北航学报
赠 阅

ISSN 1001-5965
CODEN BHHDE8

北京航空航天大學学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

2018-09
Vol.44 No.9

北京航空航天大学学报

第 44 卷　第 9 期　（总第 307 期）　2018 年 9 月

北航学报
赠阅

目　次

基于振动特性的机场刚性道面传荷性能 …… 张献民，刘小兰，张子文（1787）
基于时变增益 ESO 的多航天器 SO(3) 姿态协同控制 …… 马鸣宇，董朝阳，王青，周敏（1797）
海洋环境下三电极的电偶腐蚀仿真 …… 陈跃良，王安东，卞贵学，张勇（1808）
基于多分类 AdaBoost 的航空发动机故障诊断 …… 曹惠玲，高升，薛鹏（1818）
大气层外拦截弹建模与攻防效能分析 …… 谢经纬，陈万春（1826）
基于风险预测的飞行安全操纵空间构建方法 …… 李哲，徐浩军，薛源，裴彬彬（1839）
一种单压电叠堆驱动的回转冲击超声波钻 …… 王印超，全齐全，于红英，柏德恩，邓宗全（1850）
纳米复合相变材料熔化过程数值模拟研究 …… 赵亮，邢玉明，吕倩，罗叶刚，刘鑫（1860）
基于 BoF 模型的多特征融合纹理图像分类 …… 汪宇玲，黎明，李军华，张聪炫，陈昊（1869）
环面蜗轮滚刀螺旋槽前刀面设计及修正方法 …… 杨杰，李海涛，芮成杰，董学朱（1878）
能量最优与燃料最优 Lambert 交会问题 …… 徐利民，张涛，陶佳伟（1888）
基于混沌吸引子的飞轮故障检测 …… 李磊，高永明，吴止锾（1894）
基于创新力-适应度的 O2O 电商知识网络构建 …… 高长元，闫健，由扬（1903）
基于空间隔离的低轨卫星系统频谱共享方法 …… 张泓浸，蒋伯峰（1909）
水下机械手不确定遥操作自适应双边控制 …… 张建军，刘卫东，高立娥，李乐，李泽宇（1918）
基于军民融合的全局飞行流量协同优化方法 …… 吴文浩，张学军，顾博，朱晓辉（1926）
一种多钉铆接连接件的疲劳寿命分析方法 …… 张天宇，何宇廷，陈涛，杜旭，谭翔飞，刘凯（1933）
基于样本类别确定度的半监督分类 …… 高飞，朱福利（1941）
基于双特征的丘陵山区耕地低空遥感图像配准算法 …… 宋飞，杨扬，杨昆，张愫，毕东升（1952）
基于增益调度的航空发动机分散鲁棒控制 …… 潘慕绚，曹良进，黄金泉（1964）
基于截断误差的改进脉冲星导航观测方程 …… 许强，王宏力，何贻洋，由四海，冯磊（1974）
基于柔性铰链的二自由度微动平台分析及优化 …… 周睿，周辉，桂和利，董虎，曹毅（1982）
基于构形平面的冗余机械臂轨迹规划方法 …… 王安琪，魏延辉，韩寒，徐丽学（1991）
基于改进相关向量机的锂电池寿命预测方法 …… 王春雷，赵琦，秦孝丽，冯文全（1998）
基于 HCKS-EM 的战斗机蛇形机动目标跟踪算法 … 卢春光，周中良，刘宏强，寇添，杨远志（2004）
基于本征正交分解的平流层风场建模与预测 …… 李魁，邓小龙，杨希祥，侯中喜，周新（2013）

期刊基本参数： CN 11-2625/V * 1956 * m * A4 * 234 * zh * P * ￥50.00 * 900 * 26 * 2018-09

（**编　辑**　娄　嘉　张　嵘　李　晶　张欣蔚　孙　芳　王艳梅　贺　伟）

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

Vol. 44 No. 9 (Sum 307) September 2018

北航学报 赠阅

CONTENTS

Rigid pavement load transfer ability of airport based on vibration characteristics
…… ZHANG Xianmin, LIU Xiaolan, ZHANG Ziwen (1787)
Cooperative attitude control on SO(3) for multiple spacecraft with time-varying gain ESO
…… MA Mingyu, DONG Chaoyang, WANG Qing, ZHOU Min (1797)
Simulation of galvanic corrosion of three electrodes in marine environment
…… CHEN Yueliang, WANG Andong, BIAN Guixue, ZHANG Yong (1808)
Aeroengine fault diagnosis based on multi-classification AdaBoost
…… CAO Huiling, GAO Sheng, XUE Peng (1818)
Exo-atmospheric interceptor modeling and penetration and defense effectiveness analysis
…… XIE Jingwei, CHEN Wanchun (1826)
Construction method of flight safety manipulation space based on risk prediction
…… LI Zhe, XU Haojun, XUE Yuan, PEI Binbin (1839)
A rotary-percussive ultrasonic drill driven by single piezoelectric stack
…… WANG Yinchao, QUAN Qiquan, YU Hongying, BAI Deen, DENG Zongquan (1850)
Numerical simulation of melting process of nanoparticle-enhanced phase change materials
…… ZHAO Liang, XING Yuming, LYU Qian, LUO Yegang, LIU Xin (1860)
Texture image classification based on BoF model with multi-feature fusion
…… WANG Yuling, LI Ming, LI Junhua, ZHANG Congxuan, CHEN Hao (1869)
Design and correction method of spiral flute rake face of an hourglass worm gear hob
…… YANG Jie, LI Haitao, RUI Chengjie, DONG Xuezhu (1878)
Energy-optimal and fuel-optimal problems for Lambert rendezvous
…… XU Limin, ZHANG Tao, TAO Jiawei (1888)
Fault detection for flywheels based on chaotic attractor
…… LI Lei, GAO Yongming, WU Zhihuan (1894)
Construction of knowledge network of O2O e-business based on innovation ability-fitness
…… GAO Changyuan, YAN Jian, YOU Yang (1903)
Spatial isolation methodology for spectral coexistence in LEO satellite systems
…… ZHANG Hongshi, JIANG Bofeng (1909)
Adaptive bilateral control for underwater manipulator in uncertainty teleoperation
…… ZHANG Jianjun, LIU Weidong, GAO Li' e, LI Le, LI Zeyu (1918)
A global network flight flow assignment algorithm based on civil-military integration
…… WU Wenhao, ZHANG Xuejun, GU Bo, ZHU Xiaohui (1926)
A fatigue life analysis method for multiple riveted joint
…… ZHANG Tianyu, HE Yuting, CHEN Tao, DU Xu, TAN Xiangfei, LIU Kai (1933)
Semi-supervised classification based on class certainty of samples
…… GAO Fei, ZHU Fuli (1941)
Low-altitude remote sensing image registration algorithm based on dual-feature for arable land in hills and mountains
…… SONG Fei, YANG Yang, YANG Kun, ZHANG Su, BI Dongsheng (1952)
Gain scheduling based decentralized robust control for aircraft engines
…… PAN Muxuan, CAO Liangjin, HUANG Jinquan (1964)
Improved pulsar navigation measurement equation based on truncation errors
…… XU Qiang, WANG Hongli, HE Yiyang, YOU Sihai, FENG Lei (1974)
Analysis and optimization of 2-DOF micro-positioning stage based on flexible hinges
…… ZHOU Rui, ZHOU Hui, GUI Heli, DONG Hu, CAO Yi (1982)
Trajectory planning method for redundant manipulator based on configuration plane
…… WANG Anqi, WEI Yanhui, HAN Han, XU Lixue (1991)
Life prediction method of lithium battery based on improved relevance vector machine
…… WANG Chunlei, ZHAO Qi, QIN Xiaoli, FENG Wenquan (1998)
Fighter zigzag maneuver target tracking algorithm using HCKS-EM
…… LU Chunguang, ZHOU Zhongliang, LIU Hongqiang, KOU Tian, YANG Yuanzhi (2004)
Modeling and prediction of stratospheric wind field based on proper orthogonal decomposition
…… LI Kui, DENG Xiaolong, YANG Xixiang, HOU Zhongxi, ZHOU Xin (2013)

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0687

基于振动特性的机场刚性道面传荷性能

张献民[1,2,*]，刘小兰[2]，张子文[1]
（1. 中国民航大学 机场学院，天津 300300； 2. 南京航空航天大学 民航学院，南京 210016）

摘 要：接缝的传荷性能需定期检测以指导机场刚性道面的维护和使用，针对现有检测方法（如落锤式弯沉仪）难以进行偏远山区和交通运输困难地区的机场测试问题，提出了普通加载车辆跳车试验法，探究传力杆自身参数和道面结构参数对传荷性能和道面振动特性（基频、幅值、相位差）的影响规律，找出主要影响因素为传力杆弹性模量和土基模量；建立多因素下传荷性能和道面振动特性的定量关系，并通过室外试验验证该公式的准确性和方法的可行性。

关 键 词：传荷性能；基频；幅值；相位差；试验
中图分类号：V351.11
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1787-10

机场刚性道面的接缝处设置传力杆来降低道面的整体沉降，但传力杆在反复荷载下自身会产生疲劳破坏，导致传荷性能下降，引起道面沉陷、错台等病害，影响飞机的安全，因此接缝传荷性能和振动特性的检测对于指导道面的维护修补十分重要[1-3]。1991 年，唐伯明和邓学钧[4]基于落锤式弯沉仪（FWD）提出用挠度值评估传荷性能。2003 年，Kim 和 Hjelmstad[5]通过数值模拟研究了胎压、面板厚度、传力杆松动以及起落架构型对传荷性能的影响。2004 年，元松[6]研究了 FWD 半正弦曲线荷载激励下刚性道面的动态响应，探讨了板底脱空与传荷性能的作用机理。2008 年，锁利军等[7]借助有限元软件分析了有无传力杆对荷载应力和弯沉差的影响，以及不同地基模量和传力杆直径对传荷效率的影响。2010 年，周正峰等[8]利用有限元软件建立了重型落锤式弯沉仪（HWD）作用下的挠度传荷系数与接缝刚度的相互关系。2012 年，刘旭峰[9]借助 FWD 证实贫水泥混凝土类基层的接缝传荷性能优于二灰稳定碎石基层和水泥稳定碎石基层。2012 年，李洛克[10]对接缝处传荷性能、偏位和松动进行了室内足尺试验。2017 年，王宇翔和袁捷[11]通过足尺试验探讨了传力杆自身参数（如间距、直径、长度、埋设）对传荷性能和传荷分配规律的影响。

尽管 FWD 在机场刚性道面传荷性能检测方面应用广泛，但该设备体积笨重，运输费用昂贵，难以对位于偏远山区和交通运输困难地区的机场进行测试，为此本文采用理论分析、数值模拟和室外试验的方法，用普通加载车辆的跳车试验替代 FWD，分析动荷载下传力杆自身参数和道面结构参数对传荷性能和振动特性的影响，建立多因素下道面振动特性与传力杆传荷性能的关系，并通过室外试验验证了本文方法的可行性和准确性。

1 理论分析

1.1 传荷性能评价

传荷性能是指受荷板通过传力杆向未受荷板传递剪力，常用直接指标（荷载比）和间接指标（应力比、应变比和挠度比）来评价[11]。其中车辆动荷载下受荷板与未受荷板的荷载比难以测

收稿日期：2017-11-06；**录用日期**：2018-02-11；**网络出版时间**：2018-03-07 10:33
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.0943.002.html
基金项目：国家自然科学基金（51178456）
* **通信作者**. E-mail：cauczxm@126.com

引用格式：张献民，刘小兰，张子文. 基于振动特性的机场刚性道面传荷性能[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1787-1796. ZHANG X M，LIU X L，ZHANG Z W. Rigid pavement load transfer ability of airport based on vibration characteristics[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1787-1796 (in Chinese).

北航学报 赠阅

量,应力比和应变比测试耗财费力,挠度比测试便捷准确、应用广泛。

$$L_w = \frac{W_U}{W_L} \times 100\% \quad (1)$$

式中:L_w 为传荷系数;W_U 为未受荷板板边挠度;W_L 为受荷板板边挠度。

1.2 动荷载模型

假定车辆模型左右两侧的轮胎受到的不平整度激励是相同的,即车辆沿纵轴线为对称的,仅存在垂直和俯仰方向的运动;同时将车辆的悬挂质量分配系数假定为 1,认为前悬挂系统与后悬挂系统的垂直运动为各自独立的;因此车辆模型可以看作弹簧和阻尼连接的双质量块体系,即四分之一车辆模型(见图 1)。图 1 中:m_s 为车辆悬挂部分质量;m_t 为车辆非悬挂部分质量;k_s 为车辆悬挂部分的刚度系数;k_t 为车辆非悬挂部分的刚度系数;c_s 为车辆悬挂部分的阻尼系数;c_t 为车辆非悬挂部分的阻尼系数;z_s 为车辆悬挂部分的垂直位移;z_t 为车辆非悬挂部分的垂直位移;z_w 为路面不平整度。该模型不仅体现了车辆自身的特征,表现了不同频域下的车辆响应,反映了车辆悬挂系统的真实状况,而且模型参数赋值容易,计算简单[12]。

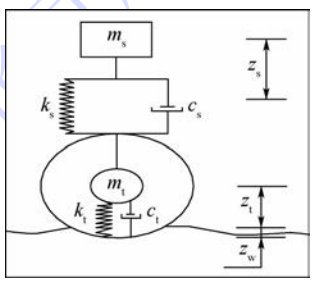


图 1 四分之一荷载模型

Fig. 1 A quarter load model

1.3 道面模型

因为弹性多层体系模型假设结构层材料为无质量、均质、各向同性的线弹性体,以弹性模量 E、泊松比 μ 和密度 ρ 表征其弹性性质;最下层位为均质半无限体,其余层为等厚度层;层间接触的定义能够保证各层间良好的传力作用和结合特性,所以将刚性道面简化为弹性多层体系模型[13]。

2 数值模拟

2.1 数值模型参数

基于 ABAQUS 建立三维实体模型,每块水泥混凝面板的尺寸为 5 m × 5 m × 0.35 m,基层的尺寸为 5 m × 5 m × 0.3 m,板与板间的接缝宽度为 1 cm;通过大量的试算,确定土基厚度为 10 m,整个三维道面实体结构的平面尺寸为 45 m × 15 m。具体的传力杆参数与道面结构参数[14]如表 1 所示。用实体单元模拟横向接缝传力杆直径 34 mm、长度 600 mm,纵向接缝拉杆直径 14 mm、长度 600 mm。

边界条件:沿道面板宽度方向设置 x、y、z 3 个方向位移为零;沿道面板长度方向设置 x 方向位移为零;土基底面设置 x、y、z 3 个方向的约束。接触条件:传力杆与面层的一端用黏结模拟固定状态,另一端用切向摩擦系数 0.005[15]模拟自由滑动;面层与基层接触参数取 1.5[16];基层与土基接触设为完全接触。用后轴重 10 t、胎压 0.7 MPa,当量单轮加载面积 0.072 m^2 的加载车,采用阶跃式荷载模拟跳车试验的冲击荷载;经试算确定跳车高度 9 cm,行车速度 10 m/s,荷载总作用时间 0.02 s[17]。

表 1 传力杆和道面结构参数[14]

Table 1 Parameters of dowel bar and pavement structure[14]

参 数	水泥混凝土面层	水泥稳定碎石基层	土 基	传力杆
弹性模量/MPa	36 000	1 500	80	210 000
密度/(kg · m^{-3})	2 500	2 000	1 800	7 850
泊松比	0.15	0.25	0.35	0.30

2.2 传荷性能分析

2.2.1 传力杆参数对传荷性能影响

基于 2.1 节中的相关参数,传力杆直径从 30 mm变化到 40 mm,间距为 2 mm 时,传荷系数随传力杆直径的变化规律如图 2(a)所示。传荷系数随着传力杆直径的增加而增加,由 90.4% 变化到 93.7%。传力杆长度从 450 mm 变化到 700 mm,间距为 50 mm 时,传荷系数随传力杆长度的变化规律如图 2(b)所示。传荷系数随传力杆长度的变化规律与传力杆直径相同,但增长幅度较大,由 89.9% 变化到 93.9%。传力杆间距从 270 mm 变化到 470 mm,间距为 40 mm 时,传荷系数随传力杆间距的变化规律如图 2(c)所示。传荷系数随传力杆间距的增加而减小,由 94.4% 变化到 86.6%。传力杆弹性模量从 2.1 MPa 变化到 210 000 MPa(即传力杆从失效到正常工作)时,传荷系数随传力杆弹性模量的变化规律如图 2(d)所示。传荷系数随传力杆弹性模量的增加而显著增加,由 75.4% 变化到 92.8%。因为传力杆直径和长度增加,与面层接触面积增加,有利于荷载应力扩散,提高了接缝传荷性能;传力杆间距增加,单位面积内传力杆数量减少,不利于荷载应力扩

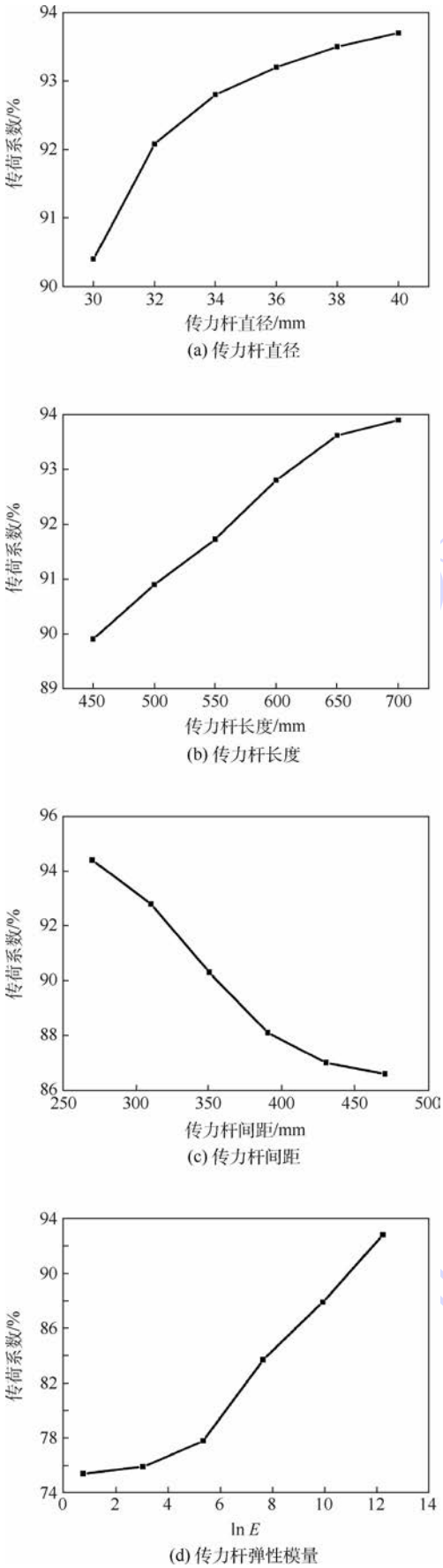


图 2　传力杆参数对传荷性能的影响

Fig. 2　Influence of dowel bar parameters on load transfer ability

散,减弱了接缝传荷性能;传力杆弹性模量增加,提升接缝处的刚度,增强荷载应力扩散,提高了接缝传荷性能。

2.2.2　道面结构参数对传荷性能影响

基于 2.1 节中的相关参数,面层厚度从 300 mm变化到 550 mm,间距为 50 mm 时,传荷系数随面层厚度的变化规律如图 3(a)所示。传荷系数随面层厚度的增加而降低,由 93.6% 变化到 92.3%。面层弹性模量从 28 GPa 变化到 48 GPa,间距为 4 GPa 时,传荷系数随面层弹性模量的变化规律如图 3(b)所示。传荷系数随面层弹性模量的增加而增加,由 90.7% 变化到94.5%。基层厚度从 220 mm 变化到 420 mm,间距为 40 mm 时,传荷系数随基层厚度的变化规律如图 3(c)所示。传荷系数随基层厚度的增加而增加,由 91.5% 变化到 93.5%。基层弹性模量从1 300 MPa变化到 2 300 MPa,间距为 200 MPa 时,传荷系数随基层弹性模量的变化规律如图 3(d)所示。传荷系数随基层弹性模量的增加而增加,由 90.9% 变化到 95.7%。土基弹性模量从 40 MPa 变化到 500 MPa 时,传荷系数随土基弹性模量的变化规律如图 3(e)所示。传荷系数随着土基弹性模量的增加而显著降低,由 97.1% 变化到71.9%。因为面层厚度增加,单位面积内传力杆数量减少,降低了接缝处刚度,荷载应力扩散能力及接缝传荷性能;而面层弹性模量、基层厚度和基层弹性模量增加提高了接缝处刚度和传荷性能。由于接缝传荷能力由传力杆传荷性能和道面结构支撑强度共同决定,而且二者对接缝传荷性能的贡献是此消彼长,所以随着土基弹性模量的增加,道面结构支撑强度提高,受荷板和未受荷板的挠度差减小,传力杆传荷性能对接缝传荷能力的贡献随着道面结构支撑强度贡献值的增加而减弱。因此,实际情况下要结合道面变形幅度值与传荷效率值综合分析传力杆的力学性能。在地基强度较高且满足加载效率情况下,实测道面变形幅度较小,此时传荷系数较小并不意味着道面传力杆性能下降。

2.3　道面振动特性分析

2.3.1　传力杆参数对道面振动特性影响

基于 2.1 节中的相关参数,传力杆直径从 30 mm变化到 40 mm,间距为 2 mm 时,道面板频率、幅值、相位差随传力杆直径的变化规律如图 4 所示。随着传力杆直径增加,道面频率增加,受荷板与未受荷板幅值和相位差逐渐减小。传力杆长度从 450 mm 变化到 700 mm,间距为 50 mm 时,道

北航学报 赠阅

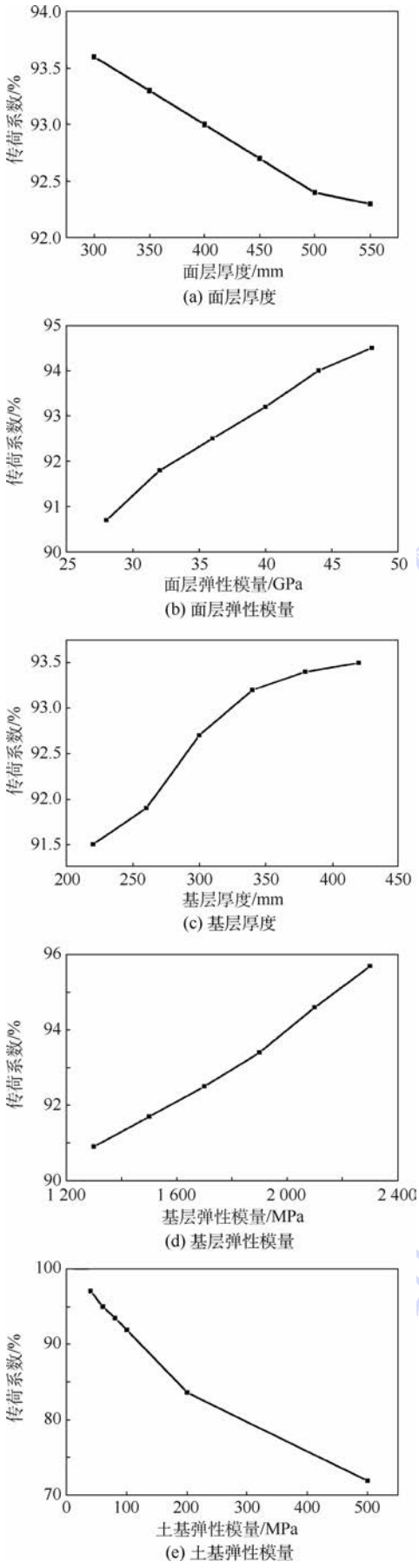


图 3 道面结构参数对传荷性能的影响

Fig. 3 Influence of pavement structure parameters on load transfer ability

面板频率、幅值、相位差随传力杆长度的变化规律如图 5 所示。随着传力杆长度增加,道面频率增加,受荷板及未受荷板的幅值和相位差逐渐减小。传力杆间距从 270 mm 变化到 470 mm,间距为 40 mm时,道面板频率、幅值、相位差随传力杆间距的变化规律如图 6 所示。随着传力杆间距增加,道面频率减小,受荷板及未受荷板幅值和相位差逐渐增加。传力杆弹性模量从 2.1 MPa 变化到 210 000 MPa 时,道面板频率、幅值、相位差随传力杆弹性模量的变化规律如图 7 所示。随着传力杆弹性模量增加,道面频率增加,受荷板及未受荷板幅值和相位差显著减小。因为传力杆直径、长度和弹性模量增加,增强接缝处刚度,导致道面板频率增加,荷载应力扩散增强,受荷板及未受荷板的幅值和相位差减小;传力杆间距增加,单位面积内传力杆数量减少,接缝处刚度降低,导致道面板基频减低,荷载应力扩散减弱,受荷板及未受荷板幅值和相位差增加。

2.3.2 道面结构参数对道面振动特性影响

基于 2.1 节参数,面层厚度从 300 mm 变化到 550 mm,间距为 50 mm 时,道面板的频率、幅值、相位差随面层厚度的变化规律如图 8 所示。随着面层厚度增加,道面频率、受荷板及未受荷板的幅值和相位差缓慢减小。面层弹性模量从 28 GPa 变化到 48 GPa,间距为 4 GPa 时,道面板的频率、幅值、相位差随面层弹性模量的变化规律如图 9 所示。随着面层弹性模量增加,道面频率增加,受荷板及未受荷板的幅值和相位差缓慢减小。基层厚度从 220 mm 变化到 420 mm,间距为 40 mm 时,道面板的频率、幅值、相位差随基层厚度的变化规律如图 10 所示。随着基层厚度增加,道面频率增加,受荷板及未受荷板的幅值和相位差缓慢减小。基层弹性模量从 1 300 MPa 变化到 2 300 MPa,间距为 200 MPa 时,道面板的频率、幅值、相位差随基层弹性模量的变化规律如图 11 所示。随着基层弹性模量增加,道面频率逐渐增加,受荷板及未受荷板的幅值和相位差缓慢减小。土基弹性模量从 40 MPa 变化到 500 MPa 时,道面板频率、幅值、相位差随土基弹性模量的变化规律如图 12 所示。随着土基弹性模量增加,道面频率和受荷板与未受荷板相位差显著增加,受荷板及未受荷板幅值显著减小。因为面层厚度增加,削弱接缝处刚度,降低道面板振动特性;面层弹性模量、基层厚度和弹性模量增加,增强接缝处荷载应力扩散,提高道面板频率,降低受荷板及未受荷板幅值和相位差;土基弹性模量增加,增强整个道面结构的支撑强度,提高道面板频率、受荷板及未受荷板相

