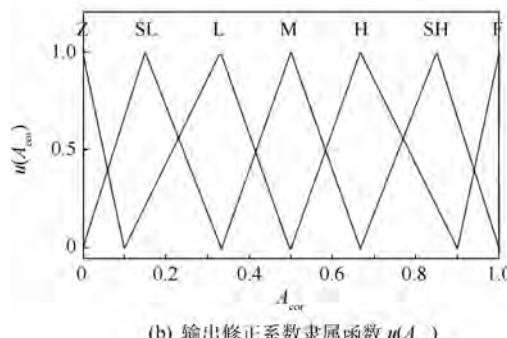
图 4(a) 为基于制动踏板深度  $A_{\text{brk}}$  以及车速  
表 2 车速、SOC 模糊子集阈值

Table 2 Threshold values for speed and SOC fuzzy subset

车速阈值	SOC 阈值
[0,40)	[0,0.3)
[15,90)	[0.2,0.9)
[75,100]	[0.7,1]



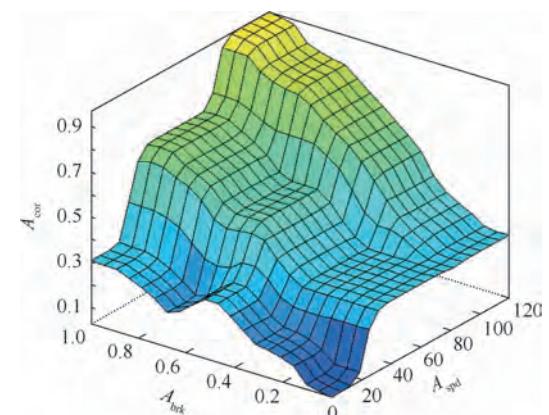
(a) 制动踏板深度隶属函数  $\mu(A_{\text{brk}})$



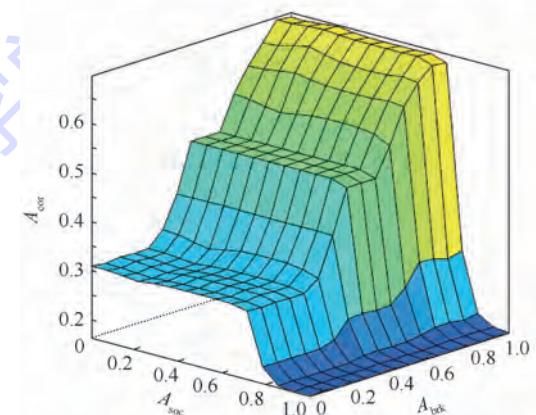
(b) 输出修正系数隶属函数  $\mu(A_{\text{cor}})$

图 3 制动踏板深度和输出修正系数隶属函数

Fig. 3 Membership functions of brake pedal depth and output correction factor



(a) 基于制动踏板深度与车速的制动意图识别



(b) 基于制动踏板深度与SOC的制动意图识别

图 4 模糊制动意图识别结果

Fig. 4 Recognition results of fuzzy braking intention

$A_{\text{spd}}$  的制动意图识别结果。制动踏板深度  $A_{\text{brk}}$  反映驾驶员制动需求的强度;车速  $A_{\text{spd}}$  反映了车辆的动能及其可回收制动能量的潜质。模糊输出修正系数  $A_{\text{cor}}$  会随着制动踏板深度  $A_{\text{brk}}$  的增加而增加,随着车速  $A_{\text{spd}}$  的增加而增加。但当车速  $A_{\text{spd}}$  过低时,电机再生制动效率较低,模糊输出修正系数  $A_{\text{cor}}$  设在 0.3 以下,保证电机的再生制动效能以及驾驶感受。而当制动踏板深度  $A_{\text{brk}}$  过小时,认为无制动需求,模糊输出修正系数  $A_{\text{cor}}$  仅提供滑行能量回收,设在 0.3;当车速低于 30 km/h 时,  $A_{\text{cor}}$  随着车速的减少线性减少。

图 4(b) 为基于制动踏板深度以及 SOC 的制动意图识别结果。 $A_{\text{soc}}$  反映了电池的充电能力,当  $A_{\text{soc}}$  过高时,较大的再生制动会有电池过充的危险,故当  $A_{\text{soc}}$  高于 0.7 时,  $A_{\text{cor}}$  随着  $A_{\text{soc}}$  的增加线性减少。当  $A_{\text{soc}}$  高于 0.9 时,  $A_{\text{cor}}$  为 0,再生制动截止。

## 2.2 基于电机效率曲线的电池充电保护

对于电动汽车再生制动来说,为了保证制动安全、整车设备安全以及驾驶感受,必须考虑其制

动能量回收的边界条件。

为了保证电池的安全, 需要限制再生制动时电池的充电电流, 防止电池过充。并且电机作为再生制动系统的关键部件, 其发电效率与发电能力对于再生制动效果有很大影响<sup>[15]</sup>。对于一般电驱动车辆来说, 其电机控制器对于最大输出转矩有限制的功能, 保证电机的运行安全。而对于电池 BMS 系统, 虽然有电池过充的报警保护, 但是其被动的限制功率处理会严重影响制动感受, 并且会大幅减少再生制动效果。因此, 主动的电流充电限制策略对于提高再生制动效果、保护电池是十分重要的。

对于电池充电保护模型, 有以下 2 个近似:  
①忽略线程以及电池内阻损耗; ②传动系统总效率与电池充电效率近似为定值。

那么可以得到电池的充电电流为

$$I_B = \frac{T_{\text{mot\_cor}} n \eta_i \eta_B \eta_M (T_{\text{mot\_cor}}, n)}{9550 U_B} \quad (16)$$

式中:  $I_B$  为电池充电电流;  $n$  为电机转速;  $\eta_B$  为电池充电效率;  $\eta_M (T_{\text{mot\_cor}}, n)$  为电机发电效率;  $U_B$  为电池电压;  $\eta_i$  为传动系统总效率。

电机效率曲线如图 5 所示, 根据电机效率曲线修正后的再生扭矩  $T_{\text{mot\_cor}}$  推算电池充电电流  $I_B$ 。若  $I_B \leq I_{\max}$ , 则不对再生扭矩进行限制; 若  $I_B > I_{\max}$ , 则根据  $I_B$  对再生扭矩进行主动地比例限制, 从而防止过充产生。

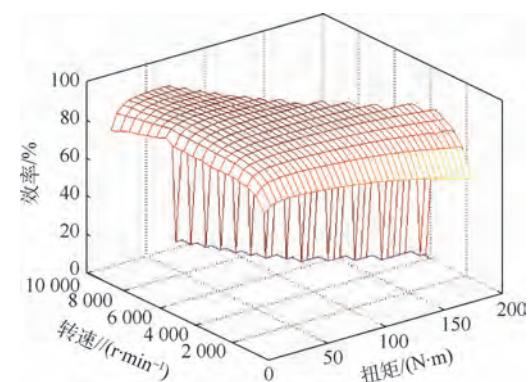


图 5 电机效率曲线

Fig. 5 Motor efficiency curves

### 3 再生制动最大化控制策略

通过整合理论最大再生制动力分配策略、制动意图的模糊识别以及电池充电保护模型, 可以得到最大化的再生制动控制策略, 如图 6 所示。

首先通过模糊控制器进行基于制动踏板深度( $A_{\text{brk}}$ )、车速( $A_{\text{spd}}$ )、SOC( $A_{\text{soc}}$ )的制动意图识别, 解模糊得到再生扭矩修正系数( $A_{\text{cor}}$ )。通过车速微分得到车辆实时的制动强度( $z$ ), 固定干燥沥青路面的附着系数( $\varphi$ ), 从而得到理论的最大再生扭矩  $T_{\text{mot\_max}}$ 。转矩修正模块读取 ABS 系统的 ABS Active 信号、再生扭矩修正系数( $A_{\text{cor}}$ ), 对  $T_{\text{mot\_max}}$  进行扭矩修正, 得到修正后的再生扭矩

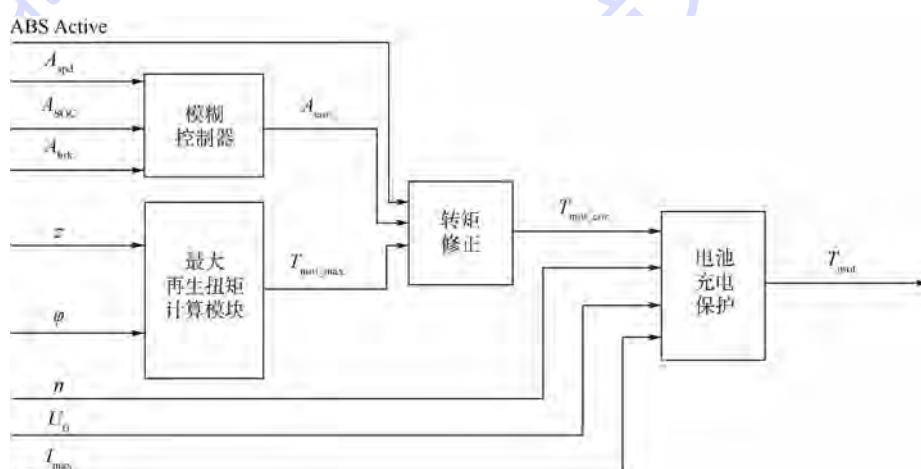


图 6 再生制动最大化控制策略

Fig. 6 Control strategy of maximum regenerative brake

$T_{\text{mot\_cor}}$ 。电池充电保护模块通过  $T_{\text{mot\_cor}}$ 、电机转速  $n$ 、电池电压  $U_B$  识别该再生扭矩下的电池充电电流  $I_B$ , 并与电池最大允许充电电流  $I_{\max}$  进行比较, 再次限制修正再生扭矩  $T_{\text{mot\_cor}}$ , 得到最终再生

扭矩  $T_{\text{mot}}$ , 从而保护电池。整个控制策略的流程图如图 7 所示。

根据控制策略, 通过 Simulink 进行控制策略模型搭建。

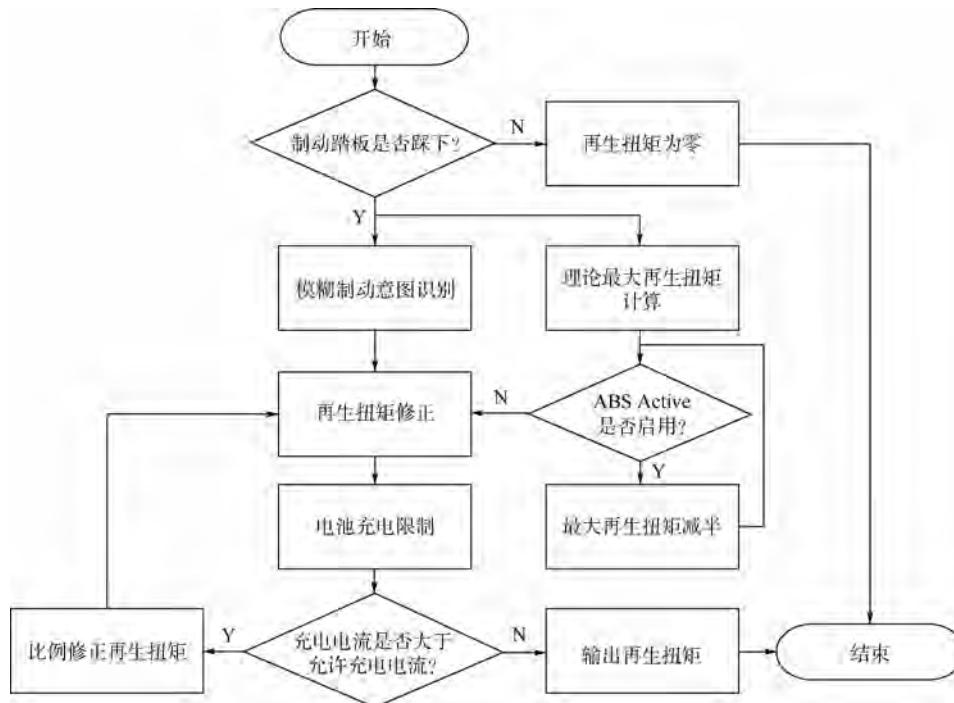


图 7 再生制动最大化控制策略流程图

Fig. 7 Flowchart of control strategy of maximum regenerative brake

## 4 MATLAB & Cruise 联合策略仿真

### 4.1 联合仿真模型

MATLAB & Cruise 联合仿真模型如图 8 所示。整车模型包括驾驶员模型、驱动电机模型、制动器模型、电池模型等。再生制动最大化控制策略模型通过 Simulink 搭建, 通过 MATLAB/Real-time Workshop 工具箱将再生制动最大化控制策略模型生成 DLL 文件, 并嵌入 Cruise 环境下的 MATLAB DLL 模块之中, 加入机械制动电制动耦合模块以及扭矩负荷计算模块, 完成 MATLAB & Cruise 的联合仿真平台。Cruise 将制动踏板深度、车速、SOC、滑移率控制、电机转速、电池电压等信号输入到再生制动最大化控制策略 Simulink 模型, Simulink 将计算后的再生扭矩转换为负荷信号输入给 Cruise 中驱动电机模型, 完成了 MATLAB 与 Cruise 模块间的信号通信, 从而进行联合仿真计算。

### 4.2 仿真结果分析

联合仿真采用欧洲市郊工况 NEDC 与美国城市工况 FTP75 2 种工况进行循环仿真, 包括单循坏与多循坏仿真。从图 9 所示的 2 种工况下的车速仿真结果可以得知, 实际车速与需求车速偏差均在  $\pm 1 \text{ km/h}$  之内, 仿真模型的精度能够满足要求。NEDC 循环工况下的车速变化频率较小, 制动强度较小, 制动能量较少; 而 FTP75 循环工况

下车速变化频率较大, 制动强度较大, 制动能量较大。

通过仿真得到 2 种工况循坏下的再生电流曲线, 如图 10 所示。作为对比的车速-踏板查表策略如表 3 所示, 表示在特定制动踏板深度(%)及车速(km/h)下的再生扭矩(N·m)大小。

与车速-踏板查表策略相比, NEDC 循环工况下的再生制动最大化控制策略提供的再生电流更高, 在市郊工况的较大强度制动下回收效果更明显。而在制动强度更大的 FTP75 工况循坏下, 再生制动最大化控制策略可以很好地将再生电流限制在 65 A 之内, 有效地保护电池, 防止过充。而在较低的制动强度下, 其回收电流效果相比车速-踏板查表策略更明显。

通过仿真得到 2 种工况循坏下的再生制动能量与 SOC 变化, 如图 11 所示。

一次 NEDC 循环工况, 再生制动最大化控制策略回收能量约为 499.4 kJ, 车速-踏板查表策略回收能量为 403.78 kJ, 提升 23.7%。一次 FTP75 循环工况, 再生制动最大化控制策略回收能量约为 884.24 kJ, 车速-踏板查表策略回收能量为 782.48 kJ, 提升 13.0%。

进行多循坏仿真, 设置初始 SOC 为 95%, 停止 SOC 为 5%。对于 NEDC 循环工况, 无回收策略续航 19 个循坏, 共 213.70 km; 车速-踏板查表策略续航 20 个循坏, 共 218.29 km; 再生制动最

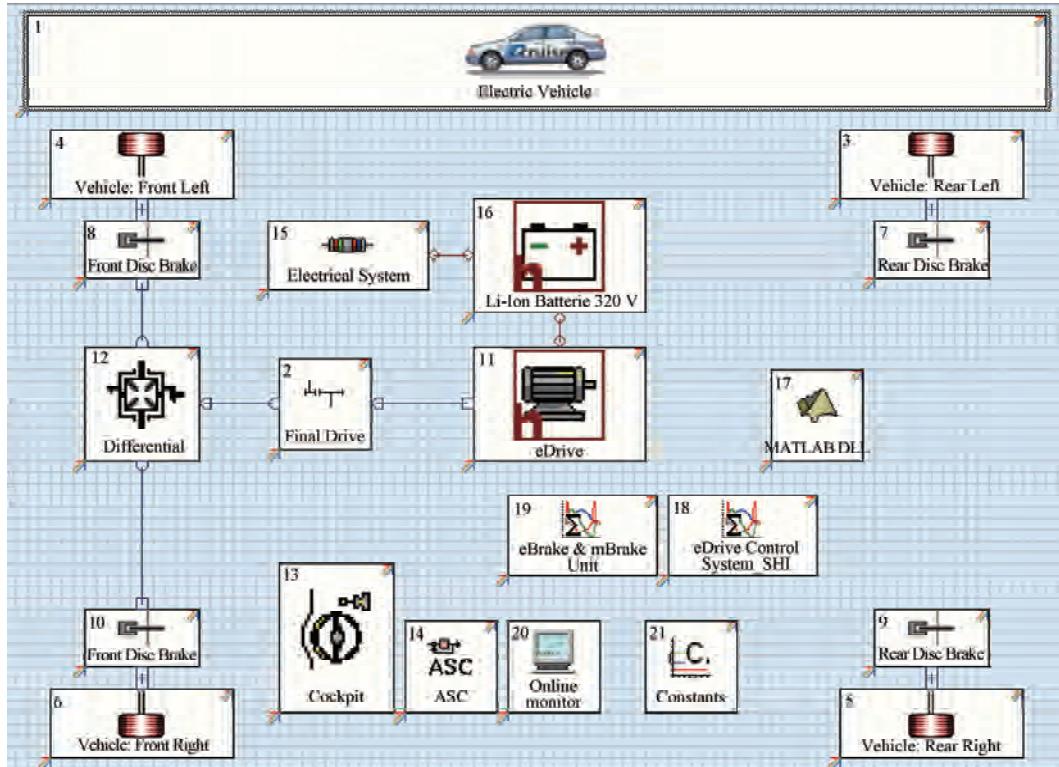


图 8 MATLAB &amp; Cruise 联合仿真模型

Fig. 8 Model of MATLAB &amp; Cruise united simulation

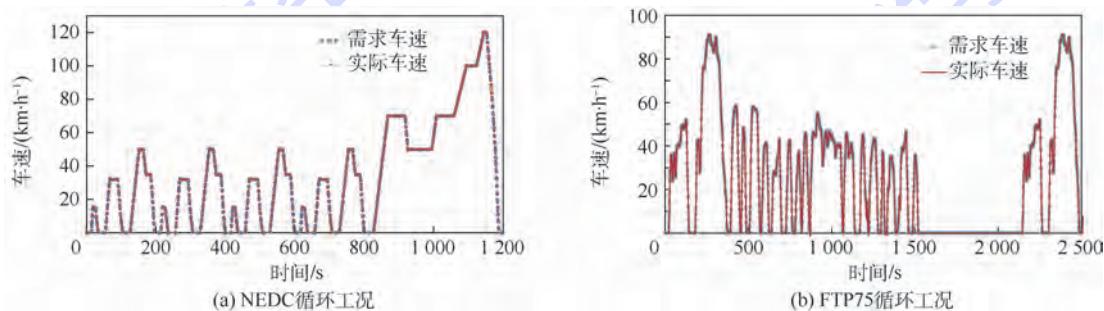


图 9 2 种工况循环下的车速曲线

Fig. 9 Speed curves under two driving cycles

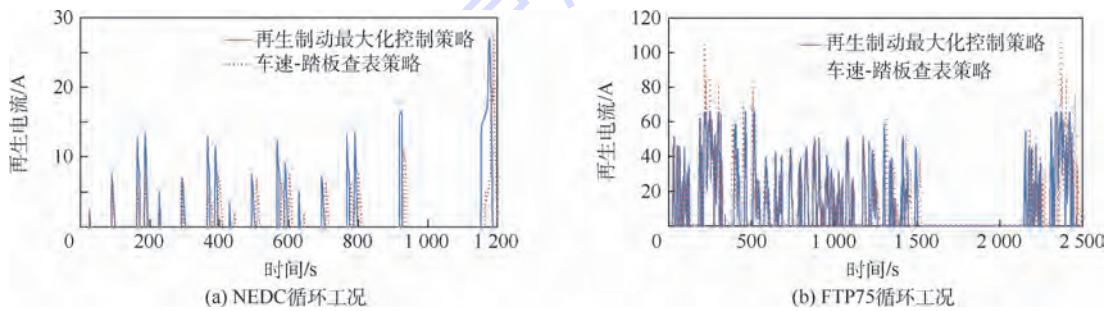


图 10 2 种工况循环下的再生电流曲线

Fig. 10 Regenerative current curves under two driving cycles

化控制策略续航 22 个循环, 共 230.42 km, 续驶里程相比无回收策略提升 7.8%, 相比车速-踏板查表策略提升 5.6%。对于 FTP75 循环工况, 无回收策略续航 12 个循环, 共 195.53 km; 车速-踏板

查表策略续航 13 个循环, 共 223.33 km; 再生制动最大化控制策略续航 15 个循环, 共 248.86 km, 续驶里程相比无回收策略提升 27.3%, 相比车速-踏板查表策略提升 11.4%。

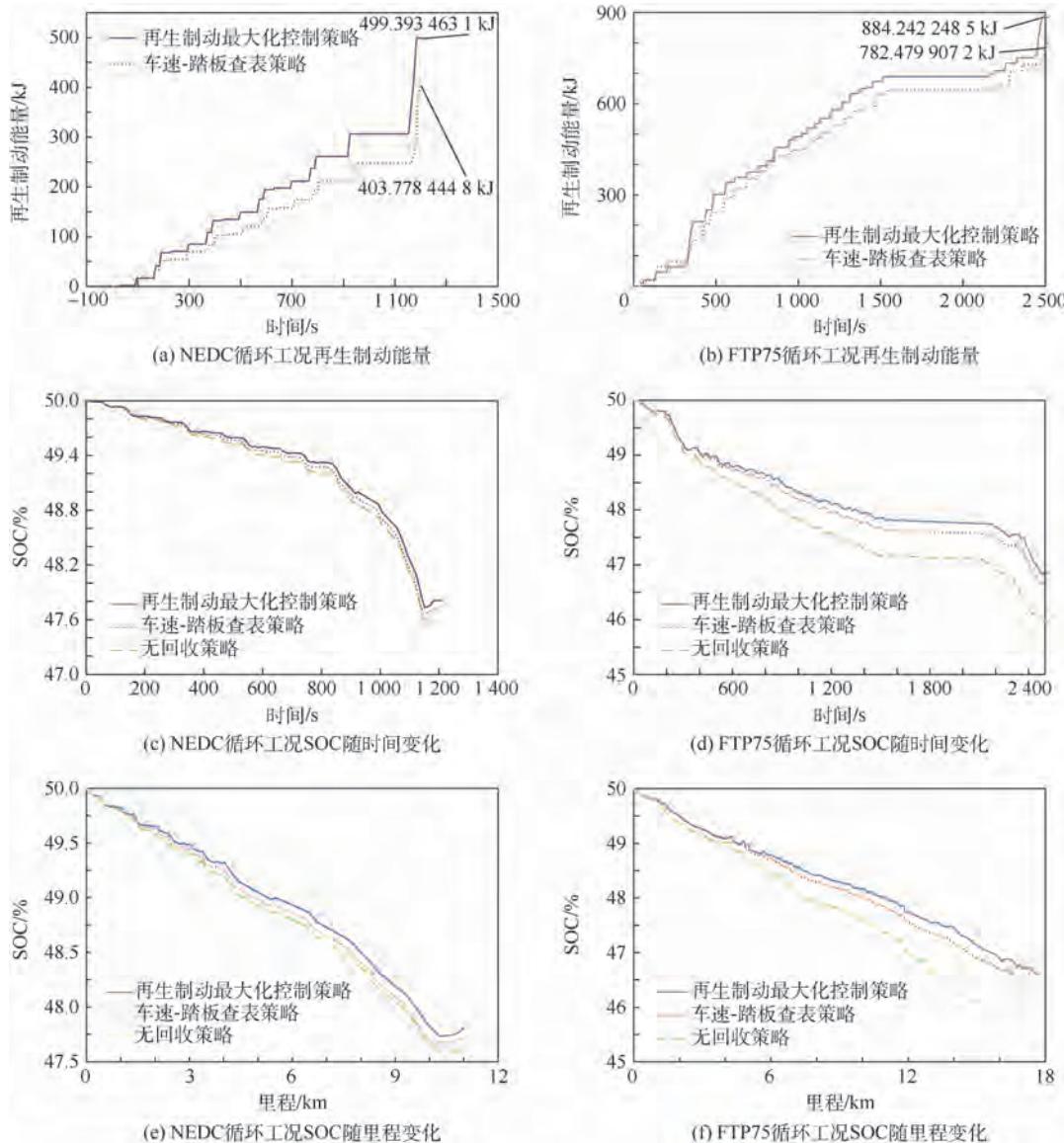


图 11 2 种工况循环下的能量回收效果

Fig. 11 Effect of energy recovery under two driving cycles

表 3 车速-踏板查表策略

Table 3 TLU strategy of speed-pedal N · m

车速/ (km · h <sup>-1</sup> )	制动踏板深度/%										
	0	10	15	20	25	30	40	50	60	80	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	5	5	5	6	7	7	9	10	10	10
20	0	6	6	6	7	9	9	10	12	12	13
25	0	8	8	8	9	10	10	10	14	15	15
30	0	8	9	9	11	12	14	15	16	18	20
35	0	8	9	10	11	13	15	18	20	23	25
40	0	9	10	11	13	16	19	22	25	29	32
50	0	10	12	14	17	20	23	26	29	32	36
60	0	10	14	17	20	23	27	30	34	37	40
70	0	12	16	19	22	25	29	33	37	41	45
90	0	15	18	21	25	29	32	36	40	46	50
120	0	20	23	26	29	33	37	41	45	50	55
150	0	25	28	31	34	38	42	46	50	55	60

## 5 结 论

1) 本文控制策略通过制动踏板深度、SOC 和车速制动意图识别;采用 I 曲线、ECE 法规曲线、f 线组和等强度制动线交点计算边界最大化再生扭矩;借助基于电机效率曲线的电池充电保护模型进行充电电流限制,得到了优化的再生制动扭矩以驱动电机。

2) NEDC 循环工况,本文控制策略相比于车速-踏板查表策略回收制动能量增加 23.7%;续航里程相比车速-踏板查表策略增加 5.6%,相比于无回收策略增加 7.8%。

3) FTP75 循环工况,本文控制策略相比于车速-踏板查表策略回收制动能量增加 13.0%;续航里程相比车速-踏板查表策略增加 11.4%,

相比于无回收策略增加27.3%。

4) 通过模型搭建实现控制策略,并对整车联合仿真环境进行二次开发,以某电动汽车整车参数进行仿真,验证了策略的可行性与效能。

## 参考文献 (References)

- [1] NAKAMURA E, SOGA M, SAKAI A, et al. Development of electronically controlled brake system for hybrid vehicle [J]. SAE Transactions, 2002, 1(3): 471-476.
- [2] MORITA K. Automotive power source in 21st century [J]. JSAE Review, 2003, 24(1): 3-7.
- [3] EHSANI M, GAO Y M, EMADI A. Hybrid electric, and fuel cell vehicles fundamentals, theory, and design [M]. 2nd ed. Chicago: Taylor and Francis, 2012: 102-103.
- [4] 李大伟,张戎斌,肖梦.纯电动轿车制动能量回收系统研究[J].机械,2014,41(1):36-40.  
LI D W, ZHANG R B, XIAO M. Study on regenerative brake system for pure electric vehicle [J]. Machinery, 2014, 41 (1): 36-40 (in Chinese).
- [5] 徐雅楠.纯电动汽车再生制动控制策略研究和仿真分析[C]//软科学论坛——工程管理与技术应用研讨会,2015:11-12.  
XU Y N. Regenerative braking control strategy research and simulation analysis of electric vehicle [C] // Soft Science Forum—Project Management and Technology Conference Proceedings, 2015: 11-12 (in Chinese).
- [6] 宋世欣,王庆年,王达.电动轮汽车再生制动系统控制策略[J].吉林大学学报(工学版),2015,45(2):341-346.  
SONG S X, WANG Q N, WANG D. Control strategy for regenerative braking system of in-wheel motor vehicle [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2015, 45(2): 341-346 (in Chinese).
- [7] 周苏,杨国,任宏伟,等.基于Cruise的燃料电池增程式电动汽车再生制动转矩分配策略研究[J].汽车技术,2015(4):46-51.  
ZHOU S, YANG G, REN H W, et al. Research on regenerative braking torque distribution strategies for fuel cell range extended electric vehicle based on Cruise [J]. Automobile Technology, 2015(4): 46-51 (in Chinese).
- [8] 杨胜兵,徐锋,熊晶晶,等.基于Stateflow的电动汽车再生制动控制策略[J].武汉理工大学学报(信息与管理工程版),2014,36(3):301-304.  
YANG S B, XU F, XIONG J J, et al. Regenerative braking control strategy for electric vehicle based on Stateflow [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Information & Management Engineering), 2014, 36 (3): 301-304 (in Chinese).
- [9] 惠登峰.纯电动汽车再生制动控制策略研究[J].汽车实用技术,2016(5):136-139.
- [10] HUI D F. Multiplex control strategy for regenerative braking system of pure electric vehicle [J]. Automobile Technology, 2016(5):136-139 (in Chinese).
- [11] 余志生.汽车理论[M].北京:机械工业出版社,2002: 142-145.  
YU Z S. Automobile theory [M]. Beijing: China Machine Press, 2002: 142-145 (in Chinese).
- [12] 中华人民共和国质量监督检验检疫总局.商用车辆和挂车制动系统技术要求及试验方法:GB 12676—2014[S].北京:中国标准出版社,2014.  
The General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Technical requirements and testing method for commercial vehicle and trailer braking system: GB 12676—2014 [S]. Beijing: China Standards Press, 2014 (in Chinese).
- [13] 韩力群.智能控制理论及应用[M].北京:机械工业出版社,2011:14-58.  
HAN L Q. Theory and application of intelligent control [M]. Beijing: China Machine Press, 2011: 14-58 (in Chinese).
- [14] 何莉萍,李庆锋,丁舟波,等.基于模糊神经网络控制的汽车辅助再生制动系统研究[J].湖南大学学报(自然科学版),2014,41(10):35-41.  
HE L P, LI Q F, DING Z B, et al. Research on the vehicle assist regenerative braking system based on the fuzzy neural network [J]. Journal of Hunan University (Natural Science), 2014, 41 (10): 35-41 (in Chinese).
- [15] 姬芬竹,杜发荣,朱文博.基于制动意图识别的电动汽车能量经济性[J].北京航空航天大学学报,2016,42(1): 21-27.  
JI F Z, DU F R, ZHU W B. Electric vehicle energy economy based on braking intention identification [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42 (1): 21-27 (in Chinese).
- [16] 田枫,刘海洋,汤盼盼.电动汽车制动能量回收系统研究[J].汽车实用技术,2015(2):47-50.  
TIAN F, LIU H Y, TANG P P. Braking energy recovery system for electric vehicle [J]. Automobile Technology, 2015 (2): 47-50 (in Chinese).

### 作者简介:

吴志新 男,博士生导师,教授级高级工程师。主要研究方向:电动汽车设计。

石金蓬 男,硕士研究生。主要研究方向:电动汽车整车控制系统。

## Regenerative brake strategy based on braking boundary and intention recognition

WU Zhixin<sup>1,2,\*</sup>, SHI Jinpeng<sup>1</sup>, LI Yalun<sup>1</sup>, YANG Haisheng<sup>1</sup>, MA Shaodong<sup>1</sup>

(1. School of Transportation Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. China Automotive Technology & Research Center, Tianjin 224100, China)

**Abstract:** Effective strategy of regenerative brake can increase the recycling energy and improve the driving range of electric vehicles. A recycling brake force distribution strategy on the basis of maximum boundary was proposed from the analysis of the vehicle brake dynamics and related regulations. The models of fuzzy braking intention identification based on brake pedal depth, vehicle speed and SOC were established to identify the driver braking intentions; the models of battery charging protection based on the motor efficiency map were established to limit the battery charging current. The influence of the regenerative brake strategy on driving range was researched by means of the second development of Cruise simulation platform. The driving range of electric vehicles rises by 7.8% in accordance with the regenerative brake strategy for the new European driving cycle (NEDC). The driving range of electric vehicles rises by 27.3% in accordance with the regenerative brake strategy for the EPA Federal Test Procedure (FTP75).

**Keywords:** electric vehicle; regenerative brake; control strategy; fuzzy recognition; driving range

**Received:** 2016-08-08; **Accepted:** 2016-12-09; **Published online:** 2016-12-20 15:27

**URL:** [www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161220.1527.003.html](http://www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161220.1527.003.html)

**Foundation item:** National Key Technology Research and Development Program of China (2015BAG01B00)

\* **Corresponding author.** E-mail: wuzhixin@catarc.ac.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0580

# 机载对地观测飞行轨迹设计与对比分析

宫晓琳<sup>1,2,\*</sup>, 张帅<sup>1,2</sup>

(1. 北京航空航天大学 惯性技术国家级重点实验室, 北京 100083;

2. 北京航空航天大学 新型惯性仪表与导航系统技术国防重点学科实验室, 北京 100083)

**摘要:** 针对机载对地观测载机长时间匀速直线飞行时分布式位置姿态测量系统(POS)姿态误差随时间积累的问题, 基于载机有效机动能够提高分布式POS系统可观测度进而提高系统估计精度的思想, 设计并对比多种机动方式下分布式POS系统的估计精度, 并对机动后分布式POS系统进入测区前的滤波估计稳定时间、直线飞行成像时长和全球定位系统(GPS)基线长度进行了测试。仿真结果表明, 设计的飞行轨迹能够提高成像段运动参数的测量精度, 可为机载对地观测最优飞行轨迹的选择和设计提供理论指导。

**关键词:** 惯性/卫星组合导航; 飞行轨迹; 机动; 传递对准; 位置姿态测量系统(POS)

**中图分类号:** V249.32

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1541-09

机载对地观测系统是以飞机为观测平台, 利用成像载荷获取地球表面与表层大范围、高精度、多层次空间信息的一种尖端综合性技术, 其应用覆盖资源、土地、农业、林业、水利、城市、海洋、灾害等领域<sup>[1]</sup>。机载对地观测成像的基本原理要求载机作匀速直线飞行, 但由于大气湍流、设备性能等因素的影响, 载机沿飞行方向和侧向必然存在干扰力的作用, 从而导致遥感设备原点偏离理想的匀速直线运动<sup>[2-3]</sup>。由此产生的运动误差将使成像质量下降。因此, 必须精确测量这部分误差并在成像过程中加以补偿<sup>[4-5]</sup>。

位置姿态测量系统(Position and Orientation System, POS)是目前机载对地观测获取位置、速度、姿态等运动参数的主要手段<sup>[6-7]</sup>, 其组成包括惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)、全球定位系统(Global Position System, GPS)接收机、导航计算机(POS Computer System, PCS)和后

处理软件<sup>[8]</sup>。PCS中运行惯性/卫星组合估计算法。但是对于装备了多个或多种观测载荷的高性能综合机载对地观测系统, 由于观测载荷安装在机体的不同位置, 飞机的弹性变形会导致载荷间的空间相对关系发生变化。此时, 单个POS显然无法满足不同安置点多载荷的高精度运动参数测量的需求。在该需求的牵引下, 机载分布式POS系统应运而生, 实现多点运动参数的同时测量。

机载分布式POS系统一般由一个高精度主POS、多个分布在机体不同位置的低精度子IMU、PCS和后处理软件4部分组成。其中, 高精度主POS一般安装于载机机舱内, 以GPS的位置和速度为量测信息进行惯性/卫星组合导航。将主系统的高精度位置、速度、姿态等运动信息作为时空基准信号, 通过传递对准给子IMU, 从而实现子IMU所在处运动信息的精确测量<sup>[9-11]</sup>。

由于机载对地观测要求载机做理想的匀速直

收稿日期: 2016-07-07; 录用日期: 2016-10-14; 网络出版时间: 2016-11-16 17:17

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1717.006.html

基金项目: 国家自然科学基金(61473020, 61004129, 61233005, 61121003); 遥感青年科技人才创新资助计划(第一期)

\*通讯作者: E-mail: gongxiaolin@buaa.edu.cn

引用格式: 宫晓琳, 张帅. 机载对地观测飞行轨迹设计与对比分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1541-1549.

GONG X L, ZHANG S. Design and comparative analysis of flight trajectory of airborne earth observation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1541-1549 (in Chinese).

线飞行,此时分布式 POS 系统的主 POS 因没有直接姿态观测信息,其姿态误差状态变量的可观测度较低,导致姿态测量误差缓慢积累。将主 POS 的姿态信息传递给子 IMU 后,子 IMU 的姿态估计结果也将存在缓慢积累的误差。因此,在应用分布式 POS 系统进行机载对地观测时,必须根据测区形状进行飞行轨迹设计,通过载机有目的、适当的机动动作,来提高运动参数的估计精度<sup>[12]</sup>,从而满足对地观测成像的需要。

目前,国外已开发出多款 POS 产品,但在最优飞行轨迹方面的研究鲜见公开报道。瑞士 Leica 公司曾在其产品 IPAS10 的说明书中提供了一个参考的飞行轨迹,包括进入测区前机动方式的选择和离开测区后机动方式的选择<sup>[13]</sup>,但是其对完成机动所需的时间、机动后系统达到稳定所需的时间以及直线段飞行时长等未给出明确的说明。

而国内主要是针对惯性导航系统初始对准用机动方式的研究<sup>[14-16]</sup>。例如,文献[15]通过对水平运动、S 型机动及拐弯运动,为飞行器在初始对准时最佳机动方案的确定提供依据。通常初始对准的时间较短,而对地观测用分布式 POS 系统要实现整个测区内的运动参数测量,必须对整个飞行轨迹过程中的机动方式等进行全面考虑。文献[16]提出一种利用载机爬升段进行分布式 POS 系统传递对准的方法,并与多种机动方式进行对比,但该方法没有考虑机体的弹性变形,也未对机动后滤波稳态时间等进行测试分析。

针对上述问题,本文根据实际飞行试验经验,首先,在分析机载分布式 POS 系统误差源的基础上,综合考虑多种因素的影响,给出几种飞行轨迹的详细设计方案和待测参数;然后,采用目前较为常用的二阶 Markov 过程模拟机体的弹性变形以及“速度+姿态”的匹配方式进行基于卡尔曼滤波的传递对准仿真,对设计的飞行轨迹方案进行对比验证与分析。

## 1 飞行轨迹方案设计

### 1.1 分布式 POS 系统误差分析

从分布式 POS 系统的组成来看,其对运动参数的测量精度主要受主子系统 IMU 器件精度、GPS 定位精度、时间同步精度、传递对准精度的影响。其中,在差分定位模式下,GPS 的定位精度受基站和流动站之间基线距离的影响。在结合机载对地观测应用时,载机不同的机动方式将改变分

布式 POS 系统状态变量的可观测度,进而影响系统的估计精度。由于时间同步和传递对准属于分布式 POS 系统内部误差因素,在用户端无法调节。因此,本文主要考察其他在用户端影响运动参数测量精度的误差因素。

此外,在载机机动后,分布式 POS 系统的传递对准滤波器需要一定时间来达到稳态,在稳态之前运动参数估计精度不稳定,不能进入测区;而在进入测区后,平飞段(进行成像的直线段)的姿态测量精度将随时间下降。即从机动结束至进测区之前的飞行时间过短或过长都无法在测区内获得最佳的运动参数估计精度。因此,还需要对载机进入测区前和直线段的最佳时间长度进行测试,以保证整个测区内运动参数的测量精度。

### 1.2 飞行轨迹设计

根据 1.1 节确定的误差因素进行飞行轨迹设计。

为保证测区内运动参数的测量精度,分别在首次进入测区前、出测区与再次进测区之间设置机动区。机载对地观测飞行轨迹基本方案示意图如图 1 所示。

图 1 中: $T_1$  为出机动区 1 后、进入测区前的飞行时长; $T_2$  为测区直线段飞行时长。整个飞行轨迹流程为:起飞后,在进入测区前需在机动区 1 内进行机动以保证进入测区后的测量精度;结束机动后需要  $T_1$  时间来稳定滤波估计器,然后进入测区进行时长为  $T_2$  的直线飞行,为避免长时间直线飞行后测量精度下降的问题,直线飞行后需要出测区进入机动区 2 或机动区 3 进行机动,然后再次进入测区。子 IMU 惯性器件——陀螺仪和加速度计的分类和具体性能参数如表 1 所示。

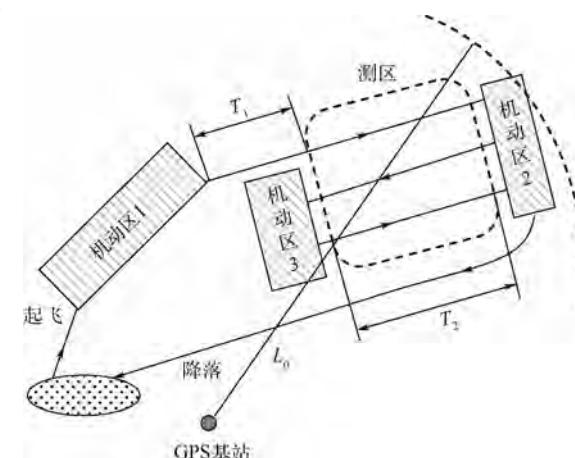


图 1 机载对地观测飞行轨迹基本方案

Fig. 1 Basic scheme of airborne earth observation flight trajectory

机动方式选取:根据目前实验室所进行的百余次机载对地观测飞行试验经验,首次进入测区前(机动区1)较为可行的机动方式主要有水平的S型、O型、8字型以及起飞的曲线爬升过程;机动区2和机动区3的机动方式选为U型。

$T_1$ 设置:从机动后直接进入测区开始,即 $T_1=0$ ,以100 s间隔逐渐增大 $T_1$ ,统计不同 $T_1$ 下分布式POS系统在直线成像段的精度,为出机动区1后何时进入测区提供依据。

$T_2$ 设置:分别选取100、200和400 s的时间,为测区成像段与U型轨迹规划提供依据。

GPS基线长度 $L_0$ 设置:分别选取20、40和60 km的基线长度,为GPS基站的合理架设提供依据。

飞行轨迹影响因素与参数选取如表2所示。

表1 惯性器件性能参数

Table 1 Performance parameters of inertial sensors

器件水平	陀螺仪漂移/((°)·h⁻¹)	加速度计偏置/μg
高精度	0.01	10
中精度	0.05	50
低精度	0.1	100

表2 飞行轨迹影响因素与参数选取

Table 2 Influencing factors and parameter selection of flight trajectory

子IMU惯性器件水平	测区前机动方式	测区前飞行时长/s	直线段飞行时长/s	GPS基线长度/km
高精度	无机动	0	100	20
中精度	S型	100	200	40
低精度	O型	200	400	60
	8字型	300		
	曲线爬升	400		

## 2 传递对准数学模型

机载分布式POS系统中子IMU依靠主POS的高精度位置、速度、姿态等运动参数对其进行传递对准,以实现所在处运动信息的精确测量。由于飞机机体存在弹性变形,主、子系统间除了确定性的杆臂误差和安装误差角以外,还存在随时间变化的随机杆臂误差和弹性变形角<sup>[17]</sup>。因此在传递对准数学模型中必须考虑挠曲变形。

本文采用的传递对准数学模型包括状态方程和量测方程。其中,状态方程以子系统惯导误差模型为基础,主要包括姿态角误差方程、速度误差方程、位置误差方程、惯性器件误差方程、安装误差角方程和弹性变形角方程。弹性变形角采用二阶Markov过程描述。量测方程基于“速度+姿

态”的匹配方式<sup>[18]</sup>进行建立。

### 2.1 状态方程

机载分布式POS系统中的相关参考坐标系定义为: $i$ 为地心惯性坐标系; $e$ 为地球坐标系;主POS和子IMU导航坐标系均为东北天地理坐标系,分别用 $n_m$ 和 $n_s$ 表示;主POS和子IMU的载体坐标系分别用 $b_m$ 和 $b_s$ 表示。

#### 1) 姿态角误差方程

$$\dot{\phi}^{n_s} = -\omega_{in_s}^{n_s} \times \phi^{n_s} + \delta\omega_{in_s}^{n_s} + C_{b_s}^{n_s} \epsilon^{b_s} \quad (1)$$

式中: $\phi^{n_s} = [\phi_E \quad \phi_N \quad \phi_U]^T$ , $\phi_E$ 、 $\phi_N$ 和 $\phi_U$ 分别为东向、北向和天向失准角; $\omega_{in_s}^{n_s}$ 为子IMU的 $n_s$ 坐标系相对于 $i$ 坐标系的旋转角速度在其 $n_s$ 坐标系中的投影; $\delta\omega_{in_s}^{n_s}$ 为 $\omega_{in_s}^{n_s}$ 的计算误差; $C_{b_s}^{n_s}$ 为子IMU的 $b_s$ 坐标系到其 $n_s$ 坐标系的方向余弦矩阵; $\epsilon^{b_s}$ 为陀螺仪随机误差,包括随机常值漂移 $\varepsilon$ 和白噪声漂移 $\omega_\varepsilon$ ,表示为 $\epsilon^{b_s} = \varepsilon + \omega_\varepsilon$ 。

#### 2) 速度误差方程

$$\dot{\delta V}^{n_s} = f^{n_s} \times \phi^{n_s} - (2\delta\omega_{ie}^{n_s} + \delta\omega_{en_s}^{n_s}) \times V^{n_s} - (2\omega_{ie}^{n_s} + \omega_{en_s}^{n_s}) \times \delta V^{n_s} + C_{b_s}^{n_s} \nabla^{b_s} \quad (2)$$

式中: $\delta V^{n_s} = [\delta V_E \quad \delta V_N \quad \delta V_U]^T$ ; $V^{n_s} = [V_E \quad V_N \quad V_U]^T$ , $V_E$ 、 $V_N$ 和 $V_U$ 分别为子IMU在 $n_s$ 坐标系东向、北向和天向速度; $f^{n_s} = [f_E \quad f_N \quad f_U]^T$ , $f_E$ 、 $f_N$ 和 $f_U$ 分别为子IMU在其 $n_s$ 坐标系中东向、北向和天向加速度; $\omega_{ie}^{n_s}$ 为 $e$ 坐标系相对 $i$ 坐标系的旋转角速度在子IMU的 $n_s$ 坐标系上投影; $\delta\omega_{ie}^{n_s}$ 为 $\omega_{ie}^{n_s}$ 的计算误差; $\omega_{en_s}^{n_s}$ 为子IMU的 $n_s$ 坐标系相对 $e$ 坐标系的旋转角速度在其 $n_s$ 坐标系的投影; $\delta\omega_{en_s}^{n_s}$ 为 $\omega_{en_s}^{n_s}$ 的计算误差; $\nabla^{b_s}$ 为加速度计随机误差,包括常值偏置 $\nabla$ 和白噪声偏置 $\omega_\nabla$ ,表示为 $\nabla^{b_s} = \nabla + \omega_\nabla$ 。

#### 3) 位置误差方程

$$\begin{cases} \dot{\delta L} = \frac{\delta V_N}{R_M + H} - \frac{V_N}{(R_M + H)^2} \delta H \\ \dot{\delta \lambda} = \frac{\sec(L\delta V_E)}{R_N + H} + \frac{V_E \sec L \tan(L\delta L)}{R_N + H} - \frac{V_E \sec(L\delta H)}{(R_N + H)^2} \\ \dot{\delta H} = \delta V_U \end{cases} \quad (3)$$

式中: $L$ 、 $\lambda$ 、 $H$ 和 $\delta L$ 、 $\delta \lambda$ 、 $\delta H$ 分别为子IMU的纬度、经度、高度和纬度误差、经度误差、高度误差; $L = V_N / (R_M + H)$ 为纬度的一阶导数; $\lambda = V_E / [(R_N + H) \cos L]$ 为经度的一阶导数; $R_M$ 和 $R_N$ 分别为沿子午圈和卯酉圈的主曲率半径。

#### 4) 惯性器件误差方程

实际工程应用中,通常将经过标定补偿后的

陀螺仪和加速度计的误差近似为随机常值和白噪声<sup>[19]</sup>。随机常值可由微分方程式(4)描述:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_x = \dot{\varepsilon}_y = \dot{\varepsilon}_z = 0 \\ \dot{\nabla}_x = \dot{\nabla}_y = \dot{\nabla}_z = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  和  $\varepsilon_z$  分别为子 IMU 载体系  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的陀螺仪常值漂移;  $\nabla_x$ 、 $\nabla_y$  和  $\nabla_z$  分别为子 IMU 载体系  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的加速度计常值偏置。

### 5) 安装误差角方程

$$\dot{\rho}_x = \dot{\rho}_y = \dot{\rho}_z = 0 \quad (5)$$

式中: $\rho_x$ 、 $\rho_y$  和  $\rho_z$  分别为子 IMU 载体系  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴安装误差角。

### 6) 弹性变形角方程

对于机体弹性变形角,在此以阵列天线 SAR 为例,分布式 POS 系统中子 IMU 安装在机翼两侧。飞行过程中,绕机体  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴均存在弹性变形角,其中绕  $y$  轴的弹性变形最大。在后续仿真中,也是基于此情况进行弹性变形角方程的参数设置。

弹性变形角用二阶 Markov 过程来描述<sup>[20]</sup>:

$$\ddot{\theta}_J + 2\beta_J \dot{\theta}_J + \beta_J^2 \theta_J = \eta_J \quad J = x, y, z \quad (6)$$

式中: $\theta_J$  为弹性变形角; $\beta_J = 2.146/\tau_J$ , $\tau_J$  为二阶 Markov 过程相关时间; $x$ 、 $y$  和  $z$  分别代表  $b$  坐标系的 3 个轴; $\eta_J$  为零均值高斯白噪声,其方差  $Q_{\eta_J}$  满足:

$$Q_{\eta_J} = 4\beta_J^3 \sigma_J^2 \quad (7)$$

其中: $Q_{\eta_J} = [Q_{\eta_{x_J}} \quad Q_{\eta_{y_J}} \quad Q_{\eta_{z_J}}]^T$ ;  $\sigma_J^2$  为弹性变形角  $\theta_J$  的方差。

根据式(1)~式(6),建立如下系统状态方程:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\boldsymbol{\omega}(t) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{F}(t)$  和  $\mathbf{G}(t)$  分别为状态转移矩阵和系统噪声驱动阵; $\boldsymbol{\omega}(t)$  为系统噪声; $\mathbf{x}(t)$  为 21 维系统状态变量:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}^1 \quad \mathbf{x}^2]^T \quad (9)$$

其中: $\mathbf{x}^1$  为 15 维子惯导系统状态变量,包括平台失准角( $\phi_E$ 、 $\phi_N$ 、 $\phi_U$ )、速度误差( $\delta V_E$ 、 $\delta V_N$ 、 $\delta V_U$ )、位置误差( $\delta L$ 、 $\delta \lambda$ 、 $\delta H$ )、陀螺仪常值漂移( $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$ 、 $\varepsilon_z$ )和加速度计常值偏置( $\nabla_x$ 、 $\nabla_y$ 、 $\nabla_z$ ); $\mathbf{x}^2$  为 6 维子 IMU 载体系相对主 POS 载体系的误差角状态变量,包括固定安装误差角( $\rho_x$ 、 $\rho_y$ 、 $\rho_z$ )和子 IMU 弹性变形角( $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$ )。

系统噪声  $\boldsymbol{\omega}(t) = [w_{\varepsilon_x} \quad w_{\varepsilon_y} \quad w_{\varepsilon_z} \quad w_{\nabla_x} \quad w_{\nabla_y} \quad w_{\nabla_z}]^T$  假定为零均值白噪声,其方差阵  $\mathbf{Q}$  由陀螺仪常值漂移、加速度计常值偏置和弹

性变形角二阶 Markov 过程参数  $\mathbf{Q}_{\eta}$  决定。

## 2.2 量测方程

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\nu}(t) \quad (10)$$

式中: $\mathbf{z}(t) = [\delta\psi \quad \delta\theta \quad \delta\gamma \quad \delta V'_E \quad \delta V'_N \quad \delta V'_U]^T$  为量测量,  $\delta\psi$ 、 $\delta\theta$  和  $\delta\gamma$  分别为子 IMU 与主 POS 的航向角、俯仰角和横滚角之差,  $\delta V'_E$ 、 $\delta V'_N$  和  $\delta V'_U$  分别为主 POS 速度经杆臂补偿后与子 IMU 的东向、北向和天向速度之差; $\mathbf{H}(t)$  为量测矩阵; 系统量测噪声  $\boldsymbol{\nu}(t) = [v_{\delta\psi} \quad v_{\delta\theta} \quad v_{\delta\gamma} \quad v_{\delta V'_E} \quad v_{\delta V'_N} \quad v_{\delta V'_U}]^T$ ,  $v_{\delta\psi}$ 、 $v_{\delta\theta}$  和  $v_{\delta\gamma}$  分别为主 POS 航向角、俯仰角和横滚角的量测噪声,  $v_{\delta V'_E}$ 、 $v_{\delta V'_N}$  和  $v_{\delta V'_U}$  分别为主 POS 东向、北向和天向速度的量测噪声。

## 3 仿真验证

根据第 1 节设计的飞行轨迹方案,进行基于卡尔曼滤波的机载分布式 POS 系统实时传递对准仿真验证。

### 3.1 仿真条件

#### 1) 轨迹与运动参数设置

设计以下 5 种运动方式进行仿真:①运动方式 1:无机动+U型机动;②运动方式 2:S型+U型机动;③运动方式 3:O型+U型机动;④运动方式 4:8字型+U型机动;⑤运动方式 5:曲线爬升+U型机动。

5 种运动方式的初始位置均为北纬 40°、东经 116°,运动方式 1~运动方式 4 的初始高度均为 7 000 m,运动方式 5 的初始高度为 0 m; 初始航向角(北偏东)、俯仰角、横滚角分别为 40°、0°、0°; 整个飞行过程中飞机速度为 100 m/s。5 种运动方式的轨迹参数如表 3 所示。

5 种运动方式的飞行轨迹如图 2 所示,其中 AB 直线段和 CD 直线段为测区成像段。

#### 2) 数据生成与滤波参数设置

首先设置一个预定的飞行轨迹,然后采用轨迹发生器模拟该轨迹下的位置、速度、姿态参数,以及陀螺仪和加速度计的理论输出。在轨迹发生器输出的速度、位置和姿态上叠加主 POS 的量测噪声作为主 POS 的真实输出; 将陀螺仪和加速度计的理论输出通过安装误差角和弹性变形角进行转换,并在转换后的结果上叠加惯性器件的常值噪声和随机噪声作为子 IMU 陀螺仪和加速度计的真实输出。

主 POS 运动参数的精度根据商业产品 POS/AV610 的实时差分组合精度进行选取<sup>[20]</sup>。其中,航向角、俯仰角和横滚角精度分别为 0.02°( $1\sigma$ )、

表3 5种运动方式的轨迹参数

Table 3 Trajectory parameters of five modes of motion

运动方式	时间/s	运动状态
1	0~400	匀速直线
	400~600	顺时针转180°
	600~1000	匀速直线
2	0~100	匀速直线
	100~800	S型机动
	800~1200	匀速直线
3	1200~1400	顺时针转180°
	1400~1800	匀速直线
	0~100	匀速直线
4	100~500	O型机动
	500~900	匀速直线
	900~1100	顺时针转180°
5	1100~1500	匀速直线
	0~100	匀速直线
	100~1000	8字型机动
4	1000~1400	匀速直线
	1400~1600	顺时针转180°
	1600~2000	匀速直线
5	0~500	曲线爬升
	500~900	匀速直线
	900~1100	顺时针转180°
	1100~1500	匀速直线

0.005°( $1\sigma$ )和0.005°( $1\sigma$ )；速度精度为0.03 m/s( $1\sigma$ )；纬度、经度和高度精度分别为0.1 m( $1\sigma$ )、0.1 m( $1\sigma$ )和0.2 m( $1\sigma$ )。

子IMU的陀螺仪常值、随机漂移均为0.1(°)/h,加速度计常值偏置为50  $\mu g$ 、随机偏置为50  $\mu g$ 。子IMU与主POS之间的杆臂在主POS的载体坐标系下表示为 $r^{b_m} = [5 \text{ m} \quad 0.1 \text{ m} \quad 0.1 \text{ m}]^T$ ；子IMU的固定安装误差角均为0.5°；机翼弹性变形规律符合二阶Markov过程，二阶Markov过程的时间参数和弹性变形角均方差分别为 $\tau_x = \tau_z = 2 \text{ s}$ ,  $\tau_y = 5 \text{ s}$ 和 $\sigma_x = \sigma_z = 0.01^\circ$ ,  $\sigma_y = 0.15^\circ$ ；子IMU捷联解算周期为0.01 s, 滤波周期为1 s。

### 3.2 仿真结果与分析

1) 不同机动方式下子IMU运动参数估计精度结果与分析

图3分别给出无机动、S型、O型、8字型和曲线爬升机动方式下得到的子IMU在成像段内姿态估计误差曲线和标准差(STD)统计,其中标准差统计结果为两段成像段AB和CD统计结果的平均值(本文运动参数的标准差均按此方法计算)。不同机动方式下得到的子IMU在成像段内姿态估计误差标准差统计如表4所示。

从图3和表4可以看出,相比于无机动直接进入测区段飞行相比,其他4种机动方式均提高了航向角的估计精度,S型机动和8字型机动的

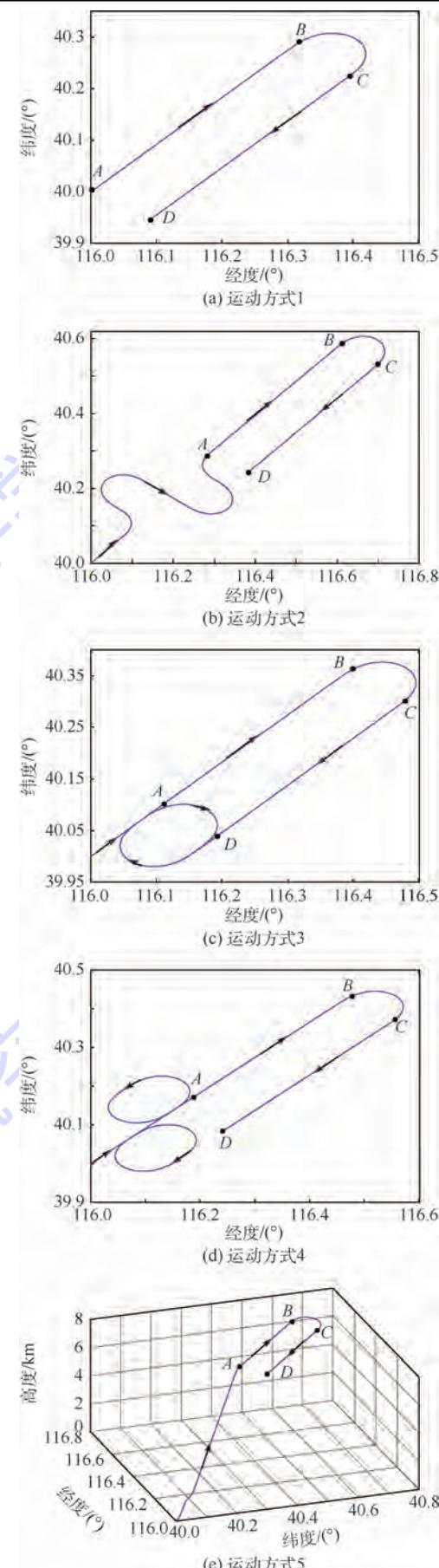


图2 5种运动方式的飞行轨迹

Fig. 2 Flight trajectory of five modes of motion

航向角误差估计速度相近,其中 8 字型机动估计效果较好,4 种机动方式俯仰角和横滚角的估计速度和估计误差差别不大。

## 2) 出机动区 1 后、进入测区前的飞行时长测试与分析

以 8 字型机动为例,完成该机动后、进入测区直线段之前,分别设置出机动区 1 后、进入测区前的匀速直线运动段飞行时长  $T_1$  为 0、100、200、300、400 和 500 s。重复进行 10 次仿真,子 IMU 姿态估计误差平均值统计如表 5 所示。

从表 5 可以看出,载机完成 8 字型机动方式

后,航向角的估计精度随飞行时间的增长呈现先提高后逐渐下降的趋势,而俯仰角和横滚角的估计误差变化微小。其中,当载机在进入测区前进行 200 s 的匀速飞行后,AB 和 CD 成像段的航向角估计精度最高。

## 3) 测区直线段飞行时间测试与分析

在载机完成 8 字型机动方式后,进入测区前稳定时间为 200 s 的基础上,改变测区直线段飞行时长  $T_2$ ,分别取为 100、200 和 400 s,重复进行 10 次仿真,并将结果进行平均来统计子 IMU 姿态估计的误差,统计结果如表 6 所示。

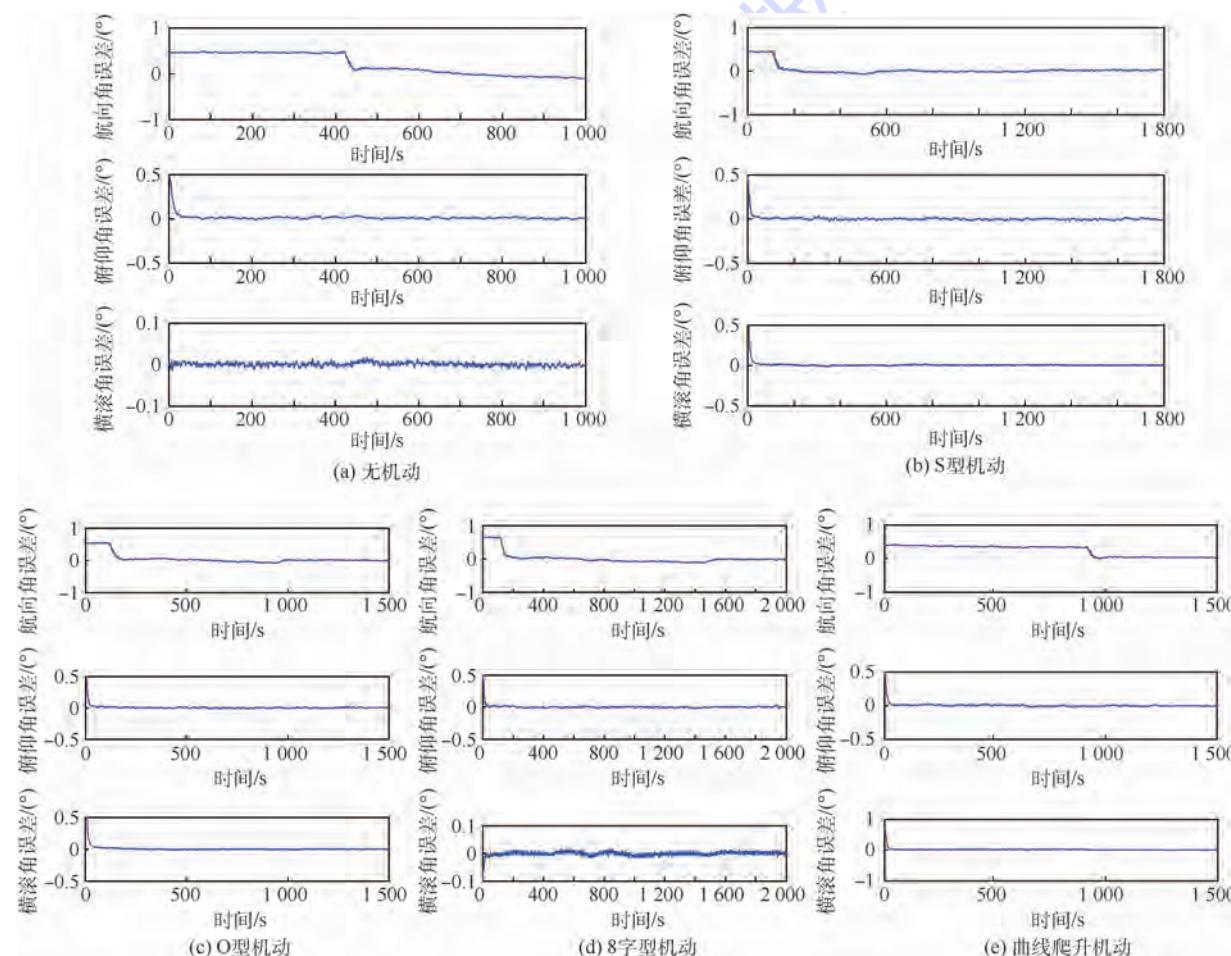


图 3 无机动、S型、O型、8字型和曲线爬升机动情况下姿态误差

Fig. 3 Attitude error of no maneuver, S type maneuver, O type maneuver, 8 type maneuver and curve climb maneuver

表 4 不同机动方式下成像段姿态误差统计 (STD)

Table 4 Statistics of imaging segment attitude error under different maneuvering modes (STD)

机动方式	航向角 估计误差/(°)	俯仰角 估计误差/(°)	横滚角 估计误差/(°)
无机动	0.2483	0.0376	0.0404
S型	0.0120	0.0082	0.0041
O型	0.0209	0.0082	0.0041
8字型	0.0116	0.0084	0.0040
曲线爬升	0.1521	0.0092	0.0038

表 5 不同  $T_1$  下成像段姿态误差统计 (STD)

Table 5 Statistics of imaging segment attitude error with different  $T_1$  (STD)

$T_1$ /s	航向角估计 误差/(°)	俯仰角估计 误差/(°)	横滚角估计 误差/(°)
0	0.0116	0.0084	0.0040
100	0.0116	0.0083	0.0040
200	0.0091	0.0085	0.0038
300	0.0093	0.0082	0.0038
400	0.0099	0.0081	0.0038
500	0.0102	0.0082	0.0038

表6 不同 $T_2$ 下成像段姿态误差统计( STD)Table 6 Statistics of imaging segment attitude error with different  $T_2$  (STD)

$T_2/\text{s}$	航向角估计 误差/(°)	俯仰角估计 误差/(°)	横滚角估计 误差/(°)
100	0.0083	0.0076	0.0038
200	0.0086	0.0077	0.0039
400	0.0091	0.0085	0.0038

从表6可以看出,姿态估计误差随着测区直线段飞行时间的增长而缓慢增大,特别是航向角的估计误差。因此,在实际飞行时,需要根据飞行速度和测区形状合理设计测区的飞行轨迹。

#### 4) GPS 基线长度对运动参数精度影响的测试与分析

针对实时成像飞行试验,GPS 移动站接收机可实时接收基站的差分校正数据进行差分定位。改变 GPS 基线长度,将直接影响 GPS 的定位精度。而 GPS 测速是基于多普勒测速原理,所以其精度不受基线距离的影响。GPS 的位置和速度是主系统进行惯性/卫星组合的量测信息,因此 GPS 基线长度的改变将直接影响主系统的定位精度。

目前,测量型 GPS 接收机定位精度为 10 mm + 1 ppm,但是该公式仅适用于 10 ~ 15 km 以内短基线范围<sup>[21]</sup>。当 GPS 基线更长时,定位精度迅速下降,当基线长度大于 50 km 时,一般只能达到分米级的精度<sup>[21]</sup>。本文结合多次飞行试验的经验,对 GPS 基线长度分别为 20、40、60 km 时的定位精度取值,如表 7 所示。

主系统进行实时惯性/卫星组合导航后,定位精度要优于 GPS 的定位精度。随着 GPS 基线长度的增长,主系统的定位精度逐渐下降。在此假设 3 种 GPS 基线长度下,主系统的定位精度与 GPS 相同,测试子系统运动参数的变化。

3 种 GPS 基线长度下成像段内子系统运动参数统计结果如表 8 所示。

从表 8 可以看出,不同 GPS 基线长度对子系统测区成像段的姿态估计精度影响较小;速度和位置估计误差随 GPS 基线长度的增加而缓慢变大。这是由于主、子系统传递对准中采用“速

表7 不同 GPS 基线长度下 GPS 定位精度

Table 7 GPS positioning accuracy under different baseline lengths of GPS

GPS 基线长度/km	水平定位精度/m	高度定位精度/m
20	0.1	0.2
40	0.5	1
60	1	2

表8 不同 GPS 基线长度下成像段子系统运动

参数误差统计( STD)

Table 8 Statistics of motion parameter error of imaging segment subsystem under different baseline lengths of GPS (STD)

运动参数	GPS 基线长度/km		
	20	40	60
航向角/(°)	0.0101	0.0098	0.0098
俯仰角/(°)	0.0080	0.0080	0.0081
横滚角/(°)	0.0037	0.0038	0.0038
东向速度/(m · s <sup>-1</sup> )	0.0137	0.0162	0.0181
北向速度/(m · s <sup>-1</sup> )	0.0162	0.0171	0.0189
天向速度/(m · s <sup>-1</sup> )	0.0194	0.0194	0.0201
纬度/m	0.2057	0.2445	0.2465
经度/m	0.1688	0.2308	0.2782
高度/m	0.4942	0.4849	0.5192
基线长度/m	0.2180	0.5972	1.2757

度 + 姿态”的匹配方式,不同 GPS 基线长度下主系统的姿态和速度精度差异不大,因此在完成传递对准后,子系统的姿态和速度精度差异也不大。在子系统中采用速度积分来计算位置,因此不同 GPS 基线长度下子系统的位置精度也相近。但是增加 GPS 基线长度,主系统定位精度将下降,从而导致主、子系统之间的基线长度误差增大。

以上仿真结果是在对主、子系统之间的挠曲变形精确建模的基础上得到的,估计结果较为理想。而实际环境中,无法对挠曲变形进行精确建模,主系统的高精度姿态和速度就无法精确地传递给子系统,因此子系统的所有运动参数的精度均会明显下降。

综上可知:①与载机不做任何机动直接进入测区相比,进入测区前的 4 种机动方式均有效提高了测区直线段内子 IMU 的姿态精度,其中 8 字型机动由于机动方式更为充分达到的效果最好。②载机在完成有效机动进入测区段飞行前滤波需要一段时间达到相对稳定的状态。针对 8 字型机动,其稳定时间为 200 s 较为合适,随着飞行时间的增加,测区内子 IMU 的运动参数估计精度会逐渐下降。③测区直线段姿态估计误差随直线成像段飞行时间的增长而缓慢变大。④改变 GPS 基线长度对子系统的姿态、速度和位置精度影响较小,但主、子系统间的基线误差随 GPS 基线长度的增大而增大。

## 4 结论

1) 本文针对机载对地观测载机长时间匀速直线飞行时分布式 POS 系统姿态误差随时间积

累的问题,综合考虑实际飞行中的多种误差因素,设计4种飞行轨迹方案并进行仿真验证。

2) 在仿真验证中详细分析了不同滤波稳定时间、测区直线段飞行时间和GPS基线长度下运动参数的估计精度,为实际工程应用中合理规划飞行轨迹提供了有力的理论参考。

## 参考文献 (References)

- [1] ZUFFADA C, LI Z, NGHIEM S V, et al. The rise of GNSS reflectometry for Earth remote sensing [C] // Proceedings of IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015.
- [2] 韦立登,向茂生,吴一戎. POS 数据在机载干涉 SAR 运动补偿中的应用 [J]. 遥感技术与应用, 2007, 22(2): 188-194.  
WEI L D, XIANG M S, WU Y R. The application of POS data in airborne interferometric SAR imaging processing [J]. Remote Sensing Technology and Application, 2007, 22(2): 188-194 (in Chinese).
- [3] LI S S, ZHONG M Y, QIN J. The internal model control design of three-axis inertially stabilized platform for airborne remote sensing [C] // Proceedings of IEEE International Symposium on Instrumentation and Control Technology. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 1-9.
- [4] GONG X L, ZHANG R, FANG J C. Application of unscented R-T-S smoothing on INS/GPS integration system post processing for airborne earth observation [J]. Measurement, 2013, 46(3): 1074-1083.
- [5] KIM T J. Motion measurement for high-accuracy real-time airborne SAR [C] // Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering. Bellingham, WA: SPIE, 2004: 36-44.
- [6] GROVES P D. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems [M]. London: Artech House, 2013.
- [7] FANG J C, CHEN L, YAO J F. An accurate gravity compensation method for high-precision airborne POS [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2014, 52(8): 4564-4573.
- [8] FANG J C, GONG X L. Predictive iterated Kalman filter for INS/GPS integration and its application to SAR motion compensation [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2010, 59(4): 909-915.
- [9] CHATTARAJ S, MUKHERJEE A, CHAUDHURI S K. Transfer alignment problem: Algorithms and design issues [J]. Gyroscopy and Navigation, 2013, 4(3): 130-146.
- [10] 李四海,王珏,刘镇波,等. 快速传递对准中机翼弹性变形估计方法比较 [J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(1): 38-44.  
LI S H, WANG J, LIU Z B, et al. Comparison of wing distortion estimation methods in transfer alignment [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(1): 38-44 (in Chinese).
- [11] GROVES P D. Optimising the transfer alignment of weapon INS [J]. Journal of Pediatric Psychology, 2003, 56(2): 323-335.
- [12] 王新龙,申亮亮,马闪. 摆摆基座 SINS 快速精确传递对准方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(6): 728-731.
- [13] Technical reference manual IPAS10 [EB/OL]. [2016-07-01]. <http://www.leica.com>.
- [14] 万德钩,房建成. 惯性导航初始对准 [M]. 南京:东南大学出版社, 1998: 152-155.
- [15] 姜军,杨亚非. SINS/GPS 组合导航系统初始对准的可观测度分析 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(7): 1025-1027.  
JIANG J, YANG Y F. The analysis on the degree of observability to initial alignment of SINS/GPS integrated navigation system [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2007, 39(7): 1025-1027 (in Chinese).
- [16] 宫晓琳,房建成. 一种机载遥感成像用分布式 POS 传递对准方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(4): 491-496.  
GONG X L, FANG J C. Method of transfer alignment of distributed POS for airborne remote imaging [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(4): 491-496 (in Chinese).
- [17] AKCA T, DEMIREKLER M. An adaptive unscented Kalman filter for tightly coupled INS/GPS integration [C] // IEEE Position Location & Navigation Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 389-395.
- [18] ZHOU N X, WANG S, DENG Z L. Comparison of three transfer alignment methods in marine missile SINS [C] // Proceeding of the 25th Chinese Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 27-31.
- [19] 李端昌,钟麦英,郭丁飞. 分布式 POS 传递对准中的误差检测与补偿 [C] // 第 25 届中国控制与决策会议论文集. 沈阳:东北大学出版社, 2013.  
LI D C, ZHONG M Y, GUO D F. Error detection and compensation in transfer alignment for the distributed POS [C] // Proceeding of the 25th Chinese Control and Decision Conference. Shenyang: Northeastern University Press, 2013.
- [20] JONES D, ROBERTS C, TARRANT D, et al. Transfer alignment design and evaluation environment [C] // Proceeding of the IEEE Regional Conference on Aerospace Control Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1993: 753-757.
- [21] 吴北平. GPS 网络 RTK 定位原理与数学模型研究 [D]. 武汉:中国地质大学, 2003.  
WU B P. Principle and mathematical model research for GPS network RTK [D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2003.

### 作者简介:

宫晓琳 女,博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:惯性导航与组合导航、滤波技术与信息融合等。

张帅 男,硕士研究生。主要研究方向:组合导航。

# Design and comparative analysis of flight trajectory of airborne earth observation

GONG Xiaolin<sup>1,2,\*</sup>, ZHANG Shuai<sup>1,2</sup>

(1. Science and Technology on Inertial Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Novel Inertial Instrument and Navigation System Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Aimed at the problem of attitude errors of distributed position and orientation system (POS) accumulate over time when airborne earth observation aircraft moves along a straight line at a constant velocity, a variety of maneuver modes were designed. Not only the estimation accuracy of distributed POS was compared, but also the time of system reaching stability after maneuver and the time of straight flight in imaging segment and baseline length of global position system (GPS) were tested. The method was based on the concept that the effective maneuver can improve the observability of distributed POS. Simulation results show that the designed flight trajectory can improve the measurement accuracy of the imaging segment motion parameters and can provide theoretical guidance for the selection and design of optimal flight trajectory for airborne earth observation.

**Keywords:** SINS/GPS integrated navigation; flight trajectory; maneuver; transfer alignment; position and orientation system (POS)

**Received:** 2016-07-07; **Accepted:** 2016-10-14; **Published online:** 2016-11-16 17:17

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1717.006.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1717.006.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61473020, 61004129, 61233005, 61121003); Remote Sensing of Youth Science and Technology Talent Innovation Funding Plan (Phase I)

\* **Corresponding author.** E-mail: gongxiaolin@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0651

# 150 kV 逆变电源性能优化及其束源特性

许海鹰<sup>1,\*</sup>, 桑兴华<sup>1</sup>, 张伟<sup>2</sup>, 齐铂金<sup>2</sup>

(1. 北京航空制造工程研究所 高能束流加工技术重点实验室, 北京 100024;

2. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

**摘要:** 为了进一步提高电子束流发生系统工作的可靠性和稳定性, 提高电子束加工质量, 采用 AC-DC-AC-DC-AC-DC 的拓扑电路、新型功率变压器、高压脉冲检测技术、优化的束流反馈控制与灯丝加热电流闭环反馈控制技术等, 分别优化了高压加速电源、偏压电源与灯丝加热电源。将所研制逆变电源与 150 kV/30 kW 电子枪、真空系统等组成了一套电子束流发生系统, 测试了该电子束流发生系统输出的高压、最大束流以及灯丝加热电流、偏压变化对束流输出的影响。试验结果表明: 经过优化的逆变电源高压输出达到 -150 kV, 高压输出线性度较好, 最大束流达到 200 mA; 高压、灯丝加热电流给定时, 随着偏压降低, 束流输出逐渐增大; 高压、偏压给定时, 随着灯丝加热电流增大, 束流输出存在死区、线性增大区和恒流区。

**关键词:** 逆变电源; 高压; 电子束; 偏压; 灯丝加热电流

**中图分类号:** TM924.16; TG439.3

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2017)08-1550-09

真空电子束加工技术应用广泛<sup>[1-6]</sup>, 国内外针对电子加工设备技术进行了大量研究。真空电子束设备按照电压分类, 可分为 120~150 kV 高压设备和 60 kV 左右的中压设备。国内的中压电子束设备技术已经日趋成熟, 但是高精度高压大功率电子束源基本还依赖进口。为了打破国外对高压大功率电子束源技术的垄断, 掌握具有自主知识产权的高压大功率电子束源设计制造技术, 本项目组研制成功一台 150 kV/30 kW 逆变式电子束焊接高压电源<sup>[7]</sup>, 但是在与高压电子枪配套试验过程中, 出现了输出电压波形畸变、高压脉冲检测困难、束流难以精确控制等问题, 因此, 为了进一步提高国产电子束源技术水平, 本文对电子束流发生系统的组成和工作原理进行了分析, 在深入研究加速电源、偏压电源、灯丝加热电源的主电路拓扑结构的基础之上, 采用新型功率变压器、

优化的高压采样电路、束流反馈模数混合 PID 控制电路、考虑灯丝加热时间的灯丝加热电流闭环反馈控制电路等提高电子束源工作的可靠性和稳定性。将经过优化的逆变电源配合 150 kV/30 kW 电子枪、真空系统、束源控制系统等, 实现了稳定的高压和电子束流输出; 此外, 还研究了灯丝加热电流、偏压变化对束流输出的影响, 为新型束源研制和工艺实施提供参考。

## 1 电子束流发生系统组成及工作原理

电子束流发生系统由高压电源、电子枪及其配套真空、运动系统组成。通常, 高压电源的输出特性需要根据所驱动电子枪的结构确定。用于加工的电子束一般由热阴极电子枪的阴极产生, 经过电子枪阴极、阳极之间的加速电压加速, 再经过电子光学系统汇聚后, 形成能量高度集中的电子

收稿日期: 2016-08-08; 录用日期: 2017-01-07; 网络出版时间: 2017-01-17 16:07

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170117.1607.001.html

基金项目: 工信部基金

\* 通讯作者: E-mail: xhyxhy@126.com

引用格式: 许海鹰, 桑兴华, 张伟, 等. 150 kV 逆变电源性能优化及其束源特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1550-1558.

XU H Y, SANG X H, ZHANG W, et al. Performance optimization for 150 kV inverter power supply and its electron beam source characteristics [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1550-1558 (in Chinese).

束流。所研制 150 kV/30 kW 电源为逆变式高压电源,驱动的电子枪是包括阴极、阳极、栅极的三极电子枪,阴极是材质为钨的灯丝,阳极是能够产生静电汇聚效应的轴对称筒状结构<sup>[8]</sup>,栅极施加一个相对于高压电源电位更低的电压,通常称之为偏压,用于调整电子束流的输出<sup>[9]</sup>。因此,所研制 150 kV 电子束加工设备的逆变电源中除了包括 150 kV 高压加速电源外,还包括偏压电源、灯丝加热电源。简化的电子束流发生系统如图 1 所示。

一般,电子束流发生系统产生电子束的过程为:当真空系统的真空度达到设计要求以后,控制系统使栅极电压输出最高电压,然后逐渐增大加速电压达到设定值,再启动灯丝加热电源加热灯丝,灯丝被加热后产生大量电子。当栅极上的负偏压很大时,加热灯丝产生的电子在灯丝发射前端形成电子云,电子发射被栅极上很大的负偏压抑制,电子枪没有电子束流输出;当栅极负偏压降低到不足全部抑制灯丝加热产生的电子时,电子枪有电子束流输出;当栅极负偏压降低到零时,电子枪产生的束流大小将完全由灯丝被加热的程度决定。

根据电子束的产生过程可知,调整栅极负偏压可以调节电子束流大小;栅极负偏压不存在时,可通过调节灯丝加热电流调节电子束流大小。所研制逆变电源的加速电压调节范围为 0 ~ -150 kV;栅极电源输出电压范围为 -10 ~ -2500 V;灯丝加热电源的输出电流为 0 ~ 50 A 可调,输出电压为 +12 V。

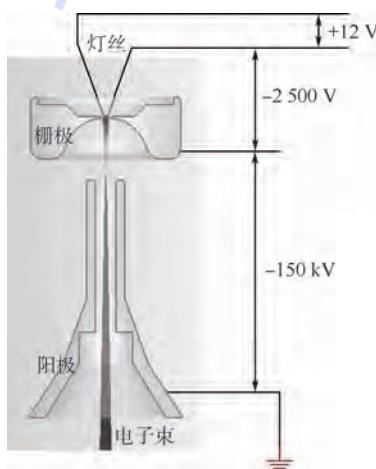


图 1 电子束流发生系统

Fig. 1 Generation system of electron beam

## 2 加速电源拓扑电路设计及优化

### 2.1 加速电源拓扑电路

加速电源由低压部分和高压部分组成。其中,低压部分包括全桥逆变直流电源和全桥逆变

电路,高压部分主要由高压功率变压器、倍压整流电路和限流电路等组成。加速电源的拓扑电路如图 2 所示。

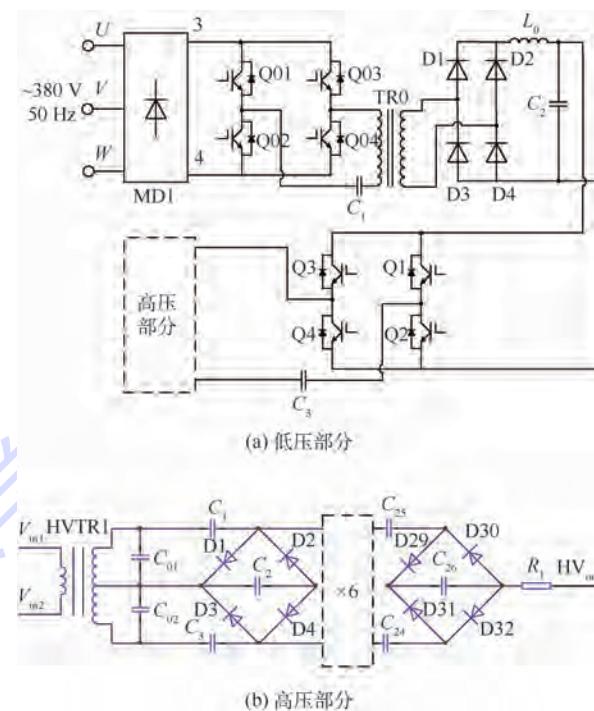


图 2 加速电源拓扑电路

Fig. 2 Topology circuit of accelerator power supply

在图 2(a) 中,三相 380 V 交流电经三相全波整流滤波电路 MD1 后得到约 500 V 的直流电,输入到由 4 只 IGBT 开关管 Q01 ~ Q04 组成的第一级全桥逆变电路,变换为约 20 kHz 的交流方波,然后经 1:1 隔离变压器 TR0 耦合至副边,再经由 D1 ~ D4 组成的全波整流电路整流,电感  $L_0$  和电容  $C_2$  组成的滤波电路滤波后,得到电压稳定可调的直流电。该直流电作为 Q1 ~ Q4 组成的第二级全桥逆变电路的输入,第二级全桥逆变电路将上述直流电转化成 20 kHz 左右的交流电,作为高压部分的输入。其中,电容  $C_1$ 、 $C_3$  为隔直电容。低压部分电路的电流变化过程为:AC-DC-AC-DC-AC,第一级 AC-DC 变化是 380 V/50 Hz 的交流电经过三相全波整流滤波后变成稳定的 500 V 左右的直流电;第二级 AC-DC 变化是经过第一级全桥逆变电路所形成的 20 kHz 左右的交流电经过整流滤波电路后变成的电压可调的直流电。调节第一级全桥逆变电路 IGBT 的导通时间,可以调整第二级 AC-DC 变换电路的输出电压,所设计电路的输出电压 0 ~ 500 V 连续可调。

所研制加速电源的拓扑电路采用三级 AC-DC 转化,第一、第二级 AC-DC 均为小于 500 V 的低压,第三级 AC-DC 既包括 20 kHz 交流方波的低

压,又包括 -150 kV 的高压。低压与高压部分通过高压功率变压器隔离。

所研制 150 kV/30 kW 高压逆变电源的高压部分由 3 组图 2(b)所示的电路并联,每一组高压电路输出功率为 10 kW。高压功率变压器 HVTR1 的输入为第二级全桥逆变电路输出的 20 kHz 左右的交流方波,高压功率变压器 HVTR1 的变比为 1:20,将输入的 0~500 V 变化的低压交流电转化成 0~10 kV 频率相同的高压交流电,该交流电再经过 Cockcroft-Walton 16 倍压整流电路,变成负高压直流电,经过  $R_1$  限流电路后,连接到偏压电源、灯丝加热电源。

图 2(b)所示的倍压整流电路中的电容  $C_1$ 、 $C_3$  上的最高电压为高压功率变压器副边的峰值电压  $U$ ,则电容  $C_2$  的最高电压为  $2U$ 。当高压功率变压器原边输入电压峰值为 500 V 时,其副边峰值电压为 10 kV,则倍压整流电路中各个电容和二极管承受最高电压为 20 kV。所设计的倍压整流电路中各电容参数为 25 nF/40 kV,整流二极管参数为 5A/40 kV,所选择高压器件能够满足设计要求。

当高压部分的输入电压为 0~500 V 变化时,输出高压直流电变化范围为 0~-170 kV。带载后电压会降低,平均压降<sup>[10-11]</sup>可通过式(1)计算获得:

$$\Delta U_a = \frac{I_d}{12fC} (2n^3 + 3n^2 + 4n) \quad (1)$$

式中: $\Delta U_a$  为电压降; $I_d$  为输出最大束流的 1/3;  $f$  为工作频率; $C$  为单只电容容量; $n$  为倍压电路级数。

采用的 Cockcroft-Walton 对称全波整流电路,与普通的倍压整流电路相比,其不仅可以减小滤波电容的容量,还可以降低输出高压的纹波电压<sup>[10]</sup>。输出的纹波电压可以通过式(2)计算获得:

$$\delta U = \frac{nI_d}{4fC} \quad (2)$$

式中: $\delta U$  为电压纹波。

当需要输出 200 mA 的束流时,可通过式(1)计算电压降  $\Delta U_a$ ,根据所选择的参数,则输出电压降低了 14.5 kV 左右。设计时选择较多倍压电路的级数,是为了弥补由于高压功率变压器漏感所引起的压降。并且可根据式(2)计算出最大束流输出时纹波电压为 533 V。

## 2.2 高压逆变功率变压器设计优化

高压逆变功率变压器是高压逆变电源的核心部件,尤其是在电子束流发生技术领域,其性能直

接影响到电子束流品质。

传统的高压功率变压器采用两层套筒式绝缘骨架,两个“U”型或“C”型磁芯在套筒中间对接,在靠近磁芯的内层套筒式绝缘骨架上绕制变压器的原边绕组,在外层套筒式绝缘骨架上绕制变压器的副边绕组。外层套筒式绝缘骨架为耐高压材料,具有多个环形凸台的空心柱状体。为了提高耐压等级,外层套筒式绝缘骨架的厚度一般都比较大,如果考虑到内层原边绕组的骨架、线径的影响,副边绕组至磁芯的距离会增加很多,绝缘距离增大导致漏感增加。同时,2 个磁芯对接面很难达到理想的全面接触,进一步导致变压器漏感增加。

高压逆变功率变压器输出的最高电压为 10 kV 左右,而变压器输入的最大电压为 500 V,因此需要变压器的变比在 1:20 以上。若该变压器的原边绕组为 25 匝,则副边匝数至少需要 500 匝。由于漆包线的线径在 0.5 mm 以上,如果采用单层绕制的方式,那么在副边绕组上单层绕制 500 匝漆包线则至少需要聚四氟乙烯骨架的内径达到 72 mm 左右才能满足要求,这就需要磁芯内径至少为 80 mm 以上,这样会导致磁芯材料和聚四氟乙烯骨架成本激增。如果制造大功率变压器,则副边绕组流过电流增加,绕组线径如需增加到 1 mm 左右,采用单层绕制方法,则需要聚四氟乙烯骨架内径更大,目前市场上很难找到合适的聚四氟乙烯型材制造骨架,并且磁芯需要单独定制,成本会很高,此外,变压器的磁路损耗也明显增大。

若采用通用磁芯和多层绕制方法绕制而成的变压器副边,例如变压器的输出电压为 10 kV,副边绕组则需要绕制两层才能达到设计要求。如果采用图 3(a)所示不分区绕制方式制造变压器, $A$ 、 $B$  两点之间电压为 10 kV 以上,则在  $M$  点处的电压就达到了 5 kV,而高压功率变压器运行过程中,对于普通漆包线是很难满足设计要求的,即

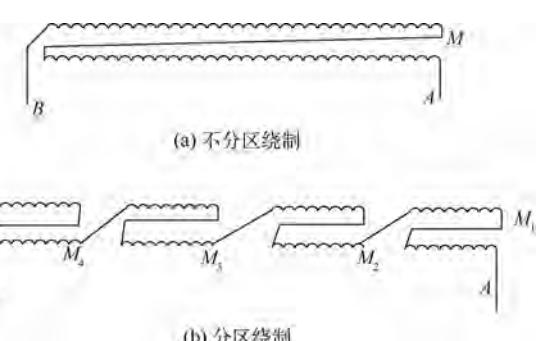


图 3 高压功率变压器绕制方式

Fig. 3 Coiling methods of high voltage power transformers

使采用的是聚酰亚胺漆包线,也几乎达到此类漆包线所能承受的最大耐压值,因此变压器很难长期稳定工作。由于漏感和层间电容的存在,会出现很大的谐振电流,高压功率变压器的功率损耗严重,因此难以实现最大输出,并且带载能力降低。为使电子束流发生系统达到额定功率输出,高压功率变压器原边逆变电路中的功率器件容量需要很大才能满足要求,并且高压功率变压器原边电路出现较大的谐振电流,极易损坏回路中的功率器件,使得设备的可靠性能降低。

如果采用图3(b)所示分区绕制方式,将变压器副边绕组分成4份,每个区域绕制两层,再将每段绕组的首尾相连,当A、B点电压为10 kV,则M<sub>1</sub>点电压达到1250 V,M<sub>2</sub>点电压达到2500 V,M<sub>3</sub>点电压达到5 kV,M<sub>4</sub>点电压达到7500 V,每个区域绕组承受电压为2500 V,每段区域内,绕组层间最大电压为1250 V,即使普通漆包线也能满足设计要求,设计的变压器采用了聚酰亚胺漆包线绕制,这将增大变压器工作的可靠性。

为了解决现有技术中由于变压器漏感造成的设计损耗和带载能力降低的问题,研制了一种高压逆变功率变压器<sup>[12]</sup>。

经过优化设计的高压逆变功率变压器骨架为环形骨架,将环形磁芯置于环形骨架内部,副边绕组绕制在骨架外部,副边绕组分为8个区域,一个区域的副边绕组的输出端与相邻一个区域的副边绕组的输入端相连接。每个所述区域内的绕组匝数为副边绕组总匝数的1/8。

经过优化设计的高压逆变功率变压器,能够有效减小原副边绕组与磁芯的间隙,在保证耐压强度足够大的基础上,可以降低漏感,增强带载能力。

高压逆变功率变压器将幅值为500 V、频率为20 kHz的交流方波升压至同频率的10 kV高压交流方波,单个高压升压变压器的变换功率为12 kW。设计好的高压逆变功率变压器的主要参数如下:变压器变比为1:20,原边匝数为26,副边匝数为520,变压器原边输入电压范围为0~500 V,副边输出电压范围为0~10 kV,变压器原边、副边最高耐压为30 kV,单个变压器最大传递功率为12 kW。

采用额定功率12 kW的功率变压器,相对于每一组高压电路所需要的10 kW输出功率,有2 kW的余量。原边、副边绕组与磁芯之间采用聚四氟乙烯材料绝缘,绝缘层厚度大于或等于3 mm。每毫米聚四氟乙烯材料耐压大于10 kV,所设计的部件耐压足够大。

### 3 偏压电源和灯丝加热电源拓扑

高压电子束加工设备在工作过程中,金属蒸气对电子枪的污染或绝缘油中的杂质等都极易引起高压放电。由于工作电压高达-150 kV,高压放电不仅使得高压电源不稳定,而且高压放电产生的电压或电流尖峰耦合到低压电路,极易对电网上的其他设备(如PLC系统、伺服控制系统等)造成很强的电磁干扰,甚至损坏这些设备。因此,为了有效防止高压放电产生的电压和电流尖峰反馈至电网,不仅是高压加速电源,偏压电源和灯丝加热电源也都采用了电流、电压变换为AC-DC-AC-DC-AC-DC的拓扑电路结构。第二级AC-DC变换电路中的隔离变压器可有效减小高压放电对电网其他设备的干扰。图4所示为偏压电源的拓扑电路。

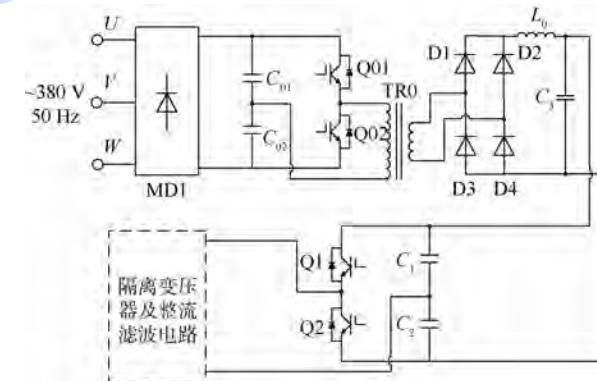


图4 偏压电源拓扑电路

Fig. 4 Topology circuit of bias voltage power supply

灯丝加热电源的拓扑电路与偏压电源类似,不同之处在于第三级AC-DC中采用的变压器不同,偏压电源这一级变压器为升压变压器,灯丝加热电源这一级变压器为降压变压器。

如图4所示,采用2个半桥逆变电路调节电压和电流变换。第一级半桥逆变电路由C<sub>01</sub>、C<sub>02</sub>、Q01、Q02组成,第二级半桥逆变电路由C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub>、Q1、Q2组成。第一级半桥逆变电路连接的变压器TR0是变比为2:1的降压变压器,偏压电源中的第二级半桥逆变电路连接变压器的变比为1:40。

偏压电源电压变化过程为:AC-DC-AC-DC-AC-DC,第一级AC-DC变化是380 V/50 Hz的交流电经过三相全波整流滤波后变成稳定的500 V左右的直流电;第二级AC-DC变化是经过第一级半桥逆变电路所形成的频率20 kHz左右、峰值250 V的交流电经过降压变压器TR0及整流滤波电路后变成的125 V直流电。调整第一级半桥逆变电路IGBT的导通时间,即可调整第二级AC-

DC 变化电路的输出电压,所设计电路的输出电压为最小偏压输出所需直流电压  $U_{pd}$  到 125 V 连续可调。设置最小偏压是为防止偏压调整 0 V 导致束流不可控现象发生。最小偏压输出所需直流电要根据不同电子枪,由试验确定。根据设计要求,偏压电源输出电压变化范围为 -10 ~ -2500 V。最小偏压为 -10 V,则要求第二级 AC-DC 变化电路输出的最小电压为 0.5 V 左右。

第三级 AC-DC 是将第二级 AC-DC 输入的直流电,经过半桥逆变电路逆变,升压变压器升压,整流滤波电路后,变成所需要的直流偏压输出。

灯丝加热电源的电流变化过程与偏压电源电流变化过程比较相似,不同之处在于第二级半桥逆变电路连接的变压器为降压变压器,变比为 5:1,其输出特性为低压大电流特性。

## 4 控制电路优化

高压加速电源的控制和束流采样技术比较完善,文献[7,13]中进行了详细论述,在此不再赘述,主要优化的控制电路有高压采样电路、束流反馈控制电路、灯丝加热电流闭环反馈控制电路。

### 4.1 高压采样电路的优化

高压采样电路不但需要对稳定高压进行采样,对于高压突变的高压脉冲信号也需要及时响应,否则极易造成设备损坏,经过优化设计的高压采样电路如图 5 所示。采用电阻分压方式采集稳定高压信号,用串联电容分压方式采集高压脉冲信号。

图 5 中,  $R_{11}$  为稳定高压信号采样电阻,选择 91 kΩ(等于 0.091 MΩ) 的精密电阻,  $R_1 \sim R_{10}$  为分压电阻,每个电阻的阻值为 150 MΩ,总的分压电阻阻值为 1500 MΩ,采样电阻阻值相对分压电阻很小,可以直接采用式(3)进行计算:

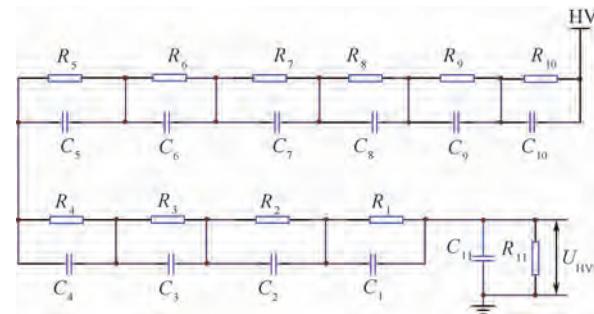


图 5 高压采样电路

Fig. 5 High voltage sampling circuit

$$U_{HVF} = \frac{R_{11}}{R_1 + R_2 + \dots + R_{10}} U_{HV} = \frac{0.091}{1500} U_{HV} \quad (3)$$

当高压  $U_{HV}$  达到 -150 kV 时,高压采样信号  $U_{HVF}$  为 -9.1 V。

图 5 中,  $C_{11}$  为高压脉冲信号的采样电容,  $C_1 \sim C_{10}$  为分压电容,每个分压电容的容值均为  $C_0$ ,耐压大于 20 kV,  $C_1 \sim C_{10}$  串联组成一个耐压大于 200 kV 的容值为  $C_0/10$  的分压电容,则电压突变信号可以通过式(4)获得:

$$U_{HVF1} = \frac{C_0/10}{C_0/10 + C_{11}} U_{HV} \quad (4)$$

当  $C_1 \sim C_{10}$  均选择容值为 1 nF/20 kV 的电容,  $C_{11}$  可通过几个电容并联获得容值为 1.65 μF/1 kV 的电容。在高压稳定工作时,采样电容  $C_{11}$  上的高压采样信号  $U_{HVF1}$  与电阻分压获得的信号  $U_{HVF}$  相同,高压突变时,采样电容  $C_{11}$  的响应速度大于电阻  $R_{11}$ ,  $U_{HVF1}$  能及时将高压脉冲信号反馈到高压闭环控制系统,实现对电源的快速保护。

### 4.2 束流反馈控制电路的优化

将模数混合控制技术引入到束流反馈控制系统中,将束流给定、束流反馈、高压反馈引入到偏压控制系统中,使束流得到精确调节。束流反馈控制电路如图 6 所示。

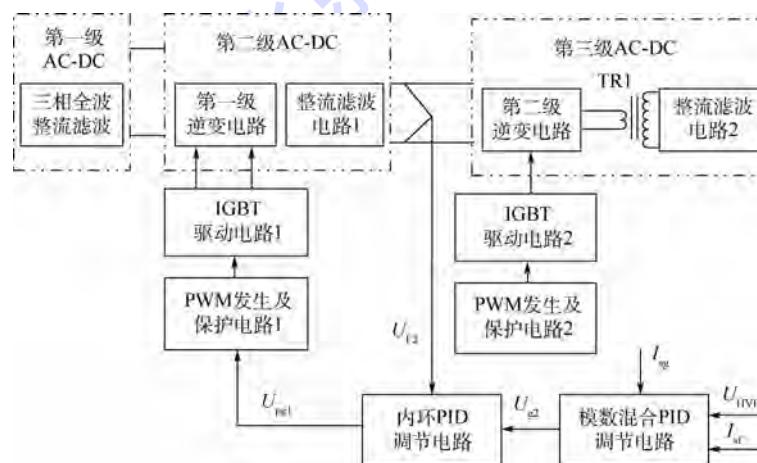


图 6 束流反馈控制电路框图

Fig. 6 Block diagram of beam feedback control circuit

如图6所示,束流反馈信号 $I_{sf}$ 与束流给定信号 $I_{sg}$ 作为外环模数混合PID调节电路的输入,该PID调节电路的输出值 $U_{g2}$ 与偏压电源第二级AC-DC的输出电压反馈信号 $U_B$ 作为内环PID调节电路的输入,内环PID调节电路的输出 $U_{pg1}$ 用于调整PWM发生及保护电路1的PWM脉宽,从而调整偏压电源第二级AC-DC的输出;偏压电源的第二级逆变电路中的IGBT工作于满脉宽状态,当第二级AC-DC的输出电压改变时,偏压电源第三级AC-DC的输出电压也得到改变。因此,当内、外闭环PID调节电路稳定时,偏压电源输出的偏压值就能稳定,从而使束流输出稳定。

将高压反馈信号 $U_{HVF}$ 引入模数混合PID调节电路,目的在于当出现高压连续放电或高压突变时,迅速减小束流输出,保护电源。

#### 4.3 灯丝加热电流闭环反馈控制电路的优化

灯丝工作一段时间以后,由于发生烧损会变薄,内阻增大,在给定电流不变时,热发射增强,电子束流增大。对于一个新更换的灯丝,由于内阻

较小,依据更换灯丝以前的灯丝电流参数,并不能使束流输出达到设定值,需要重新调整灯丝电流给定的工艺参数。因此,在灯丝加热电源的优化控制系统中,系统将自动记录灯丝工作时间,通过一系列试验,获得灯丝电流的补偿参数,保证在灯丝有效使用周期内束流输出的稳定性。

优化后的灯丝加热电流闭环反馈控制电路框图如图7所示。图7中,灯丝加热电流的反馈信号 $I_{dsf}$ 从第三级AC-DC的变压器TR2原边取样,将灯丝给定信号 $I_{dsq}$ 与反馈信号 $I_{dsf}$ 引入灯丝加热电源外环PID调节电路,同时,灯丝工作时间 $T_{ds}$ 也作为一个变量引入到灯丝加热电源外环PID调节电路,其输出 $U_{g3}$ 作为灯丝加热电源内环PID调节电路的输入, $U_{g3}$ 与灯丝加热电源的第二级AC-DC输出电压反馈电压信号 $U_B$ 经过内环PID调节电路比较后,输出电压调节信号 $U_{dsg4}$ ,改变灯丝加热电源第二级AC-DC中IGBT的导通时间,从而使得灯丝加热电源输出的直流电压得到调节,继而改变灯丝加热电流。

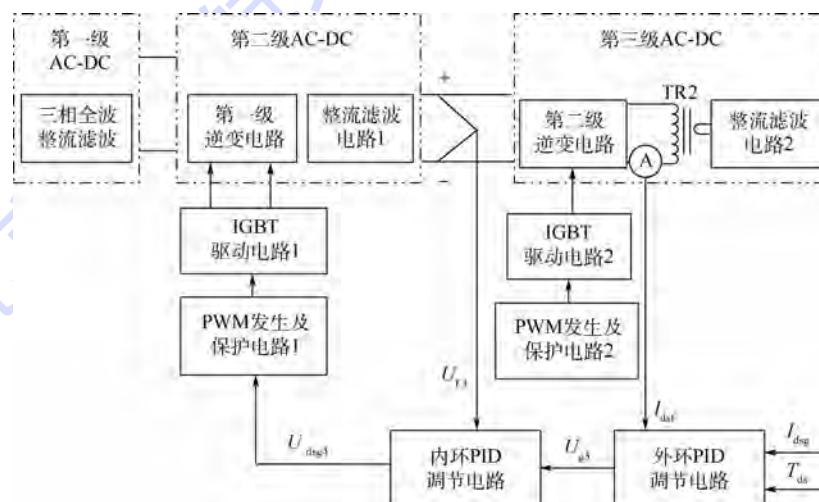


图7 灯丝加热电流闭环反馈控制电路框图

Fig. 7 Block diagram of closed-loop control circuit of filament heating current

## 5 束源输出特性

将所研制的150 kV/30 kW逆变电源与30 kW高压电子枪、真空及电子束加工控制系统连接,组成一套高压电子束源系统,分别进行了空载和带载试验。空载时,检测加速电源第三级AC-DC的直流输入电压与高压逆变电源输出高压的对应关系;带载条件下,分别检测偏压、灯丝加热电流变化对束流输出的影响;此外还检测了最大束流输出时,逆变功率变压器原边的电压、电流波形。

### 5.1 空载试验

当高压加速电源第二级全桥逆变电路输出

20 kHz、幅值380 V左右的交流方波时,高压采样电路采集信号达到-9 V,表明空载电压达到-150 kV,测试的波形如图8所示。

图9为空载时高压加速电源第二级AC-DC输出的直流电压对应高压输出的特性曲线。可以看出,高压加速电源输出具有良好的线性度。

### 5.2 带载试验

在不加载高压条件下,电子枪抽取出高真空,在偏压电路输出端直接检测偏压输出,并根据偏压电源第二级AC-DC的输出电压与偏压输出的对应关系,绘制偏压数据查询表。

在灯丝加热电流25 A,设定偏压电源第二级

AC-DC 的输出电压对应偏压为  $-20\text{ V}$ , 高压输出  $-149\text{ kV}$  时, 在  $45\Omega$  采样电阻  $R_b$  上检测到最大束流采样电压  $U_b$  的反馈信号为  $9.05\text{ V}$ , 束流大小可以由式(5)计算得出:

$$I_b = \frac{U_b}{R_b} \quad (5)$$

式(5)计算表明, 所研制电源实现了最大  $200\text{ mA}$  束流输出。高压功率变压器原边电压、电流及束流采样波形如图 10 所示。CH1 为束流采样电压波形, CH2 为高压功率变压器原边电压波形, CH4 为高压功率变压器原边电流波形, 电流

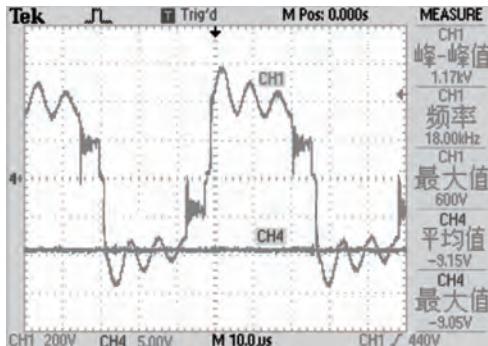


图 8 空载时逆变电路输出波形与反馈高压信号

Fig. 8 Inverter circuit output waveform and feedback high voltage signal with no load

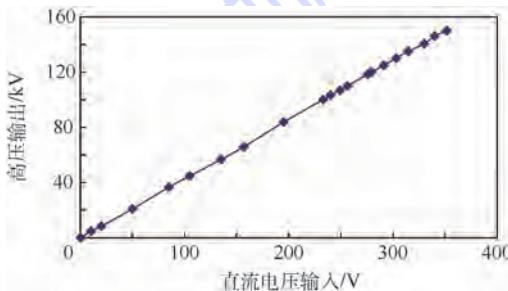


图 9 空载时高压加速电源输出特性

Fig. 9 Output characteristics of high voltage accelerator power supply with no load

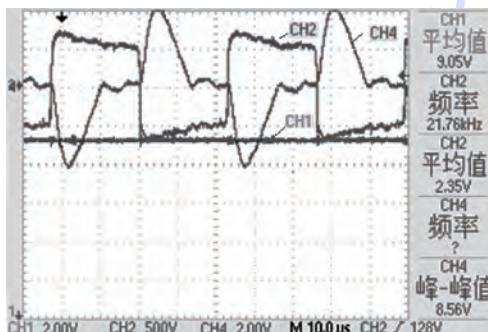


图 10 带载时高压功率变压器原边电压、电流及束流采样波形

Fig. 10 Waveform of voltage and current in original coils of high voltage power transformer and sample signal of beam current in load

采样传感器为 1:500 的霍尔传感器, 采样电阻为  $15\Omega$ 。

### 5.3 偏压对束流输出的影响

在高压给定  $149\text{ kV}$ , 灯丝加热电流  $30\text{ A}$ , 逐渐降低偏压电源第二级 AC-DC 的输出电压, 并根据偏压数据查询表获得偏压值, 使偏压从  $-2500\text{ V}$  逐渐减小到  $-20\text{ V}$ , 检测束流输出的变化趋势, 束流输出的变化趋势类似于 N 沟道 MOSFET 的栅源极电压变化对应的漏极电流变化, 检测结果如图 11 所示。

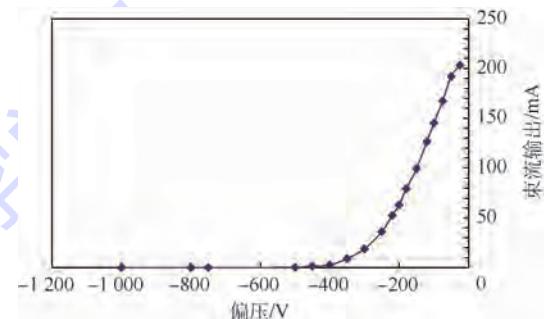


图 11 偏压与束流输出对应关系曲线

Fig. 11 Corresponding relational curve between bias voltage and beam output

从图 11 中可以看出, 偏压大于  $-500\text{ V}$ , 几乎没有束流产生, 处于偏压调节束流的“死区”, 随着偏压从  $-500\text{ V}$  逐渐向  $-300\text{ V}$  降低, 束流缓慢增大; 偏压从  $-300\text{ V}$  逐渐减小到  $-20\text{ V}$ , 束流输出呈线性增大趋势。在偏压输出  $-20\text{ V}$  时, 束流输出达到  $200\text{ mA}$ , 如果继续减小偏压, 则束流输出易出现不可控现象。

### 5.4 灯丝加热电流对束流输出的影响

在高压给定  $-149\text{ kV}$ , 偏压分别为  $-50\text{ V}$ 、 $-100\text{ V}$ 、 $-200\text{ V}$  时, 灯丝加热电流分别从  $0\text{ A}$  逐渐增加到  $26\text{ A}$ , 检测束流的变化趋势, 测试结果如图 12 所示。

从图 12 中可以看出, 偏压输出越小, 对应的束流越大; 每一个偏压, 对应一个最大束流输出; 在偏压给定时, 随着灯丝加热电流增加, 束流输出

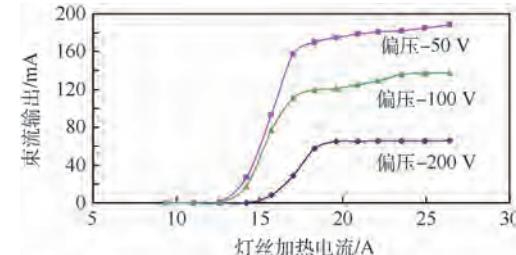


图 12 灯丝加热电流与束流输出对应关系曲线

Fig. 12 Corresponding relational curves between filament current and beam output

变化经历死区、线性增大区、恒流区。在死区阶段,束流没有输出,是因为灯丝加热电流太小,热发射产生电子数量不多,产生的电子不足以克服偏压的抑制,因此不能产生束流;在线性增大区阶段,随着灯丝加热电流增大,灯丝热发射能力增强,产生的电子数量随着灯丝加热电流增大而增加,给定偏压已经不能完全抑制电子发射,束流产生,并且随着灯丝加热电流增加而增大;由于受到所采用灯丝材质、几何尺寸的限制,灯丝最大发射电子数量有限<sup>[14]</sup>,即灯丝加热电流大于某一值后,再增加灯丝加热电流,束流几乎不会变化,出现如图12所示的每一个偏压对应一段束流最大的恒流区。

从图12中还可以看出,随着束流从增大区向恒流区过渡,会出现一个明显的拐点。在更换新灯丝后,通常需要做一系列试验,找出这个拐点,使得工作过程中灯丝加热电流小于等于拐点值,这样可以避免在偏压、高压给定条件下通过盲目增大灯丝加热电流来提高束流的做法,这对于有效延长灯丝使用寿命<sup>[15]</sup>、提高设备有效工作时间具有重要意义。

## 6 结 论

1) 采用 AC-DC-AC-DC-AC-DC 的拓扑电路结构、Cockcroft-Walton 16 倍压整流电路、新型逆变功率变压器等技术,优化了高压加速电源,不但获得了稳定的高压输出,而且提高了加速电源的抗干扰能力。

2) 采用 AC-DC-AC-DC-AC-DC 的拓扑电路结构、高压脉冲检测、模数混合 PID 调节束流、灯丝加热时间累计等技术,分别优化设计了高压采样电路、偏压电源、灯丝加热电源,在保障其工作可靠性的基础之上,进一步提高了电子束流输出的稳定性。

3) 高压电子束源输出达到 -150 kV,最大束流达到了 200 mA,高压输出具有良好的线性度。

4) 高压、灯丝加热电流给定时,调节偏压可以调整束流大小,偏压调节束流有死区和线性增大区;在高压、偏压不变时,随着灯丝加热电流增大,束流输出的变化经历死区、线性增大区、恒流区。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] 李晓延,武传松,李午申.中国加工制造领域学科发展研究 [J].机械工程学报,2012,48(6):19-31.  
LI X Y,WU C S,LI W S.Study on the progress of welding sci-

ence and technology in China[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48 (6):19-31 (in Chinese).

- [ 2 ] HO C Y. Fusion zone during focused electron-beam welding [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 167 (2-3):265-272.
- [ 3 ] 李晓红,毛唯,熊华平.先进航空材料和复杂构件的加工技术 [J].航空材料学报,2006,26(3):276-282.  
LI X H,MAO W,XIONG H P.Welding technologies of advanced aeronautical materials and complex-shaped structural components[J].Journal of Aeronautical Materials,2006,26(3):276-282 (in Chinese).
- [ 4 ] 闫晓峰.真空电子束焊在我国航空机载设备上的应用及发展趋势 [J].航空制造技术,2005(9):90-102.  
YAN X F.Application and development trend of vacuum EB welding in airborne equipment in China[J].Aeronautical Manufacturing Technology,2005(9):90-102 (in Chinese).
- [ 5 ] 毛智勇.电子束加工技术在大飞机中的应用分析 [J].航空制造技术,2009(2):92-94.  
MAO Z Y.Application of electron beam welding technology in large aircraft[J].Aeronautical Manufacturing Technology,2009(2):92-94 (in Chinese).
- [ 6 ] 樊兆宝,安绍孔,王英健,等.真空电子束焊接技术及其在空空导弹弹体加工中的应用 [J].航空制造技术,2010(16):53-56.  
FAN Z B,AN S K,WANG Y J,et al.Technology of vacuum electron beam welding and its application in manufacturing of air-to-air missile's body[J].Aeronautical Manufacturing Technology,2010(16):53-56 (in Chinese).
- [ 7 ] 张伟,杜慧聪,齐铂金,等.150 kV/30 kW 逆变式电子束焊接高压电源设计 [J].北京航空航天大学学报,2014,40(11):1531-1536.  
ZHANG W,DU H C,QI B J,et al.150 kV/30 kW inverter for electron beam welding power supply design[J].Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2014,40(11):1531-1536 (in Chinese).
- [ 8 ] 杜秉初,汪健如.电子光学 [M].北京:清华大学出版社,2002.  
DU B C,WANG J R.Electron optics[M].Beijing:Tsinghua University Press,2002 (in Chinese).
- [ 9 ] DUPAK J,VLCEK I,ZOBAC M. Electron gun for computer-controlled welding of small components [J]. Vacuum, 2001, 62 (2-3):159-164.
- [ 10 ] 张仁毅,陈昌渔,王昌长.高压试验技术 [M].北京:清华大学出版社,2012.  
ZHANG R Y,CHEN C Y,WANG C C.High-voltage testing technology[M].Beijing:Tsinghua University Press,2012 (in Chinese).
- [ 11 ] 王亚君,周岐.PWM型倍压电路压降的计算 [J].辽宁工业大学学报(自然科学版),2008,28(5):299-301.  
WANG Y J,ZHOU Q.Calculation of output voltage from voltage multiplying circuit of PWM[J].Journal of Liaoning University of Technology(Natural Science Edition),2008,28(5):299-301 (in Chinese).
- [ 12 ] 许海鹰,杨波,左从进,等.一种高压逆变功率变压器及其制作方法;ZL201410253182.3[P].2014-06-09.

- XU H Y, YANG B, ZUO C J, et al. A type of high voltage inverter power transformer and manufacture method: ZL201410253182.3[P]. 2014-06-09 (in Chinese).
- [13] 范雾康,齐铂金,刘方军,等.新型电子束焊机高压电源的设计与实现[J].北京航空航天大学学报,2017,43(2):293-300.
- FAN J K, QI B J, LIU F J, et al. Design and implementation off a novel high-voltage power supply in electron beam welding machine[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(2):293-300 (in Chinese).
- [14] IQBAL M, RAFIQ M, BHATTI S A, et al. The electron beam gun with thermionic hairpin-like cathode for welding and surface modifications[J]. Vacuum, 2004, 77(1):19-26.
- [15] HORACEK M, DUPAK J. Temperature controlled cathode heating in electron beam welding machine[J]. Vacuum, 2001, 62(2-3):165-169.

## 作者简介:

许海鹰 男,博士,高级工程师。主要研究方向:高能束设备技术。

## Performance optimization for 150 kV inverter power supply and its electron beam source characteristics

XU Haiying<sup>1,\*</sup>, SANG Xinghua<sup>1</sup>, ZHANG Wei<sup>2</sup>, QI Bojin<sup>2</sup>

(1. Science and Technology on Power Beam Processes Laboratory,

Beijing Aeronautical Manufacturing Technology Research Institute, Beijing 100024, China;

2. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In order to enhance the stability and reliability of electron beam source system and improve the machining quality of electron beam, the topology circuit of AC-DC-AC-DC-AC-DC, new power transformer, high voltage pulse detection technology, optimized feedback control technology of electron beam and closed-loop control technology of filament current are introduced to optimize high voltage power source, bias voltage power source and filament power source. The inverter power supply, 150 kV/30 kW EB gun, vacuum system and others control system were integrated to establish a set of electron beam system. The high voltage, maximal electron beam output, and the influence of bias voltage and filament current on beam output are tested. The results of a series of tests show that the high voltage output of the inverter power supply has a fine linearity, and the maximum beam output is up to 200 mA at the high voltage output up to -150 kV. At given high voltage and current of filament, the electron beam will increase with the decrease of bias voltage. When the high voltage and bias voltage are given changeless, the electron beam output experiences non-beam phase, linear increasable phase and steady changeless phase with the increase of filament current.

**Keywords:** inverter power supply; high voltage; electron beam; bias voltage; filament heating current

Received: 2016-08-08; Accepted: 2017-01-07; Published online: 2017-01-17 16:07

URL: [www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170117.1607.001.html](http://www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170117.1607.001.html)

Foundation item: MIIT Fund

\* Corresponding author. E-mail: xhyxhy@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0583

# 机翼后缘连续变弯度对客机气动特性影响

全下  
文载

郭同彪, 白俊强\*, 杨一雄

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

**摘要:** 后缘连续变弯度机翼在提高民用客机气动特性方面有较大的潜力, 近年来被广泛关注。基于建立的全局优化设计系统, 研究了机翼后缘连续变弯度对宽体客机翼身组合体气动特性的影响。首先, 采用自由型面变形(FFD)技术建立了后缘连续变弯度的参数化方法。然后, 采用 RANS 方程作为流场评估方法, 针对翼身组合体构型设计点附近升力系数开展了机翼后缘连续变弯度气动减阻优化设计。最后, 探索了仅外翼段后缘连续变弯度和内外翼后缘均连续变弯度优化设计结果的异同。优化结果表明, 升力系数小于设计升力系数时, 在只考虑外翼段后缘连续变弯度的设计中, 不易实现激波阻力和诱导阻力同时降低, 考虑内翼段后缘连续变弯度后, 减阻量较前者更为明显; 升力系数大于设计升力系数时, 外翼段和内外翼的后缘偏转均可实现诱导阻力和激波阻力的同时降低, 且减阻量相差不大。

**关键词:** 后缘连续变弯度; 翼身组合体; 气动优化设计; 激波阻力; 诱导阻力

**中图分类号:** V211.41<sup>+1</sup>

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2017)08-1559-08

大型民机发展以减阻减重为技术主线, 以提高安全性、环保性, 降低成本为目标, 因此, 减小气动阻力是民机设计的重要任务。对于民用客机, 阻力降低 1% 可以减小 0.2% 直接使用成本<sup>[1]</sup>, 而直接使用成本直接关系着民机的市场竞争力。另一方面, 减小巡航阻力可降低油耗, 进而降低二氧化碳、氮氧化物等的排放量, 是未来“绿色航空”的必然需求<sup>[2]</sup>。

自第一代大型民用客机(如波音 707)运营以来, 气动布局形式虽然没有发生大的变化, 但在气动特性方面有了很大的改善。发展到今天, 传统的气动设计技术已经比较成熟, 想要在此基础上获得较大的收益十分困难<sup>[3]</sup>。为此, 各国研究学者开始探索进一步提高民用客机气动性能的新技术, 其中包括机翼后缘连续变弯度<sup>[4]</sup>。

机翼后缘连续变弯度的设计思想最早由 Kots

教授<sup>[5]</sup>于 1994 年提出。2003 年, Kerr-Jia 和 Kota<sup>[6]</sup>以变后缘机翼为例阐述了柔性机构的设计方法。Marques 等<sup>[7]</sup>设计了后缘连续变弯度襟翼并用来减小翼型和机翼的阻力。de Gaspari 等<sup>[8]</sup>采用 CST (Class function/Shape function Transformation) 方法实现机翼前缘和后缘变弯度, 并以支线客机为研究对象, 探索通过机翼连续变弯度提高飞机性能的方法。Yokozeki 和 Sugiura<sup>[9]</sup>采用瓦楞结构实现了机翼后缘光滑无缝偏转, 并通过风洞试验对比了后缘连续变弯度翼型和传统后缘襟翼偏转翼型的气动特性, 试验结果表明后缘连续变弯度翼型具有更好的升力特性。Kaul 和 Nguyen<sup>[10]</sup>研究了后缘连续变弯度对翼型气动特性的影响, 并对比分析了不同后缘偏转角度时翼型的气动特性。Lyu 和 Martins<sup>[11]</sup>以第四届阻力预测会议提供的 NASA-CRM 构型的单独机翼为

收稿日期: 2016-07-07; 录用日期: 2016-09-02; 网络出版时间: 2016-10-19 08:41

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161019.0841.001.html

基金项目: 国家“973”计划 (2014CB744800)

\* 通讯作者: E-mail: junqiang@nwpu.edu.cn

**引用格式:** 郭同彪, 白俊强, 杨一雄. 机翼后缘连续变弯度对客机气动特性影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1559-1566.

GUO T B, BAI J Q, YANG Y X. Influence of continuous trailing-edge variable camber wing on aerodynamic characteristics of airliner [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1559-1566 (in Chinese).

研究对象,基于梯度优化算法研究了后缘变弯度对气动特性的影响。

从国外的公开文献来看,基于机翼后缘连续变弯度的研究主要集中在变弯度机构的实现机理、后缘变弯度对二维翼型或单独机翼的气动特性影响。针对宽体客机翼身组合体构型开展机翼后缘连续变弯度对气动特性影响的研究较少,尚未看到基于全局优化算法开展气动优化设计研究的文献。在国内,多以二维翼型为对象,开展变弯度的结构建模<sup>[12-13]</sup>和气动特性<sup>[14-16]</sup>研究。

现代大型民用客机的气动性能仅在设计点是最优的;而在整个巡航阶段,飞机有很大一部分飞行状态偏离设计点,其对应的气动性能不是最优的。为此,本文基于建立的考虑机翼后缘连续变弯度的全局优化设计系统,针对宽体客机翼身组合体构型开展了机翼后缘连续变弯度对非设计点气动特性的影响研究。

此外,在机翼后缘连续变弯度的影响研究中,大多仅考虑外翼段后缘连续变弯度<sup>[4]</sup>。为了更加全面地研究后缘连续变弯度对宽体客机翼身组合体气动特性的影响,本文分别针对外翼段和内外翼后缘连续变弯度开展两轮优化设计研究。

## 1 基于 FFD 技术的机翼后缘连续变弯度的参数化方法

自由型面变形(Free Form Deformation, FFD)方法以弹性体受力后变形的思想来解决几何变形问题<sup>[17]</sup>。该方法无需对初始外形进行拟合,能够光滑描述曲线、曲面和三维几何体的外形,并能方便地应用于整体和局部外形设计。

采用 FFD 方法对研究对象几何进行参数化时,首先,构建 FFD 控制体,将研究对象包络在控制体内(见图 1 机翼后缘)。其次,基于控制体构建局部坐标系,并建立研究对象的局部坐标、全局坐标(笛卡儿坐标系)与控制体顶点(即 FFD 控制点)之间的映射关系,表达式为

$$X_{\text{FFD}}(s, t, u) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n P_{i,j,k} B_{il}(s) B_{jm}(t) B_{kn}(u) \quad (1)$$

式中: $X_{\text{FFD}}$  为控制体内任一几何点在笛卡儿坐标系内的坐标值, $s, t, u$  为该点的局部坐标值; $P_{i,j,k}$  为 FFD 控制点的全局坐标; $B_{il}(s), B_{jm}(t), B_{kn}(u)$  分别为  $l, m, n$  次 Bernstein 多项式基函数。在研究对象几何外形改变过程中,几何点的局部坐标是不改变的。当 FFD 控制点改变时,可通过

式(1)求得任意几何点变形后的全局坐标,得到研究对象变形后的几何。

为了实现机翼后缘连续变弯度的参数化,并允许不同展向位置偏转不同的角度,沿机翼展向布置 8 个控制截面,以控制相应展向位置的后缘偏转角度;在每个展向截面沿弦线方向布置 7 个控制点,垂直弦线方向布置 3 个控制点(见图 2)。后缘偏转的转轴为过“四边形”控制点方向与机翼展向平行的直线。在变形过程中,原则上应将同一截面所有控制点偏转,但为了保证后缘偏转部分和机翼前面部分有较好的过渡,实际操作中“圆形”控制点不动;而其余控制点绕转轴转动同一角度,因此每个展向截面仅有一个自由度,即绕转轴的偏转角度,也是机翼后缘连续变弯度的设计变量。每个展向截面布置多个控制点是为了保证只偏转“三角形”控制点和偏转所有控制点的情况下,机翼的变形尽可能相同。

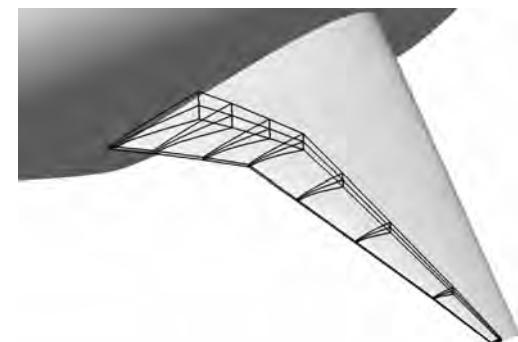


图 1 机翼后缘偏转的 FFD 控制体

Fig. 1 FFD control framework for trailing-edge deflection of wing

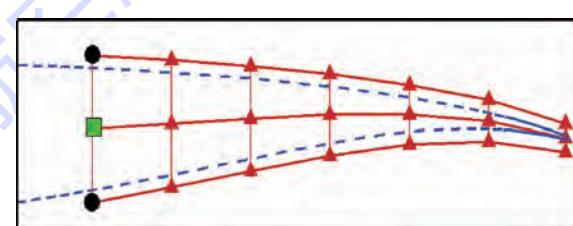


图 2 机翼控制截面处 FFD 控制体的放大图

Fig. 2 Amplification of FFD control framework at certain wing control section

## 2 流场数值求解方法

随着数值计算方法和计算机的不断发展,计算流体力学(CFD)逐渐成为现代民用客机设计的关键技术<sup>[18]</sup>。

本文采用基于 RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)方程的数值评估方法,采用全湍模式进行计算,其中湍流模型为 Shear Stress Transport

(SST); 空间离散格式为二阶 Roe 格式; 并利用多重网格技术提高求解速度。

CRM 是第四届和第五届阻力预测会议的标准模型, 是典型的大展弦比宽体跨声速民用客机构型。本文以此模型为对象, 采用流场求解器对典型试验状态<sup>[19]</sup> (马赫数  $Ma = 0.85$ , 升力系数  $C_L = 0.52$ ) 进行气动特性评估。计算与试验结果的压力系数  $C_p$  分布对比如图 3 所示,  $x/c$  为弦长方向的相对位置,  $\eta$  为压力系数剖面在机翼展向的相对位置。可以看出, 本文方法计算结果与试验结果吻合的较好, 从而证明本文所采用的 CFD 求解器的精度能够满足优化设计要求。

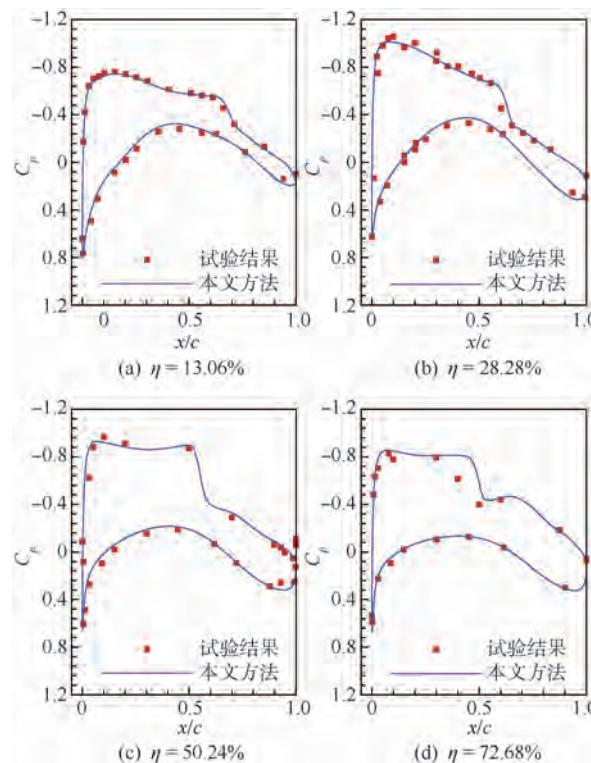


图 3 本文方法计算的剖面压力系数分布与试验结果对比

Fig. 3 Comparison of section pressure coefficient distribution between calculation of proposed method and test results

### 3 优化设计系统

本文搭建的优化设计系统的优化流程如图 4 所示。该系统主要以下几个模块组成: 基于 FFD 技术的气动外形参数化模块; 基于动网格技术的网格自动生成模块; 流场数值计算模块; 优化搜索模块。其中, 网格自动生成模块采用径向基函数 (Radial Basis Function, RBF) 插值动网格方法<sup>[20]</sup>, 该方法具有实现简单、结果准确和耗时少等优点。优化搜索模块采用遗传算法, 该算法模仿生物进化过程中的遗传繁殖机制, 具有较好的全局性。

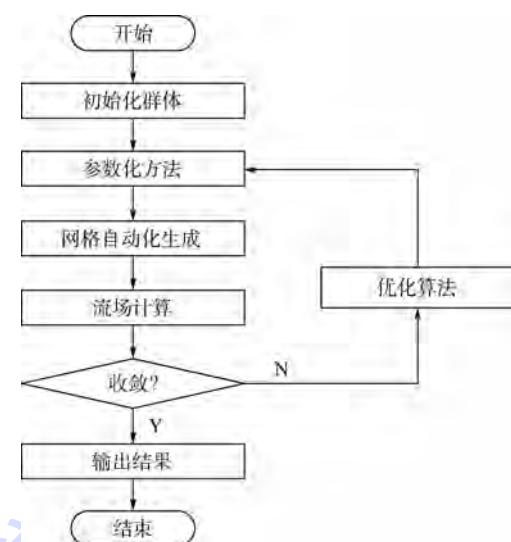


图 4 优化设计系统的优化流程图  
Fig. 4 Optimization flowchart of optimization design system

### 4 宽体客机翼身组合体优化设计

本文的研究对象为宽体客机翼身组合体构型 (见图 5)。该构型通过综合设计优化得到, 设计马赫数  $Ma = 0.85$ , 设计升力系数  $C_L = 0.5$ , 雷诺数  $Re = 50.0 \times 10^6$ 。

图 5 为初始构型 (Original) 基于 RANS 方程计算得到的设计点上翼面压力系数云图, 从图中可以看到, 内翼段压力分布基本为无激波形态; 从机翼拐折到翼梢, 激波强度逐渐增加, 并在翼梢附近形成较强的激波。沿机翼展向截取 8 个控制剖面翼型 (如图 5 中红线所示), 其展向位置与 FFD 控制体截面位置相同, 从翼根到翼梢依次命名为 Section 1 ~ Section 8。

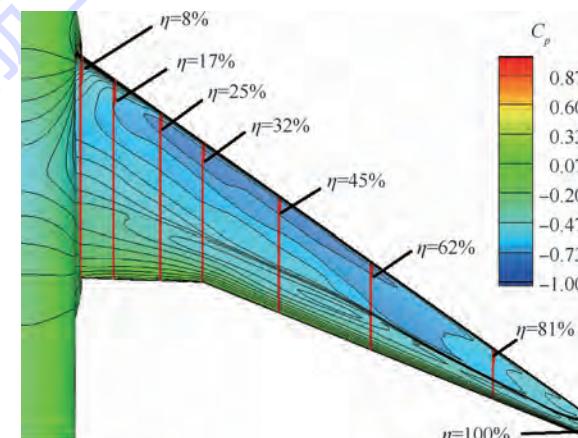


图 5 初始翼身组合体构型巡航点的表面压力系数云图

Fig. 5 Surface pressure coefficient contours of original wing-body configuration under cruise condition

#### 4.1 后缘连续变弯度机翼优化设计

本文采用基于 RANS 方程的数值评估方法求

解翼身组合体的气动力,开展两轮气动优化设计。第1轮优化构型(Optimized\_1)仅考虑外翼段后缘偏转,设计变量为外翼段4个FFD控制截面的偏转角度;第2轮优化构型(Optimized\_2)考虑整个机翼后缘的偏转,设计变量为内外翼8个FFD控制截面的偏转角度。在优化设计中,以阻力系数 $C_D$ 最小为目标,针对非设计点( $Ma = 0.85$ ,  $Re = 50.0 \times 10^6$ 时,  $C_L = 0.45, 0.55$ )进行优化。其中,变弯度的范围为机翼后缘30%弦长,各个控制截面的偏转角度范围为 $-2^\circ \sim 2^\circ$ 。

优化前后翼身组合体的气动力系数对比如表1所示, $\alpha$ 为迎角。从表中可知, $C_L = 0.45$ 时,两轮优化阻力系数分别降低1.1%(2.1 counts, 1 count = 0.000 1)和1.4%(2.7 counts); $C_L = 0.55$ 时,两轮优化阻力系数分别降低1.0%(2.2 counts)和1.1%(2.5 counts)。

两轮优化各个控制剖面翼型(编号为n)的后缘偏转角度 $\beta$ 如图6所示,其中后缘下偏为正。从图中可以看出,在第1轮优化中, $C_L = 0.45$ 时,外翼段后缘主要向上偏转; $C_L = 0.55$ 时,外翼段后缘向下偏转。在第2轮优化中, $C_L = 0.45$ 时,从翼根的大幅度上偏到翼梢的小幅度下偏; $C_L = 0.55$ 时,从翼根的小幅度上偏到翼梢的大幅度下偏。

表1 优化前后气动特性对比

Table 1 Comparison of aerodynamic performance before and after optimization

构型	$C_L = 0.45$		$C_L = 0.55$	
	$\alpha/(^\circ)$	$C_D$	$\alpha/(^\circ)$	$C_D$
Original	1.12	0.018 84	1.71	0.023 03
Optimized_1	1.25	0.018 63	1.57	0.022 81
Optimized_2	1.47	0.018 57	1.59	0.022 78

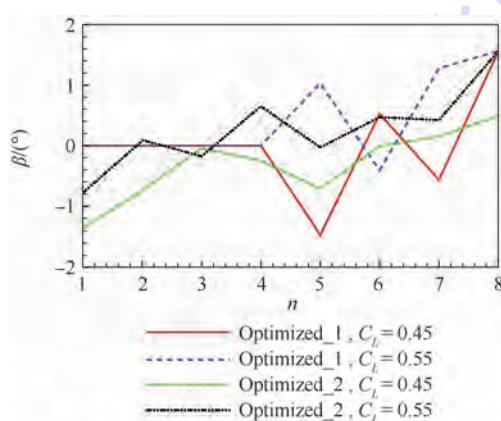


图6 优化后各控制剖面翼型后缘偏转角度

Fig. 6 Trailing-edge deflection degrees of each control section airfoils after optimization

## 4.2 优化结果对比

本节将初始构型与两轮优化设计的结果进行对比,研究后缘连续变弯度对翼身组合体气动特性的影响,并分析两轮优化设计结果的异同。

图7为 $C_L = 0.45$ 时初始构型与两轮优化构型机翼控制剖面压力系数分布对比图。从图中可以看出,相比于Original, Optimized\_1内翼段的激波强度基本不变,外翼段的激波强度明显减小,主要体现在第2个激波强度的降低,因此激波阻力也减小;Optimized\_2外翼段的激波强度明显较小,但内翼段的激波强度有些许增加,因此激波阻力减小不明显。

图8为 $C_L = 0.45$ 时初始构型与两轮优化构型的展向升力系数 $c_l$ 分布对比图。其中,“Ellipse”为根据机翼的椭圆形环量分布得到的最佳升力系数分布。由图中可以看出,相比于初始构型,Optimized\_1的载荷有些许内移,偏离最佳升力系数分布,因此诱导阻力相比初始构型增加;Optimized\_2的载荷外移,趋近最佳升力系数分布,因此诱导阻力减小。

图9为 $C_L = 0.55$ 时初始构型与两轮优化构型的机翼控制剖面的压力系数分布对比图。从图中可以看出,Optimized\_1和Optimized\_2相比

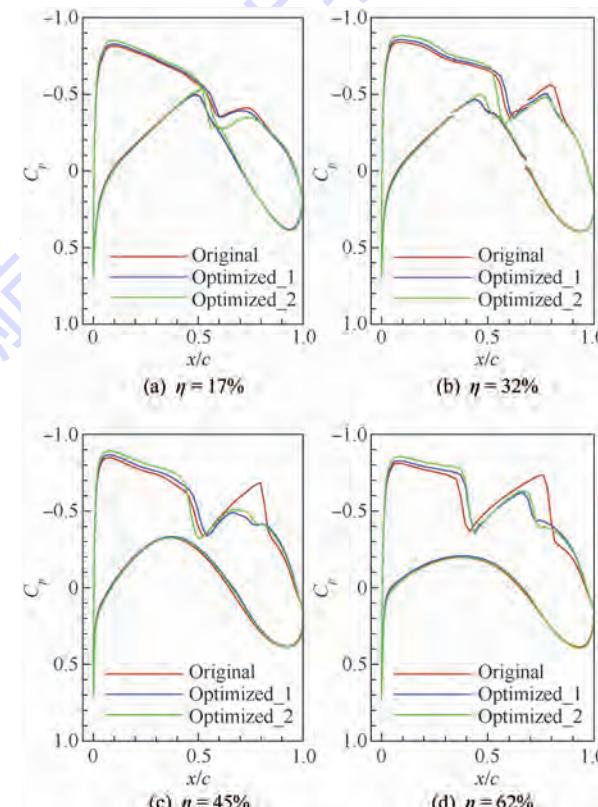


图7 优化前后控制剖面压力系数分布对比( $C_L = 0.45$ )

Fig. 7 Comparison of control section pressure coefficient distribution before and after optimization ( $C_L = 0.45$ )

Original, 激波强度都有所减弱, 且 Optimized\_2 减弱的更多一些, 但均不明显。

图 10 为  $C_L = 0.55$  时初始构型与两轮优化构型的展向升力系数分布对比图。从图中可以看出, 相比 Original, Optimized\_1 和 Optimized\_2 载荷明显外移, 诱导阻力均减小。

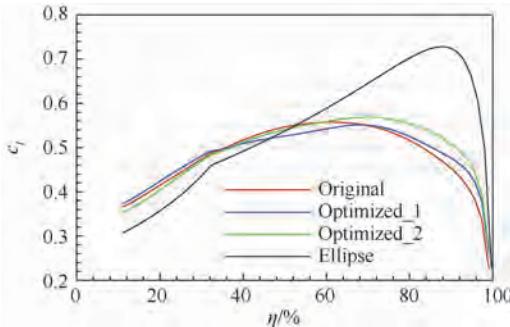


图 8 优化前后机翼展向升力系数分布 ( $C_L = 0.45$ )

Fig. 8 Spanwise lift coefficient distribution of wing before and after optimization ( $C_L = 0.45$ )

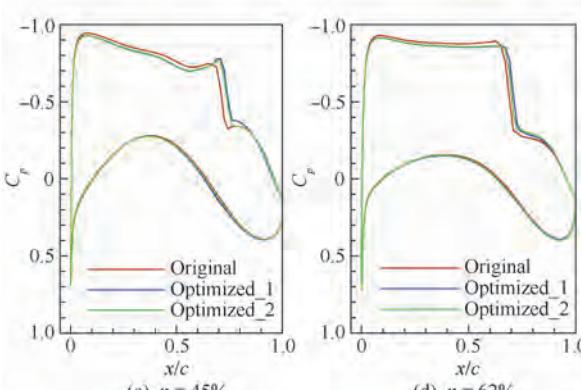
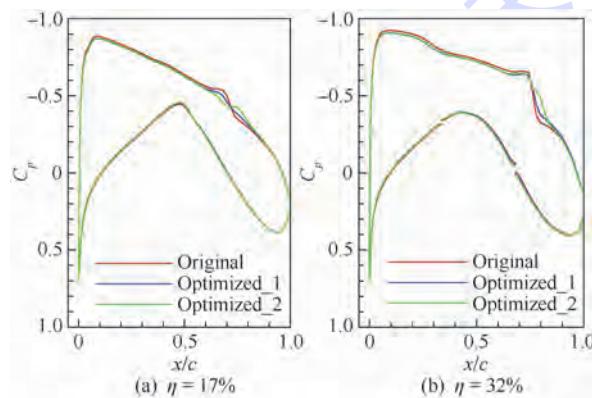


图 9 优化前后控制剖面压力系数分布对比 ( $C_L = 0.55$ )

Fig. 9 Comparison of control section pressure coefficient distribution before and after optimization ( $C_L = 0.55$ )

#### 4.3 减阻机理分析

对于  $C_L = 0.45$ , 当仅考虑外翼段后缘变弯时, 后缘上偏有利于激波阻力减小, 具体原因如下。当翼身组合体的升力系数小于设计点时, 来流迎角也随之减小, 上翼面头部附近的气流加速

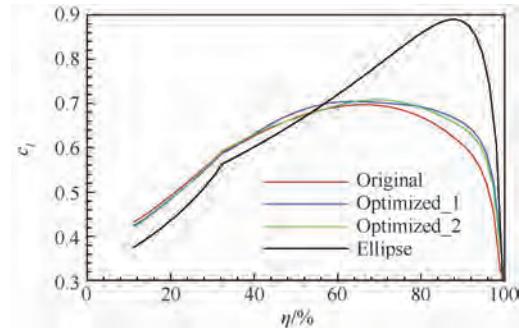


图 10 优化前后机翼展向升力系数分布 ( $C_L = 0.55$ )

Fig. 10 Spanwise lift coefficient distribution of wing before and after optimization ( $C_L = 0.55$ )

区变短, 使得气流的动能较小, 不足以维持超声速流动, 在翼面靠前的位置产生激波; 激波发生后, 剖面翼型曲率的增加使得气流再次加速并达到超声速, 进而产生了第 2 个激波, 且由于加速区较长使得第 2 个激波的强度较大(见图 7 初始构型压强分布)。在相同升力系数下, 向上偏转后缘, 机翼所需的来流迎角增加, 从而增加上翼面头部附近气流的动能, 使得第 1 个激波位置后移(见图 7), 进而减小激波后气流的加速区域; 另一方面, 向上偏转后缘使得剖面翼型上翼面在第 1 个激波后更加平坦(见图 11,  $y/c$  为剖面翼型法向的相对位置), 从而减缓了气流的二次加速(见图 12,  $z$  为剖面翼型法向的绝对位置)。因此对于小升力系数, 仅考虑外翼段后缘连续变弯度时, 向上偏转能够降低激波强度(见图 7 Optimized\_1 压力系数分布)。

与激波阻力不同的是, 在  $C_L = 0.45$  时外翼段后缘下偏使得机翼沿展向载荷外移, 更加接近最佳载荷分布, 有利于诱导阻力减小。因此, 当只考虑外翼段后缘变弯时, 对于小升力系数  $C_L = 0.45$ , 降低诱导阻力和降低激波阻力对后缘偏转方向的总体要求是相反的, 很难实现激波阻力和诱导阻力同时降低。

对于  $C_L = 0.45$ , 当同时考虑内外翼后缘连续变弯度时, 从翼根至翼梢后缘向上偏转的角度逐渐减小可以保证载荷外移, 以减小诱导阻力(见图 6 和图 8); 同时由于外翼段后缘向上偏转, 有利于降低二次激波的强度, 从而减小激波阻力(见图 6 和图 7)。因此, 同时考虑内外翼后缘连续变弯度时, 诱导阻力和激波阻力同时减小, 其减阻量较仅偏转外翼段后缘设计结果更为明显。可见, 在小升力系数下, 同时考虑内外翼后缘连续变弯度是必要的。

对于  $C_L = 0.55$ , 当仅考虑外翼段后缘连续变弯度时, 后缘下偏有利于激波阻力减小(见图 6)

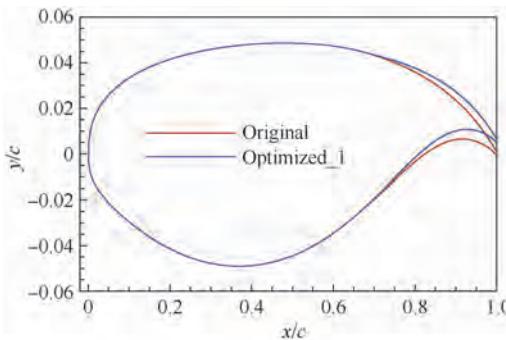


图 11 初始和 Optimized\_1 构型的 Section 5 剖面翼型对比 ( $C_L = 0.45$ )

Fig. 11 Comparison of Section 5 airfoil between Original and Optimized\_1 configurations ( $C_L = 0.45$ )

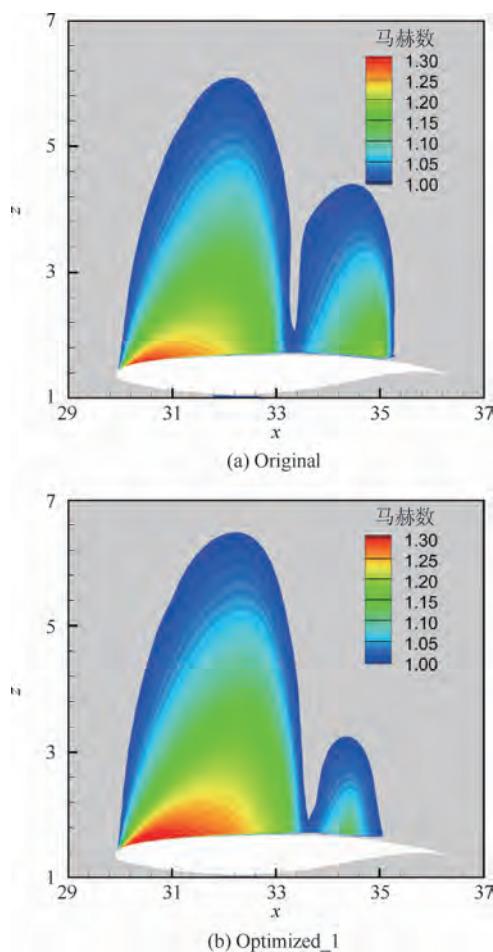


图 12 初始和 Optimized\_1 的 Section 5 展向位置处，  
马赫数大于 1 的空间分布云图对比 ( $C_L = 0.45$ )

Fig. 12 Comparison of Mach number (exceeding 1) spatial distribution contour of spanwise direction of Section 5 between Original and Optimized\_1 configurations ( $C_L = 0.45$ )

和图 9)。后缘下偏相当于增加机翼控制剖面翼型的后加载, 在相同的升力系数下降低了翼身组合体的迎角, 导致上翼面头部附近的气流加速区域减小, 进而降低负压峰值且上翼面激波之前维持一个较高的压力系数, 使得上翼面的激波强度

减弱(见图 9)。而外翼段后缘使载荷外移, 更加接近最佳载荷分布(见图 6 和图 10), 进而使诱导阻力降低。由此可见, 对于大升力系数, 有利于降低诱导阻力的后缘偏转方向和有利于降低激波阻力的偏转方向是相同的。

对于  $C_L = 0.55$ , 当同时考虑内外翼后缘连续变弯度时, 通过增加更多的自由度可以使阻力系数进一步降低, 但减小的幅度较小, 这主要有两方面原因: 初始构型内翼段的激波强度较小, 改善空间有限; 在大升力系数下, 仅外翼段后缘偏转就可以实现激波阻力和诱导阻力同时降低。

## 5 结 论

1) 后缘连续变弯度能够显著提高宽体客机翼身组合体非设计点的气动特性。

2) 升力系数小于设计升力系数时, 仅考虑外翼后缘连续变弯度时, 后缘下偏有利于降低诱导阻力, 后缘上偏有利于降低激波阻力, 优化中很难实现激波阻力和诱导阻力同时降低; 内外翼后缘均连续变弯度时, 诱导阻力和激波阻力同时减小, 减阻效果较前者更为明显。

3) 升力系数大于设计升力系数时, 仅考虑外翼后缘连续变弯度时, 后缘向下偏转, 激波阻力和诱导阻力同时减小; 内外翼后缘均连续变弯度时, 阻力略小于前者, 但不明显。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] RENEAUX J. Overview on drag reduction technologies for civil transport aircraft [C] // European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. Jyväskylä: University of Jyväskylä, 2004:7-24.
- [2] BRUNET M, LAFAGE R, AUBRY S, et al. The clean sky programme: Environmental benefits at aircraft level [C] // 15th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference. Reston: AIAA, 2015:6-22.
- [3] 陈迎春. C919 飞机空气动力设计 [J]. 航空科学技术, 2012 (5):10-13.
- CHEN Y C. C919 aircraft aerodynamic design [J]. Aeronautical Science & Technology, 2012 (5):10-13 (in Chinese).
- [4] URNES J, NGUYEN N, IPPOLITO C, et al. A mission adaptive variable camber flap control system to optimize high lift and cruise lift-to-drag ratios of future  $n+3$  transport aircraft [C] // 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting. Reston: AIAA, 2013: 1-7.
- [5] KOTA S. Shape control of adaptive structures using compliant mechanisms: AFRLSR-BL-TR-00-0125 [R]. Ann Arbor: Department of Mechanical Engineering and Applied Mechanics, 2000.
- [6] KERR-JIA L, KOTA S. Design of compliant mechanisms for morphing structure shapes [J]. Journal of Intelligent Material

Systems and Structures, 2003, 14(6):279-391.

- [ 7 ] MARQUES M, GAMBOA P, ANDRADE E. Design of a variable camber flap for minimum drag and improved energy efficiency [ C ] // 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston: AIAA, 2009:1-19.

- [ 8 ] DE GASPARI A, RICCI S, ANTUNES A, et al. Application of active camber morphing concept to a regional aircraft [ C ] // 22nd AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference. Reston: AIAA, 2014:1-13.

- [ 9 ] YOKOZEKI T, SUGIURA A. Development and wind tunnel test of variable camber morphing wing: AIAA-2014-1261 [ R ]. Reston: AIAA, 2014.

- [ 10 ] KAUL U K, NGUYEN N T. Drag optimization study of variable camber continuous trailing edge flap using overflow: AIAA-2014-2444 [ R ]. Reston: AIAA, 2014.

- [ 11 ] LYU Z J, MARTINS J R R A. Aerodynamic shape optimization of an adaptive morphing trailing-edge wing [ J ]. Journal of Aircraft, 2015, 52(6):1951-1970.

- [ 12 ] 王婷,王帮峰,芦吉云,等.一种拓扑优化方法在机翼可变后缘中的研究 [ J ]. 机械科学与技术, 2011, 30(1):1660-1663.  
WANG T, WANG B F, LU J Y, et al. The study of a topological optimization method on the adaptive wing's trailing edge [ J ]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011, 30(1):1660-1663 (in Chinese).

- [ 13 ] 尹维龙,石庆华,田冬奎. 变体后缘的索网传动机构设计与分析 [ J ]. 航空学报, 2013, 34(8):1824-1831.

YIN W L, SHI Q H, TIAN D K. Design and analysis of transmission mechanism with cable networks for morphing trailing edge [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(8):1824-1831 (in Chinese).

- [ 14 ] 陈钱,白鹏,尹维龙,等. 可连续光滑偏转后缘的变弯度翼型气动特性分析 [ J ]. 空气动力学报, 2010, 28(1):46-53.

CHEN Q, BAI P, YIN W L, et al. Analysis on the aerodynamic characteristics of variable camber airfoils with continuous

smooth morphing trailing edge [ J ]. Acta Aerodynamica Sinica, 2010, 28(1):46-53 (in Chinese).

- [ 15 ] 郭同彪,白俊强,杨体浩. 后缘连续变弯对跨音速翼型气动特性影响研究 [ J ]. 航空学报, 2016, 37(2):513-521.

GUO T B, BAI J Q, YANG T H. The influence investigation of continuous trailing-edge variable camber on the aerodynamic characteristics of transonic airfoils [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(2):513-521 (in Chinese).

- [ 16 ] 梁煜,单肖文. 大型民机翼型变弯度气动特性分析与优化设计 [ J ]. 航空学报, 2016, 37(3):790-798.

LIANG Y, SHAN X W. Aerodynamic analysis and optimization design for variable camber airfoil of civil transport jet [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(3):790-798 (in Chinese).

- [ 17 ] SEDERBERG T W, PARRY S R. Free-form deformation of solid geometric models [ J ]. Computer Graphics, 1986, 20(4):151-160.

- [ 18 ] JOHNSON F T, TINOCO E N, YU N J. Thirty years of development and application of CFD at Boeing commercial airplanes, seattle [ J ]. Computers & Fluids, 2005, 34(10):1115-1151.

- [ 19 ] LEVY D W, LAFLIN K R, TINOCO E N, et al. Summary of data from the fifth computational fluid dynamics drag prediction workshop [ J ]. Journal of Aircraft, 2014, 51(4):1194-1213.

- [ 20 ] BOER A D, SCHOOT V D, BIJL H. Mesh deformation based on radial basis function interpolation [ J ]. Computers & Structures, 2007, 85(11-14):784-795.

#### 作者简介:

郭同彪 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器气动优化设计、气动弹性分析。

白俊强 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器气动优化设计、飞行器综合应用研究、计算流体力学。

# Influence of continuous trailing-edge variable camber wing on aerodynamic characteristics of airliner

GUO Tongbiao, BAI Junqiang\*, YANG Yixiong

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** The continuous trailing-edge variable camber wing has a potential in improving the aerodynamic characteristics of the airliner, and is widely concerned recently. Based on the optimization design system constructed in this paper, the influence of continuous trailing-edge variable camber wing on the aerodynamic characteristics of the airliner wing-body configuration is presented. First, the free form deformation (FFD) technique is used to accomplish the parameterization of the continuous trailing-edge variable camber wing. Then, based on the RANS equation solver, the trailing-edge variable camber wing optimizations are carried out to reduce aerodynamic drag of the wing-body configuration around the design lift coefficients. Finally, the difference of the optimization design results by considering the trailing-edge deflection of the outboard wing and the whole wing is explored. The optimization results show that when the lift coefficient is lower than the design lift coefficient and only the deflection of outboard wing trailing-edge is considered, the favorable deflection direction to reduce the induced drag and wave drag is opposite, and it is difficult to reduce them simultaneously; when the deflection of inboard wing is also considered, the drag reduction quantity is much larger than that of the former optimization; when the lift coefficient exceeds the design lift coefficient, the trailing-edge deflection of both the outboard wing and the whole wing can reduce the wave drag and induced drag simultaneously, and their drag reduction quantity is almost the same.

**Keywords:** continuous trailing-edge variable camber; wing-body configuration; aerodynamic optimization design; wave drag; induced drag

**Received:** 2016-07-07; **Accepted:** 2016-09-02; **Published online:** 2016-10-19 08:41

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161019.0841.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161019.0841.001.html)

**Foundation item:** National Basic Research Program of China (2014CB744800)

\* **Corresponding author.** E-mail: junqiang@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0584

# 菱形连翼布局俯仰力矩非线性特性数值分析

孙俊磊<sup>1</sup>, 王和平<sup>1,\*</sup>, 周洲<sup>1</sup>, 汪子义<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072; 2. 北京机电工程研究所, 北京 100074)

全文  
下载

**摘要:** 采用数值模拟和理论分析相结合的方法, 对高空长航时(HALE)菱形连翼布局无人机(UAV)的俯仰力矩非线性特性进行了研究。研究结果显示菱形连翼布局飞机具有2个明显的俯仰力矩非线性区域并存在上仰现象。通过采用湍动能来表示后翼受前翼尾流直接扫掠而导致的流场结构改变的强度和影响范围来解释其中一个俯仰力矩非线性区域出现的原因。通过分析前后翼流场分离的特性来解释出现另一个俯仰力矩非线性区域和力矩上仰的原因。研究了总体布局参数变化对菱形连翼布局无人机俯仰力矩特性的影响, 结果显示通过调整总体布局参数可以有效地缓解俯仰力矩特性曲线非线性对飞行性能带来的影响。

**关键词:** 高空长航时(HALE); 菱形连翼布局; 数值模拟; 俯仰力矩特性; 总体参数

**中图分类号:** V221<sup>+</sup>.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1567-10

菱形连翼布局飞机的机翼由前翼和后翼组成。由于从俯视或正视来看, 飞机的翼面都构成一个菱形外形, 因此命名为菱形连翼布局飞机, 有些文献称其为连翼布局(joined-wing)飞机或盒式翼布局飞机。菱形连翼布局飞机与常规布局相比具有多种优点, 如: 重量轻, 刚度大, 诱导阻力小, 跨音速面积分布好, 最大配平升力系数高, 浸润面积小, 具有直接升力和直接侧力控制能力, 稳定性和操纵性好等。特别是其具有的全向探测能力使其成为未来高空长航时(HALE)探测无人机最有希望的候选布局形式之一。

自20世纪70年代, 美国的Wolkovitch<sup>[1]</sup>提出了连翼布局飞机的概念并进行了气动及结构分析以来, 国外已对菱形连翼布局飞机进行了大量的研究并进行了风洞试验<sup>[2-7]</sup>, 特别是在美国提出传感器飞机计划以后, 菱形连翼布局的研究又出现了一个新的高潮<sup>[8-13]</sup>。在国内, 菱形连翼布

局的研究范围和深度也不断提高<sup>[14-18]</sup>。李光里等<sup>[19]</sup>对菱形连翼飞机低速气动特性进行了风洞实验研究; 王延奎等<sup>[20]</sup>针对菱形连翼布局俯仰力矩非线性变化特征进行了数值模拟等, 但这些研究对高空长航时菱形连翼布局飞机的俯仰力矩非线性特性的产生机理缺乏深入的研究。

本文采用数值模拟的方法对高空长航时菱形连翼布局无人机的俯仰力矩非线性特性产生的原因、前后翼流动特性及布局参数变化对俯仰力矩非线性的影响进行研究, 为菱形连翼布局无人机的工程设计提供理论依据。

## 1 数值模拟方法简述及算例

本文数值模拟采用流动雷诺平均 Navier-Stokes 方程(RANS)方法, 采用的湍流模型为  $k-\omega$ -SST 模型, 该模型使用间隙因子来修正 K 方程中的生成项、破坏项和混合函数, 适合于有逆压梯度

收稿日期: 2016-07-07; 录用日期: 2016-10-14; 网络出版时间: 2016-11-14 09:08

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0908.005.html

基金项目: 民机专项(MIE-2015-F-009); 陕西省科技统筹(2015KTCQ01-78)

\* 通讯作者: E-mail: wangheping@nwpu.edu.cn

引用格式: 孙俊磊, 王和平, 周洲, 等. 菱形连翼布局俯仰力矩非线性特性数值分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1567-1576.

SUN J L, WANG H P, ZHOU Z, et al. Numerical analysis of pitching moment non-linear characteristics of diamond joined-wing configuration [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1567-1576 (in Chinese).

的流动计算。其耦合方程如下：

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho \kappa}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho u_j \kappa - (\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] = \\ \tau_{ij} S_{ij} - \beta \rho \omega \kappa \\ \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho u_j \omega - (\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] = \\ a \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} S_{ij} - \beta \rho \omega^2 \end{cases}$$

式中： $t$  为时间； $x_j$  为时均距离； $u_j$  为时均速度； $\mu$  为黏性； $\sigma$  为 Prandtl 数； $\beta$  为热膨胀系数； $a$  为声速； $\mu_t$  为涡黏性； $S_{ij}$  为平均速度应变率张量； $\rho$  为流体密度； $\kappa$  为湍动能； $\omega$  为比耗散率； $\tau_{ij}$  为雷诺应力的涡黏性。

为验证本文使用的数值模拟方法适用于亚跨声速流动的计算,结合菱形连翼布局飞机的特点和设计状态,选择变后掠 AFV-D 机翼作为计算模型<sup>[21]</sup>,采用上述数值模拟方法,网格数为 204 万,并保证壁面第 1 层网格的  $y^+ \approx 1$ ,分别选取如图 1 所示 2 个状态作为数值模拟方法的验证算例, $Y$  为截面距对称面的距离, $b$  为半展长。

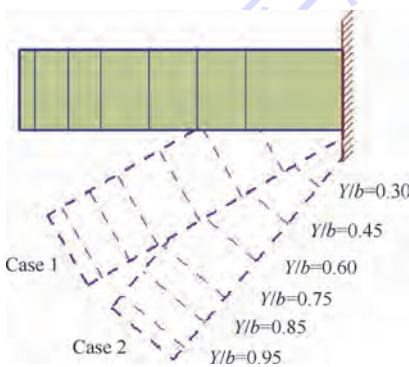


图 1 AFV-D 机翼不同后掠角下展向截面位置示意图

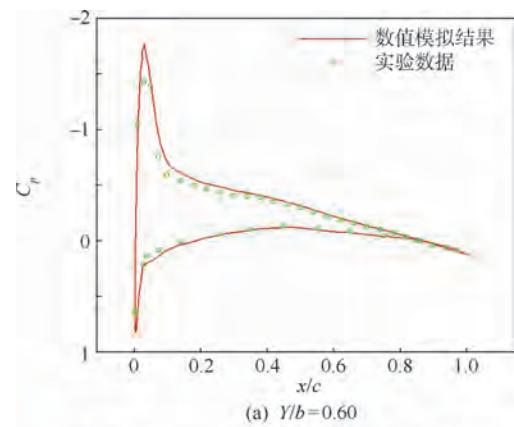
Fig. 1 Schematic of spanwise cross-sectional position of AFV-D wing at different backswept

1) Case 1: 后掠角  $30^\circ$ , 马赫数 0.7, 雷诺数  $2.5 \times 10^6$ , 迎角  $\alpha = 4^\circ$ 。

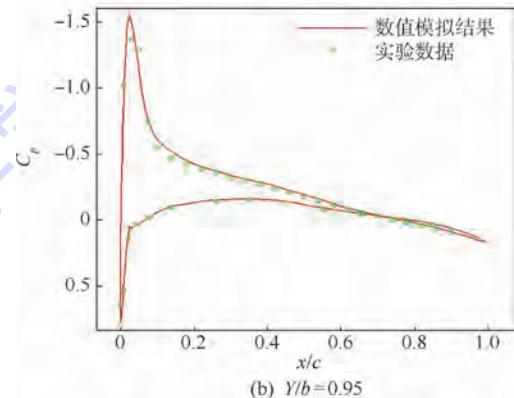
2) Case 2: 后掠角  $50^\circ$ , 马赫数 0.7, 雷诺数  $2.5 \times 10^6$ , 迎角  $\alpha = 6^\circ$ 。

计算得到表面压力系数分布与实验数据的对比图。图 2 和图 3 为截面数值模拟的压力系数( $C_p$ )分布与实验数据的对比图,其中  $x/c$  为相对弦长。

通过对 AFV-D 机翼的数值模拟计算结果与实验数据的对比可以看到,计算结果与实验值吻合良好,模拟方法可以用于对高空长航时菱形连翼布局飞机的数值计算。



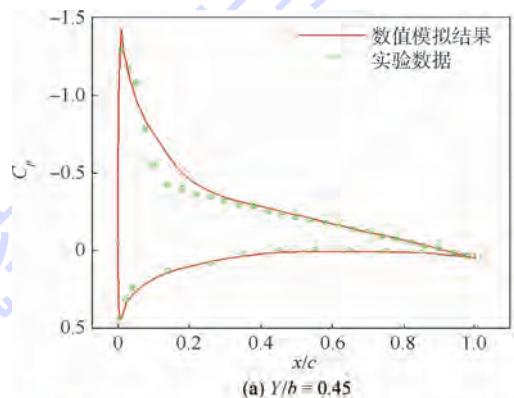
(a)  $Y/b = 0.60$



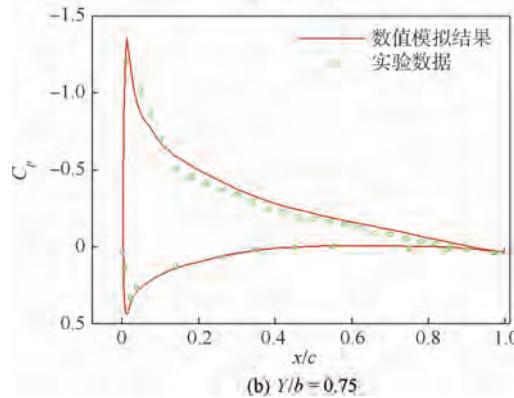
(b)  $Y/b = 0.95$

图 2 Case 1 不同截面处压力系数分布与实验数据对比

Fig. 2 Case 1 pressure coefficient distribution at different sections compared with experimental data



(a)  $Y/b = 0.45$



(b)  $Y/b = 0.75$

图 3 Case 2 不同截面处压力系数分布与实验数据对比

Fig. 3 Case 2 pressure coefficient distribution at different sections compared with experimental data

## 2 计算模型与网格生成

菱形连翼布局无人机的初始构型 Model 1 由前翼和后翼组成,前翼后掠  $45^\circ$ ,后翼前掠  $45^\circ$ ,两翼在翼尖处连接,采用平列式布置,无上反角和安装角。其展长为  $36.21\text{ m}$ ,机翼弦长为  $3.168\text{ m}$ ,翼型使用 NACA64A615 层流翼型,对菱形连翼初始构型生成多块结构网格,网格数为  $272 \times 145 \times 102$ ,保证壁面第 1 层网格的  $y^+ \approx 1$ ,由于飞机布局为菱形连翼,存在前后 2 个机翼,定义的参考弦长为前后 2 个机翼的弦长之和,为确保计算结果的可靠性,其远场大于 60 倍机翼定义弦长,其半模结构网格示意图如图 4 所示。



图 4 Model 1 网格示意图

Fig. 4 Schematic of grid of Model 1

## 3 高空长航时菱形连翼布局无人机俯仰力矩非线性特性分析

### 3.1 俯仰力矩特性的数值模拟结果

菱形连翼布局无人机设计巡航马赫数为 0.6,巡航高度  $20\text{ km}$ ,Model 1 模型飞机俯仰力矩系数  $C_m$  的数值模拟曲线如图 5 所示,下标 Dia 表示全机。

从计算结果上看在迎角  $\alpha = -4^\circ \sim 0^\circ$  范围内,随着迎角的增加俯仰力矩系数基本呈线性减少趋势,而在  $\alpha = 0^\circ \sim 4^\circ$  之间时,菱形连翼布局

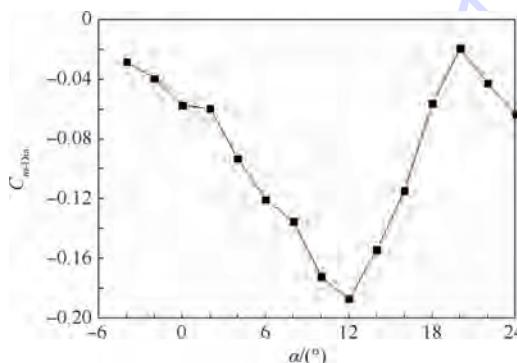


图 5 Model 1 俯仰力矩特性曲线

Fig. 5 Pitching moment characteristic curve of Model 1

的飞机的俯仰力矩系数呈现先上扬后下降的非线性特征, $\alpha = 4^\circ \sim 12^\circ$  范围内随着迎角的增加俯仰力矩系数基本呈线性减少的趋势,但其在  $\alpha = 8^\circ$  附近仍出现了小幅上扬的情况。当  $\alpha > 12^\circ$  时,俯仰力矩系数随着迎角的增大线性上升,菱形连翼布局飞机的俯仰力矩随迎角的变化表现出很强的非线性特性。为便于区分,对俯仰力矩特性曲线上出现的先上扬后下降的现象称为“上扬”,对于曲线上出现的上仰后不再下降的现象参考后掠翼称为“上仰”。

图 6 为菱形连翼布局飞机和其前后翼随迎角增大时的焦点位置变化图,下标 Frt 和 Aft 分别表示前翼和后翼。其横坐标值代表参考范围,例如在  $\alpha = 1^\circ$  时的值代表在  $\alpha = 0^\circ \sim 2^\circ$  时前后翼焦点的位置。纵坐标值  $y$  代表焦点距离无人机前缘的位置。从图 6 可以看到随着迎角的增大,菱形连翼布局飞机的焦点位置不断振荡但基本上在一个较小的范围内移动,但前后翼的焦点位置的移动范围在较大迎角时明显大于全机的移动范围。

图 7 为前后翼焦点的坐标位置离全机焦点

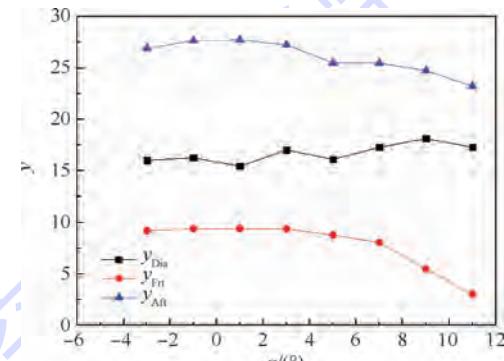


图 6 前后翼及全机焦点位置变化

Fig. 6 Change of focus positions of frt-wing, aft-wing and aircraft

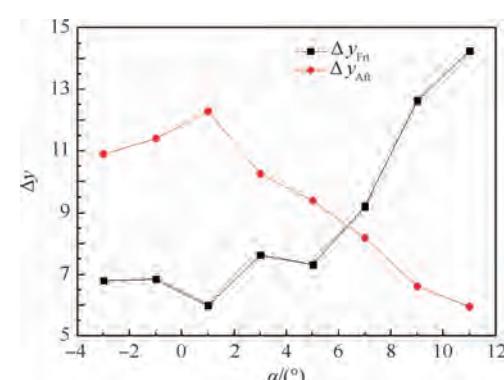


图 7 前后翼焦点位置距全机焦点距离变化

Fig. 7 Change of distance between frt-wing's and aft-wing's focus position and aircraft's focus position

坐标位置的距离,  $\Delta y$  为前后翼焦点距全机焦点的位置。观察图 7 可以看到, 在  $\alpha < 8^\circ$  时, 后翼焦点的位置距全机焦点位置的距离大于前翼焦点的位置距全机焦点位置, 并在  $\alpha = 0^\circ \sim 2^\circ$  范围内出现一个极大值。在  $\alpha > 8^\circ$  以后, 前翼的焦点位置距全机焦点的位置有较大的增加, 前翼绕焦点的力臂开始大于后翼。

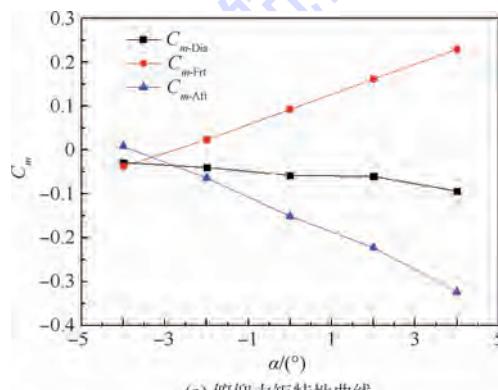
### 3.2 俯仰力矩非线性变化的流动机理

观察全机俯仰力矩系数非线性情况较为严重的区域, 选择  $\alpha = 2^\circ$  和  $\alpha = 8^\circ$  附近进行流动机理分析并研究全机俯仰力矩出现上仰的原因。

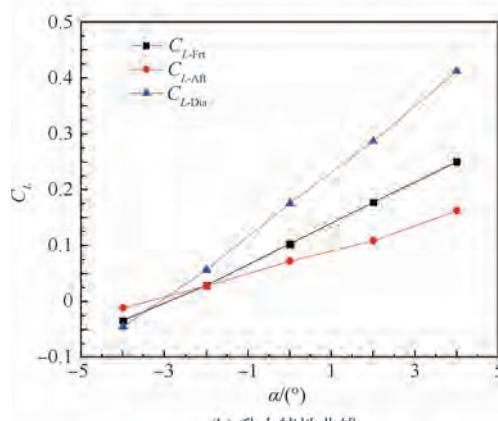
#### 3.2.1 $\alpha = 2^\circ$ 附近出现俯仰力矩非线性现象

图 8(a) 和图 8(b) 分别为在  $\alpha = -4^\circ \sim 4^\circ$  时前后翼和全机俯仰力矩特性和升力特性的变化曲线,  $C_L$  为升力系数。由于观察图 8 不特别直观, 因此分别对前后翼在  $\alpha = 0^\circ$  和  $\alpha = 4^\circ$  获得数值模拟数据进行线性插值获得  $\alpha = 2^\circ$  时的差值数据与其通过数值模拟获得的数据进行对比获得表 1。

从图 8(a) 和表 1 中可以看出前翼的俯仰力矩特性曲线在  $\alpha = -4^\circ \sim 4^\circ$  之间呈线性增加的趋势。后翼的俯仰力矩曲线在  $\alpha = 2^\circ$  附近线性差



(a) 俯仰力矩特性曲线



(b) 升力特性曲线

图 8  $\alpha = 2^\circ$  附近俯仰力矩特性曲线及升力特性曲线Fig. 8 Pitching moment characteristic curves and lift characteristic curves near  $\alpha = 2^\circ$ 

表 1 插值数据与数值模拟数据对比

Table 1 Comparison between interpolation data and numerical simulation data

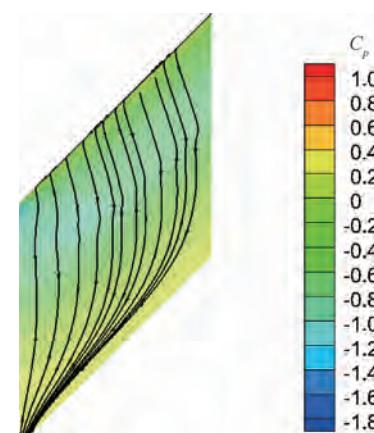
位置	插值数据	数值模拟数据	偏差/%
前翼	0.161 45	0.162 38	0.57
后翼	-0.237 6	-0.221 8	7.12

值数据与数值模拟数据之间的插值超过 7%, 出现非线性上扬特性。全机俯仰力矩系数出现非线性的原因主要是由于后翼在  $\alpha = 2^\circ$  周围的俯仰力矩曲线的非线性所引起的。从图 8(b) 中可以看出前翼的升力特性曲线在  $\alpha = -4^\circ \sim 4^\circ$  之间呈线性增加, 这是导致前翼的俯仰力矩曲线在  $\alpha = -4^\circ \sim 4^\circ$  这一范围内呈线性的主要原因。后翼的升力特性曲线在  $\alpha = 2^\circ$  附近时出现明显的气动效率降低的情况, 这直接导致后翼在  $\alpha = 2^\circ$  附近俯仰力矩曲线的非线性, 由于后翼的焦点位置距离参考点的位置较远, 后翼气动效率的少量降低就会导致全机俯仰力矩系数曲线产生较为严重的非线性特征。

后翼为前掠翼, 其分离首先出现在翼根处。图 9 为  $\alpha = 2^\circ$  附近后翼翼根处的极限流线分布图, 可以发现虽然由于较大的前掠角导致极限流线具有明显的沿展向流动的特征, 但在  $\alpha = 2^\circ$  时后翼上的极限流线仍为沿来流方向的附着流, 流动分离可以忽略不计, 后翼的气动效率降低并不是由于流动分离引起的。

选取如图 10 所示位置对菱形连翼布局飞机进行切面分析, 其截面的位置的展向长度为 9.068 m ( $2Y/b = 0.5$ ), 13 m ( $2Y/b = 0.717$ ), 14.5 m ( $2Y/b = 0.8$ )。

参考直升机旋翼流场分析方法, 图 11 用湍动能  $\kappa$  来表示尾涡结构的强度和影响范围。湍动能可以显示流场的紊乱程度, 湍量越大, 对应的湍流

图 9  $\alpha = 2^\circ$  附近的后翼翼根处极限流线分布Fig. 9 Limit streamline distribution of aft-wing root near  $\alpha = 2^\circ$

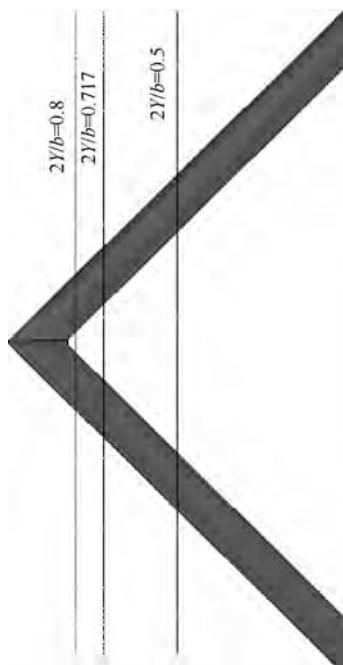
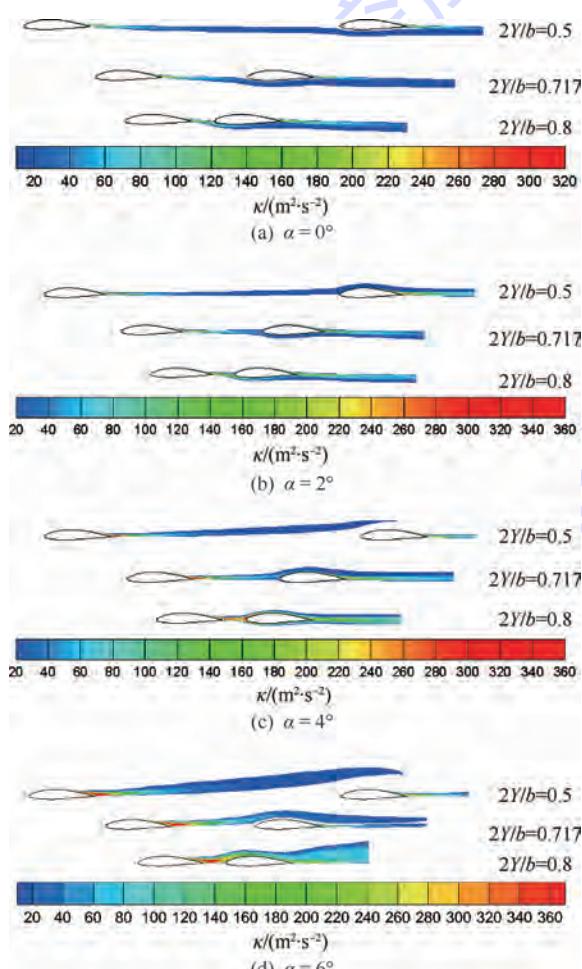


图 10 截面位置

Fig. 10 Sectional position

图 11  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ$  时的湍动能Fig. 11 Turbulent kinetic energy at  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ$ 

强度也越大, 则该区域的湍动能也越大。气流流过前翼后会产生一个含有较大湍动能的尾流区, 在  $\alpha = 0^\circ$  时, 前翼的尾流从后翼的下表面流过, 其尾涡的强度并不大, 此时前翼对后翼的影响主要是前翼对气流的偏折导致后翼有效迎角的减少。随着迎角的增加, 前翼环量增大, 尾涡强度增大的同时下洗最强区向上方移动, 最终在  $\alpha = 2^\circ$  附近时前翼的尾流直接流经后翼的表面, 前翼尾流与后翼边界层掺混, 破坏了后翼的流场结构, 同时可以看到这种流场结构变化几乎影响了后翼超过 30% 的展向区域, 使后翼升力特性急剧减小。

当迎角继续增大到  $\alpha = 4^\circ$  时, 虽然尾流区的强度有所增大, 但其下洗最强区继续上移, 在  $2Y/b = 0.717$  处对后翼的表面边界层结构的影响已经较小, 虽然在  $2Y/b = 0.8$  处前翼产生的湍流仍然覆盖着后翼, 但影响的展向区域已经大幅缩小, 其升力特性得以恢复。当  $\alpha$  增大到  $6^\circ$  时, 前翼产生的尾迹区的大部分已基本从后翼上方掠过, 不再影响后翼的流场结构。

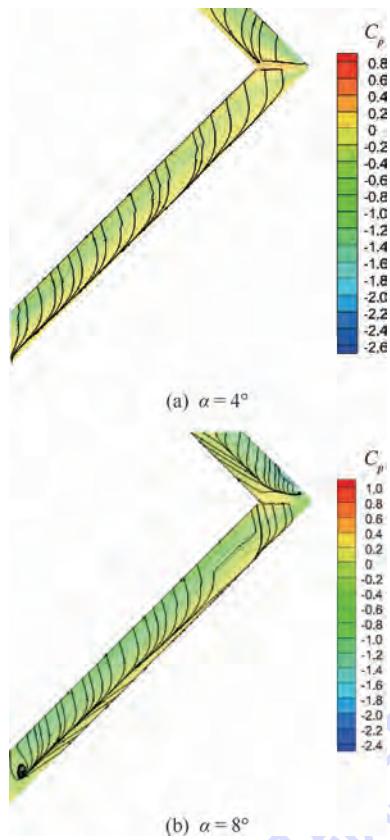
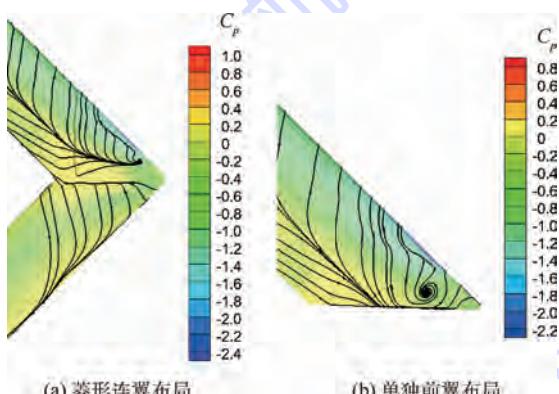
### 3.2.2 $\alpha = 8^\circ$ 附近出现俯仰力矩非线性现象

在  $\alpha = 4^\circ \sim 12^\circ$  范围内菱形连翼布局飞机的俯仰力矩特性曲线出现非线性变化的特征, 其在  $\alpha = 8^\circ$  附近再次出现先上扬后下降的俯仰力矩非线性特征。通过分析在这一迎角附近的俯仰力矩特性受以下 4 种因素的影响:

1) 前翼流动分离的影响。对比  $\alpha = 4^\circ$  和  $\alpha = 8^\circ$  极限流线分布图(图 12(a)和图 12(b))可以看到, 在  $\alpha = 8^\circ$  附近时, 前翼外侧后缘已经开始发生分离, 随着迎角的增大分离区域沿展向和弦向分别向内侧和前缘方向扩展, 前翼的气动效率降低, 此时的前翼外侧后缘的位置位于重心之后, 失速导致全机抬头力矩少量增加。随着迎角的增大, 前翼外侧后缘的分离区域扩大并越过焦点位置, 前翼对全机低头力矩的增加的起主要的作用。

2) 翼尖分离的影响。对比图 13 可以看到对于单独前翼, 在  $\alpha = 8^\circ$  附近发生明显的翼尖分离, 产生了翼尖分离漩涡。翼尖失速导致的升力减少会增大抬头力矩, 然而对于菱形连翼布局飞机, 由于后翼为前掠翼, 其具有将前翼边界层向翼根输送的能力<sup>[19]</sup>, 因此菱形连翼翼尖分离的范围要明显小于单独前翼, 且分离强度也较小, 只在翼尖部分形成了一个强度较小分离螺旋点。

3) 前翼尾流的影响。在  $\alpha = 8^\circ$  附近时, 前翼的尾流已经几乎不再影响后翼的表面流场结构, 其对气流的偏折作用也在降低, 这导致后翼的气动特性恢复, 全机的低头力矩增加。

图 12  $\alpha = 4^\circ, 8^\circ$  的极限流线Fig. 12 Limit streamlines at  $\alpha = 4^\circ, 8^\circ$ 

(a) 菱形连翼布局

(b) 单独前翼布局

图 13  $\alpha = 8^\circ$  时菱形连翼布局和单独前翼布局的翼尖分离Fig. 13 Wingtip separation of diamond joined-wing configuration and separate front-wing configuration at  $\alpha = 8^\circ$ 

4) 后翼流动分离的影响。由于后翼的前掠角较大,虽然在其绝大部分区域的流动沿来流方向呈现附着流状态,但随着迎角的增加,前掠翼的展向流动向翼根处堆积并在后翼与机身连接处中部形成分离漩涡区。后翼分离线随着迎角的增大继续向后翼前缘和翼尖方向移动并产生一个分离旋涡并扩展到几乎整个外翼上表面。

在这 4 个影响因素中,由于前翼后缘分离的位置距全机焦点位置较近,前翼的流动分离导致

的升力特性减小较为和缓,升力的少量损失不至于影响全机的俯仰力矩特性,翼尖分离会导致抬头力矩的增加,但由于菱形连翼布局飞机的翼尖分离强度较小且距焦点位置相对较近,因此其能提供的抬头力矩增量也相对有限。而前翼尾流的影响在  $\alpha = 4^\circ$  时已经较小,在  $\alpha = 8^\circ$  时其影响会进一步降低,对全机俯仰力矩变化的贡献也较小,而后翼翼根位置距全机的焦点距离较远,其后翼翼根分离导致的升力下降是这一迎角附近俯仰力矩变化的主要原因。

### 3.2.3 $\alpha = 12^\circ$ 附近出现俯仰力矩上仰现象

菱形连翼布局飞机与后掠翼布局类似也存在明显的俯仰力矩“上仰”问题,当  $\alpha > 12^\circ$  以后,俯仰力矩发生不稳定的转折,因此上仰限制了菱形连翼飞机的使用迎角,为防止产生俯仰失控情况的发生,虽然菱形连翼布局飞机具有极佳的失速性能,但仍然需要控制其使用迎角或采取其他的措施以提高菱形连翼布局飞机的大迎角使用特性。

高空长航时菱形连翼布局无人机在  $\alpha = 8^\circ$  附近出现上扬现象后并未出现全机上仰的情况,其主要原因是由于随着迎角的增大,前翼与后翼均出现流动分离现象,且其流动分离的范围均在扩大,在这种状态下,全机的俯仰力矩由前后翼共同提供,当迎角继续增大时,前翼的失速范围扩大,并越过参考点的位置,这样前翼失速由提供少量的抬头力矩而变成提供低头力矩。而后翼在前翼下洗的影响下其流动分离的区域要小于前翼流动分离的区域,前翼先于后翼失速。这导致全机低头力矩的增加,由于前翼的气动效率较高,因此在此阶段前翼失速对全机低头力矩的贡献仍能保证全机俯仰力矩在  $\alpha = 8^\circ$  附近小幅上扬后再次恢复纵向静稳定性,甚至可能提高菱形连翼布局的纵向静稳定裕度。随着迎角的继续增加,当迎角增大到  $12^\circ$  以上时后翼也几乎完全失速,其所能提供的低头力矩急剧减少,全机俯仰力矩特性曲线急剧上仰。

## 4 高空长航时菱形连翼布局无人机总体布局参数的设计

由于高空长航时菱形连翼布局无人机的俯仰力矩特性曲线具有非线性的问题,严重影响了其实际的应用。通过研究,菱形连翼布局无人机俯仰力矩特性曲线出现非线性特征的主要原因是由于前后翼流动特性耦合产生的,前后翼总体参数的变化会直接影响全机的俯仰力矩特性,因此通过

改变前后翼总体参数来研究全机俯仰力矩曲线特性曲线变化的趋势可以更好地了解菱形连翼布局无人机俯仰力矩特性变化的规律。为使研究具有可比性, 在对总体参数进行变化时, 保持菱形连翼布局的展长和沿来流方向的弦长不变, 通过在初始构型的基础上调整前后翼之间的掠角来改变菱形连翼布局翼间距, 通过在初始构型的基础上调整前后翼之间的反角来改变翼夹角, 并研究这些参数改变对菱形连翼布局俯仰力矩特性的影响。如图 14 所示为前后翼需要进行调整的参数示意图。图中:  $\Lambda_{\text{Fr}}$  和  $\Lambda_{\text{Af}}$  分别为需要进行调整的前后翼的后掠角和前掠角,  $\Gamma_{\text{Fr}}$  和  $\Gamma_{\text{Af}}$  分别为需要进行调整的前后翼的上反角。

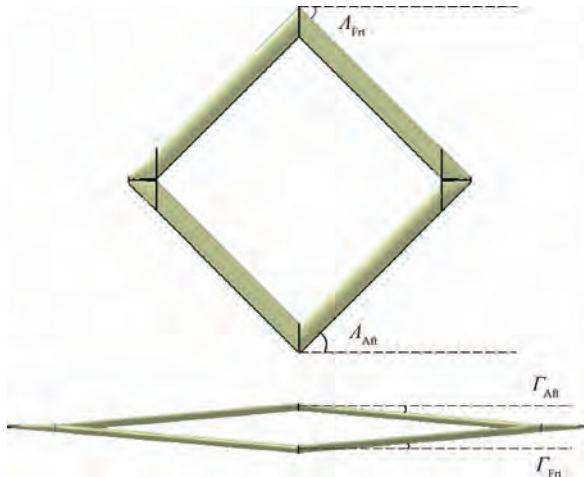


图 14 需调整参数示意图

Fig. 14 Schematic of parameters to be adjusted

#### 4.1 翼间距的影响

如图 15 所示为改变翼间距对菱形连翼俯仰力矩特性的影响, 将前后翼的掠角分别变为 30° 获得 Model 2; 保持前翼参数不变, 后翼前掠角变为 30° 获得 Model 3; 保持后翼不变, 前翼后掠角

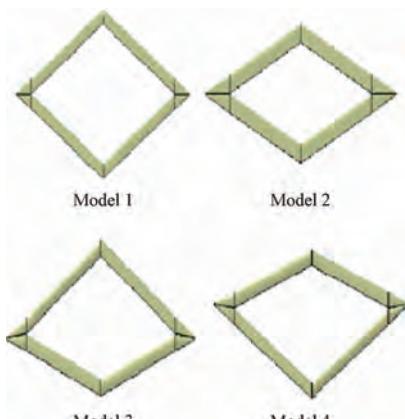


图 15 改变翼间距的菱形连翼无人机布局

Fig. 15 Diamond joined-wing UAV configuration with changing distance between wings

变为 30° 获得 Model 4。数值模拟获得俯仰力矩特性曲线如图 16 所示。

图 16 为改变翼间距情况下的菱形连翼无人机俯仰力矩特性曲线, 图中  $\Lambda$ -XX°-XX° 前后的 XX 分别为模型的前翼的后掠角  $\Lambda_{\text{Fr}}$  和后翼的前掠角  $\Lambda_{\text{Af}}$ 。对比俯仰力矩特性曲线, 4 个模型均在  $\alpha = 2^\circ$  附近出现力矩上扬后恢复的阶段, 说明菱形连翼布局飞机前翼尾流对后翼的直接扫掠导致的后翼升力特性的减少不可能通过改变翼间距来消除。相比于 Model 1, 其余 3 个模型的翼间距都有所减小, 其耦合的气动干扰更加严重, 因此在  $\alpha = 8^\circ$  附近的俯仰力矩上扬也较 Model 1 要严重。Model 2 和 Model 3 的上扬程度明显大于 Model 1 和 Model 4 的情况, 这是由于 Model 2 和 Model 3 的后翼的前掠角比 Model 1 和 Model 4 的前掠角小, 后翼的气动效率较高, 其翼根失速导致的升力减少量更大, 其导致全机的上扬更加严重。

对比 Model 1 和 Model 4 在上仰附近的俯仰力矩特性曲线可以发现 Model 4 的上仰时的迎角要大于 Model 1, 这主要是由于全机的俯仰力矩由前后翼共同提供, 当前翼的后掠角减小时, 其气动效率增加, 其对后翼的下洗作用也在增强, 这导致在同一迎角下 Model 4 后翼的失速范围要小于 Model 1 的后翼, 因此力矩上仰的迎角后延且上仰幅度较小。Model 2 与 Model 3 有相同的后翼, 其后翼分离的迎角主要与后翼特性和受前翼下洗的共同作用有关, 对比曲线可以看到 Model 2 与 Model 3 都在  $\alpha = 14^\circ$  左右上仰, 但 Model 2 的上仰幅度远小于 Model 3 的上仰幅度, 这主要是由于模型的后翼前掠角较小, 其气动效率较高, 后翼的

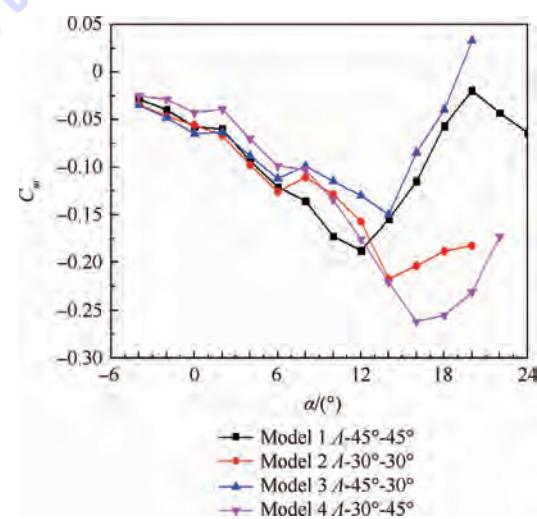


图 16 翼间距影响的俯仰力矩特性曲线

Fig. 16 Pitching moment characteristic curves influenced by distance between wings

分离特性对力矩上仰的贡献较大。同时由于 Model 2 前翼气动效率较高且距离后翼较近, 其对后翼的下洗影响较大, 因此在力矩上仰后其上仰幅度小于 Model 3。

## 4.2 翼夹角的影响

为研究翼夹角的影响, 在 Model 1 的基础上, 前翼下反 5°, 后翼上反 5° 获得翼夹角为 10° 的正交错布局 Model 5; 前翼下反 10°, 后翼上反 10° 获得翼夹角为 20° 正交错布局 Model 6; 前翼上反 5°, 后翼下反 5° 获得翼夹角为 10° 的负交错布局 Model 7; 前翼上反 10°, 后翼下反 10° 获得翼夹角为 20° 的负交错布局 Model 8(见图 17)。数值模拟获得俯仰力矩特性曲线如图 18 所示。

图 18 为改变翼夹情况下的菱形连翼无人机俯仰力矩特性曲线, 图中  $\Gamma_{\text{Front}}-\Gamma_{\text{Aft}}$  前后的 XX 分别为模型的前翼和后翼的上反角  $\Gamma_{\text{Front}}$  和  $\Gamma_{\text{Aft}}$ , 其中下反为负。

图 19 为 Model 5、Model 6 在  $\alpha = -4^\circ, 2Y/b = 0.5$  时湍动能分布, 对于 Model 5、Model 6 这样正交错布局菱形连翼飞机, 其前翼尾流直接流过后翼表面的迎角为负值, 平飞状态下后翼就避开了前翼尾流的作用, 随着迎角的增大, 前翼的尾流影响越来越小, 因此在  $\alpha = 0^\circ$  到力矩上扬前正交错



图 17 改变翼夹角的菱形连翼无人机布局

Fig. 17 Diamond joined-wing UAV configuration with changing angle between wings

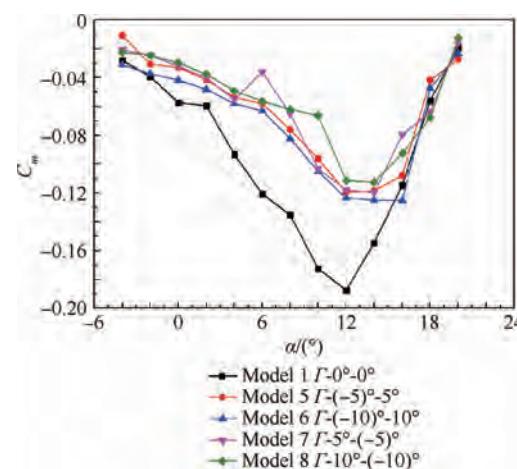


图 18 改变翼夹角情况下的菱形连翼无人机俯仰力矩特性曲线

Fig. 18 Pitching moment characteristic curves of diamond joined-wing configuration UAV with changing angle between wings

布局菱形连翼飞机仅有一个俯仰力矩非线性区域。增大前正交错布局菱形连翼飞机前后翼之间的夹角可以使翼尾流直接扫掠后翼而导致俯仰力矩上扬的区域向较少使用的负迎角区域前移。

图 20 为 Model 7 在  $\alpha = 6^\circ, 2Y/b = 0.5$  时的湍动能分布, Model 8 在  $\alpha = 10^\circ$  附近也有类似的分布, 对于这样正交错布局菱形连翼布局飞机, 通过抬高后翼, 前翼对后翼的尾流影响导致全机俯仰力矩上扬的迎角范围可以后移, 并可以与后翼分离导致的力矩上扬等情况耦合使其力矩非线性的区域减少为一个, 减少控制的难度。

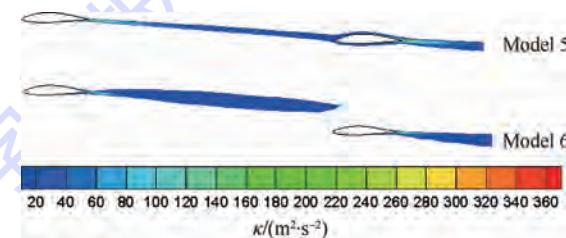


图 19 Model 5、Model 6 在  $\alpha = -4^\circ, 2Y/b = 0.5$  时湍动能分布

Fig. 19 Turbulent kinetic energy distribution of Model 5, Model 6 at  $\alpha = -4^\circ, 2Y/b = 0.5$

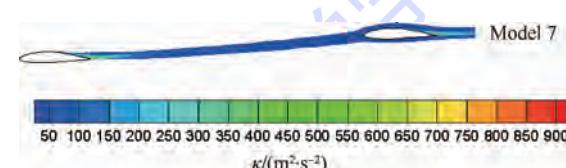


图 20 Model 7 在  $\alpha = 6^\circ, 2Y/b = 0.5$  时湍动能分布

Fig. 20 Turbulent kinetic energy distribution of Model 7 at  $\alpha = 6^\circ, 2Y/b = 0.5$

## 5 结 论

1) 菱形连翼布局无人机的俯仰力矩特性曲线随着迎角的增加呈现严重的非线性, 其主要由两段非线性区域组成并伴随严重的上仰。 $\alpha = 2^\circ$  附近俯仰力矩出现非线性上扬的原因是由于前翼尾流直接扫掠后翼导致后翼流场结构改变而气动效率下降引起的。而  $\alpha = 8^\circ$  附近的俯仰力矩非线性段形成的原因较多, 但后翼分离在其中起主要的作用。而菱形连翼布局无人机俯仰力矩上仰是由于前后翼分离耦合导致的。

2) 高空长航时菱形连翼布局无人机由于后翼受前翼尾流直接扫掠影响导致后翼流场结构改变引起的俯仰力矩非线性特征无法通过改变翼间距消除, 但为了不影响菱形连翼布局飞机的实际应用, 选择合适的前翼翼型和菱形连翼布局的翼间距以减少尾流的强度, 并选择对湍流影响敏感

性较差的翼型作为后翼翼型,可以减小出现俯仰力矩曲线非线性的强度。另外通过改变前翼的安装角和前后翼之间的翼夹角可以改变出现俯仰力矩非线性特性的迎角范围以避开使用设计点。改善由于前翼尾流直接扫掠后翼导致的俯仰力矩非线性问题。

3) 通过选择翼间距,菱形连翼布局无人机可以有效地改善由于后翼分离导致的俯仰力矩非线性问题并能够将产生全机力矩上仰的迎角范围向后推迟,改善菱形连翼布局飞机的大迎角特性,通过合理选择适当的布局参数可以缓解菱形连翼布局无人机的俯仰力矩非线性的问题。但由于前后翼之间的关系高度耦合,其设计难度较大,只能提出部分设计原则供参考。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] WOLKOVITCH J. The joined wing: An overview [ J ]. Journal of Aircraft, 1986, 23(3) : 161-178.
- [ 2 ] KROO I, SMITH S, GALLMAN J. Aerodynamic and structural studies of joined-wing aircraft [ J ]. Journal of Aircraft, 1991, 28(1) : 74-81.
- [ 3 ] LIVNE E. Aeroelasticity of joined-wing airplane configurations: Past work and future challenges-A survey [ C ] // Proceedings of 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Reston: AIAA, 2001 : 16-19.
- [ 4 ] CRAFT R L. Drag estimates for the joined-wing sensor craft: 05J02 [ R ]. Dayton: AFIT, 2005.
- [ 5 ] PÉREZ-ÁLVAREZ J, CUERNO-REJADO C, MESEGUR J. Aerodynamic parametric analysis of an unconventional joined-wing aircraft configuration [ J ]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2016, 230(10) : 1917-1933.
- [ 6 ] ANDREWS S, RUBEN P E. Stability and control effects on the design optimization of a box-wing aircraft [ C ] // 14th AIAA Aviation Technology Integration and Operations Conference. Reston: AIAA, 2014 : 1-22.
- [ 7 ] BOND V, CANFIELD R A, MATOS M, et al. Wind tunnel testing of a twisted wing for longitudinal control in a joined-wing aircraft [ C ] // 48th Structures Structural Dynamics and Materials Conference. Reston: AIAA, 2007 : 1-7.
- [ 8 ] RASMUSSEN C C, CANFIELD R A, BLAIR M. Joined-wing sensor-craft configuration design [ J ]. Journal of Aircraft, 2006, 43(5) : 1470-1478.
- [ 9 ] LEDOUX S, VASSBERG J, FATTA G, et al. Aerodynamic cruise design of a joined wing sensorcraft [ C ] // 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Reston: AIAA, 2008 : 1-13.
- [ 10 ] MARTINEZ J, FLICK P, PERDZOCK J, et al. An overview of sensorcraft capabilities and key enabling technologies [ C ] // 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Reston: AIAA, 2008 : 1-13.
- [ 11 ] REICHENBACH E, CASTELLUCCIO M, SEXTON B. Joined wing sensorcraft aeroservoelastic wind tunnel test program [ C ] // 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Reston: AIAA, 2011 : 1-30.
- [ 12 ] TYLER C, SCHWABACHER G, CARTER D. Comparison of computational and experimental studies for a joined-wing aircraft [ C ] // Proceedings of 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Aerospace Sciences Meetings. Reston: AIAA, 2002 : 1-8.
- [ 13 ] NANGIA R K, PALMER M E, TILMANN C P. Unconventional high aspect ratio joined-wing aircraft with aft- & forward-swept wing-tips [ C ] // Proceedings of the 41st AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reston: AIAA, 2003 : 1-13.
- [ 14 ] 楚亮, 马东立, 张朔, 等. 一种联结翼布局气动特性的求解模型 [ J ]. 航空学报, 2010, 31(5) : 909-913.
- [ 15 ] CHU L, MA D L, ZHANG S, et al. Solution model for aerodynamic characteristics of joined-wing configuration [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(5) : 909-913 (in Chinese).
- [ 16 ] 张晓萍, 曾会华, 余雄庆. CFD 方法在联结翼飞机方案设计中的应用 [ J ]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(6) : 763-768.
- [ 17 ] ZHANG X P, ZENG H H, YU X Q. Application of CFD in conceptual design of joined-wing aircraft [ J ]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 36(6) : 763-768 (in Chinese).
- [ 18 ] 刘学强, 李青, 柴建忠, 等. 盒式机翼布局气动特性研究 [ J ]. 南京航空航天大学学报, 2007, 39(6) : 722-725.
- [ 19 ] LIU X Q, LI Q, CHAI J Z, et al. Aerodynamic characteristic research for box-wing aircraft [ J ]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2007, 39(6) : 722-725 (in Chinese).
- [ 20 ] 李军, 李占科, 宋笔锋. 联翼高空长航时无人机总体布局设计研究 [ J ]. 飞行力学, 2009, 27(4) : 1-4.
- [ 21 ] LI J, LI Z K, SONG B F. Conceptual layout design of the joined-wing high-altitude-long-endurance UAV [ J ]. Flight Dynamics, 2009, 27(4) : 1-4 (in Chinese).
- [ 22 ] 吉笑峰. 传感器飞行器总体设计方案研究 [ D ]. 西安: 西北工业大学, 2008.
- [ 23 ] JI X F. Research on the overall design of the sensorcraft [ D ]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2008 (in Chinese).
- [ 24 ] 李光里, 李国文, 黎军, 等. 连接翼布局气动特性研究 [ J ]. 空气动力学学报, 2006, 24(4) : 513-519.
- [ 25 ] LI G L, LI G W, LI J, et al. The aerodynamics investigation of the joined-wing configuration [ J ]. Acta Aerodynamica Sinica, 2006, 24(4) : 513-519 (in Chinese).
- [ 26 ] 王延奎, 单继祥, 田伟, 等. 联翼布局俯仰力矩非线性变化特性的数值模拟 [ J ]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(7) : 862-866.
- [ 27 ] WANG Y K, SHAN J X, TIAN W, et al. Investigation on nonlinear characteristic of pitching moment of joined wing configuration aircraft [ J ]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(7) : 862-866 (in Chinese).
- [ 28 ] MANIE F, RAYNAL J C. Transonic measurements on the ONERA AFV D variable sweep wing in the ONERA S2 MA-wind tunnel: AGARD-AR-138 [ R ]. [ S. l. ; s. n. ], 1979.

## 作者简介：

孙俊磊 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器总体设计、气动布局设计。

王和平 男,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器总体设计、气动布局设计。

## Numerical analysis of pitching moment non-linear characteristics of diamond joined-wing configuration

SUN Junlei<sup>1</sup>, WANG Heping<sup>1,\*</sup>, ZHOU Zhou<sup>1</sup>, WANG Ziyi<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Beijing Electro-mechanical Engineering Institute, Beijing 100074, China)

**Abstract:** Investigation on the pitching moment non-linear characteristics of the high-altitude long-endurance (HALE) diamond joined-wing configuration unmanned aerial vehicle (UAV) was carried out by both numerical simulation and theoretical analysis method. The results show that the aircraft have two obvious pitching moment non-linear regions and there is a pitch-up phenomenon. The turbulent kinetic energy is used to represent the strength and the influence area of flow field structure of the aft-wing changed by the frt-wing wake direct sweep, which explains one of the causes of the non-linear region of the pitch moment. The other reason for the pitching moment non-linear region and pitch-up moment is explained by analyzing the separation characteristics of the aft-wing and the frt-wing. The influence of the general layout parameters of the UAV on the pitching moment characteristics of diamond joined-wing UAV was studied. The results show that adjusting the overall layout parameters can effectively mitigate the impact of pitching moment non-linear characteristics on flight performance.

**Keywords:** high-altitude long-endurance (HALE); diamond joined-wing configuration; numerical simulation; pitching moment characteristics; layout parameters

**Received:** 2016-07-07; **Accepted:** 2016-10-14; **Published online:** 2016-11-14 09:08

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0908.005.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0908.005.html)

**Foundation items:** Special Foundation for Civil Aircraft (MIE-2015-F-009); Shaanxi Scientific and Technological Development Program (2015KTCQ01-78)

\* **Corresponding author.** E-mail: wangheping@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0590

# 基于 TTE 的改进加权轮询调度算法



张英静, 何锋\*, 卢广山, 熊华钢

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 在时间触发以太网(TTE)中, TT 消息优先级最高, RC 消息只能在 TT 消息调度的离散时间片内传输, 因此, TT 消息离线调度表的设计会对 RC 消息调度产生一定影响。针对这一问题, 提出了基于最优时间片的改进加权轮询(MWRR)调度算法。首先, 通过 TT 消息约束条件限制获得 TT 消息离线调度表, 进而得到保证 RC 消息较大资源利用率的时间片信息; 其次, 在离散时间片对不同类型 RC 消息进行调度, 并运用网络演算方法对其最坏端到端延迟进行分析; 最后, 通过实验仿真实证了本文算法不仅具有较低的复杂度和较好的公平性, 保证了实际应用中算法的可行性, 而且在时延性方面均优于先到先得(FIFO)、优先级(PQ)和加权轮询(WRR)调度算法。

**关键词:** 时间触发以太网(TTE); 调度算法; 速率约束; 加权轮询(WRR); 网络演算

**中图分类号:** V247.5; TN914

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1577-08

时间触发以太网(Time-Triggered Ethernet, TTE)利用时钟同步保证全网在统一时钟下进行时间触发服务: 通过离线调度表的规定时刻发送时间触发(Time-Triggered, TT)消息, 保证 TT 消息传输的实时性<sup>[1-2]</sup>。文献[3-4]提出了“priori schedule porosity”调度算法, 指出在 TT 消息发送间隔, 进行速率约束(Rate Constraint, RC)消息的调度发送。文献[5]在文献[3-4]基础上进一步提出了“posteriori schedule porosity”调度算法。然而, 这些算法均是针对 TT 消息的静态调度研究, 并未对 RC 消息的动态在线调度进行分析。对于 RC 消息调度算法, 应从实时性、公平性和复杂度 3 个方面综合考虑<sup>[5-6]</sup>。现有调度算法中, 先到先得(First Input First Output, FIFO)是目前应用最广泛的算法, 其调度简单, 易于实现, 但不能满足不同服务要求下的分组消息调度要求<sup>[7-8]</sup>; 优先级(Priority Queue, PQ)调度算法考虑到了分

组消息的情况<sup>[9]</sup>, 然而, 高优先级的消息过多到来会严重影响低优先级消息的传输, 公平性难以保证; 加权公平队列(Weighted Fair Queuing, WFQ)<sup>[10]</sup>、最坏情况下加权公平队列(Worst-case Fair Weighted Fair Queuing, WF2Q)<sup>[11]</sup>虽具有较好的时延性和公平性, 但其复杂度较大, 影响 RC 消息调度的实时性, 不适合其在线调度; 加权轮询(Weighted Round Robin, WRR)调度算法<sup>[12-14]</sup>兼具公平性和时间复杂度低的特点。然而, 上述调度算法均未考虑 TT 消息对 RC 消息的影响, 因此不适用于 TTE。

针对 TTE 的特点, 本文提出了基于最优时间片的改进加权轮询(Modified Weighted Round Robin, MWRR)调度算法。通过可满足性模理论(Satisfiability Modulo Theories, SMT)<sup>[5]</sup>计算出最利于 RC 消息传输的 TT 消息离线调度表, 从而得到 RC 消息传输的最优时间片, 在时间片内实现

收稿日期: 2016-07-13; 录用日期: 2016-09-02; 网络出版时间: 2016-11-16 16:12

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1612.005.html

基金项目: 国家自然科学基金(61301086); 航空科学基金(20131951027)

\*通讯作者: E-mail: robinleo@buaa.edu.cn

**引用格式:** 张英静, 何锋, 卢广山, 等. 基于 TTE 的改进加权轮询调度算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1577-1584.

ZHANG Y J, HE F, LU G S, et al. A modified weighted round robin scheduling algorithm in TTE [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1577-1584 (in Chinese).