北航学报 赠阅

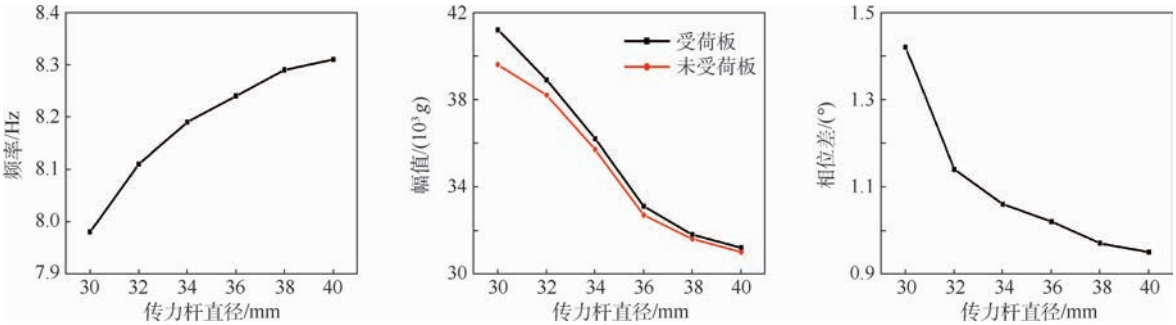


图 4　传力杆直径对道面振动特性的影响

Fig. 4　Influence of dowel bar diameter on pavement vibration characteristics

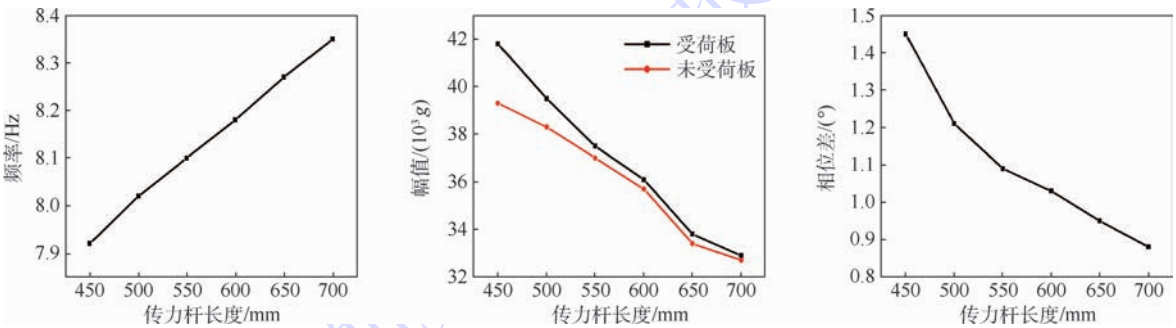


图 5　传力杆长度对道面振动特性的影响

Fig. 5　Influence of dowel bar length on pavement vibration characteristics

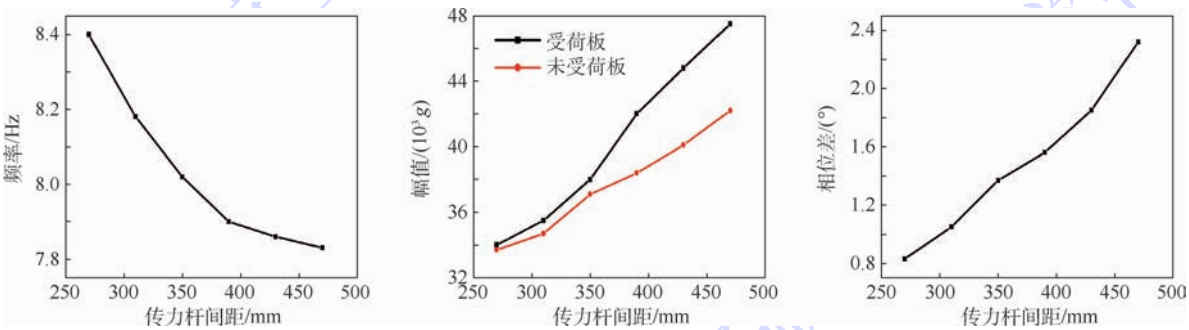


图 6　传力杆间距对道面振动特性的影响

Fig. 6　Influence of dowel bar distance on pavement vibration characteristics

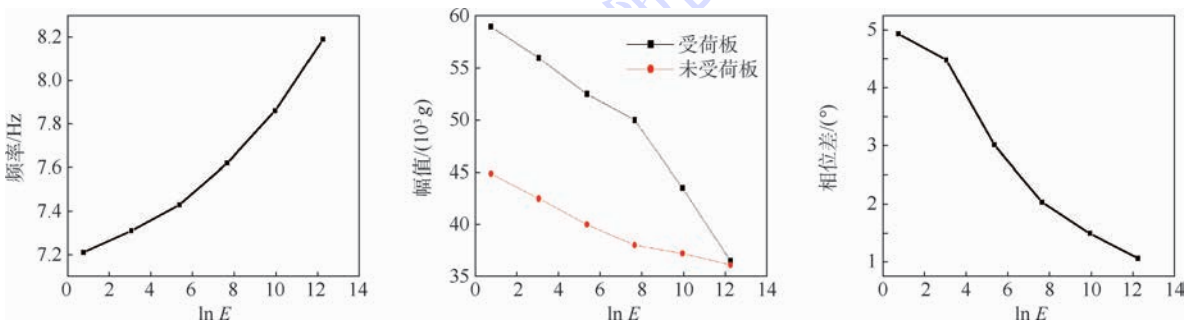


图 7　传力杆弹性模量对道面振动特性的影响

Fig. 7　Influence of dowel bar elasticity modulus on pavement vibration characteristics

位差,降低受荷板及未受荷板幅值。

2.4　传荷性能与道面振动特性的关系

基于上述研究成果,进行未受荷板与受荷板振动幅值比和相位差与传荷系数关系的研究。

$$L_w = 22.615A^3 - 60.029A^2 + 53.516A - 15.156 \quad R^2 = 0.969\,2 \tag{2}$$

$$L_w = 0.983\,2e^{-5.762\omega} \quad R^2 = 0.983\,6 \tag{3}$$

北航学报 赠阅

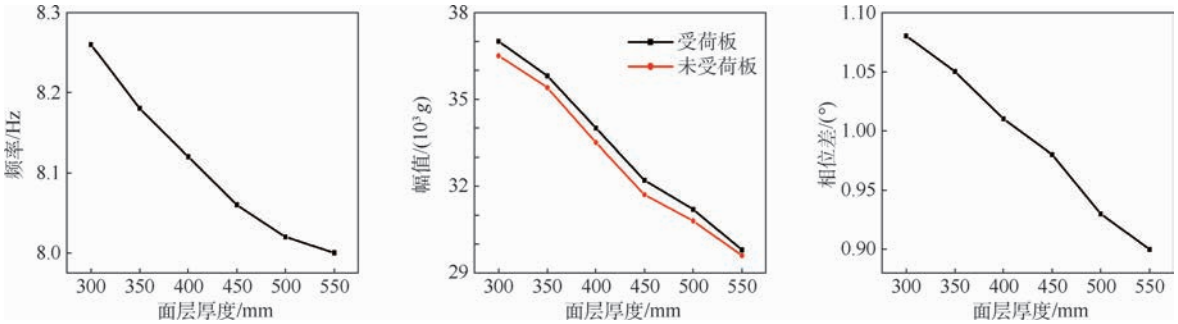


图 8 面层厚度对道面振动特性的影响

Fig. 8 Influence of surface thickness on pavement vibration characteristics

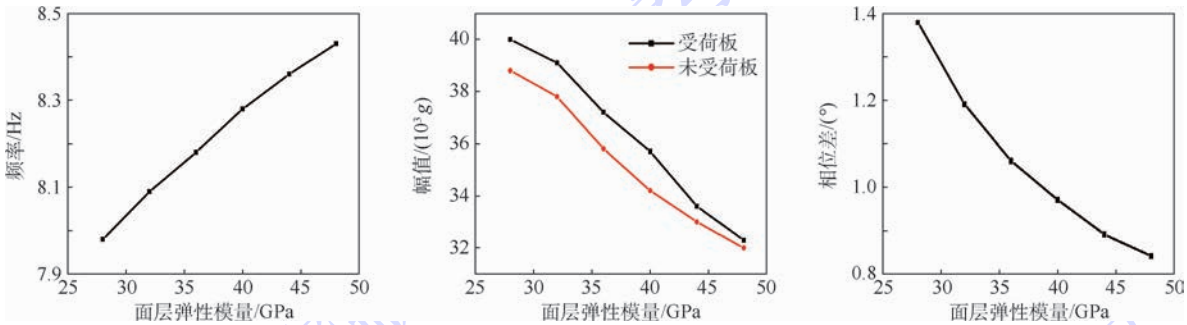


图 9 面层弹性模量对道面振动特性的影响

Fig. 9 Influence of surface elasticity modulus on pavement vibration characteristics

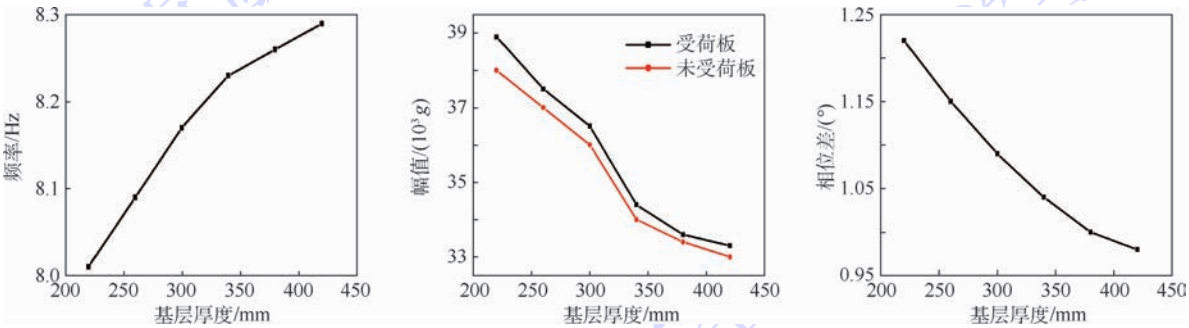


图 10 基层厚度对道面振动特性的影响

Fig. 10 Influence of base thickness on pavement vibration characteristics

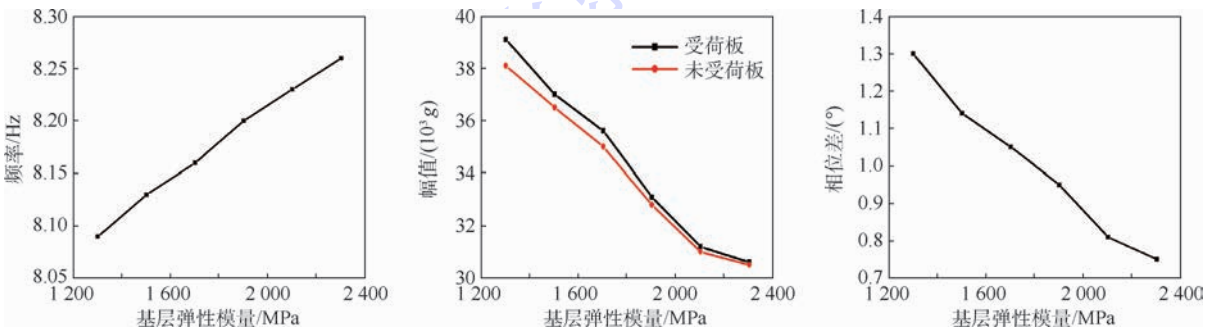


图 11 基层弹性模量对道面振动特性的影响

Fig. 11 Influence of base elasticity modulus on pavement vibration characteristics

式中:A 为未受荷板与受荷板振动幅值比;ω 为未　　受荷板与受荷板相位差,(°)。

北航学报 赠阅

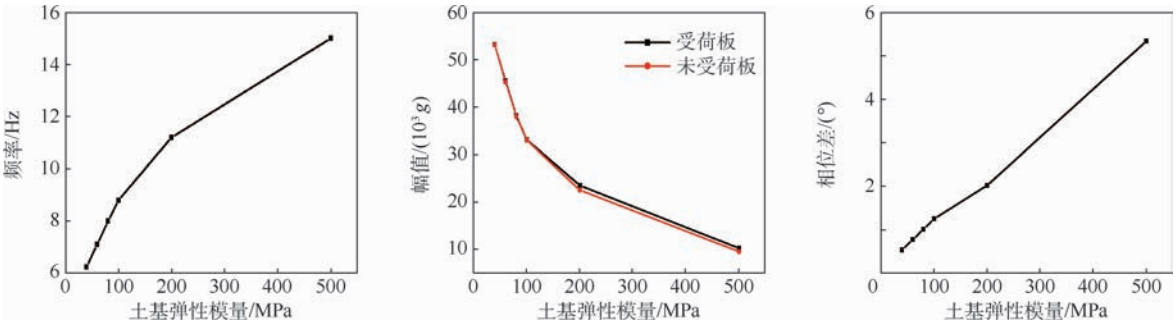


图 12　土基弹性模量对道面振动特性的影响

Fig. 12　Influence of soil elasticity modulus on pavement vibration characteristics

3　室外试验

3.1　试验参数

根据 1∶5 的比例确定单块道面板的尺寸为 1 m × 1 m × 0.07 m;同时选取传力杆的参数为:直径 7 mm,长度 12 cm,间距 0.062 m;浇筑 8 块道面板,如图 13 所示,来消除边界约束条件的影响。

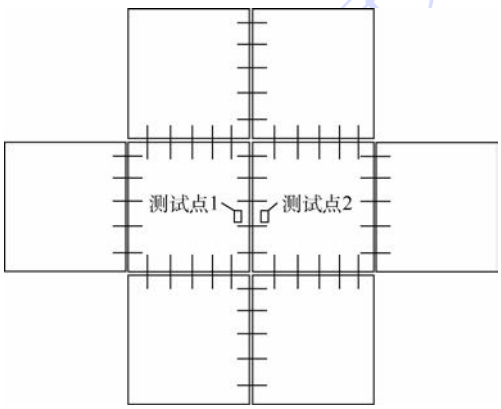


图 13　试验模型

Fig. 13　Experimental model

3.2　试验仪器

主要的试验仪器有:美国 BDI-STS-WIFI STRUCTURAL TESTING SYSTEM 系统、智能传感器、位移百分表、磁性支座、无线数据传输节点、无线数据传输基站、瞬干胶、扳手、米尺等。

3.3　试验方案和数据处理

1)静态加载

首先,用刚性横梁固定 2 块位移百分表,并将其对称布置在水泥混凝土道面板;然后,通过加装小车上的重物对道面板施加静态荷载(见图 14);最后,借助位移百分表测定受荷板与未受荷板的竖向位移,并计算道面板的传荷系数(见表 2)。

2)动态加载

首先,将 2 个加速度传感器沿道面板接缝对称布置,其中受荷板上的加速度传感器为 A1063 和 A1050,未受荷板上的加速度传感器为 A1045 和 A1058;然后,30 kg 重物从 30 cm 高度处自由落体对水泥混凝土道面板形成冲击荷载;接着,利用加速度传感器分别采集受荷板与未受荷板的加速度(见图 15);最后,借助 MATLAB 软件对采集的加速度信号进行频谱分析,得到受荷板与未受荷板幅值(见图 16)。

图 14　模型加载

Fig. 14　Model load

表 2　静态试验结果

Table 2　Results of static experiment

质量/kg	受荷板位移/mm	未受荷板位移/mm	传荷系数/%	传荷系数均值/%
480	0.232	0.220	94.8	
720	0.355	0.335	94.6	94.6
960	0.463	0.437	94.4	

图 15　数据采集与监测

Fig. 15　Data acquisition and monitoring

北航学报 赠阅

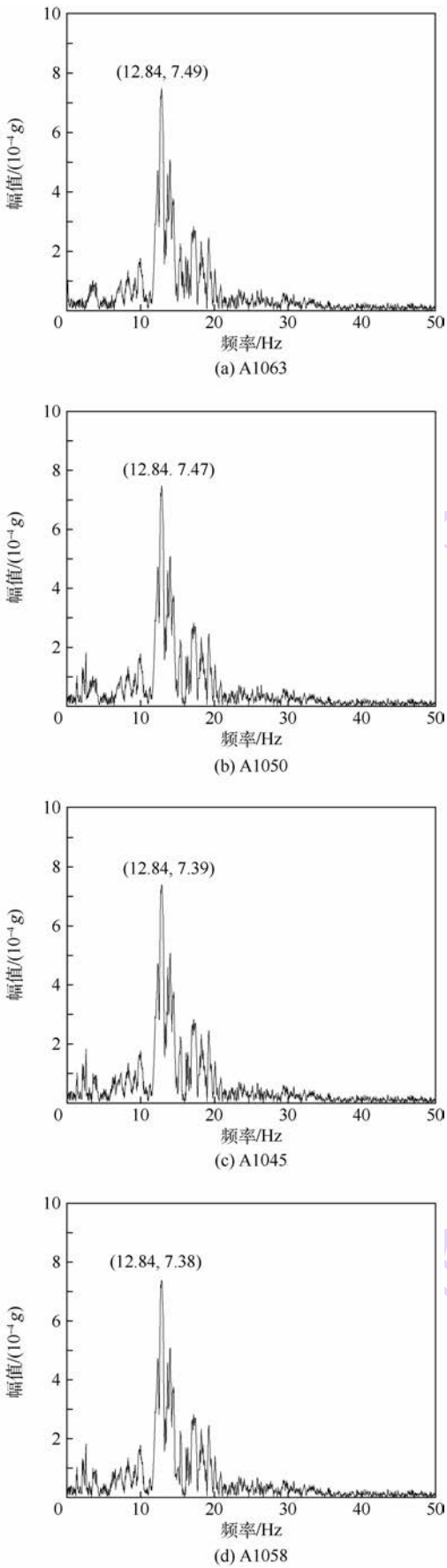


图 16 加速度频谱分析

Fig. 16 Frequency spectra analysis of acceleration

取幅值平均值为最终受荷板与未受荷板幅值，由表 3 知，动态加载的未受荷板与受荷板幅值比为 98.73%，代入式(2)得传荷系数为 93.07%，与静态加载试验传荷系数误差为 1.62%，说明用普通加载车辆跳车试验替代 FWD 检测，不仅能够反映道面振动特性，而且满足测试可行性和准确性。

表 3 动态试验结果

Table 3 Results of dynamic experiment

基频/Hz	受荷板幅值/($10^{-4}g$)			未受荷板幅值/($10^{-4}g$)		
	A1063	A1050	平均值(A1)	A1045	A1058	平均值(A2)
12.84	7.49	7.47	7.48	7.39	7.38	7.385

4 结 论

采用普通加载车辆跳车试验替代落锤式弯沉仪测试的数值模拟结果表明：

1）随着传力杆直径、长度和弹性模量增加以及间距减小，传荷性能和道面板频率增加，受荷板及未受荷板的幅值和相位差降低。

2）随着面层弹性模量、基层厚度和弹性模量增加，传荷性能和道面板频率增加，受荷板及未受荷板的幅值和相位差降低；随着面层厚度减小，传荷性能和道面板频率增加，受荷板和未受荷板的幅值和相位差增加。

3）随着土基弹性模量增加，道面板频率增加，受荷板及未受荷板的相位差增加，受荷板和未受荷板的幅值和挠度差减小，传荷系数减小；但并不意味着道面传力杆的传荷性能下降，只是传力杆传荷性能对接缝传荷能力的贡献减小。因此，实际情况下要结合道面变形幅度值与传荷效率值综合分析传力杆的力学性能。

4）在传力杆自身参数和道面结构参数中，传力杆弹性模量和土基弹性模量对传荷性能和道面振动特性影响最为显著。

5）基于数值模拟结果建立了道面振动特性(如受荷板和未受荷板的幅值和相位差)与传荷性能的关系，并通过室外试验验证了普通加载车辆跳车试验测试传荷性能的可行性，以及用道面振动特性表征传荷性能的准确性。

参考文献（References）

[1] FRIBERG B F. Design of dowels in transverse joints of concrete pavements[J]. PLOS Pathogens, 1940, 9(3): e1003213.

[2] IOANNIDES A, ALEXANDER D, HAMMONS M, et al. Application of artificial neural networks to concrete pavement joint evaluation[J]. Transportation Research Record Journal of the

北航学报 赠阅

Transportation Research Board,1996,1540(1):56-64.

[3] MAITRA S R,REDDY K S,RAMACHANDRA L S. Load transfer characteristics of aggregate interlocking in concrete pavement[J]. Journal of Transportation Engineering, 2010, 136(3):190-195.

[4] 唐伯明,邓学钧. 刚性路面接缝传荷能力的评定与分析:FWD 开发应用研究[J]. 东南大学学报(自然科学版),1991,21(6):84-91.
TANG B M, DENG X J. Assessment of load transfer across joints in rigid pavements using the FWD[J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition),1991,21(6):84-91(in Chinese).

[5] KIM J, HJELMSTAD K. Three-dimensional finite element analysis of doweled joints for airport pavements[J]. Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board, 2003,1853(1):100-109.

[6] 元松. 基于 FWD 的水泥混凝土路面结构动力响应特性分析[D]. 长沙:长沙理工大学,2004:33-50.
YUAN S. The analysis of dynamic response in CCP based on FWD[D]. Changsha:Changsha University of Science & Technology,2004:33-50(in Chinese).

[7] 锁利军,王秉纲,陈拴发,等. 接缝设传力杆水泥混凝土面层结构力学分析[J]. 长安大学学报(自然科学版),2008,28(3):30-35.
SUO L J,WANG B G,CHEN S F,et al. Numerical analysis of mechanics of concrete overlay in transverse joint with dowel bars[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition),2008,28(3):30-35(in Chinese).

[8] 周正峰,凌建明,袁捷,等. 机场刚性道面接缝传荷性能的评价[J]. 同济大学学报(自然科学版),2010,38(6):844-849.
ZHOU Z F,LING J M,YUAN J,et al. Evaluation of load transfer efficiency at joints for rigid airport pavement[J]. Journal of Tongji University (Natural Science),2010,38(6):844-849(in Chinese).

[9] 刘旭峰. 水泥混凝土路面接缝传荷衰变试验研究[D]. 西安:长安大学,2012:9-19.
LIU X F. Study on the decay of load transfer on cement concrete pavement[D]. Xi'an: Chang'an University, 2012: 9-19 (in Chinese).

[10] 李洛克. 水泥混凝土路面传力杆的传荷失效机理研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012:73-123.
LI L K. Research on the load transfer failure mechanism for dowel bar in concrete pavement[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2012:73-123(in Chinese).

[11] 王宇翔,袁捷. 水泥混凝土路面传力杆接缝传荷数值模拟及实测分析[J]. 交通科技,2017(1):5-8.
WANG Y X, YUAN J. Numerical simulation and measurement analysis of load transfer of cement concrete pavement with doweled joint[J]. Transportation Science & Technology,2017(1):5-8(in Chinese).

[12] 卢正,王长柏,付建军,等. 交通荷载作用下公路影响深度研究[J]. 岩土力学,2013,34(2):316-321.
LU Z,WANG C B,FU J J,et al. Research on influential depth of road subgrade induced by vehicle loads[J]. Rock and Soil Mechanics,2013,34(2):316-321(in Chinese).

[13] 张献民,刘小兰,董倩. 大型飞机 A380-800 在既有跑道起降的适用性研究[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(9):1812-1818.
ZHANG X M,LIU X L,DONG Q. Take-off and landing adaptability of A380-800 large aircraft on existing pavement[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2016,42(9):1812-1818(in Chinese).

[14] 高玉换. 基于机场水泥混凝土道面板传荷性能的传力杆设计研究[D]. 天津:中国民航大学,2015:8-36.
GAO Y H. Design research of dowel based on the load transfer performance of airport cement concrete pavement[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China,2015:8-36(in Chinese).

[15] 蒋应军,张伟宏. 传力杆对接缝传荷能力及临界荷位处应力的影响[J]. 工程力学,2009,26(3):21-25.
JIANG Y J, ZHANG W H. Influence of dowel bars on load transfer efficiency and thermal stresses in cement concrete pavement[J]. Engineering Mechanics,2009,26(3):21-25(in Chinese).

[16] 中国民航机场建设集团公司. 民用机场道面评价管理技术规范:MH/T 5024—2009[S]. 北京:中国民用航空局,2009:15-21.
China Airport Construction Group Corporation. Technical specifications of aerodrome pavement evaluation management:MH/T 5024—2009[S]. Beijing:Civil Aviation Administration of China,2009:15-21(in Chinese).

[17] 张献民,胡鹏. 随机荷载作用下刚性路面动态响应研究[J]. 振动与冲击,2015,34(19):126-137.
ZHANG X M,HU P. Dynamic response of a rigid pavement under random loads[J]. Journal of Vibration and Shock,2015,34(19):126-137(in Chinese).

作者简介:

张献民　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:场道工程。

刘小兰　女,博士研究生。主要研究方向:场道工程。

北航学报 赠阅

Rigid pavement load transfer ability of airport based on vibration characteristics

ZHANG Xianmin[1,2,*], LIU Xiaolan[2], ZHANG Ziwen[1]

(1. Airport College, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Load transfer ability needs to be detected termly to guide the maintenance and usage of concrete pavement of airport, while using the existing methods (such as falling weight deflectometer) is difficult to implement airport testing in remote mountain areas and the areas where transportation is difficult. Therefore, a bumping method of common vehicle is proposed to analyze the influence of dowel bar and pavement structure parameters on load transfer ability and pavement vibration characteristics (i.e., fundamental frequency, amplitude and phase difference). It is found that the elasticity modulus of dowel bar and subgrade modulus are the main effect factors. The quantitative relationship between load transfer ability and pavement vibration characteristics is established with multiple factors, and the accuracy of formulas and the feasibility of bumping method are verified by outdoor experiments.

Keywords: load transfer ability; fundamental frequency; amplitude; phase difference; experiment

北京航空航天大学学报

Received: 2017-11-06; **Accepted**: 2018-02-11; **Published online**: 2018-03-07 10:33
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.0943.002.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51178456)
* **Corresponding author**. E-mail: cauczxm@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0719

基于时变增益 ESO 的多航天器 SO(3)姿态协同控制

马鸣宇[1,2], 董朝阳[1,*], 王青[3], 周敏[4]

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 北京电子工程总体研究所, 北京 100854;
3. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083; 4. 航天系统仿真重点实验室 北京仿真中心, 北京 100854)

摘 要: 针对多航天器姿态协同控制问题,基于特殊正交群(SO(3))研究了存在干扰情形下的控制设计方法。结合有向通信拓扑建立了多航天器 SO(3)模型,在此模型的基础上提出了一种时变增益扩张状态观测器(ESO)对系统的总干扰进行估计,削弱了常值增益 ESO 的峰化现象。利用相邻航天器的信息给出了旋转矩阵形式的协同指令,进一步基于 SO(3)方法设计了协同控制器。同时采用 ESO 的输出在所设计的控制器中对系统的干扰进行补偿,从理论上给出了 ESO 的收敛性以及闭环系统的稳定性证明,保证多航天器系统能够实现稳定协同。仿真结果验证了本文方法的有效性和快速性。

关 键 词: 多航天器; 协同控制; 扩张状态观测器 (ESO); 时变增益; 特殊正交群 (SO(3))

中图分类号: V448; TP273

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1797-11

多航天器姿态协同是指通过设计恰当的协同控制律,利用航天器之间的信息交互使得各航天器姿态保持一致。在航天器控制领域,姿态协同具有广泛的应用前景。多颗小卫星通过对卫星间的相对姿态进行协调,可以协同工作完成复杂的任务,具有成本低、研制周期短、应用方式灵活等优点[1];在航天器交会对接、卫星捕获等航天作业中,姿态协同也是一项关键技术,具有重要的研究意义[2-3]。因此,多航天器系统的协同控制问题得到越来越多的重视和研究[4-6]。

对于单个航天器的姿态控制问题,国内外学者采用自适应控制[7]、鲁棒控制[8]、滑模控制[9]等多种方法进行了研究,取得了丰富的研究成果。在上述方法中,航天器的姿态大多采用的是欧拉角、四元数[10]或罗格里德参数模型[11],在姿态运动范围较小时可以取得良好效果,但仍存在一定的局限性。欧拉角模型在姿态角全局范围变化时会出现奇异,导致基于这种方法设计的控制器也只适用于某个范围内;采用四元数进行姿态表示的方法能够避免奇异,但其与旋转矩阵的映射不具有唯一性,用于控制时可能导致姿态散开,引起系统性能下降[12];罗格里德参数模型同样存在非全局与不唯一性。为了解决这些问题,文献[13-14]提出了基于特殊正交群(Special Orthogonal Group, SO(3))的姿态建模与控制方法。SO(3)与旋转矩阵是一一对应的,满足姿态描述的全局性,相比传统区分通道分别设计的方法更为统一,且不存在奇异问题。针对个体控制问题,SO(3)方法已经取得了一定的研究和应用成果。文献[14-15]采用旋转矩阵对航天器姿态进行建模,克

收稿日期: 2017-11-21; **录用日期**: 2018-03-02; **网络出版时间**: 2018-05-10 11:17
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180504.1446.001.html
基金项目: 国家自然科学基金 (61374012); 航空科学基金 (2016ZA51011)
* **通信作者**. E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn

引用格式: 马鸣宇, 董朝阳, 王青, 等. 基于时变增益 ESO 的多航天器 SO(3)姿态协同控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1797-1807. MA M Y, DONG C Y, WANG Q, et al. Cooperative attitude control on SO(3) for multiple spacecraft with time-varying gain ESO[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1797-1807 (in Chinese).

北航学报 赠阅

服了姿态展开现象。文献[16]详细讨论了单刚体的SO(3)姿态跟踪控制问题,保证了系统的全局指数稳定性。

另外,在实际复杂的环境中,航天器系统不可避免地会受到干扰,而干扰会造成系统的稳定性能和协同效果下降。文献[17-18]分别考虑了存在执行器安装偏差和不确定性情形,提出了航天器鲁棒控制方法,属于对干扰的被动抑制。针对干扰的主动抑制控制,以扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)为核心的自抗扰控制方法近年来得到越来越多的关注。ESO将系统的不确定性和干扰等效为总干扰,以其作为扩张状态进行实时估计,进而在控制器设计中可以针对系统的总干扰进行补偿,提高系统的抗干扰能力。ESO的稳定性分析相对复杂,目前主要基于Lyapunov理论开展。文献[19]证明了可以通过严格构造Lyapunov函数完成对常值增益的线性ESO的收敛性分析。而对于非线性ESO则需要假设Lyapunov函数存在[20],不便于控制器设计和稳定性分析。因此在后续研究中,线性ESO已经得到了一定的实际应用[21-23]。但需要注意的是,线性常值增益ESO在初值和系统初值不一致时,经常会出现峰化现象(peaking phenomenon)[24-25],对系统造成不利影响。

相比单个航天器,多航天器控制系统更为复杂[26]。而对于多航天器系统的SO(3)建模、ESO设计以及协同控制问题,目前研究还比较有限。除了个体动力学外,航天器之间的通信拓扑也会对系统的整体行为产生影响。在多航天器SO(3)控制中,需要根据拓扑结构设计恰当的SO(3)形式的协同指令。同时,由于SO(3)模型中姿态采用矩阵而非向量表示,因此针对SO(3)模型的ESO也需要重新设计和分析。

考虑到上述问题,本文将SO(3)姿态描述引入到多航天器系统,结合航天器之间的有向通信拓扑建立其协同控制模型。在此SO(3)模型上设计了一种时变增益ESO对系统的总干扰进行估计,在保证观测误差收敛的同时,削弱常值ESO的峰化现象。进一步,利用相邻航天器的信息构造了SO(3)形式的协同控制指令,并设计了对应的协同控制器,从理论上证明了闭环系统的稳定性,所提出的方法能够实现干扰情形下多航天器系统的有效协同。以5个包含不同干扰和不确定性的航天器系统进行了仿真,验证了理论分析结果。

1 多航天器姿态模型建立

1.1 航天器姿态SO(3)模型

在三维空间中,姿态代表了航天器本体坐标系与惯性坐标系之间的旋转关系,而坐标系之间的旋转变换可以用一个正交变换矩阵 $\boldsymbol{R}$ 来表示,所有的正交变换矩阵构成了SO(3)群:

$$\mathrm{SO}(3)=\{\boldsymbol{R}\in\mathbf{R}^{3\times3}\,|\,\boldsymbol{R}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{I}_3,\det\boldsymbol{R}=1\}\tag{1}$$

任意姿态都与特定矩阵 $\boldsymbol{R}\in\mathrm{SO}(3)$ 一一对应。因此,可以考虑采用SO(3)中对应的元素 $\boldsymbol{R}$ 来表示航天器的姿态。令 $\boldsymbol{\Omega}=[\omega_1\quad\omega_2\quad\omega_3]^{\mathrm{T}}$,定义运算

$$\boldsymbol{\Omega}^{\wedge}=\begin{bmatrix}0&-\omega_3&\omega_2\\ \omega_3&0&-\omega_1\\ -\omega_2&\omega_1&0\end{bmatrix}\tag{2}$$

为hat映射。hat映射的逆运算$\vee$称为vee映射,其将任意三维反对称阵映射为三维向量,即

$$\begin{bmatrix}0&-\omega_3&\omega_2\\ \omega_3&0&-\omega_1\\ -\omega_2&\omega_1&0\end{bmatrix}^{\vee}=[\omega_1\quad\omega_2\quad\omega_3]^{\mathrm{T}}\tag{3}$$

在本文中,对于一般矩阵 $\boldsymbol{X}=(x_{ij})\in\mathbf{R}^{3\times3}$,其vee映射定义为 $\boldsymbol{X}^{\vee}=\frac{1}{2}[x_{21}-x_{12}\quad x_{13}-x_{31}\quad x_{32}-x_{23}]^{\mathrm{T}}$。基于上述分析,考虑包含 N 个航天器的控制系统,建立航天器 i 的姿态动力学方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{R}}_i=\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\\ (\boldsymbol{J}_i+\Delta\boldsymbol{J}_i)\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i+\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}(\boldsymbol{J}_i+\Delta\boldsymbol{J}_i)\boldsymbol{\Omega}_i=\boldsymbol{\tau}_i+\hat{\boldsymbol{d}}_i\end{cases}\tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{\Omega}_i\in\mathbf{R}^3$ 为航天器的角速度;$\boldsymbol{\tau}_i\in\mathbf{R}^3$ 为航天器的控制力矩;$\boldsymbol{J}_i$ 为转动惯量;$\Delta\boldsymbol{J}_i$ 为转动惯量不确定性;$\hat{\boldsymbol{d}}_i$ 为外部干扰力矩,$i=1,2,\cdots,N$。

对式(4)进行展开后处理可得

$$\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i+\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i=\boldsymbol{\tau}_i+\hat{\boldsymbol{d}}_i-\Delta\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i-\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\Delta\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i\tag{5}$$

记 $\boldsymbol{d}_i=\hat{\boldsymbol{d}}_i-\Delta\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i-\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\Delta\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i$ 为不确定性、干扰等引起的总干扰力矩,则系统模型式(4)变为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{R}}_i=\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\\ \boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i+\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i=\boldsymbol{\tau}_i+\boldsymbol{d}_i\end{cases}\tag{6}$$

对于干扰 $\boldsymbol{d}_i$,有如下假设[19-20]。

假设1 存在常数 $M_{\mathrm{d}}>0$,使得 $\|\boldsymbol{d}_i\|<M_{\mathrm{d}}$,$\|\dot{\boldsymbol{d}}_i\|<M_{\mathrm{d}}$。

1.2 多航天器通信拓扑描述

在多航天器控制系统中,除了每个航天器自

身的动力学外，航天器之间的通信关系也会对协同控制性能产生重要影响。本文的设计方法避免了对系统全局信息的使用，同时考虑了通信传递的方向性。本文采用图论相关理论对通信拓扑进行描述，设$\mathcal{G}(\mathcal{V},\mathcal{E},\boldsymbol{\mathcal{A}})$表示一个加权有向图，$\mathcal{V}$为图的顶点集，$\mathcal{E}$为图的边集，$\boldsymbol{\mathcal{A}}=(\tilde{a}_{ij})_{N\times N}$为图的邻接矩阵。图的度矩阵$\boldsymbol{\mathcal{D}}=\mathrm{diag}\{\tilde{d}_1,\tilde{d}_2,\cdots,\tilde{d}_N\}$，$\tilde{d}_i=\sum_{j\in\mathcal{N}_i}\tilde{a}_{ij}$。图$\mathcal{G}$的 Laplacian 矩阵定义为$\boldsymbol{\mathcal{L}}=\boldsymbol{\mathcal{D}}-\boldsymbol{\mathcal{A}}$。在协同控制问题中，若$\tilde{a}_{ij}>0$，则表示边$(j,i)\in\mathcal{E}$，即第$i$个航天器能够从第$j$个航天器获得信息，否则$\tilde{a}_{ij}=0$。进一步定义第$i$个航天器的邻居集为$\mathcal{N}_i=\{j\in\mathcal{V}\mid(j,i)\in\mathcal{E}\}$。

本文研究的姿态协同控制目标可以表述为：在存在干扰的情况下，考虑多航天器之间的有向通信拓扑，设计 ESO 对干扰进行观测和补偿，进而设计合适的协同指令与控制器，使得$\lim\limits_{t\to\infty}\|\boldsymbol{R}_i-\boldsymbol{R}_j\|=0,i,j=1,2,\cdots,N$。

2　线性时变增益 ESO 设计

针对第i个航天器展开 ESO 设计及收敛性分析。考虑系统式(4)，令$\boldsymbol{X}_{1i}=\boldsymbol{R}_i,\boldsymbol{X}_{2i}=\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}$，则有

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{X}}_{1i}=\boldsymbol{X}_{2i}\\ \dot{\boldsymbol{X}}_{2i}=\dot{\boldsymbol{R}}_i\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}+\boldsymbol{R}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i^{\wedge}=\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{R}_i^{-1}\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}+\\ \quad\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{J}_i^{-1}(-\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i+\boldsymbol{\tau}_i+\boldsymbol{d}_i)^{\wedge}=\\ \quad\boldsymbol{X}_{2i}\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{2i}-\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i)^{\wedge}+\\ \quad\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{\tau}_i^{\wedge}+\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{d}_i^{\wedge}\end{cases}\tag{7}$$

选取扩张状态$\boldsymbol{X}_{3i}=\boldsymbol{D}_i=\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{d}_i^{\wedge}$，系统式(7)就可以表示为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{X}}_{1i}=\boldsymbol{X}_{2i}\\ \dot{\boldsymbol{X}}_{2i}=f(\boldsymbol{X}_{1i},\boldsymbol{X}_{2i})+g(\boldsymbol{X}_{1i})\boldsymbol{\tau}_i^{\wedge}+\boldsymbol{X}_{3i}\\ \dot{\boldsymbol{X}}_{3i}=\dot{\boldsymbol{D}}_i\end{cases}\tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{X}_{1i},\boldsymbol{X}_{2i},\boldsymbol{X}_{3i}\in\mathbf{R}^{3\times3}$；$g(\boldsymbol{X}_{1i})=\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}$；$f(\boldsymbol{X}_{1i},\boldsymbol{X}_{2i})=\boldsymbol{X}_{2i}\boldsymbol{X}_{1i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{2i}-\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{X}_{1i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{2i}\boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{X}_{1i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{2i})^{\vee})^{\wedge}$。

对于式(8)所示系统，考虑设计以下形式的 ESO：

$$\begin{cases}\dot{\overline{\boldsymbol{X}}}_{1i}=\overline{\boldsymbol{X}}_{2i}+\boldsymbol{L}_{1i}(t)[\boldsymbol{X}_{1i}-\overline{\boldsymbol{X}}_{1i}]\\ \dot{\overline{\boldsymbol{X}}}_{2i}=f(\boldsymbol{X}_{1i},\boldsymbol{X}_{2i})+g(\boldsymbol{X}_{1i})\boldsymbol{\tau}_i^{\wedge}+\\ \quad\overline{\boldsymbol{X}}_{3i}+\boldsymbol{L}_{2i}(t)[\boldsymbol{X}_{1i}-\overline{\boldsymbol{X}}_{1i}]\\ \dot{\overline{\boldsymbol{X}}}_{3i}=\boldsymbol{L}_{3i}(t)[\boldsymbol{X}_{1i}-\overline{\boldsymbol{X}}_{1i}]\end{cases}\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{L}_{ki}(t)=\mathrm{diag}\{l_{ki}(t),l_{ki}(t),l_{ki}(t)\}$，$l_{ki}(t)$为时变增益系数，$k=1,2,3$。

根据 SO(3)的性质，有$\|\boldsymbol{X}_{1i}\|=1$。

假设 2　存在常数$M>0$，使得$\|\boldsymbol{X}_{2i}\|\leqslant M$，$\|\overline{\boldsymbol{X}}_{1i}\|\leqslant M$，$\|\overline{\boldsymbol{X}}_{2i}\|\leqslant M$。

定义观测误差$\boldsymbol{Z}_{ki}=\boldsymbol{X}_{ki}-\overline{\boldsymbol{X}}_{ki}$，$k=1,2,3$，则误差系统可以表示为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{Z}}_{1i}=\boldsymbol{Z}_{2i}-\boldsymbol{L}_{1i}(t)\boldsymbol{Z}_{1i}\\ \dot{\boldsymbol{Z}}_{2i}=\boldsymbol{Z}_{3i}-\boldsymbol{L}_{2i}(t)\boldsymbol{Z}_{1i}\\ \dot{\boldsymbol{Z}}_{3i}=-\boldsymbol{L}_{3i}(t)\boldsymbol{Z}_{1i}+\dot{\boldsymbol{d}}_i\end{cases}\tag{10}$$

系统式(10)对于$\boldsymbol{Z}_{ki}$的每一个行向量而言是解耦的，记$\boldsymbol{z}_{ki}^{(j)}$为$\boldsymbol{Z}_{ki}$的第$j$个行向量，则有

$$\begin{bmatrix}\dot{z}_{1i}^{(j)}\\ \dot{z}_{2i}^{(j)}\\ \dot{z}_{3i}^{(j)}\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}_i(t)\begin{bmatrix}z_{1i}^{(j)}\\ z_{2i}^{(j)}\\ z_{3i}^{(j)}\end{bmatrix}+\boldsymbol{b}\otimes\dot{\boldsymbol{d}}_{ji}\tag{11}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{d}}_{ji}$为$\dot{\boldsymbol{D}}_i$的第$j$个行向量。

$$\boldsymbol{A}_i(t)=\begin{bmatrix}-l_{1i}(t)&1&0\\ -l_{2i}(t)&0&1\\ -l_{3i}(t)&0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{b}_i=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

为了分析系统式(11)的稳定性，将其转换为标准型：

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{ji}=\boldsymbol{A}_{ci}(t)\boldsymbol{\zeta}_{ji}+\boldsymbol{b}_{ci}\otimes\dot{\boldsymbol{d}}_{ji}\quad j=1,2,3\tag{12}$$

式中：

$$\boldsymbol{A}_{ci}(t)=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-a_{1i}(t)&-a_{2i}(t)&-a_{3i}(t)\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{b}_{ci}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

其中：$a_{ki}(t)$为与$l_{ki}(t)$有关的函数，且满足以下假设。

假设 3　$a_{ki}(t)$有界且三阶连续可导，$k=1,2,3$。

系统式(11)的可控性矩阵记为$\boldsymbol{U}_i(t)=[\boldsymbol{p}_{1i}(t)\quad\boldsymbol{p}_{2i}(t)\quad\boldsymbol{p}_{3i}(t)]$，$\boldsymbol{p}_{1i}(t)=\boldsymbol{b}_i$，$\boldsymbol{p}_{2i}(t)=-\boldsymbol{A}_i(t)\boldsymbol{p}_{1i}(t)+\dot{\boldsymbol{p}}_{1i}(t)$，$\boldsymbol{p}_{3i}(t)=-\boldsymbol{A}_i(t)\boldsymbol{p}_{2i}(t)+\dot{\boldsymbol{p}}_{2i}(t)$。根据$\boldsymbol{A}_i(t)$和$\boldsymbol{b}_i$的表达式可知：

$$\boldsymbol{U}_i(t)=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&-1&0\\1&0&0\end{bmatrix}\tag{13}$$

北航学报 赠阅

同理,与系统式(12)对应的可控性矩阵为

$$\boldsymbol{U}_{ci}(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & -a_{3i}(t)\\ 1 & a_{3i}(t) & -a_{2i}(t)+a_{3i}^2(t)+\dot{a}_{3i}(t)\end{bmatrix} \tag{14}$$

则系统式(11)到系统式(12)的坐标变换矩阵为

$$\boldsymbol{F}_i(t)=\boldsymbol{U}_{ci}(t)\boldsymbol{U}_i^{-1}(t)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ -a_{3i}(t) & 1 & 0\\ -a_{2i}(t)+a_{3i}^2(t)+\dot{a}_{3i}(t) & -a_{3i}(t) & 1\end{bmatrix} \tag{15}$$

根据假设 3,$\boldsymbol{F}_i^{-1}(t)$存在且有界,可以求出:

$$\boldsymbol{F}_i^{-1}(t)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ a_{3i}(t) & 1 & 0\\ a_{2i}(t)-\dot{a}_{3i}(t) & a_{3i}(t) & 1\end{bmatrix} \tag{16}$$

进一步,在系统式(11)中令$\bar{\boldsymbol{Z}}_{ji}=[(\boldsymbol{z}_{1i}^{(j)})^{\mathrm{T}}\ (\boldsymbol{z}_{2i}^{(j)})^{\mathrm{T}}\ (\boldsymbol{z}_{3i}^{(j)})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。根据$\boldsymbol{\zeta}_{ji}=\boldsymbol{F}_i(t)\bar{\boldsymbol{Z}}_{ji}$可得

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}_i(t)=\boldsymbol{F}_i^{-1}(t)(\boldsymbol{A}_{ci}(t)\boldsymbol{F}_i(t)-\dot{\boldsymbol{F}}_i(t))\\ \boldsymbol{b}_i=\boldsymbol{F}_i^{-1}(t)\boldsymbol{b}_{ci}\end{cases} \tag{17}$$

由$\boldsymbol{F}_i(t)$、$\boldsymbol{b}_i$和$\boldsymbol{b}_{ci}$的表达式以及式(17)中的第 1 个式子可以得出:

$$\begin{cases}l_{1i}(t)=a_{3i}(t)\\ l_{2i}(t)=a_{2i}(t)-2\dot{a}_{3i}(t)\\ l_{3i}(t)=a_{1i}(t)+\ddot{a}_{3i}(t)-\dot{a}_{2i}(t)\end{cases} \tag{18}$$

由式(18)可知,$l_{ki}(t)$能够表示为$a_{ki}(t)$的函数,即可以通过设计$a_{ki}(t)$来保证系统式(12)稳定,进而保证 ESO 的稳定性。在确定合适的$a_{ki}(t)$后,ESO 的参数也随之确定。于是,考虑与系统式(12)对应的 PD 特征值和 SD 特征值分别为$\rho_{ki}(t)$和$\mu_{ki}(t)$[25,27],定义:

$$T_{0i}(t)=T_{1i}(t)=1 \tag{19}$$

$$\boldsymbol{T}_{2i}(t)=\begin{bmatrix}1 & 1\\ \rho_{1i}(t) & \rho_{2i}(t)\end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{T}_{3i}(t)=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ \rho_{1i}(t) & \rho_{2i}(t) & \rho_{3i}(t)\\ \dot{\rho}_{1i}(t)+\rho_{1i}^2(t) & \dot{\rho}_{2i}(t)+\rho_{2i}^2(t) & \dot{\rho}_{3i}(t)+\rho_{3i}^2(t)\end{bmatrix} \tag{21}$$

则有如下关系成立:

$$\begin{cases}\mu_{ki}(t)=\rho_{ki}(t)+\dot{\Gamma}_{ki}(t)/\Gamma_{ki}(t)-\dot{\Gamma}_{(k-1)i}(t)/\Gamma_{(k-1)i}(t)\\ \kappa_{k,j}^{i}(t)=\dot{\kappa}_{k-1,j}^{i}(t)-\mu_k^i(t)\kappa_{k-1,j}^{i}(t)+\kappa_{k-1,j-1}^{i}(t)\end{cases} \tag{22}$$

式中:$k,j=1,2,3$;$\kappa_{n,0}(t)=0$,$\kappa_{n,n+1}(t)=0$,$n=0,1,2$;$\Gamma_{2i}(t)$和$\Gamma_{3i}(t)$分别为$\boldsymbol{T}_{2i}(t)$和$\boldsymbol{T}_{3i}(t)$对应的行列式。根据式(22)可以递推计算出$a_{1i}(t)=\kappa_{3,1}^{(i)}(t)$,$a_{2i}(t)=\kappa_{3,2}^{i}(t)$,$a_{3i}(t)=\kappa_{3,1}^{i}(t)$。因此,对于观测器参数$l_{ki}(t)$的选择可以转化为对$\rho_{ki}(t)$的设计。

引理 1 设$\rho_{ki}(t)$为实数且满足如下条件:

1)$\rho_{ki}(t)$有界且三阶连续可导;

2)由式(19)~式(22)得到的$a_{ki}(t)$满足假设 3;

3)存在常数$c>0$,使得$\rho_{ki}(t)\leqslant -c<0$。

则系统$\dot{\boldsymbol{\chi}}_i=\boldsymbol{A}_i(t)\boldsymbol{\chi}_i$和$\dot{\boldsymbol{\chi}}_{ci}=\boldsymbol{A}_{ci}(t)\boldsymbol{\chi}_{ci}$是指数稳定的。

证明 根据条件 1)~3)可知,$\boldsymbol{T}_{3i}(t)$非奇异且连续可导,记$\boldsymbol{\chi}_{zi}=\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{\chi}_{ci}$,则有

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}_{zi}=\dot{\boldsymbol{T}}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{\chi}_{ci}+\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\dot{\boldsymbol{\chi}}_{ci}=(\dot{\boldsymbol{T}}_{3i}^{-1}(t)+\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{A}_{ci}(t))\boldsymbol{T}_{3i}(t)\boldsymbol{\chi}_{zi}=\boldsymbol{A}_{zi}(t)\boldsymbol{\chi}_{zi} \tag{23}$$

式中:$\boldsymbol{A}_{zi}(t)=\mathrm{diag}\{\rho_{1i}(t),\rho_{2i}(t),\rho_{3i}(t)\}$。根据条件 3),选取 Lyapunov 函数$V_1(\boldsymbol{\chi}_{zi})=\boldsymbol{\chi}_{zi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\chi}_{zi}$,对其求导数可得

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{\chi}_{zi})=2\boldsymbol{\chi}_{zi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{zi}\boldsymbol{\chi}_{zi}\leqslant -2c\|\boldsymbol{\chi}_{zi}\|^2 \tag{24}$$

即证明了$\boldsymbol{\chi}_{zi}$是指数稳定的。设$\dot{\boldsymbol{\chi}}_{zi}=\boldsymbol{A}_{zi}\boldsymbol{\chi}_{zi}$的状态转移矩阵为$\boldsymbol{\Phi}_{zi}(t,t_0)$,存在常数$k_1>0$和$k_2>0$,使得$\|\boldsymbol{\Phi}_{zi}(t,t_0)\|\leqslant k_1\mathrm{e}^{-k_2(t-t_0)}$,$\forall t\geqslant t_0$。

考虑$\boldsymbol{\chi}_{ci}$和$\boldsymbol{\chi}_i$系统的状态转移矩阵分别为$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\chi}_{ci}}(t,t_0)$和$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\chi}_i}(t,t_0)$,同理可得

$$\|\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\chi}_{ci}}(t,t_0)\|=\|\boldsymbol{T}_{3i}(t)\boldsymbol{\Phi}_{zi}(t,t_0)\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\|\leqslant\|\boldsymbol{T}_{3i}(t)\|\|\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\|\|\boldsymbol{\Phi}_{zi}(t,t_0)\| \tag{25}$$

$$\|\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\chi}_i}(t,t_0)\|=\|\boldsymbol{F}_i^{-1}(t)\boldsymbol{\Phi}_{ci}(t,t_0)\boldsymbol{F}_i(t)\|\leqslant\|\boldsymbol{F}_i(t)\|\|\boldsymbol{F}_i^{-1}(t)\|\|\boldsymbol{\Phi}_{ci}(t,t_0)\| \tag{26}$$

由于$\boldsymbol{T}_{3i}(t)$、$\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)$、$\boldsymbol{F}_i(t)$、$\boldsymbol{F}_i^{-1}(t)$均存在且连续有界,因此存在常数$k_3>0$和$k_4>0$,使得:

$$\|\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\chi}_{ci}}(t,t_0)\|\leqslant k_3\mathrm{e}^{-k_2(t-t_0)} \tag{27}$$

$$\|\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\chi}_i}(t,t_0)\|\leqslant k_4\mathrm{e}^{-k_2(t-t_0)} \tag{28}$$

从而证明了$\boldsymbol{\chi}_i$和$\boldsymbol{\chi}_{ci}$是指数稳定的。 **证毕**

在此基础上,关于观测误差的稳定性有如下定理成立。

定理 1 若$\rho_{ki}(t)\leqslant -\dfrac{c_1}{\varepsilon}<0$且满足引理 1 中的条件,其中$c_1>0$,$0<\varepsilon\ll 1$,记$\boldsymbol{Z}_i(t)=[\boldsymbol{Z}_{1i}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Z}_{2i}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Z}_{3i}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,则有$\lim\limits_{t\to\infty}\|\boldsymbol{Z}_i(t)\|=O(\varepsilon)$。

证明 考虑对称正定矩阵$\boldsymbol{P}_{zi}(t)=(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\cdot\boldsymbol{F}_i(t))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))$,结合引理 1 中的条件,$\boldsymbol{P}_{zi}(t)$有界连续可导。定义变量$\boldsymbol{\chi}_{zi}=\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{\chi}_{ci}=\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\boldsymbol{\chi}_i$,对其求导数得到关系式:

北航学报 赠阅

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}_{zi}=\frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\chi}_i+\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\dot{\boldsymbol{\chi}}_i=\boldsymbol{A}_{zi}(t)\boldsymbol{\chi}_{zi}\tag{29}$$

式中：

$$\boldsymbol{A}_{zi}(t)=\left[\frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\boldsymbol{A}_i(t)\right]\cdot(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))^{-1}\tag{30}$$

由此可知：

$$\dot{\boldsymbol{P}}_{zi}(t)+\boldsymbol{P}_{zi}(t)\boldsymbol{A}_i(t)+\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_{zi}(t)=2\frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))^{\mathrm{T}}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))+2(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))\boldsymbol{A}_i(t)=2(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{zi}(t)\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\tag{31}$$

令 $\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i=[(\boldsymbol{z}_{1i}^{(k,j)})^{\mathrm{T}}\quad(\boldsymbol{z}_{2i}^{(k,j)})^{\mathrm{T}}\quad(\boldsymbol{z}_{3i}^{(k,j)})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{z}_{\mathrm{d},kj}^i=[0\quad 0\quad \dot{\boldsymbol{d}}_i^{(k,j)}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{z}_{1i}^{(k,j)}$、$\boldsymbol{z}_{2i}^{(k,j)}$、$\boldsymbol{z}_{3i}^{(k,j)}$、$\dot{\boldsymbol{d}}_i^{(k,j)}$ 分别表示 $\boldsymbol{Z}_{1i}$、$\boldsymbol{Z}_{2i}$、$\boldsymbol{Z}_{3i}$、$\boldsymbol{D}_i$ 中对应第(k,j)个元素，$k,j=1,2,3$。结合引理 1 中对系统式(11)的分析，选取 Lyapunov 函数为 $V_2(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)=(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{zi}(t)\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i$，并求得其沿时间 t 的导数：

$$\dot{V}_2(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)=2(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{A}_{zi}(t)\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i+2(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{zi}(t)\bar{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{d},kj}^i\tag{32}$$

易知存在常数 $c_2>0$，使得

$$(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{zi}(t)\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\leqslant-\frac{c_2}{\varepsilon}\|\boldsymbol{T}_{3i}^{-1}(t)\boldsymbol{F}_i(t)\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\|^2=-\frac{c_2}{\varepsilon}(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{zi}(t)\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\tag{33}$$

再根据 $\boldsymbol{P}_{zi}(t)$ 的性质可知，存在正常数 c_3、c_4 和 c_5 使得：

$$\begin{cases}c_3\|\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\|^2\leqslant\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{zi}(t)\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\leqslant c_4\|\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\|^2\\\|\boldsymbol{P}_{zi}(t)\|\leqslant c_5\end{cases}\tag{34}$$

从而有

$$\dot{V}_2(\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i)\leqslant-\frac{2c_2c_3}{\varepsilon}\|\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\|^2+2c_5\|\bar{\boldsymbol{z}}_{kj}^i\|\|\boldsymbol{z}_{\mathrm{d},kj}^i\|\tag{35}$$

进一步，由于 $\boldsymbol{Z}_i$ 为矩阵，因此考虑将 $\boldsymbol{Z}_i$ 拉直后重新排列。记 $\bar{\boldsymbol{z}}_i=(\bar{\boldsymbol{z}}_i^{(j)})$，$\bar{\boldsymbol{z}}_i^{(j)}=[(\bar{\boldsymbol{z}}_{1j}^i)^{\mathrm{T}}\quad(\bar{\boldsymbol{z}}_{2j}^i)^{\mathrm{T}}\quad(\bar{\boldsymbol{z}}_{3j}^i)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\bar{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{d}i}=(\boldsymbol{z}_{\mathrm{d}i}^{(j)})$，$\boldsymbol{z}_{\mathrm{d}i}^{(j)}=[\boldsymbol{z}_{\mathrm{d}i,1j}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{z}_{\mathrm{d}i,2j}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{z}_{\mathrm{d}i,3j}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$j=1,2,3$。选取对应的 Lyapunov 函数为 $V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)=\bar{\boldsymbol{z}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i(t)\bar{\boldsymbol{z}}_i$，$\boldsymbol{P}_i(t)=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{P}_{zi}(t),\cdots,\boldsymbol{P}_{zi}(t)\}$，结合式(35)可得

$$\dot{V}_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)\leqslant-\frac{2c_2c_3}{\varepsilon}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2+2c_5\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|\|\bar{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{d}i}\|\tag{36}$$

根据 hat 变换的性质，有 $\|\boldsymbol{d}_i^{\wedge}\|=\sqrt{2}\|\boldsymbol{d}_i\|$，进一步由假设 1 可知：

$$\|\bar{\boldsymbol{z}}_{\mathrm{d}i}\|=\frac{1}{\sqrt{2}}\|\dot{\boldsymbol{D}}_i\|=\frac{1}{\sqrt{2}}\|\boldsymbol{X}_{2i}\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{d}_i^{\wedge}+\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}\dot{\boldsymbol{d}}_i^{\wedge}\|\leqslant M_{\Delta}\tag{37}$$

式中：$M_{\Delta}=\dfrac{M_{\mathrm{d}}(M+1)}{\lambda_{2i}}$，$\lambda_{2i}$为 $\boldsymbol{J}_i$ 的最小特征值。

将式(37)代入式(36)，则有

$$\dot{V}_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)\leqslant-\frac{2c_2c_3}{\varepsilon}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2+2c_5M_{\Delta}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|\leqslant-\frac{2c_2c_3}{\varepsilon c_4}V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)+2\frac{\sqrt{c_3}}{c_3}c_5M_{\Delta}\sqrt{V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)}\tag{38}$$

同时，根据 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)}=\dfrac{1}{2\sqrt{V_3(\boldsymbol{z}_i)}}\cdot\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)$，有如下关系：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)}\leqslant-\frac{c_2c_3}{\varepsilon c_4}\sqrt{V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)}+\frac{\sqrt{c_3}}{c_3}c_5M_{\Delta}\tag{39}$$