不同类型 RC 消息的调度,仿真证明了本文算法在复杂性、公平性和时延性等多个方面均优于常规调度算法。

## 1 时间触发以太网的消息

TTE 在单一网络中可以支持 3 种不同类型的数据通信来满足不同实时和安全等级的应用需求：TT 消息、RC 消息和传统以太网的尽力发送 (Best Effort, BE) 消息<sup>[15]</sup>。消息的类型可通过消息的目的地址相区别。

在 3 类消息中,TT 消息采用全局时钟同步,确保通信的实时性。TT 消息的调度遵循离线调度表的规定,以确保消息在预先定义的时刻进行通信,适用于延迟抖动小、延迟确定的通信场合。同时,TT 消息优先级最高,即较其他消息可优先获得资源调度,在确认时间槽中没有 TT 消息通信的情况下,才将空闲时间片分配给其他类型的数据流。

RC 消息优先级低于 TT 消息,用于实现确定性和实时性比 TT 网络相对较弱的应用。在同一时间点,不同的控制器可以发送多个 RC 消息到同一接收端,因此,会导致不同的 RC 消息在交换机中排队的现象,造成传输通信的抖动增加。

相对于 TT 消息和 RC 消息, BE 消息利用网络剩余的带宽进行数据传输, 优先级最低。在网

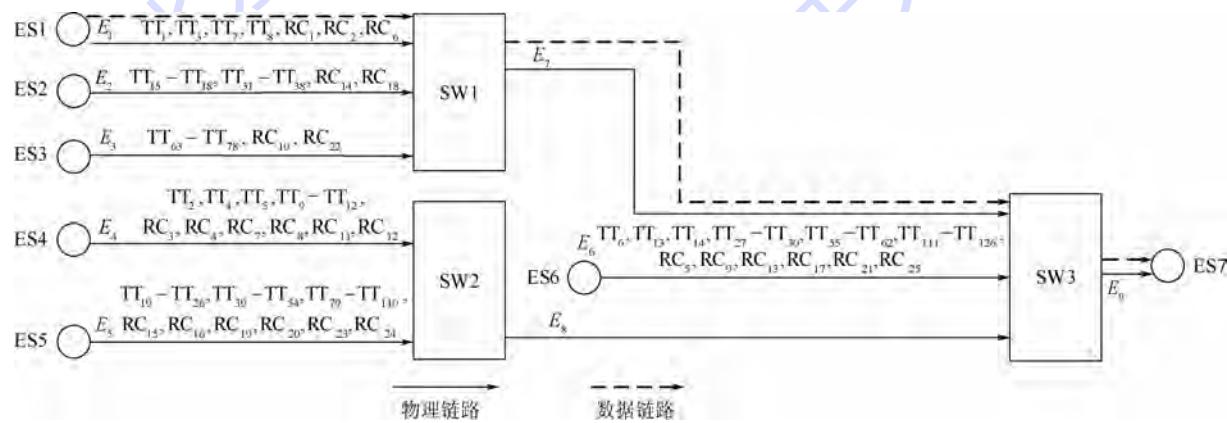


图 1 TTE 拓扑实例

Fig. 1 A TTE topological example

2 MWRR 调度算法

MWRR 调度算法主要分为 2 个步骤：

- 1) RC 消息传输最优时间片的计算。
  - 2) 在最优时间片下, 对不同类型 RC 消息进行调度。

2.1 最优时间片的计算

由于 TT 消息的优先级高于 BC 消息，因此

络中没有 TT 消息和 RC 消息的情况下, 网络所有带宽都可以分配给 BE 消息使用。BE 消息具有传输灵活的优势, 但是存在消息延迟的大小不确定的问题。

图 1 为 TTE 拓扑实例,包含 3 个交换机和 7 个端系统,由于本文重点研究 TT 消息和 RC 消息的调度算法,故每条物理链路中只包含 TT 消息和 RC 消息的数据链路。时间触发网络物理拓扑可以定义为顶点为  $V$ 、边为  $E$  的无向图  $G(V, E)$ 。其中,无向图的顶点表示网络中的端系统或者交换机。无向图的边表示连接网络端系统或交换机的物理链路,而每条物理链路中可有多条双向的数据链路。

若  $v_k$  和  $v_r$  为任意 2 个顶点，则  $[v_k, v_r]$  表示为从顶点  $v_k$  到顶点  $v_r$  的物理链路，图 1 中从端系统顶点 ES1 到交换机顶点 SW1 的物理链路为  $[ES1, SW1]$ ，表示为  $E_1$ 。网络中任意一时间触发消息表示为  $TT_i$ 。其中， $TT_i$  包含了  $TT_i$  的消息周期  $TT_i.\text{period}$ 、消息长度  $TT_i.\text{length}$  以及消息调度时刻  $TT_i.\text{offset}$ 。

$$\text{TT}_i = \{\text{TT}_i.\text{period}, \text{TT}_i.\text{length}, \text{TT}_i.\text{offset}\} \quad (1)$$

$RC_j$  网络中任意一事件触发消息。其中,  $RC_j$  包含了  $RC_j$  的最小消息间隔  $RC_j$ , BAG 和消息长度  $RC_j.length$ 。

$$RC_i = \{ RC_i, BAG, RC_i.length \} \quad (2)$$

RC 消息的传输不可避免地受到 TT 消息传输的约束,这种约束主要体现在 TT 消息离线调度表对传输 RC 消息时间片的影响,此时间片为 TT 消息调度后的时间孔隙。而在 TTE 中,TT 消息调度为非确定性多项式完全问题(Non-deterministic Polynomial complete problem, NP-complete)。满足 TT 消息传输约束的 SMT<sup>[16]</sup>算法可以生成 TT 消息离线调度表,从而得到时间片。

SMT 算法下 TT 消息传输约束条件如下。

### 1) 无冲突约束

在物理链路  $[v_k, v_r]$  上, 任意 2 个 TT 消息  $TT_i^{[v_k, v_r]}$  和  $TT_m^{[v_k, v_r]}$  传输应满足无冲突约束条件, 即为避免冲突, 一个消息的发送时刻应迟于前一个消息的发送完成时刻。

$$\begin{aligned} \forall [v_k, v_l] \in E, \exists TT_i^{[v_k, v_l]} \wedge \exists TT_m^{[v_k, v_l]} : \\ (TT_i^{[v_k, v_l]}.offset \geq TT_m^{[v_k, v_l]}.offset + TT_m^{[v_k, v_l]}.length) \vee \\ (TT_m^{[v_k, v_l]}.offset \geq TT_i^{[v_k, v_l]}.offset + TT_i^{[v_k, v_l]}.length) \end{aligned} \quad (3)$$

### 2) 路径依赖约束

路径依赖约束规定了任意 TT 消息  $TT_i$  单跳延迟的限制。假定  $[v_r, v_y]$  为  $[v_k, v_r]$  的下一条路径,  $hopdelay_{max}$  为任意消息单跳延迟的规定最大值,  $hopdelay_{min}$  为其规定的最小值, 则

$$\begin{aligned} \forall [v_k, v_r], [v_r, v_y] : \\ hopdelay_{min} \leq TT_i^{[v_r, v_y]}.offset - \\ TT_i^{[v_k, v_r]}.offset \leq hopdelay_{max} \end{aligned} \quad (4)$$

### 3) 同时传递约束

同时传递约束规定了在多播传输的情况下, 同一 TT 消息  $TT_i$  从同一发送端  $v_k$  向不同接收端  $v_r$  和  $v_y$  发送时, 发送时刻应相同。

$$\forall [v_k, v_r], [v_k, v_y] : TT_i^{[v_k, v_r]}.offset = TT_i^{[v_k, v_y]}.offset \quad (5)$$

### 4) 端到端传输约束

在实际应用中, 为保证消息传输的实时性, 限定了消息的端到端最大传输延迟  $\max(\text{latency})$ 。假定  $[v_k, v_r]$  为消息  $TT_i$  的第 1 条物理链路,  $[v_x, v_y]$  为消息  $TT_i$  的最后 1 条物理链路,  $TT_i^{[v_k, v_r]}.arrive$  表示为  $TT_i$  的到达时刻, 则

$$\begin{aligned} \forall [v_k, v_r], [v_x, v_y] : \\ TT_i^{[v_k, v_r]}.arrive - TT_i^{[v_k, v_r]}.offset < \max(\text{latency}) \end{aligned} \quad (6)$$

### 5) 协议控制帧 (Protocol Control Frame, PCF) 约束

由于 TTE 需要通过节点间传递 PCF 实现网络时钟同步, 以保证消息按照全局统一时间进行调度传输, 因此 PCF 帧的传输优先级高于 TT 消息, 即 TT 消息应为 PCF 传输预留资源。由于 PCF 帧位于同步周期开始阶段, 对后续的消息调度无影响, 因此, 为了简化说明问题, 本文忽略 PCF 传输所需资源。

### 6) 应用层约束

在应用层, 鉴于不同 TT 消息, 如  $TT_i^{[v_k, v_r]}$  和  $TT_m^{[v_k, v_r]}$  具有不同的任务要求, 不同类型 TT 消息

传输间应设置最小传输间隔  $\delta$ 。

$$\forall [v_k, v_r] : TT_i^{[v_k, v_r]}.offset + \delta \leq TT_m^{[v_k, v_r]}.offset \quad (7)$$

### 7) 时间片数量最小约束

由于高优先级 TT 消息的影响, RC 消息只能在离散时间片内调度。若 TT 消息分布较分散, 则供 RC 消息传输的时间片较分散, 不利于 RC 消息资源的合理利用。为避免这一现象, 需满足时间片数量最小约束。在实际应用中, TT 消息周期一般为  $2^n$  ms ( $1 \leq n$ ), 因此, 保证时间片数量最小, 应保证不同 TT 消息间的背靠背传输。

若  $TT(1)_i$  为消息  $TT_i$  第 1 个周期的数据帧,  $TT(a)_m$  为消息  $TT_m$  任意周期的数据帧。

$$\exists TT(1)_i \wedge \exists TT(a)_m :$$

$$TT(1)_i.offset + TT(1)_i.length = TT(a)_m.offset \quad (8)$$

## 2.2 不同类型的 RC 消息调度

在航空领域中, RC 消息可分为不同类型: 航空控制类消息、数据通信类消息和多媒体消息。不同类型消息实时性要求不同, 因此权重值不同。

航空控制类消息多用于系统中线控制动或线控转向, 对实时性要求最高, 故较其他类型 RC 消息具有最大权重值。数据通信类消息实时性要求略低于航空控制类消息, 用于数据可靠性传输。相比之下, 多媒体消息实时性要求最低, 权重分配最小, 其作用为系统传递传感器的视频、音频信息。

为了保证实时性要求高的类型消息优先调度和避免实时性要求较低的消息长期得不到服务, 带有权重值的轮询调度尤为必要。

任意类 RC 消息权重值为  $w_n$ , 每类消息均设计数器保证消息调度的公平性。若第  $n$  类消息计数器值为  $\theta_n$ , 则差额计数器值  $D\theta_n$  为

$$D\theta_n = 1 - \frac{1}{w_n}\theta_n \quad (9)$$

此调度算法采用非抢占调度机制, 且遵循以下规则。

1) 规则 1: 在每个消息调度前需判断时间片剩余时间, 若剩余时间小于消息最大帧长时, 优先调度使资源利用率最大的消息。

2) 规则 2: 每次调度消息前比较各类消息差额计数器值  $D\theta_n$  的大小, 优先调度差额计数器值较大的 RC 消息。

如图 2 所示, 假设 3 类 RC 消息的权重分别为 3, 2, 1,  $A_1A_2A_3$  为航空控制类消息;  $B_1B_2$  为数据通信类消息;  $C_1$  为多媒体消息。传统 WRR

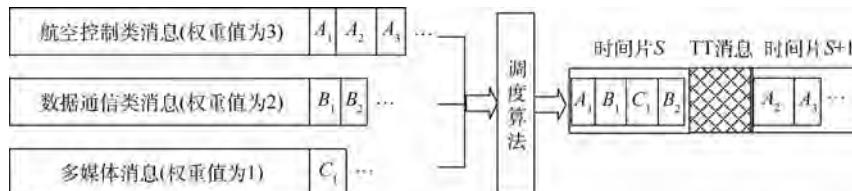


图 2 RC 消息调度

Fig. 2 RC message scheduling policy

调度算法调度顺序为  $A_1 A_2 A_3 B_1 B_2 C_1$ , 为防止权重值较低的消息延迟过大, 在保证带宽按权重值分配的前提下, 按规则 2 调度顺序为  $A_1 B_1 C_1 A_2 B_2 A_3$ 。在发送  $C_1$  后,  $A_2$  的传输时间大于时间片  $S$  剩余时间, 在已到达消息  $B_2 A_3$  中按照规则 1 选取发送资源利用率较大的消息  $B_2$ , 最终得到图 2 中的调度结果  $A_1 B_1 C_1 B_2 A_2 A_3$ 。此算法使得全网消息调度比例符合权重值的要求, 因此, 更有效地保证了消息传输的公平性, 另外, 按照时间片剩余资源合理调整调度顺序, 又在一定程度上提高了资源利用率。

### 3 算法性能分析

#### 3.1 算法复杂度分析

本文算法步骤 1) 中, RC 消息传输最优时间片通过 TT 消息离线调度表计算获得, 而 TT 消息为离线调度, 由于离线调度不会影响到消息调度的实时性, 故无需分析此步骤中 SMT 算法的复杂度。

然而, 步骤 2) 中的不同类型 RC 消息为动态调度, 因此, 分析算法复杂度尤为重要。本文算法对于 RC 消息在线调度在传统 WRR 调度算法基础上进行改进, 复杂度与其相同, 均为  $O(1)$ , 且实际应用中 RC 消息排队队列较短, 其计算时间可以忽略。

#### 3.2 最坏延迟分析

运用确定型网络演算方法分析调度算法的最坏时延<sup>[17-19]</sup>。其中, 极大代数下的消息到达曲线  $\alpha(t)$  与服务曲线  $\beta(t)$  的卷积和反卷积分别表示为

$$\alpha(t) \otimes \beta(t) = \inf_{0 \leq y \leq t} \{ \alpha(t - y) + \beta(y) \} \quad (10)$$

$$\alpha(t) \odot \beta(t) = \sup_{y \geq 0} \{ \alpha(t + y) - \beta(y) \} \quad (11)$$

经过交换机后新输出曲线为到达曲线  $\alpha(t)$  与服务曲线  $\beta(t)$  的反卷积, 表示为

$$\alpha'(t) = \alpha(t) \odot \beta(t) \quad (12)$$

若交换机 1 和交换机 2 为级联交换机, 则经过级联交换机后新服务曲线  $\beta'(t)$  为交换机 1 服务曲线  $\beta_1(t)$  与交换机 2 服务曲线  $\beta_2(t)$  的卷积。

$$\beta'(t) = \beta_1(t) \otimes \beta_2(t) \quad (13)$$

消息最坏的端到端延时为其到达曲线与服务曲线的水平距离。

定义网络传输带宽为  $C$ ; 消息  $TT_i$  的最大帧长为  $TT_i\text{-max length}$ , 数量为  $p$ ; 若任意消息  $RC_j$  为航空控制类消息, 则数据包间隔为  $BAG_j^1$ , 最大帧长为  $RC_j^1\text{-max length}$ , 数量为  $q_1$ , 权重值为  $w_1$ ; 若为数据通信类消息, 则数据包间隔为  $BAG_j^2$ , 最大帧长为  $RC_j^2\text{-max length}$ , 数量为  $q_2$ , 权重值为  $w_2$ ; 若为多媒体消息, 则数据包间隔为  $BAG_j^3$ , 最大帧长为  $RC_j^3\text{-max length}$ , 数量为  $q_3$ , 权重值为  $w_3$ 。

由于消息到达符合流量整形的约束, TT 消息到达速率为  $TT_i\text{-max length}/TT_i\text{-period}$ 。因此, TT 消息的到达曲线为

$$\alpha_i(t)_{TT} = \frac{TT_i\text{-max length}}{TT_i\text{-period}} t + TT_i\text{-max length} \quad (14)$$

同理, 航空控制类、数据通信类和多媒体 RC 消息的到达曲线分别为

$$\alpha_j(t)_{RC_1} = \frac{RC_j^1\text{-max length}}{BAG_j^1} t + RC_j^1\text{-max length} \quad (15)$$

$$\alpha_j(t)_{RC_2} = \frac{RC_j^2\text{-max length}}{BAG_j^2} t + RC_j^2\text{-max length} \quad (16)$$

$$\alpha_j(t)_{RC_3} = \frac{RC_j^3\text{-max length}}{BAG_j^3} t + RC_j^3\text{-max length} \quad (17)$$

TT 消息优先级高于 RC 消息, 高优先级的数据包优先发送, 其等待时间为最大数据包的时间, 因此 TT 消息的服务曲线为

$$\beta_i(t)_{TT} = C[t - TT_i\text{-max length}]^+ \quad (18)$$

低优先级的 RC 消息的服务曲线为

$$\beta_i(t)_{RC} = C * [t - T_{RC}]^+ \quad (19)$$

$$C^* = C - \sum_{i=1}^p \frac{TT_i\text{-max length}}{TT_i\text{-period}} \quad (20)$$

$$T_{RC} = \frac{\sum_{i=1}^p \frac{TT_i\text{-max length}}{TT_i\text{-period}}}{C} \quad (21)$$

式中:  $C^*$  为 TT 消息影响下 RC 消息的传输带宽;  $T_{RC}$  为其消息等待时间。

航空控制类 RC 消息的服务曲线为

$$\beta_i(t)_{RC_1} = C_1 [t - T_{RC_1}]^+ \quad (22)$$

根据不同分类的 RC 消息权重不同, 带宽公平分配, 航空控制类消息占用 3 类 RC 消息总带宽的比例遵循权重约束, 因此, 可推出其带宽  $C_1$  为

$$C_1 = \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \cdot \left( w_1 \sum_{j=1}^{q_1} \frac{\text{RC}_j^1\text{-max length}}{C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}}} \right) / \left( w_2 \sum_{j=1}^{q_2} \frac{\text{RC}_j^2\text{-max length}}{C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}}} + w_3 \sum_{j=1}^{q_3} \frac{\text{RC}_j^3\text{-max length}}{C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}}} \right) \quad (23)$$

其中, 航空控制类消息的等待服务时间为优先调度的 TT 消息、其他 2 类 RC 消息传输时间与自身消息最大帧长所需传输时间之和, 可得出

$$T_{RC_1} = \left( \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) / C + \left( \text{RC}_1^1\text{-max length} + \frac{w_2}{w_1} \text{RC}_2^2\text{-max length} + \frac{w_3}{w_1} \text{RC}_3^3\text{-max length} \right) / \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \quad (24)$$

可进一步化简为

$$C_1 = \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \cdot \left( w_1 \sum_{j=1}^{q_1} \text{RC}_j^1\text{-max length} \right) / \left( w_2 \sum_{j=1}^{q_2} \text{RC}_j^2\text{-max length} + w_3 \sum_{j=1}^{q_3} \text{RC}_j^3\text{-max length} \right) \quad (25)$$

$$T_{RC_1} = \left( \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) / C + \left( w_1 \text{RC}_1^1\text{-max length} + w_2 \text{RC}_2^2\text{-max length} + w_3 \text{RC}_3^3\text{-max length} \right) / \left[ w_1 \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \right] \quad (26)$$

同理, 可推出数据通信类 RC 消息的服务曲线中带宽与等待服务时间为

$$C_2 = \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \cdot \left( w_2 \sum_{j=1}^{q_2} \text{RC}_j^2\text{-max length} \right) / \left( w_1 \sum_{j=1}^{q_1} \text{RC}_j^1\text{-max length} + w_3 \sum_{j=1}^{q_3} \text{RC}_j^3\text{-max length} \right) \quad (27)$$

$$T_{RC_2} = \left( \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) / C + \left( w_1 \text{RC}_1^1\text{-max length} + w_2 \text{RC}_2^2\text{-max length} + w_3 \text{RC}_3^3\text{-max length} \right) / \left[ w_2 \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \right] \quad (28)$$

多媒体 RC 消息的服务曲线中带宽与等待服务时间为

$$C_3 = \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \cdot \left( w_3 \sum_{j=1}^{q_3} \text{RC}_j^3\text{-max length} \right) / \left( w_1 \sum_{j=1}^{q_1} \text{RC}_j^1\text{-max length} + w_2 \sum_{j=1}^{q_2} \text{RC}_j^2\text{-max length} \right) \quad (29)$$

$$T_{RC_3} = \left( \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) / C + \left( w_1 \text{RC}_1^1\text{-max length} + w_2 \text{RC}_2^2\text{-max length} + w_3 \text{RC}_3^3\text{-max length} \right) / \left[ w_3 \left( C - \sum_{i=1}^p \frac{\text{TT}_i\text{-max length}}{\text{TT}_i\text{. period}} \right) \right] \quad (30)$$

## 4 仿真与分析

本文利用 Visual C ++ 的编译环境, 进行网络仿真平台的搭建。网络拓扑结构和消息分布如图 1 所示, 且物理链路带宽  $C$  为 100 Mbit/s, 由于消息帧长范围为 64 ~ 1 518 bytes, 本文中设定 TT 消息帧长为 1 200 bytes。

$$\text{TT}_i\text{. length} = 1 200 \text{ bytes} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \text{TT}_1\text{. period} &= 2 000 \mu\text{s}, \text{即} \\ \text{TT}_1\text{. period} &= 2 000 \mu\text{s} \end{aligned} \quad (32)$$

根据 3.1 节中的 SMT 算法以及消息的约束条件计算出 TT 消息离线调度表。网络中所有 TT 消息周期的最小公倍周期定义为一个集成周期。图 3 显示了一个集成周期内的各个 TT 消息调度时刻  $TT_i \cdot offset$ 。

在 TT 消息发送间隔时间片内调度 RC 消息。RC 消息长度可设置为在  $64 \sim 1518$  bytes 区间服从均匀分布, 即  $RC_j \cdot length \sim U(64, 1518)$ 。消息间最小间隔 BAG 如表 2 所示, 例如  $RC_1$  为航空控制类消息,  $RC_1 \cdot BAG$  为  $2000 \mu s$ 。网络中共设置了 32 条 RC 消息, 其中, 航空控制类、数据通信类和多媒体消息的权重值分别设为 3, 2, 1。

为使算法对比更加明显, 所有算法中 TT 消息的发送均采用图 3 中的离线调度表。通过与 FIFO、PQ、WRR 算法仿真对比, 验证本文算法的性能。

表 1 TT 消息参数

Table 1 Parameters of TT message

TT 消息	周期/ $\mu s$
$TT_1 \sim TT_2$	2000
$TT_3 \sim TT_6$	4000
$TT_7 \sim TT_{14}$	8000
$TT_{15} \sim TT_{30}$	16000
$TT_{31} \sim TT_{62}$	32000
$TT_{63} \sim TT_{126}$	64000

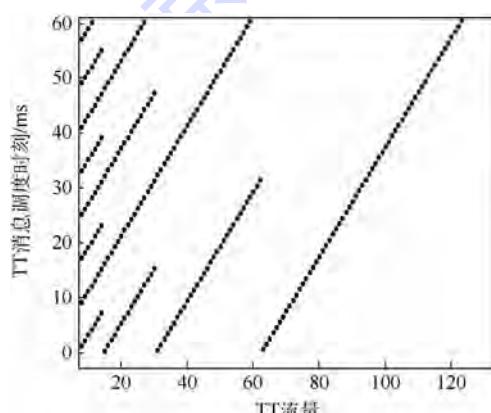


图 3 TT 消息离线调度表

Fig. 3 TT message offline schedule table

表 2 RC 消息参数

Table 2 Parameters of RC message

BAG/ $\mu s$	消息类型		
	航空控制类	数据通信类	多媒体
2000	$RC_1 \sim RC_2$		
4000	$RC_3$	$RC_4 \sim RC_6$	
8000	$RC_7 \sim RC_9$	$RC_{10} \sim RC_{11}$	$RC_{12} \sim RC_{14}$
16000	$RC_{15} \sim RC_{17}$	$RC_{18} \sim RC_{20}$	$RC_{21} \sim RC_{22}$
32000	$RC_{23}$	$RC_{24} \sim RC_{25}$	$RC_{26} \sim RC_{28}$
64000	$RC_{29} \sim RC_{30}$		$RC_{31} \sim RC_{32}$

经过 500 次蒙特卡罗试验, 所得 RC 消息的端到端延迟概率分布如图 4 所示。对于航空控制类消息, PQ 算法的端到端延迟优于其他算法, 然而 PQ 算法下数据通信类消息和多媒体消息的端到端延迟均大于本文 MWRR 算法, 这说明此算法公平性最差。这是因为优先调度高优先级消息的策略使得低优先级消息一直处于等待状态中, 得不到服务。

FIFO 算法调度不考虑消息类型的特点, 只是按照先到达先服务的原则, 且未考虑资源利用

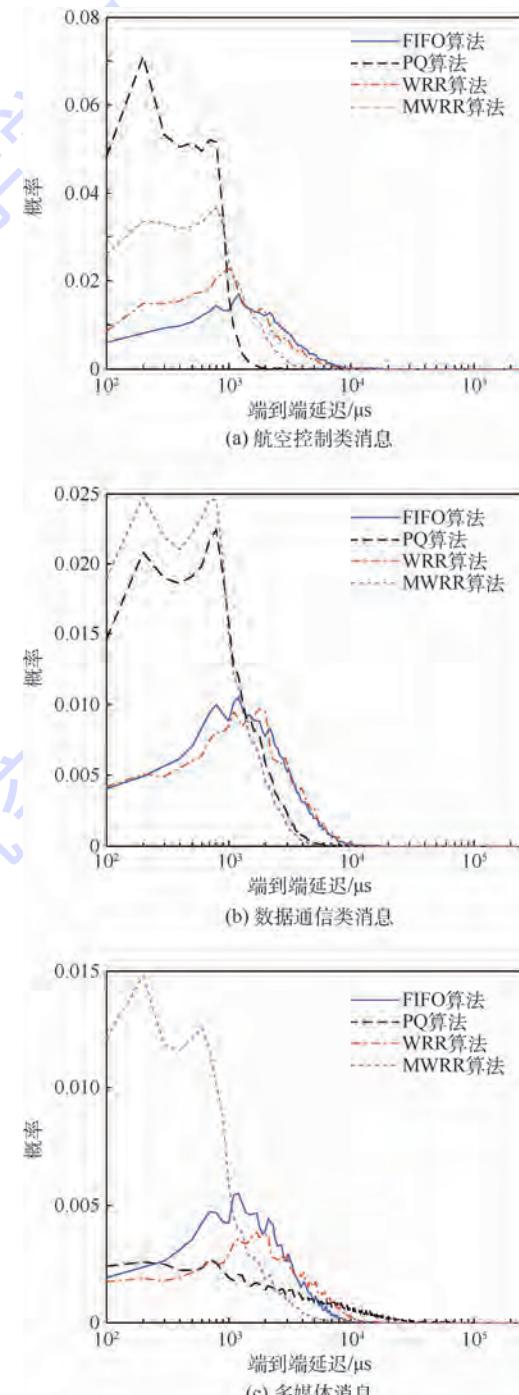


图 4 端到端延迟概率分布

Fig. 4 End to end delay probability distribution

率的问题,其 3 类消息的端到端延迟虽差距不大,但总体较差。

WRR 算法和 MWRR 算法中,通过权重分配考虑了消息优先级,满足了实际应用中不同消息实时性不一致要求。当到达消息数量不符合权重比例情况下,由于 WRR 算法采用不等待策略,会导致网络传输中 3 类消息的调度比例与权重比例不一致的情况。此外,WRR 算法也未根据合理利用资源的需要,相应调整消息的发送次序。MWRR 算法在 WRR 算法基础上增加了计数器来保证消息类型的传输比例,不仅弥补了 WRR 算法这一缺陷,而且提高了资源利用率。

表 3 为 4 种算法下 3 类消息的平均端到端延迟,表 4 为根据第 3 节的最坏延迟分析得出网络演算方法分析下的最坏端到端延迟。由表 3 和表 4 可看出,对于航空控制类消息,FIFO 算法未体现其优先级,因此端到端延迟最大;PQ 算法的航空控制类消息以牺牲其他类型消息的实时性为条件,得到了较小的端到端延迟最小,多媒体消息的平均端到端延迟达到  $8\ 152.6\ \mu s$ ,最坏端到端延迟达  $73\ 880\ \mu s$ ,均为最大。比较而言,MWRR 算法的 3 类 RC 消息均有较小的端到端延迟。

表 3 平均端到端延迟

Table 3 Average end to end delay

算法	平均端到端延迟/ $\mu s$		
	航空控制类消息	数据通信类消息	多媒体消息
FIFO	2 472.8	2 469.1	2 478.2
PQ	481.4	1 142.1	8 152.6
WRR	1 998.3	2 657.8	3 496.2
MWRR	939.5	965.7	1 057.3

表 4 最坏端到端延迟

Table 4 The worst end to end delay

算法	最坏端到端延迟/ $\mu s$		
	航空控制类消息	数据通信类消息	多媒体消息
FIFO	17 713	17 238	17 428
PQ	2 627	9 284	73 880
WRR	14 391	13 590	17 340
MWRR	7 797	8 097	9 553

## 5 结 论

MWRR 算法在算法复杂度、公平性和实时性方面优于其他算法,总结如下:

1) MWRR 算法相对于 WFQ 算法和 WF<sup>2</sup>Q 算法复杂度较低,仅为  $O(1)$ ,使得其在实际应用中节省了计算和存储开销,更加适合航空高速网络设备。

2) 具有较好的公平性。在仿真实验中,航空控制类、数据通信类和多媒体 RC 消息平均端到端延迟和最坏端到端延迟均相当,体现了算法的公平性。

3) 端到端延迟较小。MWRR 算法的数据通信和多媒体 RC 消息的延迟均低于其他 3 类算法,航空控制类消息虽延迟略高于 PQ 算法,但就 3 类消息总体而言,MWRR 算法的实时性最好。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] SAE International Group. Time-triggered Ethernet: AS6802 [S]. Washington, D. C.: SAE International, 2011.
- [2] HU M L, LUO J. Holistic scheduling of real-time applications in time-triggered in vehicle networks [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2014, 10(3): 1817-1828.
- [3] STEINER W. An evaluation of SMT-based schedule synthesis for time-triggered multi-hop networks [C] // 2010 IEEE 31st Real-Time Systems Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 375-384.
- [4] CRACIUNAS S S, OLIVE R S. SMT-based task and network-level static schedule generation for time-triggered networked systems [C] // International Conference on Real-Time Networks and Systems. New York: Association for Computing Machinery, 2014: 45-54.
- [5] STEINER W. Synthesis of static communication schedules for mixed-criticality systems [C] // International Symposium on Object/Component/Service-Oriented Real-Time Distributed Computing Workshops. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 11-18.
- [6] FREIER M, CHEN J J. Time-triggered communication scheduling analysis for real-time multicore systems [C] // IEEE International Symposium on Industrial Embedded Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 1-9.
- [7] GANDEVA B S, WISETO P A. Performance analysis of packet scheduling with QoS in IEEE 802.16e networks [C] // International Conference on Telecommunication Systems, Services and Applications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 4-8.
- [8] ELES P, DOBOLI A. Scheduling with bus access optimization for distributed embedded systems [J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems, 2000, 8(5): 472-491.
- [9] BOYER M, FRABOUL C. Tightening end to end delay upper bound for AFDX network calculus with rate latency FIFO servers using network calculus [C] // IEEE International Workshop on Factory Communication Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 11-20.
- [10] HE Z Z, MEN C G. Schedulability of fault tolerant real time system based on local optimum checkpoint under priority mixed strategy [J]. Chinese Journal of Electronics, 2015, 24(2): 236-244.
- [11] ANIRUDHA S, MANJUNATH D. Revisiting WFQ: Minimum packet lengths tighten delay and fairness bounds [J]. IEEE Communications Letters, 2007, 11(4): 366-368.
- [12] ZHOU J, GUO Y F. Guaranteeing maximum reliability and minimum delay QoS routing based on WF2Q [C] // International

- Conference on Computational Intelligence and Security. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 11-14.
- [13] XIN Y, DUAN Z. Fair round-robin: A low complexity packet scheduler with proportional and worst-case fairness [J]. IEEE Transactions on Computers, 2009, 58(3): 365-379.
- [14] VALENTE P. Providing near-optimal fair-queueing guarantees at round-robin amortized cost [C] // The 22nd International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 1-7.
- [15] FUCHSEN R. A new technology for the Scarlett program [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 25(10): 10-16.
- [16] 徐晓飞, 曹晨, 郭骏, 等. TT-RMS: 时间触发网络通信表生成算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(8): 1403-1408. XU X F, CAO C, GUO J, et al. TT-RMS: Communication table generation algorithm of time-triggered network [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(8): 1403-1408 (in Chinese).
- [17] ZHAO L X, XIONG H G. Improving worst-case latency analysis for rate-constrained traffics in the time-triggered Ethernet network [J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(11): 1927-1930.
- [18] CRUZ R L. A calculus for network delay. Part I: Network elements in isolation [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1991, 37(1): 114-131.
- [19] BAUER H. Improving worst-case latency analysis for rate-constrained traffics in the time-triggered Ethernet network using an optimized trajectory approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2010, 6(4): 521-533.

## 作者简介:

张英静 女,博士研究生。主要研究方向:实时通信系统、分布式网络。

何峰 男,博士,讲师。主要研究方向:航空电子网络、分布式实时系统。

## A modified weighted round robin scheduling algorithm in TTE

ZHANG Yingjing, HE Feng\*, LU Guangshan, XIONG Huagang

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** TT messages that have the top priority among three kinds of traffics affect RC message communication inevitably in time-triggered Ethernet (TTE). Therefore, RC messages have to be scheduled among discrete time slices caused by TT message offline schedule table. A modified weighted round robin (MWRR) scheduling method based on optimal time slice was proposed in this paper. Firstly, TT message offline schedule table was calculated satisfying the requirements of TT message constraints in order to get optimal time resources for RC flow transmission; secondly, different kinds of RC flows were scheduled in several time slices and the worst end to end delays were analyzed by network calculus in TTE; finally, experiments show that MWRR algorithm in the paper not only has low complexity, good fairness and feasibility in practical application, but also obtains better real-time performance than first input first output (FIFO), priority queue (PQ) and weighted round robin (WRR) scheduling algorithm.

**Keywords:** time-triggered Ethernet (TTE); scheduling algorithm; rate-constrained; weighted round robin (WRR); network calculus

Received: 2016-07-13; Accepted: 2016-09-02; Published online: 2016-11-16 16:12

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1612.005.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1612.005.html)

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61301086); Aeronautical Science Foundation of China (20131951027)

\* Corresponding author. E-mail: roblleo@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0602

# DDES 延迟函数在超声速底部流动中的性能分析

杜若凡<sup>1,2</sup>, 阎超<sup>1,\*</sup>, 韩政<sup>1</sup>, 向星皓<sup>3</sup>, 屈峰<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国空间技术研究院 载人航天总体部, 北京 100094;

3. 中国空气动力研究与发展中心, 绵阳 621000)

**摘要:** DDES 是广泛应用的一类 RANS/LES 混合方法, 其通过引入延迟函数保证近壁区的 RANS 模化, 对分离流动十分有效。目前 DDES 已发展了多种不同的延迟函数, 但对各延迟函数的性能特点认识尚不够充分, 尤其缺乏超声速流动中的相关研究。围绕 DDES 方法中不同延迟函数开展研究工作, 选取超声速底部流动作为测试算例, 通过与实验数据的系统对比分析, 考察不同延迟函数在超声速分离流动中的分布规律、作用效果及模型求解能力。研究表明, 不同延迟函数作用范围与求解能力存在差异, 其中 DDES-F<sub>1</sub> 能够在起到保护作用的同时不损害模型的求解精度, 对该流动较为有效, 所得结果与实验数据吻合较好。

**关键词:** DDES; 超声速底部流动; 延迟函数; 湍流; 计算流体力学

**中图分类号:** V221.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1585-09

全文  
下载

湍流问题是当前航空航天设计过程中的关键问题之一。近几十年来, 计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)迅速发展, 已成为研究湍流问题的重要手段<sup>[1]</sup>。美国 NASA 在其《2030 年 CFD 远景规划》报告中指出<sup>[2]</sup>, CFD 能够在有效降低设计过程中风险与费用的前提下, 提供更加丰富的流动信息。同时, 其认为湍流模型是影响 CFD 计算精度的最重要因素之一, 必须对湍流模型开展持续深入的研究。

目前, 常见的湍流模拟方法主要包括直接数值模拟(Direct Numerical Simulation, DNS)、大涡模拟(Large Eddy Simulation, LES)、雷诺平均 Navier-Stokes(Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS)方法以及 RANS/LES 混合方法。DNS 方法与 LES 方法计算精度高, 但计算量很大, 在当前计算条件下, 两者离应用于工程实际流动还有较大差距。RANS 方法计算量小, 能够快速、经济

地给出预测结果, 但其普适性差, 尤其对分离流动等非定常湍流问题难以给出令人满意的结果。RANS/LES 混合方法结合 RANS 方法与 LES 方法各自的优点, 能够在较小的计算量下(相较于 LES 方法)更为准确地模拟复杂流动问题(相较于 RANS 方法)。RANS/LES 混合方法自提出以来受到了广泛关注, 众多研究者发展了多种多样的混合方法<sup>[3]</sup>。其中, 应用最为广泛的是分离涡模拟(Detached Eddy Simulation, DES)类方法。Spalart 等<sup>[4]</sup>最早于 1997 年提出了 SA-DES 方法, 其在近壁区回归为 RANS 模型, 在远离壁面区域表现出 LES 求解的特性。随后, Strelets<sup>[5]</sup>采用类似思想, 基于 Menter SST 两方程模型发展了 SST-DES 方法。DES 类方法在分离流动中表现出了较强的适用性, 但同时其也存在一些缺陷<sup>[6]</sup>, 最为典型的问题之一是模化应力不足(Modelled Stress Depletion, MSD)问题。MSD 问题主要是由

收稿日期: 2016-07-15; 录用日期: 2016-08-11; 网络出版时间: 2016-11-02 12:05

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161102.1205.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(11402016)

\* 通讯作者: E-mail: yanchao@buaa.edu.cn

引用格式: 杜若凡, 阎超, 韩政, 等. DDES 延迟函数在超声速底部流动中的性能分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8):

1585-1593. DU R F, YAN C, HAN Z, et al. Performance of delayed functions in DDES for supersonic base flow [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1585-1593 (in Chinese).

边界层内网格不适当加密引起的。由于边界层内网格不适当加密(主要指流向和展向),RANS/LES 交界面朝向壁面移动,RANS 模化区域减小,但此时的网格分辨率又无法支撑 LES 模式的准确求解,造成计算应力偏小,即出现 MSD 问题。MSD 问题可能会导致计算所得壁面摩擦力降低,严重时会出现分离提前或非物理分离等现象。为解决该问题,Menter 等<sup>[7]</sup>率先提出边界层保护思想,采用 SST 模型中的  $F_1$  或  $F_2$  作为延迟函数,构造 SST-DDES(Delayed DES)方法,保护边界层区域由 RANS 主导且不受网格加密影响。Spalart 等<sup>[8]</sup>受此启发,构造了更具一般性的延迟函数  $F_d$ ,该延迟函数能应用于任意基于涡黏性模型的 DES 类方法中。虽然采用不同延迟函数的各 DDES 方法已得到了一定应用,但 DDES 方法还远未成熟,对不同延迟函数的作用机制与基本特性认识尚不够充分,尤其缺乏延迟函数在超声速分离流动中的相关研究。

为围绕延迟函数开展研究,本文选取超声速底部流动作为测试算例。超声速底部流动是广泛存在于导弹、火箭、再入飞船等航空航天飞行器绕流中的一类典型流动,其对飞行器气动特性尤其对超声速飞行器阻力有着重要影响。超声速底部流动虽几何外形简单,但包含自由剪切层、膨胀波、激波、分离、激波/漩涡干扰等复杂非定常流动现象。由于该流动的复杂性与重要意义,众多学者对其开展了广泛的研究工作。美国伊利诺伊大学气体动力学实验室采用 LDV(Laser Doppler Velocimeter)技术对超声速底部流动开展了深入的实验研究<sup>[9-10]</sup>,给出了流场结构与详细的实验数据。部分研究者采用 RANS 模型对超声速底部流动进行了模拟<sup>[11]</sup>,所得底部压力分布与实验存在较大差异。Fureby 等<sup>[12]</sup>采用 LES 方法对此流动开展研究,总体上得到了较为满意的结果,但预测所得边界层厚度及分离区大小均与实验有明显偏差。Peng<sup>[13]</sup>采用 RANS/LES 混合方法,在底部压力的计算中表现出了较高精度,但所得分离区偏大。国内高瑞泽和阎超<sup>[14]</sup>采用基于 BL 模型的混合方法、罗大海等<sup>[15]</sup>采用 PANS 方法对超声速底部流动进行数值模拟,考察不同方法性能,取得了一些有意义的成果。

本文基于 SST-DDES 方法,对比  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_d$  3 种延迟函数,分析不同延迟函数的优缺点与适用性,对它们在超声速分离流动中的性能开展考察与评估。

## 1 计算方法

基于 Menter SST 两方程模型,可推导得出 SST-DDES 模型,具体模型方程为<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i k) &= P_k - \beta^* \rho k \omega F_{\text{DES}} + \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] & \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \omega) &= \frac{\rho \alpha}{\mu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + & \\ 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_i} & \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $k$  为湍动能; $\omega$  为比耗散率;其他各项具体意义及模型常数详见文献[7]。

$F_{\text{DES}}$  函数表达式为

$$\begin{cases} F_{\text{DES}} = \max \left( \frac{l_{k-\omega}}{C_{\text{DES}} \Delta} (1 - F_{\text{delay}}), 1 \right) \\ l_{k-\omega} = k^{1/2} / (\beta^* \omega) \\ \Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $l_{k-\omega}$  为湍流特征长度尺度; $\Delta$  为 3 个方向网格尺度  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  的最大值; $C_{\text{DES}}$  为模型常数。在近壁区, $F_{\text{DES}}$  取 1,方法退化为原 RANS 模型方法;在分离区域, $F_{\text{DES}}$  取大于 1 的值,方法表现出 LES 求解的特性。 $F_{\text{delay}}$  为 SST-DDES 方法中的延迟函数,其主要特性为在边界层内取 1,保证近壁区的 RANS 模化;在远离壁面区域取 0,SST-DDES 方法回归到原 SST-DES 方法。本文中延迟函数  $F_{\text{delay}}$  采用 3 种不同形式  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_d$ ,下面对不同延迟函数进行简要介绍。

### 1) $F_1$ 函数

$F_1$  函数表达式为

$$F_1 = \tanh(\Gamma^4) \quad (4)$$

式中:

$$\Gamma = \min(\max(\Gamma_1, \Gamma_3), \Gamma_2) \quad (5)$$

$$\Gamma_1 = 500 \mu_t / (\rho \omega d^2) \quad (6)$$

$$\Gamma_2 = 4 \rho k \sigma_{\omega 2} / (CD_{k\omega} d^2) \quad (7)$$

$$\Gamma_3 = k^{1/2} / (0.09 \omega d) \quad (8)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( \frac{2 \rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-20} \right) \quad (9)$$

其中: $d$  为壁面距离;其余各项含义及常数与式(1)和式(2)中相同。

2)  $F_2$  函数 $F_2$  函数表达式为

$$F_2 = \tanh(\Pi^2) \quad (10)$$

式中:

$$\Pi = \max(2\Gamma_3, \Gamma_1) \quad (11)$$

其中:  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_3$  如式(6)和式(8)所示。3)  $F_d$  函数 $F_d$  函数表达式为

$$F_d = \tanh((8r_d)^3) \quad (12)$$

式中:  $r_d$  为延迟因子, 形式如下:

$$r_d = \frac{\mu_1 + \mu}{\sqrt{u_{i,j} u_{i,j}} \kappa^2 d^2} \quad (13)$$

其中:  $\kappa$  为卡门常数, 取 0.41;  $u_{i,j}$  为速度梯度; 其余各项与前文一致。在近壁面对数率区,  $r_d = 1$ ; 在远离壁面 LES 区域,  $r_d \ll 1$ 。

本文对以上 3 种不同延迟函数开展评价性研究, 考察它们在超声速分离流动中的表现。

## 2 计算结果与分析

来流条件参照实验条件, 来流马赫数  $Ma = 2.46$ , 来流静压  $P = 31415 \text{ Pa}$ , 来流静温  $T = 145 \text{ K}$ , 底部圆柱面半径  $R = 31.75 \text{ mm}$ , 对应的基于圆柱直径的雷诺数  $Re = 2.858 \times 10^6$ 。

计算模型和网格如图 1 所示, 网格生成参考

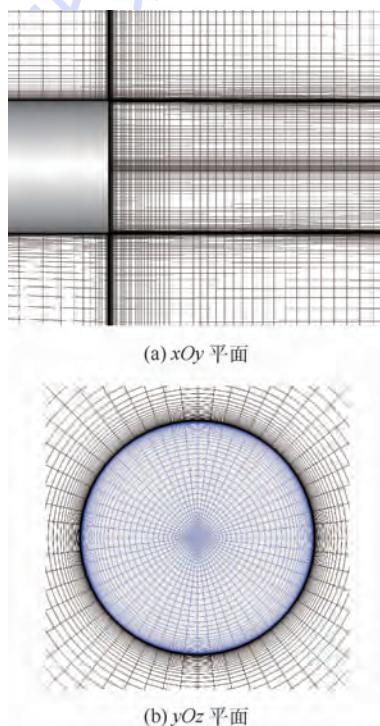


图 1 底部流动外形和计算网格示意图

Fig. 1 Schematic diagram of configuration and computational grid for base flow

文献[16], 在边界层、底部及尾迹区等流动关键部位进行网格加密, 同时保证壁面第 1 层法向网格高度  $y^+ < 1$ , 总网格量约 200 万。计算方法参考课题组以往 RANS/LES 混合方法计算经验<sup>[14,17]</sup>, 对流项采用 5 阶 WENO 的 Roe 格式离散, 黏性项采用 4 阶中心差分格式离散。壁面条件采用无滑移绝热壁假设, 物理时间推进步长  $\Delta t = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$ 。

图 2 为不同模型预测所得时均马赫数流场与实验结果的对比, 各图中上半部分为实验结果, 下半部分为计算结果。可以看出, 三者相比, DDES- $F_d$  在分离区内更大范围区域具有较大的回流速度, DDES- $F_1$  与 DDES- $F_2$  所得回流速度分布较为相似, 但分布形态上 DDES- $F_1$  与实验结果更为接近。同时, DDES- $F_2$  与 DDES- $F_d$  预测的再附位置相较于实验有所延迟, 所得分离区偏大, 而 DDES- $F_1$  所得分离区大小与实验较为一致。

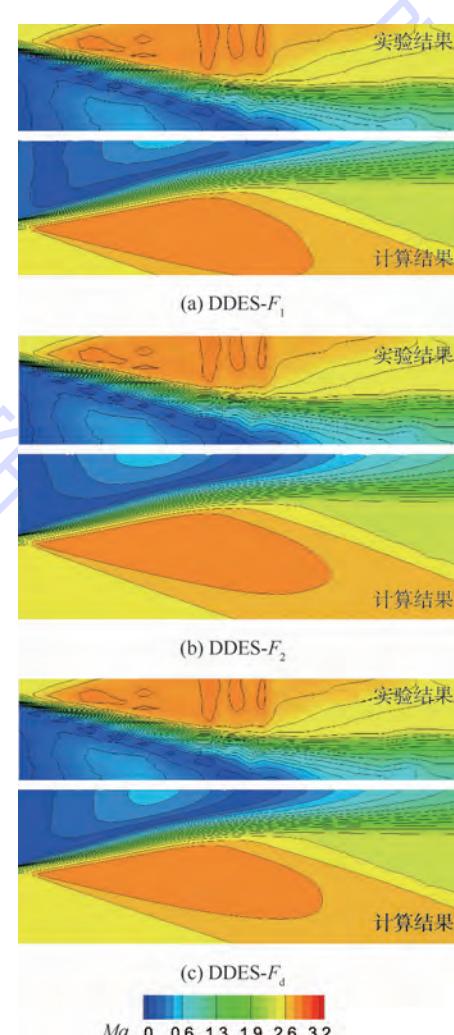


图 2 对称面时均流场马赫数云图

Fig. 2 Mach number contours of time-averaged flow field in symmetry plane

图 3 给出了各延迟函数分布与 RANS、LES 分区情况。总的来说, 各延迟函数分布均在近壁区域取值为 1, 保证该区域内由 RANS 模型主导, 符合其作用原理; 区域划分方面, 在近壁区和剪切层外的远场区域, 模型趋于 RANS 模化, 在分离区、剪切层以及尾迹区等复杂流动区域, 模型趋于 LES 求解, 以更为准确地刻画其中的非定常湍流脉动。同时对比可知, 不同延迟函数的作用范围与分区情况存在差异:  $F_2$  保护范围最大, 在近壁区较大范围内取值为 1, 并得到了最大的 RANS 区域;  $F_d$  保护范围最小, 所得 RANS 模化区域也最小;  $F_1$  保护范围及分区情况介于两者之间, 与  $F_d$  作用效果更为相似。此外, DDES- $F_2$  所得 RANS、LES 过渡区域同样偏大, 这与 DDES 方法中延迟函数能够实现快速切换的设计初衷相违背, 可能对模型的求解能力产生影响。

图 4 为不同模型所得瞬时流场对比, 以涡量云图形式给出, 图中可以看到清晰的剪切层、边界层以及复杂的漩涡结构。在底部上游的附着流动

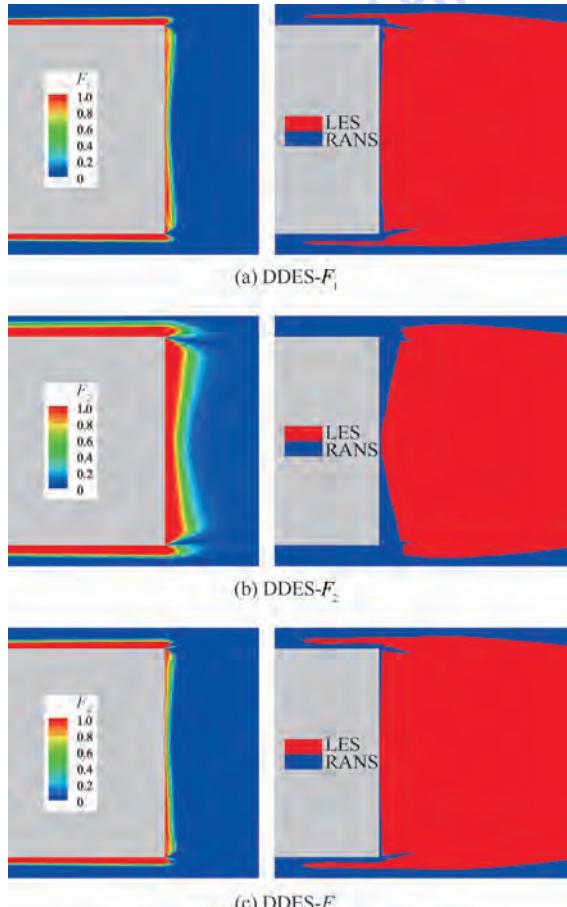


图 3 不同延迟函数分布与 RANS、LES 区域划分云图

Fig. 3 Contours of distribution of different delayed functions and placement of RANS and LES regions

区域, 不同延迟函数所得边界层厚度无明显差异。在底部尾迹区内, DDES- $F_1$  与 DDES- $F_d$  均捕捉到了丰富精细的分离流动结构, 流动紊乱, 包含较多的小尺度涡; 相比较而言, DDES- $F_2$  所得小尺度流动结构较少, 湍流脉动稍弱, 流场趋向于规则。分析认为这是由于  $F_2$  函数作用范围偏大, 使得 RANS 模化区域偏大, 损害了模型在尾迹区内对小尺度流动结构的求解能力。需要指出的是, 瞬时流场的对比仅是定性分析, 计算流场中更加丰富精细的流动结构并不一定意味着更加真实准确的结果。故下面将结合实验数据, 开展详细系统的定量对比分析。

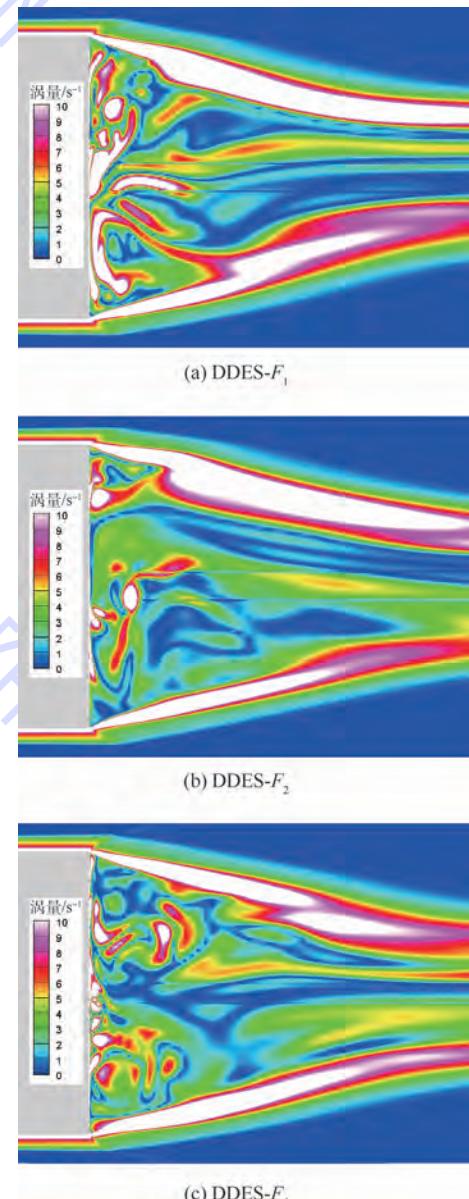


图 4 对称面瞬时流场涡量云图

Fig. 4 Vorticity contours of instantaneous flow field in symmetry plane

图 5 为不同延迟函数所得功率谱密度(PSD)对比。横轴代表频率  $f$ , 低频对应大尺度结构, 高频对应小尺度结构, 纵轴为功率谱密度。由图 5 可以看出, DDES- $F_1$  与 DDES- $F_d$  所得结果较为相近, 而 DDES- $F_2$  在高频区域结果偏低, 说明其结果中小尺度湍流结构偏少, 模型的求解能力受到影晌。

图 6 为不同延迟函数所得时均底部压力系数  $C_p$  分布对比。图中:  $r$  为圆柱底部中心点到该处的径向距离。DDES- $F_2$  所得压力系数分布沿径向存在一定变化, 预测的底部中心处压力系数偏低, 与实验存在差异。DDES- $F_1$  与 DDES- $F_d$  所得压力系数分布相似, 两者均预测到了较为平坦的压力分布曲线, 分布规律与实验相一致, 量值上略低于实验值, DDES- $F_1$  与 DDES- $F_d$  预测结果优于 DDES- $F_2$ 。

图 7 为尾迹中心线时均流向速度分布。在

近尾迹区回流速度的预测上, DDES- $F_d$  所得回流速度最大, DDES- $F_2$  所得回流速度最小; 在分离区大小的预测上, DDES- $F_1$  所得分离区范围与实验最为接近, DDES- $F_2$  与 DDES- $F_d$  所得再附位置推迟, 预测的分离区范围偏大, 与图 2 中时均马赫数云图相一致。

图 8 给出了尾迹区不同站位处的时均流向速度分布。在  $x/R = 0.1575 \sim 1.2598$  的近壁面分离区域, 3 种延迟函数在剪切层及其外部区域所得流向速度无明显差异, 在剪切层内的回流区中(靠近中心线附近), DDES- $F_2$  所得回流速度偏小, 与实验值存在一定差异, DDES- $F_1$  与 DDES- $F_d$  的计算结果均与实验吻合较好, 其中 DDES- $F_d$  预测精度略高于 DDES- $F_1$ 。在  $x/R = 1.8898 \sim 2.5197$  的流动再压缩和再附区域, DDES- $F_2$  与 DDES- $F_d$  在中心线附近预测的回流速度偏大, 表明计算得到的回流区较实验偏大, 与图 2 及图 7 分析相一致, DDES- $F_1$  预测的再附位置与实验十分接近, 在该区域的表现优于其他模型。

图 9 为不同站位的雷诺剪切应力( $-\overline{u'v'}/U_\infty^2$ )分布对比, 反映流场中速度脉动的模拟情况。DDES- $F_2$  在各站位所得雷诺应力均低于其他两模型, 其较大的 RANS 模化区域使得湍流脉动受到抑制, 所得雷诺应力峰值明显低于实验值。DDES- $F_d$  预测得到的速度脉动偏高, 在图 9(b) 站位中心线附近严重偏离实验值, 在图 9(c) 和图 9(d) 站位所得雷诺应力峰值明显过冲。DDES- $F_1$  计算结果与实验吻合程度较好, 雷诺应力分布规律与实验十分接近, 在图 9(a) ~ 图 9(c) 站位所得雷诺应力峰值略低于实验值。

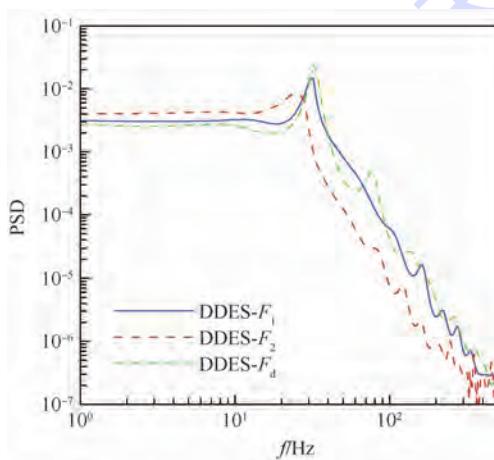


图 5 功率谱密度分布

Fig. 5 Distribution of power spectral density

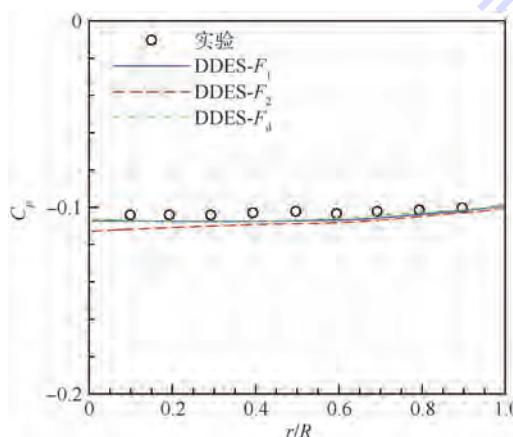


图 6 时均底部压力系数分布

Fig. 6 Distribution of time-averaged base pressure coefficient

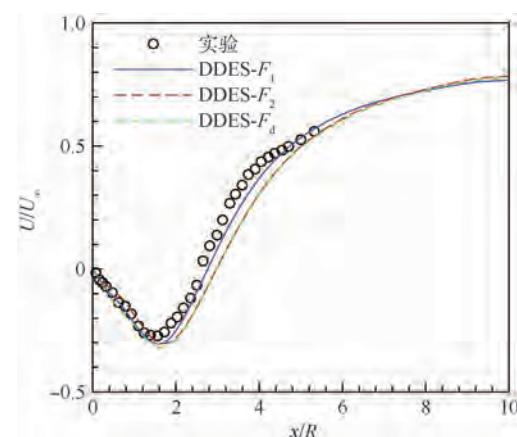


图 7 尾迹中心线时均流向速度分布

Fig. 7 Distribution of time-averaged centerline streamwise velocity in wake

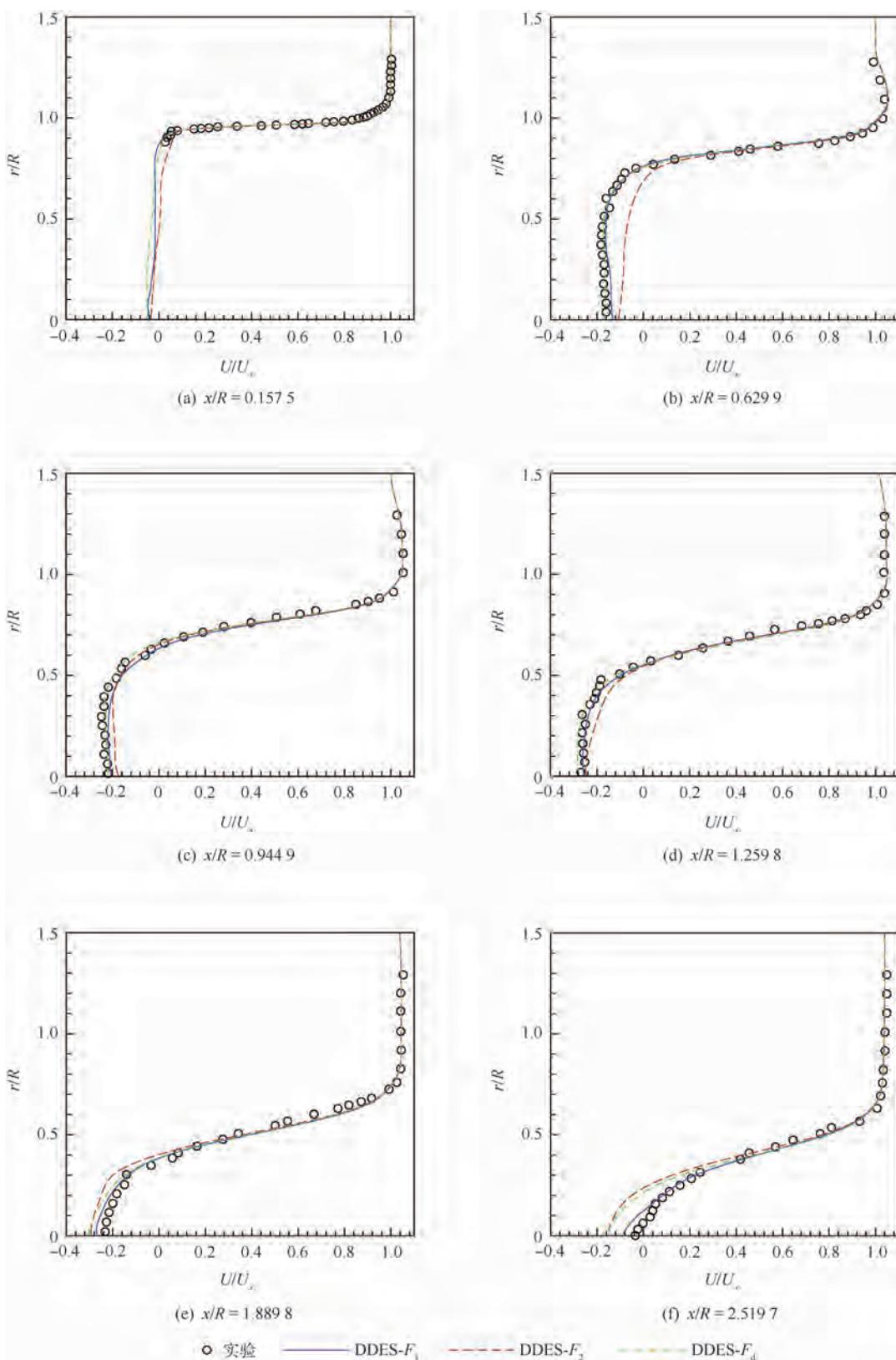


图 8 不同站位的时均流向速度分布

Fig. 8 Distribution of time-averaged streamwise velocity at different locations

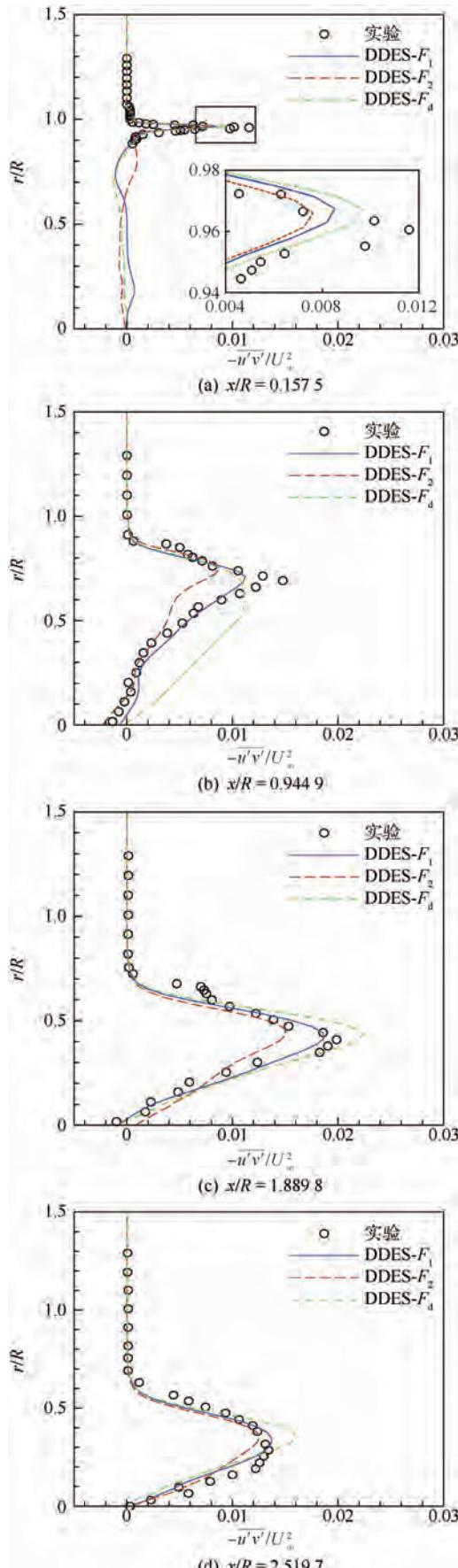


图 9 不同站位的雷诺剪切应力分布

Fig. 9 Distribution of Reynolds shear stresses at different locations

### 3 结 论

1) 在时均流场和时均量的对比中, 在近尾迹区, DDES- $F_d$  预测的回流速度最大, 与实验值最为接近, DDES- $F_1$  所得回流速度略低于实验值, 而 DDES- $F_2$  计算结果明显偏低。在再附区附近, DDES- $F_2$  与 DDES- $F_d$  高估了回流速度, 预测的速度恢复偏慢, 故再附位置延迟, 得到了偏大的回流区, DDES- $F_1$  在再附区的计算精度较高, 与实验吻合较好。底部压力分布方面, DDES- $F_2$  计算的压力分布沿径向呈现一定变化, 与实验中平坦的压力分布存在差异, DDES- $F_1$  与 DDES- $F_d$  预测的压力分布规律与实验一致, 量值上略低于实验值。

2) 在瞬时流场和脉动量的对比中, DDES- $F_2$  过多保护了边界层内 RANS 区域, 模型表现出了较高的数值耗散, 求解精度受到影响, 所得小尺度涡结构偏少, 湍流脉动受到抑制, 预测的速度脉动低于实验值。DDES- $F_1$  与 DDES- $F_d$  所得瞬时流场涡结构丰富, 表现出了较强的对小尺度流动结构的捕捉能力, 但 DDES- $F_d$  预测的速度脉动偏大, 在部分站位偏离实验值, DDES- $F_1$  则给出了令人满意的结果。

3) 延迟函数能够在近壁面起到相应的保护作用, 但不同延迟函数的保护范围与分区特性存在明显差异。 $F_2$  函数在近壁面较大范围内取值为 1, 作用范围明显大于  $F_1$  与  $F_d$ , 其对 RANS 区域的保护较为“保守”, 所得 RANS 模化区域在 3 种模型中最大。 $F_1$  与  $F_d$  函数的作用效果较为相似, 两者在底部附近所得 RANS 区域明显小于  $F_2$  计算结果。相比较而言,  $F_d$  函数保护范围最小。

4) 在延迟函数的选择上, 本文认为  $F_d$  函数在实际应用中可能会更易出现保护效果不足问题;  $F_2$  函数则对模型的求解能力产生影响, 对流动中的小尺度涡结构起到抑制作用, 这对航空航天设计过程中气动力/热瞬态载荷和脉动的预测模拟不利;  $F_1$  函数兼顾保护作用与模型求解精度, 本文推荐采用该延迟函数。

下一步工作中, 将在更加复杂的工程实际湍流流动中, 对不同延迟函数的性能、特点开展深入研究, 以期为不同流动情况下延迟函数的选择给出指导与建议。同时在此基础上, 寻求方法的发展改进, 构造新型、高效的延迟函数与湍流模拟方法。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] 阎超,于剑,徐晶磊,等. CFD 模拟方法的发展成就与展望 [J]. 力学进展,2011,41(5):562-589.
- YAN C, YU J, XU J L, et al. On the achievements and prospects for the methods of computational fluid dynamics [J]. Advances in Mechanics, 2011, 41(5): 562-589 (in Chinese).
- [ 2 ] SLOTNICK J, KHODADOUST A, ALONSO J, et al. CFD vision 2030 study: A path to revolutionary computational aerosciences: NASA/CR-2014-218178 [R]. Hanover: NASA Center for Aerospace Information, 2014.
- [ 3 ] FRÖHLICH J, VON TERZI D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2008, 44(5): 349-377.
- [ 4 ] SPALART P R, JOU W H, STRELETS M, et al. Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach [C] // Proceedings of 1st AFOSR International Conference on DNS/LES, Advances in DNS/LES. Columbus: Greyden Press, 1997: 137-147.
- [ 5 ] STRELETS M. Detached eddy simulation of massively separated flows: AIAA-2001-0879 [R]. Reston: AIAA, 2001.
- [ 6 ] SPALART P R. Detached-eddy simulation [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2009, 41: 181-202.
- [ 7 ] MENTER F R, KUNTZ M, LANGTRY R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model [C] // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4. Redding: Begell House, Inc., 2003: 625-632.
- [ 8 ] SPALART P R, DECK S, SHUR M L, et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2006, 20: 181-195.
- [ 9 ] HERRIN J L, DUTTON J C. Supersonic base flow experiments in the near wake of a cylindrical afterbody [J]. AIAA Journal, 1994, 32(1): 77-83.
- [10] BOURDON C J, DUTTON J C. Planar visualizations of large-scale turbulent structures in axisymmetric supersonic separated flows [J]. Physics of Fluids, 1999, 11(1): 201-213.
- [11] TUCKER P K, SHYY W. A numerical analysis of supersonic flow over an axisymmetric afterbody: AIAA-1993-2347 [R]. Reston: AIAA, 1993.
- [12] FUREBY C, NILSSON Y, ANDERSSON K. Large eddy simulation of supersonic base flow: AIAA-1999-0426 [R]. Reston: AIAA, 1999.
- [13] PENG S H. Algebraic hybrid RANS/LES modelling applied to incompressible and compressible turbulent flows: AIAA-2006-3910 [R]. Reston: AIAA, 2006.
- [14] 高瑞泽, 阎超. LES/RANS 混合方法对超声速底部流动的应用 [J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(9): 1095-1099.
- GAO R Z, YAN C. LES/RANS hybrid method for supersonic axisymmetric base flow [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(9): 1095-1099 (in Chinese).
- [15] LUO D H, YAN C, WANG X Y. Computational study of supersonic turbulent-separated flows using partially averaged Navier-Stokes method [J]. Acta Astronautica, 2015, 107: 234-246.
- [16] SIMON F, DECK S, GUILLEN P, et al. Reynolds-averaged Navier-Stokes/large-eddy simulations of supersonic base flow [J]. AIAA Journal, 2006, 44(11): 2578-2590.
- [17] 郑玮琳, 阎超. XY-SAS 模型中不同网格尺度限制器的影响分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(12): 1725-1729.
- ZHENG W L, YAN C. Influence analysis on grid scale limiter of XY-SAS model [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(12): 1725-1729 (in Chinese).

### 作者简介:

杜若凡 男,博士研究生。主要研究方向:计算流体力学、湍流模型。

阎超 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:计算流体力学、空气动力学。

# Performance of delayed functions in DDES for supersonic base flow

DU Ruofan<sup>1,2</sup>, YAN Chao<sup>1,\*</sup>, HAN Zheng<sup>1</sup>, XIANG Xinghao<sup>3</sup>, QU Feng<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Institute of Manned Space System Engineering, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China;

3. China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** The DDES is a widely used approach among RANS/LES hybrid methods. It introduces the delayed function to ensure full RANS mode in the near-wall region, and has been proven to be quite efficient for separated flows. Up to date, various different delayed functions have been developed. However, the understanding to the performance and characteristics of different delayed functions still remains not comprehensive, especially lacking investigation on supersonic flows. The research focuses on the different delayed functions in the DDES methods by employing the supersonic base flow as the validation case. Through systematic comparisons with the experimental data and detailed analyses, the distributions and shielding behavior of different delayed functions together with resolving capabilities of different models are investigated. Studies show that there exist discrepancies in the shielding behavior and resolving capabilities between different delayed functions. Besides, DDES- $F_1$  behaves appropriately in this supersonic separated flow and reproduces the experimental data very well, providing sufficient protection without impairing the model's numerical accuracy.

**Keywords:** DDES; supersonic base flow; delayed functions; turbulence; computational fluid dynamics

**Received:** 2016-07-15; **Accepted:** 2016-08-11; **Published online:** 2016-11-02 12:05

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161102.1205.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161102.1205.002.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11402016)

\* **Corresponding author.** E-mail: [yanchao@buaa.edu.cn](mailto:yanchao@buaa.edu.cn)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0567

# 考虑机动效率的多约束导引律设计

王超伦, 薛林\*, 闫晓勇

(中国航天科工二院, 北京 100854)

**摘要:** 针对考虑交会角约束的导引律在可用过载不足时将导致大的交会角误差问题, 推导一种考虑时变过载约束的制导形式, 而该导引律在实现较大机动的同时会带来较大能量损失, 进而提出一种考虑导弹机动效率的多约束导引律。首先, 应用最优二次型原理推导出一种时变控制项权系数的闭环制导形式; 其次, 将导弹机动时刻阻力系数引入时变权系数, 并通过迭代分别确定可用过载与机动效率约束边界; 最后, 将时变过载约束表示成剩余时间的函数, 代入制导指令, 并进行弹道仿真。结果表明: 推导的 2 种导引律均能较好地实现末端弹道成型要求, 考虑机动效率的制导指令分配更为合理, 并有效降低了拦截末端速度损耗, 提高了制导精度与毁伤效果; 且考虑机动效率的导引律中时变权系数无须配平求解, 在保证精度的同时极大提高了迭代速度。

**关键词:** 防空导弹; 导引律; 末端交会角; 多约束条件; 最优控制; 机动效率

**中图分类号:** TJ765

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2017)08-1594-08

由于受大气层内稠密空气影响与自身尺寸、燃料制约, 防空导弹在保证射程的同时, 还需尽量提高拦截末端速度, 使导弹能以最低能量损耗实现对空袭目标的有效拦截<sup>[1]</sup>。因此, 对弹目交会角与机动性能约束条件下的导引律进行研究具有重要意义。

国内外对考虑交会角约束的制导策略的研究从未间断。2006 年, Ryoo 等<sup>[2]</sup>以剩余时间的函数作为权函数, 通过最小值原理推导了一种满足一定攻击角度对固定目标攻击的导引律。2008 年, Shaferman 和 Shima<sup>[3]</sup>应用线性二次型理论推导了一种指定终端交会角的导引律, 能对高速机动目标进行有效拦截。2008 年, 张友安和马培蓓<sup>[4]</sup>基于 Lyapunov 稳定性理论设计了一种带攻击角度约束的制导律, 将导弹有效导引到期望的攻击角度, 并对攻击时间进行估算。这些制导律都是基

于可用过载无穷大的理想情况下进行推导的。

2005 年, Cloutier<sup>[5]</sup>对考虑常值过载边界饱和的导引律进行了研究。2007 年, Hexner 和 Shima<sup>[6]</sup>对考虑常值过载约束的随机最优导引律进行了研究。2014 年, 董晨等<sup>[7]</sup>提出了一种带落角约束与控制约束的纵向制导律, 并给出了制导律参数的在线整定方法。这些方法都是基于控制饱和的前提, 即过载约束在导弹拦截阶段为时不变的常值, 这与稠密大气中的拦截情况有较大出入。

2003 年, Cho 及其团队研究了二维平面内的一种最优制导律, 该制导律的关键在于考虑到导弹速度时变对制导带来的影响, 推导出适用于反舰导弹的带落角约束的导引律<sup>[8-9]</sup>。2014 年, 王辉和林德福等<sup>[10]</sup>以导弹剩余飞行时间的幂函数为基础构建扩展的目标罚函数, 并探讨了不同指数取值对弹道成型的影响。以上方法均可认为是

收稿日期: 2016-07-05; 录用日期: 2016-08-10; 网络出版时间: 2016-09-02 14:39

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160902.1439.003.html

基金项目: 国家自然科学基金 (11202023)

\* 通讯作者: E-mail: majie283@sina.com

**引用格式:** 王超伦, 薛林, 闫晓勇. 考虑机动效率的多约束导引律设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43 (8): 1594- 1601.

WANG C L, XUE L, YAN X Y. Design of guidance law with multiple constraints considering maneuvering efficiency [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43 (8): 1594- 1601 (in Chinese).

对时变可用过载边界的近似估计,与实际情况差别较大,工程上难以实现。

本文针对考虑机动性能的带交会角约束的导引律展开研究,在以可用过载为时变权系数的基础上,引入当地阻力系数,提出一种不仅满足时变过载约束又能保证导弹机动损耗能量最小(即机动效率)的导引律,并通过迭代确定约束边界,保证了时变过载约束的精度,为防空导弹拦截高速机动目标提供了方法参考。

## 1 弹目相对运动数学模型

交会角即目标速度与导弹速度反方向之间的夹角<sup>[11]</sup>。建立导弹与目标相对运动关系,如图1所示<sup>[3]</sup>。图中:M为导弹所在位置;T为目标所在位置; $V_M$ 为导弹速度方向; $V_T$ 为目标速度方向; $q$ 为弹目视线角; $\alpha_M$ 为导弹加速度; $\alpha_T$ 为目标加速度; $\gamma_M$ 为导弹与水平面夹角; $\gamma_T$ 为目标与水平面夹角; $\gamma_{MT}$ 为导弹与目标夹角; $q_0$ 为初始弹目视线角;LOS为弹目视线;LOS<sub>0</sub>为初始弹目视线。

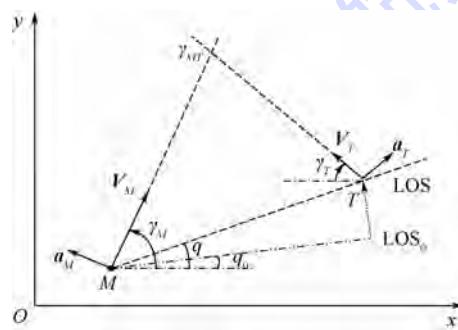


图1 弹目相对运动关系示意图<sup>[3]</sup>

Fig. 1 Schematic diagram of missile-target relative movement geometry<sup>[3]</sup>

$R$ 为弹目相对距离,有

$$\left\{ \begin{array}{l} q = \frac{V_q}{R} = \frac{-V_M \sin \phi_M + V_T \sin \phi_T}{R} \\ R = V_R = -(V_M \cos \phi_M + V_T \cos \phi_T) \end{array} \right. \quad (1)$$

式中: $V_q$ 为垂直视线的速度分量; $\phi_M = \gamma_M - q$ ; $\phi_T = \gamma_T + q$ 。

$\gamma$ 为弹目交会角,则弹目相对速度 $y$ 和相对交会角速度 $\gamma$ 分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} y = V_R \sin q + V_q \cos q \\ \gamma = \frac{\alpha_M}{V_M} + \frac{\alpha_T}{V_T} \end{array} \right. \quad (2)$$

当 $q$ 为小量时,对式(2)线性化:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = Rq \\ y = V_R q + R q = V_R q + V_q \\ y = \alpha_T \cos \phi_T - \alpha_M \cos \phi_M \end{array} \right. \quad (3)$$

状态空间可表示为

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4)$$

式中: $u$ 为控制量; $x = [y, \dot{y}, \gamma, \alpha_T, \alpha_M]^T$ 。

对 $x$ 求导,得

$$\dot{x} = \begin{cases} y \\ \dot{y} = \alpha_T \cos \phi_T - \alpha_M \cos \phi_M \\ \gamma = \frac{\alpha_M}{V_M} + \frac{\alpha_T}{V_T} \\ \alpha_T = 0 \\ x_M = A_M x_M + B_M u \end{cases} \quad (5)$$

则

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi_T & -C_M \cos \phi_M \\ 0 & 0 & 0 & 1/V_T & C_M/V_M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times 1} & A_M \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -d_M \cos \phi_M \\ d_M/V_M \\ 0 \\ B_M \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $C_M$ 和 $d_M$ 为常数矩阵。该问题中,目标函数可表示<sup>[12]</sup>为

$$J = \frac{1}{2} k_y x_1^2(t_f) + \frac{1}{2} k_\theta (x_3(t_f) - \gamma_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (k_u u^2(\xi)) d\xi \quad (8)$$

式中: $t_f$ 为终端时刻; $\gamma_f$ 为期望交会角; $k_y$ 、 $k_\theta$ 和 $k_u$ 分别为位置加权系数、交会角加权系数和控制量加权系数<sup>[13]</sup>;期望的终端位置 $x_1(t_f) = 0$ ,终端交会角 $x_3(t_f) = \gamma_f$ 。

## 2 多约束导引律

应用Bryson降阶理论,定义新的状态变量为

$$F(t) = D\phi(t_f, t)x(t) + D \int_t^{t_f} \phi(t_f, \zeta) Ca_T d\zeta \quad (9)$$

式中: $D$ 为恒定的常数矩阵; $C$ 为控制量矩阵; $\phi(t_f, t)$ 为状态转移矩阵。在不考虑动态特性交会角约束问题的研究中,取

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

对 $F(t)$ 求微分,得

$$\dot{F}(t) = D[\dot{\phi}(t_f, t)x + \phi(t_f, t)\dot{x}] - D\dot{\phi}(t_f, t)Ca_T = Df(t_f, t)Bu \quad (11)$$

式中: $f(t_f, t)$ 为转换矩阵。

又有

$$\mathbf{Z}(t_f) = \mathbf{Dx}(t_f) = \begin{bmatrix} x_1(t_f) \\ x_3(t_f) \end{bmatrix} \quad (12)$$

此时, 目标函数可以表示成

$$J = \frac{1}{2}k_y F_1^2(t_f) + \frac{1}{2}k_\theta(F_2(t_f) - x_3) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (k_u u^2(\xi)) d\xi \quad (13)$$

引入拉格朗日乘子矢量  $\lambda$ , 得到 Hamilton 函数为

$$H = \frac{1}{2}k_u u^2 + \lambda_1 \dot{F}_1 + \lambda_2 \dot{F}_2 \quad (14)$$

求解协态方程, 可得

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial F_1} = 0; \lambda_1(t_f) = k_y F_1(t_f) \\ \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial F_2} = 0; \lambda_2(t_f) = k_\theta(F_2(t_f) - x_3) \end{cases} \quad (15)$$

求得

$$\begin{cases} \lambda_1(t) = k_y F_1(t_f) \\ \lambda_2(t) = k_\theta(F_2(t_f) - x_3) \end{cases} \quad (16)$$

不考虑弹体的动态特性, 则弹体加速度响应延迟为 0, 此时  $\mathbf{a}_M = \mathbf{u}$ , 则

$$\begin{cases} \dot{F}_1 = -(t_f - t) \cos \phi_{M0} a_M = -(t_f - t) \cos \phi_{M0} u \\ \dot{F}_2 = a_M/V_M = u/V_M \end{cases} \quad (17)$$

求解控制方程

$$\frac{\partial H}{\partial u} = k_u u - \lambda_1(t_f - t) \cos \phi_{M0} + \frac{\lambda_2}{V_M} = 0 \quad (18)$$

得到

$$u^*(t) = \frac{1}{k_u} \left[ \lambda_1(t_f - t) \cos \phi_{M0} - \frac{\lambda_2}{V_M} \right] \quad (19)$$

将式(16)中  $\lambda_1(t)$ 、 $\lambda_2(t)$  代入式(19), 求得

$$u^*(t) = \frac{k_y}{k_u} F_1(t_f)(t_f - t) \cos \phi_{M0} - \frac{k_\theta}{k_u V_M} (F_2(t_f) - x_3) \quad (20)$$

将式(20)代入式(17), 并对式(17)求  $t$  到  $t_f$  积分, 根据式(12)终端条件, 可得方程组为

$$\begin{cases} F_1(t_f) = F_1(t) - \frac{k_y}{k_u} F_1(t_f) \frac{(t_f - t)^3}{3} + \frac{k_\theta}{k_u V_M \cos \phi_{M0}} (F_2(t_f) - x_3) \frac{(t_f - t)^2}{2} \\ F_2(t_f) = F_2(t) - \frac{k_y}{k_u V_M \cos \phi_{M0}} F_1(t_f) \frac{(t_f - t)^2}{2} + \frac{k_\theta}{k_u V_M^2 \cos^2 \phi_{M0}} (F_2(t_f) - x_3) (t_f - t)^2 \end{cases} \quad (21)$$

定义剩余时间  $t_g = t_f - t$ , 求解式(21)二元一次方程组, 得  $F_1(t_f)$ 、 $F_2(t_f)$ , 代入式(20), 得

$$u^*(t) = \frac{N_{ZEM}}{t_g^2 \cos \phi_{M0}} F_1(t) + \frac{N_{ZEAE} V_M}{t_g} (F_2(t) - x_3) \quad (22)$$

式中:

$$\begin{cases} N_{ZEM} = \frac{1}{k_u} \left( \frac{3k_y t_g^3}{3 + k_y t_g^3} + \frac{k_\theta W_2 W_3 t_g^2}{W_1 + V_M^2 \cos^2 \phi_{M0}} \right) \\ N_{ZEAE} = \frac{k_\theta W_3 t_g}{k_u (W_1 + V_M^2 \cos^2 \phi_{M0})} \end{cases} \quad (23)$$

其中:

$$\begin{cases} W_1 = \frac{k_\theta (k_y t_g^4 + 12t_g)}{4(3 + k_y t_g^3)} \\ W_2 = \frac{3k_y t_g^2}{2(3 + k_y t_g^3)} \\ W_3 = \frac{k_y t_g^3 - 6}{2(3 + k_y t_g^3)} \end{cases} \quad (24)$$

根据零效脱靶量 ZEM 与零效角误差 ZEAE 的定义<sup>[14]</sup>, 有

$$\begin{cases} \frac{ZEM}{\cos \phi_{M0}} = F_1(t_f) = y + y t_g + \frac{1}{2} a_T t_g^2 \\ ZEAE = F_2(t_f) - x_3 = \gamma - \gamma_f + \frac{a_T t_g}{V_T} \end{cases} \quad (25)$$

得优化导引律为

$$u^*(t) = \frac{N_{ZEM}}{t_g^2 \cos \phi_{M0}} ZEM + N_{ZEAE} \frac{V_M}{t_g} ZEAE \quad (26)$$

视线转率  $q$  可以由零效脱靶量垂直于视线的分量表示<sup>[14]</sup>, 故有

$$q = \frac{ZEM}{R t_g} \quad (27)$$

代入 ZEM、ZEAE, 得到工程上更易接受的形式, 即

$$u^*(t) = \frac{1}{\cos \phi_{M0}} N_{ZEM} V_r q + N_{ZEAE} \frac{V_M}{t_g} (\gamma - \gamma_f) + \left( \frac{\cos \phi_{r0}}{2 \cos \phi_{M0}} N_{ZEM} + \frac{V_M}{V_T} N_{ZEAE} \right) a_T \quad (28)$$

式中:  $V_r$  为导弹目标相对速度;  $\cos \phi_{M0} \approx \cos \phi_{r0} \approx 1$ 。

式(23)中,  $N_{ZEM}$ 、 $N_{ZEAE}$  取  $k_y$ 、 $k_\theta$  趋于无穷,  $k_u$  取为与时变约束相关的函数形式。

此时导引律可表示为

$$u^*(t) = \frac{6}{k_u(t)} V_r q + \frac{2}{k_u(t)} \cdot \frac{V_M}{t_g} (\gamma - \gamma_f) + \frac{3V_T + 2V_M}{V_T k_u(t)} a_T \quad (29)$$

当目标不做机动时, 式(29)中  $a_T = 0$ 。

### 3 机动性能权系数的确定

对时变可用过载权系数  $k_u$  与时变机动效率权系数  $k'_u$  的计算方法分别在 3.1 节与 3.2 节加以说明,2 种系数的确定都需要对弹道进行迭代仿真,而  $k'_u$  的计算无须对迎角、舵偏角进行配平计算,极大提升了计算速度。

#### 3.1 时变可用过载权系数

防空导弹基本保持在大气层内飞行,空气密度直接取决于导弹飞行高度,导弹速度受阻力、重力共同作用,而阻力又是空气密度与飞行速度的函数,几个因素共同影响弹道形式,从而影响导弹飞行高度。这决定了弹道过载边界无法得到解析解,若希望得到闭环制导形式,必须通过迭代计算。

首先考虑可用过载约束情况。导弹法向过载可按式(30)计算<sup>[15]</sup>:

$$\begin{cases} n_{y\max} = n_y^{\delta_z} \delta_{z\max} \\ n_y^{\delta_z} = \frac{1}{mg} \left[ \frac{-m_z^{\delta_z}}{m_z^\alpha} \left( \frac{P}{57.3} + Y^\alpha \right) + Y^{\delta_z} \right] \end{cases} \quad (30)$$

式中: $n_{y\max}$  为导弹可用过载; $n_y^{\delta_z}$  为法向过载对舵偏角的导数; $m$  为导弹总质量; $g$  为重力加速度;导弹飞行被动段推力  $P=0$ ; $Y^\alpha$  和  $Y^{\delta_z}$  分别为单独迎角产生升力和单独舵偏角产生升力; $m_z^\alpha$  和  $m_z^{\delta_z}$  分别为迎角引起的俯仰力矩系数和舵偏角引起的俯仰力矩系数; $\delta_{z\max}$  为俯仰通道舵偏角限幅,其由舵面失速迎角、铰链力矩与舵机能力共同制约。

当舵偏角达到限幅,需验证此时迎角是否达到临界迎角,如达到则需要用临界迎角反算舵偏角,求得平衡状态下可用过载,如式(31)所示:

$$n_{y\max} = Y^{\alpha^*} + Y^{\delta_z^*} = (C_y^{\alpha^*} \alpha^* + C_y^{\delta_z^*} \delta^*) \frac{q_v s}{mg} \quad (31)$$

式中: $C_y^{\alpha^*}$  和  $C_y^{\delta_z^*}$  分别为法向力对迎角和舵偏角的导数; $\alpha^*$  和  $\delta^*$  分别为平衡迎角和平衡舵偏角; $q_v$  为动压; $s$  为参考面积。

式(29)中,取  $k_u(t) \equiv 1$ ,相当于未考虑过载约束的导引律。将导引律代入末制导弹道进行仿真,由式(30)、式(31)可得末制导全程可用过载,将终端可用过载取为 1,并表示为剩余时间  $t_g$  的函数,通过最小二乘法进行多项式拟合,得单位化过载边界,如图 2 所示。

设过载拟合曲线为  $n_u$ ,取

$$k_u(t_g) = \frac{1}{|n_u(t_g)|} \quad (32)$$

一般情况下,由式(32)可见,随剩余时间  $t_g$

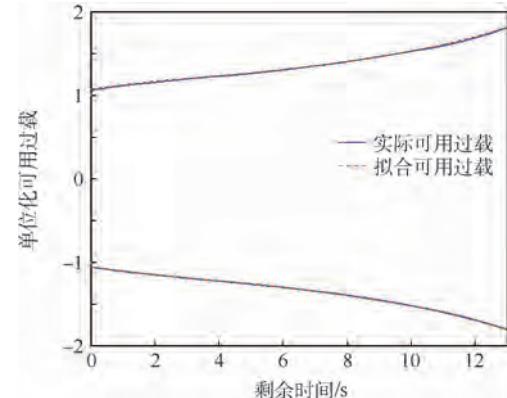


图 2 可用过载拟合曲线与实际可用过载曲线对比

Fig. 2 Contrast between available overload fitted curve and practical available overload curve

的减少,可用过载  $n_u$  绝对值越小,则  $k_u$  越大,表明此时对控制指令的“惩罚”越厉害。

将式(32)代入式(29),将新的制导指令代入弹道方程进行迭代。最后 2 次迭代得到  $k_u(t)$  误差小于 0.1%,认为迭代收敛,得到机动性能约束下的闭环导引律。

然而,防空导弹可用过载的计算需要对每一时刻的迎角、舵偏角进行配平迭代求解,计算量较大,极大降低了时变可用过载权系数的迭代速度。

#### 3.2 时变机动效率权系数

以 3.1 节中方法,当防空导弹可用过载较大,即机动能力较强,此时有利于导弹完成需要大过载的动作,如较大的转弯。然而,在导弹具有较大可用过载的同时,一般具有较大的动压,此时导弹的阻力也较为显著,当导弹在大可用过载下完成大的机动,同时会带来大的能量损耗,这在试图保证末端速度和射程的防空导弹中是不希望的。

基于以上分析,提出一种新的控制项加权系数,满足时变过载约束同时保证导弹机动损耗能量最小,即机动效率最优。

将式(31)除以导弹当地阻力系数,有

$$n_{LD} = \frac{C_y^{\alpha^*} \alpha^* + C_y^{\delta_z^*} \delta^*}{C_x^{\alpha^*} \alpha^* + C_x^{\delta_z^*} \delta^*} \cdot \frac{q_v s}{mg} \quad (33)$$

由式(33)可见,导弹机动效率  $n_{LD}$  可以看成由两部分变量(导弹升阻比  $C_y/C_x$  与动压  $q_v$  再乘以常量  $s/mg$ )组成,即

$$n_{LD} = (C_y/C_x) q_v \frac{s}{mg} \quad (34)$$

常规防空导弹升阻特性如图 3 所示。升阻比  $C_y/C_x$  是马赫数  $Ma$  和迎角  $\alpha$  的函数,达到使  $C_y/C_x$  最大的迎角前,  $C_y/C_x$  随迎角变化近似满足线性关系,而在给定迎角下,  $C_y/C_x$  随  $Ma$  变化也可

近似作线性变化,故可将马赫数、迎角的函数  $C_y/C_x$  降维为仅关于马赫数  $Ma$  的函数,即

$$C_y/C_{x(\max)}(Ma, \alpha) = C_y/C_{x(\max)}(Ma) \quad (35)$$

因此,可用  $C_y/C_{x(\max)}$  表征导弹满足需用过载时的能量消耗程度,即机动效率。

常规防空导弹  $C_y/C_{x(\max)}$  随  $Ma$  的变化如图 4 所示。

令

$$k'_u(t_g) = \frac{1}{n_{LD}} \quad (36)$$

式(36)中,  $n_{LD}$  越小, 表示导弹做同等机动需要消耗的能量越大,  $k'_u$  越大, 则此时对控制指令的“惩罚”越厉害。通过权系数  $k'_u$  的选取, 使导弹在机动效率较高的情况下尽量做大机动, 在机动效率较低的情况下做小机动或不做机动, 使防空导弹在满足一定交会角的前提下对空袭目标进行有效拦截。

同 3.1 节所述,  $n_{LD}$  要经过多次迭代确定, 当最后 2 次迭代仿真结果误差在 0.1% 以内, 认为迭代收敛。

时变机动效率权系数的确定无需经过配平

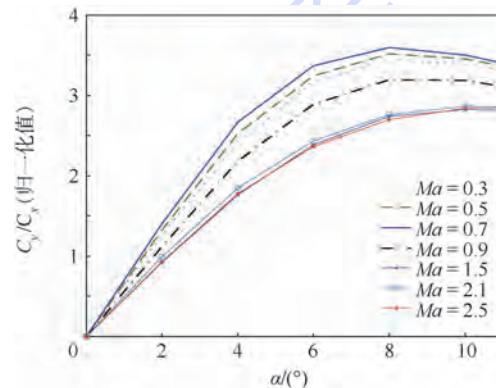


图 3 常规防空导弹升阻比曲线

Fig. 3 Common air-defense missile's lift-drag ratio curves

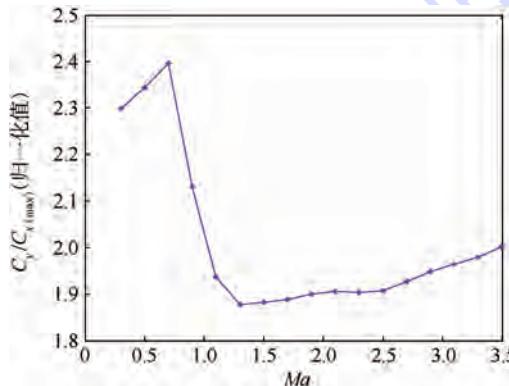


图 4 常规防空导弹  $C_y/C_{x(\max)}$  随  $Ma$  变化

Fig. 4 Variation of common air-defense missile

$C_y/C_{x(\max)}$  with  $Ma$

迭代, 仅需知道弹道的速度与动压信息, 在保证导弹机动效率的同时, 极大提高了时变权系数的迭代速度。

## 4 弹道仿真分析

基于以上分析, 取典型防空导弹进行弹道仿真。取低空常速飞行目标  $V_{Tx} = -60 \text{ m/s}$ ,  $V_{Ty} = 5 \text{ m/s}$ , 导弹初始速度  $V_0 = 1000 \text{ m/s}$ , 以末端交会角  $81^\circ$  拦截。

分别对比不考虑机动约束(文献[3]导引律)、考虑可用过载约束、考虑机动效率约束 3 种不同导引律下末制导弹道仿真结果, 如图 5~图 9 所示。

图 5 为导弹机动效率随迭代次数的变化曲线, 因为导弹约束边界会因弹道变化而改变, 所以必须通过迭代确定, 一般约束边界须经过 4~7 次迭代趋于收敛。当后 2 次迭代误差在 0.1% 以内, 认为约束边界确定。

经过对制导弹道进行仿真迭代, 图 6 为 2 种约束边界随剩余时间的变化曲线, 机动效率约

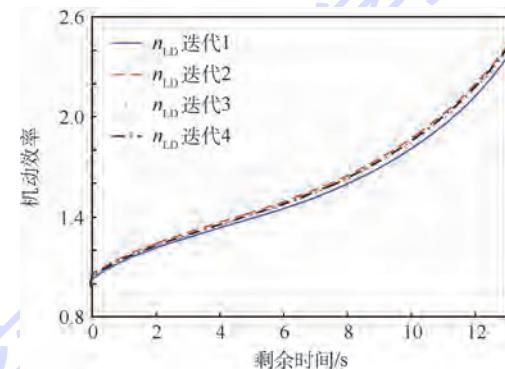


图 5 导弹机动效率随迭代次数变化

Fig. 5 Variation of missile maneuvering efficiency with iteration times

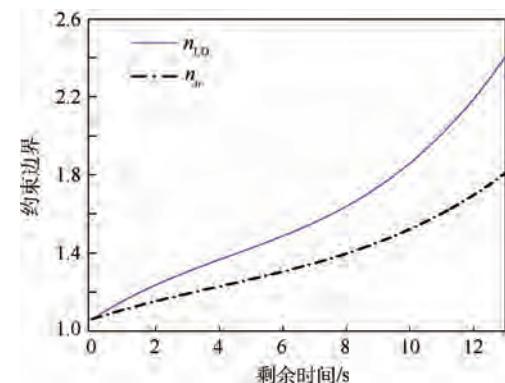


图 6 性能约束边界与剩余时间关系

Fig. 6 Relationship between performance constrained boundary and time-to-go

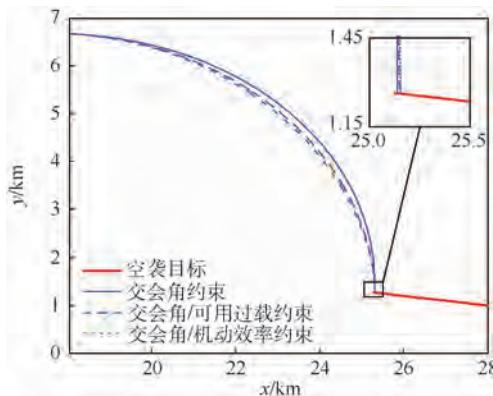


图 7 3 种导引律末制导弹道对比(匀速目标)

Fig. 7 Three guidance laws' terminal trajectory contrast (constant target)

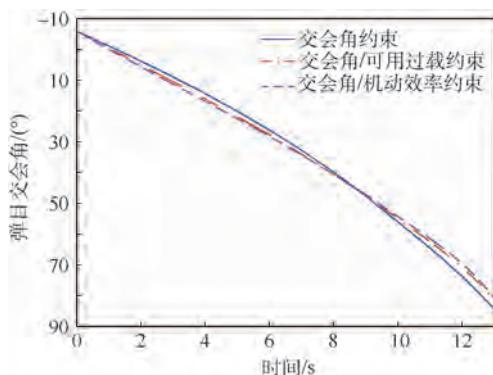


图 8 3 种导引律弹目交会角对比(匀速目标)

Fig. 8 Three guidance laws' missile-target intercept angle contrast (constant target)

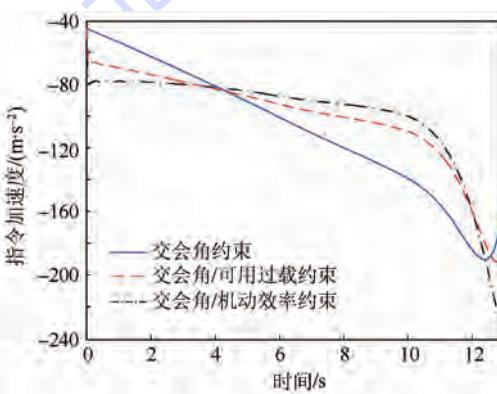


图 9 3 种导引律指令加速度对比(匀速目标)

Fig. 9 Three guidance laws' command acceleration contrast (constant target)

束边界曲线  $n_{LD}$  要明显高于可用过载约束边界曲线  $n_u$ , 这是由于仿真算例中, 导弹飞行速度正处子机动效率随速度变化的单调区间。

对比不考虑机动约束、考虑可用过载约束、考虑机动效率约束的末制导弹道仿真结果, 如图 7 所示, 由于所要求交会角较大, 3 种导引律使导弹在末制导阶段机动策略各不相同。

对比 3 种导引律下的弹目交会角变化情况, 如图 8 所示, 考虑机动性能的导引律在导弹机动性能较好的情况下实现较大转弯, 而未考虑机动性能的导引律在导引末端期望实现较大转弯, 因可用过载难以满足指令需求, 导致较大的交会角误差。

图 9 分别对比 3 种导引律下的指令加速度, 对比结果显示, 考虑机动性能的导引律过载指令在末制导阶段充分考虑了导弹的机动过载能力, 保证导弹在大可用过载下做较大机动, 分配更为合理。而考虑可用过载与考虑机动效率的导引方式因权系数的侧重因素不同, 导致过载指令有明显差异。

对比 3 种导引律下, 拦截末端时刻的仿真结果如表 1 所示。结果对比表明, 未考虑机动性能的导引律因对机动性能分配不合理导致脱靶。考虑机动性能的 2 种导引律均能实现对空袭目标的有效拦截, 而考虑机动效率约束的导引律相比考虑可用过载约束的导引律能有效降低导弹的拦截时间, 提高导弹末端速度, 有效提高了防空导弹的拦截能力与毁伤效果。

为分析本文中导引律式(29), 拦截机动目标的有效性, 取速度  $V_{Tx} = -180 \text{ m/s}$ ,  $V_{Ty} = 0 \text{ m/s}$ , 并以过载  $a_r = 1g$  单侧机动飞行的目标进行仿真分析。导弹初始速度  $V_0 = 1000 \text{ m/s}$ , 以末端交会角  $0^\circ$  逆轨拦截。3 种制导形式的末制导段弹道如图 10 所示, 3 种导引律指令加速度对比如图 11 所示。

对比 3 种导引规律下拦截末端时刻的仿真结果, 如表 2 所示。

对单侧机动目标拦截仿真结果表明, 3 种导引律均能对机动目标进行有效拦截, 考虑机动性能的 2 种导引律较未考虑机动性能的导引律脱靶

表 1 不同导引律仿真结果对比(匀速目标)

Table 1 Different guidance laws' simulation results contrast (constant target)

导引律	脱靶量/m	末端速度/(m·s⁻¹)	末端交会角/(°)	拦截时间/s	交会角误差/(°)
交会角约束	5.75	455.2	84.29	13.63	3.29
交会角/可用过载约束	0.43	514.5	80.31	13.38	-0.69
交会角/机动效率约束	0.51	519.4	81.05	13.29	0.05

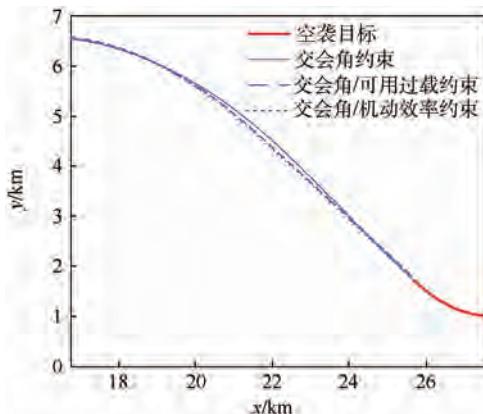


图 10 3 种导引律末制导弹道对比(机动目标)

Fig. 10 Three guidance laws' terminal trajectory contrast (maneuvering target)

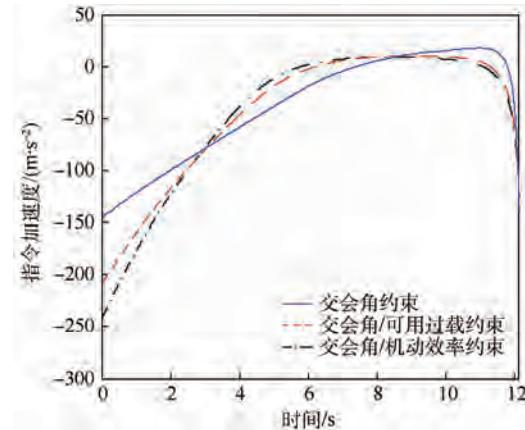


图 11 3 种导引律指令加速度对比(机动目标)

Fig. 11 Three guidance laws' command acceleration contrast (maneuvering target)

表 2 不同导引律仿真结果对比(机动目标)

Table 1 Different guidance laws' simulation results contrast (maneuvering target)

导引律	脱靶量/m	末端速度/(m·s⁻¹)	末端交会角/(°)	拦截时间/s	交会角误差/(°)
交会角约束	1.58	570.2	-1.00	12.30	-1.00
交会角/可用过载约束	0.14	569.5	-0.66	12.29	-0.66
交会角/机动效率约束	0.22	571.1	-0.60	12.29	-0.60

量和交会角误差明显降低。但是对末端速度的提升效果并不明显,这是由于逆轨拦截对导弹过载能力的要求较要求大交会角情况下要小很多,考虑机动性能的导引律优势未能充分体现。

本文中导引律推导是以小角度线性化假设为前提展开的,在以上的仿真中,初始的  $\phi_{m0} = q_0 = 21.5^\circ$ ,已不符合小角度线性化假设条件。因此,该导引律的推导中,在  $\phi_{m0}, q_0$  较大的情况下,仍具有适用性。

## 5 结 论

本文针对考虑机动性能的带交会角约束导引律展开研究:

1) 推导了一种通过迭代确定时变控制项权系数的闭环制导规律。

2) 考虑以可用过载约束的导引律在机动同时会带来较大的附加阻力,在以可用过载为时变权系数的基础上,引入当地阻力系数,提出一种不仅满足时变过载约束又能保证导弹机动损耗能量较小的导引形式。

3) 将 3 种导引律进行仿真验证,证明所设计导引律的有效可行,特别对过载要求较高的情况下效果明显。同时极大提高了迭代速度,为防空导弹拦截高速机动目标提供了方法参考。

## 参 考 文 献 (References)

[1] 斯维特洛夫 B Г, 戈卢别夫 И С. 防空导弹设计 [M]. 《防空

导弹设计》编译委员会,译. 北京:中国宇航出版社,2004: 111-116.

SVATROV B Г, GRUBIEF И С. Air-defense missile design [M]. Air-defense Missile Design Compilation Committee, translated. Beijing: Chinese Space Press, 2004: 111-116 (in Chinese).

[2] RYOO C K, CHO H, TAHK M J. Time-to-go weighted optimal guidance with impact angle constraints [J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 2006, 14(3): 483-492.

[3] SHAFFERMAN V, SHIMA T. Linear quadratic guidance laws for imposing a terminal intercept angle [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(5): 39-48.

[4] 张友安, 马培蓓. 带有攻击角度和攻击时间控制的三维制导 [J]. 航空学报, 2008, 29(4): 1020-1026.

ZHANG Y A, MA P B. Three-dimensional guidance law with impact angle and impact time constraints [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(4): 1020-1026 (in Chinese).

[5] CLOUTIER J R. All-aspect acceleration limited homing guidance [C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2005, 8: 9-11.

[6] HEXNER G, SHIMA T. Stochastic optimal control guidance law with bounded acceleration [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 71-78.

[7] 董晨, 魏涛, 王松艳, 等. 带落角约束与控制约束的纵向制导律 [J]. 固体火箭技术, 2014, 37(3): 285-290.

DONG C, CHAO T, WANG S Y, et al. Longitudinal guidance law with constraints on impact angle and control [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2014, 37(3): 285-290 (in Chinese).

[8] SONG T L, SHIN S J, CHO H. Impact angle control for planar engagements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(4): 1439-1444.

- [ 9 ] RYOO C K, CHO H, TAHK M J. Closed-form solutions of optimal guidance with terminal impact angle constraint [ C ] // Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Application. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003: 504-509.
- [ 10 ] 王辉,林德福,崔晓曦.一类扩展的弹道成型制导律[J].北京理工大学学报,2014,34(6):597-603.  
WANG H, LIN D F, CUI X X. Extended trajectory shaping guidance laws [ J ]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2014, 34 ( 6 ) : 597-603 ( in Chinese ).
- [ 11 ] 王丽英,张友安,黄洁.带约束的末制导率与伪谱法轨迹优化 [ M ].北京:国防工业出版社,2015:92-96.  
WANG L Y, ZHANG Y A, HUANG J. Guidance law under multiple constrained and GPOPS trajectory optimization [ M ]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015: 92-96 ( in Chinese ).
- [ 12 ] 王青,陈宇,张颖昕,等.最优控制——理论、方法与应用 [ M ].北京:高等教育出版社,2010:65-71.  
WANG Q, CHEN Y, ZHANG Y X, et al. Optimal control theory, method and application [ M ]. Beijing: Higher Education Press, 2010:65-71 ( in Chinese ).
- [ 13 ] ZARCHAN P. Tactical and strategic missile guidance, progress in astronautics and aeronautics [ M ]. Reston: AIAA, 2003.
- [ 14 ] 钱杏芳,林瑞雄.导弹飞行力学 [ M ].3 版.北京:北京理工大学出版社,2008:62-63.  
QIAN X F, LIN R X. Missile flight dynamics [ M ]. 3rd ed. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2008: 62-63 ( in Chinese ).
- [ 15 ] 孙未蒙.空地制导武器多约束条件下的制导率设计 [ D ].长沙:国防科学技术大学,2008:8-13.  
SUN W M. Research on guidance law design with terminal impact angle constraints in air-to-surface guided weapon [ D ]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008: 8-13 ( in Chinese ).