最终得到

$$\|\bar{\boldsymbol{z}}_i(t)\|\leqslant\sqrt{\frac{V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i(t))}{c_3}}\leqslant\sqrt{\frac{V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i(0))}{c_3}}\mathrm{e}^{-\frac{c_2c_3}{\varepsilon c_4}t}+\frac{c_5M_{\Delta}}{c_3}\int_0^t\mathrm{e}^{-\frac{c_2c_3}{\varepsilon c_4}(t-s)}\,\mathrm{d}s\tag{40}$$

根据式(40)易知，当 $t\to\infty$ 时，$\|\bar{\boldsymbol{z}}_i(t)\|\to O(\varepsilon)$，即 $\|\boldsymbol{Z}_i(t)\|\to O(\varepsilon)$。　**证毕**

注 1　定理 1 在引理 1 的基础上分析了时变增益 ESO 的收敛性。若 $\rho_{ki}(t)$ 取 $1/\varepsilon$ 的同阶量，则观测误差有界且趋于 ε 的同阶量。同时，在 $\rho_{ki}(t)$ 确定后，通过式(18)和式(22)可以计算得到 ESO 增益 $l_{ki}(t)$。

3　SO(3)协同控制器设计

本节首先对 SO(3)中姿态误差定义以及协同指令进行推导。在基于 SO(3)的控制方法中，姿态由 $\boldsymbol{R}\in\mathrm{SO}(3)$ 来表示，对于每个航天器 i，设协同指令 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}=[\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(1)}\quad\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(2)}\quad\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(3)}]$。由于 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}$是正交矩阵，在$[\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(1)}\quad\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(2)}\quad\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(3)}]$中给定其中 2 个变量后，可以由正交性计算出第 3 个变量。因此，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}$的设计包含 2 个自由度。由于在协同控制系统中，每个航天器只能获得其相邻航天器的状态信息，所以在协同指令设计时也需要考虑通信拓扑结构。为此，本文设计的协同指令 $\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(1)}$、$\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(2)}$和 $\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(3)}$如下：

$$\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(1)}=\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(2)}\times\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(3)}\tag{41}$$

$$\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(2)}=\frac{\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(3)}\times\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(1)}}{\left\|\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(3)}\times\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(1)}\right\|}\tag{42}$$

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{b}_{\mathrm{d}i}^{(3)}=\frac{\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(3)}}{\left\|\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(3)}\right\|} \tag{43}$$

在姿态指令信号 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}$ 的基础上，定义 SO(3) 中的相对姿态误差和角速度误差分别为

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i-\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})^{\vee} \tag{44}$$

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}=\boldsymbol{\Omega}_i-\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}i} \tag{45}$$

同时，根据 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}$ 的性质有 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}=\boldsymbol{I}_3$，等式两边同时对 t 求导可得 $\dot{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}=-\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{d}i}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}$。于是

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i)=\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{R}}_i+\dot{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i=\\&\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}[\dot{\boldsymbol{R}}_i-\dot{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{d}i}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i)]=\\&\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i[\boldsymbol{\Omega}_i-\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}i}]^{\wedge}=(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i)\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\wedge}\end{aligned} \tag{46}$$

根据式(45)和式(46)，航天器 i 的误差方程可以表示为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\Omega}_i}=\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i-\boldsymbol{J}_i\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}i}+\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathrm{d}i}\right]=\\&\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i-\boldsymbol{J}_i[(\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\wedge})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathrm{d}i}]=\\&\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i+\boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}i}-\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathrm{d}i})=\\&\boldsymbol{\tau}_i-\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i+\boldsymbol{d}_i+\\&\boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}i}-\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathrm{d}i})\end{aligned} \tag{47}$$

得到 SO(3) 姿态指令和姿态误差模型后，进一步设计航天器协同控制器以完成对指令的跟踪，同时实现姿态一致。同时，考虑 ESO 输出的扩张状态 $\overline{\boldsymbol{X}}_{3i}$，由于 $\boldsymbol{X}_{3i}=\boldsymbol{X}_{1i}\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{d}_i$，则可以得到干扰观测值 $\hat{\boldsymbol{d}}_i=(\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{X}_{1i}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{X}}_{3i})^{\vee}$，并在控制器中进行补偿。因此，对于航天器 i，其姿态控制输入设计为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\tau}_i=\boldsymbol{\tau}_{0i}-\hat{\boldsymbol{d}}_i=-k_{\boldsymbol{R}_i}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}-k_{\boldsymbol{\Omega}_i}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}+\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i-\\&\boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{\Omega}_i^{\wedge}\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}i}-\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathrm{d}i})-\hat{\boldsymbol{d}}_i\end{aligned} \tag{48}$$

4 闭环系统协同控制稳定性分析

定理 2 在时变增益 ESO 式(9)和控制律式(48)的作用下，多航天器系统能够实现有效的姿态协同，闭环系统一致最终有界稳定，且稳定的界为 $O(\sqrt{\varepsilon})$。

证明 选取闭环系统的 Lyapunov 函数为

$$V_5(\boldsymbol{\eta}_i)=V_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)+V_4(\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i},\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}) \tag{49}$$

式中：$\boldsymbol{\eta}_i=[\bar{\boldsymbol{z}}_i^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{e}_i=[\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}\|\quad\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\|]^{\mathrm{T}}$；$V_4(\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i},\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i})=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}+c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}+k_{\boldsymbol{R}_i}\Psi(\boldsymbol{R}_i,\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})$，$c_6$ 为正常数，且满足 $c_6<\min\left\{\sqrt{2\lambda_{1i}k_{\boldsymbol{R}_i}},\frac{4k_{\boldsymbol{R}_i}k_{\boldsymbol{\Omega}_i}\lambda_{1i}^2}{\lambda_{2i}k_{\boldsymbol{\Omega}_i}^2+4\lambda_{1i}^2k_{\boldsymbol{R}_i}},\frac{k_{\boldsymbol{\Omega}_i}}{2}\right\}$，$\lambda_{1i}$ 和 λ_{2i} 分别为 $\boldsymbol{J}_i$ 的最大和最小特征值，$\Psi(\boldsymbol{R}_i,\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})=\frac{1}{2}\mathrm{tr}[\boldsymbol{I}_3-\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i]$。

首先证明 V_4 的正定性。易知

$$\Psi(\boldsymbol{R}_i,\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})\geqslant\frac{1}{2}\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}\|^2 \tag{50}$$

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\geqslant\lambda_{1i}\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\|^2 \tag{51}$$

$$c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\geqslant-c_6\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}\|\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\| \tag{52}$$

根据条件 $c_6<\sqrt{2\lambda_1k_{\boldsymbol{R}_i}}$ 可知 V_4 是正定的：

$$V_4\geqslant\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}k_{\boldsymbol{R}_i}&-c_6\\-c_6&2\lambda_{1i}\end{bmatrix}\boldsymbol{e}_i>0 \tag{53}$$

进一步，考虑式(49)中 $\Psi(\boldsymbol{R}_i,\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})$ 对时间 t 的导数：

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Psi(\boldsymbol{R}_i,\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})=\mathrm{tr}[\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\wedge}]=\\&\frac{1}{2}\mathrm{tr}[\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\wedge\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i-\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}})]=\\&\frac{1}{2}\mathrm{tr}[\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\wedge\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\wedge}]=\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\end{aligned} \tag{54}$$

而 $V_5(\boldsymbol{\eta}_i)$ 中 $c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}$ 沿时间 t 的导数为

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i})=c_6\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}+c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\Omega}_i}=\\&-c_6k_{\boldsymbol{R}_i}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}+c_6C(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i)\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}-\\&c_6k_{\boldsymbol{\Omega}_i}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}+c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)\end{aligned} \tag{55}$$

式中：$C(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i)=\frac{1}{2}(\mathrm{tr}[\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i]\boldsymbol{I}_3-\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i})$，并且有 $\|C(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i)\|\leqslant1$ 成立。

结合式(54)、式(55)对 $V_5(\boldsymbol{\eta}_i)$ 求导可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_5(\boldsymbol{\eta}_i)=\dot{V}_3(\bar{\boldsymbol{z}}_i)-\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{e}_i+c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)+\\&\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)\leqslant-\frac{2c_2c_3}{\varepsilon}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2+\\&2c_5M_{\Delta}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|-\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{e}_i+\\&c_6\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)+\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)\end{aligned} \tag{56}$$

式中：

$$\boldsymbol{W}_1=\begin{bmatrix}\frac{c_6k_{\boldsymbol{R}_i}}{\lambda_{1i}}&-\frac{c_6k_{\boldsymbol{\Omega}_i}}{2\lambda_{2i}}\\-\frac{c_6k_{\boldsymbol{\Omega}_i}}{2\lambda_{2i}}&k_{\boldsymbol{\Omega}_i}-c_6\end{bmatrix}>\boldsymbol{0} \tag{57}$$

同时，根据前述的分析可知：

$$\|\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)\|=\|(\boldsymbol{X}_{1i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{3i}-\boldsymbol{X}_{1i}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{X}}_{3i})^{\vee}\|\leqslant\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\| \tag{58}$$

进一步，根据 Young 不等式，有

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)\leqslant\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\|\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|\leqslant c_6\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Omega}_i}\|^2+\frac{1}{2c_6}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2 \tag{59}$$

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_i^{-1}(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)\leqslant\frac{c_6k_{\boldsymbol{R}_i}}{2\lambda_{1i}}\|\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{R}_i}\|^2+\frac{\lambda_{1i}}{2c_6k_{\boldsymbol{R}_i}}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2 \tag{60}$$

将上述结果代入式(56)中可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_5(\boldsymbol{\eta}_i)\leqslant-\left(\frac{c_2c_3}{\varepsilon}-\frac{\lambda_1}{2c_6k_{\boldsymbol{R}_i}}-\frac{1}{2c_6}\right)\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2+\\&2c_5M_{\Delta}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|-\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{e}_i-\frac{c_2c_3}{\varepsilon}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2\end{aligned} \tag{61}$$

北航学报 赠阅

式中：

$$\boldsymbol{W}_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{c_6 k_{\boldsymbol{R}_i}}{2\lambda_{1i}} & -\dfrac{c_6 k_{\boldsymbol{\Omega}_i}}{2\lambda_{2i}} \\ -\dfrac{c_6 k_{\boldsymbol{\Omega}_i}}{2\lambda_{2i}} & k_{\boldsymbol{\Omega}_i} - 2c_6 \end{bmatrix} > \boldsymbol{0} \tag{62}$$

取 $\varepsilon < \dfrac{2c_2c_3c_6k_{\boldsymbol{R}_i}}{\lambda_1 + k_{\boldsymbol{R}_i}}$，根据式(61)最终推导出：

$$\dot{V}_5(\boldsymbol{\eta}_i) \leqslant -\frac{c_2c_3}{2\varepsilon}\left(\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\| - \frac{2c_5M_\Delta\varepsilon}{c_2c_3}\right)^2 - \frac{c_2c_3}{2\varepsilon}\|\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2 + \frac{4c_5^2M_\Delta^2\varepsilon}{c_2c_3} - \boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{e}_i \leqslant -\frac{c_7}{2}\|\boldsymbol{\eta}_i\|^2 - \left(\frac{c_7}{2}\|\boldsymbol{\eta}_i\|^2 - \frac{4c_5^2M_\Delta^2\varepsilon}{c_2c_3}\right) \tag{63}$$

式中：$c_7 = \min\left\{\dfrac{c_2c_3}{2\varepsilon}, \lambda_{\min}(\boldsymbol{W}_2)\right\}$。由此可得，$\forall \|\boldsymbol{\eta}_i\| > \sqrt{\dfrac{2\varepsilon}{c_2c_3c_6}}c_5M_\Delta$，有 $\dot{V}_5(\boldsymbol{\eta}_i) \leqslant -\dfrac{c_6}{2}\|\boldsymbol{\eta}_i\|^2 < 0$。注意到，$V_5(\boldsymbol{\eta}_i)$ 正定且径向无界，因此闭环系统一致最终有界稳定，且最终的界为 $O(\sqrt{\varepsilon})$。

进一步，需要证明多航天器在所设计的协同控制器作用下形成姿态协同，即证明在 $t\to\infty$ 时，$\|\boldsymbol{b}_i^{(k)} - \boldsymbol{b}_j^{(k)}\| \leqslant O(\sqrt{\varepsilon})$，$k = 1, 2, 3$。由于能够实现对姿态指令的跟踪，可知：

$$\boldsymbol{b}_i^{(3)} = \frac{\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(3)}}{\left\|\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(3)}\right\|} + \boldsymbol{\Delta}_i \tag{64}$$

式中：$\boldsymbol{\Delta}_i \in \mathbf{R}^3$ 且满足 $\|\boldsymbol{\Delta}_i\| \leqslant O(\sqrt{\varepsilon})$。

记 $\sigma_i = \left\|\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(3)}\right\|$，$\boldsymbol{\Delta} = [\boldsymbol{\Delta}_1^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\Delta}_2^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{\Delta}_N^{\mathrm{T}}]$，将式(64)表示为矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} \sigma_1\boldsymbol{b}_1^{(3)} \\ \sigma_2\boldsymbol{b}_2^{(3)} \\ \vdots \\ \sigma_N\boldsymbol{b}_N^{(3)} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & 0 & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \otimes \boldsymbol{I}_3\right)\begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_1^{(3)} \\ \boldsymbol{b}_2^{(3)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{b}_N^{(3)} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\Delta} \tag{65}$$

下面要证明 $\lim\limits_{t\to\infty}\sigma_i = \tilde{d}_i$。由于 $\|\boldsymbol{b}_j^{(3)}\| = 1$，所以有 $\sigma_i \leqslant \sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}\|\boldsymbol{b}_j^{(3)}\| = \tilde{d}_i$。若 $\sigma_i < \tilde{d}_i$，则由 $\sigma_i\boldsymbol{b}_i^{(3)} - \sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}\boldsymbol{b}_j^{(3)} = \boldsymbol{0}_3 + \boldsymbol{\Delta}_i$ 可知，存在某个 $\boldsymbol{b}_i^{(3)}$ 中的元素的模大于 1，与 $\|\boldsymbol{b}_i^{(3)}\| = 1$ 是矛盾的。进一步，记 $\boldsymbol{\beta} = [(\boldsymbol{b}_1^{(3)})^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{b}_2^{(3)})^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad (\boldsymbol{b}_N^{(3)})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，式(65)可以表示为

$$(\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_3)\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{0}_3 + \boldsymbol{\Delta} \tag{66}$$

若航天器之间的拓扑包含生成树，则 $\mathcal{L}$ 有且只有一个零特征值且 $\mathcal{L}\mathbf{1}_3 = \mathbf{0}_3$，其中，$\mathbf{1}_3$ 和 $\mathbf{0}_3$ 分别为元素全为 1 和 0 的三维列向量。根据矩阵直积的性质可得，$\mathcal{L}\otimes\boldsymbol{I}_3$ 有 3 个零特征值，且几何重数为 3。另外，$\mathbf{1}_3\otimes\boldsymbol{I}_3$ 的 N 个线性无关列向量构成了零特征值的特征向量空间，$\boldsymbol{\beta}$ 作为对应的解向量就可以表示为 $\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{1}\otimes\boldsymbol{I}_3)\boldsymbol{k}_\beta + \boldsymbol{\Delta}_i = \mathbf{1}\otimes\boldsymbol{k}_\beta + \boldsymbol{\Delta}_i$，$\boldsymbol{k}_\beta \in \mathbf{R}^3$，即

$$\begin{cases} \boldsymbol{b}_1^{(3)} = \boldsymbol{k}_\beta + \boldsymbol{\Delta}_1 \\ \boldsymbol{b}_2^{(3)} = \boldsymbol{k}_\beta + \boldsymbol{\Delta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{b}_N^{(3)} = \boldsymbol{k}_\beta + \boldsymbol{\Delta}_N \end{cases} \tag{67}$$

所以，$\lim\limits_{t\to\infty}\|\boldsymbol{b}_i^{(3)} - \boldsymbol{b}_j^{(3)}\| \leqslant \|\boldsymbol{\Delta}_i\| + \|\boldsymbol{\Delta}_j\| \leqslant O(\sqrt{\varepsilon})$，$\boldsymbol{b}_i^{(3)}$ 与 $\boldsymbol{b}_j^{(3)}$ 之间的误差在某个小邻域内。同理，对于 $\boldsymbol{b}_i^{(1)}$ 和 $\boldsymbol{b}_i^{(2)}$ 有相同的结论，即证明了航天器的姿态能够达到稳定的一致。　　**证毕**

注 2　通过航天器模型式(4)和控制器式(48)设计过程可以看出，本文提出的 SO(3)协同控制方法允许各航天器具有不同的总体和控制参数，即适用于航天器异构的情况，有利于本文方法在工程中的应用。

5　仿真验证

为了验证本文所提出的 ESO 设计方法和 SO(3)协同控制方法的有效性，本节采用包含 5 个个体的多航天器系统进行仿真。各航天器的转动惯量标称值为 $\boldsymbol{J}_i = \mathrm{diag}\{20, 10, 10\}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$，其不确定性 $\Delta\boldsymbol{J}_i$ 参数和初始条件在表 1 中给出。外部干扰设置为 $\hat{\boldsymbol{d}}_i = \dfrac{5}{14}\left[(-10+3i)\cdot\sin\left(\dfrac{3i-3}{14}t\right) \quad (-9+3i)\cos\left(\dfrac{3i-2}{14}t\right) \quad (-8+3i)\cdot\sin\left(\dfrac{3i-1}{14}t\right)\right]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{N\cdot m}$，$i = 1, 2, \cdots, 5$。

表 1　航天器初始条件和参数

Table 1　Initial conditions and parameters of spacecraft

航天器	不确定性 $\Delta\boldsymbol{J}_i$/(kg·m²)	俯仰角/(°)	偏航角/(°)	滚转角/(°)
1	$\begin{bmatrix} 0 & 0.75 & 0.75 \\ 0.5 & 0 & 1 \\ 0.75 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	50	30	10
2	$\begin{bmatrix} 2.2 & 0.75 & 1.75 \\ 0.75 & 2 & 0.5 \\ 1.75 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}$	15	10	20
3	$\begin{bmatrix} 4.2 & 0.37 & 0.75 \\ 0.37 & 1.1 & 1 \\ 0.75 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	0	−10	40
4	$\begin{bmatrix} -3.8 & 0.5 & 1.25 \\ 0.87 & -1.4 & 1.25 \\ 1.25 & 1.25 & -1.9 \end{bmatrix}$	5	−8	20
5	$\begin{bmatrix} -0.2 & 0.5 & 1.25 \\ 0.87 & -1 & 1.25 \\ 1.12 & 1.25 & -0.5 \end{bmatrix}$	−10	0	10

北航学报 赠阅

航天器之间的通信拓扑由图 1 给出。相应的边的权重为 $\tilde{a}_{14}=1,\tilde{a}_{23}=1,\tilde{a}_{32}=0.3,\tilde{a}_{35}=0.7,\tilde{a}_{41}=0.5,\tilde{a}_{43}=0.5,\tilde{a}_{51}=1$。由此可以根据式(41)~式(43)得到姿态协同指令。

在仿真算例中,选取各航天器的 ESO 采用相同的参数。根据引理 1 与定理 1 的相关分析,对于时变 ESO 参数可以取为 $\rho_{ki}(t)=\bar{\rho}_{ki}\varpi(t)$,$\bar{\rho}_{ki}$ 为常数,表示 $\rho_{ki}(t)$ 名义值,$k=1,2,3$。则根据式(22)可求得对应 $a_{ki}(t)$ 的表达式为

$$\begin{cases} a_{1i}(t) = -\bar{\rho}_{1i}\bar{\rho}_{2i}\bar{\rho}_{3i}\varpi^3(t) \\ a_{2i}(t) = (\bar{\rho}_{1i}+\bar{\rho}_{2i}+\bar{\rho}_{3i})\dot{\varpi}(t)+ \\ \quad 3\dot{\varpi}^2(t)/\varpi^2(t)+(\bar{\rho}_{1i}\bar{\rho}_{2i}+ \\ \quad \bar{\rho}_{1i}\bar{\rho}_{3i}+\bar{\rho}_{2i}\bar{\rho}_{3i})\varpi^2(t)-\ddot{\varpi}(t)/\varpi(t) \\ a_{3i}(t) = -(\bar{\rho}_{1i}+\bar{\rho}_{2i}+\bar{\rho}_{3i})\varpi(t)- \\ \quad 3\dot{\varpi}(t)/\varpi(t) \end{cases}$$

$l_{ki}(t)$ 的表达式可以进一步通过式(18)得到。再根据定理 1 取 $\varepsilon=0.01,\bar{\rho}_{ki}=-0.4/\varepsilon=-40$,$\dot{\varpi}(t)=0.1+1.8[(1+e^{-0.1t})^{-1}-0.5]$,可知 $\rho_{ki}(t)$ 满足定理 1 中的条件。控制参数设计为 $k_{\boldsymbol{R}_i}=0.4,k_{\boldsymbol{\Omega}_i}=0.8$。作为对比,常值增益 ESO 中采用 $\rho_{ki}(t)=\bar{\rho}_{ki}$,其他参数不变。

在协同控制器设计与仿真中,均采用 $\boldsymbol{R}$ 矩阵对航天器姿态进行描述,并基于 SO(3)方法完成上述过程。为了便于结果呈现,本文在仿真结果图中将 $\boldsymbol{R}$ 转换为姿态角度进行表示。图 2 给出了多个航天器的俯仰、偏航、滚转角度随时间变化曲线。可以看出,在存在干扰的情况下,多航天器系统能够以较快的速度实现稳定的协同,控制效果良好。

为了说明控制输入与 ESO 干扰观测情况,选取 $\bar{\boldsymbol{\tau}}_i=\boldsymbol{\tau}_{0i}+(\boldsymbol{d}_i-\hat{\boldsymbol{d}}_i)=\boldsymbol{\tau}_i+\boldsymbol{d}_i$。本文以航天器 4 为例,在图 3 中给出了 $\bar{\boldsymbol{\tau}}_4$ 的变化情况,其他航天器与之类似。可以看出,$\bar{\boldsymbol{\tau}}_4$ 随着时间增长逐渐趋近于 0,表明设计的 ESO 能够有效地对干扰进行观测,使得控制器中对干扰进行补偿,最终实现系统稳定。

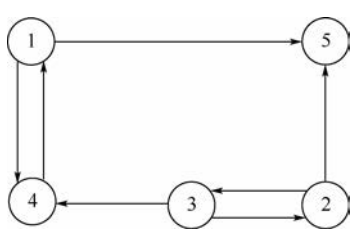
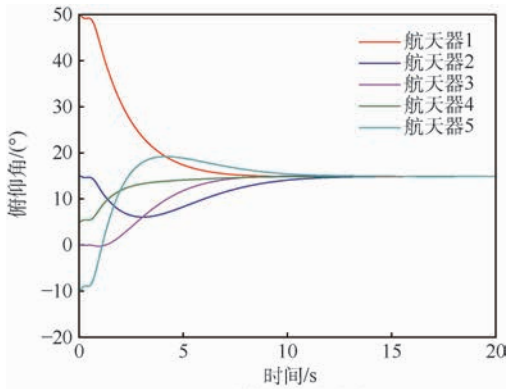
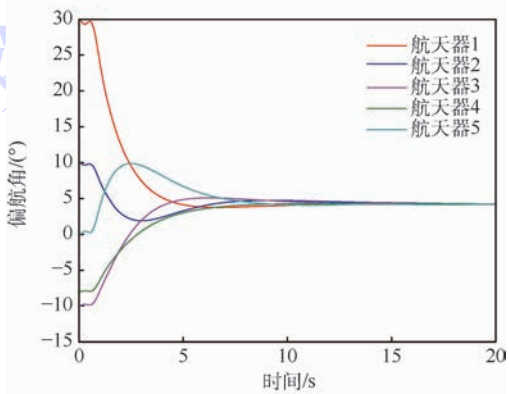


图 1 航天器通信拓扑

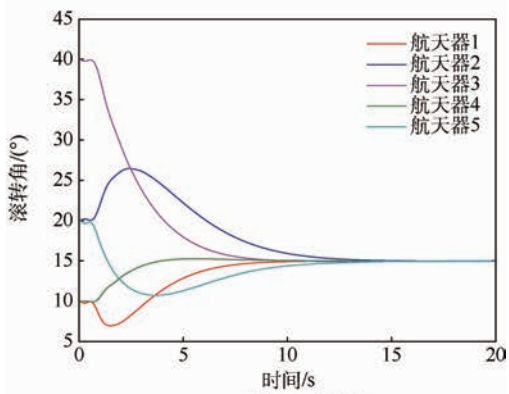
Fig. 1 Communication topology of spacecraft



(a) 俯仰角变化曲线



(b) 偏航角变化曲线



(c) 滚转角变化曲线

图 2 多航天器姿态角变化曲线

Fig. 2 Variation curves of attitude angles of multiple spacecraft

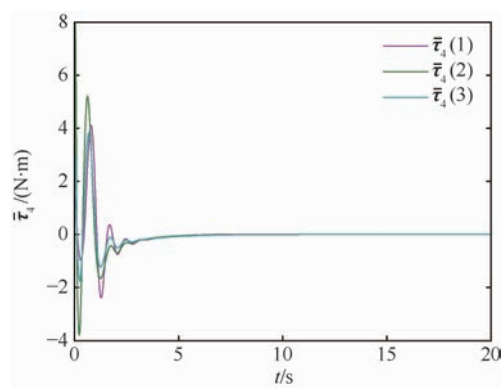


图 3 考虑干扰补偿的控制力矩(航天器 4)

Fig. 3 Control moment with disturbance compensation (Spacecraft 4)

北航学报 赠阅

定义控制力矩范数为 $\|\boldsymbol{\tau}\| = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\|\boldsymbol{\tau}_i\|$,图 4 给出了本文中所设计的 ESO 和常值增益 ESO 的对比曲线。注意到,算例中观测误差初始值不为零。从图 4 可以看出,常值增益 ESO 产生了峰化现象,在仿真开始的 1 s 内达到了 45 N·m,而时变增益 ESO 削弱了峰化现象,最初的控制力矩在 10 N·m 附近,更符合实际情形。

进一步,为了定量描述各航天器姿态协同收敛情况,对比说明本文基于 SO(3)方法的控制效果,定义:

$$Q = \frac{1}{4}\sum_{i=2}^{5}\|\boldsymbol{q}_i\| \tag{68}$$

式中:$\boldsymbol{q}_i = \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_1$,$\boldsymbol{r}_i = [\varphi_i \quad \psi_i \quad \gamma_i]^{\mathrm{T}}$,$\varphi_i$、$\psi_i$ 和 γ_i 分别为航天器的俯仰角、偏航角和滚转角。

根据 Q 的定义可知,若 Q 趋于 0,则表示多航天器实现了姿态协同。在相同初始条件与 ESO 参数的情况下,文献[10]采用四元数模型,文献[11]使用罗格里德参数。从图 5 可以看出,文献[10]方法和文献[11]方法的 Q 值收敛到 1°的时刻分别为 10.87 s 和 7.26 s,而本文方法为 5.88 s,验证了本文方法的有效性和快速性。

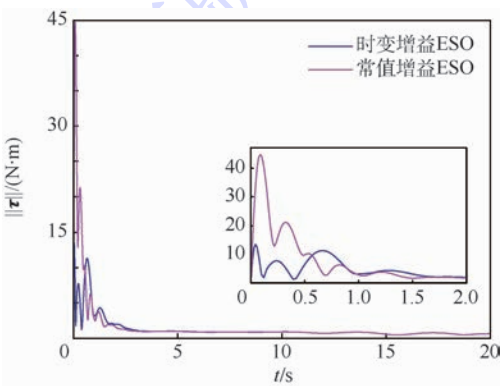


图 4　控制力矩范数对比曲线

Fig. 4　Comparative curves of norms of control moment

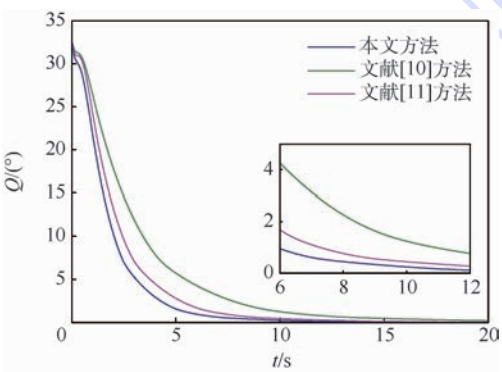


图 5　不同方法 Q 值变化对比曲线

Fig. 5　Comparative curves of Q with different methods

6　结　论

本文针对存在干扰情形下的多航天器系统,对其协同控制问题进行了研究。

1) SO(3)能够从整体的角度对姿态进行描述,结合有向通信拓扑建立了多航天器 SO(3)控制模型,并以此提出了相应的控制策略。基于 SO(3)方法的协同控制是可行的。

2) 模型不确定性和外部干扰可以等效为系统的总干扰。在此情形下,设计了适用于 SO(3)模型的线性时变增益 ESO,所提出的时变增益 ESO 能够完成对干扰的有效估计。相比常值增益 ESO,时变增益 ESO 可以削弱峰化现象,降低了对控制力矩大小的需求。

3) 设计了 SO(3)形式的协同指令,结合 ESO 可以对干扰进行观测并在控制器中补偿,保证干扰情形下多航天器的协同控制效果。本文给出了稳定性证明过程。

4) 仿真算例结果表明,多航天器系统能够实现稳定协同,验证了本文方法的有效性和快速性。

参考文献(References)

[1] 张保群,宋申民,陈兴林. 考虑控制饱和的编队飞行卫星姿态协同控制[J]. 宇航学报,2011,32(5):1060-1069.
ZHANG B Q, SONG S M, CHEN X L. Attitude coordination control of formation flying satellites under control saturation [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(5): 1060-1069 (in Chinese).