**作者简介:**

王超伦 男,博士研究生。主要研究方向:弹道设计、制导律设计。

薛林 男,研究员,博士生导师。主要研究方向:导弹总体。

## Design of guidance law with multiple constraints considering maneuvering efficiency

WANG Chaolun, XUE Lin\*, YAN Xiaoyong

(The Second Academy of China Aerospace Science & Industry Corp., Beijing 100854, China)

**Abstract:** Due to the guidance law with terminal intercept angle which will cause big angle error when available payload is insufficient, a guidance law considering time-varying overload constraint has been elicited, which would bring on more energy loss when much maneuver is achieved at the same time. Given this, this paper elicits a guidance law with multiple constraints considering maneuvering efficiency. First, a closed-loop guidance law with time-varying control weight coefficient is elicited according to optimal quadratic theory. Second, drag coefficient when maneuvering is introduced into time-varying control weight coefficient, and the constraint boundaries of available payload and maneuvering efficiency are obtained through iterations. Finally, the time-varying weight coefficient is changed into function of time-to-go, and the trajectories are simulated with guidance law considering available payload and maneuvering efficiency. The simulation results indicate that both the two guidance laws can meet the requirement of trajectory shaping, and the acceleration command of guidance law with constraint considering maneuvering efficiency is more reasonable, which reduces the velocity loss effectively and enhances the guidance accuracy and damage effect. Moreover, balance solution of time-varying weight coefficient is not necessary with this method, so iteration speed will be highly improved when accuracy is guaranteed.

**Keywords:** air-defense missile; guidance law; terminal intercept angle; multiple constraints; optimal control; maneuvering efficiency

**Received:** 2016-07-05; **Accepted:** 2016-08-10; **Published online:** 2016-09-02 14:39

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160902.1439.003.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160902.1439.003.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11202023)

\* **Corresponding author.** E-mail: majie283@sina.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0623

# 适于可压缩多尺度流动的紧致型激波捕捉格式



李彦苏, 阎超\*, 于剑

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 针对可压缩多尺度流动数值模拟特点, 研究一种五阶高分辨率紧致型激波捕捉格式——紧致重构加权基本无振荡(CRWENO)格式。该格式利用非线性权系数将低阶紧致格式加权组合以达到高阶精度。在光滑区域蜕化成具有高分辨率的五阶线性紧致格式, 在间断附近则能保持计算稳定无振荡。对 CRWENO 格式、目前广泛使用的加权基本无振荡(WENO)格式及两格式对应的线性格式(即五阶线性迎风格式和五阶紧致格式)进行数值性能研究, 评估非线性权系数对格式耗散及频谱特性的影响。使用一维、二维、三维典型算例进行数值试验, 探讨线性/非线性、紧致/非紧致格式在可压缩多尺度流动模拟中的优势和不足。结果表明, CRWENO 格式在强压缩性流场模拟中能够稳定地捕捉激波, 其紧致特性则改善了非线性格式普遍存在的耗散过大、分辨率较差的问题, 使其能够清晰捕捉多尺度流动结构。因此, 该格式在可压缩多尺度流动模拟中具有较大优势。

**关键词:** 紧致格式; 加权基本无振荡(WENO)格式; 激波捕捉; 数值耗散; 频谱特性; 可压缩多尺度流动

**中图分类号:** V211.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1602-08

可压缩多尺度流动普遍存在于自然界和工程界, 其模拟及研究工作一直备受关注。因多尺度流动自身的复杂性, 人们目前只能借助直接数值模拟(DNS)、大涡模拟(LES)等手段对其进行数值模拟<sup>[1]</sup>。高阶线性格式, 尤其是紧致格式, 因易达到高阶精度且频谱特性优异<sup>[2]</sup>, 在多尺度流动模拟中具有较大优势。然而这些线性格式无法捕捉激波, 难以在可压缩流动中使用。针对可压缩流动, 需要使用激波捕捉格式保证计算的稳定性。早期的激波捕捉格式包括二阶 TVD 格式、MUSCL 格式<sup>[3-4]</sup>等, 它们优秀的激波捕捉性能和鲁棒性使其至今仍在工业设计中占有一席之地。基本无振荡(ENO)格式和加权基本无振荡(WENO)格式的提出<sup>[5]</sup>促使激波捕捉格式向更

高精度发展。对格式阶数<sup>[6]</sup>、加权模版<sup>[7]</sup>、非线性权系数<sup>[8-9]</sup>等的研究则进一步改善了 WENO 格式在计算精度、分辨率和稳定性等方面的性能。但是, 为了稳定地捕捉激波, 上述格式均无法避免地引入了较大的数值耗散, 这极大影响了对小尺度流动结构的刻画, 使之与可压缩多尺度流动的模拟要求存在较大差距。最近, Ghosh 等提出了一种基于紧致格式模板的非线性激波捕捉格式——紧致重构加权基本无振荡(CRWENO)格式, 并研究了其在复杂外形、大规模并行计算中的应用能力<sup>[10-12]</sup>。Peng 和 Shen 则改进了该格式在间断附近的计算精度<sup>[13]</sup>。由于使用紧致格式的模版, CRWENO 格式在频谱特性方面具有天然优势。基于此, 本文使用理论分析和典型数值试验

收稿日期: 2016-07-27; 录用日期: 2016-11-11; 网络出版时间: 2016-12-12 11:02

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161212.1102.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(11402016)

\*通讯作者: E-mail: yanchao@buaa.edu.cn

**引用格式:** 李彦苏, 阎超, 于剑. 适于可压缩多尺度流动的紧致型激波捕捉格式[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1602-1609.

LI Y S, YAN C, YU J. Compact shock capturing scheme for compressible multiscale flow [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1602-1609 (in Chinese).

等手段, 对五阶 CRWENO 格式进行研究, 考量其在激波捕捉、小尺度结构刻画等方面性能。同时将其与五阶 WENO、两格式对应的线性格式(五阶紧致迎风格式和五阶显式线性迎风格式)进行比较, 分析非线性权系数及紧致特性对格式精度、分辨率与稳定性的影响, 探讨不同类型(线性/非线性、紧致/非紧致)高阶格式在可压缩多尺度流动数值模拟中的优势和不足, 为今后格式构造、改进和应用提供思路。

## 1 计算方法

### 1.1 控制方程与离散方法

三维可压缩 Naiver-Stokes 方程可以写为

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_c}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}_c}{\partial z} - \left( \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}_v}{\partial z} \right) = \mathbf{0} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{Q}$  为守恒变量;  $t$  为时间;  $x$ 、 $y$  和  $z$  为三方向坐标;  $\mathbf{F}_c$ 、 $\mathbf{G}_c$  和  $\mathbf{H}_c$  为对流通量;  $\mathbf{F}_v$ 、 $\mathbf{G}_v$  和  $\mathbf{H}_v$  为黏性通量。当仅考虑对流通量时, 方程简化为 Euler 方程。

方程式(1)的半离散形式可写为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{Q}_{i,j,k}}{dt} + \widetilde{\mathbf{F}}_{i+1/2} - \widetilde{\mathbf{F}}_{i-1/2} + \widetilde{\mathbf{G}}_{j+1/2} - \widetilde{\mathbf{G}}_{j-1/2} + \\ \widetilde{\mathbf{H}}_{k+1/2} - \widetilde{\mathbf{H}}_{k-1/2} - (\mathbf{F}_{i+1/2}^v - \mathbf{F}_{i-1/2}^v + \mathbf{G}_{j+1/2}^v - \\ \mathbf{G}_{j-1/2}^v + \mathbf{H}_{k+1/2}^v - \mathbf{H}_{k-1/2}^v) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\widetilde{\mathbf{F}}_{i+1/2} = \widetilde{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{Q}}_{i+1/2}^L, \hat{\mathbf{Q}}_{i+1/2}^R)$$

$$\widetilde{\mathbf{G}}_{j+1/2} = \widetilde{\mathbf{G}}(\hat{\mathbf{Q}}_{j+1/2}^L, \hat{\mathbf{Q}}_{j+1/2}^R)$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}_{k+1/2} = \widetilde{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{Q}}_{k+1/2}^L, \hat{\mathbf{Q}}_{k+1/2}^R)$$

下标  $i$ 、 $j$ 、 $k$  分别代表  $x$ 、 $y$  和  $z$  三方向的离散节点,  $i \pm 1/2$ 、 $j \pm 1/2$ 、 $k \pm 1/2$  分别表示对应节点左右半节点;  $\hat{\mathbf{Q}}_{i+1/2}^L$ 、 $\hat{\mathbf{Q}}_{i+1/2}^R$ 、 $\hat{\mathbf{Q}}_{j+1/2}^L$ 、 $\hat{\mathbf{Q}}_{j+1/2}^R$ 、 $\hat{\mathbf{Q}}_{k+1/2}^L$  和  $\hat{\mathbf{Q}}_{k+1/2}^R$  分别为  $i \pm 1/2$ 、 $j \pm 1/2$ 、 $k \pm 1/2$  半节点处左右两边原始变量值, 可通过高阶插值格式获得, 以达到较高计算精度;  $\widetilde{\mathbf{F}}_{i+1/2}$ 、 $\widetilde{\mathbf{G}}_{j+1/2}$  和  $\widetilde{\mathbf{H}}_{k+1/2}$  代表近似黎曼求解器, 本文中使用 Roe 格式<sup>[14]</sup>;  $\mathbf{F}_{i+1/2}^v$ 、 $\mathbf{F}_{i-1/2}^v$ 、 $\mathbf{G}_{j+1/2}^v$ 、 $\mathbf{G}_{j-1/2}^v$ 、 $\mathbf{H}_{k+1/2}^v$  和  $\mathbf{H}_{k-1/2}^v$  分别为各半节点处的黏性通量, 使用六阶中心格式获得; 时间推进则使用三阶 TVD Runge-Kutta 格式<sup>[15]</sup>。

### 1.2 插值格式

为了表述简洁, 以下对插值格式的描述均以偏左插值(即求解  $\hat{\mathbf{Q}}^L$ )为例, 偏右插值的求解方法均可以对称地推导获得。

通过 Taylor 展开法<sup>[16]</sup>, 可以获得五阶显式线性迎风格式:

$$\hat{f}_{j+1/2} = (2f_{j-2} - 13f_{j-1} + 47f_j + 27f_{j+1} - 3f_{j+2}) / 60 \quad (3)$$

式中:  $f_j$  为  $j$  点处某个原始变量分量的值;  $\hat{f}_{j+1/2}$  为插值获得的半点  $j+1/2$  处的原始变量值。

同样的, 可以推导出五阶紧致迎风格式:

$$\frac{1}{2}f_{j-1/2} + f_{j+1/2} + \frac{1}{6}f_{j+3/2} = \frac{1}{18}f_{j-1} + \frac{19}{18}f_j + \frac{5}{9}f_{j+1} \quad (4)$$

Lele<sup>[2]</sup>的研究表明, 紧致格式具有类谱方法的优秀频谱特性。但因需要联立求解代数方程组, 其计算量略大于显式线性迎风格式。

线性格式在间断附近会产生振荡, 进而导致计算结果发散。五阶 WENO 格式采用低阶格式非线性加权的方式, 光滑区域使加权结果近似于五阶显式线性迎风格式(式(3)), 间断区域则减小跨间断模板的权重, 从而既保证了计算的无振荡, 又确保了计算精度。其具体形式详见文献[5]。

同样的, 可以利用非线性权系数, 以紧致迎风格式为基础, 获得五阶紧致型非线性激波捕捉格式——CRWENO<sup>[10]</sup>。利用五阶紧致迎风格式的网格模板可以拆分出 3 个三阶迎风紧致格式, 即

$$\begin{cases} \frac{2}{3}\hat{f}_{j-1/2}^{(1)} + \frac{1}{3}\hat{f}_{j+1/2}^{(1)} = \frac{1}{6}(f_{j-1} + 5f_j) \\ \frac{1}{3}\hat{f}_{j-1/2}^{(2)} + \frac{2}{3}\hat{f}_{j+1/2}^{(2)} = \frac{1}{6}(5f_j + f_{j+1}) \\ \frac{2}{3}\hat{f}_{j+1/2}^{(3)} + \frac{1}{3}\hat{f}_{j+3/2}^{(3)} = \frac{1}{6}(f_j + 5f_{j+1}) \end{cases} \quad (5)$$

当权系数为  $C_1 = 1/5$ ,  $C_2 = 1/2$ ,  $C_3 = 3/10$ (即理想权系数)时, 式(5)中 3 个格式即可加权成式(4)。为了使流场间断处的模板权系数降低, 可以利用光滑因子  $\beta_n$  ( $n = 1, 2, 3$ )<sup>[5]</sup>, 其定义为

$$\begin{cases} \beta_1 = \frac{13}{12}(f_j - 2f_{j+1} + f_{j+2})^2 + \frac{1}{4}(3f_j - 4f_{j+1} + f_{j+2})^2 \\ \beta_2 = \frac{13}{12}(f_{j-1} - 2f_j + f_{j+1})^2 + \frac{1}{4}(f_{j-1} - f_{j+1})^2 \\ \beta_3 = \frac{13}{12}(f_{j-2} - 2f_{j-1} + f_j)^2 + \frac{1}{4}(f_{j-2} - 4f_{j-1} + 3f_j)^2 \end{cases} \quad (6)$$

获得非线性权系数

$$\begin{cases} \omega_n = \frac{\alpha_n}{\sum_{k=1}^3 \alpha_k} \\ \alpha_n = \frac{C_n}{(\beta_n + \varepsilon)^2} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\varepsilon$  为确保分母不为 0 的小量, 本文取  $10^{-6}$ 。

这样, 将式(5)中的低阶格式与式(7)中的非

线性权系数对应相乘并相加,就能获得五阶紧致型非线性激波捕捉格式——CRWENO,即

$$\frac{2\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 + 2(\omega_2 + \omega_3)} \hat{f}_{j-1/2} + \hat{f}_{j+1/2} + \frac{\omega_3}{\omega_1 + 2(\omega_2 + \omega_3)}. \\ \hat{f}_{j+3/2} = \frac{\omega_1}{2\omega_1 + 4(\omega_2 + \omega_3)} \hat{f}_{j-1} + \\ \frac{5(\omega_1 + \omega_2) + \omega_3}{2\omega_1 + 4(\omega_2 + \omega_3)} \hat{f}_j + \frac{\omega_2 + 5\omega_3}{2\omega_1 + 4(\omega_2 + \omega_3)} \hat{f}_{j+1} \quad (8)$$

光滑区域非线性权系数蜕化成理想权系数  $C_n$  时,式(8)退化成紧致迎风格式(式(4))。

当使用非周期边界条件时,为了使方程组封闭,在边界处使用五阶 WENO 格式。

## 2 数值性能分析

为表述简便,以下将五阶显式线性迎风格式、五阶紧致迎风格式、五阶 WENO 和五阶 CRWENO 分别记为 UW5、compact5、WENO5 和 CRWENO5。

### 2.1 精度测试

首先检验格式是否达到预期精度并对程序进行校验,选取 Euler 方程精确解为

$$\begin{cases} \rho = 1 + 0.2 \sin(x + y - 2t) \\ u = 1 \\ v = 1 \\ p = 1 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\rho$ 、 $p$ 、 $u$  和  $v$  分别为密度、压强、 $x$  和  $y$  方向速度。计算域为  $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ ,采用周期边界条件,计算网格共 5 组: $10 \times 10, 20 \times 20, 40 \times 40, 80 \times 80$  以及  $160 \times 160$ ,时间步长(无量纲)  $\Delta t = (\Delta x)^3$ , $\Delta x$  为网格间距,无量纲时间推进至  $t = 0.2$ 。

此处考虑密度误差,用 L2 范数(L2)误差表示。计算结果如图 1 所示( $h^5$  为五阶精度的参考斜率)。图中可见,4 种格式均能达到预期精

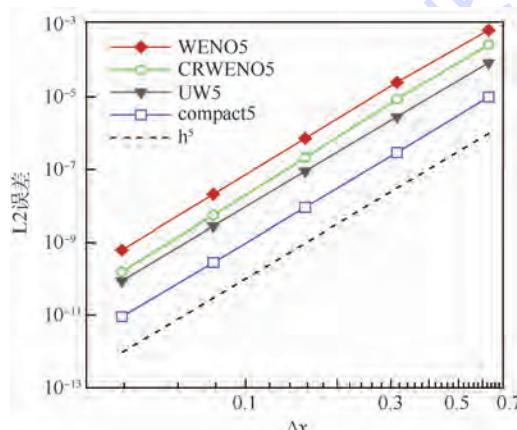


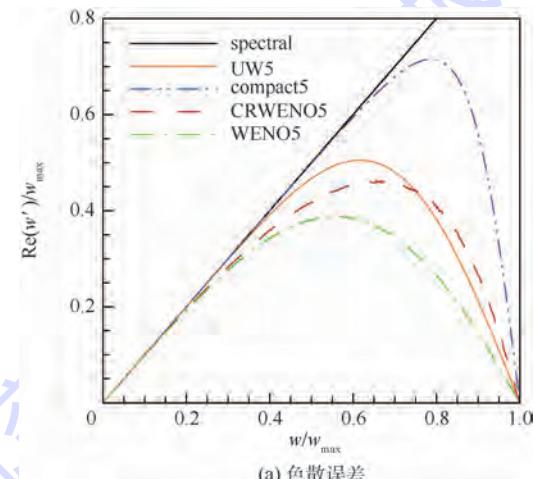
图 1 4 种格式精度测试结果(密度误差)

Fig. 1 Accuracy test results of four schemes ( density errors )

度。从量值上看,2 种线性格式的误差量值均比所对应的非线性格式(compact5 与 CRWENO5、UW5 与 WENO5 相比)小约一个量级,紧致型格式误差量值明显小于相应显式格式(compact5 与 UW5、CRWENO5 与 WENO5 相比)。CRWENO5 的误差较接近 UW5。结果表明,即使对于光滑流动,格式的非线性权系数也难以完全蜕化成理想权系数,因此非线性格式的数值误差绝对量值较大。格式的紧致特性则能减小数值误差,从而一定程度上弥补非线性权系数对计算精度的影响。

### 2.2 Fourier 分析

数值精度阶数代表了网格足够密时数值格式的精度,分辨率则能体现网格分辨率有限情况下格式的精度<sup>[16]</sup>。格式分辨率可通过 Fourier 分析获得的修正波数反映。对于线性格式,能够获得修正波数的解析解,而对于非线性格式,修正波数只能通过数值方法近似得到。本文采用 Fauconnier 和 Dick 提出的非线性谱分析(NSA)方法<sup>[17]</sup>对 4 种格式的分辨率进行分析。计算结果如图 2



(a) 色散误差

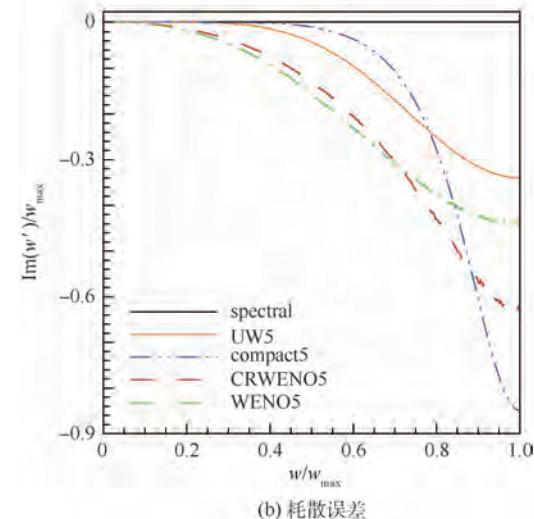


图 2 4 种格式的色散和耗散误差

Fig. 2 Dispersion and dissipation errors of four schemes

(spectral 为谱方法结果)。图中横坐标为波数  $w$  与最大波数  $w_{\max}$  的比值, 纵坐标分别为修正波数  $w'$  的实部  $\operatorname{Re}(w')$ 、虚部  $\operatorname{Im}(w')$  与  $w_{\max}$  的比值。从图 2 中可以看出, 非线性格式的色散和耗散误差均大于线性格式, 其中 compact5 最优, UW5 其次, CRWENO5 优于 WENO5。这说明非线性权系数的引入对格式的色散和耗散性能均有明显影响。此外, 紧致型格式的频谱特性均优于对应的显式格式。

### 3 数值试验和结果分析

#### 3.1 一维 Sod 激波管

本算例求解 Euler 方程。初始条件为<sup>[18]</sup>

$$\begin{cases} (\rho_L, u_L, p_L) = (1, 0, 1) \\ (\rho_R, u_R, p_R) = (0.125, 0, 0.1) \end{cases} \quad (10)$$

式中: 带下标 R 和 L 的  $\rho, u, p$  分别为间断左右两边的密度(无量纲)、速度和压强。计算区域为  $[0, 1]$ , 网格点数 100, 计算截止至无量纲时间  $t = 0.2$ 。

图 3 给出了 4 种格式的密度分布曲线及局部放大图(exact 为精确解), 可见, 线性格式在所有间断处均会出现振荡, 而 2 种非线性激波捕捉格式能保持稳定, 仅在接触间断附近出现轻微过冲(见图 3 中局部放大 3)。此外, 本算例中 CRWENO5 和 WENO5 的间断分辨能力相近。

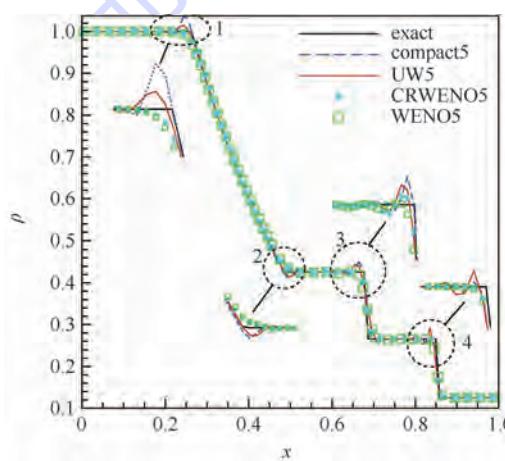


图 3 Sod 激波管不同格式的密度分布曲线

Fig. 3 Density distribution curves of Sod shock tube with different schemes

#### 3.2 前向台阶绕流

计算模型<sup>[19]</sup>为在一洞长为 3 个洞宽的风洞中设一前向台阶, 台阶位于距入口 0.6 个洞宽处, 高度为洞宽的  $1/5$ 。初始流场为自左面流入的马赫数为 3 的均匀超声速气流。风洞壁面均设为无

反射边界条件, 风洞入口和出口分别设入口/出口边界条件。本算例求解 Euler 方程, 模拟的截止无量纲时间为  $t = 4$ 。计算网格等距划分, 网格线与壁面平行或正交, 网格间距为  $\Delta x = 1/320$ (以洞宽为 1)。

本算例流场具有较强的压缩性, 线性格式无法保持计算的稳定性, 仅采用 2 种激波捕捉格式进行计算, 以检验 CRWENO5 在强压缩性流场中的计算性能。计算结果如图 4 所示。

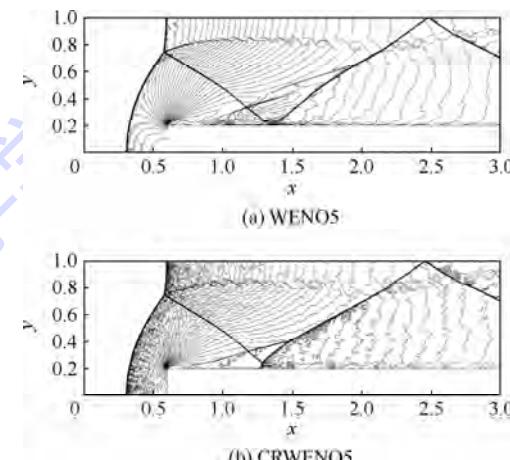


图 4  $\Delta x = 1/320$  时, 前向台阶密度等值线图

Fig. 4 Density contours at forward facing step at  $\Delta x = 1/320$

从图 4 中可以看出, CRWENO5 在此算例中能够稳定、清晰地捕捉激波结构, 其间断分辨能力与 WENO5 相当。因 CRWENO5 耗散相对较小, 在强压缩性流场中稳定性稍逊色, 具体表现为密度等值线抖动更剧烈。相对地, CRWENO5 结果中的流动细节更丰富。

#### 3.3 泰勒-格林涡

本算例模拟了流动从近似无黏到转捩再到湍流的过程<sup>[20]</sup>, 能够全面反映数值格式对多尺度流动结构的模拟能力。初始流场为<sup>[20]</sup>

$$\begin{cases} u_v = U_0 \sin x \cos y \cos z \\ v_v = -U_0 \cos x \sin y \cos z \\ w_v = 0 \\ p = p_0 + \frac{\rho_0 U_0^2 (\cos(2x) + \cos(2y)) (\cos(2z) + 2)}{16} \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $u_v, v_v, w_v$  分别为  $x, y, z$  方向速度;  $U_0 = 1$ ;  $p_0, \rho_0$  分别为初始时刻的压强和密度。雷诺数  $Re = \rho_0 U_0 L / \mu$ , 本文取 1 600,  $L$  为参考长度,  $\mu$  为动力黏性系数; 马赫数  $Ma = U_0 / c_0$ , 本文取 0.1,  $c_0$  为声速, 由  $c_0^2 = \gamma p_0 / \rho_0$  算出,  $\gamma$  为比热比, 取 1.4。模

拟区域为一边长为  $2\pi L$  的立方体,本文取  $L = 1$ ,采取周期边界条件。计算网格等距划分,网格间距为  $\Delta x = 2\pi/128$ 。本文对 2 种线性格式和 2 种非线性格式均进行了模拟,以研究格式的非线性对纯光滑流动结构的捕捉能力。模拟截止于无量纲时间  $t = 20$ 。各时均量和能谱的计算方法分别参见文献[20]和文献[16]。

图 5 给出了流场平均动能( $K$ )及动能耗散率( $\varepsilon_1$ )随时间变化曲线,DRP512<sup>3</sup> 为参考解<sup>[20]</sup>。图 5(a)中随着时间推移,模拟结果与参考解出现偏差。相比而言,2 种线性格式,尤其是 compact5 与参考解最为接近。而由于流动逐渐出现尺度相差较大的流动结构,非线性权系数的作用逐渐显著,2 种非线性格式的平均动能衰减较明显,尤其 WENO5 与参考解的偏差最大,CRWENO5 因其紧致型特征耗散略小。该结果与 Fourier 分析的结果相近。图 5(b)中看出,WENO5 的动能耗散率过早达到峰值,这是格式耗散过大、分辨率不足的表现<sup>[21]</sup>,其他 3 种格式的曲线则更接近参考解,

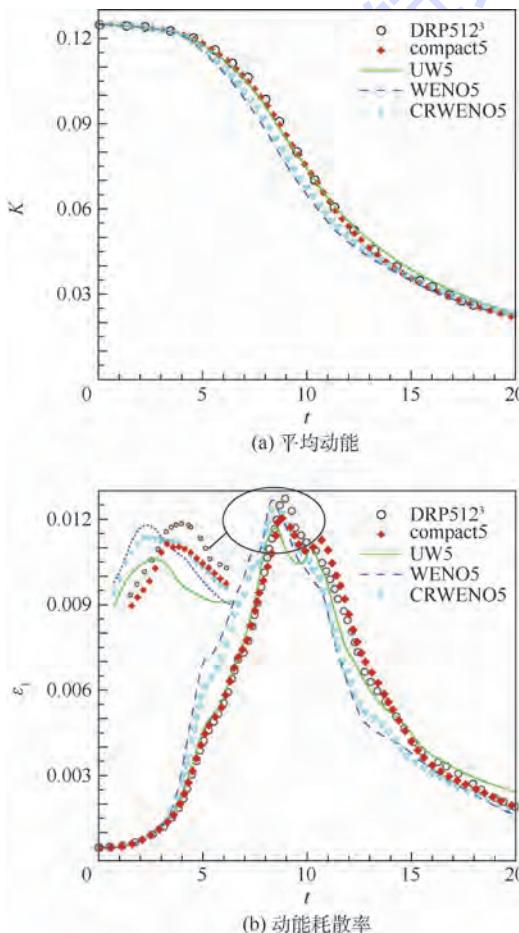


图 5 泰勒-格林涡平均动能及其动能耗散率  
随时间变化曲线

Fig. 5 Variation of kinetic energy and kinetic energy dissipation rate of Taylor-Green vortex with time

compact5 的曲线峰值出现时间最为接近。

研究表明<sup>[21]</sup>,  $t = 9$  时流场已为完全湍流。图 6 给出该时刻各格式获得的能谱分布曲线(spectral 为参考解<sup>[22]</sup>, 同时给出斜率  $-5/3$  次幂的  $w^{-5/3}$  作参考)。低波数时,4 种格式能谱均与参考解吻合较好。随着波数增大,4 种格式的动能衰减逐渐增大,其中 compact5 能吻合的波数范围最广, WENO5 发生偏离的位置最早, UW5 与 CRWENO5 结果相近, UW5 略好。

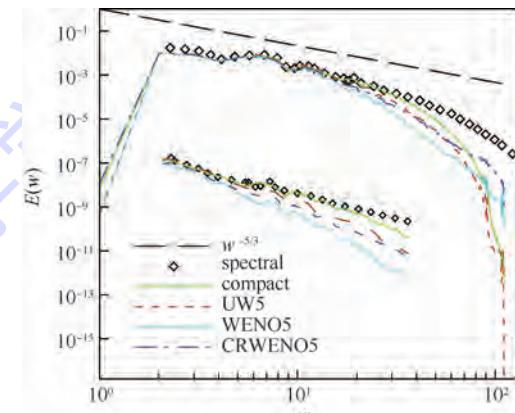


图 6  $t = 9$  时泰勒-格林涡能谱分布曲线

Fig. 6 Energy spectrum distribution curves of Taylor-Green vortex at  $t = 9$

### 3.4 可压缩各向同性衰减湍流

计算域为  $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ , 周期边界条件, 网格间距  $\Delta x = 2\pi/128$ 。给定初始条件<sup>[23]</sup>:湍流能谱  $E(w) = Aw^4 e^{(-2w^2/w_0^2)}$ , 其中  $A = 0.00013$ ,  $k_0 = 8$ ; 湍流马赫数  $Ma_t = 0.3$ , Taylor 微尺度雷诺数  $Re_\lambda = 72$ 。

本算例用于测试激波与多尺度流动结构相互干扰流场中各格式的计算性能。由于初始流场中存在局部激波,线性格式无法稳定计算,仅给出 WENO5 和 CRWENO5 的计算结果(见图 7~图 9)。图中横坐标  $t/\tau$  为实际时间  $t$  与初始时刻大涡翻转时间  $\tau$  之比。图 7(a)为两格式获得的实际动能  $K(t)$  与初始时刻动能  $K_0$  之比随时间变化规律,可见 CRWENO5 的动能耗散小于 WENO5。从图 7(b)(拟涡能与初始拟涡能之比  $\zeta$  随时间变化曲线)中能看出,CRWENO5 所得的最大拟涡能大于 WENO5,说明 CRWENO5 能捕捉到更多小尺度流动结构。能谱分布曲线图 8 中亦能得到相似结论。

图 9 给出了  $t/\tau = 2$  时瞬时流场的密度分布曲线。可以看出,2 种格式均能准确捕捉激波。

相比而言,WENO5 的稳定性略好, CRWENO5 对激波的捕捉更锐利。

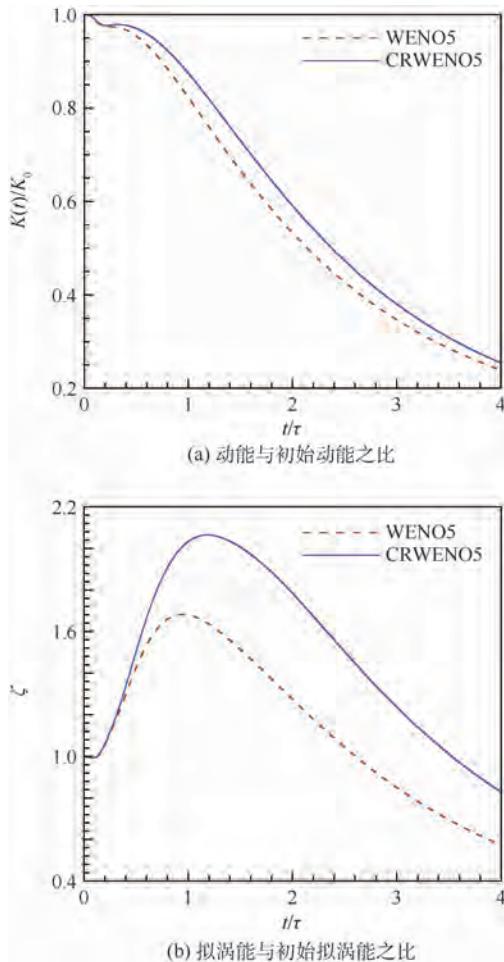


图 7 不同时刻动能与初始动能之比及拟涡能与初始拟涡能之比随时间变化曲线

Fig. 7 Variation curves of ratio of kinetic energy to initial kinetic energy and ratio of enstrophy to initial enstrophy at different moments with time

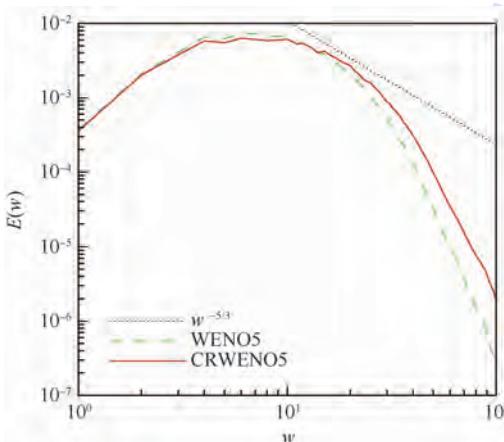


图 8 2 种格式在  $t/\tau = 4$  时刻的能谱分布曲线

Fig. 8 Energy spectrum distribution curves of

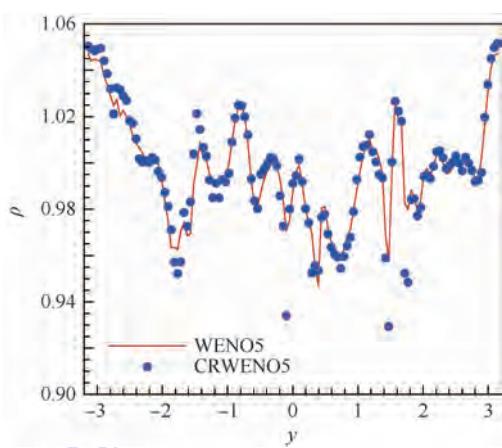


图 9 瞬时流场在  $t/\tau = 2$  时刻密度分布曲线

Fig. 9 Instantaneous flow field density distribution curves at  $t/\tau = 2$

## 4 结 论

1) 紧致型格式的分辨率优于显式格式, 非线性情况下也如此; 相对地, 紧致型格式的稳定性略逊于显式格式。

2) 即使在流场光滑的情况下, 非线性格式的耗散仍大于对应的线性格式, 频谱特性也较逊色, 这是因为非线性权系数难以完全蜕化成理想权系数; 紧致型格式的低耗散特性能够一定程度上弥补该缺陷。

3) CRWENO5 格式具备与 WENO5 相当的激波捕捉能力, 在强压缩性流场中能够稳定清晰地捕捉激波。

4) 在网格分辨率一定的情况下, 紧致型特性能够弥补非线性权系数带来的耗散过大的缺陷, 使 CRWENO5 的频谱分辨率优于 WENO5 格式, 数值耗散也较小。

总之, 紧致型激波捕捉格式 CRWENO 既具备稳定捕捉激波的能力, 又继承了紧致型格式耗散较小、频谱特性较好的优点, 在可压缩多尺度流动数值模拟中具有优势。其构造方法则为今后高分辨率激波捕捉格式的构造和改进提供思路。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] 屈峰, 阎超, 于剑, 等. 高精度激波捕捉格式的性能分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(8): 1085-1089.  
QU F, YAN C, YU J, et al. Assessment of shock capturing methods for numerical simulations of compressible turbulence with shock waves [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40 ( 8 ) : 1085-1089 ( in Chinese ).
- [2] LELE S K. Compact finite difference schemes with spectral-like

- resolution [ J ]. Journal of Computational Physics, 1992, 103 (1) :16-42.
- [ 3 ] VAN LEER B. Towards the ultimate conservation difference scheme V: A second-order sequel to Godunov's method [ J ]. Journal of Computational Physics, 1979, 32(1) :101-136.
- [ 4 ] HARTEN A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws [ J ]. Journal of Computational Physics, 1983, 49(3) :357-393.
- [ 5 ] JIANG G S, SHU C W. Efficient Implementation of weighted ENO schemes [ J ]. Journal of Computational Physics, 1996, 126 (1) :202-228.
- [ 6 ] GEROLYMONS G A, SÉNÉCHAL D, VALLET I. Very-high-order WENO schemes [ J ]. Journal of Computational Physics, 2009, 228(23) :8481-8524.
- [ 7 ] MARTIN M P, TAYLOR E M, WU M, et al. A bandwidth-optimized WENO scheme for the effective direct numerical simulation of compressible turbulence [ J ]. Journal of Computational Physics, 2006, 220(1) :270-289.
- [ 8 ] HENRICK A K, ASLAM T D, POWERS J M. Mapped weighted essentially non-oscillatory schemes: Achieving optimal order near critical points [ J ]. Journal of Computational Physics, 2005, 207(2) :542-567.
- [ 9 ] ACKER F, BORGES R B D R, COSTA B. An improved WENO-Z scheme [ J ]. Journal of Computational Physics, 2016, 313 :726-753.
- [ 10 ] GHOSH D, BAEDEER J. Compact reconstruction schemes with weighted ENO limiting for hyperbolic conservation laws [ J ]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2012, 34 (3) : A1678-A1706.
- [ 11 ] GHOSH D, MEDIDA S, BAEDEER J D. Application of compact-reconstruction weighted essentially nonoscillatory schemes to compressible aerodynamic flows [ J ]. AIAA Journal, 2014, 52 (9) :1858-1870.
- [ 12 ] GHOSH D, CONSTANTINESCU E M, BROWN J. Efficient implementation of nonlinear compact schemes on massively parallel platforms [ J ]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2015, 37(3) :C354-C383.
- [ 13 ] PENG J, SHEN Y. Improvement of weighted compact scheme with multi-step strategy for supersonic compressible flow [ J ]. Computers & Fluids, 2015, 115 :243-255.
- [ 14 ] ROE P L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes [ J ]. Journal of Computational Physics, 1981, 43(2) :357-372.
- [ 15 ] GOTTLIEB S, SHU C. Total variation diminishing Runge-Kutta schemes [ J ]. Mathematics of computation of the American Mathematical Society, 1998, 67(221) :73-85.
- [ 16 ] 傅德薰, 马延文, 李新亮, 等. 可压缩湍流直接数值模拟 [ M ]. 北京: 科学出版社, 2010: 34-36.
- FU D X, MA Y W, LI X L, et al. Direct numerical simulation of the compressible turbulences [ M ]. Beijing: Science Press, 2010: 34-36 (in Chinese).
- [ 17 ] FAUCONNIER D, DICK E. On the spectral and conservation properties of nonlinear discretization operators [ J ]. Journal of Computational Physics, 2011, 230(12) :4488-4518.
- [ 18 ] SOD G A. A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws [ J ]. Journal of Computational Physics, 1978, 27(1) :1-31.
- [ 19 ] WOODWARD P, COLELLA P. The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks [ J ]. Journal of Computational Physics, 1984, 54(1) :115-173.
- [ 20 ] DEBONIS J R. Solutions of the Taylor-Green vortex problem using high resolution explicit finite difference methods: AIAA-2013-0382 [ R ]. Reston: AIAA, 2013.
- [ 21 ] BULL J R, JAMESON A. Simulation of the compressible Taylor-Green vortex using high-order flux reconstruction schemes [ J ]. AIAA Journal, 2015, 53(9) :2750-2761.
- [ 22 ] DE WIART C C, HILLEWAERT K, DUPONCHEEL M, et al. Assessment of a discontinuous Galerkin method for the simulation of vortical flows at high Reynolds number [ J ]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2014, 74 (7) :469-493.
- [ 23 ] SAMTANEY R, PULLIN D I, KOSOVIC B. Direct numerical simulation of decaying compressible turbulence and shocklet statistics [ J ]. Physics of Fluids, 2001, 13(5) :1415-1430.

## 作者简介:

李彦苏 女, 博士研究生。主要研究方向: 计算流体力学。

阎超 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 计算流体力学。

于剑 男, 博士, 讲师, 硕士生导师。主要研究方向: 计算流体力学。

# Compact shock capturing scheme for compressible multiscale flow

LI Yansu, YAN Chao\*, YU Jian

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Aimed at compressible multiscale flow simulations, a fifth-order high-resolution compact shock capturing scheme, compact-reconstruction weighted essentially non-oscillatory (CRWENO), is studied. Non-linear weights are used to combine lower-order compact schemes to approximate a higher-order compact scheme. The scheme becomes the fifth-order linear compact scheme in smooth regions, while preserves computational stability across discontinuities. Numerical properties were analyzed for CRWENO and weighted essentially non-oscillatory (WENO) which is widely used these days, as well as the linear schemes that they correspond to, i. e. the fifth-order upwind linear scheme and the fifth-order compact scheme. The impacts of nonlinear weights on dissipation and spectral properties are evaluated. The advancements and drawbacks of linear/nonlinear and compact/explicit schemes in compressible multiscale flow simulations are discussed by performing 1D, 2D and 3D typical numerical tests. It can be concluded that CRWENO scheme can obtain non-oscillatory results near strong discontinuous regions. Its compact characteristic improves the problems of over-dissipation and low resolution exiting in nonlinear schemes and makes it clearly resolve multiscale flow structures. In a word, CRWENO is a proper candidate for compressible multiscale flow simulations.

**Keywords:** compact scheme; weighted essentially non-oscillatory (WENO) scheme; shock capturing; numerical dissipation; spectral property; compressible multiscale flow

**Received:** 2016-07-27; **Accepted:** 2016-11-11; **Published online:** 2016-12-12 11:02

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161212.1102.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161212.1102.002.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11402016)

\* **Corresponding author.** E-mail: [yanchao@buaa.edu.cn](mailto:yanchao@buaa.edu.cn)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0631

# 基于双基雷达原理的 GNSS 海面反射信号建模方法

祁永强, 张波, 杨东凯\*, 张彦仲, 王强

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 全球导航卫星系统反射(GNSS-R)技术应用过程中接收机的测试验证需要反射信号产生源,以降低成本。信号的模型是GNSS-R信号产生源中的核心。针对缺乏相应模型的问题,提出了一种根据双基雷达原理建立GNSS海面反射信号模型的方法。首先,在分析GNSS海面反射信号特征的基础上,选取了恰当的海面反射点。然后,计算了雷达方程中的散射系数和散射面积,从而得到相应反射点的反射信号功率。最后,对所求得的反射信号参数进行仿真验证。验证的结果表明,反射信号的相关功率曲线与ZV模型理论曲线的相关系数优于0.98,能够有效地用于GNSS海面反射信号的生成。因此,该方法可为GNSS-R信号产生源的研制提供一定的理论支撑。

**关键词:** 全球导航卫星系统(GNSS); 反射信号; 双基雷达; ZV模型; 相关功率

**中图分类号:** TN967.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1610-06

全球导航卫星系统反射(GNSS-R)技术是自20世纪90年代以来逐渐发展起来的GNSS的一个新型分支,是国内外遥感探测和导航技术领域研究热点之一<sup>[1]</sup>。通过这种技术可以获取海态、海面风场、海冰以及海水盐度等信息<sup>[2-4]</sup>,这对于海洋学、远洋航运、海上捕捞、气象、潮位、海气相互作用等均具有重要的研究意义和应用前景。

目前,国内外学者投入了很多精力进行研究,开展了各种地基、空基和天基试验,并研制了多种反射信号接收机,来用于反射信号的接收处理和反演研究<sup>[5-8]</sup>。由于GNSS-R的许多试验不仅需要耗费大量的人力物力,而且对测试场景的要求也很苛刻。同时,由于受到气候的影响,海况条件复杂多变,使得试验可重复性非常差。因此,非常需要研制可在实验室测试的GNSS-R信号产生器,以便于GNSS反射信号接收机的测试。

对于GNSS-R信号产生源的研制还处于起步

阶段,可用于反射信号产生源的信号模型还在探索中。本文在分析海面反射信号特点的基础上,根据双基雷达方程建立反射信号的模型,并对计算的信号参数进行了相关验证。

## 1 海面反射信号特征分析

GNSS反射信号应用中,GNSS卫星、海洋表面、反射信号接收机可组成一个双基雷达系统。接收机一般需要采用两副天线,一副向上的右旋圆极化天线,用于接收直射信号;另一副向下的左旋圆极化天线,用于接收海面反射信号(海反信号)。GNSS海面反射信号传播的几何结构如图1所示,h为载机飞行的高度。

为了方便研究,引入镜面反射点概念,即从发射机经反射点到达接收机的路径最小的点。接收机接收的海反信号主要来自镜面反射点周围的区域,即所谓的闪烁区。GNSS卫星的信号经海面

收稿日期: 2016-07-28; 录用日期: 2016-09-02; 网络出版时间: 2016-11-08 18:17

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1817.005.html

基金项目: 国家自然科学基金(61171070)

\* 通讯作者: E-mail: yangdongkai@sina.com

引用格式: 祁永强, 张波, 杨东凯, 等. 基于双基雷达原理的GNSS海面反射信号建模方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1610-1615. QI Y Q, ZHANG B, YANG D K, et al. GNSS sea surface reflection signal modeling method based on principle of bistatic radar [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1610-1615 (in Chinese).



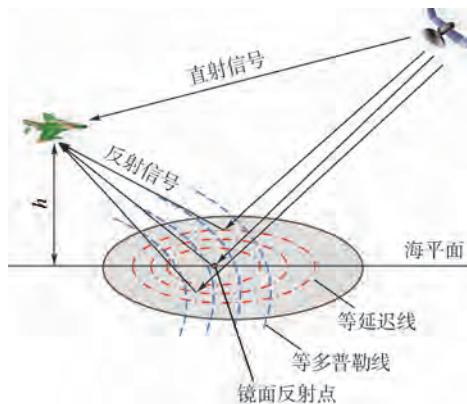


图1 GNSS海面反射信号传播示意图

Fig. 1 Schematic diagram of GNSS sea surface reflection signal propagation

反射后将在闪烁区上形成一系列的等延迟线和等多普勒线。

### 1.1 等延迟线和等多普勒线

以镜面反射点为坐标原点的坐标系统相对应,则沿这一路径的传播时间为<sup>[9]</sup>为

$$\tau_0 = (R_t(0) + R_r(0))/c \quad (1)$$

式中:  $R_t(0)$  为卫星到镜面反射点的距离;  $R_r(0)$  为镜面反射点到接收机的距离;  $c$  为光在空气中传播的速度。

信号沿任意一条反射路径的传播时间可以表示为

$$\tau(r) = (R_t(r) + R_r(r))/c \quad (2)$$

式中:  $r$  为海面上除镜面反射点外的某个反射点。

以  $\tau_0$  为参考, 定义其他路径上信号传播的时间与  $\tau_0$  的差值为时间延迟, 即

$$\Delta\tau = \tau(r) - \tau_0 \quad (3)$$

反射面上由  $\Delta\tau$  等于常数的点组成的线称为等延迟线, 其形状为椭圆。

以镜面反射点为参考点, 由该点反射信号得到的多普勒频率  $f_0 = f_D(0)$  为参考频率。可得各散射点与参考点的多普勒频差为

$$\Delta f = f_D(r) - f_0 \quad (4)$$

式中:

$$f_D(r, t_0) = f_{D0}(r, t_0) + f_s(r, t_0) \quad (5)$$

$$f_{D0}(r, t_0) = (\mathbf{v}_t \mathbf{m}(r, t_0) - \mathbf{v}_r \mathbf{n}(r, t_0)) / \lambda \quad (6)$$

$$f_s(r, t_0) = \mathbf{q}(r, t_0) \mathbf{v}_s / 2\pi \quad (7)$$

其中:  $\mathbf{m}$  和  $\mathbf{n}$  分别表示卫星到散射点和散射点到接收机的单位矢量;  $\mathbf{q}$  为散射向量;  $f_D(r, t_0)$  为总的多普勒频移;  $f_{D0}(r, t_0)$  和  $f_s(r, t_0)$  分别为由卫星和接收机相对运动以及由散射点相对运动引起的多普勒频移;  $\mathbf{v}_t$  和  $\mathbf{v}_r$  分别为卫星和接收机的速度矢量;  $\mathbf{v}_s$  为散射点速度矢量;  $\lambda$  为载波的波长。

由  $\Delta f$  相等的点组成的曲线称为等多普勒线, 其形状为类双曲线的弧线。

以 GPS 卫星 C/A 码信号为例, 设卫星高度为 20 200 km, 接收机高度为 5 km, 卫星高度角为 60°, 接收机的速度为 (0, 120, 0) m/s, 卫星的速度为 (-570, -219, 236) m/s, 等延迟线和等多普勒线如图 2 所示, 其中:(0, 0) 点为镜面反射点。椭圆线为等延迟线, 每个椭圆延迟 0.25 chip。3 条弧线为等多普勒线, 相邻两条弧线间隔是 100 Hz。过镜点的等多普勒线为 -183.05 Hz。

在机载高度下一般不需要考虑多普勒频移对散射信号功率的影响。因此, 只需要将镜面反射点和过镜点的等多普勒线与各等延迟线的交点作为观测点即可。在反射信号的应用中, 一般以镜面反射点的时延值和多普勒值作为参考值。由 GNSS-R 几何关系可知, 镜点反射信号相对于发射信号的时延约为 68 911 chip。

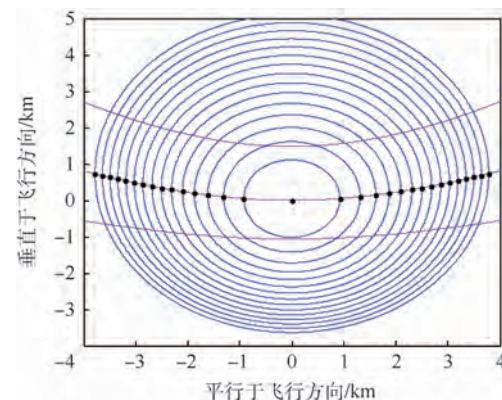


图2 等延迟/等多普勒线

Fig. 2 Iso-delay/iso-Doppler lines

### 1.2 反射信号相位在海面上的映射

由于 GNSS 信号的波长较长, 可将海反信号认为是海洋表面一系列散射点反射信号的集合, 只是由于多径效应分别对应不同的时间延迟、相位和幅值, 设每个个体反射信号的时间延迟为  $\tau_k$ , 相位为  $\varphi_k$ , 幅值为  $a_k$ , 则海反信号的电磁场为

$$E_L = \sum_k a_k e^{-i(\frac{2\pi c}{\lambda} \tau_k + \varphi_k)} \quad (8)$$

设 GNSS 发射的伪码为  $x(t)$ ,  $y(t)$  为海反信号, 则由式(8)可得

$$y(t) = \sum_k x(t) a_k e^{-i(\frac{2\pi c}{\lambda} \tau_k + \varphi_k)} \quad (9)$$

为了方便分析, 式(9)中的时延  $\tau_k$  可对应于伪码相位, 载波相位  $\varphi_k$  可认为主要由多普勒频移引起, 幅值  $a_k$  是反射功率的平方根。这样, 每个反射信号基本上可用幅值、伪码时延和多普勒频

移3个参量来完整描述。

由于海面的粗糙性,海反信号特性较为复杂,具体表现就是信号幅值的衰减以及不同的时延和不同多普勒信号的叠加<sup>[11]</sup>。特定的时延与多普勒又与反射面的特定反射单元是相对应的,如图3所示。

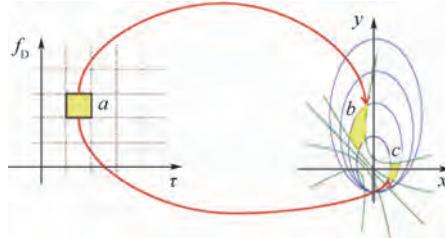


图3 反射单元与时延-多普勒单元的对应关系

Fig. 3 Correspondence between reflection unit and delay-Doppler unit

从图3可以看出,具有相同的时延和多普勒的反射信号可能会来自2个不同的区域。时延-多普勒点a对应于海面的2个点b和c。也就是说,a点反射信号的能量是海面b和c2个点信号能量的叠加。设a点信号的功率为P<sub>a</sub>,b点信号的功率为P<sub>b</sub>,c点信号的功率为P<sub>c</sub>,则满足

$$P_a = P_b + P_c \quad (10)$$

因此,从图2可知,共有15个等延时环,再加上镜面反射点,那么反射信号的数目为16(即k=1,2,...,16),相应地海面上的反射点有31个。

## 2 海面反射信号的功率计算

### 2.1 双基雷达方程

在GNSS-R双基雷达中,设卫星发射功率为P<sub>s</sub>,发射天线的功率增益为G<sub>s</sub>,接收天线的功率增益为G<sub>r</sub>,卫星距海面反射点的距离为R<sub>s</sub>,接收机距海面反射点的距离为R<sub>r</sub>,则海面上j反射点信号的接收功率<sup>[12]</sup>为

$$P_j = \frac{P_s G_s G_r \lambda^2 \sigma_j A_j}{(4\pi)^3 R_s^2 R_r^2} \quad (11)$$

式中: $\sigma_j$ 为双基散射系数; $A_j$ 为 $\sigma_j$ 所对应的海面散射截面积。从式(11)可以看出,散射系数和散射面积是求得反射信号接收功率的关键。

### 2.2 散射系数计算

标准化的双基散射截面形式如下:

$$\sigma = \pi |\mathfrak{R}|^2 \left( \frac{\mathbf{q}}{q_z} \right)^4 P \left( -\frac{q_x}{q_z}, -\frac{q_y}{q_z} \right) \quad (12)$$

式中: $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$ 为散射向量; $\mathfrak{R}$ 为菲涅耳反射系数。GNSS信号经海面反射后,其菲涅耳反射系数<sup>[13]</sup>为

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_{RL} = \frac{1}{2} (\mathfrak{R}_V - \mathfrak{R}_H) \quad (13)$$

$$\mathfrak{R}_V = \frac{\varepsilon \sin \theta - \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}}{\varepsilon \sin \theta + \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}} \quad (14)$$

$$\mathfrak{R}_H = \frac{\sin \theta - \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}}{\sin \theta + \sqrt{\varepsilon - \cos^2 \theta}} \quad (15)$$

其中: $\varepsilon$ 为海面的复介电常数; $\theta$ 为卫星的高度角。

$P$ 为各向异性的二维高斯分布的概率密度函数<sup>[14]</sup>,其表达式为

$$P(s_x, s_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{sx}\sigma_{sy}\sqrt{1-b_{xy}^2}} \exp \left[ -\frac{1}{2(1-b_{xy}^2)} \left( \frac{s_x^2}{\sigma_{sx}^2} - 2b_{xy} \frac{s_x s_y}{\sigma_{sx}\sigma_{sy}} + \frac{s_y^2}{\sigma_{sy}^2} \right) \right] \quad (16)$$

式中: $s_x = -q_x/\mathbf{q}$ 和 $s_y = -q_y/\mathbf{q}$ 分别为平行于载机飞行方向和垂直于载机飞行方向的海面倾斜度; $\sigma_{sx}$ 和 $\sigma_{sy}$ 分别为海面平行于载机飞行方向和垂直于载机飞行方向的均方倾斜度; $b_{xy}$ 为 $s_x$ 、 $s_y$ 的相关系数。然后,可以通过海浪谱建立起海面倾斜方差和相关系数与海面风场的如下关系:

$$\sigma_{sx,sy}^2 = \langle s_{x,y}^2 \rangle = \int_{-\infty}^{k_0} \int_{-\infty}^{k_0} k_{x,y}^2 \psi(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (17)$$

$$b_{xy} = \langle s_x, s_y \rangle / (\sigma_{sx} \sigma_{sy}) \quad (18)$$

$$\langle s_x, s_y \rangle = \int_{-\infty}^{k_0} \int_{-\infty}^{k_0} k_x k_y \psi(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (19)$$

式中: $\sigma_{sx,sy}^2$ 为海面倾斜方差; $s_{x,y}^2$ 为 $s_x$ 和 $s_y$ 的二维联合密度函数; $k_x$ 和 $k_y$ 为海浪的波数; $k_0$ 为截止波数; $\psi(k_x, k_y)$ 为海浪谱函数。如果风向沿 $x$ 方向或者 $y$ 方向,则 $b_{xy} = 0$ ,否则 $b_{xy} \neq 0$ 。假设海浪谱主要是由海风产生的,那么 $\psi(k_x, k_y)$ 可由Elfouhaily模型<sup>[15]</sup>来计算。

设风速为5 m/s,风向为0°,波龄为0.84,海温为25℃,盐度为20%,可计算得到整个闪烁区的散射系数,如图4所示。

### 2.3 散射面积计算

为了求出选取海面反射点的反射信号功率,还需要得到适当的每个反射点周围的区域面积。考虑到信号辐射的特点,每个反射点所对应的周围区域设为圆形。假设过(0,0)点的等多普勒线为 $l_1$ ,等延迟线从内到外依次为 $c_1, c_2, \dots$

由镜面反射点定义可知,镜点反射信号在海面的反射单元是唯一的。设椭圆 $c_1$ 的长轴为 $a_0$ ,短轴为 $b_0$ ,那么镜面反射点反射单元的圆形半径为

$$r_0 = \alpha (a - \sqrt{a_0^2 - b_0^2}) \quad (20)$$

式中: $\alpha$ 为选择系数, $\alpha \leq 0.5$ 。

设弧线 $l_1$ 与椭圆 $c_1$ 相交的右侧点为 $A$ ,坐标

为 $(x_1, y_1)$ ; 弧线 $l_1$ 与 $c_2$ 椭圆相交的右侧点为 $B$ , 坐标为 $(x_2, y_2)$ ; 那么反射点 $A$ 反射单元的圆形半径为

$$r_1 = \alpha \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (21)$$

为了每个反射单元的散射面积在海面上不重复, 设 $\alpha = 0.4$ 。以此类推, 就可以求得其余反射点反射单元的圆形半径。每个反射单元的散射面积如图 5 所示。

求出散射系数和散射面积后, 就可以由式(11)和式(10)求得每个反射信号的功率。设卫星发射功率为 26.8 dBW, 发射增益为 1 dB, 接收增益为 3 dB, 可求得镜点反射信号 $(\tau_0, f_0)$ 的功率为 -170.65 dBW。延迟镜点信号 0.25 chip 的反射信号 $(\tau_0 + 0.25, f_0)$ 的功率为 $(-174.88 \text{ dBW}) + (-174.88 \text{ dBW}) = -171.87 \text{ dBW}$ 。以此类推, 可以求出其余反射信号的功率值。

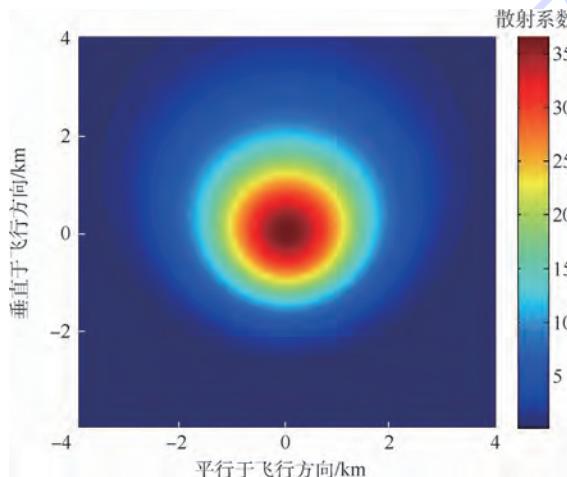


图 4 整个闪烁区的散射系数

Fig. 4 Scattering coefficient of whole glistening zone

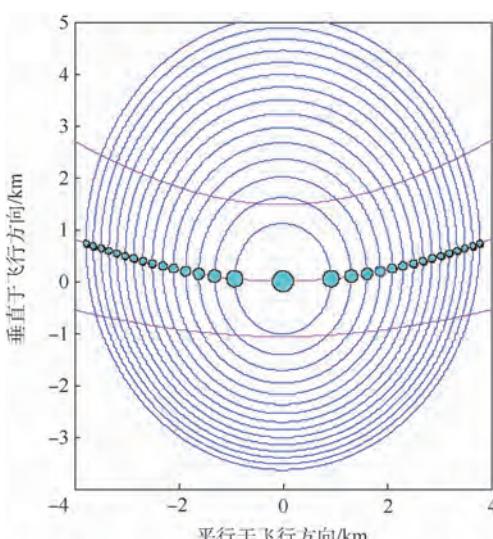


图 5 反射单元的散射面积

Fig. 5 Scattering area of reflection units

### 3 海面反射信号的相关处理

为了验证该方法所取的海面反射点是否恰当以及计算的反射信号功率是否正确, 需对由 16 个反射信号组成的海反信号进行相关处理。根据文献[16]中的处理结构图, 对接收机接收到的海反信号进行相关处理仿真。在模拟过程中, 设本地伪码共有 64 个相关器, 相互间隔 1/4 个码片。处理得到的海反信号相关功率如图 6 中的星形线所示。

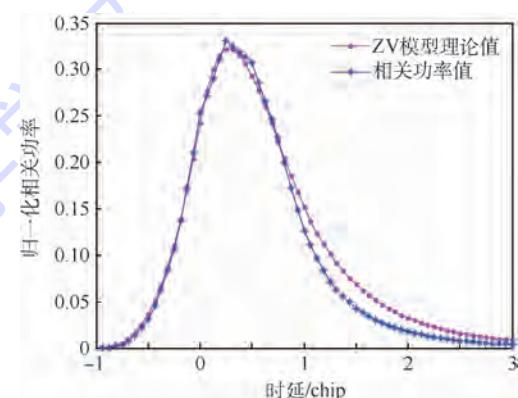


图 6 反射信号处理结果

Fig. 6 Reflection signal processing result

在利用 GNSS 海面散射信号进行海面风场遥感的研究中, Zavorotny 和 Voronovich<sup>[17]</sup>建立了较为成熟的 GNSS 海面散射信号相关功率模型, 即 ZV 模型。ZV 模型的时延一维相关功率是指在某个特定的多普勒频移 $f_0$ 下的相关功率, 其表达式为

$$\langle |Y(\tau, f_0)|^2 \rangle = T_i^2 \frac{D^2(\boldsymbol{\rho}) \Lambda^2 [\tau - (R_t + R_r)/c]}{4\pi R_t^2 R_r^2} |S(f_0(\boldsymbol{\rho}) - f_c)|^2 \sigma_0(\boldsymbol{\rho}) d^2\boldsymbol{\rho} \quad (22)$$

式中:  $T_i$  为相干积分时间;  $D$  为接收天线的增益;  $\Lambda$  为 GNSS 伪码的自相关函数;  $S$  为多普勒滤波函数;  $f_c$  为载波中心频率;  $\sigma_0$  为海面的标准化散射截面;  $\boldsymbol{\rho}$  为镜面反射点到平均海面上某一点的向量;  $R_t$  和  $R_r$  分别为卫星和接收机到  $\boldsymbol{\rho}$  端点的距离。

在相同的条件下, 即可得到 ZV 模型的时延一维相关功率波形, 如图 6 中的点形线。从图 6 可以看出两者的近似度很高, 经计算得到相关系数为 0.9822。

然后, 对分别由 12、14 和 15 个反射信号组成的海反信号进行了相关处理, 其相关系数分别为 0.9816、0.9821 和 0.9822。由 15 与 16 个反射信号组成的海反信号相关处理的结果相同。说明随着时延的增加, 相应的信号越来越弱, 对于相关功率的影响也就越来越小。因此, 在模拟的时候, 选

择前15个反射信号即可。

## 4 结 论

1) 海面反射点的选取方法既符合海面反射信号的特点,又使复杂的信号模型得到了简化,降低了信号建模的实现难度。

2) 计算反射单元散射面积的方法是方便可行的,为应用双基雷达方程计算GNSS海面反射信号的功率奠定了基础。

3) 通过所得海面反射信号的相关处理与ZV理论模型的比较,验证了该建模方法的合理性和科学性。

为使本文提出的方法能够适用于不同的条件,后续将进一步研究不同多普勒频率与时延的海面反射点选取和相应散射面积计算等问题。

## 参考文献 (References)

- [1] CAMPS A, MARCHAN-HERNANDEZ J F, BOSCH-LLUIS X, et al. Review of GNSS-R instruments and tools developed at the Universitat Politècnica de Catalunya-Barcelona tech[C]//2014 IEEE Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014:3826-3829.
- [2] SCHIAVULLI D, GHAVIDEL A, CAMPS A, et al. GNSS-R wind-dependent polarimetric signature over the ocean[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12(12): 2374-2378.
- [3] YAN Q Y, HUANG W M. Spaceborne GNSS-R sea ice detection using delay-Doppler maps: First results from the U. K. TechDemo-Sat-1 mission[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2016, 9(10):1-7.
- [4] KAINULAINEN J, RAUTIAINEN K, LEMMETYINEN J, et al. Detection of a sea surface salinity gradient using data sets of airborne synthetic aperture radiometer HUT-2-D and a GNSS-R instrument[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(11):4561-4571.
- [5] LOWE S T, KROGER P, FRANKLIN G, et al. A delay/Doppler-mapping receiver system for GPS-reflection remote sensing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(5):1150-1164.
- [6] YOU H, GARRISON J L, HECKLER G, et al. The autocorrelation of waveforms generated from ocean-scattered GPS signals[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2006, 3(1):78-82.
- [7] CARDELLACH E, RUFFINI G, PINO D, et al. Mediterranean balloon experiment: Ocean wind speed sensing from the stratosphere, using GPS reflections[J]. Remote Sensing of Environment, 2003, 88(3):351-362.
- [8] LI W Q, YANG D K, ZHANG B. Real-time processing of reflected GNSS signal for remote sensing: System and experiments[J]. The Journal of Navigation, 2011, 64(S1):127-140.
- [9] 杨东凯,王烨. 全球导航卫星系统反射信号几何关系数值分析[J]. 电波科学学报, 2012, 27(4):637-643.
- [10] YANG D K, WANG Y. Numerical analysis on geometric relationship of the global navigation satellite system reflectometry [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2012, 27(4):637-643 (in Chinese).
- [11] GEORGE A H, ZUFFADA C. Theoretical description of a bistatic system for ocean altimetry using the GPS signal[J]. Radio Science, 2003, 38(5):10-19.
- [12] 杨东凯,张其善. GNSS反射信号处理基础与实践[M]. 北京:电子工业出版社, 2012:164-174.
- [13] YANG D K, ZHANG Q S. GNSS reflected signal processing: Fundamentals and applications[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2012:164-174 (in Chinese).
- [14] DING L F, GENG F L. Principle of radar[M]. 3rd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2002:128-130 (in Chinese).
- [15] MAURICE W L. Radar reflectivity of land and sea[M]. Boston: Artech House, 2001:156-159.
- [16] ELOUHAILY T, THOMPSON D R, LINDSTROM L. Delay-Doppler analysis of bistatic reflected signals from the ocean surface: Theory and application[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(3):560-573.
- [17] ELOUHAILY T, CHAPRON B, KATSAROS K, et al. A unified directional spectrum for and short wind-driven waves[J]. Journal of Geophysical Research, 1997, 104 (C7): 15781-15796.
- [18] 杨东凯,丁文锐,张其善. 软件定义的GNSS反射信号接收机设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35 (9): 1048-1051.
- [19] YANG D K, DING W R, ZHANG Q S. Software defined GNSS reflections receiver design[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35 (9): 1048-1051 (in Chinese).
- [20] ZAVOROTNY V, VORONOVICH A. Scattering of GPS signals from the ocean with wind remote sensing application[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(2): 951-964.

### 作者简介:

祁永强 男,博士研究生。主要研究方向:GNSS-R 理论与应用。

张波 男,博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:扩频通信、卫星导航及其应用。

杨东凯 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:卫星导航信号处理及应用技术、无线数据传输。

张彦仲 男,院士,博士生导师。主要研究方向:近代航空电子系统。

王强 男,博士研究生。主要研究方向:GNSS 反射信号海洋遥感。

# GNSS sea surface reflection signal modeling method based on principle of bistatic radar

QI Yongqiang, ZHANG Bo, YANG Dongkai<sup>\*</sup>, ZHANG Yanzhong, WANG Qiang

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In the application of global navigation satellite system-reflection (GNSS-R) technology, the reflection signal source is needed to test the receiver in order to reduce costs. The signal model is the core of GNSS-R signal source. In order to solve the problem of the lack of corresponding model, this paper presents a method of establishing GNSS sea surface reflection signal model based on the principle of bistatic radar. First, on the basis of analyzing the characteristics of GNSS sea surface reflection signal, sea surface reflection points were selected. Then, the scattering coefficient and the scattering area in the radar equation were calculated. Thus, the reflected signal power in corresponding reflection point was obtained. Finally, reflection signal parameters are simulated and verified. The simulation results indicate that the correlation coefficient of the signal correlation power curve and the theoretical curve of the ZV model is better than 0.98, which can be used to generate the GNSS ocean reflection signal effectively. The approach is of important reference significance for the theory and the development of GNSS-R signal generator.

**Keywords:** global navigation satellite system (GNSS); reflection signal; bistatic radar; ZV model; correlation power

**Received:** 2016-07-28; **Accepted:** 2016-09-02; **Published online:** 2016-11-08 18:17

**URL:** [www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1817.005.html](http://www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1817.005.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (61171070)

\* **Corresponding author.** E-mail: yangdongkai@sina.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0656



# 超临界层流翼型优化设计策略

邢宇, 罗东明, 余雄庆\*

(南京航空航天大学 飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京 210016)

**摘要:** 针对超临界层流翼型设计问题, 提出一种两轮优化策略。采用  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  转捩模型耦合剪切应力输运(SST)模式的湍流模型对翼型边界层转捩进行预测。翼型几何参数化建模采用形状分类函数转换(CST)方法, 设计变量为描述翼型几何特征的参数。第1轮优化的目的是尽量提高层流区域的比例, 气动分析模型为基于 Kriging 模型的代理模型, 优化算法为遗传算法, 通过优化获得满足约束要求的层流翼型。第2轮优化目的是对第1轮优化获得的翼型进行微调, 进一步提高翼型的升阻比, 气动分析直接采用 CFD 程序, 优化算法采用基于梯度的优化算法。算例表明, 应用本文提出的两轮优化策略, 可将超临界翼型 NASA SC(2) 0412 优化设计成超临界层流翼型, 翼型的上下表面层流区比例分别达到了 55.5% 和 47.0%, 升阻比提高了 38.1%。

**关键词:** 层流; 翼型; 优化; 空气动力学; 代理模型

**中图分类号:** V221<sup>+.3</sup>

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2017)08-1616-09

提高经济性的一个重要途径是减少飞行时的阻力。Schrauf<sup>[1]</sup>和 Thibert 等<sup>[2]</sup>对现代宽体客机进行研究发现, 摩擦阻力大约占了总阻力的 45% ~ 50%。在雷诺数相同的情况下, 层流的摩擦阻力要比湍流小 90% 左右。因此, 采用自然层流翼型技术是减少现代飞机气动阻力的一个有效措施, 目前这一技术已在公务机 HondaJet 上得到应用<sup>[3-4]</sup>。在 N+3 先进客机的桁架支撑机翼方案中<sup>[5-6]</sup>, 雷诺数可降低至  $10^7$ , 这也为自然层流技术应用于下一代客机上提供了可能。

乔志德<sup>[7]</sup>首次提出了层流超临界翼型设计思想, 杨青真和张仲寅<sup>[8]</sup>研究了雷诺数对边界层特性和对气动力的影响。在设计层流翼型过程中, 有 2 个主要的关键点: ①能比较精确地预测层流转捩; ②有效的优化设计策略。

目前层流转捩预测方法主要有: 大涡模拟

(LES)、直接数值模拟(DNS)、N-因子( $e^N$ )方法<sup>[9-10]</sup>以及转捩经验方法。前 3 种方法的计算量过大, 很难应用于工程设计; 而经验方法的精度有限。Menter 等<sup>[11]</sup>提出了将  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  转捩模型<sup>[12]</sup>耦合剪切应力输运(SST)<sup>[13]</sup>两方程湍流的方法, 通过求解雷诺平均的 Navier-Stokes 方程组, 模拟翼型的转捩流动, 可针对不同的转捩问题进行计算。这种方法由于计算量相对较小, 且计算结果与实验数据吻合较好, 可用于工程设计。

在优化策略方面, 邓磊等<sup>[14]</sup>采用了基于响应面方法的优化策略对自然层流翼型进行了多目标优化设计; Han 等<sup>[15-16]</sup>基于  $e^N$  方法, 采用 Kriging 代理模型的优化策略对翼型和机翼进行了研究; 赵轲等<sup>[17]</sup>基于  $\gamma$ - $Re_{\theta}$  转捩模型, 取样 1000 个样本点, 采用 Kriging 代理模型的优化策略对 NASA SC(2)0412 进行了层流超临界翼型稳健设计研

收稿日期: 2016-08-09; 录用日期: 2016-10-14; 网络出版时间: 2016-11-14 09:05

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0905.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(11432007)

\* 通讯作者: E-mail: yxq@nuaa.edu.cn

引用格式: 邢宇, 罗东明, 余雄庆. 超临界层流翼型优化设计策略[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1616-1624.

XING Y, LUO D M, YU X Q. Optimization strategy of supercritical laminar flow airfoil design [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1616-1624 (in Chinese).

究; 张字飞等<sup>[18]</sup>采用直接 CFD 计算, 使用基于遗传优化算法的策略对 RAE2822 翼型进行了层流优化设计, 共进行了 3200 次 CFD 计算, 并研究了压力分布对层流的影响; 马晓永等<sup>[19]</sup>利用 TRANAIR 程序与 e<sup>N</sup> 方法相结合, 采用基于梯度的优化策略对某自然层流机翼进行了多点优化设计, 耗时 25~30 h。在设计层流翼型过程中, 大部分国内外作者选择应用全局优化方法, 这是因为应用基于梯度的优化算法, 容易陷入局部最优解, 并且当初始翼型不是层流翼型时, 可能无法寻找具有层流翼型特征的翼型。但使用全局优化方法时, 如果采用直接 CFD 计算, 往往需要几千次的计算才能达到满意的结果, 计算量过大。如果在计算中采用代理模型, 虽然计算量较小, 但存在一定的误差, 特别是由于转捩点问题具有高度非线性, 构建高精度的代理模型难度很大。

针对上述这些问题, 考虑到层流超临界翼型压力分布的特点(转捩点后会存在弱激波), 本文提出一种两轮优化策略。在第 1 轮优化中, 利用基于代理模型的遗传算法寻求较好的超临界层流翼型, 这轮优化的目的是获得较好的初始解, 对代理模型的精度要求并不高。第 2 轮采用基于梯度的优化算法, 在第 1 轮优化结果的基础上, 进一步削弱转捩点后的激波。

## 1 数值模拟方法

本文采用自行开发的 CFD 气动程序, 该程序中采用基于格点格式的有限体积法对 Navier-Stokes 方程进行空间离散, 采用广义最小残差算法(GMRES)隐式推进格式进行时间离散, 并采用  $\gamma\overline{Re}_{\theta t}$  转捩模型耦合剪切应力输运模式的湍流模型对翼型边界层转捩进行预测。

### 1.1 转捩模型

为了准确地预测外形变化对边界层转捩和分离的影响, 在 CFD 程序中引入了基于流场当地变量的转捩模式, 即  $\gamma\overline{Re}_{\theta t}$  转捩模型。这个模型是 2 个分别关于间歇因子  $\gamma$  和临界动量厚度雷诺数  $\overline{Re}_{\theta t}$  的输运方程。无量纲守恒形式  $\gamma$  的运输方程为

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\gamma u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial\gamma}{\partial x_j} \right] + P_\gamma - E_\gamma \quad (1)$$

$$P_\gamma = c_{a1}\rho SF_{\text{length}} F_{\text{onset}}^{0.5} \gamma^{0.5} (1 - c_{e1}\gamma) \quad (2)$$

$$E_\gamma = c_{a2}\rho\Omega F_{\text{turb}} \gamma (c_{e2}\gamma - 1) \quad (3)$$

式中:  $\rho$  为密度;  $t$  为时间;  $u_j$  为速度;  $\sigma_\gamma = 1$  为关

于间歇因子输运方程中粘性项的经验常数;  $P_\gamma$  为间歇因子  $\gamma$  的生成项;  $E_\gamma$  为间歇因子  $\gamma$  的耗散项;  $S$  为应变率的模;  $\Omega$  为涡量的模;  $\mu$  为层流黏性系数;  $\mu_t$  为湍流黏性系数;  $F_{\text{length}}$  为控制转捩区长度的经验参数;  $F_{\text{onset}}$  为控制转捩开始的位置;  $x_j$  为翼型坐标;  $F_{\text{turb}}$  为在边界层外防止再次层流化的源; 常数  $c_{e1} = 0.1$ ,  $c_{e2} = 50$ ,  $c_{a1} = 2$ ,  $c_{a2} = 0.06$ 。

临界动量厚度雷诺数  $\overline{Re}_{\theta t}$  的运输方程为

$$\frac{\partial(\rho \overline{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{Re}_{\theta t} u_j)}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial(\overline{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (\overline{Re}_{\theta t} - \overline{Re}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}) \quad (5)$$

式中:  $\overline{Re}_{\theta t}$  为转捩动量厚度雷诺数, 在边界层外,  $\overline{Re}_{\theta t}$  等于  $Re_{\theta t}$ , 在边界层内,  $\overline{Re}_{\theta t}$  由式(4)计算;  $c_{\theta t} = 0.03$  为常数;  $P_{\theta t}$  为临界动量厚度雷诺数  $\overline{Re}_{\theta t}$  的生成项;  $\sigma_{\theta t} = 2.0$  为常数;  $F_{\theta t}$  为混合函数, 在边界层以外  $F_{\theta t} = 0$ , 而在边界层内  $F_{\theta t} = 1.0$ 。

### 1.2 CFD 程序验证

为了验证自编 CFD 程序对边界层转捩的有效性, 对典型层流翼型 NLR-7301 的转捩流动进行了数值模拟。计算条件为: 马赫数  $Ma$  范围 0.299~0.774, 迎角在 0.3°附近, 雷诺数范围  $1.0 \times 10^6 \sim 2.4 \times 10^6$ 。当湍流度设为 1.5% 时, 计算结果与实验结果<sup>[20]</sup>基本吻合, 如图 1 和图 2 所示。图 1 为上下翼面转捩点位置( $x/c$  为翼型弦向相对坐标)计算值与实验值的对比, 图 2 为阻力系数( $C_D$ )计算值与实验值的对比。从图 1 可看出, 在  $Ma < 0.7$  时, 翼型上表面转捩位置基本不变, 而在跨声速范围内, 随着激波的出现, 在激波前的顺压梯度范围增大, 使转捩点显著后移。

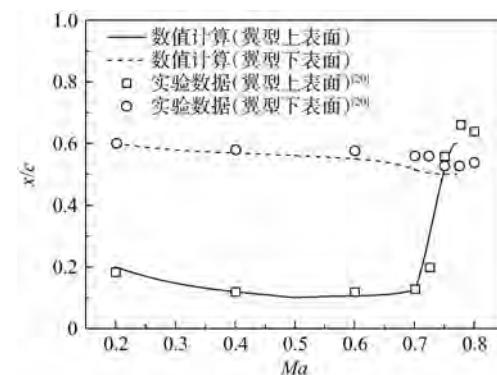


图 1 转捩点位置计算与实验<sup>[20]</sup>对比

Fig. 1 Comparison of transition position between computation and experiment<sup>[20]</sup>

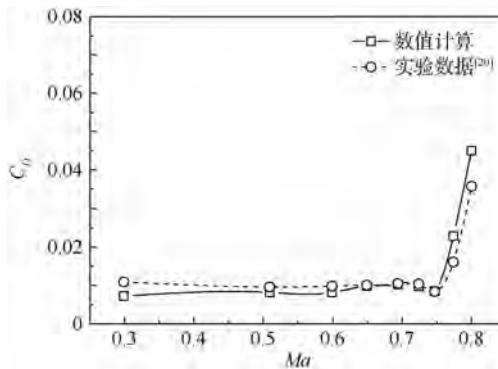
图 2 阻力系数计算与实验<sup>[20]</sup>对比

Fig. 2 Comparison of drag coefficient between computation and experiment<sup>[20]</sup>

## 2 优化策略

现有的超临界翼型往往并不是层流翼型,上下表面的层流区过小,特别是上表面,层流区很小。因此,在设计时应首先设法增加翼型的层流区的比例。但另一方面,层流区较多的翼型可能有较强的激波,会增加波阻。为此,本文提出了一种两轮优化策略来获得超临界层流翼型。

### 2.1 第1轮优化

第1轮优化的目的是:在满足几何特性、设计升力系数和升阻比约束要求的前提下,设法提高层流区域比例。为了获得层流翼型,需要在整个设计空间进行搜索,应采用具有全局寻优功能的优化算法,因此在第1轮优化中,采用遗传算法。但遗传算法收敛速度慢,调用气动分析模型次数过多,计算量太大。为减少计算量,采用基于代理模型的优化方法。通过样本点分析建立代理模型,可有效减少优化迭代过程中的计算量。代理模型建立后,采用遗传算法在设计空间内寻优,使用罚函数的方法剔除不满足约束的解,最终获得最优解。第1轮优化的问题表述如下。

目标:上下表面层流区域最大。

约束:①设计升力系数;②升阻比;③翼型厚度;④翼型前缘半径。

设计变量:①描述翼型的参数;②迎角。

在这轮优化中,对代理模型的精度要求并不高,因为这一轮优化的目的是为下一轮优化提供一个好的初始解。

### 2.2 第2轮优化

第2轮优化的目的是:对第1轮优化获得的翼型进行“微调”,在保证层流区比例前提下,减弱或消除激波,进一步提高翼型的升阻比,第2轮优化中的初始解为第1轮优化的最优解。由于

第2轮优化是对第1轮的最优解进行“微调”,可采用基于梯度的优化算法,梯度计算采用有限差分的方法。考虑到基于梯度的优化算法收敛速度快,为了避开代理模型的精度问题,气动分析模型采用直接调用CFD程序,以保证气动分析的计算精度。

第2轮优化中,目标函数为升阻比,层流区域为约束,几何约束不变。其优化问题表述如下。

目标:升阻比最大。

约束:①设计升力系数;②上下表面层流区域比例;③翼型厚度和前缘半径与第1轮优化中的约束要求相同。

设计变量:①描述翼型的参数;②迎角。

## 3 优化设计平台

根据第2节优化策略,建立计算流程和计算平台,计算流程如图3所示。首先选择一种初始翼型(超临界翼型);然后对翼型进行参数化建模,并建立气动分析的代理模型;之后基于代理模

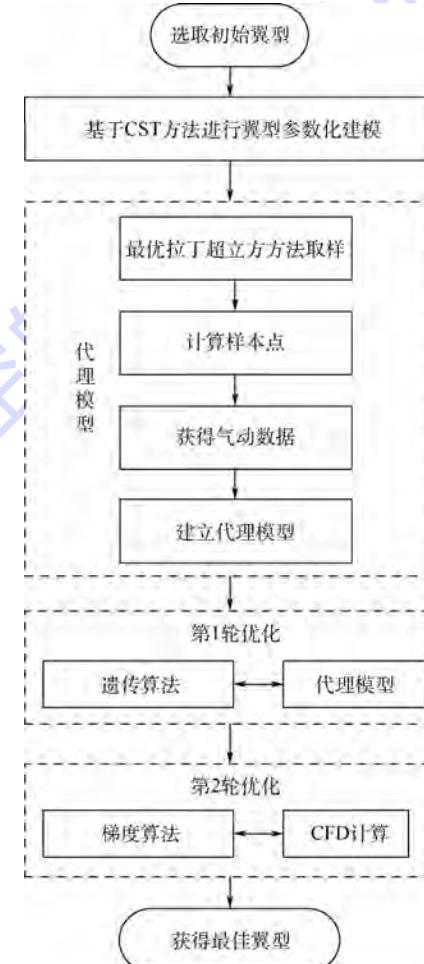


图 3 超临界层流翼型优化设计流程

Fig. 3 Optimization process of supercritical laminar flow airfoil design

型进行第 1 轮优化; 最后通过基于梯度优化算法完成第 2 轮优化。以下各小节对流程中主要环节进行说明。

### 3.1 翼型参数化建模

在进行翼型参数化建模时, 希望参数化方法具有较少的参数并能包含较大的设计空间。近年来, 形状分类函数转换(CST)方法<sup>[21]</sup>广泛应用于翼型设计优化中, CST 包含有类函数和型函数, 其数学表达式为

$$\zeta(\psi) = C(\psi)S(\psi) + \psi\zeta_T \quad (6)$$

$$C(\psi) = \psi^{N_1}(1 - \psi)^{N_2} \quad (7)$$

$$S(\psi) = \sum_{i=0}^n b_i B_n^i(\psi) \quad (8)$$

式中:  $\zeta(\psi)$  为 CST 表达式,  $\psi$  为变量;  $B_n^i(\psi)$  为伯恩斯坦多项式;  $C(\psi)$  为类函数;  $N_1, N_2$  决定类函数的外形;  $S(\psi)$  为型函数, 用来描述给定类函数的特性;  $\zeta_T$  为翼型后缘厚度;  $b_i$  为型函数中的各项系数, 用于决定型函数的外形。

对于  $C(\psi)$ , 本文中,  $N_1 = 0.5, N_2 = 1$ , 分别表示翼型的圆前缘和尖后缘。在  $S(\psi)$  中:

$$B_n^i(\psi) = K_n^i \psi^i (1 - \psi)^{n-i} \quad (9)$$

$$K_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (10)$$

式中:  $K_n^i$  为系数因子,  $n$  为伯恩斯坦多项式的阶数。

根据式(6)~式(10), 编写了一个翼型参数化几何模型程序, 可描述或拟合各种翼型。式(10)中伯恩斯坦多项式的阶数作可为输入值, 实现对翼型任意阶数的拟合。根据 Bogue 和 Crist<sup>[22]</sup>对伯恩斯坦多项式阶数的研究表明, 当伯恩斯坦多项式阶数  $n=6$  时, 能够以足够的精度描述翼型的几何形状, 因此本文研究中取  $n=6$ , 共有 16 个翼型设计参数, 包括描述翼型上表面的参数  $b_i (i=1 \sim 7)$  和翼型上表面后缘厚度  $\zeta_T$ , 描述翼型下表面的参数  $b_i (i=8 \sim 14)$  和翼型下表面后缘厚度  $\zeta_T$ , 这些参数可作为设计变量。考虑到将层流翼型配置到机翼上时要考虑最佳安装角问题<sup>[23]</sup>, 所以将翼型来流迎角  $\alpha$  也作为设计变量, 优化后的迎角可作为安装角。设计变量总计有 17 个, 如表 1 所示, 变量初始值通过拟合得到。例如, 若初始翼型为 NASA SC(2) 0412, 应用 6 阶 CST 方法拟合的翼型的相对误差如图 4 所示, 拟合最大误差位于下表面。表 1 中初始值为 CST 方法拟合后获得的各参数值, 设计变量取值范围为初始值上下浮动 50%。

表 1 设计变量

Table 1 Design variables

变量名	下限	初始值	上限
$b_1$	0.0917	0.1834	0.2751
$b_2$	0.05435	0.1087	0.16305
$b_3$	0.0981	0.1962	0.2943
$b_4$	0.04185	0.0837	0.12555
$b_5$	0.1351	0.2702	0.4053
$b_6$	0.0508	0.1016	0.1524
$b_7$	0.11625	0.2325	0.34875
$\zeta_{T1}$	0.00165	0.0033	0.00495
$b_8$	-0.25965	-0.1731	-0.08655
$b_9$	-0.2148	-0.1432	-0.0716
$b_{10}$	-0.1971	-0.1314	-0.0657
$b_{11}$	-0.27945	-0.1863	-0.09315
$b_{12}$	-0.2823	-0.1882	-0.0941
$b_{13}$	-0.1176	-0.0784	-0.0392
$b_{14}$	0.105	0.21	0.315
$\zeta_{T2}$	-0.0033	-0.0022	-0.0011
$\alpha(^{\circ})$	0	0.3	0.6

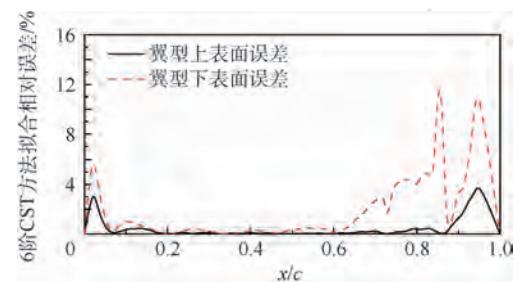


图 4 翼型 NASA SC(2) 0412 拟合的相对误差

Fig. 4 Relative error for airfoil NASA SC(2) 0412 fitting

### 3.2 气动分析

整个气动分析过程由 5 个部分组成, 如图 5 所示: ①应用 3.1 节中参数化建模方法生成翼型几何模型; ②应用网格生成软件 Pointwise 生成二维结构网格; ③生成 CFD 程序中输入文件, 设置飞行参数, 包括迎角、马赫数等; ④调用 CFD 程

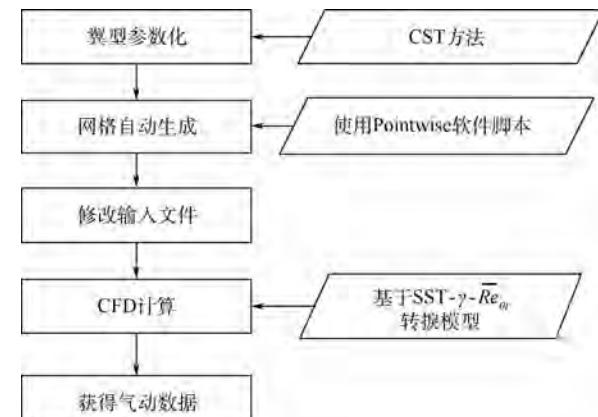


图 5 气动分析流程

Fig. 5 Process of aerodynamic analysis

序,进行流场数值计算;⑤计算结束后,提取升阻特性数据、转捩点位置等。

### 3.3 建立代理模型

应用最优拉丁超立方的方法对表 1 中的设计变量进行取样,生成样本点。最优拉丁超立方的方法具有良好的空间填充能力,样本点分布均匀,适合拟合非线性响应。采用 Kriging 模型进行建立近似模型(即代理模型)。相较于其他拟合方式,Kriging 模型可以较好地拟合非线性问题,可用于模拟气动特性和转捩特性。

### 3.4 第 1 轮优化

在第 1 轮优化计算中,气动分析模型采用上述建立的代理模型,优化算法采用 iSIGHT-FD 软件中的多岛遗传算法。这种优化算法具有良好的全局搜索能力,但收敛较慢,所需迭代次数多。由于这一轮优化计算中气动分析是代理模型,因此分析模型的计算量很小,适于采用遗传算法。

### 3.5 第 2 轮优化

因在第 1 轮优化中采用代理模型进行优化,虽然可以在短时间内收敛到最优解,但因为代理模型的精度有限,会带来一定的误差,因此需要进一步修正。另外,在第 1 轮优化中采用多岛遗传算法,此算法虽然具有全局寻优能力,但局部搜索到精确最优解的能力较弱。基于以上原因,在第 2 轮优化中,为保证气动分析的精度需实施进一步寻优,气动分析模型直接为 CFD 计算程序,优化算法采用 iSIGHT-FD 软件中基于梯度的修正可行方向(MMFD)算法。第 1 轮优化计算中,由于代理模型存在误差,第 2 轮的初始解有可能会稍不满足某些约束,MMFD 算法不仅收敛快,而且当初始解不满足约束时,具有快速找到可行解和最优解的能力。

### 3.6 计算平台

应用多学科集成与优化软件 iSIGHT-FD,集成上述计算流程,开发了超临界层流翼型优化设计计算平台。该计算平台的应用过程为:①选取初始的超临界翼型;②根据翼型参数化建模方法,确定翼型设计变量的上下界;③分别设置第 1 轮优化和第 2 轮优化的目标函数、约束条件、设计变量。完成上述设置后,整个优化计算过程即可自动进行。

## 4 算例

以 NASA SC(2) 0412 超临界翼型为初始翼型,应用所建立的优化计算平台,设计一种超临界层流翼型,以验证本文优化策略的有效性。

参考桁架支撑机翼布局方案<sup>[5-6]</sup>和巡航速度,给定的设计条件为: $Ma = 0.75$ ;大气来流下平均雷诺数  $Re = 1.0 \times 10^7$ ;湍流度为 1.5%<sup>[11]</sup>;设计升力系数  $C_L = 0.5$ 。

翼型 NASA SC(2) 0412 在设计升力系数为 0.5 时,升阻比为 59.312。在此算例中,第 1 轮优化的目的是在保证翼型升阻比不小于 59.312 的条件下,大幅增加翼型上下表面层流区域,并要求翼型设计升力系数和相对厚度不变,且前缘半径不能小于规定的数值。因此,第 1 轮优化问题定义如下。

目标:  $X_{\text{up}} + X_{\text{low}}$  最大。

设计变量: ①  $b_i$  ( $i = 1 \sim 7$ ),  $\zeta_{T1}$ ; ②  $b_i$  ( $i = 8 \sim 14$ ),  $\zeta_{T2}$ ; ③  $\alpha$ 。

约束: ①  $t/c = 12\%$ ; ②  $C_L = 0.5$ ; ③  $\Gamma > \Gamma_0$ ;  $4R_{LE} > 1\%$ 。

其中:  $X_{\text{up}}$  为翼型上表面转捩位置;  $X_{\text{low}}$  为翼型下表面转捩位置;  $t/c$  为翼型相对厚度;  $C_L$  为翼型设计升力系数;  $\Gamma$  为翼型升阻比;  $\Gamma_0$  为翼型初始升阻比;  $R_{LE}$  为翼型前缘相对半径。

在第 1 轮优化中,在建立代理模型时,用最优拉丁超立方的方法取样 1000 个样本点,每个样本点需计算 5 min,采用分布式计算,共花费 500 min,采用代理模型与 CFD 直接计算对比的方式检查精度,误差最大为转捩点的预测,为 7.37%,其他参数相对误差均在 2% 左右。代理模型建立完成之后,应用多岛遗传算法进行优化计算,进化代数取 10 000,耗时 3 min 后获得最优解,优化历程如图 6 所示。

最优解能满足所有的约束条件,且升阻比从 59.3 提高到 76.05。优化前后的外形特征如图 7 所示,  $y/c$  为翼型各处纵向相对坐标,图中展示了初始翼型的轮廓和第 1 轮优化后翼型轮廓的对比,迎角由初始的 0.3° 降低到 0.148°。压力系数  $C_p$  分布如图 8 所示,优化后激波减弱,并且激波

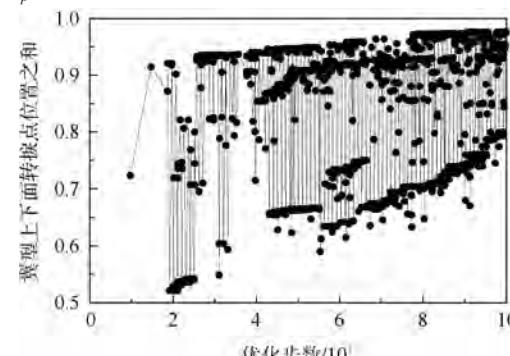


图 6 第 1 轮优化计算历程

Fig. 6 Computational history of the first step of optimization

位置向后推移, 前部区域具有顺压梯度。摩擦阻力系数  $C_f$  分布如图 9 所示, 初始翼型的上表面层流区域比例为 25.1%、下表面层流区域比例为 38.5%, 优化设计后, 翼型的上表面层流区域比例为 50.3%, 下表面层流区域比例为 47.0%, 翼型上下表面的层流比例分别提高了 100.4% 和 22.1%。

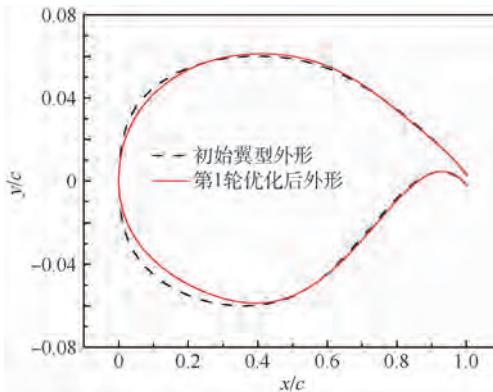


图 7 初始翼型和第 1 轮优化后外形对比

Fig. 7 Comparison of geometry between initial airfoil and the first step of optimization

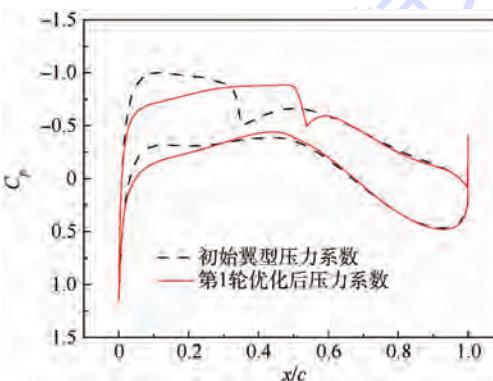


图 8 初始翼型和第 1 轮优化后压力系数分布对比  
Fig. 8 Comparison of pressure coefficient distribution between initial airfoil and the first step of optimization

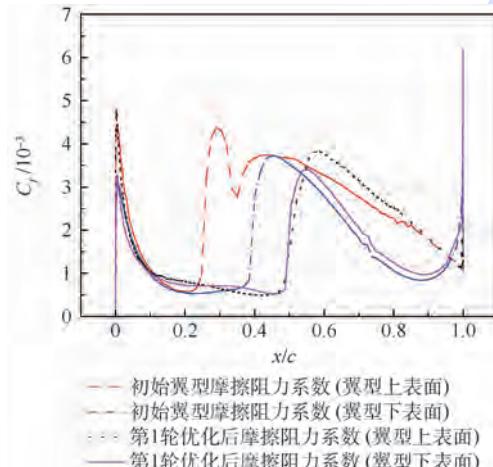


图 9 初始翼型和第 1 轮优化后摩擦阻力系数分布对比  
Fig. 9 Comparison of friction drag coefficient distribution between initial airfoil and the first step of optimization

第 2 轮优化目的是在保持上下表面层流区域不减小的前提下, 进行减阻优化。因此, 第 2 轮优化问题定义如下。

目标:  $\Gamma$  最大。

设计变量: ①  $b_i$  ( $i = 1 \sim 7$ ),  $\zeta_{T1}$ ; ②  $b_i$  ( $i = 8 \sim 14$ ),  $\zeta_{T2}$ ; ③  $\alpha$ 。

约束: ①  $t/c = 12\%$ ; ②  $C_L = 0.5$ ; ③  $X_{up} > X_{up\_opt1}$ ; ④  $X_{low} > X_{low\_opt1}$ ; ⑤  $R_{LE} > 1\%$ 。

其中:  $X_{up\_opt1}$  为第 1 轮优化后翼型上表面转捩位置;  $X_{low\_opt1}$  为第 1 轮优化后翼型下表面转捩位置。

在第 2 轮优化中, 经过 93 次迭代, 耗时 465 min, 计算收敛, 获得最优解, 优化历程如图 10 所示。优化前后的外形特征如图 11 所示, 可以看出第 2 轮优化只是对第 1 轮优化的结果进行了“微调”, 迎角也未发生变化, 仍然保持在  $0.148^\circ$ 。

翼型的压力系数分布如图 12 所示, 优化后激波位置进一步向后推移, 升阻比从 76.05 增加到 81.87。摩擦阻力系数分布如图 13 所示, 上表面层流区域比例提高到 55.5%, 增加了 10.34%, 下表面的层流区域几乎保持不变。

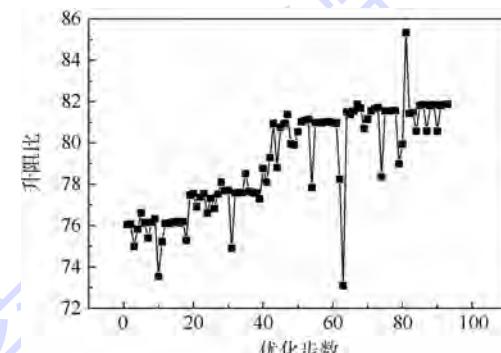


图 10 第 2 轮优化收敛历程

Fig. 10 Convergence history of the second step of optimization

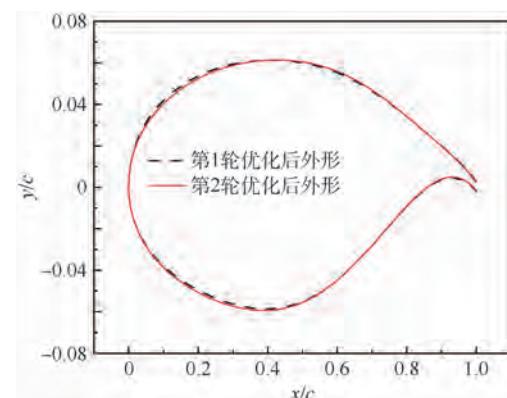


图 11 第 1 轮和第 2 轮优化后翼型外形对比  
Fig. 11 Comparison of airfoil geometry between the first and second step of optimization

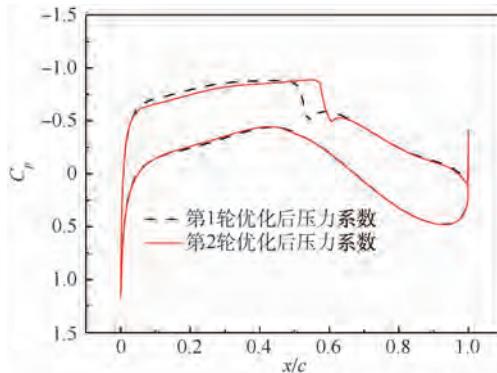


图 12 第 1 轮和第 2 轮优化后压力系数分布对比  
Fig. 12 Comparison of pressure coefficient distribution between the first and second step of optimization

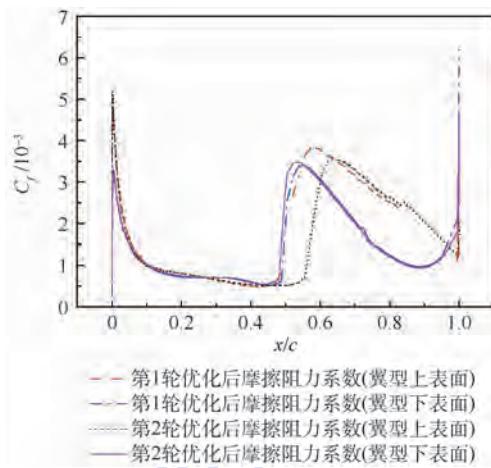


图 13 第 1 轮和第 2 轮优化后摩擦阻力系数分布对比  
Fig. 13 Comparison of friction drag coefficient distribution between the first and second step of optimization

该算例优化计算共耗时 968 min。从算例可以看出,要想在高雷诺数、高马赫数下获得阻力较小的自然层流翼型,翼型上下表面在转捩点前部应具有顺压梯度,转捩点后以逆压梯度保持平滑向后缘恢复,转捩点的位置是翼型上下表面压力系数最小值的位置,这可为翼型反设计提供借鉴。

## 5 结 论

针对超临界层流翼型设计问题,提出了一种两轮优化策略。第 1 轮优化中,采用了基于代理模型的遗传算法,第 2 轮优化中,采用基于梯度的修正可行方向法,既避开了代理模型的精度问题,又可较快地收敛到最优解,并建立了超临界层流翼型优化流程和计算平台。算例结果表明:

1) 通过第 1 轮优化,翼型上下表面层流区域比例显著增加,且翼型的升阻比得到明显提高。

2) 第 2 轮优化可进一步增加上表面的层流区域的比例,激波强度减弱,进一步提高翼型升

阻比。

3) 这种两轮优化策略充分利用了代理模型、遗传算法和基于梯度优化算法的特点,能稳健地获得超临界层流翼型。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] SCHRAUF G. Status and perspectives of laminar flow [J]. Aeronautical Journal, 2005, 109 (1102): 639-644.
- [2] THIBERT J J, RENEAX J, SCHMITT V. Onera activities on drag reduction [C] // Proceedings of the 14th Congress of ICAS. Bonn: ICAS, 1990; 1053-1064.
- [3] FUJINO M, YOSHIZAKI Y, KAWAMURA Y. Natural-laminar-flow airfoil development for a lightweight business jet [J]. Journal of Aircraft, 2003, 40 (4): 609-615.
- [4] FUJINO M. Design and development of the HondaJet [J]. Journal of Aircraft, 2005, 42 (3): 755-764.
- [5] BRADLEY M K, DRONEY C K. Subsonic ultra green aircraft research: Phase I: Final report: NASA/CR-2011-216847 [R]. Washington, D. C.: NASA, 2011.
- [6] BRADLEY M K, DRONEY C K. Subsonic ultra green aircraft research phase II: N + 4 advanced concept development: NASA/CR-2012-217556 [R]. Washington, D. C.: NASA, 2012.
- [7] 乔志德. 自然层流超临界翼型的设计研究 [J]. 实验流体力学, 1998 (4): 23-30.
- [8] QIAO Z D. Design of supercritical airfoils with natural laminar flow [J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 1998 (4): 23-30 (in Chinese).
- [9] 杨青真, 张仲寅. 超临界层流机翼边界层及气动特性分析 [J]. 航空学报, 2004, 25 (5): 438-442.
- [10] YANG Q Z, ZHANG Z Y. Analysis of the boundary layer and aerodynamic characteristics of a supercritical laminar wing [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25 (5): 438-442 (in Chinese).
- [11] 孙朋朋, 黄章峰. 后掠角对后掠机翼边界层稳定性及转捩的影响 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41 (7): 1313-1321.
- [12] SUN P P, HUANG Z F. Effect of sweep angle on stability and transition in swept-wing boundary layer [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41 (7): 1313-1321 (in Chinese).
- [13] 靖振荣, 孙朋朋, 黄章峰. 小攻角对后掠机翼边界层稳定性及转捩的影响 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41 (11): 2177-2183.
- [14] JING Z R, SUN P P, HUANG Z F. Effect of attack angle on stability and transition in swept-wing boundary layer [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41 (11): 2177-2183 (in Chinese).
- [15] MENTER F R, LANGTRY R B, LIKKI S R, et al. A correlation-based transition model using local variables—Part I : Model formulation [J]. Journal of Turbomachinery, 2006, 128 (3): 413-422.
- [16] MENTER F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications [J]. AIAA Journal, 1994, 32 (8): 1598-1605.

- [13] LANGTRY R B. A correlation based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes [R]. Stuttgart:Stuttgart of University, 2006.
- [14] 邓磊,乔志德,杨旭东,等.高升阻比自然层流翼型多点/多目标优化设计[J].空气动力学学报,2011,29(3):330-335.
- DENG L,QIAO Z D,YANG X D, et al. Multi-point/objective optimization design of high lift-to-drag ratio for NLF airfoils [J]. Acta Aerodynamica Sinica,2011,29(3):330-335(in Chinese).
- [15] HAN Z H,CHEN J,ZHU Z, et al. Aerodynamic design of transonic natural-laminar-flow (NLF) wing via surrogate-based optimization:AIAA-2016-2041[R]. Reston:AIAA,2016.
- [16] HAN Z H,DENG J,LIU J, et al. Design of laminar supercritical airfoils based on navier-stokes equations[C]// Proceedings of 28th International Congress of the Aeronautical Sciences. Bonn:ICAS,2012:1-9.
- [17] ZHAO K,GAO Z H,HUANG J T. Robust design of natural laminar flow supercritical airfoil by multi-objective evolution method[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2014, 35 (2) : 191-202.
- [18] ZHANG Y F,FANG X M,CHEN H X, et al. Supercritical natural laminar flow airfoil optimization for regional aircraft wing design[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 43 : 152-164.
- [19] 马晓永,张彦军,段卓毅,等.自然层流机翼气动外形优化研究[J].空气动力学学报,2015,33(6):812-817.
- MA X Y,ZHANG Y J,DUAN Z Y, et al. Study of aerodynamic shape optimization for natural laminar wing [J]. Acta Aerodynamica Sinica,2015,33(6):812-817(in Chinese).
- [20] BARCHE J,BINJON T W,WINTER K G, et al. Experimental data base for computer program assessment: AGARDAR-138 [R]. London:Technical Editing and Reproduction Ltd. ,1979: 1-22.
- [21] 郑宇宁,邱志平,黄仁,等.二元可变后缘翼型的鲁棒优化设计[J].北京航空航天大学学报,2015,41(5):897-903.
- ZHENG Y N, QIU Z P, HUANG R, et al. Robust design optimization of a two-dimensional airfoil with deformable trailing edge [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(5): 897-903 (in Chinese).
- [22] BOGUE D, CRIST N. CST transonic optimization using transair + + : AIAA-2008-321[R]. Reston:AIAA,2008.
- [23] 赵童,张宇飞,陈海昕,等.面向三维机翼性能的超临界翼型优化设计方法[J].中国科学:物理学力学天文学,2015,45 (10):104708.
- ZHAO T,ZHANG Y F,CHEN H X, et al. Aerodynamic optimization method of supercritical airfoil geared to the performance of swept and tapered wing[J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica,2015,45(10):104708 (in Chinese).

#### 作者简介:

邢宇 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器多学科设计优化。

罗东明 男,博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:飞机总体设计、计算空气动力学。

余雄庆 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器总体设计、飞行器多学科设计优化。

# Optimization strategy of supercritical laminar flow airfoil design

XING Yu, LUO Dongming, YU Xiongqing<sup>\*</sup>

(Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense Advanced Design Technology of Flight Vehicle,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A two-step optimization strategy for the supercritical laminar flow airfoil design is proposed in the paper. The  $\gamma\overline{Re}_{\theta}$  transition model coupled with the shear stress transportation (SST) turbulence model is used for prediction of airfoil boundary layer transition. The Class/Shape Transformation (CST) method is used to parameterize airfoil geometry. The parameters in the airfoil geometry model are used as the design variables. The first step of optimization is to increase the ratio of the laminar flow region. A genetic algorithm based on the Kriging surrogate model is employed to obtain the laminar flow airfoil with all constraints satisfied. The second step of optimization is to improve the optimization result of the first step, and to further increase the lift-to-drag ratio of the airfoil. A gradient based optimization is used to search optimal solution. The aerodynamic analysis during the second step optimization is implemented through the CFD code rather than the surrogate model. The example demonstrates that the supercritical airfoil NASA SC(2) 0412 can be optimized into a supercritical laminar flow airfoil by the two-step optimization method, the laminar region ratios on the airfoil upper and lower surface increase by 55.5% and 47.0% respectively, and the lift-to-drag ratio increases by 38.1%.

**Keywords:** laminar flow; airfoil; optimization; aerodynamics; surrogate model

**Received:** 2016-08-09; **Accepted:** 2016-10-14; **Published online:** 2016-11-14 09:05

**URL:** [www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0905.002.html](http://www.enki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0905.002.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11432007)

\* **Corresponding author.** E-mail: yxq@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0709



# 三站点备件供应保障关系建模与分析

张颖<sup>1</sup>, 王蕴<sup>2,\*</sup>, 薛佩<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100083; 2. 中国航天标准化与产品保证研究院, 北京 100071)

**摘要:** 就建模层面而言备件相关的现有研究在考虑横向保障时存在一定的不足。

本文选取三站点组成的备件供应保障系统作为研究对象, 通过引入站点间的备件供应保障关系实现了将站点间备件纵向保障和横向保障的综合考虑。运用定量化的概率值表征站点间的备件需求关系, 基于库存平衡理论建立了应得备件数量、初始库存量、可用库存量和备件短缺数之间的关系表达式。在建立单站点库存平衡方程的基础上, 又依据三站点间的供应保障关系联立得到了三站点备件延期交货量方程组。对方程组解的情况进行了分析, 在确定其解唯一性的基础上基于压缩映射原理给出了方程组的迭代求解方法。对于简单示例进行了计算, 验证了模型的正确性和求解方法的有效性。

**关键词:** 备件; 供应保障; 站点; 维修周转; 迭代算法

**中图分类号:** V215.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1625-07

备件是对装备进行维修保障的重要物质基础, 它的保障程度对于装备的战备完好和任务持续性有直接影响。在传统的备件供应保障模式下, 保障组织中的站点有“层级”之分, 通常是低层级的站点向高层级的站点申领备件, 高层级的站点接收低层级站点发送过来的故障件进行修复, 并向低层级的站点供应备件。这种组织结构就是典型的“树状”保障组织结构, 它更适用于描述保障站点的“纵向”保障关系; 与此并存的还包括横向保障(或者称为横向转运), 即向同级站点而非上级站点申领备件, 这种情况的出现往往意味着向相邻站点申请“横向”保障往往要比从上级站点申请“纵向”保障更加经济和高效。对于单纯考虑“纵向”保障的备件库存分析与优化问题, 可以参考 METRIC 系列<sup>[1-3]</sup> 模型以及其他相关研究<sup>[4-6]</sup>。对于库存系统中的横向保障或横向转运, 是指同级站点之间的备件流动, 根据转运原

则、转运时机、转运范围又可以对其进行细分<sup>[7-9]</sup>。对于单级别多个站点的库存系统, 横向补货策略最早出现在 Gross<sup>[10]</sup> 的文章中, 众多的研究表明: 当不同站点的缺货成本差别较大时横向保障策略更为有效, 且有利于提供整个系统的备件保障效能<sup>[11-14]</sup>。

在横向保障模型中, 一个中心站点和多个被横向保障的站点组成的系统是较为普遍的研究对象, 有很多学者对此问题进行了研究。如 Lee<sup>[8]</sup> 针对由一个中心仓库和多个带横向供应时间的地方仓库组成的两级库存系统, 在完全共享模式下的 3 种转运规则进行了研究。Sherbrooke<sup>[15]</sup> 运用回归分析方法确定两级库存系统的备件延期交货量。Tagaras 和 Cohen<sup>[16]</sup> 运用仿真和网格搜索的方法对两级三站点库存系统在 4 种库存共享策略下的备件成本对比分析。Grahovac 和 Chakravarthy<sup>[17]</sup> 在 Axsäter<sup>[18]</sup> 研究的基础上, 研究在不同缺

收稿日期: 2016-09-05; 录用日期: 2016-10-14; 网络出版时间: 2016-11-14 09:05

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161114.0905.003.html

\* 通讯作者: E-mail: ywang8\_09@163.com

**引用格式:** 张颖, 王蕴, 薛佩. 三站点备件供应保障关系建模与分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1625-1631.

ZHANG Y, WANG Y, XUE P. Modeling and analysis of spares supply support relations among three stations [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1625-1631 (in Chinese).

货补给时机下的系统备件延期交货量。类似的研究还包括文献[7,12,19-20]等。

综上所述,以上问题的主流解决思路是:允许将横向保障的站点看成是一个保障组(即复合站点,内含多个同级站点),从形式上将其转化成多级库存控制理论研究范畴的问题。而对于横向保障组,已有研究大多假定其中站点属性是完全相同的,即在备件的横向保障策略上不存在任何差别,包括横向保障组内各站点到上级站点的备件周转供应时间、备件需求率、各站点的故障件维修速率等大多均假定相同。此外,绝大多数允许横向保障的库存模型中都忽略横向保障站点间的备件周转供应时间,对于横向转运的方向性也基本没有限制。以上这些做法虽然可以降低数学建模和解析计算的难度,但是这些假设和简化与实际情况并不十分吻合。在现实情况中,由于装备部署、自身状态、使用强度等因素的变化,使得各装备对备件的需求强度往往有所差异;其次,由于不同装备部署站点之间距离相等的情况很少,因而在传统研究中假定各站点的属性基本一致也非常不合理。

针对上述问题,本文针对三站点库存系统提出一种能够综合考虑站点间纵向保障关系和横向保障关系的备件供应保障模型。首先,通过引入站点间备件需求关系的定量描述建立了三站点间的备件供应保障关系,并建立了三站点库存系统的备件延期交货量方程组;其次,运用压缩映射原理判定了解的唯一性,并据此结论给出了方程组的求解算法;最后,通过示例验证了算法的有效性。

## 1 分析及建模

### 1.1 问题描述及假设

本文研究三站点间备件供应保障关系如图1所示。图1中,实线箭头表示备件的供应方向,虚线箭头表示故障件的流动方向。当站点*i*产生

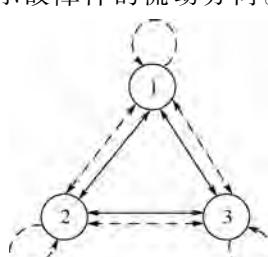


图1 备件和故障件在三站点库存系统中的流动模型

Fig. 1 Transportation model of spares and failure items in inventory systems of three stations

备件需求时,产生的故障件将分别以概率 $r_{ij}$ ( $\geq 0$ )( $i,j=1,2,3$ ),送至站点*j*进行维修,且 $\sum_{i=1}^3 r_{ij} = 1$ ( $j=1,2,3$ )。与此同时,对应的站点将以相同的概率向站点*i*提供备件。在建立备件横向保障模型之前,先给出如下前提假设:①站点的备件需求服从泊松分布,且相互独立。②站点的维修资源充足,不存在故障件排队等待维修的情况。③故障件不存在修理报废的情况且修复如新。④库存系统中故障件及备件的修复时间以及运输时间均相互独立。⑤站点库存采用连续盘点的 $(s,s-1)$ ( $s$ 为初始库存量)库存控制策略,即当一个站点向另一个站点申领1个备件时,会将1个故障件送至被申领站点。⑥站点间备件完全共享。本文的研究对象主要指装备中的可修件,属于需求率低而单价较高的产品,其经济订货量约等于1,因此采用 $(s,s-1)$ 库存控制策略以及上述其他假设是合理的。

### 1.2 模型的建立

显然,在图1所示备件供应保障系统中,站点*i*与周边站点的供应保障关系是通过供应保障规则建立起来的,因而站点*i*的备件延期交货量不但受站点*i*自身的备件需求率、库存量、故障件的维修周转时间等因素影响,其还受到站点*i*周边其他站点备件延期交货量(EBO)以及备件补给请求及补给情况等因素的影响。应得备件数量是表征站点备件状态的一个重要变量,它与初始库存量*s*、可用库存量 $s_{OH}$ 和备件短缺数 $s_{BO}$ 之间存在一个平衡等式,被称为库存平衡公式。单站点的库存平衡公式为

$$s = s_{OH} + s_{DI} - s_{BO} \quad (1)$$

式中: $s_{DI}$ 为应得备件数,它涵盖处于修理、运输环节中的备件数量。

在稳定状态下,可分别列出三站点的库存平衡方程:

$$s_i = s_{OH}^i + s_{DI}^i - s_{BO}^i \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

式中: $s_i$ 、 $s_{OH}^i$ 、 $s_{DI}^i$ 和 $s_{BO}^i$ 分别为站点*i*的初始库存量、可用库存量、应得备件数和备件短缺数。

站点*i*的应得备件数 $s_{DI}^i$ 包括正在站点*i*进行维修的故障件、处于运输途中来自站点*j*( $j \neq i$ )的故障件、处于运输途中来自站点*j*( $j \neq i$ )的备件、站点*j*( $j \neq i$ )延迟交付给站点*i*的备件数量。为了便于表达,定义如下参数。

因为站点*j*产生备件需求时,站点*j*将以 $p_{ji}$ 的概率向站点*i*申领备件,与此同时站点*j*会将等数量的故障件送至站点*i*进行维修,故

$$s_M^i = \frac{1}{\mu_i} \sum_{j=1}^n p_{ji} d_j \quad (3)$$

式中:  $s_M^i$  为正在站点  $i$  进行维修的故障件数;  $d_i$  ( $>0$ ) 为站点  $i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 处的备件需求率;  $\mu_i$  ( $>0$ ) 为站点  $i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 处的故障件修复率;  $p_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 3$ ) 为站点  $i$  向站点  $j$  申领备件的概率,  $p_{ij} \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^3 p_{ij} = 1$  ( $i=1, 2, 3$ )。

处于运输途中的从站点  $j$  运往站点  $i$  的故障件数量, 与站点  $j$  的备件需求率和两站点间的转运时间有关, 故

$$s_{TF}^{ji} = d_{ji} p_{ji} T_{ji} \quad (4)$$

式中:  $s_{TF}^{ji}$  为处于运输途中的从站点  $j$  运往站点  $i$  的故障件数量;  $T_{ji}$  ( $i, j=1, 2, 3$ ) 为站点  $i$  向站点  $j$  运送备件或故障件的时间,  $T_{ji} > 0$ 。

处于运输途中的从站点  $j$  运往站点  $i$  的备件数量, 它与站点  $i$  的备件需求率和两站点间的转运时间有关, 故

$$s_{TP}^{ji} = d_{ji} p_{ji} T_{ji} \quad (5)$$

式中:  $s_{TP}^{ji}$  为处于运输途中的从站点  $j$  运往站点  $i$  的备件数量。

站点  $j$  延迟交付给站点  $i$  的备件数量, 它与站点  $j$  所有延迟交付的备件中站点  $i$  所占比例相关 (且为正比), 故

$$s_{BO}^{ji} = s_{BO}^j \frac{d_{ji} p_{ji}}{\sum_{l=1}^n d_{li} p_{li}} \quad (6)$$

式中:  $s_{BO}^j$  为站点  $j$  的备件短缺数, 它的期望值为  $EBO_j$ ;  $s_{BO}^{ji}$  为站点  $j$  延迟交付给站点  $i$  的备件数量。

由此可以得到通用的备件横向保障模型:

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{DI}^1 = \frac{a_1}{\mu_1} + d_2 p_{21} T_{21} + d_3 p_{31} T_{31} + d_1 p_{12} T_{21} + \\ d_1 p_{13} T_{31} + s_{BO}^2 \frac{d_1 p_{12}}{a_2} + s_{BO}^3 \frac{d_1 p_{13}}{a_3} \\ s_{DI}^2 = \frac{a_2}{\mu_2} + d_1 p_{12} T_{12} + d_3 p_{32} T_{32} + d_2 p_{21} T_{12} + \\ d_2 p_{23} T_{32} + s_{BO}^1 \frac{d_2 p_{21}}{a_1} + s_{BO}^3 \frac{d_2 p_{23}}{a_3} \\ s_{DI}^3 = \frac{a_3}{\mu_3} + d_1 p_{13} T_{13} + d_2 p_{23} T_{23} + d_3 p_{31} T_{13} + \\ d_3 p_{32} T_{23} + s_{BO}^1 \frac{d_3 p_{31}}{a_1} + s_{BO}^2 \frac{d_3 p_{32}}{a_2} \end{array} \right. \quad (7)$$

式中:  $a_1 = d_1 p_{11} + d_2 p_{21} + d_3 p_{31}$ ;  $a_2 = d_1 p_{12} + d_2 p_{22} +$

$d_3 p_{32}$ ;  $a_3 = d_1 p_{13} + d_2 p_{23} + d_3 p_{33}$ 。延期交货量和应得备件数量的关系为

$$s_{BO}^i = \sum_{x=s_i+1}^{\infty} (x - s_i) P(x, s_{DI}^i) \quad (8)$$

式中:  $s_{BO}^i$  为站点  $i$  的备件短缺数, 它的期望值为  $EBO_i$ ;  $P$  为概率。因而  $0 < s_{BO} \leq s_{DI}$ 。令  $s_{BO}^1 = \alpha_1 s_{DI}^1$  ( $0 < \alpha_1 \leq 1$ ),  $s_{BO}^2 = \alpha_2 s_{DI}^2$  ( $0 < \alpha_2 \leq 1$ ),  $s_{BO}^3 = \alpha_3 s_{DI}^3$  ( $0 < \alpha_3 \leq 1$ ), 则式(7)最终可以写成

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_1} & -\frac{d_1 p_{12}}{a_2} & -\frac{d_1 p_{13}}{a_3} \\ -\frac{d_2 p_{21}}{a_1} & \frac{1}{\alpha_2} & -\frac{d_2 p_{23}}{a_3} \\ -\frac{d_3 p_{31}}{a_1} & -\frac{d_3 p_{32}}{a_2} & \frac{1}{\alpha_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{BO}^1 \\ s_{BO}^2 \\ s_{BO}^3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{a_1}{\mu_1} + d_2 p_{21} T_{21} + d_3 p_{31} T_{31} + d_1 p_{12} T_{21} + d_1 p_{13} T_{31} \\ \frac{a_2}{\mu_2} + d_1 p_{12} T_{12} + d_3 p_{32} T_{32} + d_2 p_{21} T_{12} + d_2 p_{23} T_{32} \\ \frac{a_3}{\mu_3} + d_1 p_{13} T_{13} + d_2 p_{23} T_{23} + d_3 p_{31} T_{13} + d_3 p_{32} T_{23} \end{bmatrix} \quad (9)$$

## 2 模型解唯一性判定

$$\text{令 } M = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_1} & -\frac{d_1 p_{12}}{a_2} & -\frac{d_1 p_{13}}{a_3} \\ -\frac{d_2 p_{21}}{a_1} & \frac{1}{\alpha_2} & -\frac{d_2 p_{23}}{a_3} \\ -\frac{d_3 p_{31}}{a_1} & -\frac{d_3 p_{32}}{a_2} & \frac{1}{\alpha_3} \end{bmatrix}, \text{ 则由}$$

$a_1, a_2, a_3$  的定义可知:  $\frac{\alpha_1 d_2 p_{21}}{a_1} + \frac{\alpha_1 d_3 p_{31}}{a_1} \leq 1$ ,

$\frac{\alpha_2 d_1 p_{12}}{a_2} + \frac{\alpha_2 d_3 p_{32}}{a_2} \leq 1$  以及  $\frac{\alpha_3 d_1 p_{13}}{a_3} + \frac{\alpha_3 d_2 p_{23}}{a_3} \leq 1$ 。

$$\text{令 } b_1 = \frac{\alpha_1 d_2 p_{21}}{a_1} + \frac{\alpha_1 d_3 p_{31}}{a_1}, b_2 = \frac{\alpha_2 d_1 p_{12}}{a_2} +$$

$$\frac{\alpha_2 d_3 p_{32}}{a_2}, b_3 = \frac{\alpha_3 d_1 p_{13}}{a_3} + \frac{\alpha_3 d_2 p_{23}}{a_3}.$$

**情况1**  $b_1 < 1$  且  $b_2 < 1$  且  $b_3 < 1$ , 此时矩阵  $M$  为主对角占优矩阵, 因此  $M$  可逆。

**情况2**  $1 - b_1 > 0, 1 - b_2 = 0, 1 - b_3 = 0$ , 则

$|M| = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} (1 - b_1) \left( 1 - \frac{\alpha_3 d_2 p_{23}}{a_3} \cdot \frac{\alpha_2 d_3 p_{32}}{a_2} \right)$ 。如果  $\frac{\alpha_2 d_3 p_{32}}{a_2} = \frac{\alpha_3 d_2 p_{23}}{a_3} = 1$ , 则  $|M| = 0$ ,  $M$  不可逆。

但是此时必须有  $\alpha_2 = 1$ 、 $\alpha_3 = 1$ 、 $p_{12} = p_{22} = 0$  及  $p_{13} = p_{33} = 0$ , 进而可以推出  $p_{11} = 1$ 。此时方程组不相容, 无解。因此情况 2 不可能出现。同理可证  $1 - b_1 = 0$ 、 $1 - b_2 > 0$ 、 $1 - b_3 = 0$  的情况和  $1 - b_1 = 0$ 、 $1 - b_2 = 0$ 、 $1 - b_3 > 0$  的情况也不可能出现。

**情况 3**  $1 - b_1 > 0$ ,  $1 - b_2 > 0$ ,  $1 - b_3 = 0$ , 则

$$|M| = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} (1 - b_1) \left( 1 - \frac{\alpha_2 d_3 p_{32}}{a_2} \cdot \frac{\alpha_3 d_2 p_{23}}{a_3} \right) + \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} (1 - b_2) \left( \frac{\alpha_1 d_2 p_{21}}{a_1} + \frac{\alpha_1 d_3 p_{31}}{a_1} \cdot \frac{\alpha_3 d_2 p_{23}}{a_3} \right),$$

由题设知  $|M|$  表达式中各项均大于等于 0, 又因为  $(1 - b_1) \left( 1 - \frac{\alpha_2 d_3 p_{32}}{a_2} \cdot \frac{\alpha_3 d_2 p_{23}}{a_3} \right) > 0$ , 所以  $|M| \neq 0$ ,

因此情况 3 中矩阵  $M$  可逆。同理, 在  $1 - b_1 > 0$ 、 $1 - b_2 = 0$ 、 $1 - b_3 > 0$  的情况和  $1 - b_1 = 0$ 、 $1 - b_2 > 0$ 、 $1 - b_3 > 0$  的情况下, 矩阵  $M$  可逆。

**情况 4**  $1 - b_1 = 0$  且  $1 - b_2 = 0$  且  $1 - b_3 = 0$ , 则由式(9)可知

$$\begin{cases} (1 - \alpha_1)(d_2 p_{21} + d_3 p_{31}) + d_1 p_{11} = 0 \\ (1 - \alpha_2)(d_1 p_{12} + d_3 p_{32}) + d_2 p_{22} = 0 \\ (1 - \alpha_3)(d_1 p_{13} + d_2 p_{23}) + d_3 p_{33} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

因为  $d_i > 0$ ,  $0 \leq 1 - \alpha_i < 1$ , 所以式(10)成立时必须有

$$\begin{cases} (1 - \alpha_1)(d_2 p_{21} + d_3 p_{31}) = 0 \\ (1 - \alpha_2)(d_1 p_{12} + d_3 p_{32}) = 0 \\ (1 - \alpha_3)(d_1 p_{13} + d_2 p_{23}) = 0 \\ p_{11} = 0, p_{22} = 0, p_{33} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

对于式(11), 如果  $p_{11} = 0$ ,  $p_{22} = 0$ ,  $p_{33} = 0$  且  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\alpha_3 = 1$ , 那么式(9)方程不相容, 因而无解; 如果  $p_{11} = 0$ ,  $p_{22} = 0$ ,  $p_{33} = 0$  且  $d_2 p_{21} + d_3 p_{31} = 0$ ,  $d_1 p_{12} + d_3 p_{32} = 0$ ,  $d_1 p_{13} + d_2 p_{23} = 0$ , 那么同样存在不相容的情况。

综上所述, 矩阵  $M$  始终可逆, 因而对于给定的输入方程始终有唯一解。

### 3 模型的求解与算例分析

#### 3.1 模型的求解

将式(9)写成如下形式:

$$\begin{cases} EBO_1 = f_{EBO_1}(EBO_2, EBO_3) \\ EBO_2 = f_{EBO_2}(EBO_1, EBO_3) \\ EBO_3 = f_{EBO_3}(EBO_1, EBO_2) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $EBO$  为备件延期交货量的期望值。由第 2 节分析可知式(9)有唯一解, 这也意味着式(9)所列方程确定的映射关系为压缩映射, 因而可以运用迭代算法求出模型的解: 通过设定初值  $(EBO_1^0, EBO_2^0, EBO_3^0)$ , 利用公式  $(EBO_1^{(k)}, EBO_2^{(k)}) = f(EBO_1^{(k-1)}, EBO_2^{(k-1)})$  建立的迭代关系, 依据  $\lim_{k \rightarrow \infty} |EBO_1^{(k)} - EBO_1^{(k-1)}| \rightarrow 0$  以及  $\lim_{k \rightarrow \infty} |EBO_2^{(k)} - EBO_2^{(k-1)}| \rightarrow 0$ , 通过反复迭代计算得到系统最终的逼近解  $(EBO_1^*, EBO_2^*)$ 。此外, 在迭代过程中, 可以选定相邻两次迭代目标函数差值与给定差值容限  $\varepsilon$  的大小关系作为终止迭代运算的判据。得到算法迭代步骤如图 2 所示。

#### 3.2 算例分析

假定站点 1、2、3 处的备件需求率分别为:  $d_1 = 0.12$ ,  $d_2 = 0.23$ ,  $d_3 = 0.41$ ; 站点 1 向自身及其他站点产生备件需求的概率分别为:  $p_{11} = 0.72$ ,  $p_{12} = 0.21$ ,  $p_{13} = 0.07$ , 站点 2 向自身及其他站点产生备件需求的概率分别为:  $p_{21} = 0.12$ ,  $p_{22} = 0.76$ ,  $p_{23} = 0.12$ , 站点 3 向自身及其他站点产生备件需求的概率分别为:  $p_{31} = 0.18$ ,  $p_{32} = 0.22$ ,  $p_{33} = 0.6$ ; 故障件在站点 1、2、3 的维修周转速率分别为:  $\mu_1 = 0.12$ ,  $\mu_2 = 0.23$ ,  $\mu_3 = 0.41$ ; 从站点 1 到站点 2 和站点 3 的运输时间分别为:  $T_{12} = 78$ ,  $T_{13} = 93$ , 从站点 2 到站点 1 和站点 3 的运输时间分别为:  $T_{21} = 113$ ,  $T_{23} = 156$ , 从站点 3 到站点 1 和站点 2 的运输时间分别为:  $T_{31} = 97$ ,  $T_{32} = 105$ ; 站点 1、站点 2 和站点 3 的初始库存量分别为:  $s_1 = 7$ ,  $s_2 = 9$ ,  $s_3 = 7$ 。依据此输入可以计算得到:  $EBO_1 = 10.46$ ,  $EBO_2 = 12.91$ ,  $EBO_3 = 27.85$ 。如果变动各个站点处的备件需求概率, 可以得到 3 个站点总的 EBO 随备件需求概率的变化曲线。例如, 可以通过变动  $p_{11}$  得到 EBO 总和与  $p_{11}$  之间的变化曲线, 见图 3。

通过分析可以得知: 在上述输入下, 如果增加站点 1 处故障件在本地维修的概率, 那么将有助于降低系统总的 EBO, 因而当  $p_{11} = 1$  时系统总的 EBO 将达到最小值。很明显, 针对不同输入将得到不同的结论。当然, 还可以针对其他参数进行敏感性分析以及比较分析, 但这不是本文的研究重点, 因而不在此赘述。

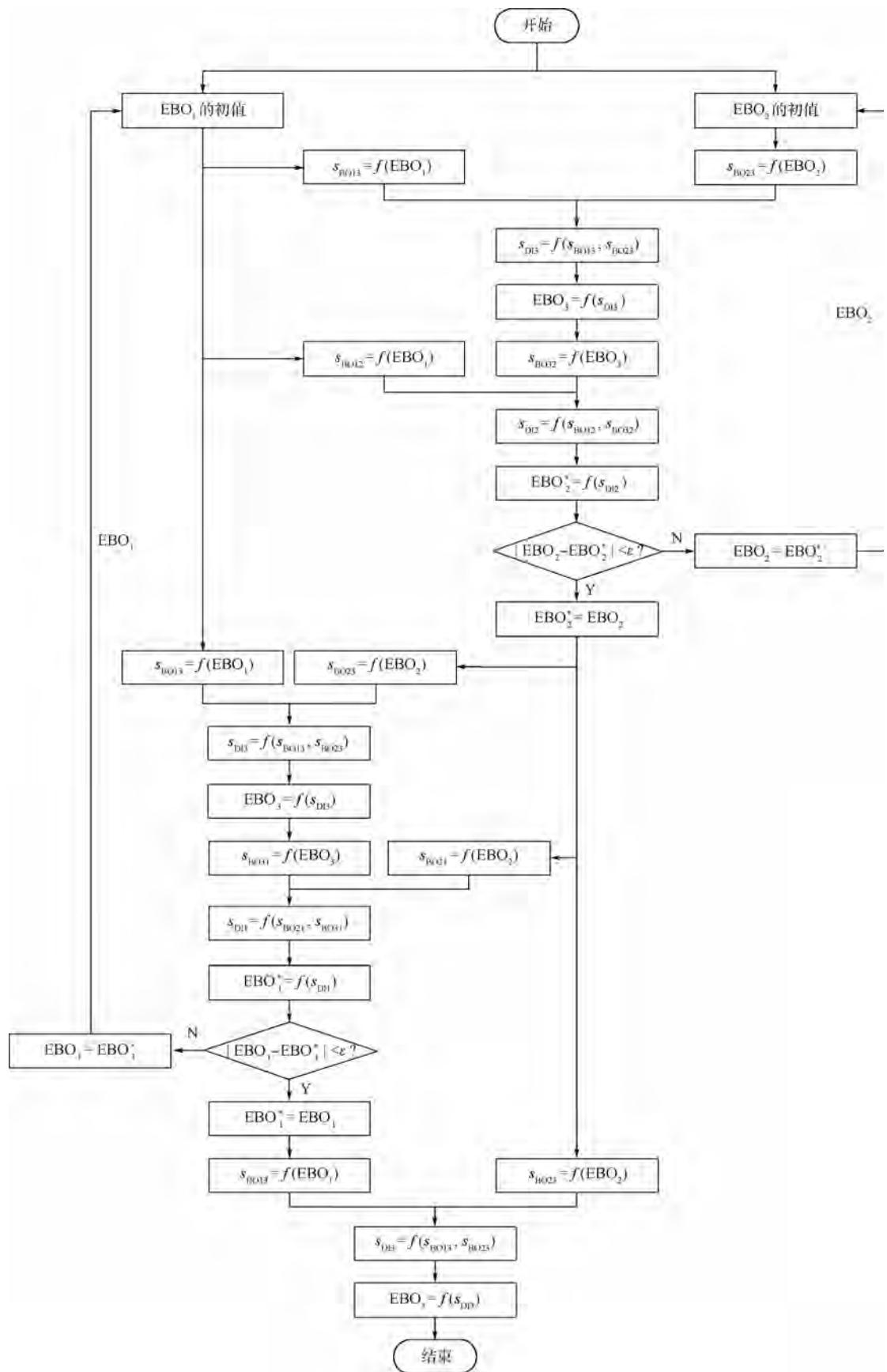
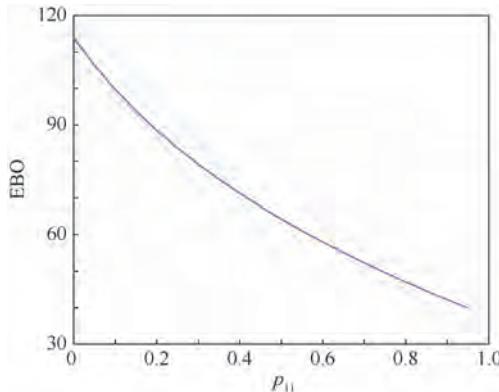


图 2 系统延期交货量迭代方法计算流程

Fig. 2 Calculation process of EBO with iteration method

图 3 三站点总的 EBO 随  $p_{11}$  变化曲线Fig. 3 Curve of total EBO within three stations versus  $p_{11}$ 

## 4 结 论

1) 本文虽然通过弱化保障组织内站点间的层级关系建立了较为通用的备件供应保障关系模型,但是文中结论也是在众多的假设和限定的基础上得来的,因而所得模型也会与实际情况存在一定的出入。

2) 在很多考虑横向保障或横向转运的相关研究中,横向保障往往是在备件缺货时才被考虑。这也就意味着站点的备件需求概率与站点的备件满足率相关,而本文中模型并未考虑这种情况。作者认为,针对这种较为复杂的情况,只要在本文所给模型的基础上,另构造一个备件需求概率或备件满足率的柯西数列,基于本文给出的计算流程建立一个两层迭代算法即可。

3) 尽管本文提出的模型存在一定的应用局限性(在现实中备件供应保障站点的数目往往会长远大于3个),但是文中的研究方法具有很好的扩展性,可以为后续复杂对象的研究提供一定的理论参考。

**致谢** 感谢北京航空航天大学可靠性与系统工程学院马麟、王乃超两位老师的宝贵意见。

## 参 考 文 献 (References)

- [ 1 ] SHERBROOKE C C. METRIC: A multi-echelon technique for recoverable item control [ J ]. Operations Research, 1968, 16 (1):122-141.
- [ 2 ] MUCKSTADT J A. A model for a multi-item, multi-echelon, multi-indenture inventory system [ J ]. Management Science, 1973, 20 (4):472-481.
- [ 3 ] SHERBROOKE C C. VARI-METRIC: Improved approximations for multi-indenture, multi-echelon availability models [ J ]. Operations Research, 1986, 34 (8):311-319.
- [ 4 ] 王乃超, 康锐. 基于备件保障概率的多级库存优化模型 [ J ]. 航空学报, 2009, 30 (6):1043-1047.
- [ 5 ] 刘任洋, 李庆民, 李华. 基于横向转运策略的可修件三级库存优化模型 [ J ]. 航空学报, 2014, 35 (12):3341-3349.
- [ 6 ] LIU R Y, LI Q M, LI H. Optimal model of three-echelon inventory for repairable spare parts with lateral transshipments strategy [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35 (12):3341-3349 (in Chinese).
- [ 7 ] 阮曼智, 彭英武, 李庆民, 等. 基于体系保障度的装备备件三级库存方案优化 [ J ]. 系统工程理论与实践, 2012, 32 (7):1623-1630.
- [ 8 ] RUAN M Z, PENG Y W, LI Q M, et al. Optimization of three-echelon inventory project for equipment spare parts based on system support degree [ J ]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2012, 32 (7):1623-1630 (in Chinese).
- [ 9 ] LEE Y H, JUNG J W, JEON Y S. An effective lateral transshipment policy to improve service level in the supply chain [ J ]. International Journal of Production Economics, 2007, 106 (1):115-126.
- [ 10 ] LEE H L. A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments [ J ]. Management Science, 1987, 33 (10):1302-1316.
- [ 11 ] TAGARAS G. Pooling in multi-location periodic inventory distribution systems [ J ]. Omega, 1999, 27 (1):39-59.
- [ 12 ] GROSS D. Centralized inventory control in multi-location supply systems [ M ]. Stanford:Stanford University Press, 1963:47-84.
- [ 13 ] KUKREJA A, SCHMIDT C P, MILLER D M. Stocking decisions for low-usage items in a multi-location inventory system [ J ]. Management Science, 2001, 47 (10):1371-1383.
- [ 14 ] AXSÄTER S. Evaluation of unidirectional lateral transshipments and substitutions in inventory systems [ J ]. European Journal of Operational Research, 2003, 149 (2):438-447.
- [ 15 ] KUKREJA A, SCHMIDT C P. A model for lumpy demand parts in a multi-location inventory system with transshipments [ J ]. Computers & Operations Research, 2005, 32 (8):2059-2075.
- [ 16 ] WONG H, VAN H G J, CATTRYSE D, et al. Multi-item spare parts systems with lateral transshipments and waiting time constraints [ J ]. European Journal of Operational Research, 2006, 171 (3):1071-1093.
- [ 17 ] SHERBROOKE C C. Multi-echelon inventory systems with lateral supply [ J ]. Naval Research Logistics, 1992, 39:29-40.
- [ 18 ] TAGARAS G, COHEN M A. Pooling in two-location inventory systems with non-negligible replenishment lead-times [ J ]. Management Science, 1992, 38 (8):1067-1083.
- [ 19 ] GRAHOVAC J, CHAKRAVARTY A. Sharing and lateral transhipment of inventory in a supply chain with expensive low demand items [ J ]. Management Science, 2001, 47 (4):579-594.
- [ 20 ] AXSÄTER S. Modeling emergency lateral transshipments in inventory systems [ J ]. Management Science, 1990, 36 (11):1329-1338.
- [ 21 ] TAGARAS G, VLACHOS D. Effectiveness of stock tranship-

ment under various demand distributions and no negligence transhipment times [J]. Production and Operational Management, 2002, 11(2): 183-198.

- [20] OLSSON F. An inventory model with unidirectional lateral transshipments [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 200(3): 725-732.

## 作者简介:

张颖 女,博士研究生。主要研究方向:备件库存方案分析与优化、综合保障工程等。

王蕴 女,工程师。主要研究方向:保障效能分析、备件库存优化等。

## Modeling and analysis of spares supply support relations among three stations

ZHANG Ying<sup>1</sup>, WANG Yun<sup>2,\*</sup>, XUE Pei<sup>1</sup>

(1. School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. China Academy of Aerospace Standardization and Product, Beijing 100071, China)

**Abstract:** For modeling, the existing spares-related researches have insufficient consideration of lateral transshipments. In this paper, the authors select a three-site inventory system as the research object, and by introducing spares supply support relationship between sites, longitudinal and lateral transshipments are considered at the same time. The quantitative probability values are used to represent the spares demand relationship between sites, and based on inventory balance theory, a relationship is established between the number of spares due in, the initial inventory, the number of spares on hand and the number of backorders. Based on the single-site inventory balance equations and the demand supply relations between sites, the three-site spare parts backorder equations are given. Then coefficients-matrix of the equations is found reversible and so the equations have only one unique solution. Then according to the principle of contractive mapping theory, an iterative method is used for solving the equations. Finally, an example is calculated to verify the fitness of the model and the validity of the solving method.

**Keywords:** spares; supply support; station; repair turnaround; iteration algorithm

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0603

# 喷口布局对导弹侧向喷流控制作用的数值模拟

刘丽媛<sup>1</sup>, 李亚超<sup>2</sup>, 阎超<sup>1,\*</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100191)

**摘要:** 为保持飞行器在稀薄大气中的机动性, 通常采用喷流反控制作用(RCS), 但在超声速来流中, 这会导致飞行器表面出现复杂的喷流干扰流场, 对飞行控制造成了巨大影响。为提高对超声速条件下的侧向喷流控制作用的规律性认识, 应用数值模拟方法, 研究了超声速条件下的无舵光滑弹体和带尾舵的弹-翼组合体上的声速侧向喷流控制问题。开展了关于喷口布局对侧向喷流控制效果影响规律的研究工作, 并通过引入法向干扰力沿程增长系数从定量角度加以分析。计算结果表明: 在有尾舵的情况下, 喷口位置的后移和马赫数的增加能够显著增强侧向喷流控制效果; 当喷口位置位于舵面之前时, 喷流干扰力放大系数随迎角增大而增大, 随来流静压增大而减小; 当喷流位置后移至舵面之后时, 规律相反; 在某些喷口位置和来流条件下, 弹-翼组合体的侧向控制效果与无舵光滑弹体相比并不具备优势。

**关键词:** 横向喷流; 侧向控制; 弹-翼组合体; 喷流位置; 迎角

**中图分类号:** V221+.3; TB553

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2017)08-1632-08

为实现飞行器的高机动性、提高飞行器在复杂飞行条件下的控制能力, 航天飞机、导弹等普遍采用横向侧向喷流控制技术。与传统控制措施相比, 喷流控制具有响应快、可调节、不工作时干扰小、效率高等特点, 并可在全部飞行包线内工作<sup>[1-2]</sup>。但是在采用喷流控制时, 存在着来流与喷流的相互干扰, 喷流力实际作用效果往往偏离理想设计情况<sup>[3]</sup>。如何准确地预测喷流实际控制效率, 确保飞行控制的准确性, 保证飞行器的稳定性与安全是喷流控制中需要解决的实际问题<sup>[4]</sup>。

早在 20 世纪 50 年代末, 国外就已经开始了对喷流控制理论的研究。在航天器再入时的反作用控制研究背景下, 人们开始了对喷流干扰流场第一阶段的研究, 受限于当时的计算条件和数值模拟能力, 这一时期的工作主要以风洞试验和工程分析方法为主<sup>[5-6]</sup>。第二发展阶段从 20 世纪

80 年代末至今, 在反导系统的建设和临近空间飞行器研究的需求下, 人们对喷流控制开始了新一轮的研究热潮。这一时期随着计算机硬件资源的升级、数值模拟方法的成熟以及实验手段的丰富, 人们对于喷流干扰流场的研究逐渐走向深入。研究结果表明, 喷口布局、喷口形状、迎角、喷流动量比、静压比等诸多因素都会影响弹体侧向控制性能<sup>[7-9]</sup>。

从 20 世纪 90 年代初开始, 国内开展研究侧向喷流干扰流场预测问题, 近年来, 由于工程单位的牵引, 有关喷流干扰的风洞试验与数值模拟工作大量展开, 得到了单喷流干扰流场的激波结构和涡系结构, 分析了来流与喷流参数对侧向喷流干扰特性的影响规律, 开展了喷流干扰流场非定常特性机理研究以及考虑真实气体效应对飞行器气动干扰特性的影响, 并逐步深入到大迎角侧向多喷口干扰流场研究<sup>[10-11]</sup>。但综合考虑不同喷

收稿日期: 2016-07-18; 录用日期: 2016-11-04; 网络出版时间: 2017-01-09 09:00

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170109.0900.001.html

\* 通讯作者: E-mail: yanchao@buaa.edu.cn

**引用格式:** 刘丽媛, 李亚超, 阎超. 喷口布局对导弹侧向喷流控制作用的数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1632-1639. LIU L Y, LI Y C, YAN C. Numerical simulation of effect of nozzle layout on jet lateral control for missiles [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1632-1639 (in Chinese).

口位置情况下的来流、喷流参数变化对流场结构以及侧向控制力的影响规律关注不够。特别是尾舵对导弹侧向控制力的影响缺乏细致的研究。因此本文应用数值模拟方法,以优化喷口布局为核心,重点研究超声速气流中弹-翼组合体随喷口位置以及来流迎角、来流马赫数、静压比的变化规律,并通过引入沿程各区域的干扰压力分布加以定量研究,通过与无舵弹身结果做对比,重点分析尾舵对侧向控制力的影响。

## 1 数值模拟方法

### 1.1 控制方程和计算方法

在一般曲线坐标系中,经过无量纲化后的三维的非定常可压缩 Navier-Stokes 方程组的微分形式为<sup>[12]</sup>

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{H} - \hat{H}_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

式中: $\hat{Q}$  为守恒变量; $\hat{F}$ 、 $\hat{G}$ 、 $\hat{H}$  为对流项; $\hat{F}_v$ 、 $\hat{G}_v$ 、 $\hat{H}_v$  为黏性项; $t$  为时间; $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$  分别为计算坐标系下对应曲线坐标系下的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向。

控制方程组通过有限体积方法求解,湍流模型采用 Menter 的 SST 二方程模型,空间离散格式采用 Roe 格式,时间推进采用 LU-SGS 隐式方法。

### 1.2 方法验证

横向喷流干扰流场根据空间流场结构和壁面压力分布规律,可以将弹体表面划分为 5 个区域:喷流未扰区、高压分离区、低压尾迹区、压力恢复区及弹体下表面的高压干扰区。随着喷口位置移动和来流参数变化,这些区域的作用范围及压力分布将发生改变,进而影响弹体的侧向控制力效果<sup>[13]</sup>。

在以往开展的研究工作中,将喷流干扰与无喷干扰条件下的弹体表面压力系数与实验测量数据进行对比,各个区域的结果均十分吻合,说明所用数值模拟方法能够很好地模拟喷流干扰流场<sup>[13]</sup>。

### 1.3 侧向控制力实际作用效果

为了有效评价横向喷流在不同情况下的实际侧向控制效果,通常借助喷流力放大因子  $K_f$  和喷流力实际作用位置  $x_e$ <sup>[14]</sup>,定义如下:

$$\begin{cases} K_f = 1 + F_{ji}/F_{jet} \\ x_e = M_{ji}/(F_{jet} + F_{ji}) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $F_{jet}$  为喷流直接产生的气动力; $F_{ji}$  和  $M_{ji}$  分别为喷流与主流相互作用形成的干扰气动力和力矩。

矩, $M_{ji}$  定义以喷流中心为计算原点,并以抬头力矩为正。具体计算公式如下<sup>[15]</sup>:

$$\begin{cases} F_{ji} = F_{jet\_on} - F_{jet\_off} - F_{jet} \\ M_{ji} = M_{jet\_on} - M_{jet\_off} \\ F_{jet} = (1 + \gamma Ma_{jet}^2) p_j A_{jet} \end{cases}$$

式中:带下角标 jet\_on 和 jet\_off 的  $F$  及  $M$  分别为有喷流和无喷流干扰下的气动力及力矩; $A_{jet}$  为喷口面积; $p_j$  为喷口处静压; $\gamma$  为比热比; $Ma_{jet}$  为喷流出口平均马赫数。

## 2 喷口位置对侧向控制力的影响

为考察横向喷流干扰流场对实际弹体侧向控制力的影响,采用了常规导弹布局,并将喷口中心布置在弹体对称面上。与此同时,为研究喷口位置对全弹侧向控制效果的影响,生成了具有不同喷口位置的外形。其中,前 3 个喷口位置位于尾舵前方,其喷口中心距离弹头 225、275、325 mm,分别命名为 A1、A2、A3;后 2 个喷口位于尾舵中间,其喷口中心距离弹头 375、400 mm,分别命名为 B1、B2。网格示意图如图 1 所示。

对于无舵光滑弹体外形来说,喷口位置的后移虽然会使得喷流后面的流动结构影响区域减小,但对流场结构基本没有影响,因此造成的喷流控制效果变化不大。对于实际导弹外形来说,由于尾舵的存在,喷口位置后移的影响效果就变得复杂起来。图 2 和图 3 展示了在  $-5^\circ$ 、 $0^\circ$ 、 $5^\circ$  迎角下计算得到的由于喷口位置  $x_{je}$  后移造成的光滑弹体和弹-翼组合体上侧向喷流控制效果的变化。

可以看出,无论对于无舵弹身还是带舵导弹,喷口位置的后移都明显地改善了侧向喷流控制效果: $K_f$  增大,甚至超过 1, $x_e$  绝对值变小,逐渐接近于 0。同时笔者注意到:当喷口位置位于尾舵前方(A1、A2、A3)时,带舵导弹的侧向控制效果比无舵弹体要略差一些;当喷口位置位于尾舵中间(B1、B2)时,带舵导弹的侧向控制效果要远好于无舵弹体。

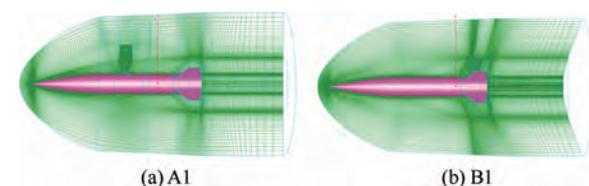
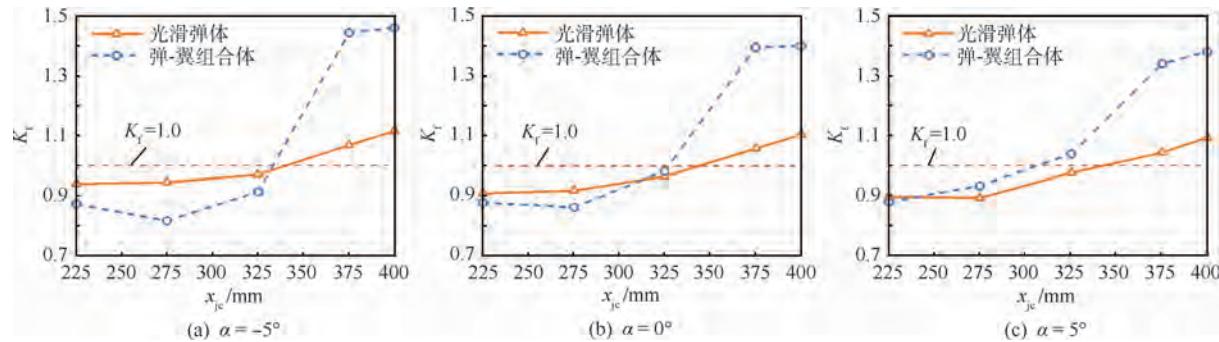
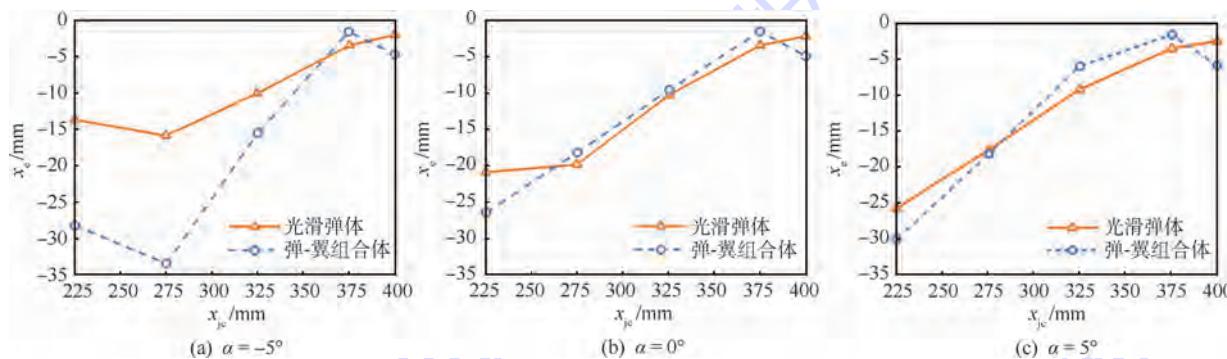


图 1 部分带十字尾舵的弹-翼组合体模型及网格示意图

Fig. 1 Schematic diagram of some wing-body configuration models and grids with a cross tail vane

图 2 不同迎角下  $K_f$  随喷口位置的变化规律Fig. 2 Variation of  $K_f$  with jet location at different angles of attack图 3 不同迎角下  $x_e$  随喷口位置的变化Fig. 3 Variation of  $x_e$  with jet location at different angles of attack

为了分析各个舵面部分对侧向喷流控制力的贡献,先给各个舵面命名:将喷流两侧的舵命名为 Fin1, Fin1 的上舵面为 UF1, 下舵面为 DF1; 弹体下方的 2 个舵命名为 Fin2, Fin2 的上舵面为 UF2, 下舵面为 DF2, 各舵面具体命名情况见图 4,并定义各舵面上的侧向喷流干扰力系数为

$$C_{fin\_ji} = -(F_{fin\_jet\_on} - F_{fin\_jet\_off}) / (q_\infty S) \quad (3)$$

式中:  $F_{fin\_jet\_on}$  为在喷流作用下的舵面侧向力;  $F_{fin\_jet\_off}$  为没有喷流作用时的舵面侧向力;  $q_\infty$  为自由来流的动压;  $S$  为导弹的参考面积。同时为使  $C_{fin\_ji}$  与喷流力方向相同, 式(3)前面加负号。 $C_{fin\_ji}$  为正时, 表示舵面受到的侧向喷流干扰力与喷流力方向相同, 起到增强侧向喷流控制效果,  $C_{fin\_ji}$  值越大, 起到的侧向控制效果越强。

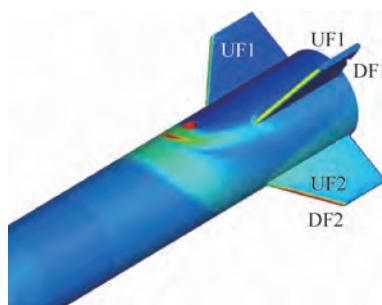
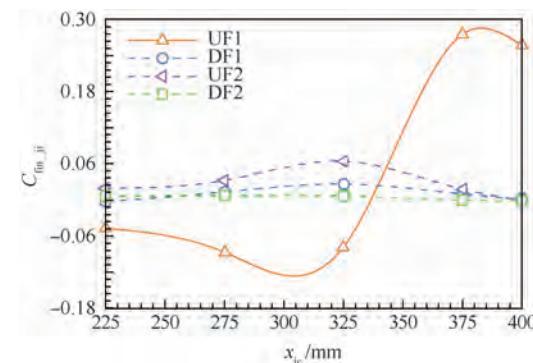


图 4 各舵面部分命名图

Fig. 4 Naming sketch of each part of control surface

图 5 为各舵面  $C_{fin\_ji}$  随喷口位置变化规律, 可以看出, 舵面 UF1 上的侧向控制力干扰力系数绝对值最大, 因此舵面 UF1 是决定尾舵侧向控制效果的关键因素。当喷流位置靠前 (A1、A2、A3) 时, 舵面 UF1 上的喷流干扰力减弱了侧向喷流控制效果。当喷流位置靠后 (B1、B2) 时, 舵面 UF1 上的喷流干扰力显著地增强了侧向喷流控制效果。图 6 展示了模型 A3、B1 在  $0^\circ$  迎角下的流场结构。从流场情况看, 在喷流后面存在大规模的膨胀低压区。当喷流位置靠前时, 舵面 UF1 正好位于低压核心区, 这自然会引起舵面压力下降, 形成向上的吸力, 从而减弱侧向喷流控制效果。

图 5 各舵面  $C_{fin\_ji}$  随喷口位置变化Fig. 5 Variation of  $C_{fin\_ji}$  of each control surface with jet location

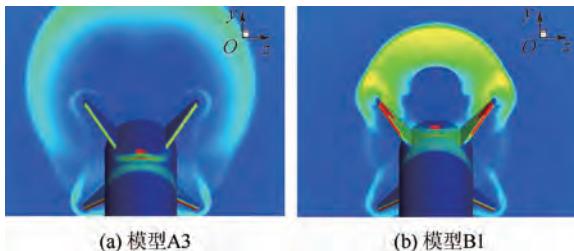


图 6 不同喷口位置下的尾舵附近流场结构

Fig. 6 Flow field structure near tail vane at different jet locations

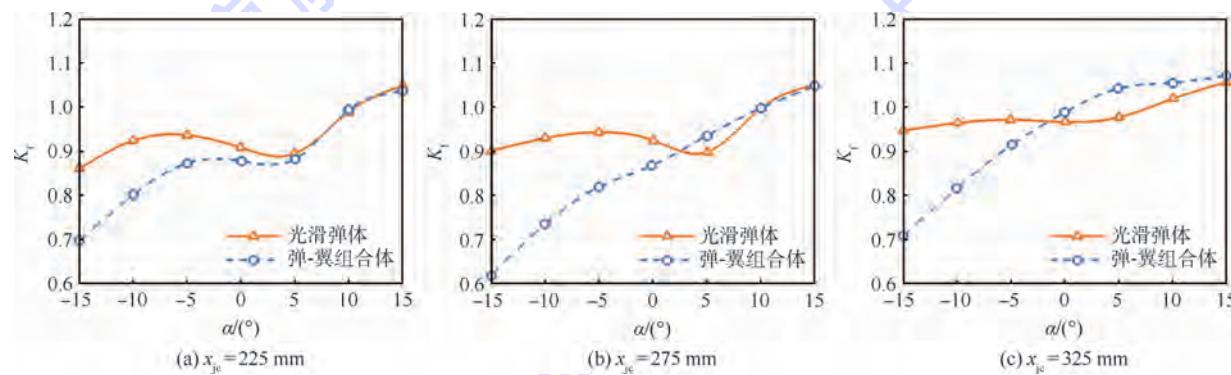
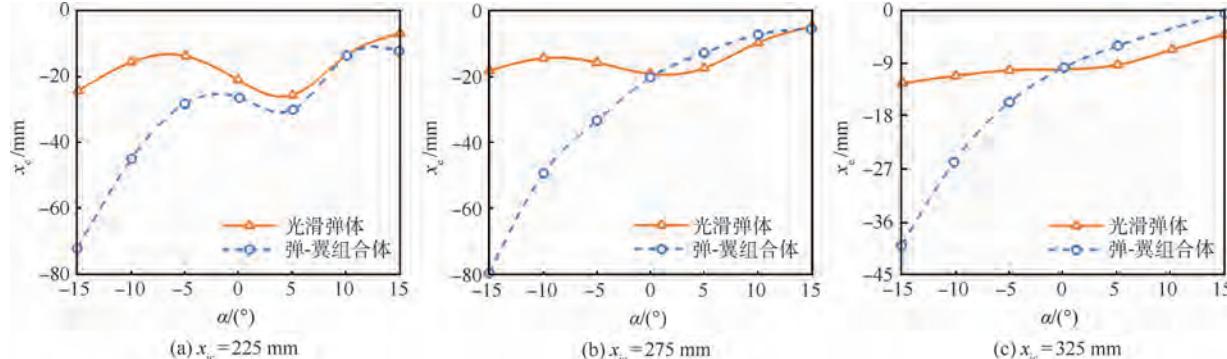
当喷流位置后移至到 2 个尾舵之间时,两侧的舵面对喷流的膨胀形成限制,造成靠近喷流附近的物面压力升高,引起舵面 UF1 的侧向喷流干扰力变向,起到增强侧向喷流控制的效果。

### 3 来流参数对侧向控制力的影响

#### 3.1 迎角对侧向控制力的影响

在分析迎角变化对侧向喷流控制力的影响规律时,需要定量分析弹体不同位置的干扰压力分布对侧向控制力的贡献,为此定义干扰力沿程增长系数为

$$C_{n_{ji}}(x) = - \iint_0^x C_{p_{ji}} ds dx / S \quad (4)$$

图 7 不同喷口位置情况下  $K_f$  随迎角的变化(喷口位置靠前)Fig. 7 Variation of  $K_f$  with angle of attack at different jet locations (forward positions)图 8 不同喷口位置情况下  $x_e$  随迎角的变化(喷口位置靠前)Fig. 8 Variation of  $x_e$  with angle of attack at different jet locations (forward positions)

式中:  $ds$  为面积微元;  $C_{p_{ji}}$  为壁面干扰压力系数, 其公式如下:

$$C_{p_{ji}} = (p_{jet\_on} - p_{jet\_off}) / q_\infty \quad (5)$$

其中:  $p_{jet\_on}$  为喷流干扰下的壁面压力系数;  $p_{jet\_off}$  为无喷干扰下的壁面压力系数。

下面笔者就以喷流干扰力沿程增长系数  $C_{n_{ji}}$  为主要分析手段来研究迎角变化下各压力特征区域对侧向喷流控制效果的影响规律。

通过计算发现: 不同喷口位置下的侧向喷流控制效果随迎角的变化规律不一致, 分别对喷口位置靠前(对应模型 A1、A2、A3)和靠后(对应模型 B1、B2)2 种情况加以分析。

从图 7 与图 8 可以看出, 当喷流位置靠前时, 无论对于无舵旋成体还是带舵弹体, 喷流力放大系数  $K_f$  和喷流力作用位置  $x_e$  随迎角的变化规律保持一致。下面以  $K_f$  为例具体说明侧向喷流控制效果随迎角的变化情况。对于无舵旋成体来说, 当迎角从  $-15^\circ$  增大到  $15^\circ$  的过程中,  $K_f$  先增大后减少再增大, 并且随着喷流位置的后移,  $K_f$  的变化幅度减少。而对于带舵弹体来说,  $K_f$  基本随迎角的增大而增大, 当迎角为负时, 带舵弹体的喷流力放大系数要远小于无舵旋成体, 当迎角转正后, 这种不利情况才得到好转。

横向喷流侧向控制效果的这种变化规律可以从流场图 9 中得到解释。当迎角为负时, 喷流位于迎风区, 喷流与主流干扰增强, 喷流前的高压分离区(正的)干扰压力升高, 造成喷流干扰力增强, 喷口后的低压尾迹区(负的)干扰压力也升高, 造成喷流干扰力下降。图 10 为不同迎角下的  $C_{nji}$  沿程(横坐标  $x$  表示沿导弹轴线, 从弹头指向弹尾方向)变化, 从图 10 可以看出, 低压尾迹区造成的影响更大, 并且当迎角增大后, 低压尾迹区对应的压力(负的)喷流干扰力迅速减少, 而高压干扰区对应的(正的)喷流干扰力变化不大, 这就使得喷流干扰效果得到增强。对于带舵弹体来说, 由于尾舵的存在, 放大了低压尾迹区的影响, 使得负迎角下的侧向喷流控制效果要远逊于无舵旋成体。

从图 11 可以看出, 当喷口位置移动到尾舵之间时, 无论是无舵旋成体还是带舵弹体, 其侧向喷流控制效果都有了显著的改善。具体来说, 对于无舵弹体, 迎角在  $\pm 15^\circ$  之间时, 其喷流力放大系数  $K_f$  都大于 1(1.1 左右), 且随迎角的变化幅度控制在 6% 以内; 而喷流力作用位置  $x_e$  均在喷流前 5 mm 以内, 且随迎角的变化幅度不大(不超过 2 mm), 见图 12。对于带舵弹体, 迎角在  $\pm 15^\circ$  之间时, 其喷流力放大系数  $K_f$  都远大于 1(1.26 以上), 且随迎角的变化幅度从之前(喷口位置靠前)的 30% 多降到 15% 以内; 而喷流力作用位置  $x_e$  均在喷流前 6 mm 以内, 且随迎角的变化幅度不大(不超过 2 mm), 见图 12。

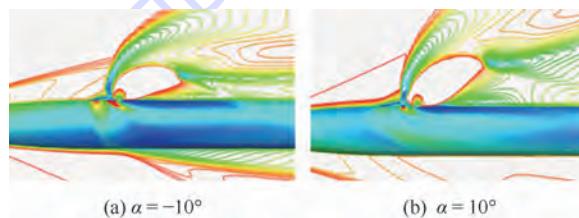


图 9 不同迎角下的流场结构对比

Fig. 9 Comparison of flow field structures at different angles of attack

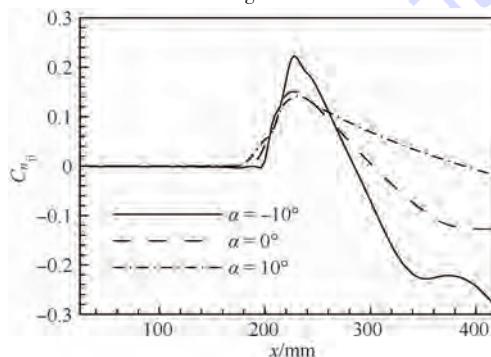
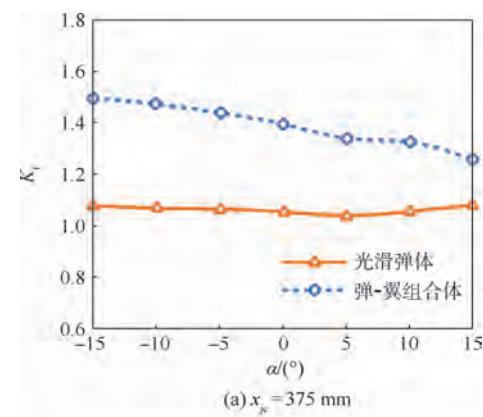
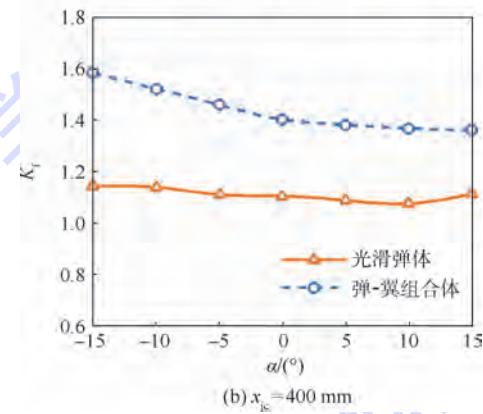


图 10 不同迎角下的  $C_{nji}$  沿程分布

Fig. 10  $C_{nji}$  distribution at different angles of attack along  $x$  direction



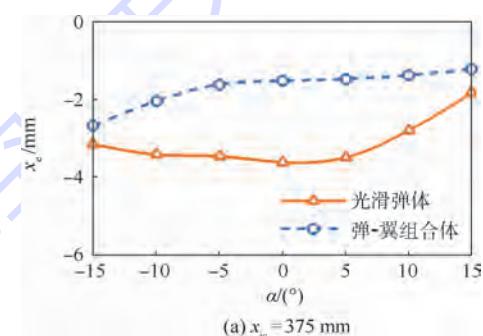
(a)  $x_e = 375 \text{ mm}$



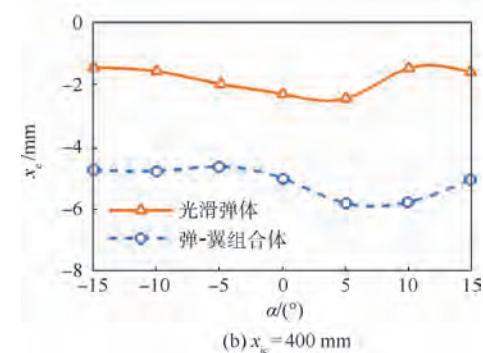
(b)  $x_e = 400 \text{ mm}$

图 11 不同喷口位置情况下  $K_f$  随迎角的变化(喷口位置靠后)

Fig. 11 Variation of  $K_f$  with angle of attack at different jet locations (backward positions)



(a)  $x_e = 375 \text{ mm}$



(b)  $x_e = 400 \text{ mm}$

图 12 不同喷口位置情况下  $x_e$  随迎角的变化(喷口位置靠后)

Fig. 12 Variation of  $x_e$  with angle of attack at different jet locations (backward positions)

从喷口位置靠前与靠后的 2 种情况下的侧向喷流控制效果随迎角的变化规律对比中可以看到: 喷口位置的后移造成了整个喷流干扰区域的后移, 这将直接导致低压尾迹区作用范围的缩小, 从而减弱喷流干扰力造成的不利影响, 改善了侧向控制力实际作用效果: 侧向控制力增强, 作用位置向喷口中心移动, 随迎角变化的波动幅度也衰减等。

### 3.2 来流马赫数对侧向控制力的影响

为了解横向喷流在导弹的整个飞行包线内的侧向控制效果, 有必要研究飞行马赫数和静压对侧向喷流控制的影响。

为此在计算时保持其他来流条件不变(迎角为 $0^\circ$ ), 来流马赫数  $Ma$  分别取为 2.3、3.3、4.3, 得到了光滑弹体、弹-翼组合体在不同喷口位置下的喷流力放大系数  $K_f$ 、喷流作用位置  $x_e$  随马赫数的变化规律, 如图 13、图 14 所示。

从图 13 可以看到, 在各个喷流位置下, 随着来流马赫数的增大, 喷流力放大系数  $K_f$  都有明显的增长。除此之外, 笔者还发现: 当来流马赫数从 2.3 增大到 4.3 时, 喷流位置越靠后, 其对应的  $K_f$  的变化幅度越小。

对于喷流力实际作用位置, 从图 14 也发现同样的变化趋势: 即在各个喷流位置下, 随着来流马赫数的增大,  $x_e$  绝对值都有减少, 这表明喷流干扰力距在逐渐减小。同时笔者注意到: 随马赫数的变化幅度会随着喷流位置的后移而有所减少, 在喷口位置后移至  $x = 325 \text{ mm}$  时,  $x_e$  几乎不随来流马赫数发生变化, 这从另一方面说明喷流位置的后移能够充分减弱来流的变化对于喷流干扰效果的影响。

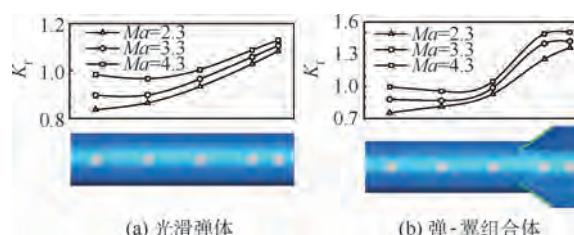


图 13 不同  $Ma$  情况下  $K_f$  随喷口位置的变化

Fig. 13 Variation of  $K_f$  with jet location at different  $Ma$

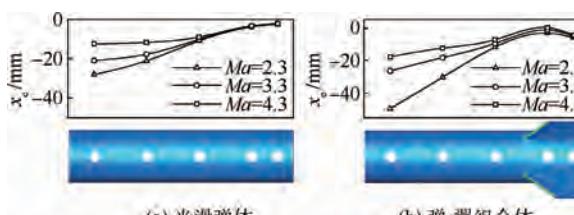


图 14 不同  $Ma$  情况下  $x_e$  随喷口位置的变化

Fig. 14 Variation of  $x_e$  with jet location at different  $Ma$

从图 15 中可以看出, 随着来流马赫数的增大, 高压分离区范围缩小, 但干扰压力强度增强, 其整体(有利)作用效果增强, 低压尾迹区范围缩小, 但干扰压力强度不变, 其整体(不利)作用效果减弱。压力分布特征区域的这种变化特点造成了喷流干扰力朝有利喷流控制的方向增强。

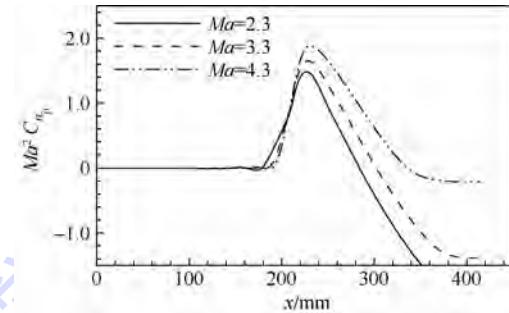


图 15 不同  $Ma$  情况下的  $Ma^2 C_{nji}$  沿程分布

Fig. 15  $Ma^2 C_{nji}$  distribution at different  $Ma$  along  $x$  direction

### 3.3 静压比对侧向控制力的影响

为研究来流静压对侧向喷流控制的影响, 在计算时保持其他来流条件和喷流条件不变(迎角为 $0^\circ$ , 马赫数为 3.3), 来流静压分别取为 9 236、19 013、32 283 Pa, 使得喷流与来流的静压比( $p_j/p_c$ )为 320、155 和 90, 笔者得到了无舵旋成体、带舵弹体在不同喷口位置下的喷流力放大系数  $K_f$  和作用位置  $x_e$  随  $Ma$  的变化规律。

从图 16 可以看到, 在各个喷流位置下, 随着来流静压的增大, 喷流位置靠前的 3 个模型 A1、A2、A3 的喷流力放大系数  $K_f$  出现下降, 而喷流位置靠后的来 2 个模型 B1、B2 的喷流力放大系数  $K_f$  出现上升。对于喷流力实际作用位置  $x_e$ , 从图 17 也发现同样的变化趋势: 即在喷流位置靠前的模型中, 随着来流静压的增大,  $|x_e|$  都有所增加, 这表明喷流干扰力矩在逐渐变大; 对于喷流位置靠后的模型,  $|x_e|$  本身已经很小, 其随来流静压比的变化不大。

对于喷流位置靠前的模型, 随着来流静压的增大, 横向喷流的侧向控制效果变差; 对于喷流位

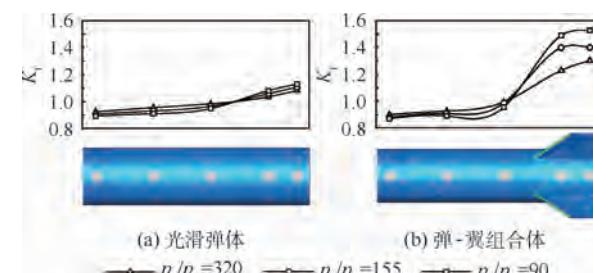


图 16 不同  $p_j/p_c$  下  $K_f$  随喷口位置的变化

Fig. 16 Variation of  $K_f$  with jet location at different  $p_j/p_c$

置靠后的模型,随着来流静压的增大,横向喷流的侧向控制效果则有所改善。在此本文继续使用喷流干扰力沿程增加系数  $C_{n_j} p_e / p_j$  来定量研究随着来流静压的增长,  $p_e$  为来流静压, 各个压力特征分布区域对于全弹侧向力的贡献。

图 18 展示了模型 A1 在不同来流静压条件下的法向干扰力沿程增长系数的变化。随着来流静压比的增大, 高压分离区的有利干扰压力强度增强、范围缩小, 整体作用效果在增强, 同时低压尾迹区的不利干扰压力强度也在增强、干扰范围缩小, 整体作用效果也在增强。但后者引起的侧向干扰力的变化幅度更大一些, 大约是前者的 1.5 倍, 最终造成了喷流干扰力朝不利于喷流控制的方向增强。

随着喷流位置的后移, 分离高压区的作用范围不变, 而低压干扰区的作用范围迅速减少, 后者的法向干扰力变化幅度会减少, 而前者保持不变, 这就使得喷流位置靠后的几个模型出现了侧向喷流控制效果随着来流静压的增长而有所改善的情况。

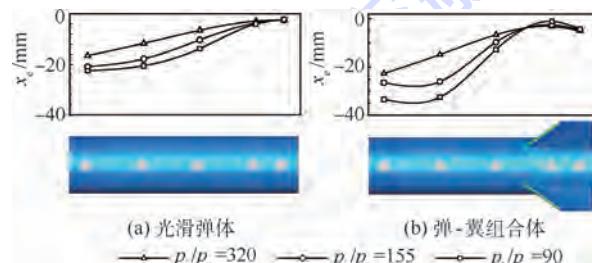


图 17 不同  $p_j/p_e$  下  $x_e$  随喷口位置的变化

Fig. 17 Variation of  $x_e$  with jet location at different  $p_j/p_e$

角、马赫数、静压条件下无舵光滑弹体、弹-翼组合体的喷流控制力以及横向喷流干扰流场, 结果表明:

1) 数值计算表明, 喷口位置的后移和来流马赫数的增大对改善侧向喷流控制效果是绝对的, 而迎角的增大和静压比的提高对模型在不同喷口位置下的侧向控制效果的影响规律则不同。

2) 对于弹-翼组合体来说, 当喷口位置位于舵面之前时, 喷流干扰力放大系数随迎角增大而增大, 随来流静压增大而下降。当喷流位置后移至舵面后面时, 喷流干扰力随迎角增大而减小, 随来流静压增大而增大。

3) 在某些喷口位置和来流条件下, 弹-翼组合弹体的侧向控制效果与无舵光滑弹体相比并不具备优势。具体来说, 由于尾舵的存在, 弹-翼组合体会将喷流干扰效果放大。这种后果是两方面的: 在喷流位置靠前时, 尾舵处于喷流下游的膨胀低压区, 它的放大效果会使得弹-翼组合体上的喷流控制效果明显差于无舵光滑弹体; 当喷流位置靠后时, 尾舵会使喷流的膨胀受到限制, 产生局部有利干扰压力, 因此会显著增强弹-翼组合体上的喷流控制效果。

## 参考文献 (References)

- [1] 李素循. 激波与边界层主导的复杂流动 [M]. 北京: 科学出版社, 2007; 167-170.  
LI S X. Complicated flow governed by shock and boundary layer [M]. Beijing: Science Press, 2007; 167-170 (in Chinese).
- [2] SRIVASTAVA B. Computational analysis and validation for lateral jet controlled missiles [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1997, 34(5): 584-592.
- [3] DESPIRITO J. Factors affecting reaction jet interaction effects on projectiles: AIAA-2011-3031 [R]. Reston: AIAA, 2011.
- [4] BUCK G M. Experimental measurement of RCS jet interaction effect on a capsule entry vehicle: AIAA-2008-1229 [R]. Reston: AIAA, 2008.
- [5] ZUKOSKI E, SPAID F. Secondary injection of gases into supersonic flow [J]. AIAA Journal, 1964, 2(10): 1689-1696.
- [6] CHAMPINGY P, LACAU R. Lateral jet control for tactical missiles: N95-14448 [R]. Toulouse: ONERA, 1994.
- [7] GRUBER M, NEJAD A, CHEN T. Transverse injection from circular and elliptic nozzles into a supersonic cross flow [J]. Journal of Propulsion and Power, 2000, 16(3): 449-457.
- [8] GRAHAM M, WEINACHT P. Numerical investigation of supersonic jet interaction for axisymmetric bodies [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2000, 37(5): 675-683.
- [9] BRANDEIS J, GILL J. Experimental investigation of super- and hypersonic jet interaction on missile configurations [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1998, 35(3): 296-302.
- [10] 李斌, 王学占, 刘仙名. 大攻角侧向多喷干扰流场特性数值

图 18 不同  $p_j/p_e$  下的  $C_{n_j} p_e / p_j$  沿程分布

Fig. 18  $C_{n_j} p_e / p_j$  distribution at different  $p_j/p_e$  along  $x$  direction

## 4 结 论

通过数值模拟方法研究了不同喷口位置、迎

- 模拟[J].航空学报,2015,36(9):2828-2839.
- LI B,WANG X Z,LIU X M.Numerical investigation of multi-lateral jets interactions flow characteristics at high angle of attack[J].Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2015,36(9):2828-2839(in Chinese).
- [11] 陈坚强,张毅峰,江定武,等.侧向多喷口干扰复杂流动数值模拟研究[J].力学学报,2008,40(6):735-743.
- CHEN J Q,ZHANG Y F,JIANG D W,et al.Numerical simulation of complex flow with multi lateral jets interactions[J].Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics,2008,40(6):735-743 (in Chinese).
- [12] 阎超.计算流体力学方法与应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,2006:18-25.
- YAN C.Method and application of computational fluid dynamics [M].Beijing: Beihang University Press, 2006: 18-25 ( in Chinese).
- [13] 李亚超,阎超,张翔,等.超声速横向喷流侧向控制的数值模拟[J].北京航空航天大学学报,2015,41(6):1073-1079.
- LI Y C,YAN C,ZHANG X,et al.Numerical simulation of later-
- al control in supersonic cross jet flow [J].Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(6):1073-1079 (in Chinese).
- [14] GRAHAM M,WEINACHT P,BRANDEIS J.Numerical investigation of supersonic jet interaction for finned bodies[J].Journal of Spacecraft and Rockets,2002,39(3):376-383.
- [15] 耿云飞.高超声速飞行器减阻防热新方法数值模拟研究[D].北京:北京航空航天大学,2011.
- GENG Y F.Numerical simulation of the new methods of drag reduction and thermal protection in the hypersonic vehicle design[D].Beijing:Beihang University,2011 (in Chinese).

## 作者简介:

刘丽媛 女,硕士研究生。主要研究方向:计算流体力学、湍流模拟。

阎超 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:空气动力学、计算流体力学。

## Numerical simulation of effect of nozzle layout on jet lateral control for missiles

LIU Liyuan<sup>1</sup>, LI Yachao<sup>2</sup>, YAN Chao<sup>1,\*</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;  
 2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In order to keep the motility in the thin atmosphere, air vehicles usually employ reaction control system (RCS), but in supersonic flow, it leads to complex jet interaction flow field on the surface of air vehicles, which has enormous influence on flight control. In order to improve the regularity understanding of jet lateral control, a model without any vane and a model with four tail vanes were used to study the sonic jet control effects in supersonic cross-flow by numerical simulation. The investigation of the influence of the jet location on the jet lateral control was conducted and the quantitative analysis of the contribution of different characteristic regions on the sweep to the jet lateral control was given. The numerical results indicate that as to wing-body configuration, the backward moving of the jet location and the increase of Mach number observably improve the jet lateral control effect; the amplification coefficient of the jet interaction force increases with the increasing angle of attack, and decreases with the increasing static pressure on condition that the jet is located before the tail vane; however, the law is opposite on condition that the jet is located after the tail vane; wing-body configuration, compared to body-alone configuration, does not have advantages on jet lateral control effects under some jet location and flow conditions.

**Keywords:** transverse jet; lateral control; wing-body configuration; jet position; angle of attack

Received: 2016-07-18; Accepted: 2016-11-04; Published online: 2017-01-09 09:00

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170109.0900.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170109.0900.001.html)

\* Corresponding author. E-mail: [yanchao@buaa.edu.cn](mailto:yanchao@buaa.edu.cn)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0658

# 基于多模型的不等长序列数据关联算法

孙贵东<sup>1</sup>, 关欣<sup>1,\*</sup>, 衣晓<sup>1</sup>, 赵骏<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院 电子信息工程系, 烟台 264001; 2. 91934 部队, 义乌 322000)

摘要

单模型在处理不等长序列数据关联时不能兼顾计算精度、复杂度和抗扰性,为此提出了基于多模型(MM)的不等长序列数据关联算法。将基于滑动窗口和动态时间弯曲(DTW)的不等长序列相似度量模型作为MM的输入模型,以2种模型计算得到的时似变化比作为模型判断指标进行模型转换,实现了2种模型的优势互补,并得到模型的应用条件,最后输出MM作用后的不等长序列相似度,以此作为关联指标进行关联判定。仿真实验验证了MM关联算法在处理不等长序列数据关联的有效性,并对序列长度和突变率变化对关联效果的影响进行了分析。

关键词: 数据关联; 不等长度; 序列相似度; 多模型(MM); 时似变化比

中图分类号: TN95

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2017)08-1640-07

作为一种时间序列,不等长序列数据的关联是异类传感器融合必须解决的问题,其根本方法是对不等长度序列数据相似度的挖掘和度量,特别是干扰条件下量测序列出现突变点的情况。文献[1-15]相继研究了时间序列相似度的查询,形成了一系列序列度量的方法,离散傅里叶变换<sup>[1-3]</sup>、奇异值分解<sup>[4]</sup>、离散小波变换<sup>[5-6]</sup>、分段合计近似<sup>[7-8]</sup>、动态时间弯曲(DTW)<sup>[8-13]</sup>、分段线性表示<sup>[8,14]</sup>、分段多项式表示<sup>[15]</sup>等。这些方法从不同的角度对不等长序列进行度量,在各自的变换域内取得了较好的效果,但就单个模型而言,随着序列长度变化在计算精度、复杂度和抗扰性上不能兼容,比如Keogh等<sup>[8]</sup>阐述了DTW的计算高精度,但是时间复杂度上存在较大的冗余。为了兼顾不等长序列相似度度量的计算精度、复杂度和抗扰性,提出了一种基于多模型(MM)的不等长序列数据度量算法,采用基于滑动窗口的不等长序列度量模型和基于DTW的不等长突变序列度

量模型作为MM的输入模型,定义了时似变化比作为模型转换指标,根据时似变化比调节模型进行转换,给出了序列长度变化时的2种模型共同作用的输出结果,既保证了滑动窗口模型的快速计算,又稳定了DTW突变模型的高精度和抗扰性。最后将MM共同作用输出的不等长序列相似度作为数据关联的指标,采用最大相似度准则进行关联判决。

## 1 基本概念

### 1.1 不等长序列的表示

记长度为n的序列表示为

$$\mathbf{S}_i = (S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{in})^T \quad (1)$$

式中: $S_{ij}$ 为序列*i*的第*j*个数据值,记序列的长度为 $|S_i|$ ,则 $|S_i| = n$ ,如果 $|S_i| \neq |S_j|$ ,则称序列 $S_i$ 和序列 $S_j$ 为不等长序列。

由*m*条序列数据组成的不等长序列数组表示为

收稿日期: 2016-08-10; 录用日期: 2016-10-28; 网络出版时间: 2016-11-17 17:12

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161117.1712.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(61032001); 新世纪优秀人才支持计划(NCET-11-0872)

\*通讯作者: E-mail: gxtongwin@163.com

引用格式: 孙贵东, 关欣, 衣晓, 等. 基于多模型的不等长序列数据关联算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1640-1646. SUN G D, GUAN X, YI X, et al. Data association algorithm for unequal length sequence based on multiple model [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1640-1646 (in Chinese).

$$S = (S_1, S_2, \dots, S_m) \quad (2)$$

## 1.2 序列相似度

记序列  $S_i = (S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{in})$  和  $Q_i = (Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{in})$  之间的相似度为

$$\text{Sim}(S_i, Q_i) = 1 - \frac{D(S_i, Q_i)}{D_{\max}} \quad (3)$$

式中:  $D(S_i, Q_i)$  为序列  $S_i$  和  $Q_i$  之间的距离度量, 其定义为

$$D(S_i, Q_i) = \left[ \sum_{j=1}^n (S_{ij} - Q_{ij})^q \right]^{1/q} \quad (4)$$

计算过程中一般选取  $q = 2$ , 即 Euclidean 距离进行计算。  $D_{\max}$  为距离度量的最大值:

$$D_{\max} = \max \{D(S_i, Q_i), i = 1, 2, \dots, n\} \quad (5)$$

若不等长序列数组的属性权向量:

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_m) \quad (6)$$

则不等长序列数组  $S = (S_1, S_2, \dots, S_m)$  和  $Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_m)$  的综合相似度为

$$\text{Sim}(S, Q) = \sum_{i=1}^m w_i \text{Sim}(S_i, Q_i) \quad (7)$$

## 1.3 突变率

干扰条件下传感器的某个或某些量测数据偏离实际数据而出现的一些抖动剧烈的点迹称为突变点, 如图 1 所示。

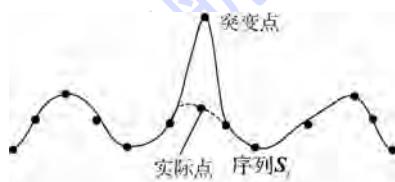


图 1 突变点示意图

Fig. 1 Schematic diagram of fluctuant point

**定义 1** 突变率  $r$  为

$$r = \frac{n_f}{n} \quad (8)$$

式中: 序列中  $n_f$  为突变点的个数。

## 2 不等长序列相似度度量模型

### 2.1 滑动窗口的不等长序列

基于滑动窗口的不等长序列相似度度量指的是, 将参考序列和比较序列中长度较短的序列作为滑动窗口, 沿较长序列依次遍历一个单位, 遍历过程中计算窗口内对应的等长序列的滑窗相似度, 直至较长序列所有点遍历完毕。最后将遍历过程中得到的滑窗相似度进行组合, 作为 2 条不等长序列的相似度, 组合过程中, 为了突出匹配效果, 采用了一种基于滑窗相似度的最优匹配增权策略。

假设 2 条属性关系对应的不等长序列  $S_i$  和  $Q_i$ , 令

$$|S_i| < |Q_i| \quad (9)$$

以序列  $S_i$  作为窗口沿序列  $Q_i$  依次滑动一个单位, 并根据式(3)~式(5)计算滑动过程中的滑动相似度  $\text{Sim}_{ei}(S_i, Q_j)$ , 则滑动结束后可以得到一组滑动相似度向量:

$$\begin{aligned} \text{Sim}_{ei}(S_i, Q_i) = \\ (\text{Sim}_{ei}(S_i, Q_1), \text{Sim}_{ei}(S_i, Q_2), \dots, \\ \text{Sim}_{ei}(S_i, Q_{(|Q_i|-|S_i|+1)})) \end{aligned} \quad (10)$$

得到滑动相似度之后, 基于滑动相似度按照最优增权策略加权组合滑动相似度就可以得到 2 条不等长序列  $S_i$  和  $Q_i$  之间的相似度, 首先进行权重的确定。

由于窗口滑动过程中, 计算的序列滑动相似度根据窗口内序列数据的不同是不断变化的, 所以在加权组合滑动相似度时需要进行权重有效的分配, 以突出滑动相似度所对应序列的匹配程度, 即所谓的最优匹配增权策略。

所以根据滑动相似度的大小将权向量定义为

$$w_{jw} = \frac{\text{Sim}_{ei}(S_i, Q_i)}{\sum_{i=1}^{|Q_i|-|S_i|+1} \text{Sim}_{ei}(S_i, Q_i)} \quad j = 1, 2, \dots, |Q_i| - |S_i| + 1 \quad (11)$$

则按照最优匹配增权策略加权组合滑动相似度  $\text{Sim}_{ei}(S_i, Q_i)$  得到不等长序列  $S_i$  和  $Q_i$  之间的相似度为

$$\text{Sim}_i(S_i, Q_i) = \sum_{j=1}^{|Q_i|-|S_i|+1} w_{jw} \text{Sim}_{ei}(S_i, Q_i) \quad (12)$$

### 2.2 DTW 的不等长突变序列

基于 DTW 的不等长突变序列相似度度量指的是, 当序列中存在突变点数据时, 首先基于 DTW 计算 2 条不等长序列之间的绝对距离矩阵, 并对绝对距离矩阵按行或列提取最小距离形成最小绝对距离集合, 之后为了减弱突变点对序列距离的影响, 采用平权 1-范数度量最小绝对距离集合中的元素作为序列的距离, 又考虑到最小绝对距离集合中的每行或列中的最小值可能不唯一, 直接求和会造成重复弯曲的问题, 导致距离变大, 所以对平权 1-范数度量进行加权因子修正处理, 将修正后的距离作为序列的距离度量, 最后根据距离与相似度度量的转换关系, 计算得到不等长突变序列的相似度。

构造不等长序列  $S_i$  与  $Q_i$  的绝对距离矩阵  $M_i$ , 即将序列  $S_i$  与  $Q_i$  中的元素沿矩阵横向和纵向展开, 计算 2 条序列中任意 2 个元素的绝对值

形成:

$\mathbf{M}_i =$

$$\begin{bmatrix} |S_{i1} - Q_{i1}| & |S_{i1} - Q_{i2}| & \cdots & |S_{i1} - Q_{i|\mathbf{Q}_i|}| \\ |S_{i2} - Q_{i1}| & |S_{i2} - Q_{i2}| & \cdots & |S_{i2} - Q_{i|\mathbf{Q}_i|}| \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ |S_{i|\mathbf{S}_i|} - Q_{i1}| & |S_{i|\mathbf{S}_i|} - Q_{i2}| & \cdots & |S_{i|\mathbf{S}_i|} - Q_{i|\mathbf{Q}_i|}| \end{bmatrix} \quad (13)$$

假设  $|S_i| < |\mathbf{Q}_i|$ , 则令

$$\mathbf{H} = (D_1, D_2, \dots, D_{|\mathbf{H}|}) \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{H}$  为按  $S_i$  中元素遍历  $\mathbf{Q}_i$  中所有元素形成的最小绝对距离集合,  $|S_i| \leq |\mathbf{H}| \leq |S_i| \cdot |\mathbf{Q}_i|$ ; 最小绝对距离为

$$D_l = \min \{ |S_{im} - Q_{i1}|, |S_{im} - Q_{i2}|, \dots, |S_{im} - Q_{i|\mathbf{Q}_i|}| \} \quad m = 1, 2, \dots, |S_i| \quad (15)$$

用语言表述  $\mathbf{H}$  即为绝对距离中每列元素中的最小值组成; 若  $|S_i| > |\mathbf{Q}_i|$  则为行元素最小值构成。

由于图 1 所示的突变点的存在, 使得最小绝对距离集合中的某些元素偏离实际值, 产生较大距离, 为了减弱突变点的影响, 采用平权 1-范数对最小绝对距离集合进行度量, 这样就将突变点的影响平均化, 减小了其对不等长序列度量造成的误差。不等长序列  $S_i$  和  $\mathbf{Q}_i$  的平权 1-范数距离度量为

$$D_{ui}(S_i, \mathbf{Q}_i) = \sum_{l=1}^{|\mathbf{H}|} \frac{1}{|\mathbf{H}|} D_l \quad (16)$$

又考虑到最小绝对距离集合  $\mathbf{H}$  中可能会有多个相同最小值, 如果直接按照平权 1-范数累加组合, 必然会造成重复弯曲的问题, 即将原本不该累加的元素进行了求和, 使得距离度量变大。考虑到上述问题, 对表示不等长序列  $S_i$  和  $\mathbf{Q}_i$  之间的距离的平权 1-范数  $D_{ui}(S_i, \mathbf{Q}_i)$  进行修正为

$$L_i(S_i, \mathbf{Q}_i) = \xi D_{ui}(S_i, \mathbf{Q}_i) \quad (17)$$

式中:  $\xi$  为修正因子, 修正因最小值重复造成的重复弯曲问题,  $\xi$  可以定义为

$$\xi = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\max \{ |S_i|, |\mathbf{Q}_i| \}}{|\mathbf{H}|} \right) \quad (18)$$

则不等长序列  $S_i$  与  $\mathbf{Q}_i$  的距离度量写成 DTW 规范形式为

$$L_i(S_i, \mathbf{Q}_i) = \xi \sum_{l=1}^{|\mathbf{H}|} \frac{1}{|\mathbf{H}|} \min \begin{cases} D_{base}(\text{first}(S_i), \text{first}(\mathbf{Q}_i)) \\ D_l(S_i, \text{rest}(\mathbf{Q}_i)) \\ D_l(\text{rest}(S_i), \mathbf{Q}_i) \\ D_l(\text{rest}(S_i), \text{rest}(\mathbf{Q}_i)) \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $D_{base}$  为任意一种距离计算;  $\text{first}()$  为不等长序列长度相同部分对应的序列;  $\text{rest}()$  为不等长序列长度不等部分对应的序列。

根据式(3)~式(5)距离和相似度度量的转化关系, 得到不等长序列  $S_i$  和  $\mathbf{Q}_i$  的相似度度量:

$$\text{Sim}_{ui}(S_i, \mathbf{Q}_i) = 1 - \frac{L_i(S_i, \mathbf{Q}_i)}{L_{ui\max}} \quad (20)$$

式中:  $L_{ui\max} = \max \{ L_i(S_i, \mathbf{Q}_i), i = 1, 2, \dots, |\mathbf{H}| \}$ 。

### 3 模型的转换及关联判定

#### 3.1 模型的转换

多模型算法<sup>[16]</sup>是自动控制领域常用的一种算法, 它由多个滤波器(对应相应的模型)、一个模型概率计算器、一个估计混合器组成, 考虑多个模型的共同作用, 来得出目标的估计。

**定义 2** 归一化的时间变化率与相似度变化率的比值称为时似变化比, 其可表示为

$$\text{Radio}_i = \frac{\Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i} \quad (21)$$

式中:  $\Delta t_i$  和  $\Delta \text{Sim}_i$  分别为模型计算的时间变化率与相似度变化率。

在序列度量领域, 随着序列长度的增加, 基于 DTW 的不等长突变序列相似度度量由于其计算的复杂性会出现时间上的高冗余, 而随着突变点的增加, 基于滑动窗口的不等长序列相似度度量由于其抗扰性差, 得到的相似度度量误差较大, 所以为了兼顾滑动窗口模型的快速计算性和 DTW 模型的高精度和抗扰性, 本文基于 MM 的思想, 将上述 2 种模型作为 MM 的作用模型, 考虑 2 个模型的共同作用, 将时似变化比作为模型切换的指标, 在突变点存在的不等长序列相似度度量条件下, 当序列长度较小时, 2 种模型的时间变化较小, 而相比滑动窗口模型, DTW 模型由于处理突变点的优越性, 相似度增加很快, 所以序列长度较小时 DTW 模型的时似变化比要比滑动窗口模型小。而随着序列长度增加, DTW 模型的时间变化急剧增加, 而滑动窗口模型时间增加缓慢, 且突变率减小, 相似度增加变快, 所以在序列长度增加过程中滑动窗口模型的时似变化比要比 DTW 模型小。

当输入某个长度的不等长序列时, 利用 2 种模型分别进行计算输出时似变化比, 将时似变化比作为模型转换的指标, 组合输出不等长序列的相似度度量。模型工作流程图如图 2 所示。

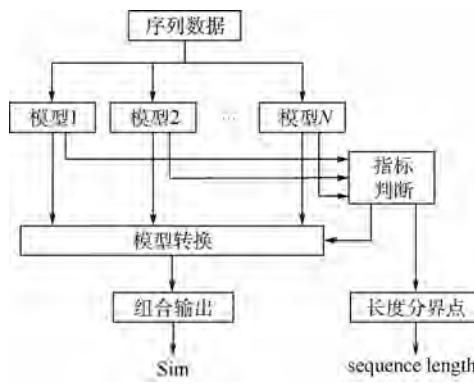


图2 模型转换流程图

Fig. 2 Model transformation flowchart

通过上述分析,将时似变化比指标较小的模型作为交互的主要模型进行交互作用,能够同时满足2种模型的共同优点,则指标判断可以表示为

```

If Radioi1 < Radioi2
  go model 1
else if Radioi1 = Radioi2
  output sequence length
else
  go model 2
End
  
```

则多模型共同作用得到的组合输出可以表示为

$$\text{Sim}(\mathbf{S}_i, \mathbf{Q}_i) = \text{Sim}_{ei}(\mathbf{S}_i, \mathbf{Q}_i) u(1|2) + \text{Sim}_{ui}(\mathbf{S}_i, \mathbf{Q}_i) u(2|1) \quad (22)$$

式中: $u(1|2)$ 和 $u(2|1)$ 分别为指标判断后模型的权值。权值变换为

```

If Radioi1 < Radioi2
  u(1|2) = 1
else if Radioi1 > Radioi2
  u(2|1) = 1
End
  
```

### 3.2 基于相似度量指标的关联判定

根据2种模型IMM作用可以得到不等长序列 $\mathbf{S}_i$ 和 $\mathbf{Q}_i$ 的相似度度量组合输出 $\text{Sim}(\mathbf{S}_i, \mathbf{Q}_i)$ ,则由多属性组成的不等序列数组 $\mathbf{S}^j = (\mathbf{S}_1^j, \mathbf{S}_2^j, \dots, \mathbf{S}_m^j)$ 和 $\mathbf{Q}^k = (\mathbf{Q}_1^k, \mathbf{Q}_2^k, \dots, \mathbf{Q}_m^k)$ 的相似度可以根据式(6)和式(7)得到:

$$\text{Sim}(\mathbf{S}^j, \mathbf{Q}^k) = \sum_{i=1}^m w_i \text{Sim}(\mathbf{S}_i^j, \mathbf{Q}_i^k) \quad (23)$$

式中: $j, k$ 为数组序数; $m$ 为属性个数; $\text{Sim}(\mathbf{S}^j, \mathbf{Q}^k)$ 为不等长量测数据在 $m$ 个属性共同作用下关于目标身份的综合相似度,将其作为关联判定的指标,采用最大相似度关联准则和门限检测进行关联判定。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Msim}(j) = \max \{ \text{Sim}(\mathbf{S}^j, \mathbf{Q}^k), j=1, 2, \dots, k=1, 2, \dots \} \\ \text{association}(j) = \begin{cases} (j, k) & \text{Msim}(j) > \varepsilon \\ \emptyset & \text{其他} \end{cases} \end{array} \right. \quad (24)$$

式中: $\text{Msim}(j)$ 为第 $j$ 个查询序列数组与所有参考序列数组相似度中的最大值; $\text{association}(j)$ 为关联序号对,则经过关联判定后可以输出不等长序列数组的关联对 $\text{association}(j)$ 。

## 4 仿真分析

### 4.1 仿真环境

假设传感器A、B对某批目标进行量测,得到具有3类属性特征的一系列不等长序列数组,分别记为 $\mathbf{S}^1, \mathbf{S}^2$ 和 $\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, \mathbf{Q}^3, \mathbf{Q}^4$ ,其中不等长序列组中的序列中均存在突变点,假设每条序列信息描述的为目标的同一模式,不出现一条序列数据描述多个目标模式的情况,而且不等长序列数组中序列的属性特征对应。

仿真数据序列 data 按式(25)产生:

$$\text{data} = a + \alpha b \quad (25)$$

式中: $a$ 为服从均匀分布的离散序列值; $b$ 为服从高斯分布的离散序列值; $\alpha$ 为高斯分布的标准差,用来描述量测误差。在数据仿真时,首先进行标准化处理,假设文中数据已经处理好。

### 4.2 仿真实验

#### 4.2.1 模型时间复杂度对比

实验中传感器A量测的序列数据长度按步长50变化到500,由于不等长计算,相应的传感器B的量测序列长度为A的2倍,先在突变率一定的情况下,利用文中所述2种模型计算其A、B中属性对应的某2条序列的相似度所需的时间随序列长度的变化如图3所示。

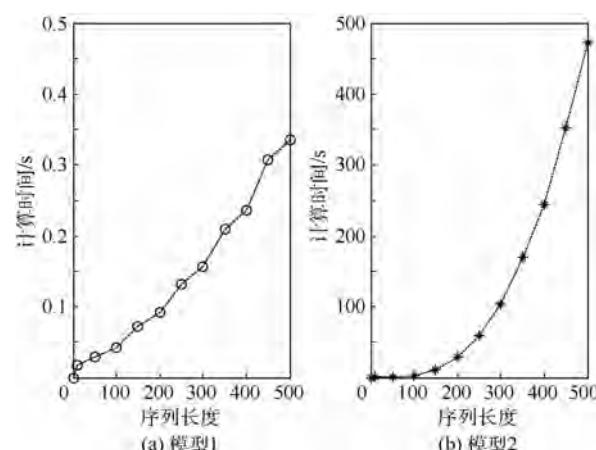


图3 2种模型计算时间对比

Fig. 3 Comparison of calculation time between two models

图 3 中横坐标为传感器 A 量测序列数据长度变化,纵坐标为模型的计算时间,由图 3 得知,随着序列长度增加 2 种模型的计算时间均增加,但是模型 1 的计算时间增加缓慢,数值上变化不大,而模型 2 的时间计算出现类指数增长趋势,十分剧烈,特别是在序列长度变得很长的时候,在序列长度较短时模型 2 的计算时间还是可以容忍的,说明模型 2 的计算时间对序列长度很敏感,在长序列量时不宜采用模型 2。

#### 4.2.2 模型相似度计算对比

同样的仿真条件,在突变点个数一定的情况下,2 种模型相似度计算结果如图 4 所示。

由图 4 得知,随着序列长度增加,2 种模型的相似度计算结果提高,并在序列长度达到一定数值后稳定,而模型 1 的相似度增加相对于模型 2 较缓慢,这是由于短序列时突变率较高,模型 1 不能较好地处理突变点的影响,随着序列长度增加突变率减小,相似度计算提高,最后达到稳定。

图 5 给出了 2 种模型计算的稳定饱和相似度随突变率的变化,虽然 2 种模型计算的相似度都随突变率增加而减小,但是模型 1 的变化剧烈,而模型 2 在突变率一定范围内比较稳定,说明模型 1 对突变点的影响比较敏感,因而在短序列量时不宜采用模型 1。

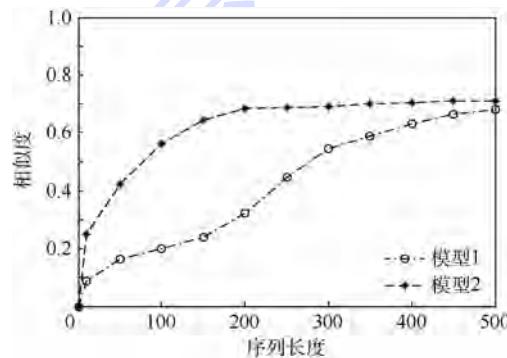


图 4 模型相似度随序列长度变化

Fig. 4 Variation of model similarity with sequence length

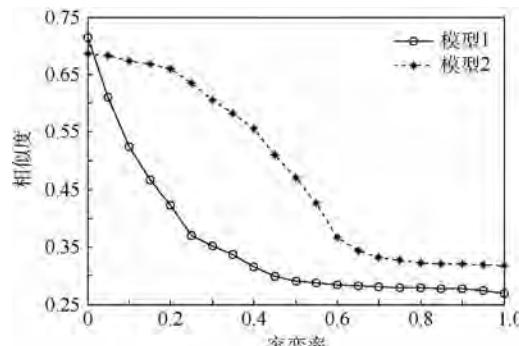


图 5 模型相似度随突变率变化

Fig. 5 Variation of model similarity with fluctuant rate

#### 4.2.3 MM 算法模型转换判断

由于 2 种模型分别在时间复杂度和抗扰性上的不足,采用文中所述的 MM 变换模型对 2 种模型的应用条件(即 2 种模型切换的序列长度分界点)进行判断,在一定突变点条件下,计算 2 种模型的时似变化比随序列长度的变化如图 6 所示。

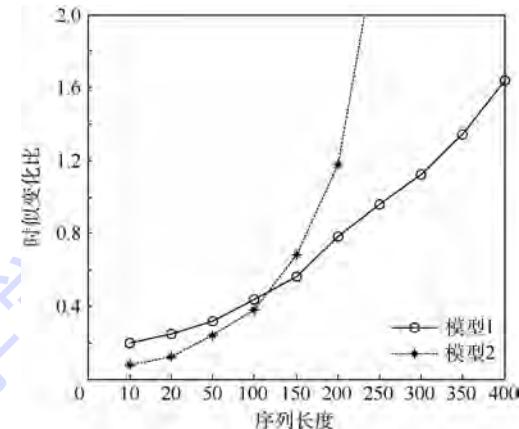


图 6 时似变化比随序列长度的变化

Fig. 6 Variation of rate of change between time and similarity with sequence length

由图 6 得知,在序列长度较小区域模型 2 的时似变化比小于模型 1,此时 MM 模型中模型 2 起主导作用,当序列长度变长时模型 2 的时似变化比增加很快又大于模型 1,此时 MM 模型中由模型 1 起主导作用。可以判定 2 种模型时似变化比曲线的交点对应的序列长度即为模型切换的分界点,通过图 6 可知在此突变率条件下模型的分界点在 120 附近。所以通过时似变化比能够很好地判断 2 种模型的应用条件,满足理论分析,并通过 MM 模型的共同作用,兼顾了 2 种模型的共同优点。

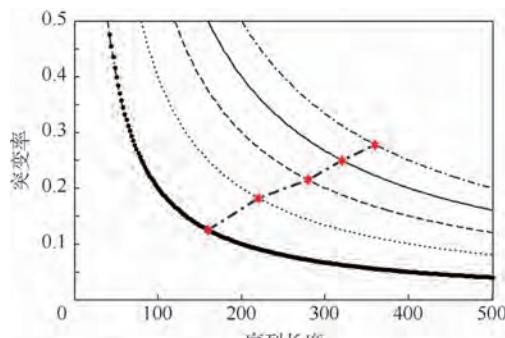
图 6 得出了在一定突变点条件下 2 种模型的时似变化比曲线图,得到了模型转换的临界点,而当突变点变化时模型的转换临界点也应该不同,所以给出不同突变点曲线条件下的模型转换临界点变换图如图 7 所示。

由图 7 得知,随着突变点的增加,模型转换所需的临界点的数目也在不断增加,此时模型 2 的计算时间增长,短序列时模型 1 的计算精度又很低,但是为了提高计算的精度不得不以消耗时间为代价,所以导致序列较短时整个模型的计算时间变长,随着序列长度继续增加时,模型 1 工作时间又减小,而相似度在整个过程中得到了稳定。

通过上述的模型时似变化比的计算,可以得到模型交互切换时的条件,并且可以输出度量的指标相似度,这是关联所需的,将传感器 A、B 量

测的每条序列按照 MM 算法计算输出相似度,再根据式(23)组合各不等长序列组内对应的相似度得到 8 组组合相似度,如表 1 所示。

由表 1 数据得知,根据式(24)所述的关联判定准则,判定传感器 A 量测的不等长序列组  $S^1$  及  $S^2$  分别和传感器 B 量测的不等长序列组  $Q^2$  及  $Q^3$  关联。



(a) 突变率与最优长度关系

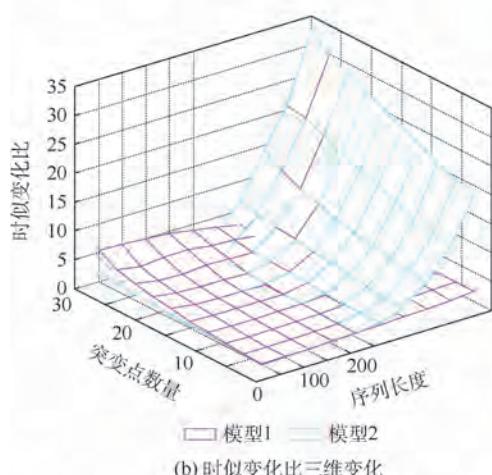


图 7 不同突变点条件下的模型转换临界点变换

Fig. 7 Change of model transformation critical point under different fluctuant points

表 1 不等长序列组的相似度

Table 1 Similarity of unequal length sequence group

序列	相似度			
	$Q^1$	$Q^2$	$Q^3$	$Q^4$
$S^1$	0.2125	0.6966	0.1056	0.0102
$S^2$	0.1264	0.0759	0.7306	0.0787

## 5 结 论

针对单模型在不等长序列数据关联的不足,本文提出了基于多模型的不等长序列相似度挖掘的数据关联算法。通过仿真实验得到系列结论:

1) 相对于基于滑动窗口的不等长序列度量模型,基于 DTW 的不等长序列度量模型对复杂度计算更为敏感。

2) 相对于基于 DTW 的不等长序列度量模型,基于滑动窗口的不等长序列度量模型对突变率的变化更为敏感。

3) 在序列长度较短阶段 MM 中基于 DTW 的不等长序列度量模型起主导作用,在序列长度较长阶段 MM 中基于滑动窗口的不等长序列度量模型起主导作用,为不等长序列数据的度量和关联提供了一种可行的方法。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] AGRAWAL R, FALOUTSOS C, SWAMI A. Efficient similarity search in sequence databases [C] // Proceedings of 4th International Conference on Foundations of Data Organization and Algorithms. Berlin: Springer, 1993: 69-84.
- [2] RAFIEI D, MENDELZON A O. Querying time series data based on similarity [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2000, 12(5): 675-693.
- [3] WANG C Z, WANG X Y. Multilevel filtering for high dimensional nearest neighbor search [C] // Proceedings of ACM SIGMOD Workshop on Research Issues in Data Mining and Knowledge Discovery. New York: ACM Press, 2000: 37-43.
- [4] KORN F, JAGADISH H V, FALOUTSOS C. Efficiently supporting ad hoc queries in large datasets of time sequences [C] // Proceedings of ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. New York: ACM Press, 1997: 289-300.
- [5] HUHTALLA Y, KRKKINEN J, TOIVENEN H. Mining for similarities in aligned time series using wavelets [C] // Proceedings of Data Mining and Knowledge Discovery: Theory, Tools, and Technology. Orlando: [s. n. ], 1999: 150-160.
- [6] 张海勤,蔡庆生. 基于小波变换的时间序列相似模式匹配 [J]. 计算机学报, 2003, 26(3): 373-377.  
ZHANG H Q, CAI Q S. Time series similarity querying based on wavelets [J]. Computer Journal, 2003, 26(3): 373-377 (in Chinese).
- [7] KEOUGH E. Data mining and machine learning in time series database [C] // Proceedings of the 5th Industrial Conference on Data Mining (ICDM). Leipzig: [s. n. ], 2005.
- [8] KEOUGH E, CHAKRABARTI K, PAZZANI M, et al. Dimensionality reduction for fast similarity search in large time series databases [J]. Journal of Knowledge and Information Systems, 2001, 3(3): 263-286.
- [9] SANG W K, SANGH Y P, WEALEY W C. An Index-based approach for similarity search supporting time warping in large sequence databases [C] // Proceedings 17th International Conference on Data Engineering. Washington, D. C.: IEEE Computer Society, 2001: 607-614.
- [10] THANHNWIN R, BILSON C, KEOUGH E. Searching and mining trillions of time series subsequences under dynamic time war-

- ping[ C ] // Proceedings of the 18th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York : ACM Press, 2012 : 262-270.
- [11] KEOGH E. Exact indexing of dynamic time warping[ C ] // Proceedings of the 28th International Conference on Very Large Databases. San Francisco : Morgan Kaufmann, 2002 : 406-417.
- [12] RATHT M, MANMATHA R. Lower bounding of dynamic time warping distances for multivariate time series ; Technical Report MM-40[ R ]. Amherst : Center for Intelligent Information Retrieval Technical Report, University of Massachusetts, 2003.
- [13] KEOGH E, PAZZANI M. Derivative dynamic time warping [ C ] // Proceedings of the 1st SIAM International Conference on Data Mining. Chicago : SIAM Press, 2001 : 209-211.
- [14] KEOGH E, CHAKRABARTI K, PAZZANI M. Locally adaptive dimensionality reduction for indexing large time series databases [ J ]. ACM Transactions on Database Systems, 2002, 27 ( 2 ) : 188-228.
- [15] BERNDT D, CLIFFORD J. Using dynamic time warping to find patterns in time series[ C ] // AIAA 94 Workshop on Knowledge Discovery in Databases. Reston : AIAA, 1994 : 359-370.
- [16] BAR-SHALOM Y, FORTMANN T E. Tracking and data association[ M ]. San Diego : Academic Press, 1988 : 125-127.