[2] 胡勇,徐李佳,解永春. 针对失控翻滚目标航天器的交会对接控制[J]. 宇航学报,2015,36(1):47-57.
HU Y, XU L J, XIE Y C. Control for rendezvous and docking with a tumbling target spacecraft [J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(1): 47-57 (in Chinese).

[3] 王有亮,李明涛,郑建华,等. 编队卫星法向机动的切向耦合效应补偿方法[J]. 北京航空航天大学学报,2017,43(6):1165-1172.
WANG Y L, LI M T, ZHENG J H, et al. Compensation method of in-track coupling effect of cross-track maneuver for formation-flying satellites [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(6): 1165-1172 (in Chinese).

[4] ZHANG K W, DEMETRIOU M A. Adaptation and optimization of the synchronization gains in the adaptive spacecraft attitude synchronization [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 46: 116-123.

[5] RAN D C, CHEN X Q, MISRA A K, et al. Relative position coordinated control for spacecraft formation flying with communication delays [J]. Acta Astronautica, 2017, 137: 302-311.

[6] 连克非,董云峰. 电磁航天器编队位置跟踪自适应协同控制[J]. 北京航空航天大学学报,2017,43(10):2154-2162.
LIAN K F, DONG Y F. Adaptive cooperative control for electro-

北航学报 赠阅

magnetic spacecraft formation flight position tracking[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2017,43(10):2154-2162(in Chinese).

[7] THAKUR D,SRIKANT S,AKELLA M R. Adaptive attitude-tracking control of spacecraft with uncertain time-varying inertia parameters[J]. Journal of Guidance,Control,and Dynamics,2014,38(1):41-52.

[8] ZHANG H,FANG J. Robust backstepping control for agile satellite using double-gimbal variable-speed control moment gyroscope[J]. Journal of Guidance,Control,and Dynamics,2013,36(5):1356-1363.

[9] LU K F,XIA Y Q,ZHU Z,et al. Sliding mode attitude tracking of rigid spacecraft with disturbances[J]. Journal of the Franklin Institute,2012,349(2):413-440.

[10] HUANG D,WANG Q,DUAN Z. Distributed attitude control for multiple flexible spacecraft under actuator failures and saturation[J]. Nonlinear Dynamics,2017,88(1):529-546.

[11] 王青,龚立纲,董朝阳. 基于时变增益 ESO 的航天器无源姿态跟踪控制[J]. 控制与决策,2018,33(2):193-202.
WANG Q,GONG L G,DONG C Y. Passive attitude tracking control of spacecraft based on time-varying gain ESO[J]. Control and Decision,2018,33(2):193-202(in Chinese).

[12] 何朕,王广雄. 姿态控制中的散开现象[J]. 机电与控制学报,2015,19(7):101-105.
HE Z,WANG G X. Unwinding phenomenon in attitude control[J]. Electric Machines and Control,2015,19(7):101-105(in Chinese).

[13] SANYAL A,FOSBURY A,CHATURVEDI N,et al. In-ertia-free spacecraft attitude tracking with disturbance rejection and almost global stabilization[J]. Journal of Guidance,Control,and Dynamics,2009,32(4):1167-1178.

[14] LEE T. Exponential stability of an attitude tracking control system on SO(3) for large-angle rotational maneuvers[J]. Systems and Control Letters,2012,61(1):231-237.

[15] 郑重,宋申民. 基于旋转矩阵描述的航天器无角速度测量姿态跟踪无源控制[J]. 控制与决策,2014,29(9):1628-1632.
ZHENG Z,SONG S M. Rotation matrix based passive attitude tracking control of spacecraft without angular velocity measurements[J]. Control and Decision,2014,29(9):1628-1632(in Chinese).

[16] LEE T. Global exponential attitude tracking controls on SO(3)[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2015,60(10):2837-2842.

[17] 董晓光,曹喜滨,张锦绣,等. 卫星编队飞行的鲁棒自适应控制方法[J]. 自动化学报,2013,39(2):132-141.
DONG X G,CAO X B,ZHANG J X,et al. A robust adaptive control law for satellite formation flying[J]. Acta Automatica Sinica,2013,39(2):132-141(in Chinese).

[18] 李冬柏,解延浩,吴宝林. 考虑执行器安装偏差的航天器姿态跟踪控制[J]. 宇航学报,2017,38(6):598-604.
LI D B,XIE Y H,WU B L. Robust spacecraft attitude tracking control with actuator misalignments[J]. Journal of Astronautics,2017,38(6):598-604(in Chinese).

[19] GUO B Z,ZHAO Z L. On convergence of non-linear extended state observer for multi-input multi-output systems with uncertainty[J]. IET Control Theory & Applications,2012,6(15):2375-2386.

[20] GUO B Z,WU Z H,ZHOU H C. Active disturbance rejection control approach to output-feedback stabilization of a class of uncertain nonlinear systems subject to stochastic disturbance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2016,61(6):1613-1618.

[21] TAN W,FU C. Linear active disturbance-rejection control:Analysis and tuning via IMC[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2016,63(4):2350-2359.

[22] 杨明,董晨,王松艳,等. 基于有限时间输出反馈的线性扩张状态观测器[J]. 自动化学报,2015,41(1):59-66.
YANG M,DONG C,WANG S Y,et al. Linear extended state observer based on finite-time output feedback[J]. Acta Automatica Sinica,2015,41(1):59-66(in Chinese).

[23] CHANG X,LI Y,ZHANG W,et al. Active disturbance rejection control for a flywheel energy storage system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2015,62(2):991-1001.

[24] KHALIL H K,PRALY L. High-gain observers in nonlinear feedback control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control,2014,24(6):993-1015.

[25] PU Z Q,YUAN R Y,YI J Q,et al. A class of adaptive extended state observers for nonlinear disturbed systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2015,62(9):5858-5869.

[26] 邵龙飞,师鹏,赵育善. 电磁航天器编队动力学建模与运动规划方法[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(4):738-743.
SHAO L F,SHI P,ZHAO Y S. Dynamics modeling and motion programming for electromagnetic formation flight[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(4):738-743(in Chinese).

[27] LEE H C,CHOI J W. Linear time-varying eigenstructure assignment with flight control application[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2004,40(1):145-157.

作者简介:

马鸣宇 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器协同控制、网络控制系统理论。

董朝阳 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计,导航、制导与控制。

北航学报 赠阅

Cooperative attitude control on SO(3) for multiple spacecraft with time-varying gain ESO

MA Mingyu[1,2], DONG Chaoyang[1,*], WANG Qing[3], ZHOU Min[4]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China; 3. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China; 4. Beijing Simulation Center, Science and Technology on Special System Simulation Laboratory, Beijing 100854, China)

Abstract: This paper is concerned with the cooperative attitude control of multiple spacecraft, and the control design method on special orthogonal group (SO(3)) with disturbance is studied. The multiple spacecraft system is modeled using SO(3) method and directed communication topology. Then, a time-varying gain extended state observer (ESO) is proposed to estimate the total disturbance in the system, and it lessens the peaking phenomenon. The control commands are formulated in the form of rotation matrices using the information of adjacent spacecraft. Thus, the cooperative controller based on SO(3) method is designed, and at the same time ESO output is used to compensate the disturbance on the system. The convergence of the ESO and the stability of the closed-loop system are analyzed in this paper, which shows that the attitudes of the multiple spacecraft could reach stable consensus. Simulation is conducted to verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: multiple spacecraft; cooperative control; extended state observer (ESO); time-varying gain; special orthogonal group (SO(3))

北京航空航天大学学报

Received: 2017-11-21; **Accepted**: 2018-03-02; **Published online**: 2018-05-10 11:17

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180504.1446.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61374012); Aeronautical Science Foundation of China (2016ZA51011)

* **Corresponding author**. E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0670

海洋环境下三电极的电偶腐蚀仿真

陈跃良*, 王安东, 卞贵学, 张勇
(海军航空大学青岛校区 航空机械系, 青岛 266041)

摘 要: 为研究三电极的电偶腐蚀行为,测量了 CF8611/AC531 复合材料(CFRP)、7B04-T74 铝合金(7B04)和镀锌 30CrMnSiA 钢(GSB)的极化曲线;开展了搭接件在模拟海洋环境下的全浸试验;设计了圆形三电极,推导了稳态腐蚀场和参数化扫描方程,建立了三电极和搭接件的电偶腐蚀模型。结果表明:稳态腐蚀场中的电势分布符合 Laplace 方程;电位最高的 CFRP 为阴极,最低的 GSB 为阳极,中间的 7B04 阴/阳极角色会随某一电极面积变化而转变,给出了转变的临界面积比,各电极表面电偶电流服从指数分布,相关系数近于 1,拟合精度高;在搭接件中,搭接区电位和电流密度最高,并向两端对称递减,7B04 和 GSB 均为阳极,电流密度分别提高约 210 倍和 328 倍,电偶腐蚀效应显著;搭接区 7B04 板全面腐蚀,厚度损失约 1.011%;仿真所得点蚀敏感区宽度范围为 3.9~7.6 mm,实测所得宽度范围为 4.667~8.872 mm,二者范围、形状及变化规律吻合较好,表明模型有效、可靠。

关 键 词: 海洋环境; 三电极; 电偶腐蚀; 仿真; 碳纤维增强复合材料 (CFRP)
中图分类号: V252.2
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1808-10

具有轻质、高强等优点的碳纤维增强复合材料(Carbon Fiber Reinforced Polymer, CFRP)在现代飞机结构中应用广泛[1]。其缺点是阴极性质良好[2],当与金属连接时,一旦存在电解液,就会形成电通路而发生电偶腐蚀,加速阳极金属溶解,严重影响结构寿命及可靠性。事实上:①负载较大、可靠性要求较高的飞机高强结构多采用螺接和铆接等机械连接形式[1,3];②海军飞机结构底部易积水形成较高浓度的 NaCl 溶液[1,4];③CFRP 等高电位材料用量的攀升提高了飞机结构阴/阳极面积比[5-6]。上述情况使海军飞机的电偶腐蚀问题频发,且呈日益恶化趋势。

对于飞机中的搭接结构,除被连接件是异种材料外,螺栓或铆钉等紧固件的用材往往也与被连接件不同,若不加以防护或防护措施失效,就有可能形成三电极电偶。目前,对电偶腐蚀的研究多集中在两电极电偶上,对三电极乃至四电极等多电极电偶的研究很少见[4,7];而且,现有多电极电偶研究中使用的方形平面电极无法有效保证各电极间的正对面积和间距一致,严重影响了对电偶效应变化规律的判断。

本文中以 CF8611/AC531 复合材料(CFRP)、7B04-T74 铝合金(7B04)和镀锌 30CrMnSiA 钢(GSB)等为研究对象,使用电化学工作站、光学显微镜等设备,测量、观察 3 种材料在模拟海洋环境中的极化数据及腐蚀形貌;以推导的稳态腐蚀场和参数化扫描方程为基础,以极化数据为边界条件,借助有限元软件 COMSOL,实现对三电极体系及搭接件电偶腐蚀行为的预测、分析和验证,可为现代飞机结构的设计、制造提供重要参考,对完善

收稿日期: 2017-10-30; **录用日期**: 2017-12-04; **网络出版时间**: 2018-01-25 15:20
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180125.0901.001.html
基金项目: 国家自然科学基金 (51075394)
* **通信作者**. E-mail: cyl0532@sina.com

引用格式: 陈跃良, 王安东, 卞贵学, 等. 海洋环境下三电极的电偶腐蚀仿真[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1808-1817. CHEN Y L, WANG A D, BIAN G X, et al. Simulation of galvanic corrosion of three electrodes in marine environment[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1808-1817 (in Chinese).

北航学报 赠阅

其腐蚀防护与控制体系也有重要的科学意义和工程价值。

1　试　验

1.1　材料及试件

CF8611/AC531 复合材料壁板厚 2 mm，增强体为 CF8611 碳纤维，电阻率为 9.6 μΩ·m，基体为 AC531 环氧树脂。7B04-T74 铝合金板厚同上，主要成分是：Zn 6.23%、Mg 2.88%、Cu 1.58%、Mn 0.31%、Fe 0.15%、Si 0.05%、Al Bal.。30CrMnSiA钢螺栓，表面处理 Zn.D，厚度约 80 μm。

工作电极：将上述材料线切割为圆柱体，半径为 6 mm，厚度为 2 mm；预留一底面为工作面，从另一底面焊接并引出铜导线；除工作面外，其余部分用环氧树脂绝缘封装。为保证复合材料试件正常导通，应事先对引出导线的底面打磨，直至碳纤维裸露，任意两点间电阻值小于 8 Ω。待树脂完全固化，用丙酮和酒精除油并清洗，暖风吹干后，置于干燥皿中，备用。

搭接件的形状及尺寸如图 1 所示。螺栓和螺母的材质均为镀锌钢，规格分别是 HB-201-95-M6×18 和 HB1-401-83-M6；双排四螺栓，与孔无干涉配合。

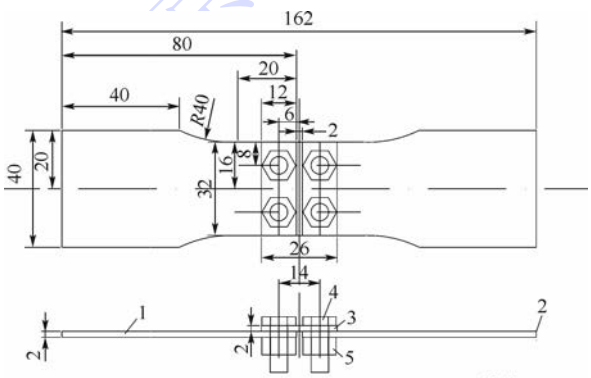


图 1　搭接件形状及尺寸

Fig. 1　Shape and dimension of lap joint

1.2　试验方法

使用 PARSTAT 4000 电化学工作站开展电化学测量。动电位极化采用经典三电极体系，试件为工作电极，饱和甘汞电极为参比电极，铂电极为对电极[5]。CFRP 的极化区间为 0.1 ~ −1.3 V (vs Ref，下同)，7B04 的极化区间为 −1.235 ~ −0.135 V，GSB 的极化区间为 −0.56 ~ −1.56 V，扫描速率为 6 mV/min。电解液为 3.5% NaCl 溶液，测量时用 HH-2 数显水浴锅保持恒温 35℃。

将盛有适量 3.5% NaCl 溶液的玻璃槽放入 DK-600 水浴箱内，待达到 35℃ 恒温后，将搭接件置于槽中，保证液面高于上表面至少 5 cm。浸泡时长 240 h，每隔 12 h 更换一次电解液，并使用 KH-7700 光学显微镜观察形貌。

2　电偶腐蚀仿真

2.1　稳态腐蚀场

从电解质中取一微小方体单元，假设带电粒子 i 从 x、y、z 3 个方向通过微元，其总传输通量 N_i（单位：mol/(m^2·s)）满足 Nernst-Planck 方程[8]：

$$N_i = -D_i\nabla c_i - z_i F u_i c_i \nabla\phi_1 + c_i U \tag{1}$$

式中：D_i 为第 i 种带电粒子的扩散系数（下标 i 代表第 i 种粒子，下同），m/s；c_i 为粒子浓度，mol/m^3；z_i 为电荷数；F 为法拉第常数，F = 96 485 C/mol；u_i 为迁移率，mol·s/kg；ϕ_1 为电解质溶液电势，V；U 为溶液流动速度，m/s。

由法拉第定律可知，电解质中电流密度 I_1（单位：A/m^2）可表示[9]为

$$I_1 = F\sum z_i N_i \tag{2}$$

飞机在停放时，结构表面电解质整体呈电中性，无对流；同时假定粒子 i 没有或参与的化学反应量小，对其在电解质中的浓度影响不大，即不存在浓度梯度，无扩散[4-5,10]。则式(2)可进一步表示为

$$I_1 = -(F^2\sum z_i^2 u_i c_i)\nabla\phi_1 \tag{3}$$

电势差 $\nabla\phi_1$ 和电流密度 I_1 之间的关系符合欧姆定律[11-12]，电解质电导率 σ_1（单位：S/m）可定义为

$$\sigma_1 = F^2\sum z_i^2 u_i c_i \tag{4}$$

时间 Δt 内通过微元其中一面进入微元内的电量 Q 为

$$Q = -\sigma_1 A\frac{\partial\phi_1}{\partial x}\Delta t \tag{5}$$

式中：A 为微元其中一面的面积，大小为边长 Δx、Δy、Δz 中任意两边之间的乘积。

假设微元中心电势为 ϕ，则左右面电势分别为

$$\phi_L = \phi - \frac{\partial\phi_1}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\Delta x\right) \tag{6}$$

$$\phi_R = \phi + \frac{\partial\phi_1}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\Delta x\right) \tag{7}$$

从左右两侧界面进入微元的电量分别为

$$Q_L = -\sigma_1 A\frac{\partial}{\partial x}\left(\phi - \frac{\partial\phi_1}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\Delta x\right)\right)\Delta t \tag{8}$$

北航学报 赠阅

$$Q_R = -\sigma_1 A \frac{\partial}{\partial x}\left(\phi + \frac{\partial \phi_1}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\Delta x\right)\right)\Delta t \tag{9}$$

则通过左右两侧界面沿 x 轴进入微元的净电量为

$$Q_L - Q_R = \sigma_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2}\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t \tag{10}$$

从 3 个方向进入微元的净电量为

$$Q = \sigma_1\left(\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2}\right)\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t \tag{11}$$

存储在微元中的电荷须满足[13]：

$$Q = \rho c\Delta x\Delta y\Delta z\Delta \phi_1 \tag{12}$$

式中：ρ 为单位体积电荷密度；c 为电容。

由式(11)和式(12)可推导出：

$$\frac{\sigma_1}{\rho c}\nabla^2 \phi_1 = \frac{\Delta \phi_1}{\Delta t} \tag{13}$$

当 Δt 无限小，趋于 0 时，式(13)变为

$$\frac{\sigma_1}{\rho c}\nabla^2 \phi_1 = \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \tag{14}$$

当系统处于稳态时，电势 ϕ_1 与时间无关[14]，故式(14)可变为

$$\nabla^2 \phi_1 = \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} = 0 \tag{15}$$

式中：∇^2 为 Laplace 算子；x、y、z 为微元在三维坐标系中的坐标。式(15)为典型的 Laplace 方程，其描述了腐蚀电场中的电势分布规律，与该方程有关的各变量均与时间无关，故称为稳态腐蚀场，是电偶腐蚀仿真的基础。

2.2 参数化扫描方程

文献[4-5,11]在多电极电偶研究中均使用方形平面电极，一来无法有效保证变化电极与其他各电极间的正对面积和间距一致，二来方形电极拐角位置网格划分质量低，降低仿真精度。本文研究设计了一种圆形三电极(见图 2)，推导了参数化扫描方程，同时克服了上述缺点。图 2 中：x-y 面为工作平面，点 A'、B、C 分别为 CFRP 电极、7B04 电极和 GSB 电极的圆心。仿真时，一电极位置和半径不断变化；其余两电极位置不变，半径相等且不变。

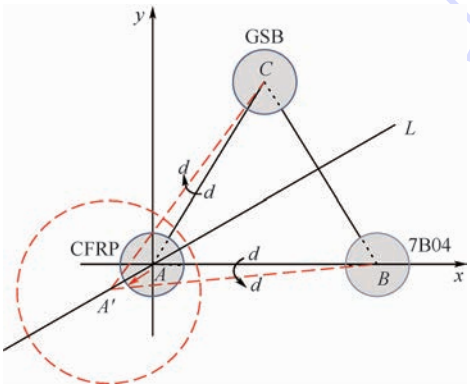


图 2 圆形三电极

Fig. 2 Circular three electrodes

以 CFRP 电极的参数化扫描方程为例。仿真时，电极半径 r_{CFRP} 不断变化，为保证与其余两电极的正对面积和间距 d 一致，$\triangle A'BC$ 必是以边 BC 为底、以边 $A'B$ 和 $A'C$ 为腰的等腰三角形，点 A' 在边 BC 的垂直平分线 L 上沿直线箭头指向移动；点 A' 恰好为原点 A 时，$\triangle ABC$ 为等边三角形。根据以上条件，设点 B 坐标为 $(b,0)$，点 C 坐标应为 $(b/2,\sqrt{3}b/2)$；$L \perp AB$，且过原点 A，则其方程为

$$L: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \tag{16}$$

设点 A' 坐标为 $(a, a/\sqrt{3})$，则有式(17)和式(18)成立。又 $r_{7B04} = r_{GSB} = r$，代入化简，得式(19)。

$$\sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} - r_{CFRP} - r_{7B04} = d \tag{17}$$

$$\sqrt{\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2} - r_{CFRP} - r_{GSB} = d \tag{18}$$

$$r_{CFRP} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} - 2ab + b^2} - d - r \tag{19}$$

建模时可取 $b = 10$ mm，$d = 6$ mm，$r = 2$ mm，确定 CFRP 电极的参数化方程为圆心 $(a, a/\sqrt{3})$，半径为 $r_{CFRP} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} - 20a + 100} - 8$，且 $a \notin \left[\frac{15-\sqrt{117}}{2}, \frac{15+\sqrt{117}}{2}\right]$ mm。同理，7B04 电极的参数化方程为圆心 $\left(b, \frac{10-b}{\sqrt{3}}\right)$，$r_{7B04} = \sqrt{\frac{4b^2 - 20b + 100}{3}} - 8$，$b \notin \left[\frac{5-\sqrt{142}}{2}, \frac{5+\sqrt{142}}{2}\right]$ mm。GSB 电极的参数化方程为圆心 $(5, c)$，$r_{GSB} = \sqrt{c^2 + 25} - 8$，$c \notin [-\sqrt{39}, \sqrt{39}]$ mm。

2.3 边界条件

CFRP、7B04 及 GSB 的极化曲线如图 3 所示。三者的腐蚀电位 Φ_{corr} 分别为 0.053、-0.973 和 -1.021 V，7B04 和 GSB 的腐蚀电位远低于 CFRP，差值超过 1 V。电偶腐蚀中，二者可能成为阳极而加速溶解；7B04 中 6.23% 的 Zn 元素使其腐蚀电位负移，远低于工业纯铝(约 -0.76 V)而接近 GSB，二者仅相差 0.048 V。在以极化曲线定义电

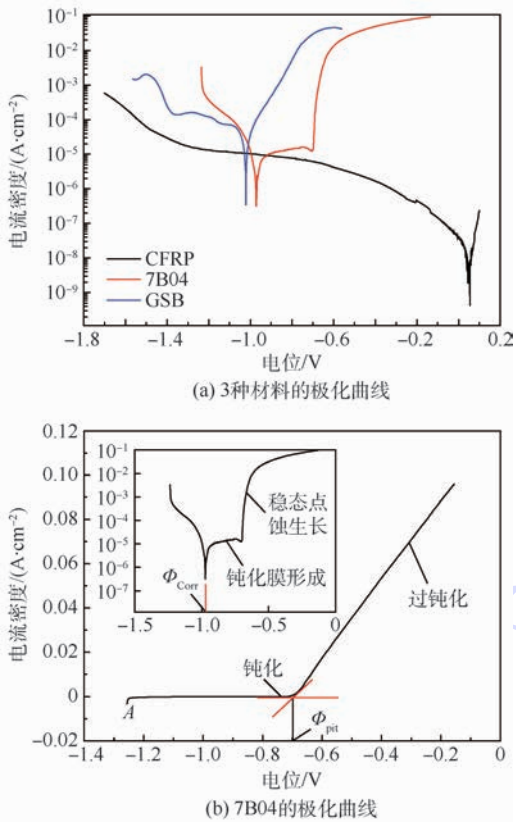


图 3　极化曲线

Fig. 3　Polarization curves

极表面反应时，使用线性外推法[15-16]。

图 3(a)中，随极化电位下降，CFRP 阴极电流密度趋于平稳，说明阴极反应受到 O_2 扩散控制，O_2 抵达电极表面后立即被还原，此时的阴极电流密度为极限扩散电流密度 I_{lim}，其与环境温度和电解液浓度有关[17-18]。文献[4]给出 35℃、3.5% NaCl 溶液中 CFRP 的 I_{lim} 为 0.397 mA/cm^2，该值将作为仿真的一个约束条件。

为获得更多的电化学动力学信息，图 3(b)给出了 7B04 的极化曲线，其阳极极化初始段有典型平台特征，即随着电位升高，电流密度基本不变，7B04 处于钝态，称为钝化区；当极化电位超过某一点后便进入过钝化区，钝化膜遭到破坏，发生局部腐蚀，阳极电流密度急剧增加。该点电位即是点蚀电位 Φ_{pit}，其由钝化区和过钝化区切线的交点确定[19]，约 −0.7 V。在电偶腐蚀中，若 7B04 作阳极，其电位会正移，当表面某区域电位高于 Φ_{pit} 时，点蚀便进入稳态生长阶段，该区域点蚀敏感性显著提升，称为点蚀敏感区[17]（见图 4）；阳极表面电位 E 随阴阳极间距 l 的增大而降低，当低于点蚀电位时，便促进生成钝化膜，对基体形成保护[18]。

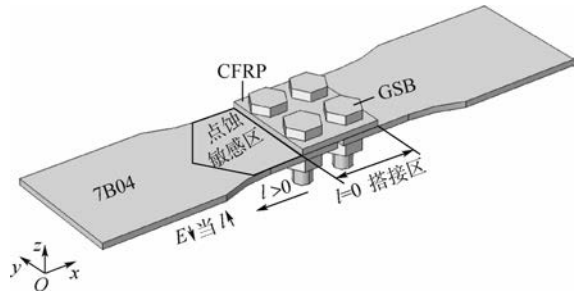


图 4　搭接件表面区域划分

Fig. 4　Surface division of lap joint

3　结果及分析

3.1　三电极偶合

对圆形三电极的电偶腐蚀进行仿真，得电解质中的电流密度矢量（x-y 平面），如图 5 所示。限于篇幅，本文仅列举典型参数下的计算结果。以 CFRP 电极为例，各电极间的电偶效应随该电极面积的变化而改变。图 5(a)中，当 CFRP 的面积较小时，电流密度主要集中在 7B04/GSM 之间，最大 0.23 A/m^2，电偶效应显著，CFRP/7B04 和 CFRP/GSM 间电流密度为 6.53×10^{-7} A/m^2，近于零；随其面积逐渐变大，电解质电流密度升高，CFRP/GSM 间电偶效应增强，7B04/GSM 间电偶效应减弱，而 CFRP/7B04 间电偶效应变化不大，仍近于零；电解质电流密度的最大值总是出现在电极附近，该处电流密度变化剧烈，而远离电极的电解质电流密度变化平缓，且趋于零。对三电极间电偶效应随电极面积的变化规律的分析方法如上，应注意到，随 GSB 电极面积的不断增大，电解质电流密度反而减小，原因在于较小的阴极面积及极限扩散电流密度大大限制了电偶腐蚀对阳极溶解的加速作用。

圆形三电极中，每个电极表面的电偶电流值随某一电极面积的变化趋势如图 6 所示，正为阳极电流，负为阴极电流，散点为仿真结果。可见，在三电极电偶中，腐蚀电位最低的 GSB 始终为阳极，最高的 CFRP 始终为阴极，而处于中间的 7B04 的阴/阳极角色随电极面积变化而转变。图 6(a)中，总电偶电流随 CFRP 电极面积的增大而增加，此间，7B04 电极由阴极向阳极转变，临界面积比是 $S_{CFRP}:S_{7B04}:S_{GSB}=9.88:1:1$。图 6(b)中，无论 7B04 电极面积如何变化，它始终为阴极，其与 GSB 电极的电偶效应随其面积的增大而增强。图 6(c)中，当作为阴极的 GSB 电极面积渐增时，电偶电流曲线先渐升，后出现平台特

北航学报 赠阅

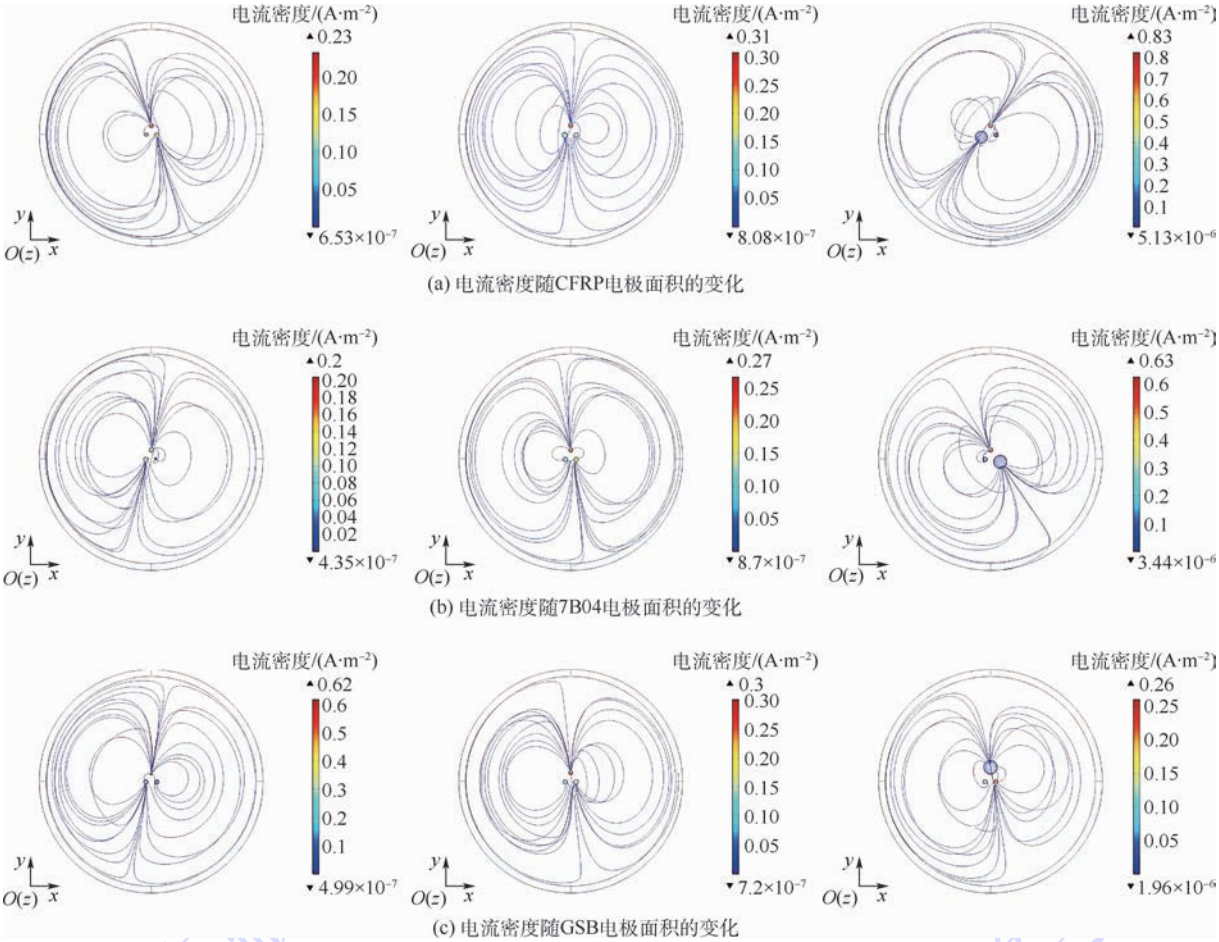


图 5 三电极电偶腐蚀中的电流密度矢量

Fig. 5 Current density vector in galvanic corrosion of three electrodes

征,最大值仅 4.9 μA,表明电偶效应受限于阴极面积和极限扩散电流密度而存在极限,此时,7B04 电极由阳极转变为阴极的临界面积比是 $S_{\mathrm{CFRP}}:S_{\mathrm{7B04}}:S_{\mathrm{GSB}}=6:6:1$。

图 6 中的实线是各电极表面电偶电流仿真结果的拟合曲线,均服从式(20)所示的指数分布。各常数的拟合值列于表 1,相关系数 R_{Square} 值均近于 1,表明拟合精度较高,效果良好。

$$I_{\mathrm{g}}=m+k\mathrm{e}^{\frac{-S}{t}} \tag{20}$$

式中:I_{g} 为电偶电流,μA;S 为变化电极面积,mm^2;m、k、t 均为无量纲常数。

3.2 搭接件仿真

考虑到在搭接件的全浸试验中,为降低腐蚀产物对试验结果的影响,需每隔 12 h 更换一次电解液,这同时为电偶腐蚀的阴极反应提供了较为充足的溶解氧,故在该仿真中取消了极限扩散电流密度这一限制条件。据此得到搭接件表面电位分布的仿真结果,如图 7 所示。其中,CFRP 为阴极,发生阴极极化,电位的均值由 0.053 V 负移至 −0.577 V,变化量达 0.63 V;7B04 发生阳极极化,电位的均值由 −0.973 V 正移至 −0.731 V,变化量为 0.242 V;GSM 发生阳极极化,电位的均值由 −1.021 V 正移至 −0.735 V,变化量为 0.286 V;CFRP 表面电位最高,GSM 表面电位次之,7B04 板表面电位沿搭接件 y 轴方向中心轴线向两端对称递减;异种材料接触部位电位变化剧烈,表明此处的电偶效应最为显著。

图 8 为搭接件表面电流密度分布的仿真结果。电流密度主要集中在搭接区,并向两端对称递减;CFRP 表面最大,局部高达 73.43 $\mathrm{mA/cm^2}$,均值为 27.39 $\mathrm{mA/cm^2}$;7B04 板上两端最小,为 0.346 $\mathrm{mA/cm^2}$,靠搭接区越近,电流密度越高,最大为 19.47 $\mathrm{mA/cm^2}$,均值为 1.78 $\mathrm{mA/cm^2}$;GSB 上主要集中在六角头螺栓的边角位置,局部高达 59.83 $\mathrm{mA/cm^2}$,均值为 7.5 $\mathrm{mA/cm^2}$;相对于搭接件中阳极各自的自腐蚀电流密度,电偶腐蚀使得 7B04 板、GSB 表面的电流密度升高约 210 倍、328 倍,可见电偶腐蚀对于阳极金属的破坏之强烈。能够预见,腐蚀将首先从搭接件表面电位较高、电流密度较大的位置开始。

根据图4对点蚀敏感区的划分,在搭接件中

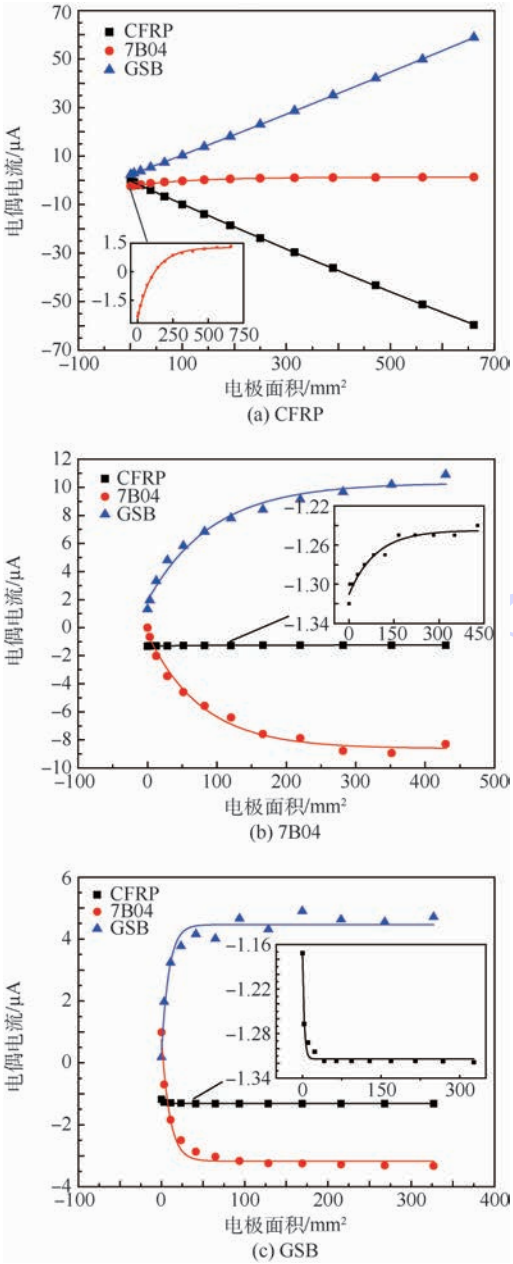


图 6　三电极中各电极表面的电偶电流

Fig. 6　Galvanic current of each electrode surface in three electrodes

表 1　电偶电流指数分布的参数拟合值

Table 1　Fitted values of exponential distribution parameters of galvanic current

m	k	t	R_{Square}
−386.2	386.0	3965	0.999 93
1.274	−3.636	116.2	0.998 83
−572.2	574.4	−7019	0.999 95
−1.244	−0.065	89.52	0.947 47
−8.613	8.166	77.88	0.985 32
10.30	−8.392	93.12	0.978 21
−1.314	0.147	3.149	0.968 72
−3.171	3.965	9.886	0.972 30
4.465	−4.109	8.988	0.944 15

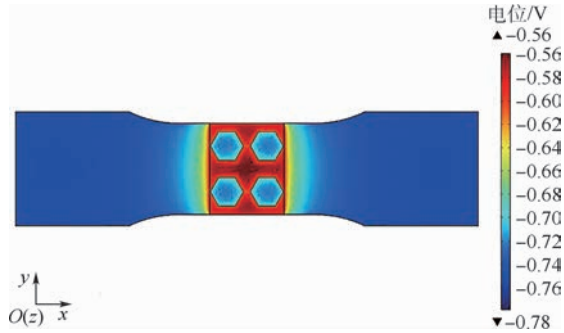


图 7　搭接件表面的电位分布

Fig. 7　Potential distribution on surface of lap joint

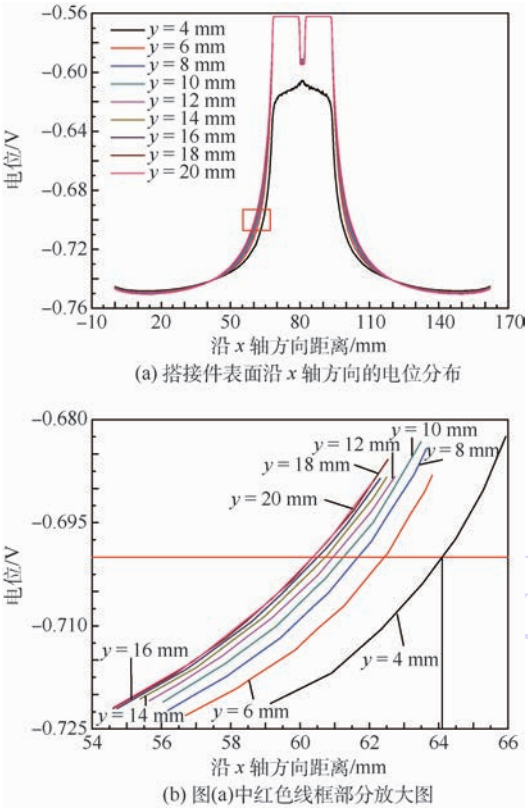
图 8　搭接件表面的电流密度分布

Fig. 8　Current density distribution on surface of lap joint

7B04 板的 x-y 面上，沿 x 轴方向取与搭接件同长的表面截线；截线沿 y 轴正向平移，步长 2 mm；将每条截线上的电位分布绘制于图 9。沿 x 轴正方向，每条截线上的电位先渐升，再急剧升高；搭接区电位有明显平台特征，约 −0.56 V；接缝处电位骤降至 −0.59 V；曲线后半部分以直线 x = 71 mm 为轴与前半部分对称。放大图 9(a) 中的红色线框部分后得图 9(b)。7B04 的点蚀电位为 −0.7 V，当铝板表面电位高于该值时，其点蚀敏感性会升高。图 9(b) 中，y = 18 mm 和 y = 20 mm 截线上的电位分布几乎相同，且高于 −0.7 V 的区域最大，为 60.4 ~ 101.6 mm，则 $l_{\text{crit. FEM. max}}$ = (101.6 − 60.4)/2 − 13 = 7.6 mm；y = 4 mm 截线上电位高于 −0.7 V 的区域最小，为 64.1 ~ 97.9 mm，则 $l_{\text{crit. FEM. min}}$ = 3.9 mm；其他截线上总有 3.9 mm ≤ $l_{\text{crit. FEM}}$ ≤ 7.6 mm，结合图 7 可知，点蚀敏感区紧邻搭接区，并沿 x 轴方向对称轴向两侧弧形递减。

3.3　全浸试验

图 10 为搭接件在 3.5% NaCl 溶液中浸泡 48 h 和 72 h 后 GSB 的表面形貌。可见，其腐蚀最先从六角头螺栓外围的边角位置开始，并不断向中心发展，直至钉头镀锌层被完全腐蚀，腐蚀路径与仿真结果一致；腐蚀产物 $Zn(OH)_2$ 附着在腐蚀区域表面，使用 Victor VC890C + 数字万用表测量已腐蚀区域任意两点间电阻值，均处于开路状

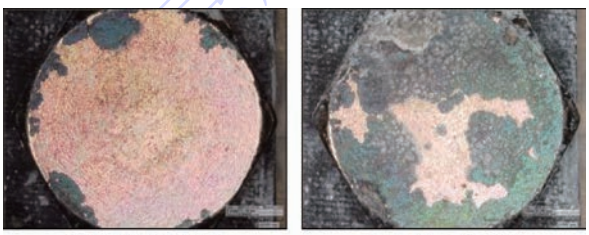


(a) 搭接件表面沿 x 轴方向的电位分布

(b) 图(a)中红色线框部分放大图

图 9 搭接件中 7B04 板表面的电位分布

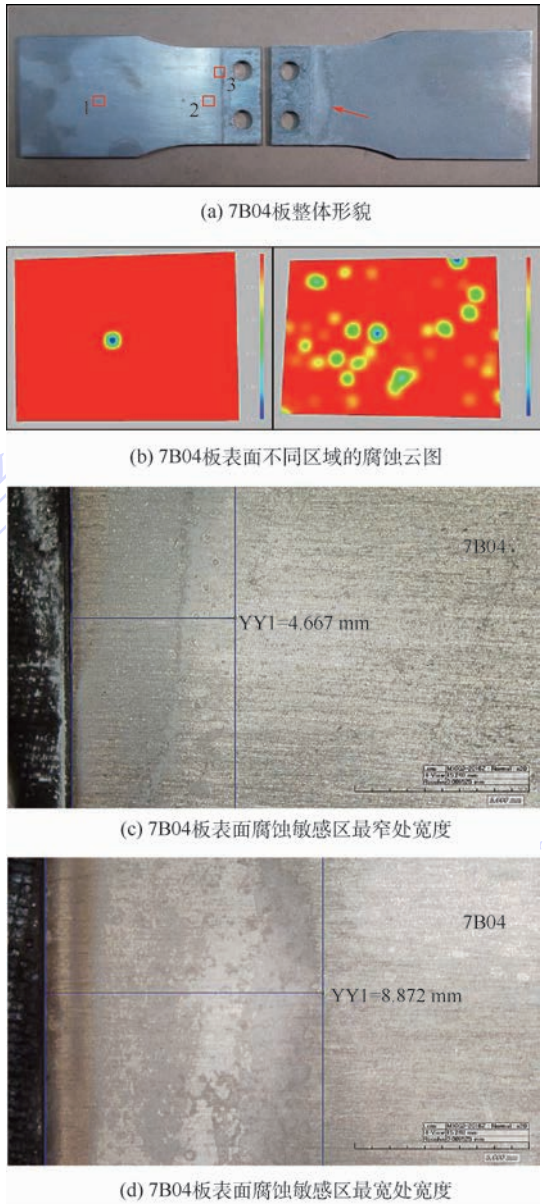
Fig. 9 Potential distribution on surface of 7B04 plates in lap joint



(a) 浸泡时间为48 h (b) 浸泡时间为72 h

图 10 六角头螺栓的腐蚀路径

Fig. 10 Corrosion pathway of six-corner bolt



(a) 7B04板整体形貌

(b) 7B04板表面不同区域的腐蚀云图

(c) 7B04板表面腐蚀敏感区最窄处宽度

(d) 7B04板表面腐蚀敏感区最宽处宽度

图 11 全浸腐蚀后搭接件中 7B04 板表面的腐蚀形貌

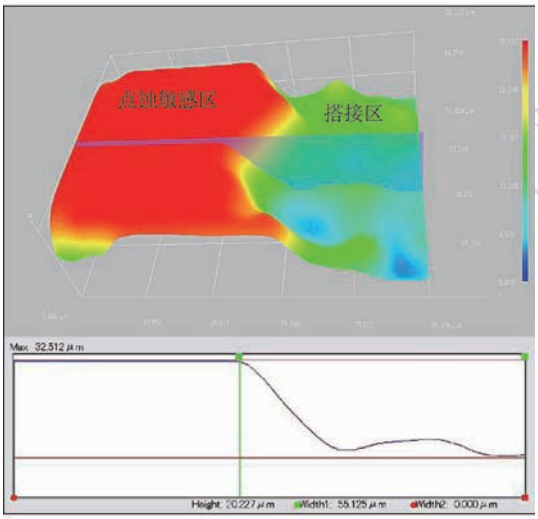
Fig. 11 Surface corrosion morphology of 7B04 plates in lap joint after full immersion corrosion

态,电阻无限大,表明 $Zn(OH)_2$ 沉积层有着良好的绝缘性和致密性,能够有效阻隔钢基体与电解液直接接触,为 CFRP-7B04-GSB 三电极电偶腐蚀研究创造了有利条件。

全浸完成后,移除螺栓和复合材料壁板,观察铝板腐蚀形貌,如图 11 所示。图 11(a)中的左侧铝板按照 GB/T 16545—2015[20] 清除腐蚀产物,右侧铝板保留原始腐蚀状态。在铝板表面非搭接区有明显分界线,见红色指示箭头;分界线中部宽,并向两侧弧形变窄,与仿真结果中点蚀敏感区的变化趋势相似。考虑到对称性,可在左侧铝板的分界线外、内随机选取位置 1、2 观察,得蚀坑数量及深度分布云图,如图 11(b)所示。位置 1 处蚀坑数量少,仅 1 个,深度仅为 0.331 μm;位置 2 处蚀坑不仅数量多,深度也大,最大值为 21.164 μm。由此判断,二者分别处于铝板的钝化区和点蚀敏感区,箭头所指即为 2 个区域的分界线。测量两侧最窄处和中部最宽处的宽度,如图 11(c)和图 11(d)所示,得到全浸试验中搭接件铝板的点蚀敏感区范围为 $4.667\ \text{mm} \leqslant l_{\text{crit. EXP}} \leqslant 8.872\ \text{mm}$。

图 12 为铝板表面点蚀敏感区向搭接区过渡位置的腐蚀形貌,对应图 11(a)中的位置 3。极化电位越高,7B04 铝合金的点蚀敏感性也就越高。仿真得到搭接区铝板表面电位为 −0.56 V,远高于其点蚀电位;而图 12(a)所示搭接区的点蚀异常剧烈,相互连接扩展呈全面腐蚀状;测量该位置腐蚀深度,见图 12(b),得到全浸试验后搭接

(a) 过渡位置的腐蚀形貌



(b) 全面腐蚀的深度测量

图 12　7B04 板表面点蚀敏感区向搭接区过渡位置腐蚀形貌

Fig. 12　Corrosion morphology of transition zone from pitting sensitive area to overlap zone on surface of 7B04 plates

区铝板的平均腐蚀深度约为 20.227 μm，约损失了其厚度的 1.011%。

在仿真中，为将搭接件的电偶腐蚀简化而使用了与时间无关的边界条件[6,8]，如假设腐蚀过程中电极电位和电流密度不变、电解液浓度和成分不变等。然而，在全浸试验中，上述参数在蚀坑底部和搭接区接缝处往往会有较大变化[19]。除此之外，在缝隙位置，溶解氧供应不足可能会导致局部 pH 改变并影响腐蚀动力学；生成的难溶物 $Al(OH)_3$ 会提高铝合金极化阻力，改变腐蚀电位，在一定程度上降低腐蚀速率[21]；浸入电解液后，钝化膜也会对铝合金基体提供短暂保护。在这些因素共同影响下，仿真结果 $l_{crit.\,FEM}$ 和实测结果 $l_{crit.\,EXP}$ 存在一定差异，但对比表明，二者的取值范围接近，变化规律一致，吻合良好，有限元模型能够较好模拟搭接件的电偶腐蚀。

4　结　论

1）由 Nernst-Planck 方程和法拉第定律推导了稳态腐蚀场的数学模型，描述了电解质中电势的分布规律。结果表明：稳态腐蚀场中的电势分布符合 Laplace 方程，为电偶腐蚀的有限元仿真奠定了基础。

2）设计了圆形三电极并推导了参数化扫描方程，既保证了仿真时三电极体系中各电极正对面积和间距的一致性，又克服了方形电极边角位置网格质量低的缺陷，为更多电极电偶腐蚀行为的仿真研究提供了参考。

3）仿真计算了圆形三电极的电偶腐蚀。结果表明：腐蚀电位最高的 CFRP 始终为阴极，最低的 GSB 始终为阳极，中间的 7B04 阴阳极角色会转变，给出了转变的临界面积比；各电极表面电偶电流随某一电极面积的变化均服从指数分布，给出了拟合参数；相关系数近于 1，拟合精度高。

4）仿真了搭接件在模拟海洋环境中的全浸腐蚀。结果表明：搭接区的电位和电流密度最高，并向两端对称递减；7B04 和 GSB 均为阳极，电流密度分别提高约 210 倍和 328 倍，电偶腐蚀效应显著；7B04 板的点蚀敏感区紧邻搭接区，其范围为 $3.9\ \text{mm} \leqslant l_{crit.\,FEM} \leqslant 7.6\ \text{mm}$，由中间向两侧弧形变窄。

5）开展了搭接件在模拟海洋环境中的全浸腐蚀试验。结果表明：搭接区 7B04 板点蚀扩展交叠呈全面腐蚀状，厚度损失约 1.011%；点蚀敏感区紧邻搭接区，范围为 $4.667\ \text{mm} \leqslant l_{crit.\,EXP} \leqslant 8.872\ \text{mm}$；点蚀敏感区以外位置钝化，抑制点蚀的发生；$l_{crit.\,FEM}$ 和 $l_{crit.\,EXP}$ 的范围、形状及变化规律吻合较好，仿真模型有效、可靠。

参考文献（References）

[1] SOUTIS C. Fibre reinforced composites in aircraft construction [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2005, 41(2): 143-151.

[2] LIU Z, CURIONI M, JAMSHIDI P, et al. Electrochemical characteristics of a carbon fiber composite and the associated galvanic effects with aluminum alloys [J]. Applied Surface Science, 2014, 314(24): 233-240.

[3] 常仕军，肖红，侯兆珂，等. 飞机复合材料结构装配连接技术 [J]. 航空制造技术，2010，23(6)：96-99.
CHANG S J, XIAO H, HOU Z K, et al. Assembly and fastening technology for composites structure in aircraft [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010, 23(6): 96-99 (in Chinese).

[4] 王晨光. 海洋大气环境下 7B04 铝合金结构稳/瞬态腐蚀行为预测及验证 [D]. 烟台：海军航空工程学院，2017.
WANG C G. Prediction and verification of steady/transient-state

北航学报 赠阅

corrosion behavior of 7B04 aluminum alloy structure in marine atmosphere environment[D]. Yantai: Naval Aeronautical Engineering Institute, 2017(in Chinese).

[5] 陈跃良,王哲夫,卞贵学,等. 不同浓度 NaCl 溶液下典型铝/钛合金电偶腐蚀当量折算关系[J]. 航空学报,2017,38(3):260-268.
CHEN Y L, WANG Z F, BIAN G X, et al. Equivalent conversion relation of galvanic corrosion of typical Al/Ti alloy under different concentration of NaCl solution[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(3): 260-268(in Chinese).

[6] PALANI S, HACK T, DECONINCK J, et al. Validation of predictive model for galvanic corrosion under thin electrolyte layers: An application to aluminium 2024-CFRP material combination[J]. Corrosion Science, 2014, 78(1): 89-100.

[7] BOZZINI B, FANIGLIULO A. An electrochemical investigation into the galvanic corrosion of carbon steel coupled to carbon fibers[J]. Materials & Corrosion, 2002, 53(12): 875-885.

[8] YIN L T, JIN Y, LEYGRAF C, et al. A FEM model for investigation of micro-galvanic corrosion of Al alloys and effects of deposition of corrosion products[J]. Electrochemical Acta, 2016, 192(3): 310-318.

[9] JENÍČEK V, DIBLÍKOVÁ L. A mathematical model of galvanic corrosion under the conditions of a thin electrolyte film[J]. Acta Polytechnica, 2016, 56(2): 106-112.

[10] JIA J X, ATRENS A, SONG G, et al. Simulation of galvanic corrosion of magnesium coupled to a steel fastener in NaCl solution[J]. Materials & Corrosion, 2015, 56(7): 468-474.

[11] CALABRESE L, PROVERBIO E, POLLICINO E, et al. Effect of galvanic corrosion on durability of aluminium/steel self-piercing rivet joints[J]. Corrosion Engineering Science & Technology, 2015, 50(1): 10-17.

[12] SRINIVASAN R, NELSON J A, HIHARA L H. Development of guidelines to attenuate galvanic corrosion between mechanically-coupled aluminum and carbon-fiber reinforced epoxy composites using insulation layers[J]. Journal of the Electrochemical Society, 2015, 162(10): C545-C554.

[13] CROSS S R, GOLLAPUDI S, SCHUH C A. Validated numerical modeling of galvanic corrosion of zinc and aluminum coatings[J]. Corrosion Science, 2014, 88: 226-233.

[14] PALANI S, HACK T, PERATTA A, et al. Validation of a galvanic corrosion model for AA2024 and CFRP with localized coating damage[C]//2010 European Corrosion Congress (Eurocorr 2010), 2010: 76-84.

[15] DONATUS U, THOMPSON G E, LIU Z. Study of the effect of cadmium on the bimetallic corrosion behavior of AA2024T3 and mild steel couple[J]. Journal of Materials Engineering & Performance, 2015, 24(5): 1-9.

[16] TORRES-ACOSTA A A. Galvanic corrosion of steel in contact with carbon-polymer composites. II: Experiments in concrete[J]. Journal of Composites for Construction, 2002, 6(2): 116-122.

[17] PAN Y, WU G, CHENG X, et al. Galvanic corrosion behavior of carbon fiber reinforced polymer/magnesium alloys coupling[J]. Corrosion Science, 2015, 98(3): 672-677.

[18] PAN Y, WU G, HUANG Z, et al. Corrosion behavior of carbon fiber reinforced polymer/magnesium alloy hybrid laminates[J]. Corrosion Science, 2016, 115(25): 686-691.

[19] MANDEL M, KRÜGER L. Long-term corrosion behavior of EN AW-6060-T6 in an aluminium/carbon-fiber reinforced polymer self-piercing rivet joint[J]. Materialwissenschaft Und Werkstofftechnik, 2015, 45(12): 1123-1129.

[20] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局,中国国家标准化管理委员会. 金属和合金的腐蚀 腐蚀试样上腐蚀产物的清除: GB/T 16545—2015[S]. 北京: 中国标准出版社,2016.
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Corrosion of metals and alloys—Removal of corrosion products from corrosion test specimens: GB/T 16545—2015[S]. Beijing: Standards Press of China, 2016(in Chinese).

[21] FIORE V, CALABRESE L, PROVERBIO E, et al. Salt spray fog ageing of hybrid composite/metal rivet joints for automotive applications[J]. Composites Part B, 2017, 108(56): 65-74.

作者简介:

陈跃良 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞机结构强度、结构腐蚀与防护。

王安东 男,博士研究生。主要研究方向:飞机结构强度、结构腐蚀防护与控制。

北航学报 赠阅

Simulation of galvanic corrosion of three electrodes in marine environment

CHEN Yueliang*, WANG Andong, BIAN Guixue, ZHANG Yong

(Department of Aeronautical Machinery, Naval Aviation University Qingdao Campus, Qingdao 266041, China)

Abstract: To study the galvanic corrosion behavior of three electrodes, polarization curves of CF8611/AC531 composite (CFRP), 7B04-T74 aluminum alloy (7B04) and galvanized 30CrMnSiA steel (GSB) were measured. Full immersion test of the lap joint in the simulated marine environment was carried out. The circular three electrodes were designed, the steady-state corrosion field and the parameter scanning equation were deduced, and the galvanic corrosion model of the three electrodes and the lap joint were established. The results show that the potential distribution in the steady-state corrosion field accords with the Laplace equation. CFRP with the highest potential is cathode; GSB with the lowest is anode; the cathode or anode role of 7B04 is not fixed, it varies with the area of arbitrary electrode, and the critical area ratio is given out. The galvanic current of each electrode obeys the exponential distribution, and the correlation coefficient is approximately 1, which indicates a high fitting precision. On the lap joint, the potential and current density at the overlap are the highest and they descend symmetrically to both ends. 7B04 and GSB are anodes and the current density of them increases by about 210 and 328 times separately. This shows that the galvanic corrosion effect made by CFRP is very significant. The corrosion type of 7B04 plate at the overlap is general corrosion, and the thickness of about 1.011% loses. The simulation value of the distance of the pitting sensitive area is 3.9 – 7.6 mm and the measured value is 4.667 – 8.872 mm. The range, shape and change rule of the two are in good agreement. This illustrates that the model is effective and reliable.