## 作者简介：

孙贵东 男,博士研究生。主要研究方向:智能数据挖掘、多属性决策。

关欣 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:多源信息融合、智能信息处理。

衣晓 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:无线传感器网络、多源信息融合。

## Data association algorithm for unequal length sequence based on multiple model

SUN Guidong<sup>1</sup>, GUAN Xin<sup>1,\*</sup>, YI Xiao<sup>1</sup>, ZHAO Jun<sup>2</sup>

(1. Department of Electronics and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;  
2. 91934 Army, Yiwu 322000, China)

**Abstract:** When dealing with data association for unequal length sequence, single model cannot balance computational accuracy, complexity and disturbance rejection. So a data association algorithm for unequal length sequence based on multiple model (MM) was proposed. The two unequal length sequence similarity measurement model based on sliding window and dynamic time warping (DTW) were selected as the input model of MM, which uses the rate of change between time and similarity of two model as the index to realize the transformation of the two models. It combines both advantages of two models and gets the models' application condition. The unequal length sequence similarity is output after MM as the index to judge the association of the sequence data. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm for unequal length sequence and analyze the effect of sequence length and fluctuant rate on association result.

**Keywords:** data association; unequal length; sequence similarity; multiple model (MM); rate of change between time and similarity

**Received:** 2016-08-10; **Accepted:** 2016-10-28; **Published online:** 2016-11-17 17:12

**URL:** [www.cnki.net/kems/detail/11.2625.V.20161117.1712.003.html](http://www.cnki.net/kems/detail/11.2625.V.20161117.1712.003.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61032001); Program for New Century Excellent Talents in University (NCET-11-0872)

\* **Corresponding author.** E-mail: gxtongwin@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0605

# 基于 Fluent 的电液泵流场与温度场有限元分析

付永领\*, 阳加远, 朱德明

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

**摘要:** 介绍三相异步电机-轴向柱塞式电液泵(EHP)的集成结构与工作原理, 计算电液泵机械损耗, 在 Ansoft 软件中建立电液泵电机模型, 仿真分析电液泵的电磁损耗, 并在此基础上建立有限元耦合模型, 借助 Fluent 软件仿真分析液压油在壳体内腔的流动与温度分布状态, 以及关键零部件的温度分布。有限元分析结果表明, 液压油可以在流道内充分流动, 并且额定工作状态下, 当进口液压油温度为 35 °C 时, 电机定子最高温度不超过 58 °C, 转子最高温度不超过 40 °C, 散热效果好于传统电动机-泵组。针对定子内部温度较高的现象, 研究了定子四周打 4 个直径 10 mm 的通孔后的温度分布情况, 并与打孔前进行了对比, 结果表明, 打孔后电机定子最高温度降低了 0.6 °C, 局部区域温度降低超过 3 °C, 散热效果改善明显。

**关键词:** 电液泵(EHP); 流场; 温度场; 有限元; 损耗

**中图分类号:** TH137

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1647-07

电液泵(EHP)作为电机和泵高度集成融合的新型动力单元, 相比传统的电机-泵组具有效率高、结构紧凑、功率密度大、噪声低、无外泄漏等优点<sup>[1]</sup>。多年来, 国内外学者对电液泵展开了深入研究。德国 VOITH 公司、美国 Vickers 公司、日本大金公司等已开发出多款产品。国内的燕山大学、兰州理工大学和北京航空航天大学等多所高校都进行了相关技术研究, 但大多处于原理样机阶段, 没有成型的产品出现<sup>[2-9]</sup>。

电液泵省去了电机冷却风扇, 将电机转子全部浸泡在液压油中, 通过壳体内部油液的不断流动带走各部分热量, 起到散热的作用。电液泵流道的结构和液压油的流动对散热至关重要: 一方面如果流道设计不合理, 热量将会囤积于流道的死腔区域, 温度超过极限后, 会烧坏电液泵; 另一方面, 液压油的不充分流动也会极大影响电液泵的容积效率和机械效率。由于液压油充满壳体

内腔, 分布极其不规则, 很难确定从进油口到柱塞吸油腔的吸油流道中液压油的运动状态; 高速旋转的电机转子对液压油相当一个搅拌的外界作用, 进一步加剧了液压油的不规则流动; 并且电液泵作为一个流固耦合的集成结构体, 存在着热传导、热对流等多种传热方式, 十分复杂。Fluent 软件可以很方便地进行流固耦合模型的仿真分析, 进而获得流体流场分布、温度分布及固体零部件的温度分布状态<sup>[10]</sup>。因此, 采用 Fluent 软件对电液泵进行流场和温度场仿真分析, 得到额定工况下, 内部油液及关键部件的温度分布状况, 为电液泵的设计优化提供参考。

## 1 电液泵结构模型

本文研究的电液泵是一种将三相异步电机和轴向柱塞泵高度集成在一个壳体内的新型泵源, 如图 1 所示。

收稿日期: 2016-07-19; 录用日期: 2016-08-26; 网络出版时间: 2016-08-29 10:56

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160829.1056.001.html

\* 通讯作者: E-mail: 13901397185@126.com

**引用格式:** 付永领, 阳加远, 朱德明. 基于 Fluent 的电液泵流场与温度场有限元分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1647-1653. FU Y L, YANG J Y, ZHU D M. Finite element analysis of flow field and temperature field of electro-hydraulic pump by Fluent [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1647-1653 (in Chinese).



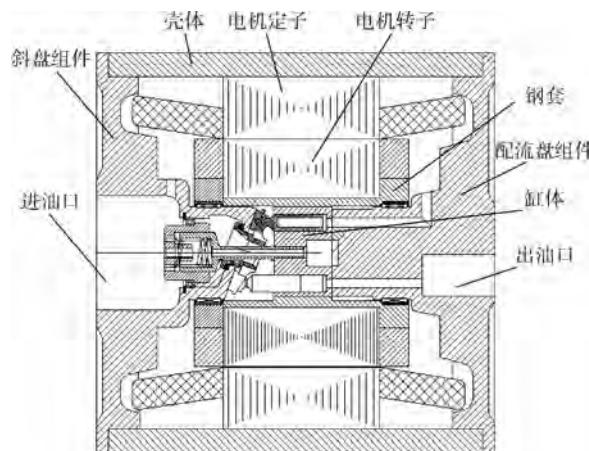


图 1 轴向柱塞式电液泵结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of axial piston EHP

电液泵的电机部分与传统三相异步电机相比,仅仅去除了电机轴,改变了电机转子的支撑方式,而电磁驱动方式保持一致;液压泵功能部分与一般的斜盘式轴向柱塞泵原理一致,但是驱动方式由原有的泵输出轴带动缸体转动改为电机转子带动泵缸体运转。其工作过程如下:通电的电机定子绕组与转子间产生电磁转矩,驱动转子旋转,通过转子钢套和花键带动泵缸体及装在缸体内的柱塞旋转,配合斜盘和配流盘的推拉作用使柱塞往复运动,形成吸油和排油。柱塞吸油腔和电液泵进口布置在两侧,进口油液通过定子与壳体间流道以及定转子间气隙流入柱塞吸油腔,带走电液泵内部产生的大量热量,进而达到冷却目的。

## 2 电液泵损耗

电液泵将输入电能转化为液压能输出,其中的损耗主要包括两大类:电磁损耗和机械损耗。

### 2.1 电磁损耗

电磁损耗主要包括定子铜耗、转子铜(铝)耗、定子铁耗<sup>[11]</sup>。

在电液泵集成过程中,为满足融合需要,对原有电机结构尺寸有所修改,为此已经不能使用原有电机损耗参数。Ansoft 软件可以很方便搭建三相异步电机模型,进行电机性能仿真计算<sup>[12]</sup>。

表 1 为修改后电机主要参数,根据这些参数

表 1 电机主要参数

Table 1 Main parameters of motor

参数	数值	参数	数值
定子外径/mm	290	气隙长度/mm	0.6
定子内径/mm	187	极对数	2
转子内径/mm	90	输出功率/kW	22
铁芯长度/mm	190		

可在 Ansoft/Maxwell 2D 模块中搭建出图 2 所示的模型。

设置仿真步长等条件后,仿真计算得到了电机各部分损耗值,如表 2 所示。

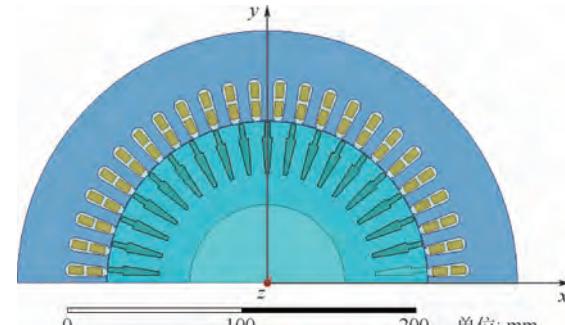


图 2 Ansoft 电机模型

Fig. 2 Ansoft motor model

表 2 电磁损耗参数

Table 2 Electromagnetic loss parameters W

损耗类型	数值	损耗类型	数值
定子铜耗	892.93	摩擦损耗	293.65
定子铁耗	432.04	杂散损耗	110.00
转子铝耗	482.53		

### 2.2 机械损耗

机械损耗主要体现在电液泵的柱塞泵和电机定转子气隙部分,包括黏性摩擦损耗、滑动摩擦损耗、油隙摩擦损耗和轴承摩擦损耗<sup>[13-15]</sup>。

#### 2.2.1 黏性摩擦损耗

黏性摩擦主要存在于 3 个摩擦副:配流副、滑靴副和柱塞副。

##### 1) 配流副黏性摩擦损耗

$$p_{v1} = \frac{\pi \omega^2 \mu R_6^4}{2\delta_1} \left[ \frac{z_1 \eta}{2\pi} + \frac{z_1 \eta}{2\pi} \left( \frac{R_5}{R_6} \right)^4 + \left( \frac{R_4}{R_6} \right)^4 - \frac{\theta}{\pi} \left( \frac{R_3}{R_6} \right)^4 - \frac{\theta}{\pi} \left( \frac{R_2}{R_6} \right)^4 - \left( \frac{R_1}{R_6} \right)^4 \right] \quad (1)$$

式中: $R_1 \sim R_6$  为配流盘的结构尺寸; $z_1$  和  $\eta$  分别为辅助支承个数和辅助支承中心角; $\delta_1$  为配流副油膜间隙厚度; $\theta$  为腰形孔夹角; $\mu$  为液压油动力黏度; $\omega$  为电液泵转速。

##### 2) 滑靴副黏性摩擦损耗

$$p_{v2} = \frac{\pi (R_{s2}^2 - R_{s1}^2) R_p^2 Z \mu \omega^2}{\delta_2 \cos \beta} \quad (2)$$

式中: $\delta_2$  为滑靴副油膜间隙厚度; $R_{s1}$  和  $R_{s2}$  分别为滑靴内外封油带直径; $\beta$  为斜盘倾角; $Z$  为柱塞个数; $R_p$  为柱塞分度圆半径。

##### 3) 柱塞副黏性摩擦损耗

$$p_{v3} = \frac{\mu q_i^2 l_h \omega^2}{2Z\pi R_p^3 \delta_3} \quad (3)$$

式中: $q_t$  为泵的理论排量; $l_h$  为斜盘倾角为  $0^\circ$  时柱塞与缸体的接触长度; $\delta_3$  为柱塞副油膜厚度。

### 2.2.2 滑动摩擦损耗

滑动摩擦主要存在于三大摩擦副及柱塞与滑靴的球绞部分。

#### 1) 配流副滑动摩擦损耗

$$p_{c1} = \frac{\pi\omega(R_4R_3 - R_2R_1)R_c f_{c1}}{2}\Delta p \quad (4)$$

式中: $f_{c1}$  为配流副 2 种材料间摩擦系数; $\Delta p$  为进出油压力差; $R_c$  为腰形孔分布圆半径。

#### 2) 滑靴副滑动摩擦损耗

$$p_{c2} = \frac{Z\pi(R_{s2}^2 - R_{s1}^2)R_{pd}f_{c2}}{4\ln(R_{s2}/R_{s1})}\omega\Delta p \quad (5)$$

式中: $R_{pd}$  为滑靴的分布圆半径; $f_{c2}$  为滑靴副 2 种材料间摩擦系数。

#### 3) 滑靴球绞间摩擦损耗

$$p_{c3} = \frac{Z\omega\pi d_{d}^2 R_p f_{c3}}{8\cos\beta}\Delta p \quad (6)$$

式中: $f_{c3}$  为柱塞和滑靴间摩擦系数。

#### 4) 柱塞副间摩擦损耗

$$p_{c4} = f_{c4}m_{ps}\omega^3 R_p^2 \tan\beta \sum_{i=0}^{Z-1} \left| \sin\left(\varphi + \frac{2\pi i}{Z}\right) \right| \quad (7)$$

式中: $f_{c4}$  为柱塞和缸体间摩擦系数; $m_{ps}$  为柱塞质量; $\varphi$  为柱塞从起始位置转过的角度。

### 2.2.3 油隙摩擦损耗

根据牛顿摩擦定律,得到定转子之间的油隙摩擦损耗:

$$p_y = \frac{2\pi\mu R^3 L \omega^2}{\delta} \quad (8)$$

式中: $R$  为转子半径; $L$  为铁芯长度; $\delta$  为定转子间气隙长度。

### 2.2.4 轴承摩擦损耗

$$p_b = \frac{f_b F_b d_b}{2} \omega \quad (9)$$

式中: $F_b$  为 2 个轴承的总载荷力; $d_b$  为轴承内径; $f_b$  为轴承摩擦系数。

### 2.2.5 机械损耗计算

表 3 为电液泵中柱塞泵的主要参数。

表 3 柱塞泵主要参数

Table 3 Main parameters of piston pump

参数	数值	参数	数值
$Z$	9	$\beta/(^\circ)$	20
$d_z/\text{mm}$	14.2	$\omega/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	1460
$\mu/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	0.04	$f_{c1}$	0.1
$R_f/\text{mm}$	50	$f_{c2}$	0.1
$\Delta p/\text{MPa}$	28	$f_{c3}$	0.08
$R/\text{mm}$	92.9	$f_b$	0.002

结合各公式得到各部分机械损耗值,见表 4。

表 4 机械损耗

Table 4 Mechanical losses

W

损耗类型	数值
配流副	335.34
黏性摩擦损耗	300.84
滑靴副	17.67
滑动摩擦损耗	46.48
柱塞副	2.10
滑靴副	38.30
滑靴球绞	21.06
油隙摩擦损耗	1491.60
轴承摩擦损耗	5.73

## 3 Fluent 建模

### 3.1 几何建模

高压油经过配流盘组件从出油口流出,对温度分布影响很小,为此本文只考虑从进油口到柱塞腔吸油口的吸油流道部分。为了加速仿真收敛,对电液泵模型进行如下简化:

1) 电液泵缸体、滑靴、柱塞、压紧螺塞等内部零件对吸油和散热影响很小,予以忽略。

2) 去除零件中倒角、圆角等对仿真结果影响不大但影响网格划分的部分。

3) 将壳体翅片去除,但是在设置壳体与空气间热对流系数边界条件时进行等效修正。

图 3 为通过 Solidworks 三维软件建立的电液泵的简化模型爆炸视图。

图 4 为内部吸油流道的剖面图。入口液压油从定转子油隙和定子与壳体孔道流入吸油腔侧,再通过配流盘组件内部孔道流到柱塞腔吸油口处。整个模型关于剖面对称。

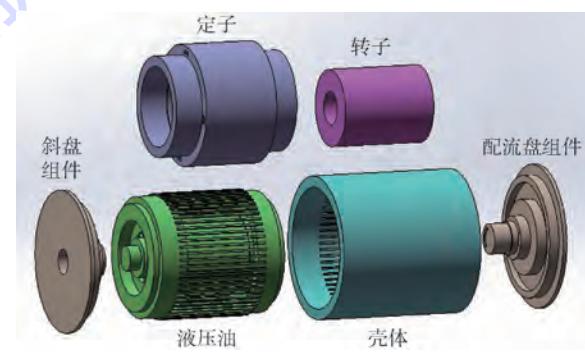


图 3 电液泵三维简化模型

Fig. 3 3D simplified model of EHP

### 3.2 网格划分

网格划分对于仿真计算十分重要,也是 Fluent 仿真中关键的一环。为了得到高质量的网格,采取了分割划分的方式:将模型切割成许多规

注: $d_z$ —柱塞直径; $R_f$ —分度圆直径。

则小模块,然后对每一小模块进行网格划分,最后通过设置接触对实现信息传递。

图 5 为分割后的模型进行网格划分后的网格图。网格密集规则分布,局部区域进行了加密处理。经过质量检查,网格质量满足要求。

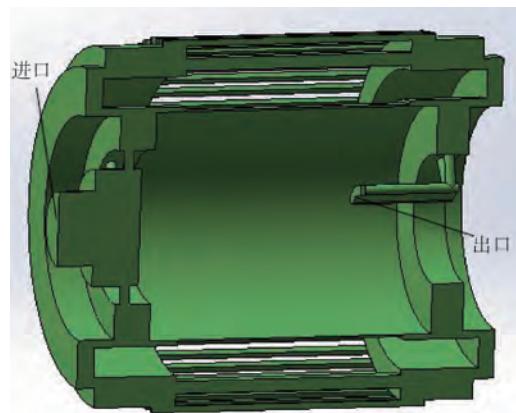


图 4 内部流体剖面图

Fig. 4 Sectional view of internal fluid

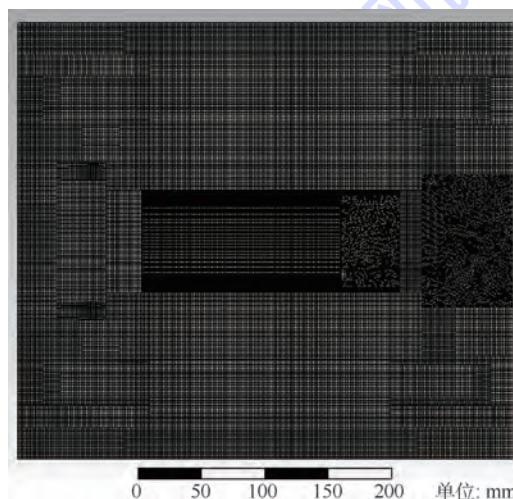


图 5 电液泵网格划分模型

Fig. 5 EHP meshing model

### 3.3 材料属性与边界条件

#### 3.3.1 材料属性

网格划分后的模型导入 Fluent 中后,开启能量方程,选择  $K-\varepsilon$  求解器。液压油选择 46# 抗

磨液压油,定子为硅钢片,转子为铸铝,壳体、斜盘组件和配流盘组件均为普通碳钢,材料属性如表 5 所示。

表 5 材料属性

Table 5 Material property

材料	密度/ (kg·m <sup>-3</sup> )	比热容/ (J·kg <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> )	热导率/ (W·m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> )	运动黏度/ (Pa·s)
46# 液压油	872	1800	0.13	0.04
硅钢片	7850	502.4	58.2	
铸铝	2719	871	202.4	
碳钢	8030	502.48	16.27	

#### 3.3.2 边界条件

##### 1) 进口边界

进油口直接与油箱相连,选择进口边界条件为压力入口,压力为 0。46# 液压油工作理想温度为 40℃ 左右,考虑到电机对油液的加热效果,设置进口油温恒定为 35℃。

##### 2) 出口边界

吸油流体的出油口直接连接柱塞腔,柱塞的往复运动产生吸排油,故将出口边界条件设置为速度出口,速度为 1.34 m/s。

##### 3) 壁面边界

壳体、斜盘组件和配流盘组件均直接与外界接触,与周围空气存在热对流。这里设置壳体热对流系数为 10 W/(m<sup>2</sup>·K),斜盘组件和配流盘组件外表面为 7 W/(m<sup>2</sup>·K)。将流体与固体接触的边界设置为关联边界(INTERFACE)。另外,由于电机转子设置为整体旋转,设置为 Frame Motion,大小为 1460 r/min。

##### 4) 热源

2.1 节和 2.2 节计算得到的电磁损耗和机械损耗以热源的形式添加到模型中。其中热源又分为面热源与体热源。定子铜耗和定子铁耗统一加载在定子体上,转子铝耗、摩擦损耗、杂散损耗和油隙摩擦损耗加载在转子体上,这两部分是体热源;斜盘副和配流副的黏性摩擦损耗和滑动摩擦损耗分别加载在斜盘面和配流盘面,轴承摩擦损耗加载在转子轴承面,这三部分是面热源。经过计算,得到了表 6 所示的热源参数表。

表 6 热源参数

Table 6 Heat source parameters

参数	体热源			面热源	
	定子产热率/ (W·m <sup>-3</sup> )	转子产热率/ (W·m <sup>-3</sup> )	转子轴承面产热率/ (W·m <sup>-2</sup> )	斜盘面产热率/ (W·m <sup>-2</sup> )	配流盘面产热率/ (W·m <sup>-2</sup> )
数值	169 445.80	281 531.60	64.85	11 134.87	67 630.48

## 4 仿真与分析

### 4.1 额定工况下的流场与温度场分析

图 6 为额定工况下电液泵内部液压油从入口到出口的速度迹线图。液压油从入口流入壳体内腔内, 经过定子与壳体间流道流入吸油腔侧, 说明这种流道布局是可以满足吸油需要的。

图 7 为额定工况下电液泵内部温度分布剖面图。图中左侧部分是斜盘组件, 右侧是配流盘组件, 中间部分从外到内分别是壳体、定子和转子。液压油从左侧中间入口进入, 从右侧中间出口流入柱塞腔。选取液压油中位于配流盘内流道入口的 3 个点, 得到此处的平均温度为 38.2 ℃, 比入口温度增加了 3.2 ℃。说明液压油在经过定子与壳体流道时, 带走了定子与转子的热量。

图 7 中转子的温度低于 40 ℃, 冷却效果十分理想, 远高于传统电机。主要原因在于转子是一个旋转的运动体, 与液压油的接触面积也大, 通过不断运动, 将热量完全传递给了液压油进行散热。图 7 中温度最高的区域在电机定子铁芯内

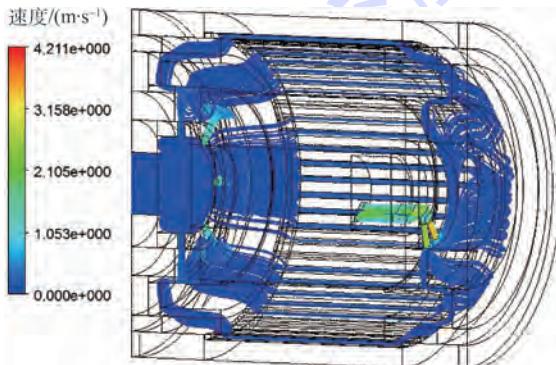


图 6 额定工况下液压油流动速度迹线

Fig. 6 Speed streamline of hydraulic oil under rated condition

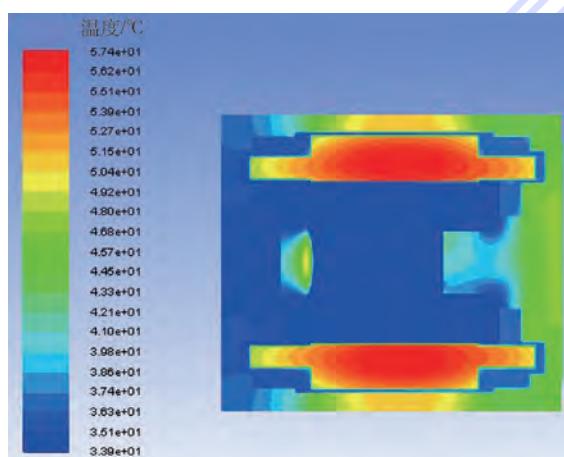


图 7 额定工况下的温度分布剖面图

Fig. 7 Sectional view of temperature distribution under rated condition

部, 最高温度达到了 57.4 ℃。原因在于定子与液压油接触的面积小, 而且固定不动, 有效散热面积小, 散热较慢。

### 4.2 定子通油孔对散热性能的影响分析

在电机定子铁芯四周打 4 个  $\phi 10$  mm 的通油孔, 仿真观察打孔后的散热效果。

图 8 为打孔前后电机铁芯中间部分的温度分布剖面图。打孔后的电机定子温度相比打孔前有明显下降, 最高温度下降 0.6 ℃, 局部区域温度下降超过 3 ℃, 且高温区的范围也缩小了很多。

图 9 为打孔前后电机定子绕组温度最高区域沿轴向分布的曲线, 打孔后定子绕组轴向位置上的每一区域的最高温度均有下降, 这也证明很小的通油孔对定子散热效果的改善有明显作用。

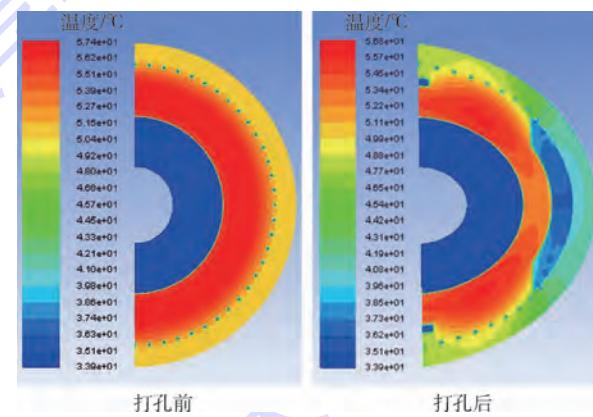


图 8 打孔前后电液泵温度分布

Fig. 8 Temperature distribution of EHP before and after hole drilling

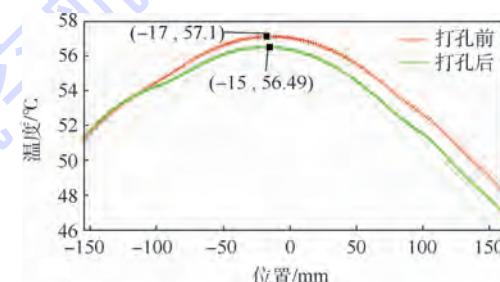


图 9 打孔前后电机定子轴向最高温度分布曲线

Fig. 9 Motor stator's axial maximum temperature distribution curves before and after hole drilling

## 5 结 论

1) 对电液泵的流场和温度场仿真分析结果显示, 额定工况下, 电液泵内部流动的液压油可以起到冷却电机定转子的作用, 其中, 定子最高温度不超过 58 ℃, 转子最高温度不超过 40 ℃。对比传统的三相异步电机, 液压油冷却的效果要优于传统风冷。

2) 电液泵中温度最高的区域集中在定子内部, 原因在于定子固定不动, 与液压油接触的有效散热面积小, 散热效果较差; 电机转子由于自身的旋转运动, 与四周的液压油接触比较充分, 因而散热效果较好。

3) 对比打孔前后电液泵的散热效果, 电机定子上 4 个  $\phi 10\text{ mm}$  的通油孔可以明显改善散热效果。其中最高温度下降  $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 且最高温度分布区域减小很多, 整体散热效果比打孔前要好得多。

## 参考文献 (References)

- [1] 付永领, 安高成, 李祝锋. 电液泵发展现状与关键技术综述 [J]. 机床与液压, 2012, 40(1): 143-149.
- FU Y L, AN G C, LI Z F. Review of the state of the art and core techniques of edropump [J]. Machine Tool and Hydraulics, 2012, 40(1): 143-149 (in Chinese).
- [2] LESLIE M C, ROBERT C H. Integrated electric motor driven in line hydraulic pump: USA, 5708311[P]. 1998-01-13.
- [3] ALLAN A V. Integrated motor pump combination: USA, 4850812[P]. 1989-07-25.
- [4] KAZUNORI K, MASAAKI S, MASAHIKO H. Fluid pressure generating device: USA, 5591013[P]. 1997-01-07.
- [5] FRANZ A, GUNTHER N. Motor driven pump unit: US2004/0136847A1[P]. 2004-07-15.
- [6] GERD H, FRANZ A. Motor-pump unit: US7381036B2[P]. 2008-06-03.
- [7] 冀宏, 丁大力, 王峥嵘, 等. 液压电机泵内置孔板离心泵的流场解析与优化 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(6): 199-205.
- JI H, DING D L, WANG Z R, et al. Flow analysis and optimization of port-plate centrifugal pump in electric motor pump [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(6): 199-205 (in Chinese).
- [8] 张大杰, 高殿荣, 王有杰, 等. 基于 ANSYS 的轴向柱塞液压电机泵电磁场数值计算与分析 [J]. 机械工程学报, 2008, 44(12): 69-74.
- ZHANG D J, GAO D R, WANG Y J, et al. Numerical calculation and analysis of electro-magnetic-field of axial piston hydraulic motor pump based on ANSYS [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(12): 69-74 (in Chinese).
- [9] 冀宏, 孙磊, 王峥嵘, 等. 液压电机泵中浸油电机的负载效应 [J]. 兰州理工大学学报, 2009, 35(4): 52-56.
- JI H, SUN L, WANG Z R, et al. The load effect of oil immersed motor in hydraulic motor pump [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2009, 35(4): 52-56 (in Chinese).
- [10] 黄志新. ANSYS Workbench 14.0 超级学习手册 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2013: 472-473.
- HUANG Z X. ANSYS Workbench 14.0 super learning handbook [M]. Beijing: Posts and Telecom Press, 2013: 472-473 (in Chinese).
- [11] 魏永田, 孟大伟. 电机内热交换 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1998: 1-10.
- WEI Y T, MENG D W. Heat exchange in motors [M]. Beijing: China Machine Press, 1998: 1-10 (in Chinese).
- [12] 赵博. Ansoft 12 在工程电磁场中的应用 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2010: 377-380.
- ZHAO B. Application of Ansoft 12 in engineering electromagnetic field [M]. Beijing: China Water and Power Press, 2010: 377-380 (in Chinese).
- [13] 张斌. 轴向柱塞泵的虚拟样机及油膜压力特性研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2009: 80-83.
- ZHANG B. Study on virtual prototype and pressure characteristics of oil film for axial piston pump [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2009: 80-83 (in Chinese).
- [14] 许耀铭. 油膜理论和液压泵和马达的摩擦副设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1987: 140.
- XU Y M. Film theory and friction design of hydraulic pumps and motors [M]. Beijing: China Machine Press, 1987: 140 (in Chinese).
- [15] 付永领, 李祝锋, 祁晓野, 等. 轴向柱塞式电液泵能量转化效率研究 [J]. 机械工程学报, 2014, 50(14): 204-212.
- FU Y L, LI Z F, QI X Y, et al. Research on the energy conversion efficiency of axial piston electro-hydraulic pump [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(14): 204-212 (in Chinese).

### 作者简介:

付永领 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 新型液压伺服系统理论与试验研究、集成机电液控伺服系统、飞机机电系统的综合控制、特种机器人等。

阳加远 男, 硕士研究生。主要研究方向: 集成一体化电液泵。

# Finite element analysis of flow field and temperature field of electro-hydraulic pump by Fluent

FU Yongling\*, YANG Jiayuan, ZHU Deming

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The integrated structure and working principle of three phase induction motor-axial piston electro-hydraulic pump (EHP) were introduced. The mechanical losses were calculated. A model of EHP was established in Ansoft software, and then the electromagnetic losses were analyzed. Finite element coupling model was established. The flow and temperature distribution of hydraulic oil as well as the temperature field distribution of the key parts were analyzed by Fluent software. The analysis results depict that hydraulic oil can fully flow in internal flow road. The maximum temperature of stator is not more than 58 °C, and the maximum temperature of rotor is not more than 40 °C under rated condition when the inlet oil temperature is 35 °C. Cooling effect is better than motor-pump sets. The results also show that stator oil hole can obviously improve cooling effect. The maximum temperature of stator is reduced by 0.6 °C, and local region temperature is reduced by more than 3 °C when four oil holes with a diameter of 10 mm are made.

**Keywords:** electro-hydraulic pump (EHP); flow field; temperature field; finite element; loss

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0568

# 三波长数字相位解调法解调误差及影响因素



赵文涛, 宋凝芳\*, 宋镜明, 吴蓉

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

**摘要:**介绍了光纤法布里-珀罗(F-P)传感器的传统解调方法,系统地推导了针对非本征法布里-珀罗干涉型(EFPI)传感器解调的三波长数字相位解调法的解调原理,仿真和实验分析了三波长数字相位解调法的解调误差。仿真分析结果表明,相位偏离正交关系是限制解调的最主要因素,要保证解调误差在15 nm以内,腔长变化应小于在正交腔长处2 μm的范围。采用3个独立的激光光源进行实验,实验结果表明,在正交腔长附近1 μm范围内变化,解调腔长误差小于12 nm,重复性误差小于10 nm,解调具有良好的稳定性。

**关键词:**非本征法布里-珀罗干涉型(EFPI); 三波长数字相位解调; 解调误差; 影响因素; 稳定性

**中图分类号:** V241.9; TN253

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1654-08

光纤法布里-珀罗(F-P)传感器具有体积小、质量轻、灵敏度高、抗电磁干扰、耐高温高压、适合远距离信号处理等诸多优势,得到了广泛的研究和应用<sup>[1-3]</sup>。非本征法布里-珀罗干涉型(EFPI)传感器是目前应用最为广泛的一种光纤F-P传感器,由于其制作工艺简单、长期稳定性好、测量精度高等特点,使得其非常适用于对航空航天领域中飞行器、发动机等重要元器件的检测<sup>[4-6]</sup>。

传统的光纤F-P传感器的解调方法有强度解调法<sup>[7-9]</sup>和相位解调法<sup>[10-12]</sup>。传统的强度解调法,可以实现高速解调,但F-P传感器的腔长变化限定在 $\pm \lambda/8$ ( $\lambda$ 为波长)以内,测量范围十分有限,且解调精度低。传统相位解调法,采用宽谱光源,测量范围大,解调精度高,但解调速度慢,不适合高速测量,不能满足对发动机等监测的高速要求。1999年,Schmidt等设计三波长数字相位解调法<sup>[13-14]</sup>(以下简称三波长法),用宽谱光通过耦

合器入射至F-P腔,再经滤波器分为3个光波进行探测。该解调方法是基于强度解调的原理而设计的,在保持传统强度解调法解调速度快的同时,利用相位实时补偿的方式扩大了F-P腔长的动态测量范围,而且通过引入三路光强,减小了光源波动与光纤传输损耗等对输出结果的影响,从而使解调精度也有所提高。而基于相位解调原理设计的解调方法中的三波长相位解调法<sup>[15]</sup>,通过已知三波长对应的初始相位信息和经过光谱仪获取的经过传感后的三波长的相位信息进行解调,该解调方法能够实现大动态范围的精准测量,而且能够解决环境干扰导致的随机漂移和电路引入的直流漂移的影响,但是其解调速度慢,不能满足对发动机高速监测的要求。在目前的研究中,尚未见对基于强度解调原理设计的三波长法解调的误差及影响因素的分析报道。本文在详细推导三波长法解调原理的基础上,分析了三波长法理论误

收稿日期: 2016-07-04; 录用日期: 2016-08-10; 网络出版时间: 2016-11-16 15:52

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1552.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(61575013)

\* 通讯作者: E-mail: Songnf@buaa.edu.cn

**引用格式:** 赵文涛, 宋凝芳, 宋镜明, 等. 三波长数字相位解调法解调误差及影响因素[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1654-1661.

ZHAO W T, SONG N F, SONG J M, et al. Demodulation error and influencing factor of three-wavelength digital phase demodulation method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1654-1661 (in Chinese).

差, 对三波长法的解调影响因素进行了详细的说明。

## 1 解调原理

三波长法是在双波长正交解调法(以下简称双波长法)<sup>[17]</sup>的基础上发展和改进而来的<sup>[16]</sup>。双波长法<sup>[17]</sup>利用双光源的相位差与对应光强的关系进行腔长的解调。双波长法采用的实验设置和产生正交信号的方式如图 1 所示<sup>[17]</sup>。宽谱光源(BBS)经 F-P 腔加载信号反射后, 分别由环形器两端光纤布拉格光栅(FBG)选频, 反射得到两束窄带光, 两束光的相位差等于  $\pi/2$  的奇数倍, 利用两束光的正交相位关系, 对腔长进行解调。图中:C 为耦合器; D 为探测器。

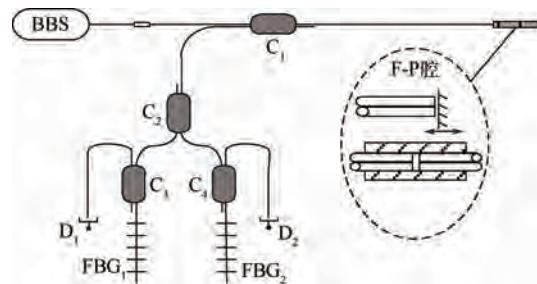


图 1 双波长正交法原理图<sup>[17]</sup>

Fig. 1 Schematic of two-wavelength orthogonal method<sup>[17]</sup>

采用低细度的 F-P 腔, 由 F-P 腔的理论可知, 在低细度的情况下, 反射光强信号可近似看成双光束干涉形成的, 这样更有利地构造出正交关系。2 个相位正交光源的反射光强可以表示为

$$\begin{cases} I_1 = I_0 \cdot 2R(1 - \cos \phi_1) \\ I_2 = I_0 \cdot 2R(1 - \cos \phi_2) = I_0 \cdot 2R(1 + \sin \phi_1) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $I_1$  和  $I_2$  分别为第 1、2 束窄带光光强;  $R$  为光纤反射率;  $\phi_1$  和  $\phi_2$  分别为第 1、2 束窄带光相位。

将式(1)中两式变形相除得到

$$\phi = \phi_1 = -\arctan\left(\frac{I_2 - I_0 \cdot 2R}{I_1 - I_0 \cdot 2R}\right) \quad (2)$$

式中:  $I_0$  为初始光强。

通过相位与腔长的关系可以得到腔长改变量

$$\Delta L = \frac{\lambda_1 \Delta \phi_1}{4\pi} \quad (3)$$

式中:  $\lambda_1$  为第 1 束光的光波长;  $\Delta \phi_1$  为第 1 束光波的相位差。

三波长法借鉴双波长法的解调理论, 增加一路光强信号, 通过整理和变换, 构造出类似双波长法中的正切关系, 进而求取腔长的变化值。

三波长数字相位解调系统的结构如图 2 所

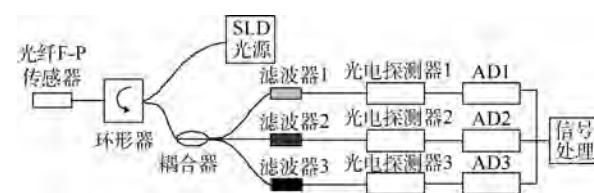


图 2 三波长数字相位解调系统结构简图

Fig. 2 Simplified structure of three-wavelength digital phase demodulation system

示, 由超发光二极管(Super-Luminescent Diodes, SLD)光源、环形器、光纤 F-P 传感器、耦合器、解调模块和数据处理模块组成。同样, 三波长法采用的也是低细度的光纤 F-P 腔, 考虑到光源的有限光谱宽度会影响干涉条纹的可见度, 设光源符合高斯光谱分布, 中心波长为  $\lambda_i$ , 得到三路光波的输出信号为

$$U_i(t) = U_0(R_1 + R_2)(1 - \mu_i(\Phi_i)\cos(\Phi_i(t) + \Delta\Phi_{2i})) \quad (4)$$

式中:  $U_i$  为第  $i$  束光强;  $U_0$  为初始光强;  $\mu_i(\Phi_i)$  为条纹对比度,  $\Phi_i$  为第  $i$  束光相位;  $R_1$  和  $R_2$  为光纤端面的反射率;  $\Delta\Phi_{2i}$  为第 2 束和第  $i$  束光的相位差。通过调节滤波器(格林透镜)选择合适的波长, 选取的波长需满足正交关系:

$$\Delta\Phi_{12} = \Delta\Phi_{23} = (2n + 1)\pi/2 \quad n = 0, 1, \dots \quad (5)$$

利用式(5), 将得到的三路输出信号的表达式进行整理:

$$\begin{cases} U_1(t) = U_0(R_1 + R_2)(1 - \mu_1(\Phi_1) \cdot \\ \quad \cos(\Phi_1(t) - \pi/2 - \pi)) = \\ \quad U_0(R_1 + R_2)(1 + \mu_1(\Phi_1)\sin(\Phi_1(t))) \\ U_2(t) = U_0(R_1 + R_2)(1 - \mu_2(\Phi_2)\cos(\Phi_2(t))) \\ U_3(t) = U_0(R_1 + R_2)(1 - \mu_3(\Phi_3) \cdot \\ \quad \cos(\Phi_3(t) + \pi/2 - \pi)) = \\ \quad U_0(R_1 + R_2)(1 - \mu_3(\Phi_3)\sin(\Phi_3(t))) \end{cases} \quad (6)$$

对式(6)三路信号进行整理合并, 以构造出类似于式(1)的关系:

$$\begin{cases} U_1(t) - U_3(t) = U_0(R_1 + R_2) \cdot \\ \quad (\mu_1(\Phi_1)\sin(\Phi_1(t)) + \mu_3(\Phi_3)\sin(\Phi_3(t))) \\ U_1(t) + U_3(t) - 2U_2(t) = U_0(R_1 + R_2) \cdot \\ \quad (2\mu_2(\Phi_2)\cos(\Phi_2(t)) + \\ \quad \mu_3(\Phi_3)\sin(\Phi_3(t)) - \mu_1(\Phi_1)\sin(\Phi_1(t))) \end{cases} \quad (7)$$

当光源带宽较窄时, 条纹对比度差异较小, 可认为近似相等, 即  $\mu_1(\Phi_1) \approx \mu_2(\Phi_2) \approx \mu_3(\Phi_3)$ 。

又腔长变化量相比较与腔长很小(约为腔长的 $1/50$ ),所以可认为相位一直满足正交条件,则相位变化近似相等,即 $\Phi_1(t) \approx \Phi_3(t) \approx \Phi_2(t)$ ,则有 $\sin(\Phi_1(t)) \approx \sin(\Phi_3(t)) \approx \sin(\Phi_2(t))$ ,则式(7)可简化为

$$\begin{cases} U_1(t) - U_3(t) = 2U_0(R_1 + R_2) \cdot \\ \mu_2(\Phi_2)\sin(\Phi_2(t)) \\ U_1(t) + U_3(t) - 2U_2(t) = 2U_0(R_1 + R_2) \cdot \\ \mu_2(\Phi_2)\cos(\Phi_2(t)) \end{cases} \quad (8)$$

式(8)中两等式相除,则可得出中间波长的相位公式:

$$\Phi_2 = \arctan\left(\frac{U_1 - U_3}{U_1 + U_3 - 2U_2}\right) \pm m\pi \quad m = 0, 1, \dots \quad (9)$$

由式(9)和式(2)对比,可以看出:双波长法相位公式中, $I_0$  为已知量不受附加偏置的影响,项数的相减和除法不能消除附加偏置带来的误差与线性误差的影响;三波长法相位公式中所有量均为测量值,相同项数的减法消除了附加偏置带来的误差,而除法消除了线性误差的影响。因此相较于双波长法,三波长法的解调更加精准,测量环境要求更低,也更容易实现。

如图 3 所示,通过对相位值正负进行连续监测的方式可实现腔长解调范围的扩展:在相位跳变处通过加减 $m\pi$  实现相位的补偿(因 $\arctan \Phi$  取值范围是 $-\pi/2 \sim \pi/2$ )。通过以上的推导,计算相位前后的变化差值 $\Delta\Phi$ ,再根据相位与腔长的关系计算就可以得到腔长变化量 $\Delta L$  的值:

$$\Delta L = \frac{\lambda_2 \Delta\Phi_2}{4\pi} \pm \frac{m\lambda_2}{4} \quad (10)$$

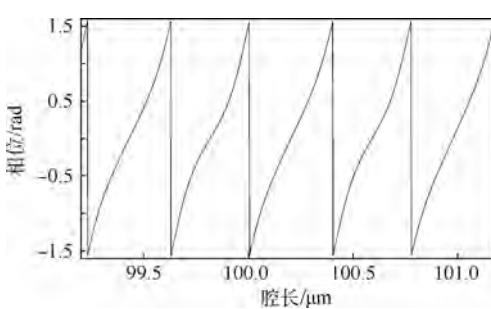


图 3 相位变化与腔长关系

Fig. 3 Relationship between phase variation and cavity length

## 2 解调影响因素分析

三波长数字相位解调的实质是强度解调,三路光波的光强将直接影响着解调的精度。在三波长法的解调理论中存在着对低细度、条纹对比度和相位变化等的近似处理,其处理结果直接影响

着光强,是其解调原理的理论误差来源,即三波长法解调的影响因素。三波长法解调的影响因素,不仅决定着解调方法的理论精度,更影响着三波长法的应用。因此,研究三波长法的影响因素是非常重要的。

### 2.1 低细度近似影响

EFPI 光纤传感器是基于光学中 F-P 干涉仪的原理。图 4 为 F-P 干涉仪的原理示意图。

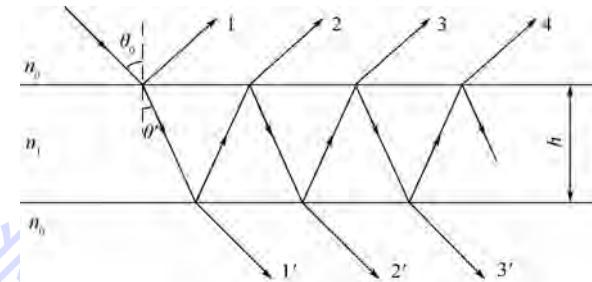


图 4 F-P 干涉仪的原理

Fig. 4 Principle of F-P interferometer

平行的反射光束之间相互叠加干涉,不考虑光束在光学平面间传输损耗的情况下,反射光强可以表示为

$$I_R = \frac{F \sin^2(\delta/2)}{1 + F \sin^2(\delta/2)} I_0 \quad (11)$$

式中: $\delta$  为两信号的相位差; $F$  为 F-P 干涉仪的细度,定义为 $F = 4R/(1-R)^2$ ,在低细度的 EFPI 光纤传感器中平整光纤端面的石英玻璃与空气界面上,可以认为反射率 $R \ll 1$ ,在此情况下有 $(1 + 4R \sin^2(\delta/2))^{-1} \approx 1 - 4R \sin^2(\delta/2) = 1 - 2R(1 - \cos \delta)$

因此

$$I_R \approx 2RI_0(1 - \cos \delta) \quad (12)$$

在三波长法的解调理论中,反射光强表达式认为是在低细度情况下的近似双光束干涉的结果。但实际光强是多光束的干涉。当 F-P 腔光纤端面的反射率 $R \approx 0.04$  时,反射光强的实际值(由式(11)计算得出)与理论值(由式(12)计算得出)的对比关系如图 5 所示。两者随腔长的变化趋势是一致的,变化周期基本相同,在光强变化的波谷处由于光强很弱,两者的差异很小;但在光强的波峰附近两者的差异显著,在波峰处的光强误差大于 8%。

利用式(11)和式(12)计算得出的实际光强和理论光强,通过式(9)可得出实际相位解调值和理论相位解调值。图 6 为实际相位解调值和理论相位解调值的对比关系图。在相位连续变化区间,实际和理论的相位解调值基本一致;但在相位

跳变处,实际和理论的相位解调值误差较大,跳变位置有着明显的偏移。理论的相位解调值的变化周期与实际的变化周期不一致,两者的误差达到14 nm。

通过实际反射光强和理论反射光强解调出腔长变化量并计算其解调误差如图7所示,误差在腔长变化区间内不大于3.56 nm,其大小与腔长变化无相关关系。

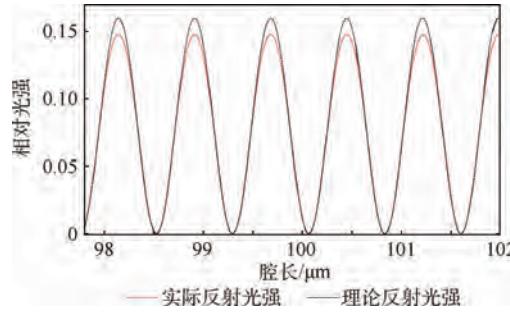


图5 实际与理论反射光强对比

Fig. 5 Comparison between actual reflected light intensity and theoretical reflected light intensity

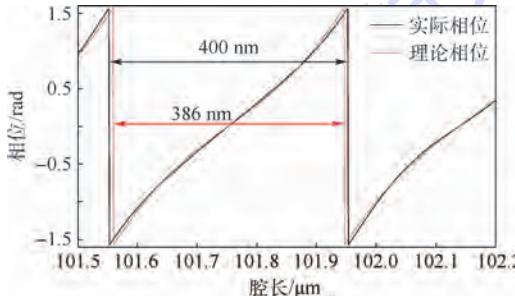


图6 实际与理论解调相位的对比

Fig. 6 Comparison between actual demodulated phase and theoretical demodulated phase

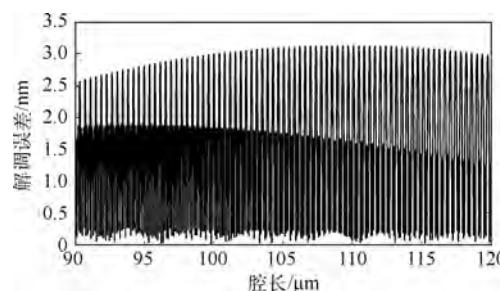


图7 双光束近似引起的解调误差

Fig. 7 Demodulation error caused by approximation of two beam interference

## 2.2 对比度近似影响

条纹对比度表征了干涉场中某处条纹亮暗反差的程度<sup>[18]</sup>,其定义为

$$K = (I_M - I_m) / (I_M + I_m) = 2\sqrt{I_1 I_2} / (I_1 + I_2) \quad (13)$$

式中: $I_M$  和  $I_m$  分别为干涉场中参考位置附近的最

大光强和最小光强。由此双光束干涉强度分布公式可表示为

$$I = (I_1 + I_2)(1 + K \cos \delta) \quad (14)$$

由式(14)可知,干涉光强的调制度即是条纹的对比度。影响干涉条纹对比度的主要因素是两相干光束的振幅比、光源大小和光源的非单色性。

在三波长法中,干涉条纹对比度主要受到相干光束的振幅比和光源的非单色性的影响。光源的初始光强相同,所以影响光束振幅的因素是F-P腔两反射面的反射率;光源的非单色性则是考虑光源的有限光谱宽度的影响,设光源符合高斯光谱分布。则得条纹对比度表达式:

$$\mu(\Phi) = 2 \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_1 + R_2} \exp \left[ -\Phi(t)^2 \left( \frac{\delta\lambda}{4\sqrt{\ln 2}\lambda} \right)^2 \right] \quad (15)$$

光源的相干长度对条纹对比度有重要的影响。采用宽谱光源,相干长度较小,条纹对比度较小;实际应用中,通常采用3个独立的激光光源代替宽谱光源,激光光源相干长度大,条纹对比度可以接近于1。条纹对比度随着腔长变化的关系如图8所示。

从图8中可知,条纹对比度随着腔长变化量的增大而减小,且不同波长对应的条纹对比度之间的差异随着腔长变化量的增大而呈现增大的趋势。但是在腔长变化30 μm范围内,对比度的变化不超过0.001,变化十分微小。忽略条纹对比度的差异而引起的解调误差如图9所示。

从图9中可知,随着腔长变化量的增加,误差呈现增大的趋势,但误差量级很小,在腔长变化25 μm范围内,解调误差不超过16 pm,对解调不会产生明显的影响,可以忽略不计。

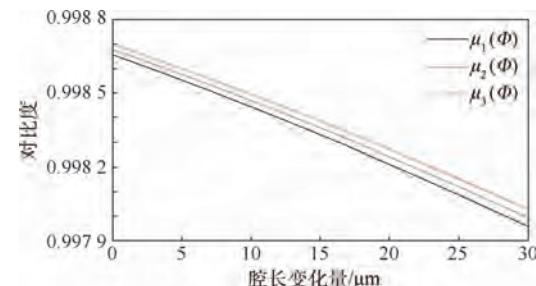


图8 对比度随腔长变化量的关系

Fig. 8 Variation of fringe visibility factors with cavity length

## 2.3 相位变化影响

在三波长法中,要求相位满足彼此正交关系,即满足 $\Delta\Phi_{12} = \Delta\Phi_{23} = (2n+1)\pi/2$ 。因此相位需满足:

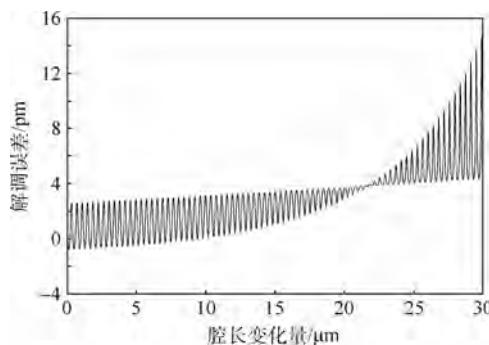


图 9 忽略对比度差异引起的解调误差

Fig. 9 Demodulation error caused by ignoring differences of fringe visibility factors

$$\Phi_i = \Phi_{i0} + \Delta\Phi_i(t) = \frac{4\pi L_0}{\lambda_i} + \frac{4\pi\Delta L}{\lambda_i} \quad (16)$$

式中:  $L_0$  为初始腔长;  $\lambda_i$  为第  $i$  光路的光波长值。

两信号间的初始相位差是由波长不同引起的  $\lambda_i, \lambda_j = \lambda_i + \Delta\lambda$  ( $\Delta\lambda$  为波长差), 初始相位差为  $\Delta\Phi_{ji} = -4\pi L_0 / \lambda_{syn}$  (17)

式中:  $\lambda_{syn}$  为综合波长,  $\lambda_{syn} = \lambda_i \lambda_j / \Delta\lambda$ , 由正交关系条件  $\Delta\Phi_{ji} = (2N + 1)\pi/2$  ( $N = 0, 1, \dots$ ) 可知反射路径, 即正交腔长为

$$L_0 = (2N + 1)\lambda^2 / 8\Delta\lambda^0 \quad (18)$$

式中:  $\Delta\lambda^0$  为波长差的平均值。

相位的正交条件与腔长的关系如图 10 所示。当腔长在正交腔长  $L_0$  附近变化时, 相位变化较小, 可认为相位满足正交关系; 但当腔长不在正交腔长附近时, 相位变化大, 相位已经不满足正交关系。

从图 10 中可以看出, 在正交腔长 ( $L_0 = 100.8 \mu m$ ) 附近, 相位变化较小, 相位差  $\Delta\Phi_{12}$  和  $\Delta\Phi_{23}$  是  $\pi/2$  的 3 倍关系, 认为满足正交关系; 当腔长偏离正交腔长时, 相位变化大, 相位差不满足  $\pi/2$  的 3 倍关系, 即已不满足正交关系。腔长不在正交腔长附近, 由式(9)和式(16)分别获得的中间相位的解调值和真实值之间的对比如图 11 所示。

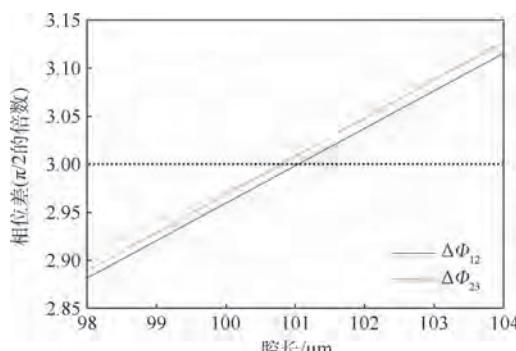


图 10 相位的正交关系

Fig. 10 Orthogonal relationship of phase

从图 11 可以看出, 解调值与真实值的变化周期相同, 但是在腔长连续变化区间, 两者有着明显的差异, 说明解调已存在明显的误差。偏离相位正交关系引起的解调误差如图 12 所示。

从图 12 可以看出, F-P 腔长与解调误差的关系中, 在偏离正交腔长  $2 \mu m$  的变化范围内, 解调误差小于  $15 nm$ ; 当腔长变化超过  $2 \mu m$  时, 解调误差会迅速增大, 很快会超过  $20 nm$ 。相位偏离正交关系, 即腔长偏离正交腔长会引起解调误差的增大, 且误差会随着偏移的增大而迅速的增大。随着腔长偏离正交腔长, 三波长法的解调误差增大, 精度降低。

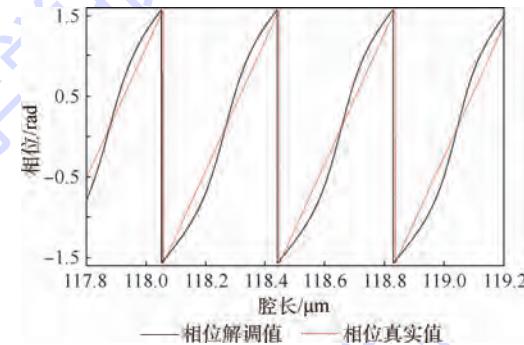


图 11 偏离相位正交关系

Fig. 11 Deviation from orthogonal relationship of phase

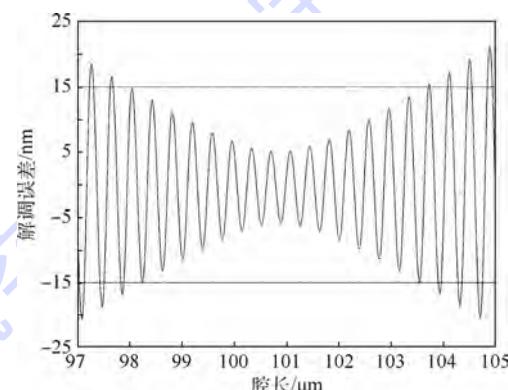


图 12 偏离相位正交关系引起的解调误差

Fig. 12 Demodulation error caused by deviation from orthogonal relationship of phase

### 3 实验

理论解调系统, 通过 SLD 光源获得宽谱光源, 再经滤波器获得满足正交关系的三路光波信号, 三路信号包含了传导光路中的所有信息; 为了简化解调系统, 将 SLD 光源和滤波器替换成满足正交关系的 3 个 DFB 激光器的激光信号, 在保障激光器初始光强相等的情况下, 三路信号包含了传导光路中的所有信息, 保障了解调系统的精度和灵敏度。

通过设计静态解调实验和瞬间释压实验以验证解调系统在正交腔长附近的解调能力和解调稳定性。实验中,利用精度为1 nm的光纤F-P解调仪SM125标定静态腔长,并与解调腔长进行对比。

### 3.1 静态解调实验

采用油压装置给F-P腔施压,对分别处在2、4、6、8和10 MPa压力下的静态腔长进行解调,并与利用SM125在对应压强下的标定值进行对比,其结果如表1所示。

从表1数据可以看出:在不同的压力作用下,腔长的变化量接近1 μm,且在1 μm的变化范围内,解调腔长均值与标定腔长值能够很好地吻合,解调的最大误差小于12 nm,满足解调误差小于15 nm。从图13标定、解调与仿真的对比图中可以看出,解调值与仿真结果基本相符,且解调值和标定值均呈现线性关系。

表1 标定腔长与解调腔长对比

Table 1 Comparison between calibration cavity length and demodulation cavity length

压力/MPa	标定腔长/μm	解调腔长/μm	误差/nm
2	100.614	100.622	8
4	100.418	100.429	11
6	100.231	100.243	12
8	100.043	100.052	9
10	99.859	99.865	6

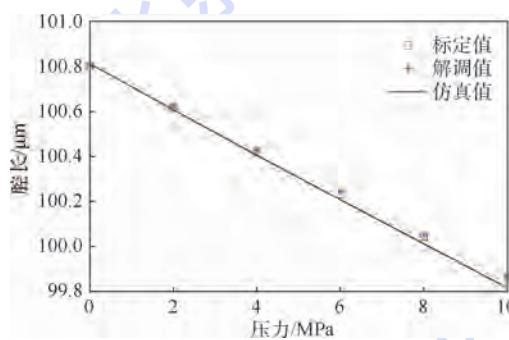


图13 标定、解调与仿真对比关系图

Fig. 13 Comparison of calibration, demodulation and simulation

### 3.2 瞬间释压实验

在不同的初始压力下,瞬间释放压强至无压状态,通过解调稳定后的腔长与标定的初始腔长(100.800 μm)进行对比,判断解调的稳定性。

在初始压力分别为2、4、6、8和10 MPa情况下,F-P腔瞬间释放至无压状态,腔长很快恢复到加压前的初始状态。解调稳定后的腔长均值,并与标定的初始腔长进行对比,得到的误差如表2所示。

表2 解调的重复性误差

Table 2 Repeatability error of demodulation value

初始压力/MPa	解调均值/μm	误差/nm
2	100.800	0
4	100.794	6
6	100.809	9
8	100.791	9
10	100.799	1

从表2数据可以看出:在不同压力下瞬间释压后,腔长均恢复至初始值,解调均值与标定值的最大误差小于10 nm,即重复性误差小于10 nm,说明解调系统具有很好的稳定性。

## 4 结论

本文详细推导了针对EFPI解调的三波长数字相位解调法的解调原理。仿真分析了三波长法中低细度、条纹对比度近似和相位变化对解调方法的限制影响,并对解调方法的解调能力和解调稳定性进行了实验验证。仿真和实验结果表明:

1) 仿真分析表明低细度、条纹对比度近似和相位变化都会引起解调误差。低细度下双光束干涉近似引起的解调误差与F-P腔长无关,在腔长变化范围内误差小于3.56 nm;条纹对比度近似引起的解调误差随腔长变化的增大而增大,但误差量级为pm级,可以忽略不计;相位变化引起相位偏离正交条件是限制三波长法应用的主要因素,当腔长变化大于正交腔长2 μm变化范围时,解调误差将大于20 nm,解调精度大大降低。

2) 静态解调实验表明在正交腔长附近1 μm变化范围内,解调误差小于12 nm,与仿真结果相符,满足误差小于15 nm。瞬间释压实验表明解调的重复性误差小于10 nm,解调稳定性良好。

本文对三波长法的解调影响因素进行了详细的分析,为三波长法应用提供了有效参考,并为三波长法的优化提供了重要依据。

## 参考文献 (References)

- [1] SEN M B, BHATIA V, MURPHY K A. Recent advances in the fiber extrinsic Fabry-Perot interferometric strain sensor development [C] // Lasers and Electro-Optics Society Meeting, 1994. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994, 2: 253-254.
- [2] 张磊,于清旭.光纤F-P腔与FBG复用传感器精确解调方法研究[J].光电子·激光,2009,20(8):1008-1011.  
ZHANG L, YU Q X. An improved demodulation method for F-P and FBG multiplexing system [J]. Journal of Optoelectronics Laser, 2009, 20(8): 1008-1011 (in Chinese).
- [3] 李春成,王鸣,夏巍,等.基于F-P腔强度解调的微位移传感器[J].光学学报,2014,34(6):0628001\_1-0628001\_6.

- [12] ZHANG X M, LIU Y, BAE H, et al. Phase demodulation with micromachined resonant mirrors for low-coherence fiber-tip pressure sensors [J]. Optics Express, 2009, 17(26): 23965-23974.
- [13] SCHMIDT M, FURSTENAU N. Fiber-optic extrinsic Fabry-Perot interferometer sensors with three-wavelength digital phase demodulation [J]. Optics Letters, 1999, 24(9): 599-601.
- [14] SCHMIDT M, WERTHER B, FURSTENAU N. Fiber-optic extrinsic Fabry-Perot interferometer strain sensors with < 50 pm displacement resolution using three-wavelength digital phase demodulation [J]. Optics Express, 2001, 8(8): 475-480.
- [15] 张佩. 基于光纤 F-P 传感器的动态解调算法的研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2013.
- ZHANG P. Study on methods of the dynamic demodulation for optical fiber Fabry-Perot sensors [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2013 (in Chinese).
- [16] SONG N F, CUI R Q, YANG Y J, et al. Fiber-optic extrinsic Fabry-Perot interferometer sensors with multi-wavelength intensity demodulation [C] // Mechanical Engineering, Materials Science and Civil Engineering II. Zurich-Durnten: Trans Tech Publications Ltd., 2013: 630-635.
- [17] MURPHY K, GUNTHER M, VENGASARKER A, et al. Quadrature phase-shifted extrinsic Fabry-Perot optical fiber sensors [J]. Optics Letters, 1991, 16(4): 273-275.
- [18] 郁道银, 谈恒英. 工程光学[M]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2011: 310-313.
- YU D Y, TAN H Y. Engineering optics [M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2011: 310-313 (in Chinese).
- [1] LI C C, WANG M, XIA W, et al. A novel Fabry-Perot micro-displacement sensor based on intensity demodulation method [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0628001\_1-0628001\_6 (in Chinese).
- [4] GANDER M J, MACPHERSON W N, BARTON J S, et al. Embedded micromachined fiber-optic Fabry-Perot pressure sensors in aerodynamics applications [J]. IEEE Sensors Journal, 2003, 3(1): 102-107.
- [5] 李坤, 文泓桥, 李慧. 光纤法布里-珀罗结构的微型应变传感器的研制 [J]. 光学学报, 2009, 9(12): 3282-3285.
- LI K, WEN H Q, LI H. A study on miniature interferometer strain sensor based on EFPI [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 9(12): 3282-3285 (in Chinese).
- [6] SHAN N, SHI Y K, LIU X. Detecting crack of aircraft engine blade based on optical fiber F-P sensor [J]. Nondestructive Testing, 2009, 31(3): 206-207.
- [7] BHATIA V, MURPHY A, CLAUS R O, et al. Recent developments in optical-fiber-based extrinsic Fabry-Perot interferometric strain sensing technology [J]. Smart Materials and Structures, 1995, 24(4): 246-251.
- [8] YU Q X, ZHOU X L. Pressure sensor based on the fiber-optic extrinsic Fabry-Perot interferometer [J]. Photonic Sensors, 2011, 1(1): 72-83.
- [9] MA C, DONG B, GONG J, et al. Decoding the spectra of low-finesse extrinsic optical fiber Fabry-Perot interferometers [J]. Optics Express, 2011, 19(24): 23723-23742.
- [10] MACPHERSON W N, KIDD S R, BARTON J S, et al. Phase demodulation in optical fiber Fabry-Perot sensors with inexact phase steps [J]. IEEE Proc-Optoelectron, 1997, 144(3): 130-133.
- [11] JIANG Y. Fourier transform white-light interferometry for the measurement of fiber-optic extrinsic Fabry-Perot interferometric sensors [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2008, 20(2): 75-77.

## 作者简介:

赵文涛 男, 硕士研究生。主要研究方向:先进光纤传感。

宋凝芳 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向:先进光纤传感和空间光电技术。

# Demodulation error and influencing factor of three-wavelength digital phase demodulation method

ZHAO Wentao, SONG Ningfang\*, SONG Jingming, WU Rong

(School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** This paper introduces the traditional demodulation method of Fabry-Perot (F-P) sensors, and systematically derives the demodulation principle of three-wavelength digital phase demodulation method using extrinsic Fabry-Perot interferometer (EFPI) sensors. Meanwhile, simulation method has been used to analyze the demodulation error of three-wavelength phase demodulation method. The results indicate that the phase deviation from an orthogonal relationship is the most important influencing factor limiting the demodulation. In order to ensure that demodulation error is less than 15 nm, the cavity length change should be within the range of 2  $\mu$ m at the orthogonal cavity length. Three independent laser light sources have been used to do the experiment. The results show that when the cavity length changes within 1  $\mu$ m from orthogonal cavity length, the error of the demodulation cavity length is less than 12 nm, and at the same time the repeatability error of the demodulation is less than 10 nm, which means that demodulation has good stability.

**Keywords:** extrinsic Fabry-Perot interferometer (EFPI); three-wavelength digital phase demodulation; demodulation error; influencing factor; stability

**Received:** 2016-07-04; **Accepted:** 2016-08-10; **Published online:** 2016-11-16 15:52

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1552.004.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1552.004.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (61575013)

\* **Corresponding author.** E-mail: Songnf@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0582

# 基于多应力退化模型的智能电表可靠寿命预估



张景元, 何玉珠\*, 崔唯佳

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 针对运行业态智能电表难以实现可靠寿命准确预估的问题, 基于广义多应力加速模型, 利用加速退化的试验数据研究并确定了智能电表的寿命分布规律, 首先通过分析环境应力与 Weibull 分布模型参数的关系, 建立了新的基于对数线性回归模型的多应力退化模型; 之后提出了对该新模型的参数校正的方法, 实现了正常应力水平下寿命分布模型参数的求解, 获得了正常应力水平下智能电表的可靠寿命及其剩余寿命的预测结果; 最后设置了正常应力条件, 验证了该方法的可行性, 为智能电表可靠寿命的综合评估提供了一种研究方法。

**关键词:** 智能电表; 可靠寿命; 对数线性回归模型; 寿命分布; Weibull 分布

**中图分类号:** TM933

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1662-08

智能电表是高级量测体系(AMI)建设中重要的组成部分, 其作用不仅仅是计量设备的电能消耗, 同时也作为用电信息采集系统数据信息源头以及数据传输的节点<sup>[1]</sup>。随着智能电表的普及, 对于智能电表的维修与管理工作日益受到了重视。然而对于目前所用的智能电表, 在研发设计之初, 由于电表企业对智能电表可靠性预计的重要性认识不够, 缺乏对智能电表的可靠性寿命方面的设计研究, 致使目前电表的维修更换工作困难重重。所以有必要对智能电表在正常工作应力下的可靠寿命及其剩余寿命进行预测, 为智能电表提供更好的维修或更换计划, 防止大面积失效的发生; 同时也可以最大程度地减少不必要的预防性维修, 节省维修费用<sup>[2-3]</sup>。

目前, 在智能电表可靠寿命研究方面, 传统方法是基于可靠性手册, 利用元器件应力求展开研究。文献[2-4]都基于元器件应力求法, 认为经过老练后的智能电表的失效率是固定值, 利用指数分布模型对智能电表可靠寿命进行了相关研究。这种方法过分依赖于可靠性手册, 对环境应力的综

合影响考虑不足, 故难以实现工程化应用。北京航空航天大学康锐教授及其科研团队设计并实施了智能电表加速寿命试验, 获得了很有价值的试验数据, 得到了很多有益结论, 但在多应力退化模型和外推方法上仍值得改进与研究, 例如文献[5]将 Weibull 分布的形状参数通过求平均的方式确定为一个常数, 虽计算方便, 但影响可靠寿命计算精度; 文献[6]所建加速寿命模型没有考虑电应力对寿命的影响。本文通过分析智能电表性能退化机理, 根据加速退化试验数据获得智能电表的寿命分布规律, 建立广义多应力退化模型, 提出了该模型的改进方法, 摆脱了复杂的性能退化敏感参数的制约, 实现正常应力条件下仅通过环境应力对批量电表的可靠寿命进行准确预测。

## 1 多应力退化模型建立

目前常用的可靠性评估方法有 2 种: 一种是基于加速寿命试验的失效时间可靠性评估; 另一种是基于加速退化试验的性能退化可靠性评估<sup>[5]</sup>。智能电表由于可靠度较高, 若采用加速寿

收稿日期: 2016-07-07; 录用日期: 2016-12-09; 网络出版时间: 2016-12-14 11:10

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161214.1110.001.html

\* 通讯作者: E-mail: heyuzhuhe@buaa.edu.cn

**引用格式:** 张景元, 何玉珠, 崔唯佳. 基于多应力退化模型的智能电表可靠寿命预估[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8):

1662-1669. ZHANG J Y, HE Y Z, CUI W J. Reliability life prediction of smart meter based on multi-stress degradation model [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1662-1669 (in Chinese).

命失效试验, 则会提高估计的准确程度, 但试验时间和试验成本将会增加, 故选用加速寿命退化试验。根据智能电表的退化机理可确定出性能退化敏感参数: 日计时误差、计量误差<sup>[6]</sup>, 通过设置一定的阈值来估计电表的失效时间, 即伪寿命。利用高应力水平下的寿命特征去外推正常应力水平下的寿命特征, 实现这一目的的关键在于建立寿命特征与应力水平之间的关系, 借用这个关系才能实现外推的目的<sup>[7-8]</sup>。所以要进行加速退化试验, 须建立起应力因子与智能电表寿命特征之间的数学模型。通常而言, 常用的加速寿命模型包括阿伦尼斯模型<sup>[9]</sup>、伊林模型和逆幂律模型等, 其中, 伊林模型为<sup>[10]</sup>

$$L_H = \frac{1}{H} \exp(A + B/H) \quad (1)$$

式中:  $H$  为与寿命有关的应力因子;  $A, B$  为常数。

式(1)可以描述单一应力与寿命特征之间的关系<sup>[11]</sup>。但对智能电表而言, 影响其寿命的应力因子通常不止一种, 本文选择了影响最大的 3 个应力因子: 温度、湿度和电流。根据式(1)的思想建立广义多应力加速寿命模型<sup>[6, 12]</sup>:

$$L(X) = \exp\left(a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i\right) \quad (2)$$

式中:  $X_i$  表示与应力因子有关的函数;  $a_0, a_i$  为常数;  $L(X)$  表示与寿命相关的特征量。

在实际工程应用中, 不能直接确定出  $X_i$  在式(2)中的正确表达式, 所以基于式(2)建立以下 2 种形式的多应力加速寿命模型:

$$L(X) = \exp(a_0 + a_1 T + a_2 RH + a_3 I) \quad (3)$$

$$L(X) = \exp(b_0 + b_1/T + b_2/RH + b_3/I) \quad (4)$$

式中:  $T$  为温度;  $RH$  为湿度;  $I$  为电流;  $b_0 \sim b_3$  为待求解的常数。

利用加速试验获得高应力条件下的寿命数据, 若能获得  $a_0 \sim a_3$  和  $b_0 \sim b_3$  的取值, 再根据智能电表的寿命分布规律即可外推获得正常应力水平下的寿命预估。

## 2 伪寿命分布规律

绝大部分产品的寿命过程基本符合“浴盆”曲线, 尤其对于电子产品, 都要经历 3 个阶段: 早期故障期、使用寿命期和耗损期<sup>[13-15]</sup>。假定试验所用的电表都是经过可靠性筛选试验剔除了早期失效产品后得到的。对于电子产品, 使用较为广泛的寿命分布模型有 Weibull 分布<sup>[16]</sup>、正态分布<sup>[17-18]</sup>以及指数分布等。为使外推结果更加准确, 有必要通过加速退化试验对高应力条件下智

能电表伪寿命分布规律进行研究。

### 2.1 加速退化试验设计

加速退化试验设置了 5 种试验条件, 每种试验条件都含温度应力、湿度应力和电应力, 加速退化试验条件设置如表 1 所示<sup>[6]</sup>,  $S_1 \sim S_5$  表示 5 种试验条件。通过加速寿命退化试验, 获得 5 组不同应力条件下试验电表性能敏感参数最小伪寿命的数据<sup>[6]</sup>, 如表 2 所示。为了研究伪寿命分布规律, 须假定表 2 的试验数据是无删失和随机截尾的<sup>[19]</sup>。

表 1 智能电表加速退化试验应力条件设置<sup>[6]</sup>

Table 1 Accelerated degradation test stress conditions setting for smart meter<sup>[6]</sup>

应力条件	$T/^\circ\text{C}$	RH/%	$I/A$
$S_1$	80	80	60
$S_2$	55	80	40
$S_3$	55	95	20
$S_4$	70	95	60
$S_5$	70	95	40

### 2.2 伪寿命分布模型分析

在健康监测 (PHM)<sup>[20-21]</sup> 以及可靠性分析领域, 尤其是电子产品寿命预测方面, 应用最广泛的是 Weibull 分布, 它能充分反映应力集中源对材料疲劳寿命的影响<sup>[22]</sup>。其故障概率密度函数 (PDF) 为

$$f(t) = \beta \eta^{-\beta} t^{\beta-1} \exp[-(t/\eta)^\beta] \quad (5)$$

可靠度函数为

$$R(t) = \int_t^\infty f(t) dt = \exp[-(t/\eta)^\beta] \quad (6)$$

式中:  $\eta$  为尺度参数;  $\beta$  为形状参数;  $t$  为时间。

另外很多电子产品的寿命分布也服从正态分布和指数分布, 且指数分布几乎是专门用于电子设备可靠性预计的一种分布 (参考手册 MIL-HD-BK-217)<sup>[22-23]</sup>。但指数分布是 Weibull 分布的一种特例, 因为当尺度参数  $\eta = 1$  时, Weibull 分布退化为指数分布。因此 Weibull 分布更加综合, 包含了指数分布的情况。

正态分布用于描述随时间耗损或退化产品的故障分布<sup>[24]</sup>, 也是较常用的寿命分布模型。正态分布模型涉及均值  $\mu$  和标准差  $\sigma$  这 2 个参数, 其概率密度函数为

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (7)$$

正态分布和 Weibull 分布是可以相互转化的。若估计出 Weibull 分布的参数, 即可得出正态分布的参数。因正态分布的均值  $\mu$  和标准差

表 2 不同应力条件下智能电表敏感参数的最小伪寿命

Table 2 Minimum pseudo life of sensitivity parameters of smart meter under different stress conditions<sup>a</sup>

$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
0.206	0.271	0.207	0.109	0.300
0.284	0.387	0.208	0.162	0.302
0.292	0.471	0.242	0.201	0.303
0.293	0.635	0.243	0.217	0.304
0.304	0.778	0.251	0.231	0.307
0.305	0.811	0.280	0.250	0.308
0.317	0.868	0.280	0.257	0.311
0.323	0.914	0.280	0.261	0.316
0.326	0.914	0.287	0.297	0.319
0.335	0.920	0.293	0.298	0.334
0.343	0.928	0.299	0.307	0.337
0.344	0.933	0.299	0.309	0.342
0.351	0.952	0.308	0.311	0.347
0.356	0.953	0.316	0.313	0.347
0.363	0.964	0.319	0.323	0.351
0.369	1.043	0.321	0.330	0.358
0.379	1.056	0.326	0.333	0.365
0.385	1.113	0.326	0.338	0.366
0.386	1.125	0.330	0.341	0.372
0.389	1.132	0.333	0.365	0.373
0.401	1.141	0.334	0.365	0.377
0.411	1.156	0.337	0.365	0.378
0.421	1.182	0.338	0.373	0.384
0.425	1.186	0.339	0.380	0.384
0.426	1.220	0.344	0.386	0.389
0.433	1.227	0.348	0.389	0.390
0.441	1.255	0.348	0.392	0.391
0.442	1.271	0.350	0.393	0.397
0.446	1.274	0.351	0.409	0.404
0.451	1.302	0.354	0.410	0.405
0.455	1.307	0.357	0.416	0.409
0.457	1.321	0.358	0.420	0.411
0.468	1.350	0.361	0.424	0.416
0.477	1.356	0.373	0.425	0.416
0.480	1.373	0.382	0.496	0.419
0.482	1.383	0.383	0.498	0.423
0.488	1.417	0.385	0.516	0.443
0.497	1.445	0.390	0.520	0.454
0.510	1.459	0.407	0.542	0.460
0.514	1.466	0.413	0.549	0.472
0.525	1.470	0.416	0.550	0.482
0.530	1.486	0.418	0.552	0.483
0.531	1.498	0.424	0.568	0.494
0.536	1.544	0.429	0.584	0.495
0.572	1.575	0.451	0.654	0.497
0.573	1.582	0.462	0.664	0.499
0.587	1.645	0.471	0.670	0.510
0.603	1.695	0.473	0.673	0.544
0.648	1.983	0.480	0.679	0.556
0.658	1.984	0.503	0.686	0.560
0.705	1.985	0.506	0.690	0.634
0.712	2.015	0.565	0.711	0.648
0.752	2.353	0.580	0.739	0.726
0.782	2.835	0.806	0.745	1.125

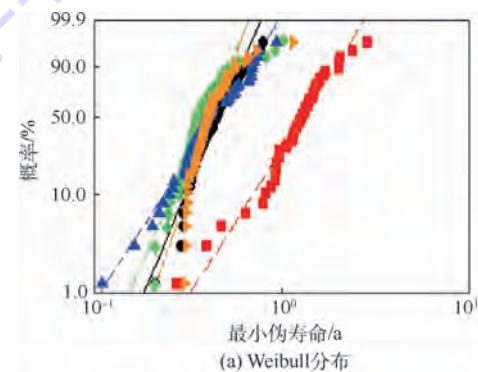
$\sigma$  与 Weibull 分布的参数有直接的关系,关系式为

$$\mu = E(x) = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} \exp[-(t/\eta)^{\beta}] dt = \eta \Gamma(1/\beta + 1) \quad (8)$$

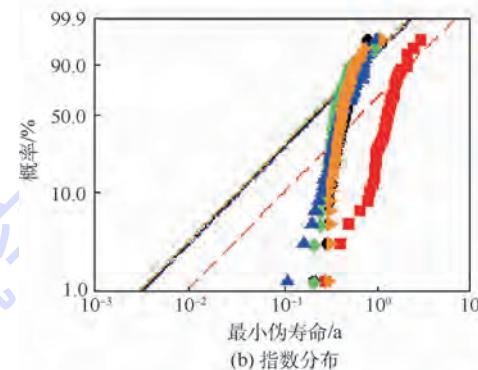
$$\sigma = \eta \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)} \quad (9)$$

式中: $E(x)$  为期望函数; $\Gamma()$  为伽马函数。

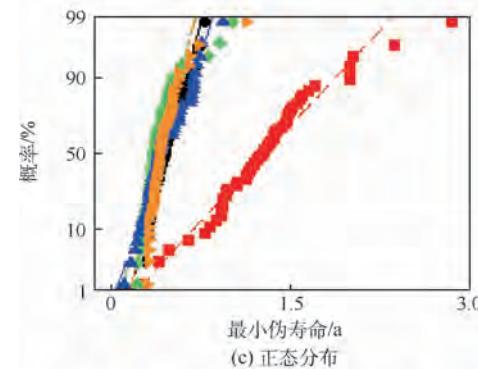
确定智能电表在高应力条件下的最小伪寿命分布规律将有利于研究正常应力水平下智能电表寿命分布规律,因此,分别用 Weibull 分布、正态分布和指数分布对表 2 的最小伪寿命试验数据进行分布检验,检验结果如图 1 所示(0.95 置信度)。



(a) Weibull 分布



(b) 指数分布



(c) 正态分布

图 1 不同应力条件下智能电表最小伪寿命分布概率图

Fig. 1 Distribution probability map of minimum pseudo life of smart meter under different stress conditions

从图1所示检验结果可知:智能电表最小伪寿命分布更接近于正态分布和Weibull分布,不符合指数分布。为进一步比较正态分布和Weibull分布对最小伪寿命的检验结果,用相关函数估计出了2种分布模型与智能电表最小伪寿命的归一化相关系数,如表3所示。

表3 不同应力条件下归一化相关系数

Table 3 Normalized correlation coefficient under different stress conditions

应力条件	相关系数	
	Weibull分布	正态分布
S <sub>1</sub>	0.973	0.981
S <sub>2</sub>	0.977	0.972
S <sub>3</sub>	0.897	0.859
S <sub>4</sub>	0.987	0.980
S <sub>5</sub>	0.866	0.847

比较表3归一化相关系数可知:Weibull分布和正态分布与试验数据具有很高的相关性,且相关系数很接近。故通过对3种分布模型的比较可认为:智能电表伪寿命分布服从Weibull分布或正态分布。鉴于Weibull分布的广泛性,且考虑到正态分布的参数可根据其与Weibull分布的关系式(8)、式(9)求出,所以下文将用Weibull分布对智能电表的可靠寿命进行预测。

### 2.3 Weibull分布参数估计

为了外推正常应力水平下Weibull分布的参数 $\eta$ 和 $\beta$ ,需获得5种高应力条件下Weibull分布的参数。本文采用极大似然估计来进行Weibull分布的参数求解,如果令 $\theta = (\beta, \eta)'$ ,则对数似然函数为<sup>[19]</sup>

$$\ln(L(\theta|x)) = \sum_{i=1}^n [\ln \beta + (\beta - 1) \ln x_i - \beta \ln \eta - (x_i/\eta)^\beta] + \sum_{i=1}^n [- (x_i/\eta)^\beta] \quad (10)$$

解下面的方程组可得极大似然估计值:

$$\begin{cases} \partial \ln(L(\theta|x))/\partial \beta = 0 \\ \partial \ln(L(\theta|x))/\partial \eta = 0 \end{cases} \quad (11)$$

进一步求解可得

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n [1/\beta + \ln x_i - \ln \eta - (x_i/\eta)^\beta \ln(x_i/\eta)] + \sum_{i=1}^n [- (x_i/\eta)^\beta \ln(x_i/\eta)] = 0 \\ \sum_{i=1}^n [-\beta/\eta + (\beta/\eta)(x_i/\eta)^\beta] + \sum_{i=1}^n [(\beta/\eta)(x_i/\eta)^\beta] = 0 \end{cases} \quad (12)$$

将表2试验数据代入式(12)可得表1所示5种应力条件下最小伪寿命分布参数,如表4所示。

表4 不同应力条件下最小伪寿命分布参数

Table 4 Distribution parameters of minimum pseudo life under different stress conditions

应力条件	$\beta$	$\eta$
S <sub>1</sub>	5.251	0.4859
S <sub>2</sub>	2.523	1.4449
S <sub>3</sub>	3.050	0.5055
S <sub>4</sub>	3.311	0.5491
S <sub>5</sub>	4.279	0.3245

### 3 外推正常应力下智能电表寿命

2.2节的推论已经证明,在高应力条件下智能电表的伪寿命服从Weibull分布或正态分布,根据退化机理的一致性,可认为在正常应力条件下智能电表的寿命也服从Weibull分布和正态分布,且参数 $\beta$ 和 $\eta$ 与影响智能电表失效时间(寿命)的应力因子有直接的关系。因此本文提出了一种包含参数 $\beta$ 、 $\eta$ 和应力因子 $T$ 、RH、I的对数线性回归模型,该模型有2种形式。

第1种形式是采用式(3)的模型,通过变形得

$$\begin{cases} \eta = \exp(a_0 + a_1 T + a_2 RH + a_3 I) \\ \beta = \exp(a_4 + a_5 T + a_6 RH + a_7 I) \end{cases} \quad (13)$$

对式(13)两边取对数,得到一组对数线性模型:

$$\begin{cases} \ln \eta = a_0 + a_1 T + a_2 RH + a_3 I \\ \ln \beta = a_4 + a_5 T + a_6 RH + a_7 I \end{cases} \quad (14)$$

在置信度为0.95的条件下,根据表4试验数据,对式(14)中的线性系数 $a_0 \sim a_7$ 求解得

$$\begin{cases} \ln \eta = 5.6659 - 0.0646T - 0.0349RH + 0.0263I \\ \ln \beta = -0.3884 + 0.0396T - 0.0044RH - 0.0128I \end{cases} \quad (15)$$

第2种形式是采用式(4)的模型,对其两边取对数,有

$$\begin{cases} \ln \eta = b_0 + b_1/T + b_2/RH + b_3/I \\ \ln \beta = b_4 + b_5/T + b_6/RH + b_7/I \end{cases} \quad (16)$$

式中: $b_0 \sim b_7$ 为待求解系数。

同理,对式(16)的线性系数求解,结果为

$$\begin{cases} \ln \eta = -5.5878 + 290.1925/T + 146.5076/RH + 41.8683/I \\ \ln \beta = 2.7313 - 119.3344/T + 24.3315/RH + 4.1884/I \end{cases} \quad (17)$$

对 Weibull 分布的参数  $\beta$  和  $\eta$ , 根据式(8)可知, 当  $\beta \in (0, \infty)$  时, 均值为

$$\mu = \eta \Gamma(1/\beta + 1) \in \eta(0.88, 1) \approx \eta$$

所以尺度参数  $\eta$  是一个与智能电表平均寿命很近似的值。因智能电表的寿命还服从正态分布, 根据 Weibull 分布近似为正态分布的先决条件:  $3 \leq \beta \leq 4^{[22]}$ , 可确定不同应力水平下  $\beta$  的取值范围。如果取正常应力水平条件为

$$S_6 = \{T = 25^\circ\text{C}, \text{RH} = 45\%, I = 10 \text{ A}\}$$

$$S_7 = \{T = 20^\circ\text{C}, \text{RH} = 45\%, I = 10 \text{ A}\}$$

$$S_8 = \{T = 25^\circ\text{C}, \text{RH} = 35\%, I = 10 \text{ A}\}$$

分别代入到式(15)、式(17)得到  $\eta$  和  $\beta$  的取值, 结果如表 5 所示, 其中  $S_{6-15}$  表示应力  $S_6$  下, 用式(15)求解。

表 5 正常应力条件下 Weibull 分布的参数值

Table 5 Parameter value of Weibull distribution under normal stress conditions

应力条件	$\beta$	$\eta$
$S_{6-15}$	1.3177	15.4995
$S_{7-15}$	1.0812	21.4131
$S_{8-15}$	1.3766	21.9813
$S_{6-17}$	0.3387	162.2000
$S_{7-17}$	0.1027	2953.5000
$S_{8-17}$	0.3953	411.2000

根据表 5 得出的结果, 再结合参数  $\eta, \beta$  的取值范围可知: 式(17)计算结果超出取值范围较大, 且估计出的电表寿命不符合实际情况; 式(15)得出的结果比较接近实际情况, 但形状参数  $\beta$  的结果超出正常范围。若对式(15)加以校正, 便可用以外推正常应力水平下智能电表可靠寿命。因此, 本文提出一种校正方法对  $\beta$  进行校正, 使多应力模型式(15)更具适应性。具体实现方式是对式(15)中求解形状参数  $\beta$  的式子加入线性校正, 经过变形得到式(18):

$$\beta = P \exp(-0.3884 + 0.0396T) - 0.0044RH - 0.0128I + Q \quad (18)$$

式中:  $P, Q$  为待定系数。

若以  $S_6$  这种条件为标准条件,  $T$  波动范围为  $17 \sim 33^\circ\text{C}$ ,  $\text{RH}$  波动范围为  $30\% \sim 60\%$ ,  $I$  波动范围为  $1 \sim 30 \text{ A}$ , 根据式(15)可计算得出  $\beta$  的取值范围, 经过适当近似取整, 得到  $\beta$  取值范围为  $0.8 \sim 2.8$ 。又已知, 校正后  $\beta$  的取值范围为  $[3, 4]$ , 根据式(18)得到校正后参数  $\beta$  最终表达式为

$$\beta = \frac{1}{2} \exp(-0.3884 + 0.0396T - 0.0044RH - 0.0128I) + 2.6 \quad (19)$$

用式(19)求得正常应力条件  $S_6, S_7, S_8$  下校正后的  $\beta$  值分别为  $3.2789, 3.1406, 3.2883$ , 符合  $\beta$  的取值范围。根据 Weibull 分布的可靠度函数式(6), 结合式(19)推导得可靠寿命  $t$  的表达式:

$$t = \eta (-\ln R)^{1/\beta} = \exp(5.6659 - 0.0646T - 0.0349RH + 0.0263I) \cdot \frac{1}{(-\ln R)^{0.5 \exp(-0.3884 + 0.0396T - 0.0044RH - 0.0128I) + 2.6}} \quad (20)$$

由式(20)便可计算同批次智能电表的寿命指标, 如图 2 所示是 3 组正常应力下智能电表的可靠度  $R$  变化趋势。

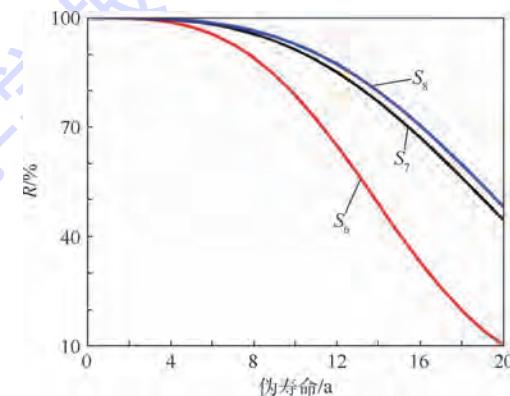


图 2 正常应力条件下智能电表可靠度变化趋势

Fig. 2 Reliability change trend of smart meter under normal stress conditions

从图 2 中可以看出, 3 组正常应力水平  $S_6, S_7, S_8$  下, 期望寿命分别为  $13.9, 19.2, 19.7 \text{ a}$ , 第 10 a 的可靠度分别为  $78.68\%, 91.26\%, 92.77\%$ 。在相同应力条件  $S_7$  下, 当可靠度为 95% 时, 对于智能电表的可靠寿命, 文献[5]的预测结果为  $33.5 \text{ a}$ , 文献[6]的预测结果为  $23.6 \text{ a}$ , 根据式(6), 本文预测结果为  $8.3 \text{ a}$ , 与文献[9]预测结果接近。经调研, 在正常环境条件下, 同一批次电表, 其平均寿命在  $9 \sim 16 \text{ a}$  左右, 显然文献[5-6]的预测结果偏大。

此外, 对于一批智能电表, 若能准确预测一定百分比数量的电表发生故障的时间, 那么对于计划维修将会带来积极意义<sup>[25-26]</sup>。

本文用  $B_{x\%}$  表示  $x$  的电表发生故障的时间, 根据式(6), 则有

$$R(B_{x\%}) = \exp[-(B_{x\%}/\eta)^\beta] = 1 - x\% \quad (21)$$

两边取对数可以得到

$$B_{x\%} = \eta [-\ln(1 - x\%)]^{1/\beta} \quad (22)$$

根据河南许继仪表有限公司提供的北京大兴地区同一批次 586 块智能电表运行至第 7 a 的故障数据, 得知, 在第 5 a 时有 32 块表出现不同程度故障。由此可以计算出第 7 a 时, 抽检电表中, 有

0.5%出现故障,即 $x\% = 0.5\%$ 。北京的年平均温度为15℃,湿度为40%,用户平均电流为10A,根据式(19)得 $\beta = 3.0531$ ;根据平均寿命,设定 $\eta$ 的范围为9~16。根据式(22)得: $B_{x\%}$ 在4.3~7.6a之间,符合抽检电表第5a时0.5%的故障率。

## 4 结 论

本文在现有电子产品可靠寿命评估方法的基础上,深入分析了智能电表寿命分布规律,提出了用于预估正常应力水平下智能电表可靠寿命的方法,并进行了验证,结果表明:

1) Weibull分布和正态分布用于智能电表可靠寿命预测是方便可行的。

2) 退化机理一致不能说明Weibull分布参数 $\beta$ 的取值是固定的,提出的参数校正方法实现了对Weibull分布参数 $\beta$ 的优化处理,满足 $\beta$ 的取值要求。

3) 根据实际的调研数据,对本文提出的方法进行了验证,预测结果符合实际抽检情况。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] 胡瑛俊,姚力,吴幸,等.智能电能表主要故障分析与对策[J].浙江电力,2015,4(3):23-26.
- HU Y J, YAO L, WU X, et al. Main failure analysis and countermeasures of smart meter[J]. Zhejiang Electric Power, 2015, 4(3):23-26 (in Chinese).
- [2] 邱忠梅.基于Labview平台的新型电能表可靠性寿命预估软件设计与应用[D].南京:南京师范大学,2014:34-42.
- QIU Z M. Reliability life prediction software design and application on new electricity meter using Labview [D]. Nanjing: Nanjing Normal University, 2014:34-42 (in Chinese).
- [3] 巨汉基,郭丽娟,刘延泉,等.基于元器件应力法的智能电能表可靠性研究与应用[J].电测与仪表,2013,50(11A):7-11.
- JU H J, GUO L J, LIU Y Q, et al. Intelligent electric energy meter reliability prediction research and application based on the component stress method[J]. Electrical Measurement & Instrument, 2013, 50(11A):7-11 (in Chinese).
- [4] 王一帆,夏欢,张杨,等.基于Labview的智能电能表安全寿命预计软件设计[J].电子质量,2014(6):31-37.
- WANG Y F, XIA H, ZHANG Y, et al. Reliability prediction software design on smart electricity meter using Labview [J]. Electricity Quality, 2014(6):31-37 (in Chinese).
- [5] 杨舟.基于回归分析的智能电表可靠寿命评估方法[J].工业技术创新,2015,2(2):191-195.
- YANG Z. The method of smart meter's reliability life assessment based on regression analysis[J]. Industrial Technology Innovation, 2015, 2(2):191-195 (in Chinese).
- [6] 查国清,黄小凯,康锐.基于多应力加速试验方法的智能电表寿命评估[J].北京航空航天大学学报,2015,41(12):2218-2224.
- ZHA G Q, HUANG X K, KANG R. Smart meter lifetime evaluation based on multi-stress acceleration test method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(12):2218-2224 (in Chinese).
- [7] 凌丹,何俐萍,许换卫,等.基于威布尔分布的疲劳剩余寿命可靠性预测方法[J].机械设计,2011,28(7):112-116.
- LING D, HE L P, XU H W, et al. Reliability prediction method of fatigue and residual life based on Weibull distribution [J]. Journal of Machine Design, 2011, 28(7):112-116 (in Chinese).
- [8] 张详波,尚建忠.三参数Weibull分布竞争失效场合加速寿命试验统计分析[J].机械工程学报,2014,50(14):42-49.
- ZHANG X P, SHANG J Z. Statistical inference of varying-stress accelerated life test with competing failures based on three-parameter Weibull distribution [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(14):42-49 (in Chinese).
- [9] 郝金伟.智能电表可靠性预计方法研究[D].郑州:河南工业大学,2014:13-38.
- HAO J W. Research on the methods of reliability prediction for the smart meter [D]. Zhengzhou: Henan University of Technology, 2014:13-38 (in Chinese).
- [10] 刘婷. Weibull分布对数线性加速模型的可靠性估计方法[J].系统仿真学报,2011,23(1):29-37.
- LIU T. Reliability estimation for Weibull log-linear accelerated life testing model [J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(1):29-37 (in Chinese).
- [11] 李亦非,邹战明,祁邦彦,等.基于寿命应力模型的电能表加速寿命试验研究[J].现代电子技术,2011,34(20):167-170.
- LI Y F, ZOU Z M, QI B Y, et al. Research on ALT of intelligent electricity meter based on "life-stress" model [J]. Modern Electronics Technique, 2011, 34(20):167-170 (in Chinese).
- [12] 魏高乐,陈志军.基于多应力综合加速模型的产品可靠性评估方法[J].科学技术与工程,2016,16(2):25-36.
- WEI G L, CHEN Z J. The product reliability evaluation method based on multi-stress comprehensive acceleration model [J]. Science Technology and Engineering, 2016, 16(2):25-36 (in Chinese).
- [13] 马纪明,万蔚,曾声奎.基于浴盆曲线故障率函数的FFOP预计方法[J].航空学报,2012,33(9):1664-1669.
- MA J M, WAN W, ZENG S K. FFOP prediction method based on bathtub-shaped failure rate function [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(9):1664-1669 (in Chinese).
- [14] 王正,王增全,谢里阳.具有“浴盆”型失效率变化规律的产品寿命概率分布模型[J].机械工程学报,2015,51(24):193-200.
- WANG Z, WANG Z Q, XIE L Y. Life probability distribution model of products with the bathtub-shaped failure rate changing rule [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(24):193-200 (in Chinese).
- [15] 汲国强,张伯明,吴文传.一种适用于可靠性评估的电网设备时变停运模型[J].中国电机工程学报,2013,33(1):56-61.

- JI G Q, ZHANG B M, WU W C. A new time-varying component outage model for power system reliability analysis [J]. Proceeding of the CSEE, 2013, 33(1): 56-61 (in Chinese).
- [16] 郭春生, 万宁, 马卫东. 恒定温度应力加速试验失效机理一致性快速判别方法 [J]. 物理学报, 2013, 62(6): 502.1-502.5.
- GUO C S, WAN N, MA W D. Rapid identification of the consistency of failure mechanism for constant temperature stress accelerated testing [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(6): 502.1-502.5 (in Chinese).
- [17] 张建勋, 胡昌华. 多退化变量下基于 Copula 函数的陀螺仪剩余寿命预测方法 [J]. 航空学报, 2014, 35(4): 1111-1119.
- ZHANG J X, HU C H. Multiple degradation variables modeling for remaining useful life estimation of gyros based on Copula function [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(4): 1111-1119 (in Chinese).
- [18] 何惠民, 张勇波. 正态分布定时无失效寿命分散系数 [J]. 航空动力学报, 2011, 26(8): 1836-1839.
- HE H M, ZHANG Y B. Life scatter factor of time truncated zero-failure data subjected to normal distribution [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(8): 1836-1839 (in Chinese).
- [19] 雷刚. Weibull 分布寿命数据的参数估计 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2006: 15-36.
- LEI G. The parameters distribution of Weibull distribution about life data [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2006: 15-36 (in Chinese).
- [20] KROMMENACKER N, CHARPENTIER P, PENA R. Towards product health monitoring throughout its life-cycle [J]. IFAC Proceedings Volumes, 2013, 46(7): 50-54.
- [21] PECTH M. Health monitoring, diagnostics, and prognostics of electronic products [J]. CircuiTree, 2008, 21(4): 50-54.
- [22] 康瑞清. 仪器与系统可靠性 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2012: 11-15.
- KANG R Q. Instrument and system reliability [M]. Beijing: China Machine Press, 2012: 11-15 (in Chinese).
- [23] 方甲勇, 肖明清. 电子产品动态损伤最优估计与寿命预测 [J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(4): 807-812.
- FANG J Y, XIAO M Q. Optimal dynamic damage assessment and life prediction for electronic products [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(4): 807-812 (in Chinese).
- [24] PEVHT M G, KAPUR K C, 康锐, 等. 可靠性工程基础 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2011: 42-55.
- PECHT M G, KAPUR K C, KANG R, et al. Reliability engineering foundation [M]. Beijing: Electronic Industry Publishing House, 2011: 42-55 (in Chinese).
- [25] CRK V. Reliability assessment from degradation data: Proceedings annual reliability and maintainability symposium [M]. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineer, 2000: 150-168.
- [26] AHMAD R, KAMRUDDIN S. An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application [J]. Computer & Industrial Engineering, 2012, 63(1): 135-149.

#### 作者简介:

张景元 男, 硕士研究生。主要研究方向: 自动测试系统软硬件设计。

何玉珠 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 测试系统通用性技术, 故障诊断、定位技术。

崔唯佳 男, 博士研究生。主要研究方向: 数字图像处理。

## Reliability life prediction of smart meter based on multi-stress degradation model

ZHANG Jingyuan, HE Yuzhu\*, CUI Weijia

(School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Aimed at the difficulty to accurately predict the reliability life of smart meter in running state, based on the generalized multi-stress accelerated model, this study researched and determined the life distribution rules of smart meter by using the accelerated degradation test data. Through the analysis of the relationship between the environment stress and the parameters of Weibull distribution model, a new multi-stress degradation model based on log-linear regression model was established, parameters correction method of the new model was proposed, the solution of the parameters of life distribution model was realized, and the prediction consequence of the reliability life and remaining life of smart meter under normal stress level was obtained. The normal stress condition is set up at the end of the paper, and the feasibility of the method is verified, so that a research method is provided for the reliability life assessment of smart meter.