Keywords: marine environment; three electrodes; galvanic corrosion; simulation; carbon fiber reinforced polymer (CFRP)

Received: 2017-10-30; **Accepted**: 2017-12-04; **Published online**: 2018-01-25 15:20

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180125.0901.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51075394)

* **Corresponding author**. E-mail: cyl0532@sina.com

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0774

基于多分类 AdaBoost 的航空发动机故障诊断

曹惠玲[1,*], 高升[1], 薛鹏[2]
(1. 中国民航大学 航空工程学院, 天津 300300; 2. 中国民航大学 工程训练中心, 天津 300300)

摘 要: 对航空发动机运行数据进行数据挖掘的方法,是发动机故障诊断研究领域的重要研究内容。由于各种算法自身的局限性,通过某种单一算法很难大幅度提升故障分类的准确性。运用组合分类的 AdaBoost 算法,综合多个分类模型进行诊断,是提升故障识别精度的一种较好的方法。通过 AdaBoost 算法及其改进算法的结合,建立一种多分类的 AdaBoost 算法,以支持向量机(SVM)为基础分类器,进行综合诊断模型的建立。通过单位向量法、比值系数法和相关系数法将指印图中统计的故障标识数据进行处理,得到不受故障程度影响的训练数据,再进行建模。实验表明,AdaBoost 相关结合算法能够显著提升分类器性能。根据实际故障案例,验证了所建立的诊断模型能够较好地用于发动机的故障诊断。

关 键 词: AdaBoost; 支持向量机 (SVM); 单位向量法; 比值系数法; 相关系数法; 故障诊断
中图分类号: V19
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1818-08

数据挖掘作为发动机故障诊断的重要研究方向,经过了长期的发展。多年来,研究人员提出了各种算法和改进算法,希望提高故障诊断准确度,但改进算法大多基于提高单个分类器的精度,而各单个分类器又各有自己的优缺点。因此,在不能确定分类器的性能是否能进一步提高的情况下,运用组合分类的方法来提高诊断精度是一种比较好的方法。通常情况下,组合分类的效果会比单个分类器的分类效果好,也更适合样本不对称的数据集。

Boosting 算法是分类器的一种组合策略,拥有坚实的理论基础,能将只比随机猜测好一些的弱分类器提升为分类精度高的强分类器,在实际中也得到了深入研究和广泛的应用。作为一种算法框架, Boosting 算法几乎可以应用于所有目前流行的机器学习算法,以进一步加强原算法的预测精度, 应用十分广泛。AdaBoost 算法是其中最成功的代表, 被评为数据挖掘十大算法之一[1]。在算法的应用领域,手写字体识别是 AdaBoost 算法最早也是最为成功的实际应用之一[2],在文本分类和检索、图像识别和检索、语音识别和检索、写字字符识别和机械故障诊断等领域都得到了广泛应用。

在航空发动机故障诊断研究领域中,徐启华和杨瑞[3]用 AdaBoost 算法对神经网络的故障分类器进行提升,验证了故障分类器泛化能力的提高和噪声鲁棒性的改善。夏利民和戴汝为[4]用模糊分类的规则与 Boosting 算法结合,在滚动轴承故障问题中也取得了较好的诊断效果。孙超英等[5]将支持向量机(SVM)作为弱分类器,通过 Boosting 算法的加权融合,运用实测数据验证了诊断的准确率由 SVM 的 79.4% 提高到 Boosting-SVM 算法的 85.7%。胡金海等[6-7]也对 AdaBoost 算法用于航空发动机故障诊断作了大量理论与应

收稿日期: 2017-12-13; **录用日期**: 2018-03-09; **网络出版时间**: 2018-03-27 13:11
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180327.0930.002.html
基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金 (3122014D010)
* **通信作者**. E-mail: hlcao@cauc.edu.cn

引用格式: *曹惠玲, 高升, 薛鹏. 基于多分类 AdaBoost 的航空发动机故障诊断[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1818-1825. CAO H L, GAO S, XUE P. Aeroengine fault diagnosis based on multi-classification AdaBoost [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1818-1825 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

用研究。因此，本文通过 AdaBoost 相关算法的结合，以 SVM 作为基础分类器，建立一种多分类 AdaBoost 的发动机故障诊断模型。

1　多分类 AdaBoost 算法

1.1　AdaBoost 算法

Kearns 和 Vliant[8] 在研究 PAC 学习模型时提出了一个有趣的问题：弱学习是否等价于强可学习，即 Boosting 问题。这一问题，经 Schapire 证明给出了肯定的回答，并在 Schapire 和 Freund[9-10] 的深入研究后，提出了 AdaBoost 算法。该算法的核心思想是：加大分类错误的样本分布权重，降低分类正确的样本分布权重，从而得到新的样本分布，在新的样本分布下再次训练得到新的弱分类器。以此类推，得到若干弱分类器，经一定权重的叠加（boost），从而形成强分类器，如图 1 所示。

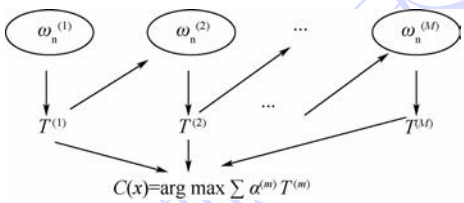


图 1　AdaBoost 算法结构

Fig. 1　Structure of AdaBoost algorithm

1.1.1　二分类问题的 AdaBoost. M1 算法

二分类问题一般由 AdaBoost. M1 算法来解决，如图 1 中，$T^{(1)}$，$T^{(2)}$，…，$T^{(M)}$ 是算法在 M 轮循环中产生的 M 个弱基础分类器。在每次循环中，本轮弱分类 $T^{(m)}$ 产生的加权样本分类错误率 $\mathrm{err}^{(m)}$ 将决定这一轮的弱分类器在最后分类决策所占权重 $\alpha^{(m)}$，$\mathrm{err}^{(m)}$ 也决定了下一轮分类样本的分布权重 ω_{i+1}。在进行 M 轮循环后，对 M 个分类器的分类结果进行加权组合，综合判断结果 $C(x)$ 来进行选择。

$$\mathrm{err}^{(m)} = \frac{\sum \omega_i (C_i \neq T^{(m)}(x))}{\sum \omega_i} \tag{1}$$

$$\alpha^{(m)} = \frac{1}{2}\lg\left(\frac{1-\mathrm{err}^{(m)}}{\mathrm{err}^{(m)}}\right) \tag{2}$$

$$\omega_{i+1} = \omega_i \exp(\alpha^{(m)}(C_i \neq T^{(m)}(x))) \tag{3}$$

$$C(x) = \arg\max \sum \alpha^{(m)}(T^{(m)}(x) = k) \tag{4}$$

由式（1）和式（2）知，$\mathrm{err}^{(m)}$ 带有样本加权，因此在计算过程中会使分类器越来越考虑错分样本的重要性；而参数 $\alpha^{(m)}$ 可以直观反映分类器重要程度，由 $\alpha^{(m)}$ 计算式可知，错误率 $\mathrm{err}^{(m)}$ 越小，$\alpha^{(m)}$ 将会越大。更新样本权重 ω_{i+1} 并归一化后，在新的样本权重分布下，进入下一轮循环。由此，可得到 M 个加权的弱分类器。

AdaBoost. M1 算法只需要调节训练轮数 M，要求 $\alpha^{(m)}$ 为正数，即 $1-\mathrm{err}^{(m)} > 1/2$，表明对二分类弱分类器要求精度只需大于 50%，比随机猜想好就可以，而正确率会随着训练数 M 的增加而增加，理论上可以趋近于 1。实际中，由于过分专注分类错误的样本，可能会导致数据不平衡的退化问题[11]，对此可以通过 AdaBoost 一些改进算法来避免退化。

对 AdaBoost 算法的改进主要集中在以下3 个方面：①调整权值更新方法，以提升分类器性能、减缓退化等；②改进 AdaBoost 的训练方法，使 AdaBoost 能更高效地进行拓展；③结合其他算法和一些额外信息而产生的新算法，达到提高精确度的目的[12]。

1.1.2　多分类问题的 AdaBoost. SAMME 算法

发动机故障诊断问题是一个多分类问题，AdaBoost 用于多分类问题时，可采用 AdaBoost. SAMME 算法，该算法是对 AdaBoost. M1 算法进行的改进。Zhu 等[13] 通过改变权重分配 $\alpha^{(m)}$ 的规则，提出了符合第 1 种情况的改进。令 $\alpha^{(m)} = \frac{1}{2}\lg\left(\frac{1-\mathrm{err}^{(m)}}{\mathrm{err}^{(m)}}\right) + \lg(k-1)$，在文献[14-15]中，均证明了该算法是满足贝叶斯分类规则的最优分类器。当 $k=2$ 时，AdaBoost. SAMME 算法即成为二分类 AdaBoost. M1 算法；在解决 $k(k>2)$ 类问题时，算法正确率大于 $1/k$ 即可，使算法适用于更广泛的多分类问题。

1.2　AdaBoost 算法基础分类器的选择

由于 AdaBoost 算法只是一种用来提升分类精度的组合策略，算法本身并不能对样本进行分类，因此解决分类诊断问题时，还需要选择适合所要解决问题的基础分类器。

SVM 基于统计学习理论，采用结构风险最小化，以提高学习机器泛化能力。在小样本、非线性、高维模式的情况下，能获得良好的统计规律，适用于航空发动机故障样本数目少的情况。在模式识别的问题中，SVM 的基本思想是：寻找最大分类间隔的最优分类面。

线性分类时，设 n 个样本训练集 $D = \{(x_i, y_i) \mid i = 1,2,\cdots,n\}$，$x \in \mathbf{R}$，$y \in \{-1,1\}$。

当样本线性可分时，对于二分类问题的最优分类超平面为：$\boldsymbol{\omega} \cdot x + \boldsymbol{b} = \mathbf{0}$。此时的分类间隔为 $2/\|\boldsymbol{\omega}\|$，当 $\|\boldsymbol{\omega}\|$ 最小时，分类间隔最大。问题转化

北航学报 赠阅

为求约束条件下的优化问题：

$$\min \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\omega}\|^2 = \min \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\omega}) \tag{5}$$

$$y_i(\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \cdot x_i + \boldsymbol{b}) - 1 \geqslant 0 \quad i = 1,2,\cdots,l \tag{6}$$

当训练样本线性不可分且存在噪声问题时，需要引入非负松弛变量 $\xi_i, i = 1,2,\cdots,n$。求解最优分类面问题转化为

$$\min \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\omega} + C(\sum \xi_i) \tag{7}$$

$$y_i(\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \cdot x_i + \boldsymbol{b}) - 1 + \xi_i \geqslant 0$$
$$\xi_i \geqslant 0 \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{8}$$

式中：C 为规则化常数（惩罚参数），用来权衡经验风险 $\sum \xi_i$ 最小化与复杂性（VC 维），数值越大，表示对分类错误惩罚越大。

通过构造拉格朗日函数：

$$L(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{b},\xi;\alpha,\beta) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\omega} + C\sum \xi_i - \sum \alpha_i[y_i(\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}x_i + \boldsymbol{b}) + \xi_i - 1] - \sum \beta_i\xi_i \tag{9}$$

将问题转化为对偶泛函数，求解得到决策函数：

$$f(x) = \mathrm{sgn}\{\sum \alpha_i y_i(x \cdot x_i) + \boldsymbol{b}\} \tag{10}$$

非线性分类时，需要通过核函数 $K(x_i,x_j)$ 将样本 $\boldsymbol{x}$ 映射到新的高维空间，在高维空间中对样本进行线性划分。由于高维计算具有复杂性，因此可在 Hilbert-Schmidt 理论和 Mercer 条件下，选用特定核函数来减小计算复杂性。常用的核函数为多项式核函数、sigmoid 感知核函数、高斯核函数、多二次曲面核函数等。本文采用以高斯核函数 $K(x_i,x_j) = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right)$ 为核函数的 SVM，作为 AdaBoost 算法的基础分类器进行分类，来适合航空发动机故障样本数量少、不对称、高维度的特点。

AdaBoost 算法与 SVM 算法结合，产生了 AdaBoost-SVM 算法。该算法属于 AdaBoost 算法改进措施中第 3 种改进算法，即采用与其他算法结合的方法来产生改进的算法。以 $\mathrm{SVM}_{\mathrm{RBF}}$（高斯径向基核函数 SVM）作为 AdaBoost 算法的弱分类器，由于在 AdaBoost 算法中要求弱分类器不能太强也不能太弱，太强容易导致数据退化问题，太弱也要满足比随机猜测要好。用 SVM 做基础分类器时，为避免弱分类器错误高度相关，需通过核参数 σ 和规则化常数 C 的调整，来改变 $\mathrm{SVM}_{\mathrm{RBF}}$ 的分类性能复合要求。采用 AdaBoost-SVM 算法解决分类问题时，首先应调整参数 C 和 σ 初值对应较弱学习能力的 SVM，保持合适的 C 值不变，在多轮循环中使用这一 σ 值，直至分类正确率低于阈值。此时，只需调节 σ 的数值来提高后续循环中所使用分类器的分类精度，依次继续循环，实现对 SVM 使用 AdaBoost 算法进行准确度的提高。

1.3 发动机多分类故障诊断的流程设计

结合 AdaBoost. SAMME 算法和 AdaBoost-SVM 算法，以 SVM 作为基础弱分类器，本文设计了一种多分类的 AdaBoost 算法用于航空发动机的故障诊断。

算法具体流程如图 2 所示。

在输入训练样本后，根据交叉验证法，选定 SVM 参数范围。设定适当训练循环数 M、规则化常数 C 值、σ 初始值 σ_{ini}、σ 下限值 $\sigma_{\min}$ 以及 σ 减小步长 σ_{step}。采用 AdaBoost. SAMME 算法对分类器权重 $\alpha^{(m)}$ 进行调整，使分类情况适用于发动机故障类型的多分类情况；并且以 SVM 为基础分类器，以适应航空发动机故障诊断中故障样本数量少、不对称、高维度的特点。以此利用 AdaBoost 算法来提升单独使用 SVM 进行发动机故障诊断的能力。

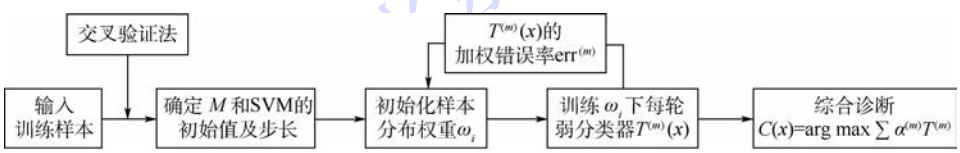


图 2 发动机故障诊断的多分类 AdaBoost 算法流程图

Fig. 2 Flowchart of multi-classification AdaBoost algorithm for engine fault diagnosis

2 发动机故障诊断模型

2.1 数据预处理

2.1.1 数据来源

发动机故障诊断指印图（见图 3）是实际诊断中的重要工具，标识了不同故障对应的发动机主要性能参数的小偏差量。根据小偏差故障数据的线性关系，不同程度的同类故障数据之间存在比值关系。实际偏差数据与指印图偏差数据比值为 1 时，表示该故障与指印图中对应故障的类型和

程度完全一致；当比值为 N 时，表示该故障与指印图中对应故障的类型一致，但程度不同。所以在运用指印图进行故障诊断时，还应考虑如何正确识别故障发展阶段程度不同的同一故障。

为了使通过指印图所得数据能够用于实际诊断，应将指印图中故障标识数据进行处理，以便得到适应范围更广的训练数据。本文参考文献[16]中的相关系数法和比值系数法，在此基础上提出了单位向量法，由指印图故障小偏差数据作为基础训练数据。

选取 PW4000 发动机指印图作为基础数据，提取性能参数小偏差数据，如表 1 所示。

为囊括不同程度的所有故障并得到模型所需训练数据，需对基础数据进行扩充。比值系数法是将指印图各故障偏差数据 ΔEGT（排气温度偏差）、ΔFF（燃油流量偏差）、ΔN2（高压转子转速偏差）、ΔN1（低压转子转速偏差）转换为 ΔEGT/ΔFF、ΔN2/ΔFF、ΔN1/ΔFF，用故障数据的相对比值来表征故障类别。相关系数法是用原始故障偏差数据之间，某一故障与各故障之间的线性相关系数，将 4 维表征数据变为 24 维。

单位向量法是将指印图中各偏差数据进行单位向量化，使各故障向量落于单位向量组成的“球”空间中，从而规避同一故障程度差异的影响，如表2所示。在图3所示指印图中，还存在一

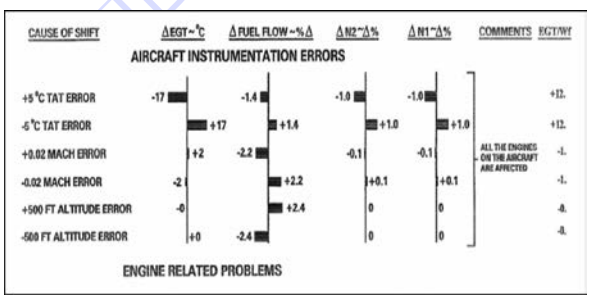


图 3　发动机故障诊断指印图

Fig. 3　Fingerprint map for engine fault diagnosis

表 1　PW4000 指印图故障偏差数据

Table 1　Fault deviation data of PW4000 fingerprint map

故障序号	故障类别	ΔEGT/℃	ΔFF/%	ΔN2/%	ΔN1/%
1	+5℃ TAT	-17.0	-1.4	-1.0	-1.0
2	-5℃ TAT	17.0	1.4	1.0	1.0
3	+0.02MACH	2.0	-2.2	-0.1	-0.1
4	-0.02MACH	-2.0	2.2	0.1	0.1
5	+500 ALT	0	2.4	0	0
6	-500 ALT	0	-2.4	0	0
7	-2% HPC	12.0	1.6	0	0
⋮					
24	-2% LPT	-2.0	-2.1	0.7	-1.7

表 2　单位向量法故障标识

Table 2　Fault identification of unit vector method

故障序号	ΔEGT/℃	ΔFF/%	ΔN2/%	ΔN1/%	ΔEGT/ΔFF
1	-0.993	-0.082	-0.058	-0.058	12
2	0.993	0.082	0.058	0.058	12
3	0.672	-0.739	-0.034	-0.034	-1
4	-0.672	0.739	0.034	0.034	-1
5	0	1	0	0	0
6	0	-1	0	0	0
7	0.991	0.132	0	0	8
⋮					
24	-0.583	-0.612	0.204	-0.495	1

项数据 ΔEGT/ΔFF 作为诊断的指标，在单位向量法下，加入 ΔEGT/ΔFF 指标来扩充数据识别维度，作为该方法的补充。

2.1.2　数据噪声的添加方法

噪声的添加可以使诊断模型适应随机偏差的影响，增加模型的鲁棒性。利用指印图故障偏差数据添加噪声进行训练时，存在 2 种噪声添加思路：

1）在表 1 所示原始偏差数据加入一定程度的随机噪声，然后用比值系数法等方法处理后所得数据，作为训练和测试样本。诊断时，需要将实际参数的偏差数据进行比值方法等处理得到类似表 2 中的转化数据，再进行诊断。

2）在表 2 的数据中，直接根据已经转化后的数据进行噪声添加。此时如果直接引入同一程度的随机误差，显然对各标识数据影响程度不同。因此应添加自身数值一定程度（比例）的偏差，来保证噪声数据一定程度也呈故障的线性比例。

在第 1 种思路下，由于采用比值系数法相除后会将偏差放大，单位向量各故障标识数据之间差值较小。因此，原始数据不宜加入过大噪声，而相关系数由于维数增多和故障类型增多会使问题复杂化，故障问题增多时不适合这一情况。在第 2 种思路下，可以加入较大的噪声，但应根据具体故障标识数据采用不同程度的噪声添加。

2.2　多分类 AdaBoost 算法故障诊断模型的分析和检验

训练数据准备方法的不同对训练结果会产生较大的影响。为了能够加入较大噪声来体现 AdaBoost 算法的提升效果，采用第 2 种噪声添加思路来进行诊断模型的分析。构造相应方法下的训练集 24×200 组、测试集 24×100 组数据进行训练和测试。在多分类 AdaBoost 诊断模型建立之前，要先用交叉验证法，分别寻找 3 种方法的基础分类器——SVM 参数 C 与 σ 合适的取值范围。

北航学报 赠阅

这样在多分类 AdaBoost 诊断模型训练时,预设置训练轮数 M 为 50 次来观察训练情况,由文献[14]知,σ 的减小步长 σ_{step} 的设置对最终的性能影响不大,通常设置为 1 ~ 3,实验中设置其为 1。

图 4 显示了在交叉验证情况下,单个 SVM 采用不同的数据准备方法获得的训练数据,所建 4 类诊断模型的诊断正确率。图中:$C = 2^c$,$\sigma = 2^g$。可以看出,由于添加了较大噪声,各单一诊断模型正确率并不高。在训练中,弱分类器选取最优的 C 值和核参数 σ 情况下,单个弱分类器(高斯径向基核函数 C-支持向量分类机)的最高正确率如表 3 所示。通过图 4 中单个 SVM 正确率随核参数的变化范围,可以对多分类 AdaBoost 算法中的相关参数进行设置。经多分类 AdaBoost 算法训练后,得到 M 个加权弱分类器进行诊断。以比值系数法中的训练过程为例,在 $M = 50$ 时,第 50 次的迭代中产生的50 个弱分类器的训练误差情况如图 5 所示。可以看到,采用的各个弱分类器的正确率均低于单个弱分类器的最高正确率。

在选定训练数据和训练方法后,弱分类器的个数选择会直接影响到训练时间和精度。图 6 显示了运用 AdaBoost 算法,不同诊断模型的错误率随弱分类器个数增加的变化情况。可以看出,初始时单个弱分类器的精度并不高,在弱分类器数量不多(小于 5 个)的情况下,弱分类器错误率明显上升,当弱分类器个数增多时,错误率明显下降,最后趋于相对稳定的波动。AdaBoost 算法之所以能提升正确率,在于训练多个模型来诊断,模型增多增加了训练时间,这一算法实质是以牺牲时间效率来提高正确率,因此可根据计算时间和诊断准确率综合确定弱分类器的数量,如上例弱分类器个数为 20 即可。

注意到在图 6 中,相关系数法和单位向量法的相关诊断模型错误率没能随着弱分类器个数的提升而进一步减小。对此进行分析发现,与比值系数法相比,采用相关系数法和单位向量法准备的一些故障数据标识过于接近(如表 4 中第 7、8、9 类 3 种故障),导致某些故障与另一种故障容易混淆。而 AdaBoost. SAMME 算法虽然放宽弱分类器错误率限制,但其没有关注到弱分类器的质量,不能保证每次被弱分类器正确分类的训练样本权值一定大于其错分到其他任一类别的训练样本权重,从而不能确保最终强分类器正确率的提升[17],即算法中多个弱分类器将某一故障固定地诊断为另一种故障引起诊断错误。

通过第 2 种思路的噪声添加处理后,各数据准备方法下用多分类 AdaBoost 算法在进行 20 次迭代训练后,模型诊断正确率如表 3 所示。

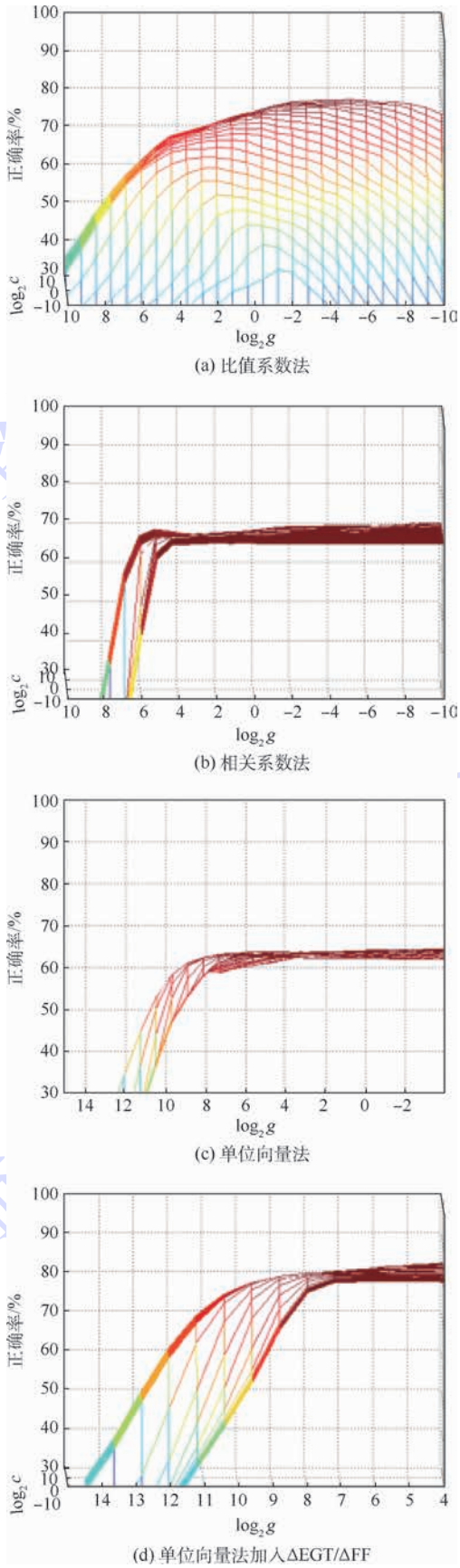


图 4 不同训练数据下单个 SVM 模型的正确率

Fig. 4 Accuracy of single SVM under different training data

通过表 3 能够看出,不同训练数据加入相同程度的噪声后,单个 SVM 分类正确率并不高,由于单位向量法的训练数据数值比较接近,因此其弱分类器的最高正确率比另外 2 种方法低,但在增加了一项维度后,正确率明显有所提高。但在弱分类器最高正确率较低的情况下,多分类 AdaBoost 算法组合 M 个正确率较低的弱分类器的诊断结果后,却能显著地提升诊断的正确率。

由上述分析可知,采用多分类 AdaBoost 算法后模型诊断正确率均有显著提升,同时发现,初始训练数据对诊断结果也会产生较大影响,这也反映了各种数据准备方法所构建的数据在反映不同故障特征时的差异。

综上可知,在实际诊断中,只通过某种训练数据所得模型进行诊断,可能诊断某些故障中出现错误。因此,为了全面反映故障的特征,在满足指印图数据所代表故障含义的基础上,通过多种训练数据进行建模,再将多种建模结果同时用于分析诊断,可以获得比较可靠的诊断结果。

表 3　交叉验证法中最优参数下的正确率和经 AdaBoost 算法提升后的正确率

Table 3　Comparison between accuracy of cross-validation method with the best parameters and that improved by AdaBoost algorithm　%

故障诊断模型	弱分类器最高正确率	应用 AdaBoost 算法后正确率
比值系数法	77.00	97.3
相关系数法	70.10	87.50
单位向量法	64.38	86.52
单位向量法(加入 ΔEGT/ΔFF)	83.04	87.45

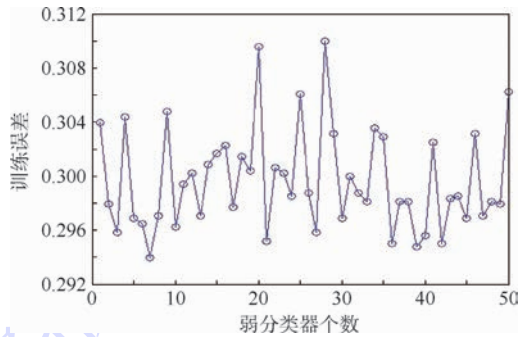


图 5　$M=50$ 时各弱分类器的训练误差

Fig. 5　Training errors of each weak classifier when $M=50$

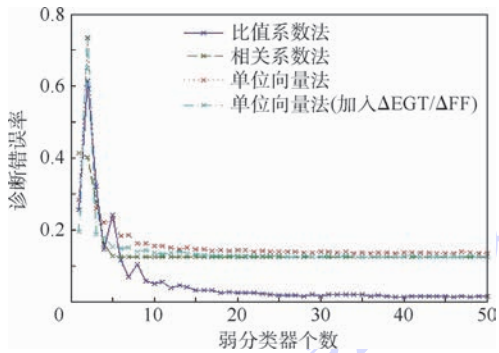


图 6　不同模型诊断错误率随弱分类器个数的变化

Fig. 6　Variation of diagnosis error rate of different models with number of weak classifier