**Keywords:** smart meter; reliability life; log-linear regression model; life distribution; Weibull distribution

Received: 2016-07-07; Accepted: 2016-12-09; Published online: 2016-12-14 11:10

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161214.1110.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161214.1110.001.html)

\* Corresponding author. E-mail: [heyuzhuhe@buaa.edu.cn](mailto:heyuzhuhe@buaa.edu.cn)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0611

# 氢动力无人机大展弦比机翼静气弹特性分析

郝帅<sup>1</sup>, 马铁林<sup>2,\*</sup>, 甘文彪<sup>2</sup>, 李根<sup>1</sup>

1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 无人系统研究院, 北京 100083)

**摘要:** 以氢动力超长航时无人机(UAV)为背景, 针对其大展弦比轻质复合材料机翼, 采用强耦合方法求解了几何非线性变形下的静气弹特性, 对比了弹性机翼与刚性机翼的气动性能, 并在此基础上, 给出了一种刚性机翼的弹性气动力修正方法。结果表明: 相比刚性机翼, 弹性机翼巡航状态下的升阻比降低3.2%, 滚转力矩导数和偏航力矩导数显著增大, 对飞机的气动性能产生不利影响; 基于刚性计算结果, 对大展弦比机翼进行气动修正, 是一种有效的大展弦比轻质机翼气动分析思路。

**关键词:** 氢动力无人机; 大展弦比机翼; 静气动弹性; 流固耦合; 气动修正

**中图分类号:** V211.41; V211.47

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1670-07

全文  
下载

氢动力无人机是以氢能源作为动力的飞行器, 具有绿色无污染、续航时间长、有效载荷大、受环境影响小的特点, 近年来, 越来越受到人们关注。

为了实现超长时间续航(一周以上), 典型氢动力无人机(如“鬼眼”和“全球观察者”<sup>[1-2]</sup>)往往采用分布式推进的大展弦比上单翼布局, 其机翼展弦比很大(大于20), 翼载荷较低, 约为15~30 kg/m<sup>2</sup>(介于大展弦比常规动力飞机与太阳能飞机之间), 具有双梁结构形式。为减轻结构重量, 这种大展弦比机翼往往采用轻质高性能碳纤维增强复合材料; 其翼盒作为主要受力结构, 来承担大部分弯矩和所有剪力; 蒙皮除传递扭矩外还要承担部分弯矩; 翼肋仅有传递载荷、支撑蒙皮的作用。

由于展弦比过大, 在飞行受载时, 这种机翼的结构可能发生严重变形, 其静气动弹性特性变得突出。一方面, 在气动载荷作用下, 机翼容易产生严重的弯扭变形, 变形后的结构平衡态相对于刚

性结构差异明显, 具有几何非线性特征; 但是, 机翼局部翼载并不大, 结构内部的应变仍满足小变形假设, 应力和应变维持线性本构关系。另一方面, 结构平衡态下的几何非线性变形反作用于机翼, 使其气动载荷发生显著变化, 甚至可能使飞机气动性能恶化, 严重影响飞行安全。因此, 亟待以氢动力无人机为背景, 对这种大展弦比机翼进行较深入的静气弹特性分析。

针对大展弦比机翼的静气弹问题, 国内外已广泛开展了研究。Patil等<sup>[3]</sup>采用非线性梁理论和ONERA气动力模型, 开展了大展弦比机翼的静气弹和动气弹研究。Wang等<sup>[4]</sup>采用非线性梁理论和改进的非定常涡格气动力模型, 进行了大展弦比机翼的非线性气动弹性分析。近年来, 随着计算技术的发展, 流固耦合(CFD/CSD)求解逐渐成为气弹分析的主流方法之一<sup>[5-7]</sup>。Allen和Rendall<sup>[8]</sup>发展了一种基于径向基函数(RBF)的CFD/CSD耦合插值方法, 对Brite-Euram MDO机翼进行了气动弹性分析。Garcia<sup>[9]</sup>采用一种松弛

收稿日期: 2016-07-20; 录用日期: 2016-10-21; 网络出版时间: 2016-11-16 10:10

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1010.002.html

基金项目: 航空科学基金(10200002014129002)

\* 通讯作者: E-mail: matielin@buaa.edu.cn

引用格式: 郝帅, 马铁林, 甘文彪, 等. 氢动力无人机大展弦比机翼静气弹特性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1670-1676. HAO S, MA T L, GAN W B, et al. Static aeroelastic characteristics analysis of high-aspect-ratio wing for hydrogen-powered UAV[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1670-1676 (in Chinese).

技术来提高 CFD/CSD 强耦合静气弹计算的效率。Carnie 和 Qin<sup>[10]</sup> 应用 FLUENT 和 ANSYS 的接口程序, 对大展弦比机翼进行了静气弹分析。Heinrich 和 Kroll<sup>[11]</sup> 通过插值进行数据交换, 完成静气弹和动气弹的计算。马铁林和张华<sup>[12-13]</sup> 等应用 FLUENT/NASTRAN 弱耦合求解, 开展了大展弦比机翼的静气弹分析。聂雪媛等<sup>[14]</sup> 采用 RBF 方法来实现网格变形与耦合界面数据交换, 对客机机翼进行了气动弹性分析。

这些研究大多应用 CFD/CSD 弱耦合方法针对常规无人机和太阳能无人机进行气弹分析, 对氢动力无人机大展弦比机翼关注较少。为此, 本文建立了 CFD/CSD 强耦合的分析方法, 对氢动力超长航时无人机大展弦比机翼进行了静气弹分析, 并基于分析结果, 给出了一种考虑静气弹效应的刚性机翼气动特性修正方法。

## 1 静气动弹性计算分析方法

CFD/CSD 强耦合进行静气动弹性研究, 涉及 CFD 方法、CSD 方法、耦合界面相容条件、数据交换方法、动网格技术和耦合计算方法。

本文 CFD 求解采用基于 SA 湍流模型的雷诺平均 Navier-Stokes 方程的有限体积法。空间离散使用 Roe 格式, 时间推进采用 LU-SGS 双时间步隐式时间推进方式, SA 模型采用二阶精度的中心差分求解。

CSD 方面采用牛顿-拉普森迭代法求解非线性结构动力学方程, 结构方程在一载荷步内迭代收敛后, 再增加载荷求解下一个载荷步, 直至加载到满载荷, 求解出最终的结构变形。下面对研究中所涉及的耦合相关方法进行说明。

### 1.1 耦合界面相容条件

CFD/CSD 强耦合求解时, 耦合界面上网格通常不匹配, 为保证流体-结构耦合的一致性, 耦合界面的数据传递需要满足力学平衡条件和运动学相容条件, 即

$$\sigma_s \cdot n = -p \cdot n + \sigma_f \cdot n \quad (1)$$

$$u_s = u_f \quad (2)$$

式(1)为耦合界面力的平衡条件,  $\sigma_s$  和  $\sigma_f$  分别为结构应力张量和流体黏性应力张量,  $n$  为耦合界面单元的单位外法向量,  $p$  为流体压力; 式(2)为位移相容条件,  $u_s$  和  $u_f$  分别为耦合界面上的结构位移矢量和流体位移矢量。

### 1.2 数据交换方法

本文采用守恒插值方法<sup>[15]</sup> 实现耦合界面的

数据交换。该方法在数据交互过程中满足能量守恒, 耦合界面上流体载荷、固体力在界面位移上所做的虚功相等, 即

$$\delta W = \delta u_s^T f_s = \delta u_f^T f_f \quad (3)$$

式中:  $\delta u_s$  和  $\delta u_f$  分别为耦合界面上固体、流体虚位移;  $f_s$  和  $f_f$  分别为耦合界面上固体、流体表面力。

耦合界面上流体、固体的虚位移之间关系可以用下式表示:

$$\delta u_f = H \delta u_s \quad (4)$$

式中:  $H$  为界面位移映射矩阵。

则耦合界面上流体、固体的表面力之间关系可以表示为

$$f_s = H^T f_f \quad (5)$$

耦合界面的节点-单元搜索算法采用桶式搜索<sup>[16-17]</sup> 和强力搜索相结合的方法。首先对每个单元建立一个仅包含该单元的桶区域, 将区域适当放大以包含周围若干节点; 然后在区域内应用强力搜索来确定单元-节点的匹配关系。

### 1.3 动网格技术

动网格可用来模拟流场随结构变形而改变的问题。本文网格运动采用基于壁面距离的扩散光顺方法, 扩散方程为

$$\nabla \cdot (\gamma \nabla u) = 0 \quad (6)$$

式中:  $\nabla$  为哈密顿算子;  $\gamma$  为扩散系数;  $u$  为网格位移速度。 $\gamma$  与正则壁面距离  $d$  及扩散参数  $C$  有关:

$$\gamma = \frac{1}{d^c} \quad (7)$$

$C$  越大, 远离壁面处可吸收更多网格变形, 壁面附近网格变形越小, 从而保证运动边界附近的网格质量。

### 1.4 CFD/CSD 耦合计算方法

CFD/CSD 耦合静气弹分析一般分为弱耦合方法和强耦合方法<sup>[7]</sup>。

弱耦合方法是在每个时间步内分别依次对流场和结构求解, 交错时间推进获得系统的响应。这种方法在每个物理时间步内流场与结构的信息交换仅有一次, 效率较高。但由于积分时间的不同步, 耦合界面无法实现动态平衡, 时间精度较低。

强耦合方法在每个物理时间步内进行预估-校正迭代计算(如图 1 所示), 使得流场与结构在时间积分上达到同步, 提高了计算精度, 取得了较好的结果。强耦合方法的计算过程更接近于弹性机翼变形的物理本质。本文采用强耦合方法, 利

用CFD和CSD模块进行气动结构耦合计算,应用插值接口模块进行耦合界面信息传递。



图1 CFD/CSD预估-校正迭代方法流程

Fig. 1 Procedure of CFD/CSD prediction-correction iterative method

## 2 机翼静气弹计算分析

### 2.1 基本静气弹计算分析

图2为某氢动力超长航时无人机的几何模型,采用上单翼单垂尾常规布局。其机翼选用升阻特性较好的低雷诺数翼型,展弦比为30,采用两段机翼设计,内翼为矩形机翼,半展长为26 800 mm,弦长为3 500 mm;外翼为梯形机翼,上反角为3°,半展长为20 000 mm,翼梢弦长为1 750 mm。机翼结构形式为双梁式结构,材料为HT8/5288碳纤维复合材料。

计算状态为:压强为5 529.31 Pa,来流马赫数为0.2372,巡航迎角为0°。本文耦合计算数据交换时间步长为0.001 s,收敛条件为翼尖后缘挠度及机翼升力系数的相邻2次结果之差小于1%。图3为计算翼尖后缘挠度及机翼升力系数的收敛曲线,由图可知,迭代1 000次后,计算结果收敛。



图2 氢动力超长航时无人机模型

Fig. 2 Model of hydrogen-powered ultra-long endurance UAV

图4为机翼弹性状态的结构变形和流场,由图可知,机翼结构具有明显的几何非线性变形,机翼绕流和压强分布也发生了相应的变化;显然,

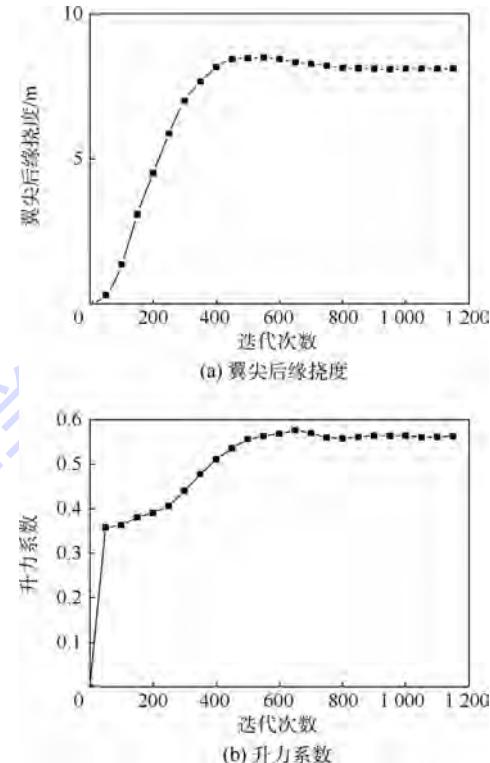


图3 翼尖后缘挠度及机翼升力系数的收敛曲线

Fig. 3 Convergence curves of wingtip trailing edge deflection and lift coefficient

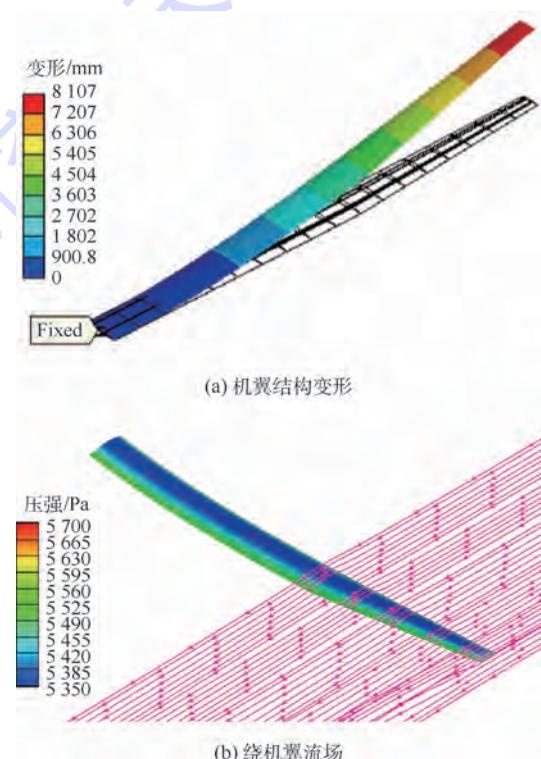


图4 机翼结构变形和流场

Fig. 4 Structure deformation and flow field of wing

CFD/CSD 强耦合计算能够捕捉到精细化的气动和结构变化特征。图 5 为机翼后缘挠度及剖面扭转角沿展向变化情况, 翼尖后缘挠度最大为 8.107 m, 翼尖剖面扭转角为 -1.1°, 由图可知, 机翼几何非线性变形特征突出。

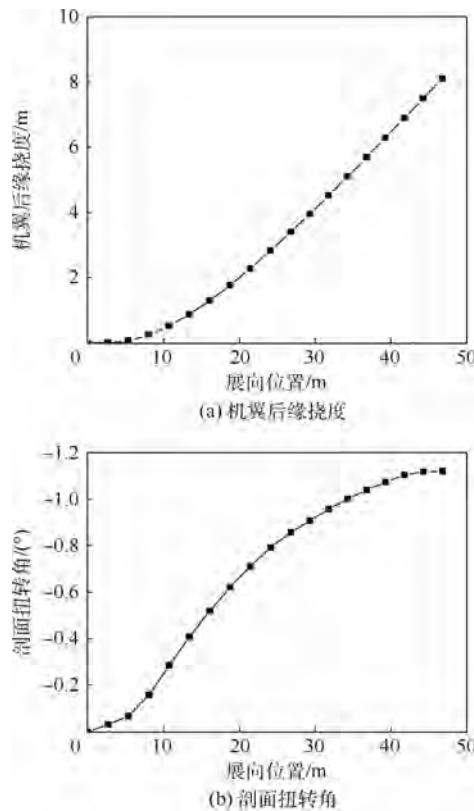


图 5 机翼后缘挠度及剖面扭转角沿展向变化曲线

Fig. 5 Change curves of wing trailing edge deflection and twist angle along spanwise direction

## 2.2 静气弹变形下气动性能分析

为了进一步研究机翼静气动弹性变形对气动性能的影响, 开展了小迎角( $\alpha$ )、小侧滑角( $\beta$ )下的静气弹特性计算, 计算状态为:  $0^\circ \sim 4^\circ$  小迎角、 $0^\circ \sim 4^\circ$  小侧滑角。

图 6 给出了刚性与弹性机翼的纵向气动特性的对比。由图可知, 相比刚性机翼, 在弯扭变形作用下, 弹性机翼的升力系数  $C_L$  下降, 升力线斜率基本不变, 阻力系数  $C_D$  稍有下降, 升阻比  $K$  显著下降, 俯仰力矩导数  $C_{m\alpha}$  有一定程度下降。巡航状态下升力系数下降 5.2%, 阻力系数下降 2%, 升阻比下降 3.2%。

事实上, 弯曲变形使翼面沿展向的曲率发生变化, 导致升力损失; 扭转变形产生负扭转角, 降低了机翼的有效迎角, 使升力系数进一步降低; 而有效迎角减小, 也同时使升致阻力下降。故而, 升阻力的综合作用使机翼的升阻比  $K$  下降。

图 7 为刚性与弹性机翼的横侧向力矩特性

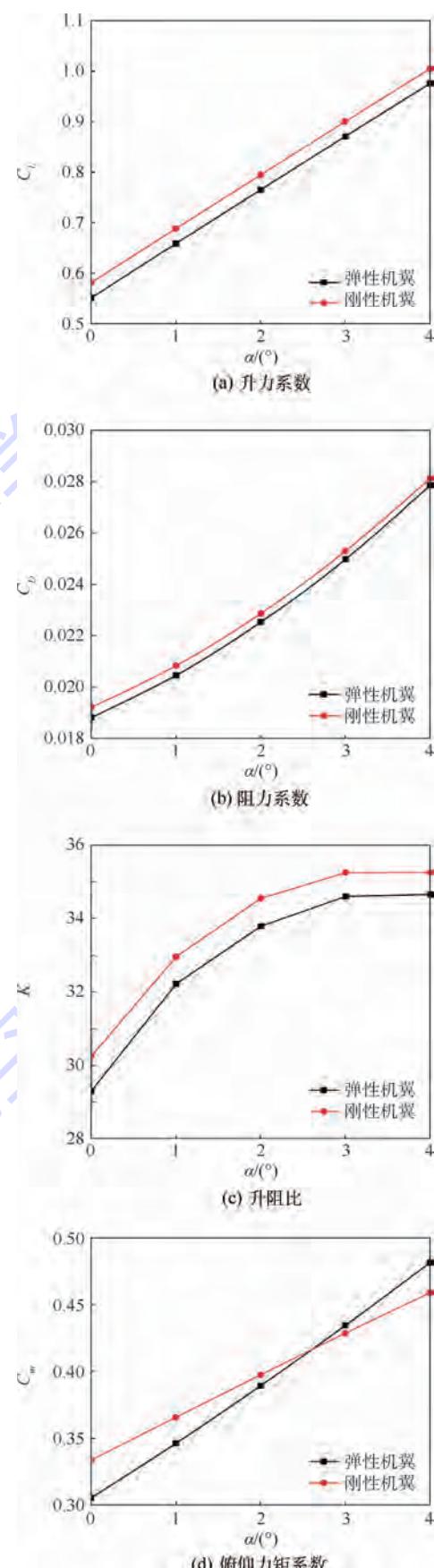
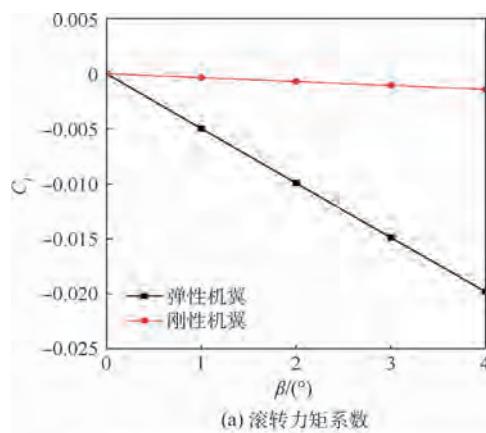


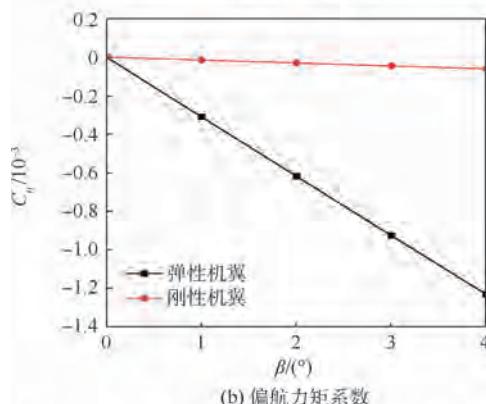
图 6 刚性与弹性机翼的纵向气动特性对比  
Fig. 6 Comparison of longitudinal aerodynamic characteristics for rigid and elastic wings

的对比。由图可知,弹性变形使机翼的滚转力矩系数  $C_l$  和偏航力矩系数  $C_n$  绝对值明显增大。

图 8 为刚性与弹性机翼沿展向的升力系数



(a) 滚转力矩系数



(b) 偏航力矩系数

图 7 刚性与弹性机翼的横侧向力矩特性的对比

Fig. 7 Comparison of directional-lateral moment characteristics for rigid and elastic wings

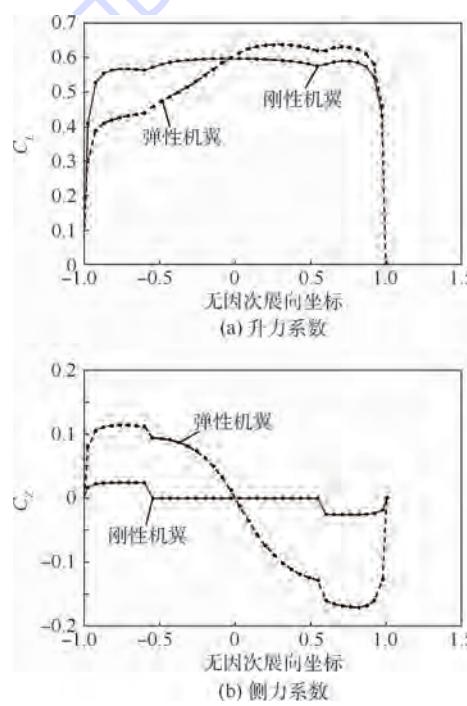


图 8 刚性与弹性机翼沿展向升力系数和侧力系数的对比

Fig. 8 Comparison of lift and side force coefficient along spanwise for rigid and elastic wings

数  $C_L$  和侧力系数  $C_z$  的对比( $4^{\circ}$ 侧滑角)。由图可知,弹性变形加剧了小侧滑角下机翼升力及侧力的左右不对称性;同时弹性变形使得机翼展向曲率变化,气动力的侧向分量大幅增加,而侧力关于纵轴的力臂也显著增大。在这些因素的综合作用下,机翼的滚转及偏航力矩明显增大。

滚转力矩导数( $C_{l\beta}$ )和偏航力矩导数( $C_{n\beta}$ )对比如表 1 所示;弹性机翼的滚转力矩导数增大 13 倍,偏航力矩导数增大 19.67 倍。在实际飞行过程中,机翼受载后变形严重,导致滚转力矩及偏航力矩均大幅增加,使得飞机偏离初始设计点,可能造成横侧向不匹配。

表 1 横侧向力矩导数对比

Table 1 Comparison of directional-lateral moment derivatives

机翼类型	$C_{l\beta}$	$C_{n\beta}$
刚性机翼	-0.000 35	-0.000 015
弹性机翼	-0.004 9	-0.000 31

### 3 机翼气动力弹性修正

弹性变形对机翼纵向和横侧向气动特性都有很大的影响,但利用强耦合方法求解静气弹特性,建模和求解过程需要花费大量时间,并且方法也不易掌握。为了高效地求解大展弦比机翼的弹性气动力,提出了一种弹性效应下的气动力修正分析方法,来对刚性机翼的气动计算结果进行修正。该方法为一种刚性计算+弹性修正的方法(“刚性+修正”方法,简称 RC 法)。展弦比是气动力无人机大展弦比机翼最主要的特征参数,为提高方法的适应性,在修正中将展弦比引入作为一个特征量。利用第 2 节所建立的静气弹分析方法,对不同展弦比的氢动力无人机大展弦比机翼进行了静气弹计算,对计算结果进行如下分析。

机翼的升力系数和阻力系数可以表述为

$$C_L = C_{L\alpha}(\alpha + \alpha_0) \quad (8)$$

$$C_D = C_{D0} + AC_L^2 \quad (9)$$

式中: $C_{L\alpha}$ 、 $\alpha_0$ 、 $C_{D0}$  和  $A$  分别为升力线斜率、零升迎角、零升阻力系数和升致阻力因子。

由图 6(a)可知,机翼发生弹性变形后,升力线斜率  $C_{L\alpha}$  基本不变,可认为只有零升迎角  $\alpha_0$  发生改变,对本文方案的升力系数进行修正,其结果为

$$C'_L = C_{LR} - 0.0002\lambda^2 + 0.006\lambda - 0.057 \quad (10)$$

对于阻力系数修正,零升阻力系数  $C_{D0}$  与湿润面积相关,可认为变形后不发生改变,将式(10)代入式(9),略去小量常数项,得到阻力系数修正公式:

$$C'_D = C_{DR} - 10^{-3} (0.0005\lambda^2 + 0.01\lambda - 0.16) C_{LR} \quad (11)$$

由图7可知机翼发生弹性变形后,相当于产生了较大的机翼上反角,显著增加了平直机翼的横侧向力矩系数,可用式(12)和式(13)进行修正:

$$C'_L = C_{LR} - (0.02\lambda^2 - 0.17\lambda + 0.07) |C_{LR}| \quad (12)$$

$$C'_n = C_{nR} - (0.022\lambda^2 + 0.075\lambda - 2.6) |C_{nR}| \quad (13)$$

式中: $\lambda$ 、 $C_{LR}$ 、 $C_{DR}$ 、 $C_{IR}$ 和 $C_{nR}$ 分别为机翼展弦比、刚性机翼的升力系数、阻力系数、滚转力矩系数及偏航力矩系数; $C'_L$ 、 $C'_D$ 、 $C'_L$ 和 $C'_n$ 分别为 $C_{LR}$ 、 $C_{DR}$ 、 $C_{IR}$ 和 $C_{nR}$ 的修正结果。

图9给出了本文方案升阻比的修正结果。由图可知,修正计算与弹性计算结果吻合较好。

表2给出了不同方法的气动分析效能对比。表中常用频域法指采用涡格分析气动力的方法。由表2可知,强耦合分析需要约46 h计算机时(i7-4790 CPU,8G内存,8核并行);而RC方法仅需约0.5 h(与刚性计算相近);RC方法的效率、精度和精细化水平都较好。

综合图9和表2可知,RC方法对氢动力飞机大展弦比机翼进行分析是有效的。

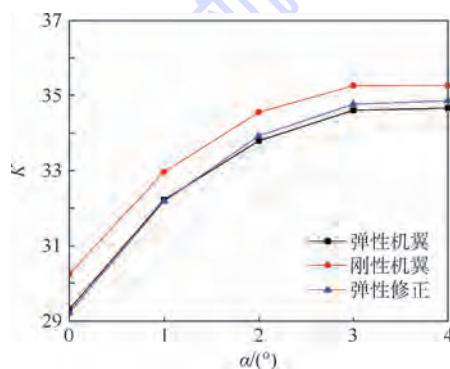


图9 升阻比修正结果

Fig. 9 Correction results of lift-drag ratio

表2 不同方法的气动效能对比

Table 2 Comparison of aerodynamic efficiency among different methods

方法	时间/h	精度	精细化水平
常用频域方法	<0.1	一般(预计)	一般
CFD/CSD 强耦合方法	46	好	好
RC 方法	0.5	较好	较好

## 4 结论

应用静气弹计算分析方法求解了氢动力飞机大展弦比机翼的几何非线性静气弹问题,得出如下结论:

1) CFD/CSD 强耦合方法可以有效地分析氢动力飞机超大展弦比机翼的静气弹特性。

2) 机翼受载后产生弯扭变形,翼面的弯度和有效迎角减小,其升力和阻力系数均减小,升阻比也随之降低(降低3.2%)。

3) 机翼的弯扭变形对横侧向气动性能影响明显,弹性机翼的滚转和偏航力矩系数将显著增大。

4) 针对氢动力飞机大展弦比轻质弹性机翼,“刚性+修正”方法提供了一种有效的快速气动分析策略。

## 参考文献 (References)

- [1] OKAYA S. Aerospace fuel cell rapid prototyping power system concept [C] // 12th International Energy Conversion Engineering Conference. Reston: AIAA, 2014:22-36.
- [2] LIM D T Y. A methodological approach for conducting a business case analysis (BCA) of the global observer joint capability technology demonstration (JCTD) [D]. Monterey: Naval Post-graduate School, 2007:17-20.
- [3] PATIL M J, HODGES D H, CESNIK C E S. Characterizing the effects of geometrical nonlinearities on aeroelastic behavior of high-aspect-ratio wings [C] // International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics. Reston: AIAA, 1999:22-25.
- [4] WANG Z, CHEN P C, LIU D D. Nonlinear aeroelastic analysis for a HALE wing including effects of gust and flow separation [C] // 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston: AIAA, 2007.
- [5] DOWELL E H. Some recent advances in nonlinear aeroelasticity: Fluid-structure interaction in the 21st century [R]. Reston: AIAA, 2010:3137.
- [6] 杨国伟. 计算气动弹性若干研究进展 [J]. 力学进展, 2009, 39(4):406-420.
- [7] YANG G W. Recent progress on computational aeroelasticity [J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(4):406-420 (in Chinese).
- [8] 王文全, 张立翔. 计算流固耦合动力学及其应用 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2015:2-12.
- [9] WANG W Q, ZHANG L X. Computational fluid-structure interaction dynamics and applications [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2015:2-12 (in Chinese).
- [10] ALLEN C B, RENDALL T E S. Unified approach to CFD-CSD interpolation and mesh motion using radial basis functions: AIAA-2007-3804 [R]. Reston: AIAA, 2007.
- [11] GARCIA J A. Numerical investigation of nonlinear aeroelastic effects on flexible high-aspect-ratio wings [J]. Journal of Aircraft, 2005, 42(2):1025-1036.
- [12] CARNIE G, QIN N. Fluid-structure interaction of HALE wing configuration with an efficient moving grid method: AIAA-2008-309 [R]. Reston: AIAA, 2008.
- [13] HEINRICH R, KROLL N. Fluid-structure coupling for aerody-

- namic analysis and design a DLR perspective; AIAA-2008-561 [R]. Reston: AIAA, 2008.
- [12] 马铁林, 马东立, 张华. 大展弦比柔性机翼气动特性分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(7): 781-784.  
MA T L, MA D L, ZHANG H. Aerodynamic characteristic analysis of high aspect ratio elastic wing [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(7): 781-784 (in Chinese).
- [13] 张华, 马东立, 马铁林. 弹性变形对柔性机翼气动特性影响分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(5): 487-490.  
ZHANG H, MA D L, MA T L. Analysis of aerodynamic characteristic of flexible wing caused by deflection [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(5): 487-490 (in Chinese).
- [14] 聂雪媛, 黄程德, 杨国伟. 基于 CFD/CSD 耦合的结构几何非线性静气动弹性数值方法研究 [J]. 振动与冲击, 2016, 35(8): 48-53.  
NIE X Y, HUANG C D, YANG G W. Numerical analysis for aeroelastic with structural geometrical nonlinearity using a CFD/CSD coupled method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(8): 48-53 (in Chinese).
- [15] DUKOWICZ J K, KODIS J W. Accurate conservative remapping (re zoning) for arbitrary Lagrangian-Eulerian computations [J].
- Journal on Scientific and Statistical Computing, 1987, 8(3): 305-321.
- [16] BENSON D J, HALLQUIST J O. A single surface contact algorithm for the post-buckling analysis of shell structures [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1990, 78(2): 141-163.
- [17] JANSEN K, SHAKIB F, HUGHES T J R. Fast projection algorithm for unstructured meshes [J]. Computational Nonlinear Mechanics in Aerospace Engineering, 1992, 146(5): 175-204.

#### 作者简介:

郝帅 男, 硕士研究生。主要研究方向: 飞行器总体设计、流固耦合技术、多学科优化技术。

马铁林 男, 博士, 高级工程师。主要研究方向: 飞行器总体设计、无人机技术、多学科优化技术。

甘文彪 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 飞行器总体设计、飞行器气动设计、计算流体力学。

李根 男, 硕士研究生。主要研究方向: 飞行器总体设计、飞行器气动设计、飞行汽车技术。

## Static aeroelastic characteristics analysis of high-aspect-ratio wing for hydrogen-powered UAV

HAO Shuai<sup>1</sup>, MA Tielin<sup>2,\*</sup>, GAN Wenbiao<sup>2</sup>, LI Gen<sup>1</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Research Institute of Unmanned Systems, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on hydrogen-powered ultra-long endurance unmanned aerial vehicle (UAV), nonlinear static aeroelastic characteristics were analyzed by the strong-coupled method for its high-aspect-ratio light composite wing. The aerodynamic comparison of rigid and elastic (aeroelastic deformation) wing was investigated. And then, an aerodynamic correction method, based on the result of the rigid wing, was applied to the elastic wing. The results show that the lift-drag ratio of the elastic wing reduces by 3.2% (compared to the rigid wing), and roll and yaw moments significantly increases to the disadvantage of aerodynamic performance. The aerodynamic correction based on rigid computation results is an efficient aerodynamic analysis strategy for high-aspect-ratio light composite wing.

**Keywords:** hydrogen-powered UAV; high-aspect-ratio wing; static aeroelastics; fluid-structure coupled; aerodynamic correction

Received: 2016-07-20; Accepted: 2016-10-21; Published online: 2016-11-16 10:10

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1010.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161116.1010.002.html)

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (10200002014129002)

\* Corresponding author. E-mail: matielin@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0635

# 高速柔性转子支承松动力学特征及动力特性

于欢<sup>1</sup>, 马艳红<sup>1,2,\*</sup>, 肖森<sup>1</sup>, 洪杰<sup>1,2</sup>

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100083)

**摘要:** 针对高速柔性转子支承松动的结构特征、力学特征以及多支点转子系统动力学设计的需要, 研究了转子支承结构松动引起支承刚度非连续变化的产生机理, 建立了支承松动转子系统动力学模型, 分析了支承松动转子系统存在混沌运动的条件, 即当转子动力特性对支承刚度变化敏感时, 受支承刚度阶跃影响, 支承松动转子系统会产生混沌运动。根据多支点转子系统动力学特性与支承结构位置、刚度的相关性, 采用优化支承位置和支承刚度的方法, 使转子动力特性对支承刚度非连续变化不敏感, 为多支点高速柔性转子系统的动力学优化设计提供了设计途径。

**关键词:** 柔性转子; 支承松动; 力学特征; 动力特性; 优化设计

**中图分类号:** V231.96

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1677-07

支承松动是指转子结构系统中, 在初始条件或外部载荷作用下, 支承结构件之间产生间隙的现象。当转子结构系统产生支承松动时, 支承的约束作用会随转子振幅变化产生突变, 使转子系统支承刚度具有非连续特征, 一旦间隙偏离合理范围, 支承松动引起的非连续支承刚度特征便会对转子系统动力特性产生不利影响, 即产生支承松动故障。在航空发动机中, 为满足装配及工作需要, 转子结构系统不可避免会产生支承松动, 如轴承外环和轴承座之间的配合间隙以及保证滚子灵活运转的轴承游隙。而航空发动机主轴承, 工作于高转速、高温且工作温度变化大、负荷大且变化范围宽广的条件下, 因此, 支承松动引起的支承刚度非连续特征对航空发动机转子系统动力特性有着极其不利影响。尤其对于高速柔性转子, 由于该类转子系统质量、刚度分布极为不均, 弯曲临界转速低, 工作在超临界状态下, 使得支承松动对高速柔性转子动力特性的不利影响更加突出。为

防止高速柔性转子振动变形过大, 影响叶轮机效率, 因此采用多支点支承方案设计, 以加强转子局部刚度, 但是多支点支承对制造及装配工艺要求极高, 往往不能满足设计要求, 进而引起支承不同心激励问题。

为便于装配或减小工作状态变化对转子系统动力特性的不利影响, 在支承结构中设计合理的间隙是有效的技术途径, 称为支承松动设计。支承松动设计可以有效减小多支点转子系统支承不同心的影响, 即利用转子与支承之间的间隙, 消除支承不同心对转子的附加约束, 但支承松动引起的支承刚度非连续特征, 对高速柔性转子动力特性有着极其不利的影响, 所以为了保障采用支承松动设计的高速柔性转子动力特性良好, 有必要研究支承松动力学特征及其对柔性转子动力特性的影响。

国内外学者对转子结构系统支承松动的研究主要分为 2 个方面: 一方面是对支承刚度分段线

收稿日期: 2016-08-01; 录用日期: 2016-11-04; 网络出版时间: 2016-12-07 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161207.1423.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(51575022, 51475021); 航空科学基金(20142151024)

\* 通讯作者: E-mail: mayanh2002@163.com

引用格式: 于欢, 马艳红, 肖森, 等. 高速柔性转子支承松动力学特征及动力特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1677-1683.

YU H, MA Y H, XIAO S, et al. Mechanical and dynamic characteristics of bearing with looseness on high-speed flexible rotor [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1677-1683 (in Chinese).

性转子系统动力学求解方法的研究。Kim 等<sup>[1]</sup>提出利用光滑函数代替分段函数的方法研究分段线性转子系统的频响特性; Karpenko 等<sup>[2]</sup>创建了单点法和多点法对带有隔振环的分段线性转子系统进行数值求解; Ji<sup>[3]</sup> 和 Lee<sup>[4]</sup> 等分别采用多尺度法和改造的传递矩阵法求解非线性方程, 研究支承松动转子系统振动特性; 同政涛等<sup>[5]</sup> 利用多项式拟合改造刚度分段线性系统恢复力表达式, 采用多尺度法对非线性方程进行求解。另一方面是对支承松动故障形成机理及动力学特征的研究, 供振动检测和故障诊断时参考。Tiwari 等<sup>[6]</sup> 的研究表明松动间隙增加时, 支承松动转子会出现复杂的非线性响应; Ehrich<sup>[7-8]</sup> 通过实验证明转子复杂的非线性响应特征是由松动间隙导致的; Goldman 和 Muszynska<sup>[9-11]</sup> 考虑了支承刚度和阻尼及切向摩擦的影响, 研究表明支承松动转子存在同步及次同步振动成分, 并伴有高次谐波振动成分, 一定条件下可能产生混沌运动; Mevel 和 Guyader<sup>[12]</sup> 通过实验研究了类似支承松动的滚珠轴承支承转子产生混沌的途径, 研究结果表明转子可通过次谐波和拟周期运动的途径产生混沌运动; 李振平等<sup>[13]</sup> 通过研究轴心轨迹频谱图等识别松动故障特征, 发现转子松动端轴心轨线图呈“柱状”结构; 姚红良等<sup>[14]</sup> 研究表明松动故障降低了转子固有频率, 使共振区提前到来, 松动故障转子呈“软式”非线性特性, 在响应谱图上 2 倍频 3 倍频谱线较明显。

综上, 国内外学者在支承松动转子系统动力学求解方法及其力学特征等方面开展了研究工作, 对支承松动引起的支承刚度非连续特征及其对柔性转子系统动力特性影响的研究较少, 而这正是多支点柔性转子动力特性优化设计亟需的理论方法。本文根据支承松动的结构特征, 探索结构松动引起支承刚度非连续变化的产生机理, 基于支承松动的结构特征和力学特征, 建立支承松动转子系统动力学模型, 分析支承松动转子存在混沌运动的条件。根据多支点转子系统动力学特性与支承结构位置、刚度的相关性, 采用优化支承位置和支承刚度的方法, 降低转子动力特性对非连续支承刚度的敏感性, 从而提高多支点柔性转子系统动力特性的稳健性, 为多支点高速柔性转子系统的动力学优化设计提供理论方法。

## 1 支承松动及动力学模型

### 1.1 支承松动结构特征

如图 1 所示, 轴承弹支以一定的间隙装入轴

承机匣中, 间隙中引入润滑系统的压力滑油形成一定厚度的挤压油膜。当油膜受到挤压, 在液体动力特性作用下, 为转子提供油膜刚度, 而当转子振幅增加使轴承弹支间隙很小或为零时, 支承结构刚度起主导作用。同时, 限幅环为典型支承松动结构, 当中介支点振动过大, 中介轴承弹支会与限幅环接触, 对转子产生突变的约束作用, 使中介支点的支承刚度产生阶跃变化。对于轴承而言, 由于轴与外壳的散热条件不同, 为防止内圈和外圈之间温度差造成滚动体卡滞, 在轴承内部设计较大的轴承游隙, 会使转子产生支承松动引起支承刚度改变。

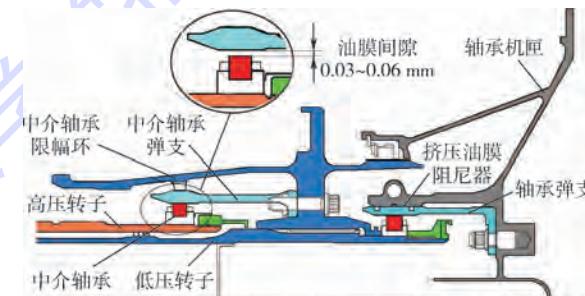


图 1 航空发动机涡轮支点结构  
Fig. 1 Supporting structure of aero-turbine

### 1.2 支承松动力学特征

支承松动的力学特征是使转子结构系统产生阶跃非连续支承刚度。如图 2 所示, 对于支承松动转子结构系统, 当转子在间隙内微幅振动时, 支承不起约束作用, 为转子提供的支承刚度为零; 当转子振幅增加超过间隙时, 支承会对转子横向位移产生约束, 为转子提供支承刚度。从而在支承约束作用产生或消失的瞬间, 支承刚度会随振幅变化产生阶跃, 其导数不连续, 故具有非连续特征。

支承刚度的阶跃变化, 会导致支承松动转子系统支反力随转子振幅呈非线性变化, 支承对转子产生约束的瞬间为转子提供支反力, 并且根据图 2 所示支承刚度变化情况, 支反力会随振幅

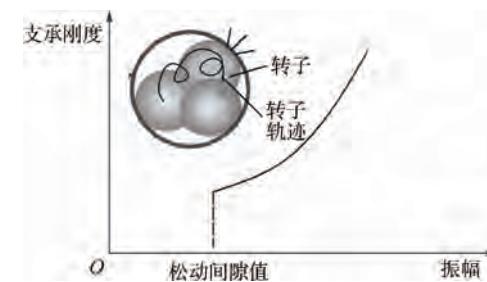


图 2 支承松动处支承刚度随振幅变化特征  
Fig. 2 Change of stiffness of supporting structure with amplitude at position of bearing with looseness

增加迅速增大,使支承松动转子系统具有强非线性特征。同时,转子在不平衡力作用下可在支承内冲击、滚动、滑动、反弹,其运动轨迹具有明显的随机性,从而转子系统支承松动处的支承刚度会产生非确定性变化,使转子系统具有非确定性特征。

### 1.3 支承松动转子系统动力学模型

采用支承刚度随振幅变化具有阶跃特征的支承模型模拟支承松动,建立力学特征等效的支承松动转子系统的力学模型如图3所示,两端由滚动轴承支承,转子与支承之间为无质量弹性轴,在弹性轴中间安装一个带有质量偏心薄圆盘, $O$ 、 $O'$ 为支承中心, $O_1$ 为轮盘形心, $K_f$ 和 $D_f$ 分别为松动处支承的刚度系数和径向阻尼, $M$ 和 $K$ 分别为转子的模态质量和模态刚度, $R$ 为转子振幅, $R_r$ 为转轴的半径, $c$ 为静止时转子与支承之间的间隙, $\omega$ 为转子自转速度, $O_e$ 为质量偏心位置, $m$ 、 $e$ 和 $\delta$ 分别为转子质量、偏心距及初始相位角。

如图4所示为支承松动处转子的受力图, $N = D_f(dR/dt) + K_f(R - c)$ 为松动处转子和支承之间的径向力, $F_t$ 为支承约束转子时产生的切向力,由黏性摩擦力和干摩擦力组成。对于产生支承松动的转子,其运动状态分为2个阶段:松动处的支承不约束转子,支反力为零阶段;支承约束转子横向位移,为转子提供支反力阶段。

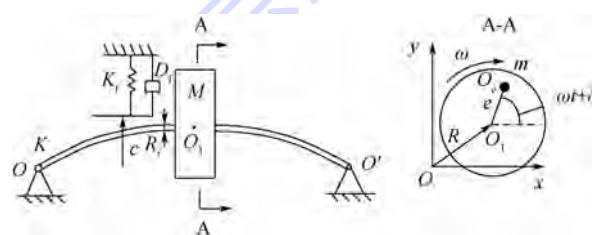


图3 支承松动转子系统力学模型

Fig. 3 Mechanical model of rotor system supported by bearing with looseness

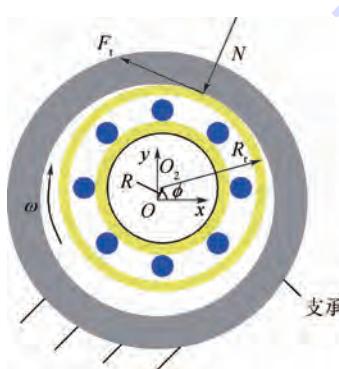


图4 支承松动转子受力图

Fig. 4 Force diagram of rotor supported by bearing with looseness

当支承松动处转子振幅小于间隙时,支承不起约束作用。此时,转子运动微分方程为

$$\begin{cases} M\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = m\omega^2 \cos(\omega t + \delta) \\ M\ddot{y} + D\dot{y} + Ky = m\omega^2 \sin(\omega t + \delta) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x$ 和 $y$ 为转子在正交方向上的横向位移分量; $D$ 为转子的模态阻尼。

为考虑支承起约束作用阶段转子的运动,将方程式(1)改写为极坐标形式。根据转换关系 $x = R(t) \cos \phi(t)$ , $y = R(t) \sin \phi(t)$ ,其中 $\phi(t)$ 为转子振幅 $R(t)$ 和 $x$ 轴的夹角。转子的运动微分方程变为

$$\begin{cases} M\ddot{R} + DR + KR - MR\dot{\phi}^2 = m\omega^2 \cos(\omega t + \delta - \phi) \\ M\ddot{\phi} + DR\dot{\phi} + 2MR\dot{R}\dot{\phi}^2 = m\omega^2 \sin(\omega t + \delta - \phi) \end{cases} \quad (2)$$

当支承松动处转子振幅超过间隙时,支承约束转子横向位移,根据Yamamoto等<sup>[15]</sup>提出的轴承支反力拟合公式,得到松动处支承起约束作用时的支反力表达式为 $F = K_{fl}(R - c) + K_{fr}(R - c)^3$ ,其中 $K_{fl}$ 、 $K_{fr}$ 分别为支承的线性和非线性刚度系数。此时,考虑松动处转子与支承之间的作用力,并将式(2)第2个方程两边同乘 $R$ ,将其变为转子的力矩平衡方程,得到转子运动微分方程:

$$\begin{cases} M\ddot{R} + (D + \nu D_f)\dot{R} + KR + \\ \nu[K_{fl}(R - c) + K_{fr}(R - c)^3] - MR\dot{\phi}^2 = \\ m\omega^2 \cos(\omega t + \delta - \phi) \\ MR^2\ddot{\phi} + (D + \nu D_f)R^2\dot{\phi} + 2MR\dot{R}\dot{\phi} = \\ Rm\omega^2 \sin(\omega t + \delta - \phi) + \nu(R + R_r)F_t \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{式中: } \nu = \begin{cases} 0 & R \leq c \\ 1 & R > c \end{cases}$$

$$F_t = D_c(\dot{\phi}R + \omega R_r) + \mu N \operatorname{sgn}(\dot{\phi}R + \omega R_r) \quad (4)$$

式(4)中等号右边的两项分别代表转子与支承之间的黏性摩擦力和干摩擦力,其中 $(\dot{\phi}R + \omega R_r)$ 为支承起约束作用时转子相对支承的切向速度, $\mu$ 和 $D_c$ 分别为转子与支承之间的干摩擦系数和切向黏性阻尼系数。

根据得到的支承松动转子系统动力学模型,转子振幅 $R$ 的变化对运动方程的模态刚度有直接影响,根据力学特征分析结果,在振幅达到间隙值 $c$ 时,松动处支承刚度会产生阶跃,从而引起转子系统模态刚度阶跃变化。根据运动微分方程式(3),受非线性支承刚度系数影响,随振幅继续变化,模态刚度会呈非线性变化。而系统模态刚

度会直接影响转子系统固有频率,从而转子系统固有频率会随支承刚度阶跃而改变,进而转子系统共振点会产生突变,引起转子系统复杂的振动响应。尤其对于工作在多阶临界转速之上的高速柔性转子,工作转速以下存在多阶共振稳定点。根据对支承松动力学特征的分析,支承松动转子系统具有高度非线性和非确定性特征,受支承刚度阶跃的影响,转子系统振动会在多个具有突变特征的共振稳定点之间随机跳变,因此当转子动力特性对支承刚度变化敏感时,支承松动会引起混沌运动产生,使转子振动剧烈无法正常运转。

Goldman 和 Muszynska<sup>[11]</sup>对支承松动转子的动力学行为进行了数值和实验研究,其研究结果表明:当松动处支承对转子约束作用在一个转动周期内多次突变时,支承松动引起支承刚度阶跃变化,会使共振状态下转子的运动轨迹呈现复杂无规则特征,验证了当转子动力特性对支承刚度变化敏感时,支承松动可使转子产生混沌运动。

## 2 支承松动对高速柔性转子动力特性影响

### 2.1 多支点柔性转子系统动力学设计

航空发动机中,工作转速在弯曲临界转速之上的转子为高速柔性转子,如涡轴发动机的动力涡轮转子。由于该类转子弯曲临界转速低,工作在多阶临界转速之上,在启动过程中通过临界转速时会产生较大的振动,为防止振动变形过大,影响叶轮机效率,因此采用多支点支承方案设计,以加强转子局部刚度。但多支点支承对制造及装配工艺要求极高,往往不能满足设计要求,多个支点的中心不能精确地在一条直线上,从而在支点约束作用下,转子的轴线会发生相对偏移或变形,造成转子轴线不能精确地在一条直线上,进而引起支承不同心激励问题,如图 5 所示。

支承松动设计可以有效减小支承不同心的影响,利用转子与支承之间的间隙,可以消除装配时支承不同心对转子的附加约束。如图 6 所示,当利用其中 2 个支点确定转子轴线位置,如 1、3 号支点,其余支点采用支承松动设计时,由于支承

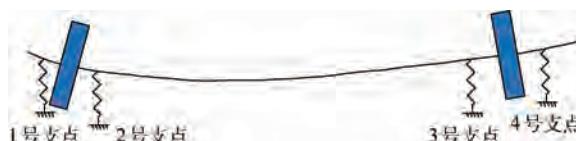


图 5 多支点柔性转子支承不同心力学模型

Fig.5 Mechanical model of bearing misalignment on multi-supported flexible rotor



图 6 采用支承松动设计的多支点柔性转子力学模型  
Fig. 6 Mechanical model of multi-supported flexible rotor using bearing with loosening design

转子之间存在间隙,产生支承不同心时,松动处的支承在转子静止时不起约束作用,因此,装配时转子轴线仍可以与 1、3 号支点确定的直线重合,从而减小支承不同心对多支点柔性转子动力特性的不利影响。

由于高速柔性转子会因支承松动而具有高度非线性和非确定性特征,支承刚度的非连续变化,可能会引起转子产生混沌运动,使转子振动剧烈无法正常运转。所以,为得到多支点柔性转子支承松动设计的方法,需研究支承松动位置及支承刚度变化范围,对转子动力特性的影响规律,以保证多支点柔性转子采用支承松动设计具有良好的动力特性。

### 2.2 支承刚度突变对柔性转子系统固有特性影响

如图 7 所示,为典型多支点高速柔性转子结构,在轴的前后两端各放置 2 个支点,使整根轴两端近似形成固支约束,以增加两端的局部刚度,使功率输出稳定,同时增加涡轮的角向刚度,减小涡轮漏气损失,从而改善动力涡轮转子工作性能。各支点刚度设计值如表 1 所示。高速柔性转子前 4 阶模态振型如图 8 所示。



图 7 多支点高速柔性转子结构  
Fig. 7 Structure of multi-supported high-speed flexible rotor

表 1 高速柔性转子各支点支承刚度设计值

Table 1 Designed bearing stiffness value of supporting structures of high-speed flexible rotor

支点编号	1号(滚珠)	2号(滚棒)	3号(滚棒)	4号(滚棒)
支承刚度/ ( $10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ )	5.0	1.4	3.5	2.8

#### 2.2.1 支承位置对柔性转子系统固有特性影响

对于两端简支的等截面圆轴,其中间位置处等效刚度为

$$k = \frac{3\pi Ed^4}{4l^3} \quad (5)$$

式中: $l$ 为支点跨度; $d$ 为轴的直径; $E$ 为轴的弹性模量。

由于松动处支点在转子振幅小于松动间隙时不起约束作用,会直接影响转子的支点跨度,根据式(5)支点跨度减小时,转子等效刚度会增强,有利于转子抗变形能力提高。而支承松动支点位置与叶轮之间距离越大,松动间隙对叶轮角向刚度的削弱作用越小。所以设计支承松动时,需对支承松动位置进行权衡选取,使支点跨度既能保证转子的局部刚度和角向刚度较强,又能令支承松动对转子动力特性影响较小,以保证转子动力特性良好。

为简化计算,取支承刚度突变的极限状态进行比较,即将松动位置处的支承刚度取为0及设计值进行计算,进而分析支承松动对转子的影响。

对于涡轮端,3、4号支点与涡轮距离相同,因此3、4号支点松动对涡轮角向刚度影响相同,并且3、4号支点分别采用支承松动设计时,涡轮处等效刚度分别为 $2.48 \times 10^5 \text{ N/m}$ 、 $2.33 \times 10^5 \text{ N/m}$ ,相差不大。这是因为3号支点松动会使转子支点跨度增大,而4号支点松动会使涡轮产生悬臂结构,对涡轮处等效刚度均有较大的削弱作用。

如图9所示,为采用有限元法计算得到不

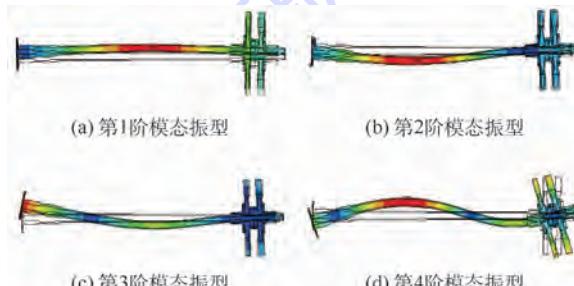


图8 高速柔性转子前4阶模态振型

Fig. 8 Four preceding modal shapes of high-speed flexible rotor

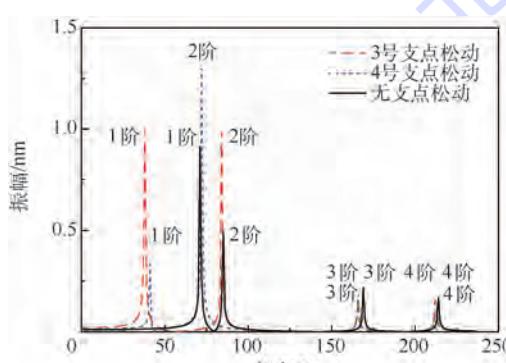


图9 不同位置支点支承松动对柔性转子临界转速影响

Fig. 9 Influence of different positions of bearing with looseness on flexible rotor's critical speed

同位置支点采用支承松动设计对转子系统临界转速的影响情况。可以看出,不同位置支点松动对转子系统各阶临界转速的影响不同,4号支点松动对前2阶临界转速影响较大,3号支点松动仅对第1阶临界转速有影响且影响较大。

可以采用同样的方法,选取转子前端的支承松动位置,但考虑1号支点靠近输出端,为保证功率输出稳定,1号支点不宜采用支承松动设计,因此令2号支点采用支承松动设计。

## 2.2.2 支承刚度对柔性转子系统固有特性影响

对于转子系统而言,支承刚度的非连续变化很可能使转子系统动力特性发生巨大变化。因此确定松动支承位置后,还需对松动处支承刚度变化范围进行优化,令其变化范围位于对转子系统动力特性影响不敏感的区域内,保证柔性转子的动力特性稳定。在设计时,可根据模态频率和振型随支承刚度变化的规律,分析支承刚度对转子模态频率和振型的敏感性,进而指导松动处支承刚度变化范围的设计选取。

为了减少轴的材料、尺寸和弯曲刚度不同的影响,在计算分析转子支承刚度对其动力学特性影响时,支承刚度采用相对关键截面弯曲刚度的当量支承刚度表示,当量支承刚度定义为

$$K_r = \frac{K_t}{K_s} \quad (6)$$

式中: $K_s$ 为转子系统支点位置处的等效刚度; $K_t$ 为支承刚度。

如图10所示,以4号支点为例,计算得到4号支点当量支承刚度变化对转子系统临界转速的影响规律。从图中可以看出,当设计松动处当量支承刚度变化范围位于 $[0, 100]$ 内时,支承松动引起支承刚度的非连续变化基本不会引起转子各阶临界转速的改变,转子系统的动力特性较稳定。

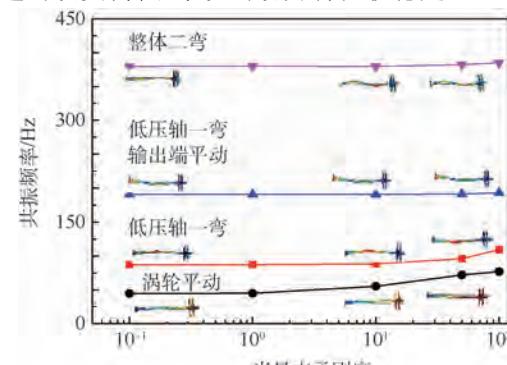


图10 4号支点当量支承刚度对柔性转子共振频率影响

Fig. 10 Influence of equivalent supporting stiffness of the fourth supporting structure on flexible rotor's resonant frequency

由以上计算分析可知,为保证采用支承松动设计的高速柔性转子动力学性能较优,首先需对支承松动位置进行优化,使其既能保证转子有足够的局部刚度和角向刚度,又能保证支承松动对转子动力特性影响较小。然后对松动处支承刚度变化范围进行优化设计,使其位于对转子系统动力特性影响不敏感的区域内,使高速柔性转子动力特性对支承刚度非连续变化不敏感,保证采用支承松动设计的高速柔性转子动力特性稳定。

### 2.3 多支点柔性转子系统动力学设计流程

通过动力学模型的分析和计算结果,总结得到多支点转子支承松动设计需遵循以下流程:首先,在充分考虑发动机转子动力特性、转静子间隙控制以及结构间振动隔离等多方面因素的基础上,设计转子的支承方案、支承刚度。然后为减小多支点不同心的影响,从中选取采用支承松动设计的支点,选取时不仅需要满足支承松动对转子动力特性的影响较小的要求,而且还要求转子具有较强局部刚度,因此需要优选支承松动位置。确定支承松动支点位置后,为使柔性转子动力特性对支承刚度非连续变化不敏感,需对支承刚度变化范围进行优化设计,使其位于对转子系统动力特性影响不敏感的区域内,保证采用支承松动设计的高速柔性转子动力特性稳定。

## 3 结 论

1) 分析了转子支承结构松动引起支承刚度非连续变化的产生机理,即支承的约束作用可随转子振幅变化产生突变,这种突变的约束作用使支承刚度产生阶跃,其导数不连续,故具有非连续特征。

2) 基于支承松动的结构特征和力学特征,建立了支承松动转子动力学模型,进而通过分析支承松动转子动力特性稳定性,得到当转子产生支承松动而具有强非线性和非确定性特征时,转子动力特性对支承刚度变化敏感时,受支承刚度阶跃影响,支承松动转子系统会产生混沌运动。

3) 研究内容为多支点高速柔性转子系统的动力学优化设计提供了设计方法:对支承松动位置及支承刚度进行优化设计,并选择合适的设计参数,使转子动力特性对支承刚度非连续变化不敏感,可以减小支承不同心影响,并保证采用支承松动设计的高速柔性转子动力特性稳定。

限于篇幅,支承松动对柔性转子系统振动响应影响将在后续工作中研究。

### 参 考 文 献 (References)

- [ 1 ] KIM T C, ROOK T E, SINGH R. Effect of smoothening functions on the frequency response of an oscillator with clearance non-linearity [ J ]. Journal of Sound & Vibration, 2003, 263 ( 3 ) : 665-678.
- [ 2 ] KARPENKO E V, WIERCIGROCH M, PAVLOVSKAIA E E, et al. Piecewise approximate analytical solutions for a Jeffcott rotor with a snubber ring [ J ]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002, 44 ( 3 ) : 475-488.
- [ 3 ] JI Z, ZU J W. Method of multiple scales for vibration analysis of rotor shaft systems with non-linear bearing pedestal model [ J ]. Journal of Sound & Vibration, 1998, 218 ( 218 ) : 293-305.
- [ 4 ] LEE A C, KANG Y, LIU S L. Steady-state analysis of a rotor mounted on nonlinear bearings by the transfer matrix method [ J ]. International Journal of Mechanical Sciences, 1993, 35 ( 6 ) : 479-490.
- [ 5 ] 闫政涛, 翁雪涛, 朱石坚, 等. 刚度分段线性系统的自由振动解析研究 [ J ]. 噪声与振动控制, 2010, 30 ( 6 ) : 18-22.  
YAN Z T, WENG X T, ZHU S J, et al. Analytical solution of free vibration of systems with piecewise linear stiffness [ J ]. Noise and Vibration Control, 2010, 30 ( 6 ) : 18-22 ( in Chinese ).
- [ 6 ] TIWARI M, GUPTA K, PRAKASH O. Effect of radial internal clearance of a ball bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor [ J ]. Journal of Sound & Vibration, 2000, 238 ( 5 ) : 723-756.
- [ 7 ] EHRICH F F. High order subharmonic response of high speed rotors in bearing clearance [ J ]. Journal of Vibration & Acoustics, 1988, 110 ( 1 ) : 9-16.
- [ 8 ] EHRICH F F. Subharmonic vibration of rotors in bearing clearance [ J ]. Journal of Engineering for Industry, 1967, 89 ( 3 ) : 381-389.
- [ 9 ] GOLDMAN P, MUSZYNSKA A. Chaotic behavior of rotor-stator systems with rubs [ J ]. Journal Engineering for Gas Turbines and Power, 1994, 116 ( 3 ) : 692-701.
- [ 10 ] GOLDMAN P, MUSZYNSKA A. Dynamic effects in mechanical structures with gap and impacting: Order and chaos [ J ]. Journal of Vibration and Acoustics, 1994, 116 ( 3 ) : 541-547.
- [ 11 ] MUSZYNSKA A, GOLDMAN P. Chaotic response of unbalanced rotor/bearing/stator systems with looseness or rubs [ J ]. Chaos, Solitons & Fractals, 1995, 5 ( 9 ) : 1683-1704.
- [ 12 ] MEVEL B, GUYADER J L. Experiments on routes to chaos in ball bearings [ J ]. Journal of Sound & Vibration, 2008, 318 ( 3 ) : 549-564.
- [ 13 ] 李振平, 罗跃纲, 姚红良, 等. 转子系统支承松动的非线性动力学及故障特征 [ J ]. 东北大学学报(自然科学版), 2002, 23 ( 11 ) : 1048-1051.  
LI Z P, LUO Y G, YAO H L, et al. Dynamics and fault characteristics of rotor-bearing system with pedestal looseness [ J ]. Journal of Northeastern University ( Natural Science ), 2002, 23 ( 11 ) : 1048-1051 ( in Chinese ).
- [ 14 ] 姚红良, 刘长利, 张晓伟, 等. 支承松动故障转子系统共振区动态特性分析 [ J ]. 东北大学学报(自然科学版), 2003, 24

(8):798-801.

YAO H L, LIU C L, ZHANG X W, et al. Dynamics of pedestal looseness rotor system near the critical speed region [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2003, 24(8): 798-801 (in Chinese).

[15] YAMAMOTO T, ISHIDA Y, IKEDA T. Summed-and-differential harmonic oscillations of an unsymmetrical shaft [J]. Bulletin of JSME, 1981, 24(187): 183-191.

## 作者简介:

于欢 女,硕士研究生。主要研究方向:航空发动机转子动力学。

马艳红 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航空发动机整机动力学、旋转机械振动控制、智能结构与新型阻尼材料等。

## Mechanical and dynamic characteristics of bearing with looseness on high-speed flexible rotor

YU Huan<sup>1</sup>, MA Yanhong<sup>1,2,\*</sup>, XIAO Sen<sup>1</sup>, HONG Jie<sup>1,2</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Collaborative Innovation Center of Advanced Aero-Engine, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on analysis of the structural and mechanical characteristics of the bearing with looseness on high-speed flexible rotor and the demand of dynamic optimal design for multi-supported flexible rotor, the mechanism of non-straight change of stiffness of supporting structure caused by looseness on rotor-bearing system was researched. Then a dynamic model of rotor-bearing system with looseness was developed. The generation conditions of chaos were analyzed. According to the analysis, the rotor will produce chaotic motion by the impact of the step change in stiffness when the dynamics of the rotor is sensitive to the stiffness of supporting structure. Based on the relationship of dynamics of the rotor and position and stiffness of supporting structure, the optimization design of the position and stiffness of supporting structure can control the sensitivity of rotor dynamic characteristics to the stiffness of the support, which can provide design method for dynamics optimization design for multi-supported high-speed flexible rotor.

**Keywords:** flexible rotor; bearing with looseness; mechanical characteristics; dynamic characteristics; optimization design

**Received:** 2016-08-01; **Accepted:** 2016-11-04; **Published online:** 2016-12-07 14:23

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161207.1423.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161207.1423.001.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (51575022, 51475021); Aeronautical Science Foundation of China (20142151024)

\* **Corresponding author.** E-mail: mayanh2002@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0576

# 基于改进 HHT 的非高斯噪声中瞬态通信信号检测

郭晓陶, 王星\*, 周东青, 张莹

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

**摘要:** 根据瞬态通信信号和非高斯噪声的特点,建立了相应的信号模型,并利用希尔伯特-黄变换(HHT)处理非线性非平稳信号的优势,提出了基于改进HHT的非高斯噪声中瞬态通信信号的检测算法。该检测算法分为集合经验模式分解(EEMD)和固有模态函数(IMF)分量筛选两部分,首先经过加入随机白噪声多次试验取均值得到待检测信号的IMF分量,再结合各个分量与原信号的能量差异和相关性剔除虚假IMF分量,从而实现对混叠在非高斯噪声中的瞬态通信信号的有效检测。仿真在不同的条件下对比了本文算法与其他算法对信号的检测效果,结果证明本文算法能够有效克服HHT中存在的缺陷,实现对瞬态信号更为准确的分析和检测。

**关键词:** 改进 HHT; 集合经验模式分解(EEMD); 瞬态通信信号; 非高斯噪声; 信号检测

**中图分类号:** TN911.4; TN911.2

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2017)08-1684-09

随着通信信号调制和低截获技术的迅速发展,通信辐射源的信号截获和目标个体识别变得越发困难。由于稳态信号的个体特征差异不明显、识别难度大,针对瞬态信号的识别算法成为近年来的研究热点<sup>[1-2]</sup>。瞬态通信信号是指通信电台从静默状态跳转工作状态的过程中产生的突变信号,含有非常丰富的非线性特征。与稳态信号不同,瞬态信号持续时间短,只有几毫秒到几十毫秒,并且信号具有非线性、非平稳和能量弱的特点<sup>[3]</sup>。基于此,瞬态通信信号的检测已成为通信目标个体识别的一项关键技术难点。

现有的检测算法主要从时域、频域和能量域来对瞬态信号进行处理<sup>[3-4]</sup>,包括短时相关法、Power-Law 法、短时傅里叶变换(Short Time Fourier Transform, STFT)和小波变换。短时相关法采用分段的统计估计对信号进行相关处理,这

种方法能够达到较高的正确检测率,但是破坏了频率分辨率;Power-Law 法将瞬态信号检测问题转化为  $N$  点离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)数据中  $M$  点信号的检测问题,适用于未知系统产生的瞬态信号检测,但是在有色噪声环境中算法的性能会迅速下降;STFT 对信号进行加窗处理,认为在短时间间隔内瞬态信号是平稳的,但是由于固定的窗函数 STFT 只有单一的分辨率,不能做到时频分辨率的平衡;小波变换能针对信号高频和低频部分各自的特点实现多分辨检测,但是不同的小波基会得到差异很大的检测效果,使得算法的鲁棒性不强。希尔伯特-黄变换(HHT)不需要任何先验知识,以固有模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)作为瞬态信号的基函数,能够克服传统傅里叶变换只适用于线性平稳信号的缺陷。研究证明 HHT 是一种适用于含有非线性成

收稿日期: 2016-07-05; 录用日期: 2016-10-01; 网络出版时间: 2016-11-08 16:44

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1644.003.html

基金项目: 航空科学基金(20152096019)

\* 通讯作者: E-mail: wx1965@sohu.com

**引用格式:** 郭晓陶, 王星, 周东青, 等. 基于改进 HHT 的非高斯噪声中瞬态通信信号检测[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1684-1692. GUO X T, WANG X, ZHOU D Q, et al. Transient communication signal detection under non-Gaussian noise based on improved HHT [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1684-1692 (in Chinese).

分、奇异点及突变信号的自适应信号处理方法<sup>[5-8]</sup>。

本文在分析了经典 HHT 理论的基础上, 针对其存在的模态混叠、虚假 IMF 分量等问题, 结合集合经验模式分解 (Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD) 与虚假 IMF 滤除两部分提出了改进 HHT 算法。通过对复杂电磁环境中通信信号的分析, 建立了瞬态信号模型和非高斯噪声模型, 并提出基于改进 HHT 的非高斯噪声中瞬态通信信号的检测算法。通过仿真对比分析了本

文算法与其他算法在不同条件下的检测效果, 验证了本文算法对于非高斯噪声中瞬态通信信号检测的准确性与鲁棒性。

## 1 HHT 时频分析法

### 1.1 HHT 变换基本原理

HHT 主要由经验模态分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 和 Hilbert 谱变换组成, 其主要流程如图 1 所示。

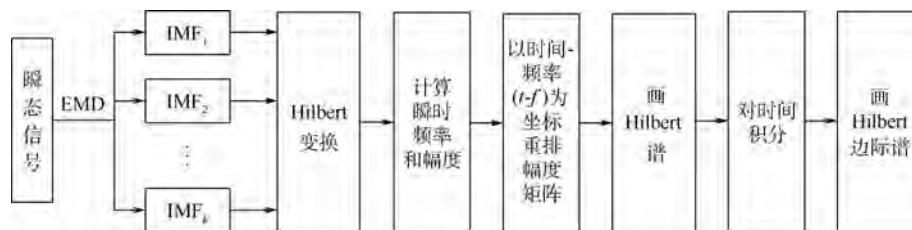


图 1 HHT 算法流程图

Fig. 1 Flowchart of HHT algorithm

其中, EMD 的分解结果由若干个 IMF 组成, 这些 IMF 满足以下 2 个条件<sup>[9]</sup>: ① 极值点的数量和零点的数量相等, 或者相差一个; ② 任何时候根据信号的局部极大值与局部极小值定义的包络均值必须是零。EMD 本质上是通过信号的特征时间尺度判断其包含的震荡模式, 然后以此为依据将信号分解成若干个具有实际物理意义的 IMF。

EMD 算法的一般步骤如下:

**步骤 1** 首先确定信号  $x(t)$  的所有极值点, 再使用三次样条插值函数将所有极大值点作为上包络, 所有极小值点作为下包络, 设  $m_1$  为上下包络的均值。

**步骤 2** 计算信号  $x(t)$  和  $m_1$  的插值:

$$h_1 = x(t) - m_1 \quad (1)$$

$h_1$  不一定满足 IMF 的条件, 需要再将  $h_1$  作为输入, 重复上述过程, 直至第  $k$  次提取出的信号  $h_{1k}$  满足 IMF 条件, 定义  $c_1$  为第一阶 IMF, 记  $c_1 = h_{1k}$ 。

**步骤 3** 将得到的第一阶 IMF 分量从信号  $x(t)$  中分离出来余量信号  $r_1$ , 即  $x(t) - c_1 = r_1$ 。

**步骤 4** 将余量作为新的信号重复步骤 1~步骤 3, 得到各阶 IMF, 直至满足终止条件, EMD 终止。

信号经过 EMD 后可以表示为若干个 IMF 分量和一个余项  $r_n$  的和:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (2)$$

对于任意一个 IMF 分量  $c(t)$ , 其 Hilbert 变换定义为

$$\hat{c}(t) = \frac{1}{\pi} P_v \int \frac{c(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3)$$

其中:  $P_v$  为柯西主值, 则  $x(t)$  的解析信号  $z(t)$  形式为

$$z(t) = x(t) + i\hat{x}(t) + r_n = \sum_{i=1}^n (c(t) + i\hat{c}(t)) + r_n = \sum_{i=1}^n a(t)e^{i\theta(t)} + r_n \quad (4)$$

其中:  $a(t)$  和  $\theta(t)$  分别为信号  $x(t)$  的瞬时幅度和瞬时相位, 于是瞬时频率可以表示为

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)可以得到

$$x(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^n a(t) e^{i\int \omega(t) dt} \right\} + r_n \quad (6)$$

式中: 将各个分量的幅度和瞬时频率表示为时间的函数, 并可用能量曲线在时间-频率-幅度的三维空间上体现信号的时频特性。这种谱图称为 Hilbert 幅度谱, 记为  $H(\omega, t)$ , 简称 Hilbert 谱。相应地, 幅度平方的时频分布就是 Hilbert 能量谱。

对  $H(\omega, t)$  进行时间上的积分就可以得到 Hilbert 边际谱, 记为  $h(\omega)$ 。

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (7)$$

式中:  $T$  为信号持续时间。Hilbert 边际谱与传统的 FFT 相似, 可以体现信号在每个频点上的分布, 并在统计意义上表示了在整个时间跨度上信号幅度的累积。

### 1.2 经典 HHT 变换存在的缺陷

经典 HHT 在对信号进行 EMD 时, 由于信号中含有噪声和干扰信号, 可能会使一个 IMF 中存

在截然不同的若干种频率分量或者同一频率分量分配到不同的 IMF 中,这就是经典 HHT 的模态混叠问题<sup>[10]</sup>。这种模态混叠问题是信号的不连续性引起的,会导致得到的 IMF 并不具有真实的物理意义,也不能得到信号的瞬时频率等参数,最终引起信号的时频特性严重失真。为了直观地论述模态混叠问题,设定一个由正弦信号和小幅谐波信号叠加而成的仿真信号,如图 2(a)所示,其 EMD 结果如图 2(b)所示。从图中可以看出,模态混叠问题导致分解得到的 2 个 IMF 分量产生了严重的畸变。正弦信号和谐波信号被同时分配到了 IMF<sub>1</sub>,且 IMF<sub>2</sub> 中也包含了正弦分量,从而使得 2 个 IMF 分量不能很好地反应信号的状态和特征,求其瞬时频率也就失去了该有的物理意义。

此外,包含信号特征信息的 IMF 分量之间通常是正交的,与原始信号具有较高的相似性。但是使用经典 HHT 对信号进行分解时会产生相关性较低的 IMF 分量,这些分量会在能量谱中表现为虚假的频率分量,导致对信号的特征分析出现偏差。依旧使用图 2(a)中的信号进行分析,经过 HHT 得到其 Hilbert 能量谱如图 3 所示。原

信号中包含 50 Hz 与 250 Hz 2 种频率分量,从图中可以看出其频率分量的能量大小和持续时间。但是由于虚假 IMF 分量的影响,在 0~100 ms 和 300 ms 以后都存在虚假频率的现象。

## 2 改进检测算法

文献[11]使用高阶分量重构瞬态信号进行判决,在一定程度上抑制噪声对信号的影响,但同时也会损失信号中包含的信息,对信号分析和识别造成影响。文献[4]中采用子波检测和局部瞬时能量密度双重降噪提高瞬态信号的信噪比,但其只对高频噪声具有良好的滤除效果,而对中低频噪声和非高斯噪声的效果并不理想。因此本文结合瞬态通信信号的特点、针对现有检测算法的缺陷,提出基于改进 HHT 和小波域 Power-Law 的检测算法。

模态混叠的根本原因是根据三次样条插值得到的包络为若干个不同频率分量叠加而成,造成一个 IMF 分量中含有不止一种频率成分。因此 EEMD 提出利用高斯白噪声具有频率平均分布的统计特性,通过加入白噪声对信号进行平滑,从而增强信号的连续性<sup>[12]</sup>。EEMD 通过多次在信号中加入随机噪声改变信号处理的时间跨度,使 EMD 可以从更多的尺度分析信号成分,因此得到的平均 IMF 可以更加客观、全面地分析信号的特点,而加入的噪声可以通过多次叠加相互抵消。

此外,IMF 分量是按照瞬时频率、幅值和能量呈递减的趋势排列,并且包含信号特征的 IMF 会与原信号具有较好的相关性<sup>[13]</sup>。而虚假 IMF 分量通常会在低频处出现,因此本文提出根据各 IMF 分量与原信号之间的能量差异和相关性筛选虚假 IMF 分量。第 *i* 级 IMF 分量 IMF<sub>*i*</sub> 与原信号 *s* 间的相关性可以根据能量系数  $\delta_i$  衡量,计算公式为

$$\delta_i = \frac{E_{\text{IMF}_i}}{E_s} = \frac{\sum_{j=1}^n |\text{IMF}_i(j) - \overline{\text{IMF}_i(j)}|^2}{\sum_{j=1}^n |s(j) - \overline{s(j)}|^2} \quad (8)$$

式中: $E_{\text{IMF}_i}$  和  $E_s$  分别为 IMF 各分量和原信号的能量值; $\text{IMF}_i(j)$  和  $\overline{\text{IMF}_i(j)}$  分别为 IMF 分量和原信号的均值。由于虚假 IMF 分量是由一小部分有效 IMF 分量的信号能量产生,因此当一个 IMF 的能量系数  $\delta_i < 0.05$  且不满足分量能量递减的规则时,可以判定其为虚假分量。为了避免将含有特征信息的小参数分量误判为虚假 IMF,本文提出将能量波动与相关性结合起来共同进行筛选。相关性可

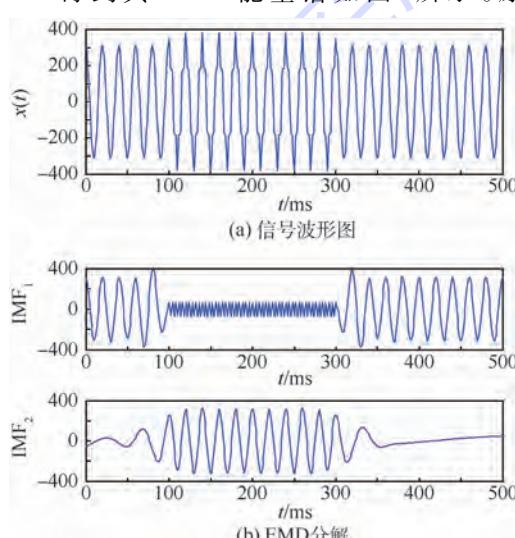


图 2 模态混叠示意图

Fig. 2 Sketch map of mode mixing

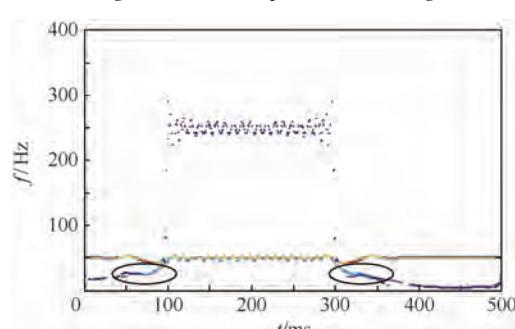


图 3 虚假频率示意图

Fig. 3 Sketch map of illusive frequency

以根据式(9)得到的相关系数  $r_i$  来衡量:

$$r_i = \frac{\sum (\text{IMF}_i - \bar{\text{IMF}}_i)(s - \bar{s})}{\sqrt{\sum (\text{IMF}_i - \bar{\text{IMF}}_i)^2} \sqrt{\sum (s - \bar{s})^2}} \quad (9)$$

相关系数  $r_i$  的阈值  $L$  可以通过式(10)确定:

$$L = \sum_i r_i + \lambda \quad (10)$$

式中:  $\lambda$  的取值由检测算法所需 IMF 分量决定。当  $L$  的取值越大时, 信号的高频特征就越突出, 但同时也会损失部分特征信息; 当  $L$  的取值越小时, 信号的特征信息就越全面, 混入虚假信息的风险也就越大。

基于以上理论, 本文提出的改进检测算法原理如下:

**步骤 1** 初始化 EEMD 的集合数  $N_s$ , 以及加入的白噪声幅度参数  $k$ 。

**步骤 2** 进行第  $n$  次 EEMD, 在信号中随机加入幅度系数为  $k$  的白噪声序列得到待处理信号  $s_n(t)$ 。对信号  $s_n(t)$  使用 EMD 分解得到  $I$  个 IMF, 表示为  $\text{IMF}_{i,n}$  ( $i=1, 2, \dots, I$ )。

**步骤 3** 对  $N_s$  次分解得到的 IMF 分量计算平均值  $\text{IMF}_i$  并将其作为第  $i$  个 IMF 分量。

$$\text{IMF}_i = \frac{\sum_{n=1}^{N_s} \text{IMF}_{i,n}}{N_s} \quad i=1, 2, \dots, I; n=1, 2, \dots, N_s$$

**步骤 4** 根据式(8)和式(9)计算 IMF 与原信号的能量差异和相关系数, 再根据判别方法剔除虚假 IMF 分量。

**步骤 5** 使用得到的 IMF 分量对信号进行重构, 得到信噪比增强后的待检测信号  $s'(t)$ 。

**步骤 6** 将信号  $s'(t)$  输入小波域 Power-Law 检测器判断是否存在瞬态信号, 其检测算法为

$$T_w = \sum_{k=1}^{M_w} \sum_{j=1}^S \left[ \frac{d_{k,j,N}^2 + d_{k,j+1,N}^2}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (d_{k,j,i}^2 + d_{k,j+1,i}^2)} \right]^V \cdot \left[ \frac{c_{M,j,N}^2 + c_{M,j+1,N}^2}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (c_{M,j,i}^2 + c_{M,j+1,i}^2)} \right]^V$$

其中:  $d_{k,j,i}^2$  和  $c_{M,j,i}^2$  分别为信号在小波域的细节系数和近似系数;  $M_w$  为小波分解层数;  $S$  为小波系数长度;  $N$  为待检测信号等分的段数;  $V$  为一个非负实数, 在检测中一般取 2.5。

### 3 信号模型

#### 3.1 瞬态信号模型

对于通信辐射源的个体识别主要从信号的瞬态和稳态两部分进行, 瞬态信号由于包含更为丰

富的个体特征而被广泛应用于个体识别。瞬态通信信号是指电台从不工作跳变到发射信号时产生的抖动信号, 持续时间很短, 通常只有几毫秒到几十毫秒。根据瞬态通信信号产生的物理机制, 本文采用的通信信号模型为 3 个起始时刻、持续时间不同的指数衰减正弦信号叠加组成, 可以用下面的公式表示:

$$s(t) = \sum_{i=1}^3 a_i e^{\lambda_i(t-\tau_i)} \cos[2\pi f_i(t-\tau_i) + \varphi_i]$$

式中:  $a_i$  和  $\tau_i$  分别为对应信号分量的幅度参数和时间延时参数。  $a_1 = 1.5, a_2 = 0.3, a_3 = 0.7, \tau_1 = 0.002 \text{ s}, \tau_2 = 0.0013 \text{ s}, \tau_3 = 0.004 \text{ s}$ 。  $\lambda_i$  为各个信号分量幅度衰减快慢的度量, 称为幅度衰减因子,  $\lambda_1 = 700, \lambda_2 = 850, \lambda_3 = 600$ 。采样频率  $f_s = 96 \text{ kHz}$ , 各个分量的信号频率为  $f_1 = 5 \text{ kHz}, f_2 = 3 \text{ kHz}, f_3 = 7 \text{ kHz}$ 。初始信号相位  $\varphi_1 = \pi/3, \pi/6, \pi/4$ , 信号持续时间为 60 ms。信号波形如图 4 所示。

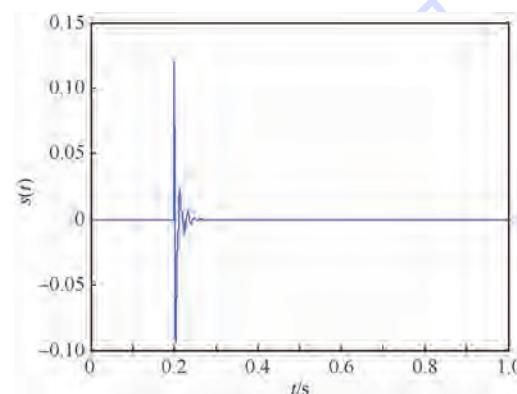


图 4 瞬态通信信号波形

Fig. 4 Waveform of transient communication signal

#### 3.2 非高斯信号模型

已有的理论和分析通常建立在干扰信号为高斯噪声的基础上, 这对于一般的电子设备是适用的。但是在复杂电磁环境下, 影响信号检测的许多噪声信号是非高斯的, 这时如果仍作为高斯噪声进行处理就会造成信号的破坏和损失。因此, 本节采用混合高斯模型对非高斯信号进行分析。混合高斯模型 (Gaussian Mixture Model, GMM) 是非高斯信号中一种重要的建模形式, 具有结构简洁、易于实现的特点<sup>[14]</sup>, 其概率密度函数的表达式为

$$f(X_t) = \sum_{i=1}^K \omega_{i,t} N(X_t | \mu_{i,t}, \sigma_{i,t}^2)$$

其中:  $\omega_{i,t}$  为  $t$  时刻第  $i$  个高斯分布在混合模型中所占的权值;  $K$  为高斯分布的个数;  $N(\cdot)$  为高斯分布的概率密度函数;  $\mu_{i,t}$  和  $\sigma_{i,t}^2$  分别为第  $i$  个高

斯分布的均值和方差。

因此,本文使用 GMM 对实际电磁环境中的背景噪声进行建模,并与瞬态通信信号混合构成待检测的信号模型。设高斯分布的个数  $K=3$ ,函数的均值分别为: $\mu_1=0, \mu_2=1, \mu_3=3$ ;方差分别为: $\sigma_1^2=5, \sigma_2^2=3, \sigma_3^2=7$ 。各个分量的权值随机生成,则 GMM 生成的非高斯噪声波形如图 5 所示。

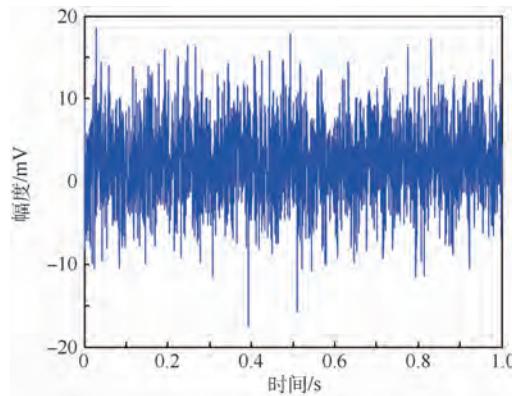


图 5 非高斯噪声波形

Fig. 5 Waveform of non-Gaussian noise

## 4 仿真分析

仿真所采用的目标通信信号  $s(t)$  由两部分组成:用于传输信息的 BPSK 调制信号  $s_1(t)$  和体现个体特征的瞬态信号  $s_2(t)$ ,其波形如图 6 所示。图 6 中纵坐标为幅度,采样频率为 20 kHz,图 6(c)中圆圈内为通信信号  $s(t)$  的个体特征。

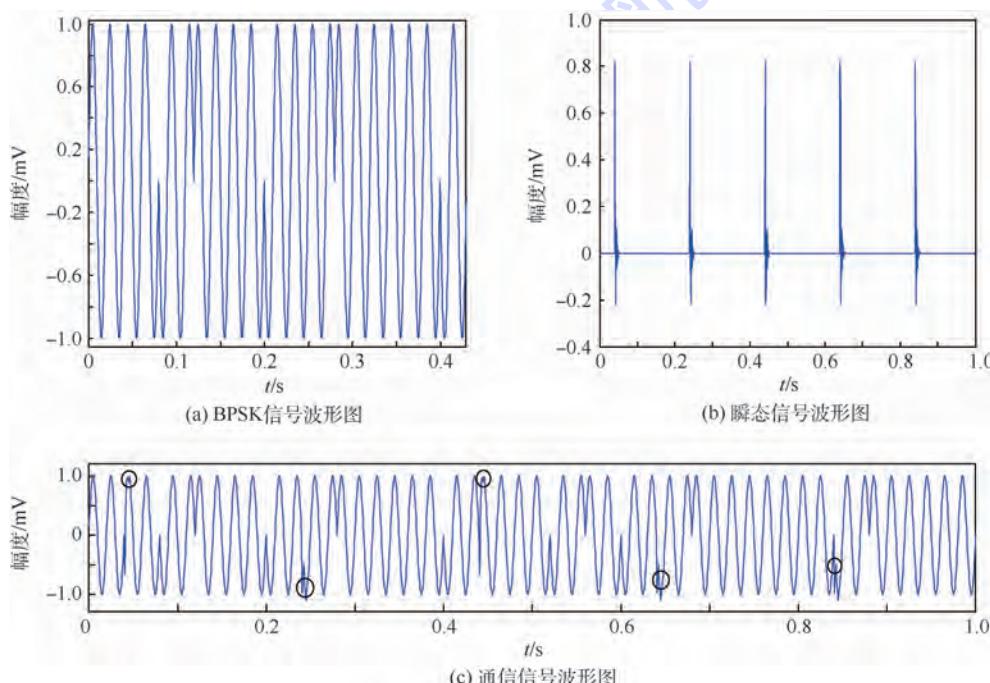


图 6 通信信号及其组成波形

Fig. 6 Waveform of communication signal and its components

在信号  $s(t)$  中加入与 3.2 节参数一致的非高斯噪声序列,得到包含瞬态通信信号的待检测信号  $x(t)$ ,设信噪比为 0 dB。首先使用经典 HHT 对信号  $x(t)$  进行分析,图 7 为 EMD 分解得到的各个 IMF 分量  $IMF_1 \sim IMF_6$  以及余量  $R$ ,由于受非高斯噪声的影响,在高频部分的 IMF 分量  $IMF_1$  和  $IMF_2$  失真严重,无法分析其真实的物理含义。同时,在  $IMF_3 \sim IMF_4$  明显存在一定程度的模态混叠。事实上,这 2 组 IMF 分量的混叠在瞬态信号产生的时刻(即在  $t = 0.04, 0.24, 0.44, 0.64, 0.84$  s 处)更为突出,也就意味着在这些局部尺度内 EMD 无法将两部分信号有效地辨别出来。从能量角度来说,  $IMF_3 \sim IMF_4$  中各有部分能量转换到  $IMF_5 \sim IMF_6$  中,形成 2 组小参数 IMF 分量,但是这 2 组 IMF 并不包含实际通信信号具有的频率分量。

图 8 为各组 IMF 分量经过 Hilbert 谱变换得到的信号能量的时频分布图。由于采用 BPSK 信号作为信息传输方式,基带信号的变化会使通信信号相位发生反相。这种反相会导致经典 HHT 对信号的变化过于敏感,体现在时频图中即为瞬时频率的突变。根据通信信号模型可知共有 5 个时刻产生了瞬态信号,12 个时刻发生了信号的反相,而这种 BPSK 信号反相时发生的频率抖动不利于对瞬态信号的检测,可能会导致检测器的虚检。此外,由于小参数 IMF 分量导致分布图中虚假频率的存在,导致对信号组成和特征的分析更

为困难。因此, 经典 HHT 对于瞬时通信信号的处理不够全面和深入, 并且存在模态混叠和虚假频率等问题, 不能实现对瞬时通信信号有效地检测。

图 9 为使用 EEMD 对待检测信号  $x(t)$  进行分解得到的各个IMF分量, 其参数 $N_s = 100, k =$

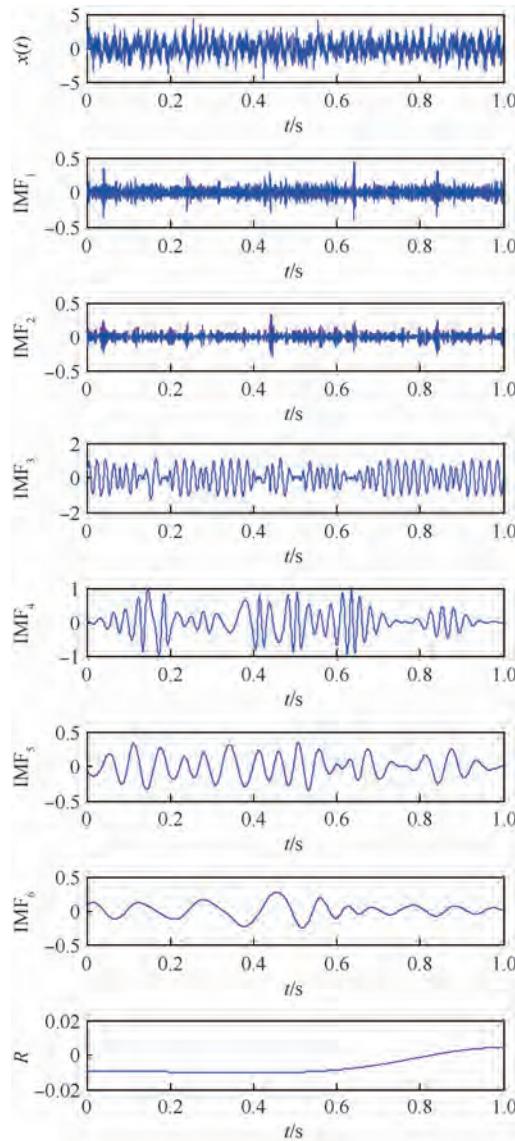


图 7 EMD 分解结果

Fig. 7 Decomposition results of EMD

0.5。由于 EEMD 的核心算法仍是 EMD, 因此得到的 IMF 数目与 EMD 一致。IMF<sub>1</sub> 和 IMF<sub>2</sub> 共同体现了瞬态通信信号的特点, 这是由于瞬态通信信号为非线性非平稳信号, 一个 IMF 分量无法包含其全部的频率成分和信号特点。对比图 7 和图 9, EEMD 通过加入随机白噪声对信号进行平滑, 抑制了非高斯噪声对瞬态通信信号的影响, 从而使瞬态信号的特征更加明显。IMF<sub>3</sub> 的波形体现了 EEMD 的优越性, 同时证明了 EEMD 理论的成立。在 EMD 分解时, IMF<sub>3</sub> 是 BPSK 信号与瞬态通信信号混叠的结果, 本质上可以等效为高频周期脉冲信号对低频 BPSK 信号的调制, 但是受到分析尺度的限制, EMD 并不能很好地把二者区分出来。而 EEMD 通过多次引入随机白噪声对信号进行多特征尺度的分析, 最终通过平均得到 IMF<sub>3</sub> 的波形。这个过程实质上是幅度较低的瞬态通信信号受到噪声的影响而模糊, 而幅度较高的 BPSK 信号相当于载频信号被保留下来。从能量的角度来看, IMF<sub>4</sub> 正是由 IMF<sub>3</sub> 分出的能量产

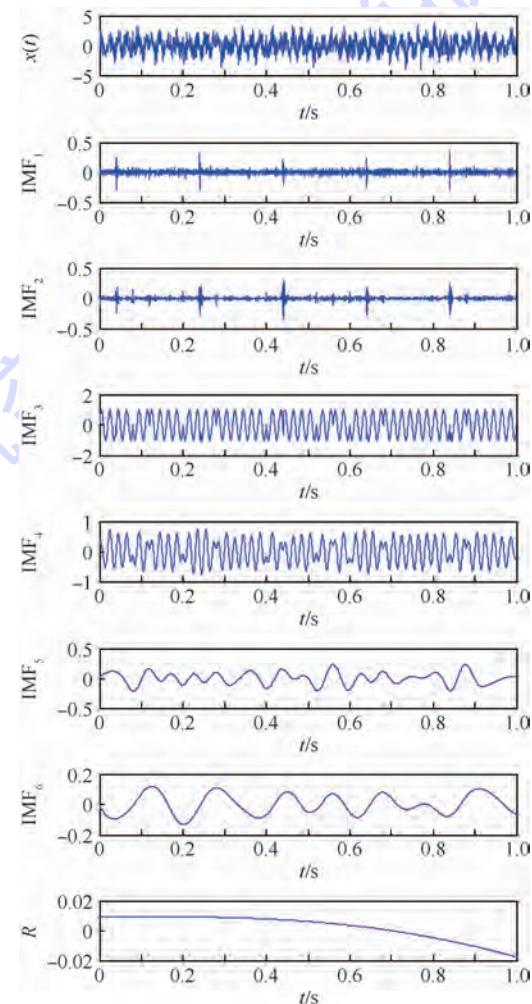


图 9 EEMD 分解结果

Fig. 9 Decomposition results of EEMD

Fig. 8 Energy time-frequency distribution of HHT

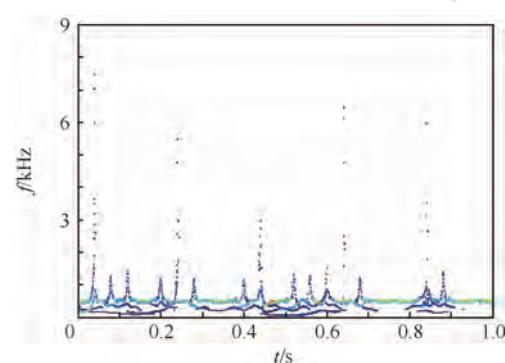


图 8 HHT 能量时频分布

生的 IMF 分量,这也是 IMF<sub>4</sub> 幅值小于 1 的原因。因此,EEMD 可以有效地分析处于非高斯噪声中的瞬态通信信号,抑制了经典 HHT 中存在的模态混叠的问题。

但是从图 9 中可以看出 EEMD 仍然存在虚假 IMF 分量的问题,因此本文提出结合能量与相关性对 IMF 分量进行筛选,剔除虚假频率对信号分析的影响。由式(8)和式(9)可得 IMF<sub>5</sub> 和 IMF<sub>6</sub> 2 组 IMF 分量为虚假分量,剔除后经过 Hilbert 变换得到信号的能量时频分布图,如图 10 所示。从图中可以看出,BPSK 信号的反相对于瞬态信号检测的影响已经大大降低,同时经过筛选后通信信号中幅度较低的虚假低频分量已经被剔除,在高频部分瞬态信号的特征也更为明显。由于减小了模态混叠和虚假频率分量的影响,使用本文提出的改进 HHT 算法得到的时频分布图可以更加有效地实现对瞬态通信信号的检测。

为了进一步研究本文算法(以下简称 IHHT 算法)的检测性能,采用正确检测率对比分析谱熵法(Spectrum Entropy, SE)<sup>[15]</sup>、HHT 算法以及本文 IHHT 算法的实际检测效果。其中正确检测率的定义为

$$\text{错误检测次数} = \text{瞬态信号判断为噪声的次数} +$$

$$\text{噪声判断为瞬态信号的次数}$$

$$\text{正确检测率} = \text{正确检测次数} / (\text{正确检测次数} + \text{错误检测次数})$$

本文分别在信噪比为 10、0 和 -10 dB 的条件下对图 6 中目标通信信号  $s(t)$  加入非高斯干扰噪声序列后进行检测,并使用 3 个方法各自独立进行 200 次的蒙特卡罗实验,得到如表 1 的检测结果。

从表 1 中可以看出,在信噪比较高时,3 种检测算法都具有较好的检测效果,正确检测率都可以达到 90% 以上。但是随着噪声干扰信号的增强,SE 算法的检测性能下降的最快,与之相

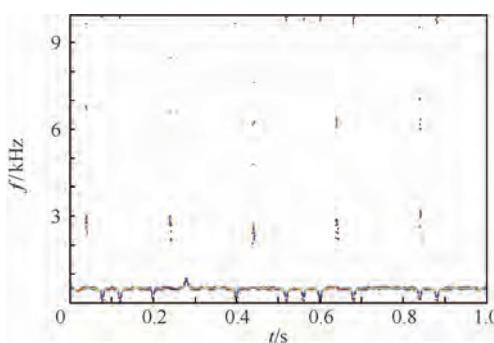


图 10 改进 HHT 能量时频分布

Fig. 10 Energy time-frequency distribution of improved HHT

表 1 3 种算法的正确检测率

Table 1 Correct detection rates of three algorithms

检测算法	信噪比/dB		
	10	0	-10
SE	90.13	86.94	81.27
HHT	92.67	89.71	86.83
IHHT	93.75	91.62	90.27

比,HHT 算法具有更好的鲁棒性。而本文提出的 IHHT 检测算法即使在 -10 dB 的条件下也能够达到 90% 以上的正确检测率,相较于经典 HHT 算法提高了 3.44%。因此,本文算法在保留了 HHT 算法良好特性的基础上,克服其模态混叠和虚假 IMF 的缺点,进一步提高了对瞬态通信信号的检测能力。

## 5 结 论

利用 EEMD 对非线性非平稳信号处理的优势并结合能量差异、相关性 2 种筛选方法,本文提出了改进 HHT 算法来实现对非高斯噪声中瞬态通信信号的有效检测。主要结论如下:

1) 通过 EEMD 引入白噪声从多个尺度分析信号成分,从而更加客观、全面地分析信号的特点;并通过 IMFs 的筛选避免模态混叠和虚假 IMF 对分析结果的影响。

2) 在信噪比较高时 IHHT 与其他检测算法都具有较好的检测效果,正确检测率都可以达到 90% 以上;但在信噪比为 -10 dB 的强干扰条件下 IHHT 算法相较于 HHT 算法能够提高 3.44% 的正确检测率。

在此基础上,下一步的研究中需要对其边界处理问题进行深入的研究。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] KLEN R W, TEMPLE M A, MENOONHALL M J. Application of wavelet denoising to improve OFDM-based signal detection and classification [J]. Security and Communication Networks, 2010, 3(1): 71-82.
- [2] CARROLL T L. A nonlinear dynamics method for signal identification [J]. Chaos, 2007, 17(2): 023109-1-023109-7.
- [3] WACHOWSKI N, AZIMI-SADJADI M R. Detection and classification of nonstationary transient signals using sparse approximations and Bayesian networks [J]. IEEE/ACM Transactions on Speech and Language Processing, 2014, 22(12): 1750-1764.
- [4] 王燕,邹男,付进,等.基于局部瞬时能量密度级的瞬态信号检测方法[J].电子与信息学报,2013,35(7):1720-1724.  
WANG Y, ZOU N, FU J, et al. Transient signal detection meth-

- od based on partial instantaneous energy density level [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35 (7): 1720-1724 (in Chinese).
- [5] HUANG N E, WU Z H. A review on Hilbert-Huang transform: Method and its application to geophysical studies [J]. Reviews of Geophysics, 2008, 46 (6): 1029-1039.
- [6] HUANG N E, SHEN S S P. The Hilbert-Huang transform and its application [M]. Kuala Lumpur: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2005: 142-146.
- [7] DIVIN Y, LYATTI M, SNEZHKO A. THz Hilbert-transform spectrum analyzer based on high- $T_c$  Josephson junction in stirling cryocooler [J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2013, 23 (3): 4-7.
- [8] 杨振, 邹男, 付进. Hilbert-Huang 变换在瞬态信号检测中的应用 [J]. 声学技术, 2015, 34 (2): 167-171.  
YANG Z, ZOU N, FU J. The application of Hilbert-Huang transform in transient signal detection [J]. Technical Acoustics, 2015, 34 (2): 167-171 (in Chinese).
- [9] 李明爱, 崔燕, 杨金福, 等. 基于 HHT 和 CSSD 的多域融合自适应脑电特征提取方法 [J]. 电子学报, 2013, 41 (12): 2479-2486.  
LI M A, CUI Y, YANG J F, et al. An adaptive multi-domain fusion feature extraction with method HHT and CSSD [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41 (12): 2479-2486 (in Chinese).
- [10] 程擂, 韩焱, 王鉴, 等. 基于改进 HHT 的水中爆炸冲击波信号时频特性分析方法 [J]. 爆炸与冲击, 2011, 31 (3): 326-331.  
CHENG L, HAN Y, WANG J, et al. Time-frequency representation analysis in underwater explosive shock wave signals based on an improved HHT method [J]. Explosion and Shock Waves, 2011, 31 (3): 326-331 (in Chinese).
- [11] 江向东, 杨德森, 时胜国. 基于高阶统计量的小波包去噪在瞬态信号检测中的应用研究 [J]. 信号处理, 2005, 21 (2): 126-130.
- JIANG X D, YANG D S, SHI S G. Wavelet packets de-noising based on high-order-statistic for transient detection [J]. Signal Processing, 2005, 21 (2): 126-130 (in Chinese).
- [12] 窦东阳, 赵英凯. 集合经验模式分解在旋转机械故障诊断中的应用 [J]. 农业工程学报, 2010, 26 (2): 190-196.  
DOU D Y, ZHAO Y K. Application of ensemble empirical mode decomposition in failure analysis of rotating machinery [J]. Transactions of the CSAE, 2010, 26 (2): 190-196 (in Chinese).
- [13] 谢静, 谭佐军, 陈阳, 等. Hilbert-Huang 变换分析 THz 脉冲信号的时频特性 [J]. 强激光与粒子束, 2014, 26 (7): 131-135.  
XIE J, TAN Z J, CHEN Y, et al. THz time-frequency analysis with Hilbert-Huang transform [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2014, 26 (7): 131-135 (in Chinese).
- [14] 韩明, 刘教民, 孟军英, 等. 一种自适应调整  $K\rho$  的混合高斯背景建模和目标检测算法 [J]. 电子与信息学报, 2014, 36 (8): 2023-2027.  
HAN M, LIU J M, MENG J Y, et al. A modeling and target detection algorithm based on adaptive adjustment  $K\rho$  for mixture Gaussian background [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36 (8): 2023-2027 (in Chinese).
- [15] 李荣荣, 胡昌奎, 余娟. 基于谱熵的语音端点检测算法改进研究 [J]. 武汉理工大学学报, 2013, 35 (7): 134-139.  
LI R R, HU C K, YU J. Research of speech endpoint detection based on spectral entropy algorithm [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2013, 35 (7): 134-139 (in Chinese).

#### 作者简介:

郭晓陶 男,硕士研究生。主要研究方向:通信辐射源个体识别、信息融合。

王星 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:电子对抗理论与技术。

# Transient communication signal detection under non-Gaussian noise based on improved HHT

GUO Xiaotao, WANG Xing\*, ZHOU Dongqing, ZHANG Ying

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Based on the characteristics of transient communication signals and non-Gaussian noise, the corresponding signal models were established, and a novel algorithm of transient communication signal detection under non-Gaussian noise was proposed based on the improved Hilbert-Huang transform (HHT), which takes the advantage of HHT in processing non-linear and non-stationary signals. The improved detection algorithm was divided into two sections: ensemble empirical mode decomposition (EEMD) and filter of intrinsic mode function (IMF) components. First, signals were decomposed into several IMF components by adding random white noise and averaging, and then false components were eliminated by energy variance and correlation, through which transient signals aliased in the non-Gaussian noise can be detected effectively. Simulation compares the detection efficiency of HHT and the proposed algorithm, and the results demonstrate that the proposed algorithm can reduce the influence of model mixing and false frequency caused by HHT and achieve more accurate analysis to the time-frequency characteristics of transient communication signal.

**Keywords:** improved HHT; ensemble empirical mode decomposition (EEMD); transient communication signal; non-Gaussian noise; signal detection

Received: 2016-07-15; Accepted: 2016-10-01; Published online: 2016-11-08 16:44

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1644.003.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161108.1644.003.html)

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20152096019)

\* Corresponding author. E-mail: wx1965@sohu.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0630

# 考虑导弹自动驾驶仪动态特性的新型制导律

张凯<sup>1,2</sup>, 杨锁昌<sup>1,\*</sup>, 张宽桥<sup>1</sup>, 张永伟<sup>1</sup>, 陈鹏<sup>1,3</sup>

(1. 军械工程学院 导弹工程系, 石家庄 050003;

2. 中国华阴兵器试验中心 制导武器试验鉴定仿真技术重点实验室, 华阴 714200; 3. 军械技术研究院, 石家庄 050003)

**摘要:** 针对拦截空中飞行目标需要满足零脱靶量和攻击角约束提高导弹制导性能等问题,首先,利用考虑噪声干扰的扩张状态观测器对目标加速度进行估计,其次,改进一种非奇异终端滑模面,将自动驾驶仪视为理想环节,然后,基于终端滑模控制理论和有限时间收敛理论推导一种滑模制导律,最后,考虑自动驾驶仪二阶动态特性,将得到的滑模制导律结合动态面控制法提出一种新型制导律。分别以不同的攻击角对机动飞行和匀速飞行的目标进行拦截,大量仿真表明,所提制导律具有良好的制导性能,能够保证导弹在零脱靶量击中目标的同时达到期望攻击角。

**关键词:** 自动驾驶仪; 攻击角约束; 制导律; 动态面控制; 非奇异终端滑模控制

**中图分类号:** V448; TJ765

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1693-12

精确制导技术在现代战争中发挥着重要作用,保证导弹零脱靶量击中目标的同时,带有一定攻击角约束,那么将会发挥导弹更大的作战效能。比如,防空导弹在攻击隐身飞机时,考虑到飞机机体上表面隐身效果差的特点,导弹需要具备天顶攻击能力。对于安装了杀伤增强装置的拦截器,如美国的 THAAD 拦截弹,采用了侧窗探测方式,拦截弹直接碰撞目标时需要带一定的攻击角<sup>[1]</sup>。

目前,关于带攻击角约束制导律的研究,出现了诸多研究成果。文献[2]利用扰动观测器对目标机动进行估计,并约束导弹击中目标时的攻击角,利用边界层法削弱抖振现象,提出了一种基于扰动观测器的滑模制导律。文献[3]利用扩张状态观测器对干扰进行观测,将导弹速度的时变和目标机动加速度视为干扰,提出一种基于扩张状态观测器的有限时间收敛制导律。文献[4]利用

扩张状态观测器对目标机动进行估计,选取了一种非奇异终端滑模面,分别采用不同的趋近律设计出 2 种带落角约束的制导律,并利用扩张状态观测器实现对目标机动加速度的估计,2 种制导律都具有较好的制导性能。文献[5]基于连续时间稳定控制方法提出了一种新的带攻击角度约束有限时间稳定制导律,通过有限时间控制理论证明了闭环制导系统状态的全局有限时间稳定性。

制导律产生的控制指令由导弹自动驾驶仪实现,导弹通过调节执行机构来跟踪控制指令,导弹在大气层飞行时,受到空气动力作用以及导弹自身硬件设备延迟等原因,使得制导指令和导弹的加速度之间存在延迟。导弹打击目标的过程中,末制导时间有限,为了精确打击目标,需要设计使弹目视线角速率快速收敛的高精度制导律,较大的延迟必然导致制导精度的下降。上述滑模制导

收稿日期: 2016-07-27; 录用日期: 2016-11-08; 网络出版时间: 2017-04-25 11:21

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170425.1121.001.html

基金项目: 国家自然科学基金 (61501493, 51177174); 武器装备军内科研项目 (ZS2015070132A12012)

\* 通讯作者: E-mail: yangsuochang\_jx@sina.com

引用格式: 张凯, 杨锁昌, 张宽桥, 等. 考虑导弹自动驾驶仪动态特性的新型制导律 [J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43 (8): 1693- 1704. ZHANG K, YANG S C, ZHANG K Q, et al. Novel guidance law accounting for dynamics of missile autopilot [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43 (8): 1693- 1704 (in Chinese).

律在推导时都将导弹自动驾驶仪视为理想环节,可以通过在制导律设计时考虑自动驾驶仪动态特性来解决这个问题。文献[6-7]详细分析了延迟对制导律的影响,并考虑自动驾驶仪动态特性设计制导律。

针对延迟问题,文献[8]提出了考虑自动驾驶仪动态特性条件下的带落角约束制导律,但是在制导初始阶段难以获得导弹击中目标时的目标航迹角。文献[9]采用二阶扩张状态观测器对目标加速度进行估计,将导弹自动驾驶仪动态特性近似为一阶惯性环节,设计了一种考虑自动驾驶仪动态特性的带落角约束制导律,具有很好的制导性能,但是在设计扩张状态观测器时,并未考虑信号污染情况。

在考虑导弹自动驾驶仪动态特性和带攻击角约束制导律研究方面,文献[10]考虑自动驾驶仪一阶动态响应,建立二维和三维制导模型,基于二阶终端滑模控制方法提出考虑导弹自动驾驶仪动态特性的有限时间收敛制导律,但是制导律表达式中含有扰动项,而且会受到目标加速度上界的影响,会导致制导律鲁棒性较差,影响导弹的制导精度。文献[11]考虑自动驾驶仪动态特性和不确定干扰,利用高精度观测器对目标机动加速度进行估计,提出了有限时间滑模制导律。但是在制导过程中,将导弹自动驾驶仪视为二阶环节更符合实际情况<sup>[12]</sup>。文献[13-14]考虑自动驾驶仪二阶动态响应,利用动态面控制法提出制导律。但实际情况中,目标机动加速度难以测量得到,在处理目标加速度时将其视为有界干扰有失一般性。文献[15]考虑自动驾驶仪动态特性补偿,结合反馈化线性技术,利用积分反演定理推导出带攻击角约束的反演递推制导律,但是制导律形式复杂,不易工程实践。

在滑模制导律研究方面,传统的滑模制导律采用线性滑模面,虽然系统状态到达滑模面后,能够渐进趋近于零,但不能保证有限时间收敛。终端滑模控制方法能够很好地解决这个问题,且具有比传统滑模控制方法更好的收敛性能<sup>[16]</sup>。文献[17]选取包含非线性函数项的终端滑模面设计制导律,能够实现系统状态在有限时间内收敛到平衡点。文献[18]在终端滑模控制方法的基础上,设计了一种能够使视线角速率和视线角误差在制导结束之前收敛到零的有限时间收敛制导律,并求解出具体的收敛时间。但是文献[17-18]所设计制导律中含有负指数项,会出现奇异问题。

利用终端滑模控制研究导弹制导控制相关问题,文献[19]提出带终端角约束的滑模制导律,文献[20]利用变结构控制理论推导出一种带攻击角约束的制导律,但都未考虑终端滑模面非奇异问题。为解决终端滑模制导律中可能存在的奇异问题,文献[21]选取非奇异终端滑模面,解决了终端滑模制导律中的奇异问题,且具有和终端滑模制导律相似的收敛特性。

以往考虑导弹自动驾驶仪动态特性的制导律的设计大多采用反推控制设计(backstepping)方法,但这种方法需要对模型进行连续求导,导致导引律表达式中含有状态的高阶导数,但实际应用中,状态的高阶导数,比如弹目视线角的二阶导数等,难以测量得到,因此该方法用于实践较难。Swaroop 等<sup>[22]</sup>在 backstepping 方法和滑模控制的基础上,提出了动态面控制方法,其实现方法是将每步设计的虚拟控制量通过一个低通滤波器,进而不需要对虚拟控制量进行多次求导,避免了出现系统状态的高阶导数,解决了 backstepping 方法中的“微分爆炸”问题,受到了广泛的应用。

本文应用动态面控制法设计一种考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性带攻击角约束的新型制导律,主要用于拦截空中目标,通过仿真对比,具有较好的制导性能,能够以较小的脱靶量和较精确的期望角度拦截目标。

## 1 弹目相对运动方程

防空导弹攻击角约束问题主要在纵向平面内研究,为便于分析讨论,在设计制导律之前,建立二维平面内导弹和目标相对运动模型如图 1 所示。其中:导弹 M 和目标 T 均视为质点;  $v_m$  为导弹速度;  $v_t$  为目标的速度,假设其均为常数,并且  $v_m > v_t$ ;  $\theta_m$  为导弹弹道倾角;  $\theta_t$  为目标航向角;  $r$  为弹目之间相对距离;  $q$  为弹目视线角;  $a_m$  和  $a_t$  分别为导弹和目标的法向加速度。

弹目相对运动方程:

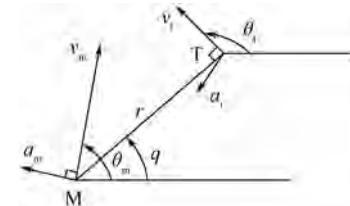


图 1 弹目相对运动示意图

Fig. 1 Schematic diagram of relative motion of missile and target

$$\begin{cases} \dot{r} = -v_m \cos(q - \theta_m) + v_t \cos(q - \theta_t) \\ \dot{rq} = v_m \sin(q - \theta_m) - v_t \sin(q - \theta_t) \\ \dot{\theta}_m = a_m/v_m \\ \dot{\theta}_t = a_t/v_t \end{cases} \quad (1)$$

由图1,易知导弹加速度 $a_m$ 和 $a_t$ 目标加速度在视线法向上的分量分别

$$\begin{cases} a_{mq} = a_m \cos(q - \theta_m) \\ a_{tq} = a_t \cos(q - \theta_t) \end{cases} \quad (2)$$

为便于推导,令导弹和目标的相对径向速度 $\dot{r} = V_r$ ,垂直速度 $\dot{rq} = V_q$ ;分别对式(1)第1式和第2式求导,得到

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= \dot{q}(v_m \sin(q - \theta_m) - v_t \sin(q - \theta_t)) + \\ &\quad \dot{v}_t \cos(q - \theta_t) + v_t \dot{\theta}_t \sin(q - \theta_t) - \\ &\quad \dot{v}_m \cos(q - \theta_m) - v_m \dot{\theta}_m \sin(q - \theta_m) \quad (3) \\ \ddot{rq} + r \ddot{q} &= \dot{q}(v_m \cos(q - \theta_m) - v_t \cos(q - \theta_t)) + \\ &\quad \dot{v}_m \sin(q - \theta_m) - v_m \cos(q - \theta_m) \dot{\theta}_m - \\ &\quad \dot{v}_t \sin(q - \theta_t) + v_t \cos(q - \theta_t) \dot{\theta}_t \quad (4) \end{aligned}$$

整理式(1)~式(4),可得

$$\dot{V}_r = \frac{V_q^2}{r} + a_t \sin(q - \theta_t) - a_m \sin(q - \theta_m) \quad (5)$$

$$\dot{V}_q = -\frac{V_r V_q}{r} + a_t \cos(q - \theta_t) - a_m \cos(q - \theta_m) \quad (6)$$

经过变换

$$\ddot{q} = -\frac{2\dot{rq}}{r} + \frac{a_t \cos(q - \theta_t)}{r} - \frac{a_m \cos(q - \theta_m)}{r} \quad (7)$$

目前对攻击角定义类型较多,取常用方式作为攻击角定义。即导弹飞向目标过程中制导末端导弹速度方向与目标速度方向的夹角<sup>[4]</sup>。攻击角约束问题指的是导弹在末制导时刻,导弹在保证零脱靶量击中目标的同时满足期望的攻击角度,用以提高导弹杀伤力。需要满足条件

$$\lim_{t \rightarrow t_f} R(t) \dot{q}(t) = 0 \quad (8)$$

$$\theta_d = \theta_m(t_f) - \theta_t(t_f) \quad (9)$$

$$|q(t_f) - \theta_m(t_f)| < \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

式中: $t_f$ 为制导结束时刻; $\theta_d$ 为导弹期望的攻击角; $\theta_m(t_f)$ 和 $\theta_t(t_f)$ 分别指的是末制导时刻导弹和目标的弹道倾角。式(8)表示在制导末端,导弹能够击中目标;式(9)表示末制导时刻,导弹击中目标时的期望攻击角;式(10)表示导弹在击中目标时目标需要在导弹导引头视场范围内。

由式(2)和式(8)可得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow t_f} R(t) \dot{q}(t) &= \lim_{t \rightarrow t_f} v_m \sin(q(t_f) - \theta_m(t_f)) - \\ &\quad v_t \sin(q(t_f) - \theta_t(t_f)) \end{aligned} \quad (11)$$

即

$$v_m \sin(q(t_f) - \theta_m(t_f)) - v_t \sin(q(t_f) - \theta_t(t_f)) = 0 \quad (12)$$

对于攻击固定目标, $\theta_t(t_f) = 0$ ,那么导弹的期望攻击角 $\theta_d$ 就变成了定值;对于机动目标,由式(11)和式(12)可知,目标末端时刻的航迹角 $\theta_t(t_f)$ 可以测量得到,那么对于所期望的导弹攻击角 $\theta_d$ 而言存在唯一的弹道倾角 $\theta_m(t_f)$ 与之对应,并且可以确定唯一的终端弹目视线角 $q(t_f)$ ,定义为 $q(t_f) = q_d$ 。因此,带攻击角约束的问题就转变为对终端视线角约束的问题。

## 2 扩张状态观测器设计

导弹制导过程中,无法直接测量目标加速度准确值,一般都是将其视为有界量。针对高速机动目标,导弹制导性能明显降低,引起制导精度下降。扩张状态观测器不仅可以观测系统的状态,也能够对系统的未知扰动和不确定性进行观测。因此,可以选用扩张状态观测器对目标加速度进行估计。将 $a_t$ 扩展为一个新的状态变量,则式(6)构成新的系统:

$$\begin{cases} \dot{V}_q = -2V_q V_r/r + a_{tq} - a_{mq} \\ \dot{a}_{tq} = g_1(t) \\ y = V_q \end{cases} \quad (13)$$

式中: $g_1(t)$ 为目标加速度 $a_t$ 的一阶导数,虽然无法直接测量目标加速度,但易知 $|g_1(t)| \leq g_0$ , $g_0$ 为常数。

考虑到实际情况中,测量任何一个状态量都无法避免受到噪声影响,因此在系统式(13)的基础上建立考虑噪声的新系统:

$$\begin{cases} \dot{V}_q = -2V_q V_r/r + a_{tq} - a_{mq} \\ \dot{a}_{tq} = g_1(t) \\ y = V_q + V_y \end{cases} \quad (14)$$

式中: $V_y$ 为量测噪声信号。

针对系统式(13),存在噪声,受到文献[23]启示,利用一阶滤波器消除噪声,在保证原系统不变的情况下,设计考虑一阶滤波器的系统:

$$\begin{cases} \dot{V}'_q = f_f(V'_q, V_q) \\ \dot{V}_q = -\frac{2V_q V_r}{r} + a_{tq} - a_{mq} \\ \dot{a}_{tq} = g_1(t) \\ y = V'_q \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $f_f(V'_q, V_q)$  表示低通滤波器;  $V'_q$  为新的状态量, 表示滤波后的信号。

根据系统式(15), 设计新的扩张状态观测器, 其数学模型为

$$\begin{cases} e_1 = z_0 - y \\ \dot{z}_1 = f_f(z_0, z_1) - \beta_{01}e_1 \\ \dot{z}_2 = z_2 - \beta_{02}\text{fal}(e_1, \alpha_1, \delta) - \frac{2V_q V_r}{r} - a_{mq} \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}\text{fal}(e_1, \alpha_2, \delta) \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $e_1$  为状态误差;  $z_2$  和  $z_3$  分别为  $V_q$  和  $a_{mq}$  的观测值;  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}, \alpha_1, \alpha_2, \delta$  分别为扩张状态观测器的参数,  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  为观测器的增益系数; 非线性函数  $\text{fal}$  为

$$\text{fal}(e_1, \alpha, \delta) = \begin{cases} |e_1|^\alpha \text{sgn}(e_1) & |e_1| > \delta \\ \frac{e_1}{\delta^{1-\alpha}} & |e_1| \leq \delta \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $0 < \alpha < 1; \delta > 0$ 。选择合适参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}, \alpha_1, \alpha_2, \delta$  就可以使得扩张状态观测器上更好地对  $V_q$  和  $a_{mq}$  进行观测和动态补偿。

目标加速度的估计值可以表示为

$$a_t = \frac{a_{mq}}{\cos(q - \theta_t)} = \frac{z_3}{\cos(q - \theta_t)} \quad (18)$$

### 3 滑模面设计

考虑如下二阶 SISO 线性不确定系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u + g(\mathbf{x}) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T \in \mathbf{R}^2$ 、 $u \in \mathbf{R}$  和  $y \in \mathbf{R}$  分别为系统的状态变量、控制输入和输出;  $f(\mathbf{x})$  和  $b(\mathbf{x})$  为关于  $\mathbf{x}$  的光滑非线性函数, 且  $b(\mathbf{x}) \neq 0$ ;  $g(\mathbf{x})$  为不确定性以及外部有界干扰, 且满足  $|g(\mathbf{x})| \leq |l_g|$ ,  $l_g$  为有界干扰的上界。

传统的终端滑模面为

$$s = x_2 + \lambda x_1^{q/p} \quad (20)$$

其中:  $\lambda > 0$  为待设计的滑模面参数;  $p$  和  $q$  ( $p > q$ ) 为正奇数。

控制器设计为

$$u = -b^{-1}(\mathbf{x}) \left[ f(\mathbf{x}) + \lambda \frac{q}{p} x_1^{\frac{q}{p}-1} x_2 + (l_g + \eta) \text{sgn}(s) \right] \quad (21)$$

式中:  $\eta > 0$ 。

由控制器表达式不难看出, 当  $x_1 = 0, x_2 \neq 0$  时, 由于  $0 < \frac{q}{p} < 1$ , 因此会引起  $x_1$  的负幂次方, 造

成控制器趋于无穷大, 出现奇异现象。

为了克服终端滑模控制奇异等问题, 设计一种非奇异终端滑模面

$$s = x_2 + ax_1 + b_1 e^{\beta x_1} \quad (22)$$

式中:  $a > 0; b_1 > 0; \beta > 0$ 。

控制器设计为

$$u = -b^{-1}(\mathbf{x}) [f(\mathbf{x}) + x_2(a + b_1 e^{\beta x_1}) + (l_g + \eta) \text{sgn}(s)] \quad (23)$$

**定理 1** 对于非线性系统式(19), 选取如式(22)所示所设计的非奇异终端滑模面, 在式(23)控制律作用下, 系统将有限时间到达滑模面, 并且在滑模面上有限时间收敛到平衡点。

**定义 1** 设系统状态初始位置  $(x_1(0), x_2(0))$  到达滑模面  $s = 0$  上到达点  $(x_1(t_r), x_2(t_r))$  的时间为到达时间  $t_r$ ; 系统状态从到达点  $(x_1(t_r), x_2(t_r))$  沿滑模面  $s = 0$  运动到状态零点  $(0, 0)$  的时间为收敛时间  $t_c$ ; 系统从任意非零初始位置  $(x_1(0), x_2(0))$  到达状态零点  $(0, 0)$  所用时间为稳定时间, 记为  $t_s$ ,  $t_s = t_r + t_c$ <sup>[14]</sup>。

**证明** 选取 Lyapunov 函数  $V_1 = \frac{1}{2}s^2$ , 将式(19)和式(22)代入该式, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= ss' = s(\dot{x}_2 + ax_2 + b_1 \beta e^{\beta x_1} x_2) = \\ &s [ax_2 + b_1 \beta e^{\beta x_1} x_2 + (f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u + g(\mathbf{x}))] \end{aligned} \quad (24)$$

将式(23)代入式(24), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s [ax_2 + b_1 \beta e^{\beta x_1} x_2 + g(\mathbf{x}) - \\ &x_2(a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) - (l_g + \eta) \text{sgn}(s)] = \\ &s(g(\mathbf{x}) - (l_g + \eta) \text{sgn}(s)) \end{aligned} \quad (25)$$

因为  $|g(\mathbf{x})| \leq |l_g|$ , 式(25)变为

$$\dot{V}_1 \leq -\eta |s| \leq 0 \quad (26)$$

由式(26)可知, 系统满足 Lyapunov 稳定性条件, 能够有限时间到达滑模面。当系统到达滑模面  $s$  后, 满足条件  $s = 0$ , 之后将会沿着滑模面向系统平衡点运动, 假设系统状态到达滑模面的时间为  $t_r$ , 从滑模面到平衡点的时间为  $t_c$ , 则式(22)变为

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 = -ax_1 - b_1 e^{\beta x_1}$$

即

$$\int_{x_1(t_r)}^0 \frac{1}{-ax_1 - b_1 e^{\beta x_1}} dx_1 = \int_0^{t_c} dt$$

整理得

$$t_c \leq \frac{\ln(ax_1(t_r) + b_1 e^{\beta x_1(t_r)})}{a + b_1 \beta e^{\beta x_1(t_r)}} \quad (27)$$

证毕

由式(27)可知,分母的值可以有限小,而分子的值为有限大,因此收敛时间为有限大小的值。当系统状态离平衡点较远时,分子的大小主要由指数项  $e^{\beta x_1(t_r)}$  决定,因此收敛时间主要受到非线性  $\dot{x}_1 = -b_1 e^{\beta x_1}$  决定;当系统状态离平衡点较近时,分子的大小主要由  $a x_1(t_r)$  决定,收敛时间主要由决定  $\dot{x}_1 = -a x_1$ 。由式(27)易知,系统状态到达平衡点的时间  $t_c$  取决于参数  $a, b_1$  和  $\beta$ 。

## 4 理想自动驾驶仪带攻击角约束制导律设计

### 4.1 制导律设计

通过分析,选取状态变量  $x_1 = q(t) - q_d(t)$ ,  $x_2 = \dot{q}(t)$ 。分析知,若状态  $x_1$  趋近于零,表明导弹以期望攻击角命中目标,若状态  $x_2$  趋近于零,表明导弹以零脱靶量击中目标。若使状态  $x_1, x_2$  同时为零即以期望攻击角命中目标,并考虑式(18)建立新的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{2}{r}\dot{r}x_2 - \frac{1}{r}a_m \cos(q - \theta_m) + \frac{1}{r}z_3 \end{cases} \quad (28)$$

为了消弱抖振,改善趋近过程的动态品质,并且实现连续的终端滑模控制,采用指数和幂次相结合的快速终端滑模趋近律

$$s = -\eta_1 s - \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s) \quad (29)$$

式中:  $\eta_1, \eta_2 > 0$ ;  $0 < \gamma < 1$ 。

令  $-\eta_1 s - \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s) = \dot{x}_2 + a x_2 + b_1 \beta e^{\beta x_1} x_2$ , 结合式(28)选取控制量  $u_1 = a_m$ , 则

$$u_1 = \frac{1}{\cos(q - \theta_m)} \{ [(a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) x_2 + \eta_1 s + \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)] r - 2r \dot{x}_2 + z_3 \} \quad (30)$$

### 4.2 稳定性证明

考虑如下非线性系统<sup>[24]</sup>:

$$\dot{x} = f(x, t), f(0, t) = 0, x \in \mathbf{R}^n$$

其中,  $f: U_0 \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^n$  在  $U_0 \times \mathbf{R}$  上连续, 而  $U_0$  是原点  $x = 0$  的一个开邻域。基于有限时间控制理论, 有如下引理。

**引理 1** 考虑非线性系统式(1), 假定存在一个定义在原点的邻域  $\hat{U} \subset U_0 \subset \mathbf{R}^n$  上的光滑函数  $V(x)$ , 并且存在实数  $c > 0$  和  $0 < \lambda < 1$ , 使得  $V(x)$  在  $\hat{U}$  上是正定的, 且  $\dot{V}(x) + cV^\lambda(x)$  在  $\hat{U}$  上半负定, 则系统的原点是有限时间稳定的。稳定时间由初值  $x(0) = x_0$  决定, 其上界为

$$T_x(x_0) \leq \frac{V^{1-l}(x_0)}{c(1-l)} \quad (31)$$

构造 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2}s^2$$

将式(30)代入式(28), 结合式(22), 得

$$\dot{V}_2 = s \dot{s} = s(-\eta_1 s - \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s) + a_{1q} - z_3) \leq -2^{\frac{\gamma+1}{2}} \eta_2 V_2^{\frac{\gamma+1}{2}} + |se_3| \quad (32)$$

假设存在一个权数  $0 < \theta \leq 1$ , 使得式(31)转换为

$$\dot{V}_2 \leq -2^{\frac{\gamma+1}{2}} \theta k_2 V_2^{\frac{\gamma+1}{2}} - 2^{\frac{\gamma+1}{2}} (1 - \theta) k_2 V_2^{\frac{\gamma+1}{2}} + |se_3|$$

如果  $V_2^{\frac{\gamma+1}{2}} > \frac{|se_3|}{2^{\frac{\gamma+1}{2}} (1 - \theta) \eta_2}$ , 则  $\dot{V}_2 \leq -2^{\frac{\gamma+1}{2}}$ .

$\theta \eta_2 V_2^{\frac{\gamma+1}{2}}$  根据引理 1, 随着  $V(x)$  的减小, 闭环系统轨迹满足  $V_2^{\frac{\gamma+1}{2}} \leq \frac{|se_3|}{2^{\frac{\gamma+1}{2}} (1 - \theta) \eta_2}$ , 意味着闭环系统能够有限时间收敛到滑模面领域, 并且有

$$\lim_{\theta \rightarrow \theta_0} s \in (s^\gamma \leq \frac{|se_3|}{(1 - \theta) \eta_2}) \quad (33)$$

当  $0 < \theta_0 < 1$ , 有

$$\lim_{\theta \rightarrow \theta_0} t_r \leq \frac{V^{\frac{1-\gamma}{2}}(s_0)}{2^{\frac{\gamma+1}{2}} \eta_2 \theta_0 (1 - \gamma)} \quad (34)$$

因此, 当扩张状态观测器稳定时, 闭环系统将会在有限时间内收敛到滑模面  $s = 0$  的领域内, 系统状态可以在有限时间内趋近到零<sup>[25]</sup>。

## 5 考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性的带攻击角约束制导律设计

### 5.1 制导律设计

在实际制导过程中, 自动驾驶仪保证导弹精确、鲁棒地跟踪制导系统产生的输入指令, 使导弹根据控制指令产生控制力矩和控制力来改变导弹的攻角, 从而改变速度矢量方向, 使得导弹精确命中目标。一般的导弹驾驶仪都具有高阶动态, 为了提高导弹制导精度又不至于使得制导律形式过于复杂, 将导弹自动驾驶仪的动态特性看成二阶惯性环节来表示, 如式(35):

$$\frac{a_m}{u} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (35)$$

用微分方程表示式(35)

$$\ddot{a}_m = -2\zeta\omega_n \dot{a}_m - \omega_n^2 a_m + \omega_n^2 u$$

式中:  $u$  为提供给导弹自动驾驶仪的控制指令;  $\zeta$  和  $\omega_n$  分别为导弹自动驾驶仪阻尼比和固有频率。

重新定义状态  $x_3 = a_m$ ,  $x_4 = \dot{a}_m$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{2}{r}\dot{x}_2 - \frac{1}{r}a_m \cos(q - \theta_m) + \frac{1}{r}z_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -2\zeta\omega_n x_4 - \omega_n^2 x_3 + \omega_n^2 u \end{cases} \quad (36)$$

设计  $x_3$  和虚拟控制量  $\bar{x}_3$ :

定义第 1 个误差表面为

$$s_1 = x_2 + ax_1 + b_1 e^{\beta x_1} - x_{2d} \quad (37)$$

式中:  $x_{2d}$  为期望值, 这里  $x_{2d} = 0$ , 因此有  $s_1 = s$ , 对其求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{x}_2 + ax_1 + b_1 \beta e^{\beta x_1} x_2 - \dot{x}_{2d} = \\ &= ax_2 + b_1 \beta e^{\beta x_1} x_2 + \left( -\frac{2}{r}\dot{x}_2 + \frac{1}{r}x_3 - \frac{1}{r}z_3 \right) - \dot{x}_{2d} \end{aligned} \quad (38)$$

第 3 节已经得出滑模面  $s = x_2 + ax_1 + b_1 e^{\beta x_1}$  能够在有限时间收敛为零, 选择一个虚拟控制量  $\bar{x}_3$ , 保证  $s_1 \rightarrow 0$ , 这里可令  $\bar{x}_3 = u_1$ , 则由式(30)可得

$$\begin{aligned} \bar{x}_3 &= \frac{1}{\cos(q - \theta_m)} \{ [(a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) x_2 + \eta_1 s + \\ &\quad \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)] r - 2\dot{r}x_2 + z_3 \} \end{aligned} \quad (39)$$

为避免传统逆推设计方法的项数爆炸问题, 引入新的虚拟控制量  $x_{3d}$ , 它由  $\bar{x}_3$  经过一个一阶滤波器得到, 将  $\bar{x}_3$  输入到时间常数为  $\tau_3$  ( $\tau_3 > 0$ ) 的一阶低通滤波器, 得到新的状态变量  $x_{3d}$ :

$$\begin{cases} \tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3 \\ x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0) \end{cases} \quad (40)$$

定义第 2 个误差表面为

$$s_2 = x_3 - x_{3d} \quad (41)$$

对其求导, 得

$$\dot{s}_2 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} \quad (42)$$

设计虚拟控制  $\bar{x}_4$  使得  $s_2 \rightarrow 0$

$$\bar{x}_4 = -k_2 s_2 + \dot{x}_{3d} \quad (43)$$

式中:  $k_2 > 0$ , 将  $\bar{x}_3$  输入到时间常数为  $\tau_4$  ( $\tau_4 > 0$ ) 的一阶低通滤波器, 得到新的状态变量  $x_{4d}$ :

$$\begin{cases} \tau_4 \dot{x}_{4d} + x_{4d} = \bar{x}_4 \\ x_{4d}(0) = \bar{x}_4(0) \end{cases} \quad (44)$$

定义第 3 个误差面为

$$s_3 = x_4 - x_{4d} \quad (45)$$

对其求导, 得

$$\dot{s}_3 = -2\zeta\omega_n x_4 - \omega_n^2 x_3 + \omega_n^2 u - \dot{x}_{4d} \quad (46)$$

设计实际的控制量  $u$  使得  $s_3 \rightarrow 0$

$$\dot{s}_3 = -k_3 s_3 \quad (47)$$

式中:  $k_3 > 0$ 。

因此, 得到实际控制量

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\omega_n^2} (2\zeta\omega_n x_4 + \omega_n^2 x_3 + \dot{x}_{4d} - k_3 x_3) = \\ &= \frac{1}{\omega_n^2} \left[ 2\zeta\omega_n x_4 - k_3 (x_4 - x_{4d}) + \omega_n^2 x_3 - \right. \\ &\quad \left. k_2 (x_3 - x_{3d}) \frac{1}{\tau_3} + (u_1 - x_{3d}) \frac{1}{\tau_4 \tau_3} - \frac{x_{4d}}{\tau_4} \right] \end{aligned} \quad (48)$$

其中:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{\cos(q - \theta_m)} \{ [(a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) x_2 + \eta_1 s + \\ &\quad \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)] r - 2\dot{r}x_2 + z_3 \} \end{aligned}$$

## 5.2 稳定性证明

首先, 定义边界层误差如下。

由式(39)得

$$\begin{aligned} y_3 &= x_{3d} - \bar{x}_3 = x_{3d} - \frac{1}{\cos(q - \theta_m)} \cdot \\ &\quad \{ [(a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) x_2 + \eta_1 s + \\ &\quad \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)] r - 2\dot{r}x_2 + z_3 \} \end{aligned} \quad (49)$$

由式(43)得

$$y_4 = x_{4d} - \bar{x}_4 = x_{4d} + k_2 s_2 - \dot{x}_{3d} \quad (50)$$

由式(41)和式(49), 得

$$\begin{aligned} x_3 &= s_2 + x_{3d} = s_2 + y_3 + \bar{x}_3 = s_2 + y_3 + \\ &\quad \frac{1}{\cos(q - \theta_m)} \{ [(a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) x_2 + \eta_1 s + \\ &\quad \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)] r - 2\dot{r}x_2 + z_3 \} \end{aligned} \quad (51)$$

由式(45)和式(50), 得

$$\begin{aligned} x_4 &= s_3 + x_{4d} = s_3 + y_4 + \bar{x}_4 = \\ &= s_3 + y_4 - k_2 s_2 + \dot{x}_{3d} \end{aligned} \quad (52)$$

由式(36)和式(37), 得

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{x}_2 + ax_1 + b_1 \beta e^{\beta x_1} x_2 - \dot{x}_{2d} = \\ &= -\frac{1}{r} [(s_2 + y_3) \cos(q - \theta_m) + \\ &\quad (\eta_1 s + \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)) r] \end{aligned} \quad (53)$$

由式(36)、式(42)和式(52), 得

$$\dot{s}_2 = x_3 - x_{3d} = x_4 - x_{4d} = s_3 + y_4 - k_2 s_2 \quad (54)$$

由式(47)知  $\dot{s}_3 = -k_3 s_3$ 。

由式(49)得

$$\dot{y}_3 = x_{3d} - \bar{x}_3 = -\frac{y_3}{\tau_3} - \dot{x}_3 \quad (55)$$

由式(50)得

$$\dot{y}_4 = x_{4d} - \bar{x}_4 = \dot{x}_{4d} + k_2 s_2 - \ddot{x}_{3d} \quad (56)$$

由文献[20]可知, 存在正实数  $M_3, M_4 > 0$ , 使得  $|\dot{x}_3| \leq M_3, |\dot{x}_4| \leq M_4$ 。

考虑 Lyapunov 函数如下:

$$V_3 = \frac{1}{2}s_1^2 + \frac{1}{2}s_2^2 + \frac{1}{2}s_3^2 + \frac{1}{2}y_3^2 + \frac{1}{2}y_4^2 \quad (57)$$

由式(37)、式(41)、式(45)、式(47)、式(49)、式(50)、式(53)~式(56),得

$$\begin{aligned} V_3 &= s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2 + s_3 \dot{s}_3 + y_3 \dot{y}_3 + y_4 \dot{y}_4 = \\ &s_1 \left\{ -\frac{1}{r} [(s_2 + y_3) \cos(q - \theta_m) + (\eta_1 s + \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)) r] \right\} + s_2 (s_3 + y_4 - k_2 s_2) + s_3 (-k_3 s_3) + y_3 \dot{y}_3 + y_4 \dot{y}_4 \end{aligned} \quad (58)$$

由式(55)和式(56)知,整理得

$$\begin{aligned} \sum_{i=3}^4 \dot{y}_i y_i &\leq \sum_{i=3}^4 \left( -\frac{y_i^2}{\tau_i} + M_i |y_i| \right) \leq \\ &\sum_{i=3}^4 \left( -\frac{y_i^2}{\tau_i} + \frac{M_i^2 y_i^2}{2} + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (59)$$

利用 Young 不等式可以得到

$$\begin{aligned} V_3 &= s_1 \left\{ -\frac{1}{r} [(s_2 + y_3) \cos(q - \theta_m) + (\eta_1 s + \eta_2 |s|^\gamma \operatorname{sgn}(s)) r] \right\} + s_2 (s_3 + y_4 - k_2 s_2) + s_3 (-k_3 s_3) + y_3 \dot{y}_3 + y_4 \dot{y}_4 \leq \\ &\frac{1}{r} \left( \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} y_3^2 - k_2 s_2^2 - k_3 s_3^2 - \frac{y_3^2}{\tau_3} + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} s_3^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} y_4^2 - k_2 s_2^2 - k_3 s_3^2 - \frac{y_3^2}{\tau_3} + \frac{M_3^2 y_3^2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{y_4^2}{\tau_4} + \frac{M_4^2 y_4^2}{2} + \frac{1}{2} \right) = \left( \frac{1}{r} + \eta_1 \right) s_1^2 + \left( \frac{1}{2r} + 1 - k_2 \right) s_2^2 + \left( \frac{1}{2} - k_3 \right) s_3^2 + \left( 1 - \frac{1}{\tau_3} + \frac{M_3^2}{2} \right) y_3^2 + \left( 1 - \frac{1}{\tau_4} + \frac{M_4^2}{2} \right) y_4^2 + 1 \end{aligned} \quad (60)$$

控制参数选取如下: $\eta_1 \geq \frac{1}{r} + \rho$ ,  $k_2 \geq \frac{1}{2r} + 1 + \rho$ ,

$\rho, k_3 \geq \frac{1}{2} + \rho$ ,  $\frac{1}{\tau_4} \geq 1 + \frac{M_3^2}{2} + \rho$ ,  $\frac{1}{\tau_3} \geq 1 + \frac{M_4^2}{2} + \rho$ 。其

中  $\rho$  为待设计的正常数,则有

$$\dot{V}_3 \leq -2\rho V_3 + 1 \quad (61)$$

解式(61)得

$$0 \leq V_3(t) \leq \frac{1}{2\rho} + \left( V_3(0) - \frac{1}{2\rho} \right) e^{-2\rho t} \quad (62)$$

很明显,  $\lim_{t \rightarrow \infty} V_3(t) \leq \frac{1}{2\rho}$ 。这表明  $s_1, s_2, s_3, s_4, y_3$  和  $y_4$  是有界的。通过适当地选取制导参数,可以使  $s_1, s_2, s_3, s_4, y_3$  和  $y_4$  任意小,从而能够保证  $V_3(t)$  在有限时间内收敛到零,保证了系统的稳定性,且系统状态在有限时间内能收敛至平衡点。

## 6 案例验证

为验证所设计制导律制导性能,需进行案例验证,根据目标状态的不同,设置 2 种仿真场景进行仿真分析。假设导弹弹体为刚体,不考虑弹性变形;地球为均匀重力场, $g$  为重力加速度,常数;大气流场均匀,不计风的影响。导弹初始位置为  $(0, 0, 500)$  m,速度为 600 m/s;目标初始位置为  $(2500, 3000, 500)$  m。扩张状态观测器参数取值为  $\beta_{01} = 44, \beta_{02} = 96, \beta_{03} = 486, \alpha_1 = 0.15, \alpha_2 = 0.4, \delta = 0.1$ 。自动驾驶仪阻尼比取 0.85,固有频率取 25 rad/s。所设计的滑模制导律,式(30)简称为 VSG,所设计的新型制导律基于动态面控制法得到,因此将式(48)简称为 DSCG,相关参数取值为:  $a = 0.3, b = 1, \beta = 3, \eta_1 = 3, \eta_2 = 0.3, \gamma = 2, \tau_3 = 0.1, \tau_4 = 0.1, k_2 = 4, k_3 = 6$ 。

考虑到制导律 VSG 和 DSCG 中含有符号函数项,会存在抖振问题,实际应用中常用  $\frac{s}{|s| + \delta_1}$  代替符号函数  $\operatorname{sgn}(s)$  对其抖振进行削弱,则 VSG 和 DSCG 的表达式如下:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{\cos(q - \theta_m)} \left\{ \left[ (a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) x_2 + \eta_1 s + \eta_2 |s|^\gamma \frac{s}{|s| + \delta_1} \right] r - 2 \dot{r} x_2 + z_3 \right\} \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\omega_n^2} (2\zeta \omega_n x_4 + \omega_n^2 x_3 + \dot{x}_{4d} - k_3 x_3) = \\ &\frac{1}{\omega_n^2} \left\{ 2\zeta \omega_n x_4 - k_3 (x_4 - x_{4d}) + \omega_n^2 x_3 - k_2 (x_3 - x_{3d}) \frac{1}{\tau_3} + \left[ \frac{1}{\cos(q - \theta_m)} \cdot \right. \right. \\ &\left. \left. \left( \left( (a + b_1 \beta e^{\beta x_1}) x_2 + \eta_1 s + \eta_2 |s|^\gamma \frac{s}{|s| + \delta_1} \right) r - 2 \dot{r} x_2 + z_3 \right) - x_{3d} \right] \frac{1}{\tau_4 \tau_3} - \frac{x_{4d}}{\tau_4} \right\} \end{aligned} \quad (64)$$

其中:  $\delta_1$  为消颤因子,取值 0.001。

为验证 DSCG 的有效性,与文献[26]所提的 BPNG 和文献[27]所提的 SMG 进行对比分析。

BPNG 表达式为

$$a_m = -\frac{N_1 v_m^2 \sin(q - q_d)}{r} - N_2 v_m (q - q_d) \quad (65)$$

其中:选取参数  $N_1 = 5, N_2 = 1$ ;  $q_d$  为期望视线角。

SMG 表达式为

$$a_m = \frac{1}{k_1 \cos(q - \theta_m)} \left[ (k_2 + k_1 k_3 + 2k_1) v_m x_2 + \right.$$

$$\varepsilon \operatorname{sgn}(s) + \frac{k_2 v_m^2 (k_3 + 1) x_1}{r} \quad (66)$$

其中:  $x_1 = q - q_d$ ;  $x_2 = \dot{x}_1$ ;  $s = k_1 x_2 + k_2 v_m x_1 / r$ 。

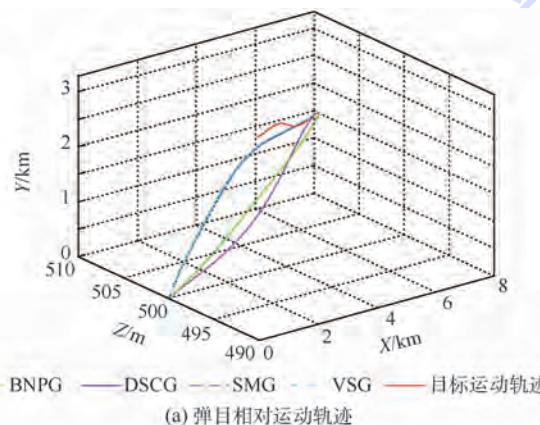
由 DSCG、SMG、VSG 表达式可以知道, 当  $q - \theta_m = \frac{\pi}{2}$  时, 控制指令  $a_m$  将趋于无穷大, 因此有必要对其进行限幅处理:

$$a_m = \begin{cases} a_m & |a_m| \leq N_{\max} g \\ N_{\max} g \operatorname{sgn}(a_m) & |a_m| > N_{\max} g \end{cases} \quad (67)$$

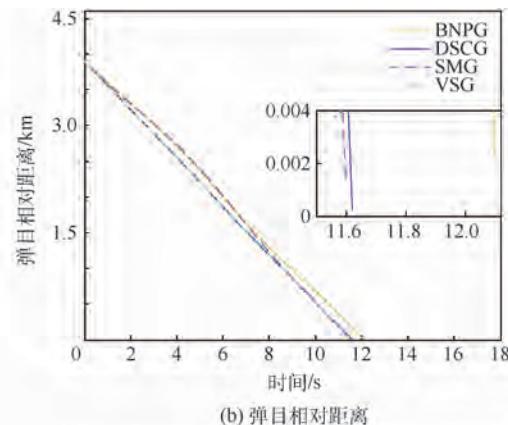
式中:  $N_{\max}$  为导弹最大可用过载。

**场景 1** 目标为机动目标, 初始速度为 180 m/s。在纵向平面做余弦运动, 并且以加速度为  $a_t = 10 \cos(\pi t/4) \text{ m/s}^2$  沿着 X 轴正向飞行, 要求导弹期望视线角 45° 飞向目标。

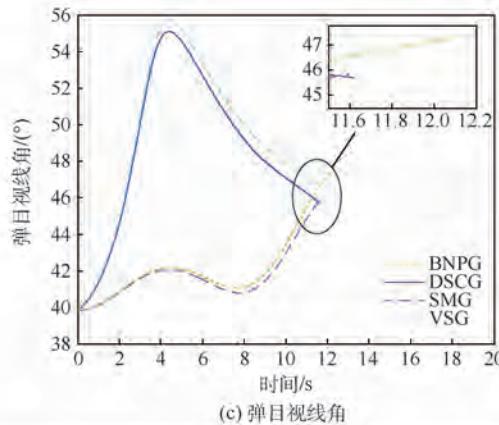
仿真实验结果如图 2 所示。为便于讨论, 将部分性能参数用于二维坐标系下分析。由图 2(a)~图 2(c) 可以看出, 导弹在 BPNG、DSCG、SMG、VSG 的作用下飞向目标的制导时间、脱靶量、视线角分别为 12.11 s、2.299 3 m、47.3°, 11.63 s、0.249 6 m、45.7°, 11.61 s、1.284 7 m、45.9°, 11.60 s、2.2993 m、46.7°。DSCG 和 VSG 在末制导时弹道较平直, 有利于末制导的精确调节。由图 2(d) 知, 从数值上来看, 由于 BPNG、SMG、VSG 未考虑自动驾驶仪二阶动态延迟特性, 因此相对于 DSCG, 制导指令变化较大, 并且有发散的趋势, 而 DSCG 在制导末端明显有收敛的趋势, 有助于导弹飞行的稳定性。由于 DSCG 和 VSG 均利用扩张状态观测器对目标加速度进行估计, 可



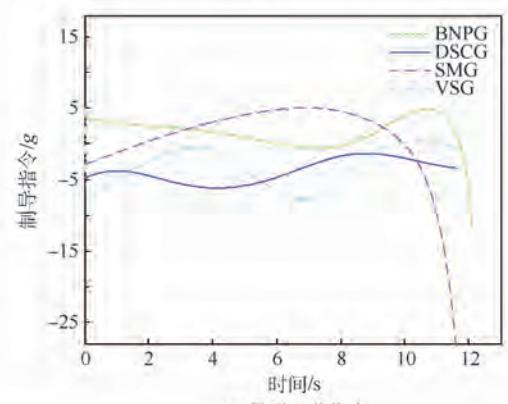
(a) 弹目相对运动轨迹



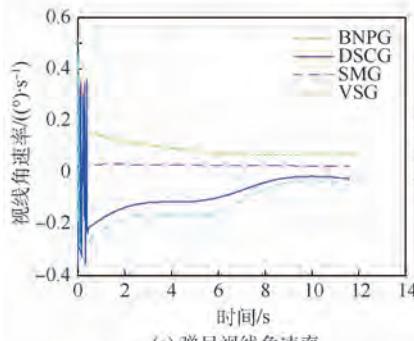
(b) 弹目相对距离



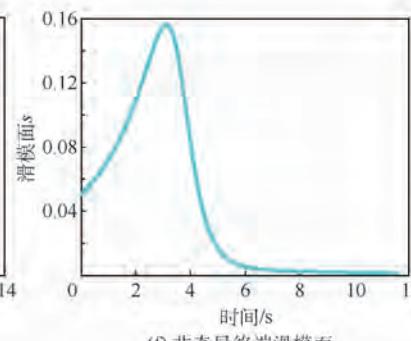
(c) 弹目视线角



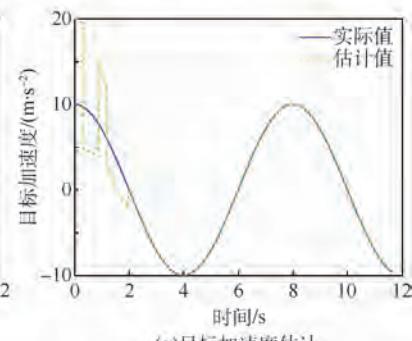
(d) 导弹过载指令



(e) 弹目视线角速率



(f) 非奇异终端滑模面



(g) 目标加速度估计

图 2 场景 1 仿真实验结果

Fig. 2 Simulation experimental results of Situation 1

以看出控制指令均能很好地跟踪目标加速度,DSCG 控制指令在末制导时刻有收敛的趋势,其他 3 种制导律的控制指令已发散,使得导弹可以提供足够的可用过载应对外界干扰,有助于降低脱靶量。由图 2(e)知,BPNG、DSCG、SMG、VSG 在制导末段弹目视线角速率都能趋近于零,受到目标机动的影响,虽然在制导初始阶段 DSCG、VSG 不稳定,影响制导精度,但 DSCG、VSG 在末制导时基本接近于零,因此依旧有较高的制导精度,表明其具有较强的鲁棒性。由图 2(f)可以看出,所设计的非奇异终端滑模面能够在有限时间收敛到零,表明导弹能够以较小的脱靶量和较精确的期望角度拦截目标。由图 2(g)可以看出,所设计考虑噪声污染的扩张状态观测器具有良好的跟踪性能,2 s 之后准确估计目标加速度真实值。

对于机动目标,根据导弹对期望视线角约束的不同,还进行 3 种仿真实验,导弹分别以  $q_d = 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  对目标进行拦截,不同视线角拦截机动目标仿真实验结果如表 1 所示。

表 1 不同视线角拦截机动目标仿真实验结果

Table 1 Simulation experimental results of maneuvering target interception at different angles of LOS

$q_d/(\text{°})$	制导律	制导时间/s		视线角偏差/(°)
		BPNG	DSCG	
30	BPNG	12.12	2.2983	2.3
	DSCG	11.69	0.2478	0.5
	SMG	11.68	1.2564	1.1
	VSG	11.67	1.4268	1.3
60	BPNG	12.08	2.2785	1.8
	DSCG	11.62	0.2398	0.3
	SMG	11.62	1.0872	0.9
	VSG	11.61	1.4139	1.2
75	BPNG	12.16	2.3012	2.5
	DSCG	11.67	0.2576	0.4
	SMG	11.66	1.1568	1.3
	VSG	11.64	1.5073	1.4

场景 2 目标为匀速飞行目标,初始速度为 180 m/s,并且以初始航迹角  $8^\circ$  飞向地面,要求导弹视线角约束为  $45^\circ$  飞向目标。仿真实验结果如图 3 所示。由图 3(a)~图 3(c)可以看出,导弹在 BPNG、DSCG、SMG、VSG 的作用下飞向目标的制导时间、脱靶量、视线角分别为 12.57 s、3.5737 m、 $41.2^\circ$ 、11.52 s、0.3452 m、 $44.6^\circ$ 、11.54 s、1.2076 m、 $46.1^\circ$ 、11.49 s、1.5231 m、 $45.5^\circ$ 。由图 3(d)知,BPNG、DSCG、VSG 制导指令加速度变化比较平稳,而 SMG 的制导指令在制导末端具有发散的效果,会影响导弹的制导精度。由图 3(e)可以看

出,4 种制导律在制导结束时均保持在零附近,均有收敛趋势,DSCG 补偿了自动驾驶仪二阶动态延迟特性和目标机动,因此能够保证制导精度。由图 3(f)可以看出,所设计的非奇异终端滑模面能够在有限时间收敛到零。

对于匀速目标,根据导弹对视线角约束的不同,还进行 3 种仿真实验,导弹分别以  $q_d = 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  对目标进行拦截。不同视线角拦截匀速目标仿真实验结果如表 2 所示。

表 2 不同视线角拦截匀速目标仿真实验结果

Table 2 Simulation experimental results of uniform-velocity target interception at different angles of LOS

$q_d/(\text{°})$	制导律	制导时间/s	脱靶量/m	视线角偏差/(°)
30	BPNG	11.63	3.5685	2.2
	DSCG	11.54	0.3542	0.3
	SMG	11.49	1.5327	1.3
	VSG	11.52	1.4536	1.3
60	BPNG	11.55	3.5507	2.1
	DSCG	11.51	0.3369	0.2
	SMG	11.48	1.5138	1.2
	VSG	11.48	1.4832	1.1
75	BPNG	11.58	3.7604	2.4
	DSCG	11.52	0.3269	0.3
	SMG	11.50	1.5023	1.2
	VSG	11.49	1.4963	1.3

BPNG 是在比例导引算法基础上附加一个偏置项设计出来的,因而具备比例导引算法的制导参数较少并且容易配置和工程实践的优点,针对固定目标和低速目标 BPNG 具有良好的性能,但是对于高速大机动目标制导性能较差。SMG 和 VSG 将导弹自动驾驶仪视为理想环节,基于滑模变结构理论设计的制导律。弹制导过程中,无法直接测量目标加速度准确值,一般都是将其视为有界量。因此,针对高速机动目标,导弹制导性能明显降低,引起制导精度下降。由于 SMG 在设计时,将目标机动视为有界干扰,而 VSG 采用扩张状态观测器对目标进行估计。并且由制导律表达式可知,变结构制导律中含有开关函数项  $\text{sgn}(s)$ ,会存在抖振现象,影响导弹命中目标的精度。DSCG 考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性,并对机动目标加速度进行估计,攻击时间较长,依然能够满足导弹对攻击时间的要求,以至于制导律具有较高的性能。

分析知,无论拦截机动目标还是匀速飞行目标,4 种制导律中,BPNG 都有较大的拦截时间和

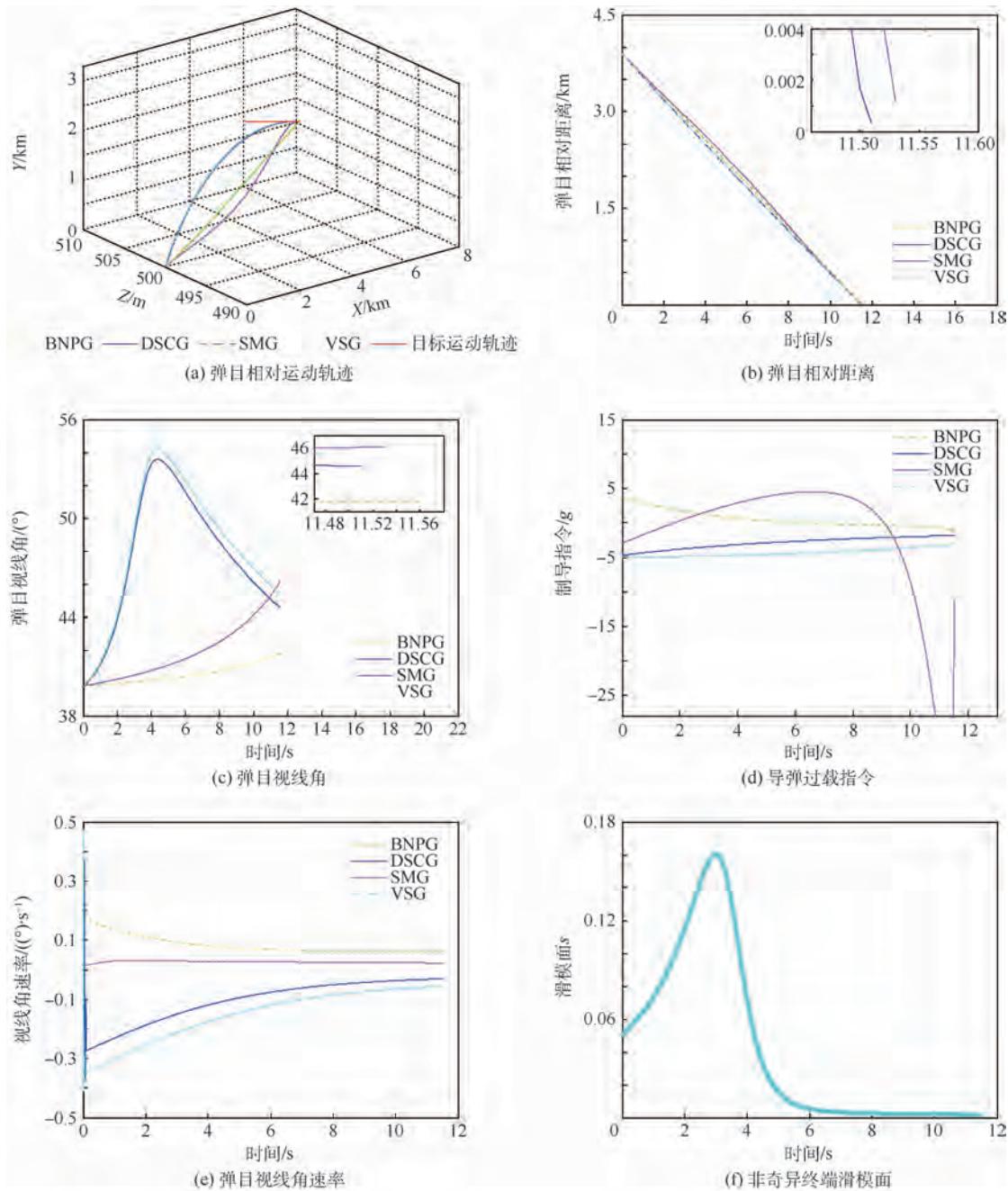


图 3 场景 2 仿真实验结果

Fig. 3 Simulation experimental results of Situation 2

较大的脱靶量,SMG 具有较低脱靶量的优势,而 VSG 具有较小拦截时间的优势,导弹自动驾驶仪的动态特性对脱靶量影响比较大,对导弹自动驾驶仪二阶动态响应具有补偿作用,能够保证相对较小的拦截时间、较小的脱靶量以及较精确的攻击角,总的来说,DSCG 具有良好的制导性能。

## 7 结 论

本文基于终端滑模控制理论和有限时间控制理论,结合动态面控制法,设计扩张状态观测器与非奇异滑模面,考虑自动驾驶仪二阶动态响应特

性,得到带攻击角约束的新型制导律。通过对比仿真可以得到以下结论:

- 1) 本文所设计的制导律中的扩张状态观测器考虑噪声干扰,能够较好地跟踪机动目标加速度,拦截目标时具有较好的制导性能。
- 2) 设计的非奇异终端滑模面能够有限时间收敛到零,保证导弹在零脱靶量击中目标的同时达到期望攻击角。
- 3) 考虑自动驾驶仪二阶动态特性,将所设计的终端滑模制导律与动态面控制法结合,所设计的新型制导律具有一定鲁棒性,能够有效改善导弹控制系统动态延迟对制导精度带来的影响,实

现精确打击。

仿真过程中,发现制导参数对制导律的性能影响较大,在后续的研究工作中将着重研究制导参数优化。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] 吴洪波.防空导弹导引方法研究综述[J].上海航天,2013,30(3):22-26.  
WU H B. A survey of guidance law in air defense weapons[J]. Aerospace Shanghai,2013,30(3):22-26 (in Chinese).
- [ 2 ] 王晓芳,郑艺裕,林海.基于扰动观测器的终端角约束滑模导引律[J].系统工程与电子技术,2014,36(1):111-116.  
WANG X F,ZHENG Y Y,LIN H. Sliding mode guidance law with impact angle constraint based on disturbance observer[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014 , 36 ( 1 ) : 111-116 (in Chinese).
- [ 3 ] 张皎,杨旭,刘源翔.基于扩张干扰观测器的带攻击角约束制导律[J].北京航空航天大学学报,2015,41(12):2256-2268.  
ZHANG J,YANG X,LIU Y X. Guidance law with impact angle constraints based on extended disturbance observer[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(12):2256-2268 (in Chinese).
- [ 4 ] 周慧波,宋申民,刘海坤.具有攻击角约束的非奇异终端滑模导引律设计[J].中国惯性技术学报,2014,22(5):606-611.  
ZHOU H B,SONG S M,LIU H K. Nonsingular terminal sliding mode guidance law with impact angle constraint [ J ]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014 , 22 ( 5 ) : 606-611 ( in Chinese ).
- [ 5 ] 刁兆师,单家元.带末端攻击角约束连续有限时间稳定制导律[J].宇航学报,2014,35(10):1141-1149.  
DIAO Z S,SHAN J Y. Continuous finite-time stabilization guidance law for terminal impact angle constrained flight trajectory [ J ]. Journal of Astronautics, 2014 , 35 ( 10 ) : 1141-1149 ( in Chinese ).
- [ 6 ] 宋俊红,宋申明.考虑输入受限和自动驾驶仪延迟的自适应滑模制导律[J].中国惯性技术学报,2015,23(3):339-344.  
SONG J H,SONG S M. Adaptive sliding mode guidance law with input constraints and autopilot lag[J]. Journal of Chinese Inertial Technology,2015,23(3):339-344 (in Chinese).
- [ 7 ] 孙胜,张华明,周荻.考虑自动驾驶仪动特性的终端角度约束滑模导引律[J].宇航学报,2013,34(1):69-77.  
SUN S,ZHANG H M,ZHOU D. Sliding mode guidance law with autopilot lag for terminal angle constrained trajectories [ J ]. Journal of Astronautics, 2013 , 34 ( 1 ) : 69-77 ( in Chinese ).
- [ 8 ] ZHOU D,QU P P,SUN S. A guidance law with terminal impact angle constraint accounting for missile autopilot[ J ]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2013 , 135 ( 5 ) : 051009.
- [ 9 ] 熊少峰,王卫红,刘晓东,等.考虑导弹自动驾驶仪动态特性的带攻击角度约束制导律[J].控制与决策,2015,30(4):585-592.  
XIONG S F,WANG W H,LIU X D,et al. Impact angle guidance law considering missile's dynamics of autopilot[ J ]. Control and Decision,2015,30(4):585-592 (in Chinese).
- [ 10 ] SUN S,ZHOU D,HOU W. A guidance law with finite-time convergence accounting for autopilot lag [ J ]. Aerospace Science and Technology, 2013 , 25 ( 1 ) : 132-137.
- [ 11 ] LI G,JI H. A guidance law with finite time convergence considering autopilot dynamics and uncertainties [ J ]. Journal of Control, Automation and Systems, 2014 , 12 ( 5 ) : 1011-1017.
- [ 12 ] 曲萍萍,周荻.考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性的三维导引律[J].航空学报,2011,32(11):2096-2105.  
QU P P,ZHOU D. Three dimensional guidance law accounting for second-order dynamics of missile autopilot [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011 , 32 ( 11 ) : 2096-2105 ( in Chinese ).
- [ 13 ] 曲萍萍,周荻.考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性的导引律[J].系统工程与电子技术,2011,33(10):2263-2267.  
QU P P,ZHOU D. Guidance law incorporating second-order dynamics of missile autopilots [ J ]. System Engineering and Electronics, 2011 , 33 ( 10 ) : 2263-2267 ( in Chinese ).
- [ 14 ] 张尧,郭杰,唐胜景,等.机动目标拦截含攻击角约束的新型滑模制导律[J].兵工学报,2015,36(8):1143-1157.  
ZHANG Y,GUO J,TANG S J,et al. A novel sliding mode guidance law with impact angle constrain for maneuvering target interception [ J ]. Acta Armamentarii, 2015 , 36 ( 8 ) : 1143-1157 ( in Chinese ).
- [ 15 ] 刁兆师,单家元.考虑自动驾驶仪动态特性的含攻击角约束的反演递推制导律[J].宇航学报,2014,35(7):818-826.  
DIAO Z S,SHAN J Y. Back-stepping guidance law with autopilot lag for attack angle constrained trajectories[ J ]. Journal of Astronautics, 2014 , 35 ( 7 ) : 818-826 ( in Chinese ).
- [ 16 ] 穆朝絮,余星火,孙长银.非奇异终端滑模控制系统相轨迹和暂态分析[J].自动化学报,2013,39(6):902-908.  
MU C X,YU X H,SUN C Y. Phase trajectory and transient analysis for nonsingular terminal sliding mode control systems [ J ]. Acta Automatica Sinica, 2013 , 39 ( 6 ) : 902-908 ( in Chinese ).
- [ 17 ] YU J,XU Q,ZHI Y. A TSM control scheme of integrated guidance/autopilot design for UAV[ C ] // 3rd International Conference on Computer Research and Development. Piscataway, NJ: IEEE Press,2011:431-435.
- [ 18 ] ZHANG Y X,SUN M W,CHEN Z Q. Finite-time convergent guidance law with impact angle constraint based on sliding-mode decontrol[ J ]. Nonlinear Dynamic, 2012 , 7 ( 3 ) : 619-625.
- [ 19 ] SHASHI R K,SACHIT R,DEBASISH G. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints[ J ]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012 , 35 ( 4 ) : 1230-1246.
- [ 20 ] RAO S,DEBASISH G. Terminal impact angle constrained guidance laws using variable structure systems theory [ J ]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013 , 21 ( 6 ) : 2350-2359.
- [ 21 ] KUMAR S R,RAO S,GHOSE D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints [ J ]. Journal of

- Guidance, Control and Dynamics, 2014, 37(4): 1114-1130.
- [22] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [23] 王华吉, 简金蕾, 雷虎民, 等. 带扩张状态观测器的新型滑模导引律 [J]. 固体火箭技术, 2015, 38(5): 522-527.
- WANG H J, JIAN J L, LEI H M, et al. A new sliding mode guidance law based on extended state observer [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2015, 38(5): 522-527 (in Chinese).
- [24] 张运喜, 孙明伟, 陈增强. 滑模变结构有限时间收敛制导律 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1413-1418.
- ZHANG Y X, SUN M W, CHEN Z Q. Sliding mode variable structure finite-time convergence guidance law [J]. Control Theory & Applications, 2012, 29 (11): 1413-1418 (in Chinese).
- [25] ZHU Z, XIA Y Q, FU M Y, et al. An observer-based missile guidance law [C] // CCDC the 23th Chinese Control and Decision Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 1282-1287.
- [26] KIM K, KIM Y. Implemental impact angle controlled guidance law design [C] // The 3rd Korea/Japan Joint Workshop on Aeronautics and Astronautics. Piscataway, NJ: IEEE Press,
- 2002.
- [27] 吴鹏, 杨明. 带终端攻击角度约束的变结构制导律 [J]. 固体火箭技术, 2008, 31(2): 116-120.
- WU P, YANG M. Variable structure guidance law with terminal attack angle constraint [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2008, 31(2): 116-120 (in Chinese).

**作者简介:**

**张凯** 男,硕士研究生。主要研究方向:精确制导理论与技术。

**杨锁昌** 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:精确制导理论与技术。

**张宽桥** 男,博士研究生。主要研究方向:精确制导理论与技术。

**张永伟** 男,博士研究生。主要研究方向:弹箭智能化与信息化技术。

**陈鹏** 男,博士,工程师。主要研究方向:弹箭智能化与信息化技术。

## Novel guidance law accounting for dynamics of missile autopilot

ZHANG Kai<sup>1,2</sup>, YANG Suochang<sup>1,\*</sup>, ZHANG Kuanqiao<sup>1</sup>, ZHANG Yongwei<sup>1</sup>, CHEN Peng<sup>1,3</sup>

(1. Department of Missile Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China;

2. Key Laboratory of Guided Weapons Test and Evaluation Simulation Technology, China Huayin Ordnance Test Center, Huayin 714200, China;

3. Ordnance Technology Research Institute, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** Interception of air targets requires zero miss-distance and impact angle constraint to improve the missile guidance performance. First, the acceleration of the target was estimated by extended disturbance observer which also considered the noise interference. Second, a nonsingular terminal sliding mode surface was improved, which considered autopilot ideally. Third, a sliding-mode guidance law was designed based on the terminal sliding mode control theory and the theory of finite time convergence. Finally, considering the second-order dynamic characteristics of autopilot, the novel guidance law was developed combining both sliding-mode guidance law and dynamic surface control method. In simulation experiments, both maneuvering targets and constant velocity targets were intercepted with different impact angle. A large number of simulation results demonstrate that the proposed guidance law can guarantee that the missile hits the target and at the same time achieves a desired angle of impact, which performs well.

**Keywords:** autopilot; impact angle constraint; guidance law; dynamic surface control; nonsingular terminal sliding mode control

**Received:** 2016-07-27; **Accepted:** 2016-11-08; **Published online:** 2017-04-25 11:21

**URL:** kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170425.1121.001.html

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61501493, 51177174); Weapon and Equipment Military Science Projects (ZS2015070132A12012)

\* **Corresponding author.** E-mail: yangsuochang\_jx@sina.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2016.0626

# 基于可能性矩的混合不确定性全局灵敏度分析



成凯, 吕震宙\*, 石岩

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

**摘要:** 在同时包含随机不确定性和模糊不确定性的结构系统中,为了分别度量随机输入变量和模糊输入变量对输出响应的统计特征的影响,提出了随机输入变量和模糊输入变量的全局灵敏度新指标。在模糊变量可能性矩定义的基础上,分析了混合不确定性下输出响应的特征。从输出响应可能性矩的角度出发,以输出响应的可能性期望为例,通过比较输出响应有条件和无条件可能性期望的概率密度函数(PDF)的平均差异,分别建立了随机输入变量和模糊输入变量关于输出响应的可能性期望的灵敏度指标。讨论了所提指标的性质,并采用Kriging代理模型来提高混合不确定性全局灵敏度指标的计算效率。最后通过算例验证了本文所提方法的准确性和高效性。

**关键词:** 模糊变量; 随机变量; 灵敏度分析; 可能性矩; Kriging代理模型

**中图分类号:** TB114

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2017)08-1705-08

灵敏度分析对于指导工程设计具有重要意义。一般来说,灵敏度分析可分为局部灵敏度分析和全局灵敏度分析。局部灵敏度分析能够度量输入参数的微小扰动对输出响应的影响,但其依赖输入参数名义值的选取,缺乏全局性与计算的稳定性<sup>[1-2]</sup>。全局灵敏度是在整个参数空间中考虑输入参数的不确定性对输出的影响,因此能够从整体上反映模型输入不确定性对模型输出不确定性的影响<sup>[1]</sup>,进而为减小输出不确定性提供指导。

目前,随机不确定性灵敏度分析方法已经发展得相对成熟,如非参数方法的指标<sup>[3-4]</sup>、基于方差的全局灵敏度指标<sup>[5-6]</sup>、矩独立的全局灵敏度指标<sup>[7-8]</sup>,但同时考虑模糊和随机不确定性的灵敏度分析则相对研究较少。文献[9]通过将模糊变量在其每个隶属水平下近似处理为均匀分布的随机变量,建立了模糊随机混合不确定性灵敏度

指标来分别度量模糊输入变量和随机输入变量对输出响应概率密度函数的影响程度。由于本质上并不能确定模糊变量在某个隶属水平下的取值规律,因此这种近似处理方式不甚合理。在同时包含随机不确定性和模糊不确定性的结构系统中,模型输出将具有模糊性和随机性,Li等<sup>[10]</sup>通过有条件的和无条件地输出响应的一阶、二阶概率矩的差异,建立了基于输出一阶、二阶概率矩的模糊输入变量和随机输入变量的灵敏度指标。但其仅考虑了模糊变量固定在其最大似然值处对输出响应的影响,并未对模糊变量在其整个可能取值范围内进行全局考虑。Greengar和Manohar<sup>[11]</sup>固定模糊变量于其名义值点处,然后通过求解有条件的和无条件的输出特征之间的差异,建立混合输入不确定性的全局灵敏度指标,同样对模糊变量没有进行考虑其全局的取值规律。在客观输入变量具有主观分布参数的全局灵敏度分析过程中,Li<sup>[12]</sup>和陈

收稿日期: 2016-07-27; 录用日期: 2016-09-02; 网络出版时间: 2016-11-17 18:11

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161117.1811.005.html

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(3102015BJ(Ⅱ)CG009)

\*通讯作者: E-mail: zhenzhou@nwpu.edu.cn

**引用格式:** 成凯, 吕震宙, 石岩. 基于可能性矩的混合不确定性全局灵敏度分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1705-1712.

CHENG K, LYU Z Z, SHI Y. Global sensitivity analysis under mixed uncertainty based on possibilistic moments [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1705-1712 (in Chinese).

超<sup>[13]</sup>等通过固定模糊变量的隶属水平,从不同角度建立了主观分布参数的灵敏度指标。从直观上讲,这种固定方式反映了模糊变量的隶属水平对输出响应特征的影响,并不能完全代表该模糊变量整个取值特征对输出响应特征的重要性。

针对目前混合不确定性灵敏度研究存在的一些问题,本文结合模糊集合理论,从输出的可能性矩的角度出发,提出了混合输入不确定作用下的全局灵敏度新指标。不同于以往的模糊变量的固定方式,本文依据模糊变量的全局取值规律来固定模糊变量本身。因此,由于固定某个模糊输入变量而造成的有条件的输出响应特征和无条件输出响应特征之间的差异应该为该模糊输入变量的函数,进而输出响应特征之间的差异本质上为一个模糊变量,对该模糊变量求可能性均值即可从全局角度考虑条件模糊输入变量对输出响应特征的重要性。本文还讨论了所提指标的一些数学性质并介绍了指标的求解步骤。为了减少计算成本,采用 Kriging 代理模型来提高计算效率。最后通过算例验证了本文所提方法的准确性和高效性。

## 1 模糊数可能性矩的定义

对于一个模糊数  $A$ ,在某一隶属水平  $\gamma$  下,其取值范围为一个固定区间  $[a_1(\gamma), a_2(\gamma)]$ , Christner 和 Robert<sup>[14]</sup> 定义了模糊数的可能性期望与可能性方差,其形式分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} M(A) = \int_0^1 \gamma (a_1(\gamma) + a_2(\gamma)) d\gamma \\ \text{Var}(A) = \int_0^1 \gamma [(M(A) - a_1(\gamma))^2 + (a_2(\gamma) - M(A))^2] d\gamma \end{array} \right. \quad (1)$$

对于一个模糊数  $A$ , Saeidifar 和 Pasha<sup>[15]</sup> 进一步定义模糊数高阶可能性中心矩为

$$\alpha_k(A) = \int_0^1 \gamma [(a_1(\gamma) - M(A))^k + (a_2(\gamma) - M(A))^k] d\gamma \quad (2)$$

式中: $k$  为可能性矩的阶次。类似于随机数,模糊数 2 阶中心矩即为可能性方差,3 阶、4 阶中心矩分别可以用来计算可能性偏度和可能性峰度。

## 2 混合输入对输出影响的定性分析

当结构系统的功能响应函数  $Y = g(X_R)$  中只含有随机变量  $X_R$  时,系统输出响应量  $Y$  只具有

随机性,此时输出响应量的各阶概率矩均为确定的值。当结构系统的功能响应函数  $Y = g(X_F)$  中只含有模糊变量  $X_F$  时,系统输出响应量  $Y$  只具有模糊性,此时输出响应量的各阶可能性矩同样为确定的值。

而当结构或系统的输入变量  $X$  中同时含有随机变量和模糊变量时:假设结构中有  $n$  ( $n = n_R + n_F$ ) 个基本变量  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 其中前  $n_R$  个变量  $X_R = (X_1, X_2, \dots, X_{n_R})$  为相互独立的随机变量,其概率密度函数(PDF)分别为  $f_{X_{Ri}}(x_{Ri})$  ( $i = 1, 2, \dots, n_R$ );后  $n_F$  个变量  $X_F = (X_{n_R+1}, X_{n_R+2}, \dots, X_n)$  为相互独立的模糊性变量,其隶属函数分别为  $\mu_{X_{Fj}}(x_{Fj})$  ( $j = n_R + 1, n_R + 2, \dots, n_R + n_F$ )。由于结构的响应量函数  $g(X_R, X_F)$  为模糊变量  $X_F$  和随机变量  $X_R$  的函数,此时输出响应量  $Y$  将同时具有模糊性和随机性。

对于模型  $Y = g(X_R, X_F)$ , 输出响应量的概率矩可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_Y(X_F) = E(Y) = \int g(x_R, X_F) f_{X_R}(x_R) dx_R \\ \sigma_Y^2(X_F) = \int (g(x_R, X_F) - E(Y))^2 f_{X_R}(x_R) dx_R \\ \alpha_{kY}(X_F) = \int (g(x_R, X_F) - E(Y))^k f_{X_R}(x_R) dx_R \end{array} \right. \quad (3)$$

式中: $f_{X_R}(x_R)$  为  $X_R$  的联合概率密度函数;  $\alpha_{kY}$  为  $Y$  的  $k$  ( $k > 2$ ) 阶中心距,则此时输出响应量的各阶概率矩均为由隶属函数表示的模糊变量。

对于模型  $Y = g(X_R, X_F)$ , 当随机向量  $X_R$  任取某一实现值  $x_R^*$  时,输出响应为其余  $n_F$  个模糊变量的函数,此时输出响应为一模糊变量,可得输出响应的可能性矩为一确定的值。因此,输出响应  $Y$  的可能性矩为  $X_R$  的函数,即输出响应量的各阶可能性矩为由概率密度函数描述的随机变量。

从上述分析可以看出,对于模糊随机混合不确定性灵敏度分析,可以从输出响应的概率矩和可能性矩两方面来考虑。本文从输出响应的可能性矩角度,以输出响应的可能性期望为例,讨论模糊和随机输入变量对输出响应量可能性矩的影响。

## 3 混合不确定性下的灵敏度指标

### 3.1 随机输入变量灵敏度指标

对于模型  $Y = g(X_R, X_F)$ , 关于输出响应求可能性期望  $M = M(Y)$ , 则所得响应的可能性期望

值为一个随机变量, 其 PDF 记为  $f_M(m)$ , 可能性期望的随机性是由模型中随机输入变量引起的。当固定某个随机输入变量  $X_{Ri}$  时, 输出响应的随机性会发生变化, 由于模型中模糊变量和随机变量的相互作用, 输出响应的模糊性同时也会变化。因此, 输出响应的可能性期望的 PDF 会发生变化。此时输出响应可能性期望的条件 PDF 记为  $f_{M|X_{Ri}}(m)$ 。 $f_{M|X_{Ri}}(m)$  与  $f_M(m)$  之间的面积差异大小可以衡量变量  $X_{Ri}$  对输出响应可能性期望 PDF 的影响。

$$S_{X_{Ri}} = \int |f_M(m) - f_{M|X_{Ri}}(m)| dm \quad (4)$$

此时  $S_{X_{Ri}}$  为  $X_{Ri}$  的函数, 为一个随机变量。对  $S_{X_{Ri}}$  求平均, 并进行归一化处理, 可得到随机输入变量  $X_{Ri}$  的灵敏度指标  $\delta_{X_{Ri}}$  为

$$\begin{aligned} \delta_{X_{Ri}} &= \frac{1}{2} E_{X_{Ri}} [ S_{X_{Ri}} ] = \\ &\frac{1}{2} E_{X_{Ri}} \left[ \int |f_M(m) - f_{M|X_{Ri}}(m)| dm \right] = \\ &\frac{1}{2} \iint |f_{M,X_{Ri}}(m, x_{Ri}) - f_M(m)f_{X_{Ri}}(x_{Ri})| dm dx_{Ri} \end{aligned} \quad (5)$$

$\delta_{X_{Ri}}$  进一步可写为 Copula 函数的形式, 来表达输出响应  $Y$  的可能性期望与  $X_{Ri}$  的相关性大小。

$$\begin{aligned} \delta_{X_{Ri}} &= \frac{1}{2} \iint |f_{M,X_{Ri}}(m, x_{Ri}) - \\ &f_M(m)f_{X_{Ri}}(x_{Ri})| dm dx_{Ri} = \\ &\frac{1}{2} \iint_0^1 |c(u, v_i) - 1| du dv_i \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $c(u, v_i)$  为  $(M, X_{Ri})$  的 Copula 密度函数。

根据上述单个随机输入变量灵敏度指标  $\delta_{X_{Ri}}$  的定义可给出一组随机输入变量  $(X_{Ri_1}, X_{Ri_2}, \dots, X_{Ri_m})$  ( $1 \leq i_m \leq n_R, m > 1, i_j (j = 1, 2, \dots, m) \in (1, 2, \dots, n_R)$ ) 的灵敏度指标  $\delta_{X_{Ri_1}, X_{Ri_2}, \dots, X_{Ri_m}}$ :

$$\delta_{X_{Ri_1}, X_{Ri_2}, \dots, X_{Ri_m}} = \frac{1}{2} E_{X_{Ri_1}, X_{Ri_2}, \dots, X_{Ri_m}} [ S_{X_{Ri_1}, X_{Ri_2}, \dots, X_{Ri_m}} ] \quad (7)$$

式中:

$$S_{X_{Ri_1}, X_{Ri_2}, \dots, X_{Ri_m}} = \int |f_M(m) - f_{M|X_{Ri_1}, X_{Ri_2}, \dots, X_{Ri_m}}(m)| dm$$

### 3.2 模糊输入变量灵敏度指标

对于模型  $Y = g(X_r, X_f)$ , 响应的可能性期望为一个随机变量, 其 PDF 记为  $f_M(m)$ 。固定某个模糊变量  $X_{Fi}$  时, 输出响应的模糊性会发生变化, 同时由于模型中模糊变量和随机变量的相互作用, 输出响应的随机性因此也会变化。所以, 固定某个模糊变量  $X_{Fi}$  后, 有条件输出响应可能性期望

的 PDF 与无条件输出响应可能性期望的 PDF 会有差异, 输出响应的条件 PDF 记为  $f_{M|X_{Fi}}(m)$ 。 $f_{M|X_{Fi}}(m)$  与  $f_M(m)$  之间的面积差异大小  $S_{X_{Fi}}$  可以衡量变量  $X_{Fi}$  对输出响应可能性期望的 PDF 的影响。

$$S_{X_{Fi}} = \int |f_{M|X_{Fi}}(m) - f_M(m)| dm \quad (8)$$

由于  $X_{Fi}$  为模糊变量, 此时  $S_{X_{Fi}}$  为  $X_{Fi}$  的函数, 所以  $S_{X_{Fi}}$  为一个模糊变量。关于  $S_{X_{Fi}}$  求可能性期望, 并进行归一化处理, 则可得模糊输入变量  $X_{Fi}$  的灵敏度指标  $\delta_{X_{Fi}}$  为

$$\delta_{X_{Fi}} = \frac{1}{2} E_{X_{Fi}} [ S_{X_{Fi}} ] = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\bar{S}_{X_{Fi}}(\gamma) + \underline{S}_{X_{Fi}}(\gamma)}{2} \gamma d\gamma \quad (9)$$

式中:  $\bar{S}_{X_{Fi}}(\gamma)$  和  $\underline{S}_{X_{Fi}}(\gamma)$  分别表示在隶属水平  $\gamma$  下  $S_{X_{Fi}}$  的上界和下界。

根据上述单个模糊输入变量灵敏度指标  $\delta_{X_{Fi}}$  的定义可给出一组模糊输入变量  $(X_{Fi_1}, X_{Fi_2}, \dots, X_{Fi_m})$  ( $1 \leq i_m \leq n_F, m > 1, i_j (j = 1, 2, \dots, m) \in (1, 2, \dots, n_F)$ ) 的灵敏度指标  $\delta_{X_{Fi_1}, X_{Fi_2}, \dots, X_{Fi_m}}$ :

$$\begin{aligned} \delta_{X_{Fi_1}, X_{Fi_2}, \dots, X_{Fi_m}} &= \\ &\frac{1}{2} E_{X_{Fi_1}, X_{Fi_2}, \dots, X_{Fi_m}} [ S_{X_{Fi_1}, X_{Fi_2}, \dots, X_{Fi_m}} ] = \\ &\frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\bar{S}_{X_{Fi_1}, X_{Fi_2}, \dots, X_{Fi_m}}(\gamma) + \underline{S}_{X_{Fi_1}, X_{Fi_2}, \dots, X_{Fi_m}}(\gamma)}{2} \gamma d\gamma \end{aligned} \quad (10)$$

上述指标体系还可以根据需要扩展到输入变量对响应量可能方差或更高阶可能矩的影响上, 进而满足不同的工程实际要求。

### 3.3 灵敏度指标的数学性质

以上所提灵敏度指标具有下列数学性质:

**性质 1**  $0 \leq \delta_i < 1$ 。

**证明** 类似于 Borgonovo<sup>[1]</sup> 提出的矩独立指标, 可知  $0 \leq \int |f_M(m) - f_{M|X_i}(m)| dm < 2$ , 因此:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \delta_i = \frac{1}{2} E_{X_i} \left[ \int |f_M(m) - f_{M|X_i}(m)| dm \right] < \\ &\frac{1}{2} E_{X_i} [ 2 ] = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

证毕

**性质 2** 如果输入变量  $X_i$  独立于输出响应的可能性期望, 则  $\delta_i = 0$ 。

**证明** 如果输入变量独立于输出响应的可能性期望, 则有条件的输出响应可能性期望的 PDF 重合, 所以  $\delta_i = 0$ 。证毕

**性质 3** 若  $\delta_j = \delta_i$ , 则输入变量  $X_j$  独立于输

出响应的可能性期望。

**证明** 若输出响应的可能性期望依赖于变量  $X_i$ , 但独立于变量  $X_j$ , 则  $f_{M|X_i, X_j}(m) = f_{M|X_i}(m)$ 。所以:

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= \frac{1}{2} E_{X_i, X_j} \left[ \int |f_M(m) - f_{M|X_i, X_j}(m)| dm \right] = \\ &= \frac{1}{2} E_{X_i} \left[ \int |f_M(m) - f_{M|X_i}(m)| dm \right] = \delta_i \end{aligned} \quad (12)$$

证毕

## 4 敏感度指标的求解方法

### 4.1 敏感度指标一般求解方法

#### 4.1.1 随机输入变量灵敏度指标的求解方法

由上述分析可知, 求解随机输入变量灵敏度指标步骤如下:

1) 将随机输入变量在其整个分布范围内抽样, 通过不确定性传递和优化算法得到输出响应量隶属函数, 求得输出响应的可能性期望, 进而估计响应量可能性期望的无条件概率密度函数  $f_M(m)$ 。

2) 根据  $X_{Ri}$  的概率密度函数抽取其样本, 将  $X_{Ri}$  固定在其中一个样本点(记为  $x_{Ri}^*$ )处, 其余的输入变量仍在整个分布范围内变化抽样, 通过不确定性传递和优化算法得到此时响应量可能性期望的条件概率密度函数  $f_{M|X_{Ri}}(m)$ 。此时, 便可以得到  $f_{M|X_{Ri}}(m)$  和  $f_M(m)$  在  $X_{Ri} = x_{Ri}^*$  处的差异面积  $S_{X_{Ri}}^*$ 。

3) 重复这个过程, 最终得到  $S_{X_{Ri}}$  的均值, 进而得到  $\delta_{X_{Ri}}$  的估计值。

#### 4.1.2 模糊输入变量灵敏度指标的求解方法

由上述分析可知, 求解模糊输入变量灵敏度指标步骤如下:

1) 将随机输入变量在其整个分布范围内抽样, 通过不确定性传递和优化算法得到输出响应量的可能性期望, 进而估计响应量可能性期望的无条件概率密度函数  $f_M(m)$ 。

2) 同样将随机输入变量在其整个分布范围内变化抽样。固定某个模糊输入变量  $X_{Fi}$  的隶属水平  $\gamma$ , 根据  $X_{Fi}$  的隶属函数可得此时  $X_{Fi} \in [\underline{X}_{Fi}(\gamma), \bar{X}_{Fi}(\gamma)]$ ,  $X_{Fi}$  在区间  $[\underline{X}_{Fi}(\gamma), \bar{X}_{Fi}(\gamma)]$  内任取一实现值  $x_{Fi}^*$ , 可通过不确定性传递和优化算法求得输出响应的可能性期望的有条件概率密度函数  $f_{M|x_{Fi}}(m)$ 。此时, 便可以得到  $f_{M|x_{Fi}}(m)$  和  $f_M(m)$  在  $X_{Fi} = x_{Fi}^*$  处的面积差异  $S_{X_{Fi}}^*$ , 当  $X_{Fi}$  遍历区间  $[\underline{X}_{Fi}(\gamma), \bar{X}_{Fi}(\gamma)]$  时, 便可得到  $S_{X_{Fi}}$  的一个区间  $[\underline{S}_{X_{Fi}}(\gamma), \bar{S}_{X_{Fi}}(\gamma)]$ 。

$S_{X_{Fi}}(\gamma)$  ]。

3) 遍历  $X_{Fi}$  的隶属水平, 即可相应地得到  $S_{X_{Fi}}$  的隶属函数, 进而得到  $S_{X_{Fi}}$  的可能性期望值和  $\delta_{X_{Fi}}$  的估计值。

由上述分析可知, 求解随机输入变量灵敏度指标时, 需要双重循环抽样以及单层优化求解  $S_{X_{Ri}}$  的均值。求解模糊输入变量的灵敏度指标时, 需要单层抽样, 但是需要双重优化来求解  $S_{X_{Fi}}$  的均值。求解所提指标的一般方法计算量较大。为了提高计算效率, 本文采用 Kriging 代理模型法来近似代理原功能函数, 模型代理以后所有的计算过程不变, 但可以大大减少计算成本, Kriging 代理模型法详细步骤见 4.2 节。

### 4.2 Kriging 代理模型法

Kriging 代理模型法是一种具有很强全局近似能力的逼近技术, 它借助某一点周围的已知信息的加权线性组合来估计该点的未知信息<sup>[16]</sup>。Kriging 代理模型法可以用来逼近模型。

#### 4.2.1 Kriging 法中的抽样阶段

Kriging 法对试验点的预测需要知道一系列观测点  $\mathbf{X}^{(k)} = \{X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}\}$  ( $k = 1, 2, \dots, N_t$ ,  $N_t$  为训练点的个数)(称为训练点(TP))的信息, 其预测能力取决于训练点所携带的信息量。若所携带的信息量足够反映整个参数空间, 那么预测结果将会较为准确。但达到足够的信息量需要大量的样本, 这导致计算成本的大幅度增加。因此, 训练点的选取对 Kriging 法的预测能力有至关重要的影响。

相比较于传统的蒙特卡罗随机抽样, 拉丁超立方抽样<sup>[17]</sup>是一种多维分层抽样方法, 它对样本数量较为节省, 尤其是当输出结果能用一个线性函数很好地逼近的情况下。应用拉丁超立方抽样得到一组输入变量样本  $\mathbf{X}^{(k)}$  ( $k = 1, 2, \dots, N_t$ )。根据函数关系  $Y = g(\mathbf{X})$  可计算得到训练点处的输出响应值:

$$\mathbf{Y}_{TP} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_{N_t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(\mathbf{X}^{(1)}) \\ Y(\mathbf{X}^{(2)}) \\ \vdots \\ Y(\mathbf{X}^{(N_t)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots, X_m^{(1)}) \\ Y(X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, \dots, X_m^{(2)}) \\ \vdots \\ Y(X_1^{(N_t)}, X_2^{(N_t)}, \dots, X_m^{(N_t)}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{Y}_{TP}$  为训练点向量对应的输出响应值。

根据训练点和与之对应的信息, Kriging 代理模型法可以构造出  $g(\mathbf{X})$  近似模型。

#### 4.2.2 Kriging 法的基本理论

通常情况下, Kriging 模型由线性回归部分和

非参数随机部分组成<sup>[18-19]</sup>。描述如下:

$$g(\mathbf{X}) = \sum_{l=1}^M q_l(\mathbf{X}) \beta_l + \mathbf{h}(\mathbf{X}) = \mathbf{q}^T(\mathbf{X}) \boldsymbol{\beta} + \mathbf{h}(\mathbf{X}) \quad (14)$$

式中:  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M]^T$  为回归系数;  $\mathbf{q}(\mathbf{X}) = [q_1(\mathbf{X}), q_2(\mathbf{X}), \dots, q_M(\mathbf{X})]^T$  为回归模型基函数;  $\mathbf{h}(\mathbf{X})$  为高斯随机部分, 服从  $N(0, \sigma^2)$ , 且  $(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$  的方差可定义如下:

$$\text{Cov}(h(\mathbf{X}_i), h(\mathbf{X}_j)) = \sigma^2 R(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) \quad (15)$$

其中:  $R(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$  为相关方程, 对近似精确程度起决定性作用。Koehler 和 Owen<sup>[20]</sup> 提供了若干可供选择的相关方程, 其中高斯相关方程最为通用。

$$R(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) = \exp \left[ - \sum_{k=1}^b \varepsilon_k (X_k^i - X_k^j)^2 \right] \quad (16)$$

式中:  $\varepsilon_k$  为相关性参数;  $X_k^i$  和  $X_k^j$  分别为向量  $\mathbf{X}_i$  和  $\mathbf{X}_j$  的第  $k$  个分量。相关方程反映了参数空间中 2 个点的相似程度。若点  $X_k^i$  和  $X_k^j$  之间的距离很小, 那么这 2 个点携带的信息就很相似, 这表征了 2 个点的高相似度。因此, 相关方程能更为有效地被用来收集试验点周围训练点的信息。

由于未知参数  $\boldsymbol{\beta}$  和  $\sigma^2$  依赖于相关性参数  $\varepsilon_k$ , 根据最大似然估计理论<sup>[20]</sup>, 易得

$$\varepsilon_k = \min_{\varepsilon_k} \left( \frac{1}{2} (N_i \ln \sigma^2 + \ln |\mathbf{R}|) \right) \quad (17)$$

根据文献[20-21], 未知参数  $\boldsymbol{\beta}$  和  $\sigma^2$  可估计如下:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{Q}^T \mathbf{R} \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{L} \quad (18)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N_i} (\mathbf{L}^T - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{L} - \hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1) & \cdots & R(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_{N_i}) \\ \vdots & & \vdots \\ R(\mathbf{X}_{N_i}, \mathbf{X}_1) & \cdots & R(\mathbf{X}_{N_i}, \mathbf{X}_{N_i}) \end{bmatrix}$  为训练

点的相关矩阵;  $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}(\mathbf{X}_1), \mathbf{q}(\mathbf{X}_2), \dots, \mathbf{q}(\mathbf{X}_{N_i})]$  为基函数矩阵;  $\mathbf{L}$  为样本点处输出响应矢量。因此, Kriging 模型的构建可以转化为一个非线性无约束寻优过程。

故对于试验点  $\mathbf{X}$ ,  $g(\mathbf{X})$  模型的最佳无偏估计为

$$\hat{g}(\mathbf{X}) = \hat{\mathbf{q}}^T(\mathbf{X}) \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T(\mathbf{X}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{L} - \hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (20)$$

式中:  $\mathbf{r}(\mathbf{X}) = [R(\mathbf{X}, \mathbf{X}_1), R(\mathbf{X}, \mathbf{X}_2), \dots, R(\mathbf{X}, \mathbf{X}_{N_i})]^T$  为试验点与训练点之间的相关性向量。

式(20)中的第 2 项是第 1 项的插值残留项, 因此, 输出响应统计特征能被精准地估计。尽管构建 Kriging 模型非常复杂, 但其得到了广泛的应用, 同时发展了 DACE 工具箱<sup>[21]</sup>。本文指标的求

解就是基于此工具箱。

由上述分析可知, 采用 Kriging 代理模型法需要  $N_i$  个训练点, 因此, 上述方法调用原始模型次数为  $N_i$  次。采用 Kriging 代理模型法可大大提高指标计算效率。

## 5 算例

本节通过一个数值算例和 2 个工程算例, 分别通过一般方法和 Kriging 代理模型法计算上文所提指标, 验证了所提方法的准确性和高效性。

**算例 1** 考虑线性模型  $g(\mathbf{x}) = 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4$ , 其中  $x_1$  和  $x_2$  为相互独立的正态随机变量, 均值向量  $\boldsymbol{\mu} = (3, 4)$ , 标准差向量  $\boldsymbol{\sigma} = (1, 1)$ 。 $x_3$  和  $x_4$  均为模糊变量, 隶属函数分别为  $\mu_{x_3}(x_3) = \exp[-(x_3 - 6^2)/2]$  和  $\mu_{x_4}(x_4) = \exp[-(x_4 - 3)^2/2]$ 。

分别用一般方法和 Kriging 代理模型法计算关于输出响应的可能性期望的灵敏度指标, 计算结果如表 1 所示。

表 1 算例 1 各输入变量的灵敏度指标值

Table 1 Sensitivity index values of input variables in Example 1

随机变量	灵敏度指标值	
	一般方法	Kriging 法
$x_1$	0.2113	0.2113
$x_2$	0.4087	0.4087
$x_3$	0.0482	0.0482
$x_4$	0.0947	0.0948

从表 1 计算结果可以看出, 随机变量对输出可能性期望影响排序为  $x_2 > x_1$ , 模糊变量对输出可能性期望影响排序为  $x_4 > x_3$ 。应用 Kriging 代理模型计算结果与一般方法计算结果一致。一般方法计算量为  $10^8$  次, 而应用 Kriging 代理模型计算量仅为 100 次, 采用 Kriging 代理模型法极大地提高了计算效率。

**算例 2** 如图 1 所示的流体管道, 根据管道的蓄水能力建立极限状态方程为<sup>[22]</sup>

$$g = 25.835Y - 4.3542W(C_3 + KC_1 + KC_2)$$

其中: 各变量是描述管道性能的参数, 其中  $K = 0.9$ 。假设  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_3$  为模糊变量, 隶属函数为  $\mu_{x_i}(x_i) = \exp[-(x_i - c)^2/2\sigma^2]$ , 隶属函数的参数如表 2 所示;  $Y(Y_1, Y_2, Y_3)$  为与摩擦因子负相关的参数,  $W$  为与沉淀率正相关的参数, 均值向量  $\boldsymbol{\mu} = (8.59, 7.01)$ , 标准差向量  $\boldsymbol{\sigma} = (2, 0.862)$ 。

分别用一般方法和 Kriging 代理模型法计算关于输出的可能性期望的灵敏度指标, 可得计算结果如表 3 所示。

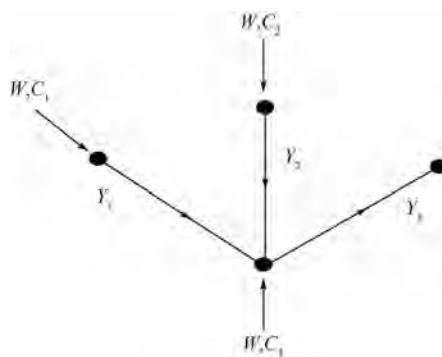


图 1 流体管道系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a sewer pipe system

表 2 算例 2 各模糊变量参数值

Table 2 Parameter values of fuzzy variables in Example 2

随机变量	模糊变量	$c$	$\sigma$
$x_1$	$C_1$	0.825	0.070
$x_2$	$C_2$	0.825	0.070
$x_3$	$C_3$	0.900	0.050

表 3 算例 2 各输入变量的灵敏度指标值

Table 3 Sensitivity index values of input variables in Example 2

参数	灵敏度指标值	
	一般方法	Kriging 法
$C_1$	0.0049	0.0049
$C_2$	0.0049	0.0049
$C_3$	0.0043	0.0043
$Y$	0.7642	0.7642
$W$	0.0537	0.0537

从表 3 计算结果可以看出, 随机变量对输出可能性期望影响排序为  $Y > W$ , 模糊变量对输出可能性期望影响排序为  $C_3 > C_1 = C_2$ 。应用 Kriging 代理模型计算结果与一般方法计算结果一致。一般方法计算量为  $10^8$  次, 而应用 Kriging 代理模型计算量仅为 200 次, 采用 Kriging 代理模型法极大地提高了计算效率。

**算例 3** 如图 2 所示的屋架, 屋架的上弦杆和其他压杆采用钢筋混凝土杆, 下弦杆和其他拉杆采用钢杆。设屋架承受均布载荷  $q$  作用, 将均布载荷  $q$  化成节点载荷后有  $P = ql/4$ 。结构力学分析可得  $C$  点沿垂直地面方向的位移为  $\Delta_c = \frac{ql^2}{2} \left( \frac{3.81}{A_e E_e} + \frac{1.13}{A_s E_s} \right)$ , 其中  $A_e$ 、 $A_s$ 、 $E_e$ 、 $E_s$  和  $l$  分别为混凝土和钢杆的横截面积、弹性模量和长度。考虑屋架的安全性和适用性, 以屋架顶端  $C$  点的向下挠度不大于 3 cm 为约束条件建立结构的极限状态函数。假设所有变量之间相互独立,  $E_e$  和  $E_s$

为模糊随机变量, 它们的隶属函数为

$$\pi_{E_e}(E_e) =$$

$$\begin{cases} \frac{E_e - 1.88 \times 10^{10}}{1.2 \times 10^9} & 1.88 \times 10^{10} \leq E_e < 2 \times 10^{10} \\ \frac{E_e - 2.12 \times 10^{10}}{-1.2 \times 10^9} & 2 \times 10^{10} \leq E_e \leq 2.12 \times 10^{10} \end{cases}$$

$$\pi_{E_s}(E_s) =$$

$$\begin{cases} \frac{E_s - 0.94 \times 10^{11}}{6 \times 10^9} & 0.94 \times 10^{11} \leq E_s < 1 \times 10^{11} \\ \frac{E_s - 1.06 \times 10^{11}}{-6 \times 10^9} & 1 \times 10^{11} \leq E_s \leq 1.06 \times 10^{11} \end{cases}$$

$A_e$ 、 $A_s$ 、 $q$ 、 $l$  为随机变量, 分布参数参见表 4。

分别用一般方法和 Kriging 代理模型法计算关于输出的可能性期望的灵敏度指标, 可得计算结果如表 5 所示。

从表 5 的计算结果可以看到, 随机输入变量对输出响应可能性期望的重要性排序为:  $\delta_l > \delta_q > \delta_{A_s} > \delta_{A_e}$ , 模糊输入变量对输出响应可能性期望的重要性排序为:  $\delta_{E_s} > \delta_{E_e}$ 。采用 Kriging 代理模型计算结果与一般方法的重要性排序一致, 指标值非常接近。一般方法计算量为  $10^8$  次, 而应用 Kriging 代理模型计算量仅为 200 次, 采用 Kriging 代理模型法极大地提高了计算效率。

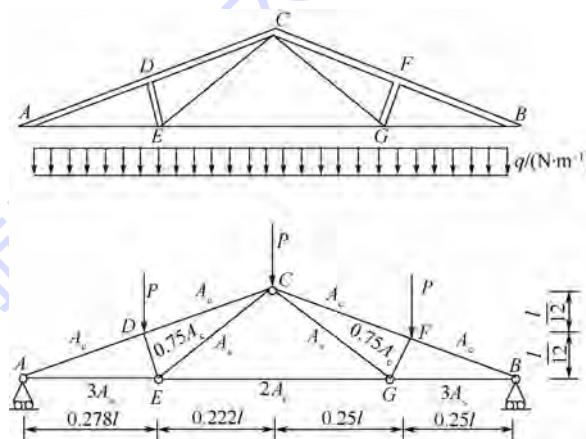


图 2 屋架结构的简单示意图

Fig. 2 Schematic diagram of a roof truss structure

表 4 屋架结构随机变量的数值特征

Table 4 Numerical characteristics of random variables in roof truss structure

随机变量	分布类型	均值	标准差
$q/(N \cdot m^{-1})$	正态	20 000	1 400
$l/m$	正态	12	0.12
$A_s/m^2$	正态	$9.82 \times 10^{-4}$	$5.982 \times 10^{-5}$
$A_e/m^2$	正态	0.04	0.0048

**表5 算例3各输入变量基于输出可能性期望的  
灵敏度指标值**

**Table 5 Sensitivity index values of input variables  
based on output possibilistic expectation in Example 3**

参数	灵敏度指标值	
	一般方法	Kriging 法
$q$	0.3394	0.3391
$l$	0.6739	0.6736
$A_c$	0.1444	0.1443
$E_c$	0.0120	0.0119
$A_s$	0.1585	0.1584
$E_s$	0.0291	0.0290

## 6 结 论

1) 通过分析混合不确定性下输出响应的特征,指出混合不确定性作用下响应输出的概率矩为一个模糊变量,而可能性矩为一个随机变量。

2) 基于模糊变量可能性矩的定义,以输出响应的一阶可能性中心距为例,比较输出响应有条件和无条件可能性期望的概率密度函数的平均差异,分别建立了随机输入变量和模糊输入变量关于输出响应的可能性期望的灵敏度指标。类似地可以将所提指标扩展来衡量输入变量对输出响应的高阶可能性矩的影响。

3) 为了高效求解所提指标,本文采用了 Kriging 代理模型法,该方法只需对原始模型进行一次代理即可较精确求解所提指标,因此大大减少了计算量。

## 参考文献 (References)

- [1] BORGONOVO E. Measuring uncertainty importance: Investigation and comparison of alternative approaches [J]. Risk Analysis, 2006, 26(5):1349-1361.
- [2] HAMBY D M. A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models [J]. Environmental Monitoring and Assessment, 1994, 32(2):135-154.
- [3] SALTELLI A, MARIVOET J. Non-parametric statistics in sensitivity analysis for model output: A comparison of selected techniques [J]. Reliability Engineering & System Safety, 1990, 28(2):229-253.
- [4] STORLIE C B, SWILER L P, HELTON J C, et al. Implementation and evaluation of nonparametric regression procedures for sensitivity analysis of computationally demanding models [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(11):1735-1763.
- [5] SOBOL I M. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models [J]. Mathematical Modeling and Computational Experiment, 1993, 1(4):407-414.
- [6] SOBOL I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2001, 55(1):271-280.
- [7] BORGONOVO E. A new uncertainty importance measure [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(6):771-784.
- [8] LIU Q, HOMMA T. A new computational method of a moment-independent uncertainty importance measure [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(7):1205-1211.
- [9] SONG S F, LU Z Z, CUI L J. A generalized Borgonovo's importance measure for fuzzy input uncertainty [J]. Fuzzy Sets & Systems, 2012, 189(1):53-62.
- [10] LI L Y, LU Z Z, LI W. Importance measure system of fuzzy and random input variables and its solution by point estimates [J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(8):2167-2179.
- [11] GREGGAR G, MANOHAR C. Global response sensitivity analysis of uncertain structures [J]. Structural Safety, 2016, 58(10):94-104.
- [12] LI L Y, LU Z Z. Importance analysis for model with mixed uncertainties [J]. Fuzzy Sets & Systems, 2017, 310(6):90-107.
- [13] 陈超,吕震宙.模糊分布参数的全局灵敏度分析新方法 [J].工程力学,2016,2(3):25-33.  
CHEN C, LÜ Z Z. A new method for global sensitivity analysis of fuzzy distribution parameters [J]. Engineering Mechanics, 2016, 2(3):25-33 (in Chinese).
- [14] CHRISTER C, ROBERT F. On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers [J]. Fuzzy Sets & Systems, 2012, 122(2):315-326.
- [15] SAEIDIFAR A, PASHA E. The possibilistic moments of fuzzy numbers and their applications [J]. Journal of Computational & Applied Mathematics, 2009, 223(2):1028-1042.
- [16] KAYMAZ I. Application of Kriging method to structural reliability problems [J]. Structural Safety, 2005, 27(2):133-151.
- [17] OLSSON A, SANDBERG G, DAHLBLOM O. On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis [J]. Structural Safety, 2003, 25(2):47-68.
- [18] LV Z Y, LU Z Z, WANG P. A new learning function for Kriging and its applications to solve reliability problems in engineering [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2015, 70(5):1182-1197.
- [19] PIERRIC K, BRUNO S, NADÈGE V, et al. A new surrogate modeling technique combining Kriging and polynomial chaos expansions -Application to uncertainty analysis in computational dosimetry [J]. Journal of Computational Physics, 2015, 286(10):103-117.
- [20] KOEHLER J R, OWEN A B. 9 computer experiments [J]. Handbook of Statistics, 1996, 13(2):261-308.
- [21] ZHANG L G, LU Z Z, WANG P. Efficient structural reliability analysis method based on advanced Kriging model [J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39(2):781-793.
- [22] ROBERT H S, MARK A C. System reliability and sensitivity factors via the MPPSS method [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2005, 20(2):148-157.

## 作者简介：

成凯 男,硕士研究生。主要研究方向:可靠性工程、灵敏度分析。

吕震宙 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计及可靠性工程。

## Global sensitivity analysis under mixed uncertainty based on probabilistic moments

CHENG Kai, LYU Zhenzhou\*, SHI Yan

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** For the structures with fuzzy uncertainty and random uncertainty simultaneously, to measure the influence of fuzzy and random input variables on the statistical characteristic of output response, a new global sensitivity index is proposed. Based on the definition of probabilistic moments of the fuzzy variable, the characteristic of the output response under mixed uncertainty is analyzed. With respect to the probabilistic moments of the output response, the probabilistic expectation of output response is taken as an example, and the average difference between the unconditional probability density function (PDF) and the conditional PDF of the model output probabilistic expectation is used to establish the global sensitivity indices for both the fuzzy input and the random input. The properties of the proposed global sensitivity indices are discussed, and the Kriging surrogate model is applied to solving the proposed index efficiently. Finally, some examples are used to verify the rationality and effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** fuzzy variable; random variable; sensitivity analysis; probabilistic moments; Kriging surrogate model

Received: 2016-07-27; Accepted: 2016-09-02; Published online: 2016-11-17 18:11

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161117.1811.005.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20161117.1811.005.html)

Foundation item: the Fundamental Research Funds for the Central Universities (3102015BJ(Ⅱ) CG009)

\* Corresponding author. E-mail: zhenzhoulu@nwpu.edu.cn

# 《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊，并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行，为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平，特制定本简则。

## 1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

## 2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品，尚未公开发表过，并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题，一切责任由作者承担。

2.3 主题明确，数据可靠，图表清晰，逻辑严谨，文字精练，标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序：中文题名(一般不超过 20 个汉字)，作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码(作者顺序始终不得更改)，中文摘要(包括目的、方法、结果及结论)，中文关键词(5~8 个)，中图分类号，引言，正文，参考文献，英文题名，作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别，英文摘要，英文关键词。首、末页下角注明基金项目名称及编号，作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

## 3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定利用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表，将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知，作者有权改投它刊。在此之前，请勿一稿多投，否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登，即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出，即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时，不再征询作者意见。

邮寄地址：100191 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部

办公地点：北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间

电 话：(010)82315594,82338922,82314839

E-mail：jbuaa@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

http://www.buaa.edu.cn

# 《北京航空航天大学学报》

## 第五届编辑委员会

**主任(主编):** 赵沁平

(以下按姓氏笔划为序)

<b>副主任(副主编):</b>	丁希仑	王少萍	孙志梅	李秋实	李焕喜	杨嘉陵
	苗俊刚	相 艳	徐立军	钱德沛	曹晋滨	
<b>编 委:</b>	马殿富	王 琪	王 聰	邓小燕	王青云	王荣明
	刘 红	江 洁	刘 强	闫 鹏	朱天乐	刘铁钢
	陈万春	邹正平	苏东林	杨世春	沈成平	邱志平
	杨树斌	张晓林	杨晓奕	杨继萍	李惠峰	宋知人
	杨照华	宋凝芳	周 锐	林宇震	林贵平	吴新开
	胡庆雷	赵秋红	段海滨	赵巍胜	战 强	张瑞丰
	徐世杰	郭洪波	康 锐	翟 锦	熊华钢	姚仰平
					席 平	郭 宏
						徐 洁

### 北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

(原《北京航空学院学报》)

(月刊 1956 年创刊)

第 43 卷 第 8 期 2017 年 8 月

### JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF

AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

(JBUAA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.43 No.8 August 2017

**主管单位** 中华人民共和国工业和信息化部

**主办单位** 北京航空航天大学

**主编** 赵沁平

**编辑出版** 《北京航空航天大学学报》

编辑部

**邮 编** 100083

**地 址** 北京市海淀区学院路 37 号

**印 刷** 北京科信印刷有限公司

**发 行** 北航文化传媒集团

**发行范围** 国内外发行

**联系电话** (010) 82315594 82338922

82314839

**电子信箱** jbuaa@buaa.edu.cn

**Administred by** Ministry of Industry and Information

Technology of the People's Republic of China

**Sponsored by** Beijing University of Aeronautics

and Astronautics (BUAA)

(Beijing 100083, P. R. China)

**Chief Editor** Zhao Qinping

**Edited and Published by** Editorial Board of JBUAA

**Printed by** Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

**Distributed by** BUAA Culture Media Group Limited

**Telephone** (010) 82315594 82338922  
82314839

**E-mail** jbuaa@buaa.edu.cn

<http://bhxb.buaa.edu.cn>

**刊 号** ISSN 1001-5965  
CN 11-2625/V

**国内定价** 50.00 元 / 期

ISSN 1001-5965



9 771001 596175