表 4　相关系数法中数值相似的故障标识

Table 4　Numerical approximation fault identification of correlation coefficient method

故障序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	24
1	1	-1	-0.803	0.803	0.311	-0.311	-0.994	-0.995	-0.993	…	0.377
⋮											
7	-0.994	0.994	0.734	-0.734	-0.208	0.208	1	0.999	0.999	…	-0.435
8	-0.995	0.995	0.740	-0.740	-0.217	0.217	1	1	1	…	-0.422
9	-0.994	0.994	0.734	-0.734	-0.208	0.208	0.999	1	1	…	-0.405
⋮											
24	0.377	-0.377	0.031	-0.031	-0.414	0.414	-0.435	-0.422	-0.405	…	1

2.3　案例诊断

选取某航空公司 3 起未造成严重后果,只引起特征参数不正常的故障案例进行诊断分析。通过监控软件观察到发动机参数短时间有较大变化,表明发动机状态不正常,由各参数与基线值的偏差分析,得到相应参数偏差值[18]。已知 3 起案例的性能参数小偏差值如下。案例 1:ΔEGT = 22℃,ΔFF = 2.8%,ΔN2 = 1%,ΔN1 = 0.2%;案例 2:ΔEGT = 8℃,ΔFF = 1%,ΔN2 = 0%,ΔN1 = -0.2%;案例 3:ΔEGT = -50.3℃,ΔFF = -1.13%,ΔN2 = -2.7%,ΔN1 = -22.57%。根据上述 4 个模型进行诊断,结果如表 5 所示(表 5 中(1)、(2)分别表示在第 1 种、第 2 种噪声添加方法下所得诊断模型的诊断结果,诊断结果的编号值表示指印图中标识的第几种故障)。

由于一些故障标识数据间存在高度相似性(见表 3)和一些故障类型存在相关性,各模型诊断正确率并不相同,因此模型诊断可能存在一定偏差。但通过表 5 中各分类模型诊断结果综合分析,最有可能的故障为 7、7、1,根据指印图可知

北航学报 赠阅

第7类故障为高压压气机组件性能损失,第1种为总温指示偏差。实际故障情况,案例1为高压压气机叶片出现损坏(见图7),案例2为某2.5级放气活门连接曲柄与连接环出现脱落,案例3为Tt2探头出现问题。案例1和案例3诊断结果完全正确。案例1中,当发动机高压压气机叶片出现损伤时,发动机压气效率会降低,推力也会降低,为保持推力稳定,需要增加燃油量使压气机转速增加,来提高增压比,因此各参数均出现增加;案例2中,2.5级放气活门全开,会使引气量减少,压气机效率表现出下降,因此会影响高压压气机组件效率;案例3中,Tt2探头出现问题时,由于测量参数需要利用总温进行修正,在发动机EPR测量参数不改变时,这4个气路参数会有同正负方向的偏差,且ΔEGT偏差过分异常表明了指示系统故障的可能性较高。

由上可见,根据上述方法所建立的模型,在实际诊断中诊断准确性很高,对于故障诊断具有较大的指导意义。由于指印图中标识的一些故障只是相关单元体的性能问题,如案例2中并未指明导致故障具体原因,因此在实际故障诊断中仍需采用孔探等其他手段进一步的分析和探查。

表5 案例诊断结果

Table 5 Cases' diagnosis results

故障诊断模型	故障序号		
	案例1	案例2	案例3
比值系数法(1)	7	7	20
比值系数法(2)	7	7	1
相关系数法(2)	8	7	1
单位向量法(1)	7	7	1
单位向量法(2)	7	12	1
单位向量法(加入ΔEGT/ΔFF)(2)	7	7	2

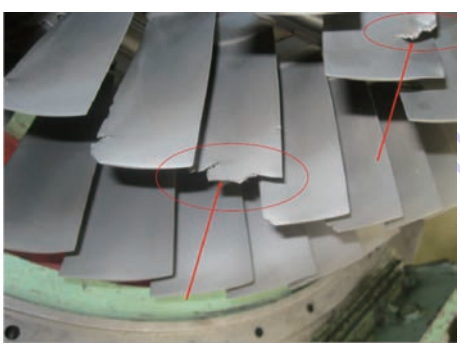


图7 案例1的实际排故检测结果

Fig. 7 Actual detection and troubleshooting results of Instance 1

3 结 论

运用多分类AdaBoost算法的综合改进算法,以SVM为基础分类器,显著提高了诊断的准确率。在实际案例诊断中,采用不同训练数据建立了多个AdaBoost诊断模型,将其用于实际故障的诊断,通过综合分析诊断结果,可以更加准确地判断故障种类。

需指出的是,本文采用的AdaBoost算法及其改进算法仍有改善空间[17],如对难以区分的样本进行再处理等方法,可以在后续研究中加以完善,从而能够进一步提高训练模型的正确率。

参考文献(References)

[1] WU X, KUMAR V. The top ten algorithms in data mining[M]. Boca Raton: CRC Press, 2009: 127-149.

[2] 曹莹,苗启广,刘家辰,等. AdaBoost算法研究进展与展望[J]. 自动化学报,2013,39(6):745-758.
CAO Y, MIAO Q G, LIU J C, et al. Advance and prospects of AdaBoost algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(6): 745-758(in Chinese).

[3] 徐启华,杨瑞. 基于AdaBoost算法的故障诊断仿真研究[J]. 计算机工程与设计,2005,26(12):3210-3212.
XU Q H, YANG R. Simulation research on fault diagnosis using AdaBoost algorithm[J]. Computer Engineering and Design, 2005, 26(12): 3210-3212(in Chinese).

[4] 夏利民,戴汝为. 基于Boosting模糊分类的滚动轴承故障诊断[J]. 模式识别与人工智能,2003,16(3):323-327.
XIA L M, DAI R W. Fault testing on rolling bearing based on Boosting fuzzy classification[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2003, 16(3): 323-327(in Chinese).

[5] 孙超英,刘鲁,刘传武. 基于Boosting-SVM算法的航空发动机故障诊断[J]. 航空动力学报,2010,25(11):2584-2588.
SUN C Y, LIU L, LIU C W. Aero-engine fault diagnosis based on Boosting-SVM[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(11): 2584-2588(in Chinese).

[6] 胡金海,谢寿生,蔡开龙,等. Diverse AdaBoost-SVM分类方法及其在航空发动机故障诊断中的应用[J]. 航空学报,2007,28(5):1085-1090.
HU J H, XIE S S, CAI K L, et al. Classification method of diverse AdaBoost-SVM and its application to fault diagnosis of aero-engine[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(5): 1085-1090(in Chinese).

[7] 胡金海,骆广琦,李应红,等. 一种基于指数损失函数的多类分类AdaBoost算法及其应用[J]. 航空学报,2008,29(4):811-816.
HU J H, LUO G Q, LI Y H, et al. An AdaBoost algorithm for multi-class classification based on exponential loss function and its application[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(4): 811-816(in Chinese).

[8] KEARNS M, VALIANT L. Cryptographic limitations on learning Boolean formulae and finite automata[J]. Journal of the ACM, 1994, 41(1): 67-95.

[9] FREUND Y, SCHAPIRE R E. A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to Boosting[J]. Jour-

北航学报 赠阅

nal of Computer and System Sciences，1997，55(1)：119-139.

[10] FREUND Y，SCHAPIRE R E. Experiments with a new Boosting algorithm[C]// Proceedings of the 13th Conference on Machine Learning，1996：148-156.

[11] 李斌，王紫石，汪卫，等. AdaBoost 算法的一种改进方法[J]. 小型微型计算机系统，2004，25(5)：869-871.
LI B，WANG Z S，WANG W，et al. Enhancing method for AdaBoost[J]. Mini-Micro Systems，2004，25(5)：869-871(in Chinese).

[12] 廖红文，周德龙. AdaBoost 及其改进算法综述[J]. 计算机系统应用，2012，21(5)：240-244.
LIAO H W，ZHOU D L. Review of AdaBoost and its improvement [J]. Computer Systems & Applications，2012，21(5)：240-244 (in Chinese).

[13] ZHU J，ZOU H，ROSSET S，et al. Multi-class AdaBoost[J]. Statistics and Its Interface，2009，2(3)：349-360.

[14] 李应红，尉询楷. 航空发动机的智能诊断、建模与预测方法[M]. 北京：科学出版社，2013：82-85.
LI Y H，WEI X K. The methods of aero-engine's modeling，intelligent fault diagnosis and prognosis[M]. Beijing：Science Press，2013：82-85(in Chinese).

[15] FRIEDMAN J，HASTIE T，TIBSHIRANI R. Additive logistic regression：A statistical view of boosting[J]. Annals of Statistics，2000，28(2)：337-407.

[16] 张卓. 基于 SVM 多分类的 PW4000 故障诊断研究[D]. 天津：中国民航大学，2015：42-49.
ZHANG Z. Research on fault diagnosis of PW4000 based on SVM multi-classification[D]. Tianjin：Civil Aviation University of China，2015：42-49(in Chinese).

[17] 杨新武，马壮，袁顺. 基于弱分类器调整的多分类 AdaBoost 算法[J]. 电子与信息学报，2016，38(2)：373-380.
YANG X W，MA Z，YUAN S. Multi-class AdaBoost algorithm based on the adjusted weak classifier[J]. Journal of Electronics & Information Technology，2016，38(2)：373-380(in Chinese).

[18] 曹惠玲，庞思凯，薛鹏，等. 基于双发差异的航空发动机故障诊断方法研究[J]. 中国民航大学学报，2014，32(3)：41-44.
CAO H L，PANG S K，XUE P，et al. Research of aero-engine fault diagnosis method based on monitoring of twin differences [J]. Journal of Civil Aviation University of China，2014，32 (3)：41-44(in Chinese).

作者简介：

曹惠玲　女，博士，教授，硕士生导师。主要研究方向：航空发动机状态监控、故障诊断与性能分析。

高升　男，硕士研究生。主要研究方向：发动机状态监控与故障诊断、数据挖掘、机器学习。

Aeroengine fault diagnosis based on multi-classification AdaBoost

CAO Huiling[1,*]，GAO Sheng[1]，XUE Peng[2]

(1. College of Aeronautical Engineering，Civil Aviation University of China，Tianjin 300300，China；
2. Engineering Training Center，Civil Aviation University of China，Tianjin 300300，China)

Abstract：The data mining of aeroengine operational data is an important research for engine fault diagnosis. Due to the limitations of various algorithms，the accuracy of fault classification is difficult to be greatly enhanced with a single algorithm. Using a combination of classifications and diagnosis of multiple classification models，AdaBoost algorithm is a good method to improve the fault recognition accuracy. This paper combined the AdaBoost algorithm and its improved algorithm，and established a multi-classification AdaBoost algorithm. Support vector machine (SVM) was taken as the basic classifier，and a comprehensive diagnostic model was established. Fault identification data in statistics of fingerprint maps were processed with unit vector，ratio coefficient and correlation coefficient，and the training data for fault diagnosis with few effects of fault degrees were obtained. Then the model was constructed. The experimental results illustrate that the AdaBoost based combination algorithm can significantly improve the performance of classifier. With the actual fault cases，it is verified that the established diagnostic model can be well applied to engine fault diagnosis.

Keywords：AdaBoost；support vector machine (SVM)；unit vector；ratio coefficient；correlation coefficient；fault diagnosis

Received：2017-12-13；**Accepted**：2018-03-09；**Published online**：2018-03-27 13：11

URL：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180327.0930.002.html

Foundation item：the Fundamental Research Funds for the Central Universities (3122014D010)

* **Corresponding author**. E-mail：hlcao@cauc.edu.cn

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0095

大气层外拦截弹建模与攻防效能分析

谢经纬，陈万春*
（北京航空航天大学 宇航学院，北京 100083）

摘 要：基于跨大气层反导拦截的各阶段流程，首先完成了某型拦截弹的动力学建模，然后利用预测拦截点(PIP)导引以及射表插值的思想，设计了针对大气层外中远程弹道类目标的中段拦截制导方法。在此基础上，研究了不同情形下拦截弹针对弹道导弹的部署区域，发射区段与拦截区段，以及固定拦截阵地的保护范围，验证了大气层外拦截导引方法的有效性。考虑到弹道导弹可能采取的突防措施，包括机动变轨、电子干扰以及红外诱饵掩护等手段，通过设计大样本仿真试验，分析进攻弹所采取的不同措施带来的突防效能。对于能够拦截常规弹道的拦截弹部署点，进攻弹可以通过机动变轨和释放诱饵等策略分阶段起到干扰作用，将突防概率提高到 70% 以上。

关 键 词：大气层外；动能拦截；预测拦截点(PIP)；数值射表；攻防效能
中图分类号：V221+.3；TB553
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1826-13

2017 年 2 月 4 日，美国导弹防御局宣布在当地时间 3 日进行的一次反导试验中，美日合研的 SM-3 Block Ⅱ A 型拦截弹于太平洋上空成功摧毁了一枚模拟中程弹道导弹的靶弹。这标志着该名美国导弹防御体系中的新成员朝向正式服役迈出了关键性的一步。然而，在 2017 年 6 月下旬以及 2018 年 1 月 31 日的 2 次后续测试中，拦截弹在“宙斯盾”系统雷达已经完成追踪目标的情况下却未能予靶弹以毁伤，又表明 SM-3 Block Ⅱ A 加入当前反导系统后的稳定运作尚需时日。

自从 1944 年德军的 V-2 型“复仇武器”登上战场以来，弹道导弹突防与拦截技术，一直是一个经久不衰的热门话题。而多层次、多阶段和多模式的导弹防御系统极大地挤压了弹道导弹的生存空间，随着反导体系的日趋成熟，弹道导弹的突防难度也在加大。关于大气层外远程拦截导引的方法，国内外许多学者以及研究机构已经多有建树。其中预测制导方案是将拦截器对来袭目标的零控脱靶量(Zero Effort Miss, ZEM)作为控制指标进行设计。Zarchan[1]在此方面做出突出工作，其在平面拦截问题过程将预测制导与比例导引以及扩展比例导引进行比较；考虑到大气层外拦截中具有较长的滑行阶段，Zes[2]对两飞行器间的重力差进行校正并将改进的比例导引应用于拦截任务；此外 Zes[3]利用 Kepler/Lagrange 轨道方程对拦截器与目标间的 ZEM 进行预报；Phillips 和 Malyevac[4-5]利用任务图表分析的方法为带有 2 次脉冲控制的推进器选择发动机性能参数；Gutman 和 Rubinsky[6]研究了大气层外拦截中段制导，以及中末制导交班的条件，不过暂未考虑目标变轨等非理想运动状态的影响。

关于大气层外动能战斗部(Exo-atmospheric Kill Vehicle, EKV)的控制设计，重点在于保持快速响应，而且需要将连续的制导指令离散化，以适应轨控发动机的需求。Hablani[7]分析了测量信息处理的延迟对 EKV 脉冲导引法的影响，并通过

收稿日期：2018-02-22；**录用日期**：2018-03-30；**网络出版时间**：2018-04-03 17:30
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180403.1712.002.html
* **通信作者**. E-mail：wanchun_chen@buaa.edu.cn

引用格式：谢经纬，陈万春. 大气层外拦截弹建模与攻防效能分析[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1826-1838.
XIE J W，CHEN W C. Exo-atmospheric interceptor modeling and penetration and defense effectiveness analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1826-1838 (in Chinese).

脱靶量误差分析来设计 EKV 的各项参数[8]。Guo 等[9]设计了一种准滑动模态导引律，而 Shima 和 Golan[10]运用滑动模态方法研究了一种能够执行轴向加速指令的拦截器。

从进攻方的角度来看，弹道导弹防御系统是复杂的大系统，因此针对其各环节采取相应措施，分情况考虑系统的效能是有必要的[11]。吴钰飞等[12]分析了诱饵对突防效能的影响及反导系统的拦截方式和拦截策略；在单枚弹头被发现、跟踪、识别及单发拦截成功率的基础上，建立了诱饵影响下多枚弹道导弹的突防效能模型。Yao 等[13]基于网络分析的方法来评估导弹防御系统的作战效能；杨晓凌和邱涤珊[14]则对导弹防御作战中威胁识别结果、落点预报以及拦截器拦截成功率的不确定性进行了分析和建模，构建了不确定条件下拦截器对来袭目标分配的规划模型。而要从宏观的角度上评估一定数量的拦截弹对抗一定数量的弹道导弹所能实现的防御效能，通常是由概率的形式来表达的[15]；Glaser 和 Fetter[16]借用建立的概率模型分析了国际间导弹攻防战略的现实意义，从微观角度的型号建模，攻防措施，效能分析，最终上升到宏观视野下的国家战略，也是当前许多研究者努力推进的一个方向。

本文在针对当前的某型大气层外拦截弹进行调研、分析、建模的基础上，按照一定的作战想定场景，通过计算机仿真试验来对比不同突防措施的效能，以期合理地规划中远程弹道导弹与反导拦截系统之间的攻防对抗手段，为其实际应用提供有价值的参考。

1　拦截弹动力学模型

拦截弹总长度 6.58 m，发射质量 2 313.2 kg，采用垂直发射方式，弹体部分由三级火箭助推器以及载荷舱组成，在大气层内飞行段采用推力矢量控制（第 1 级）以及气动面控制（第 2 级），跨大气层飞行段采用推力矢量控制（第 3 级），最终燃尽后释放出 EKV，执行碰撞拦截任务。拦截弹的主要尺寸如图 1 所示。

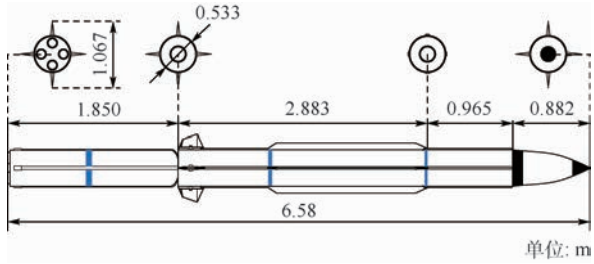


图 1　拦截弹主要尺寸

Fig. 1　Main dimensions of interceptor

引入地面系（北-天-东）记为 O_d-$x_dy_dz_d$，弹体系记为 O_b-$x_by_bz_b$。依照经典的六自由度建模方法，拦截弹质心运动的动力学方程写为

$$\begin{cases} \dot{V}_{xb} = a_{xb} - \omega_y V_{zb} + \omega_z V_{yb} \\ \dot{V}_{yb} = a_{yb} - \omega_z V_{xb} + \omega_x V_{zb} \\ \dot{V}_{zb} = a_{zb} - \omega_x V_{yb} + \omega_y V_{xb} \end{cases} \tag{1}$$

式中：速度分量 V_{xb}、V_{yb}、V_{zb}，加速度分量 a_{xb}、a_{yb}、a_{zb} 和旋转角速度分量 ω_x、ω_y、ω_z 均表示在弹体系下。

其中主动段飞行的加速度表达式为

$$\begin{cases} a_{xb} = (F_x + P_x)/m - g\sin\vartheta \\ a_{yb} = (F_y + P_y)/m - g\cos\gamma\cos\vartheta \\ a_{zb} = (F_z + P_z)/m + g\sin\gamma\cos\vartheta \end{cases} \tag{2}$$

式中：m 为导弹质量；g 为重力加速度；F_x、F_y、F_z 为导弹所受到的外力；P_x、P_y、P_z 为导弹的推力分量，尤其考虑的是推力矢量控制情形；ϑ 为拦截弹的当地弹道倾角；γ 为滚转角。其中第 1 级助推器燃料最多，燃烧时间最短，配备 4 个独立摆动的喷口，用于导弹的初始转弯，能够迅速调整姿态；第 2 级推进剂分为 2 段，以不同的燃烧速率为拦截弹持续加速，拥有较长的工作时间；第 3 级助推器采用双脉冲设计，其间隔时间可控，确保拦截弹在飞出大气层后能根据预测拦截点（PIP）来调整关机速度，为末制导创造条件。各级助推器的主要参数见表 1。

对于轴对称导弹，横向转动惯量 J_y 和 J_z 可以认为是相等的。设 $J_y = J_z = J$，则绕质心转动的动力学方程可以写成

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = M_{xb}/J_x \\ \dot{\omega}_y = (1 - J_x/J)\omega_x\omega_z + M_{yb}/J \\ \dot{\omega}_z = -(1 - J_x/J)\omega_x\omega_y + M_{zb}/J \end{cases} \tag{3}$$

式中：M_{xb}、M_{yb}、M_{zb} 为弹体系下的力矩；J_x 为轴向转动惯量。式（3）表明，如果能够控制导弹的滚转运动，令 $\omega_x \approx 0$，在控制系统的设计上会带来许多方便。而对于依靠轨控发动机来制导的动能战斗部，这一点则几乎是必需的。

令拦截弹从垂直发射状态转弯至 10° ~ 90° 弹道倾角，并飞行至主动段结束，如图2所示。图

表 1　火箭助推器的基本参数

Table 1　Basic parameters of rocket booster

级　数	总质量/kg	燃料质量/kg	推力/kN	工作时间/s
1	725.7	577.8	62.55 × 4	6
2	1 134.0	398.6	139.246	8
		508.6	40.611	35
3	453.5	150.0	42.0	10
		150.0	42.0	10

北航学报 赠阅

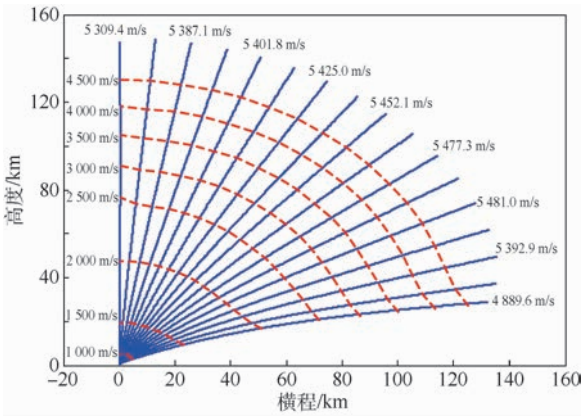


图 2 拦截弹速度分布

Fig. 2 Velocity distribution of interceptor

中:虚线等速度线是指拦截弹加速到这个水平所处的弹道位置(由高度和横程表示),实线一端的速度是指拦截弹飞完主动段(实线末端)时刻的关机速度。可以看出关机速度随弹道高低角而变化,大致分布范围为 4 900 ~ 5 500 m/s。拦截弹经历的加速过程中,达到 1 000 m/s 的水平较快,主要是由第 1 级助推器完成;1 500 ~ 2 500 m/s 段跨度较大,是由第 2 级助推器的第 2 工作段所致;之后从 2 500 m/s 至关机,速度提升较大,体现了第 3 级助推器在剩余结构质量较小时有很强的加速能力。而且从飞行高度来看,第 3 级工作期间拦截弹基本处于跨大气层段,因此考虑把导向 PIP 的修正工作交给第 3 级助推器进行。

2 跨大气层拦截制导策略

2.1 大气层内转弯段

将弹体绕质心的运动学方程采用 Euler 角(姿态角)表达为

$$\begin{cases}\dot{\theta} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma \\ \dot{\psi} = \dfrac{1}{\cos\theta}(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \\ \dot{\gamma} = \omega_x - (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma)\tan\theta\end{cases} \tag{4}$$

由于拦截弹垂直发射,在垂直起飞阶段会出现奇异性,具体表现为滚转角 γ 与偏航角 ψ 定义的失效。采用四元数法能够予以克服,但会使拦截弹的姿态表达得不够直观。本文提出了一种在俯仰角 $\theta \approx \pi/2$ 的情况下,临时改变姿态描述来避免运动方程奇异的方法。弹体垂直姿态下的变量见图 3。

首先,根据式(4),只要有 $\sqrt{\omega_y^2+\omega_z^2} > 0$,在 $\theta \to \pi/2$ 时可以得出滚转角 γ 满足

$$\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma \to 0 \Rightarrow \begin{cases}\gamma \to \arctan(\omega_y/\omega_z) \\ \gamma \to \arctan(\omega_y/\omega_z) - \pi\end{cases} \tag{5}$$

其次,认为完全垂直状态下的飞行器,姿态仅由俯仰角 θ 和滚转角 γ_0 来定义。在进入垂直状态的瞬时,滚转角 $\gamma_1 = \arctan(\omega_y/\omega_z)$,而当弹体轴 x_b 与地面系 y_d 轴重合的瞬间,定义新的滚转角为 $\gamma_0 = \gamma_1 + \psi_1$,相当于把之前的偏航角与滚转角"合并"。

当弹体由于转动角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的作用离开垂直状态的瞬时,记 $\boldsymbol{i}_{yd}$ 为 y_d 轴向的单位向量,弹体轴 x_b 在 $z_d O_d x_d$ 平面内的投影与向量 $\boldsymbol{i}_{yd} \times \boldsymbol{\omega}$ 共线反向。因此按照非垂直状态下的 Euler 角定义,则滚转角 γ_2 为 $\boldsymbol{\omega} - \omega_x \boldsymbol{i}_{xb}$ 转向 $-z_b$ 所掠过的角度,亦即 $\gamma_2 = \arctan(\omega_y/\omega_z) - \pi$;而偏航角与滚转角解除"合并"的瞬时,可得 $\psi_2 = \gamma_0 - \gamma_2$。

具体到执行程序,见图 4。为了替代无限趋近垂直的过程,需要设置一个小量 10^{-4} rad,作为进入垂直姿态"附近"的界限。需要说明的是 $\arctan(\omega_y/\omega_z)$ 是在 $y_b O_b z_b$ 平面四象限中取值的反正切函数。

令 PIP 为(0, 100, -140) km,在地面系中的投影位于 $-z_d$ 轴。观察拦截弹初始转弯过程中姿态角变化。

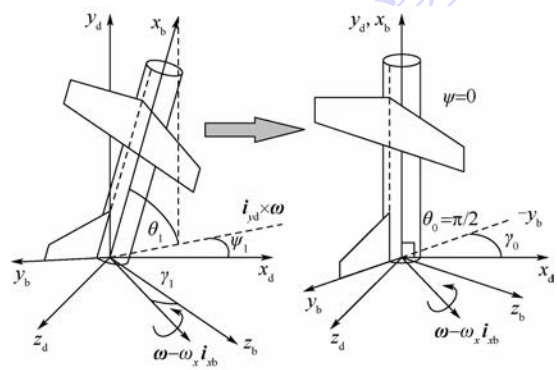


图 3 弹体垂直姿态下的变量

Fig. 3 Variables in vertical attitude of missile body

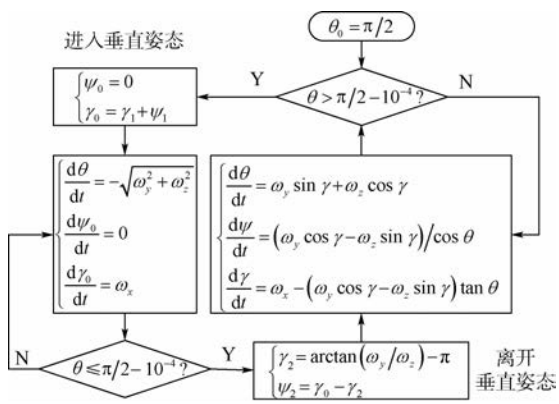


图 4 初始转弯段运动学方程

Fig. 4 Kinematic equation of initial turning phase

北航学报 赠阅

由于拦截弹是轴对称的，在 0 s 时刻取弹体轴 y_b 与 PIP 在地面上的投影共线反向，以期拦截弹仅控制 ω_z 就可使俯仰方向对准空间的 PIP，因此 $\gamma_0 = 90°$；假设为了避免碰撞，拦截弹在高于 100 m 开始允许弹体绕 z_b 轴转动，使得俯仰角 $\theta < 90°$；而当拦截弹离开垂直状态时，弹体在地面的投影需要与 PIP 投影共向，即期望的偏航角 $\psi_2 = 90°$；且俯仰角 θ 期望值为 arctan(100/140)，约 35.6°；滚转角 γ 期望值为 0°。从图 5 可以看出，弹体在第 1 级结束时刻姿态角能够分别达到期望值，从而使得 x_b 轴指向 PIP，完成初始转弯任务。

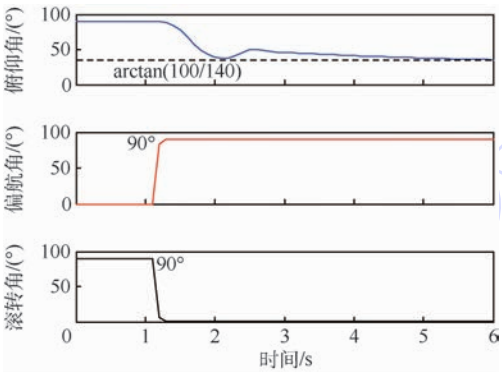


图 5　第 1 级助推段的姿态角曲线

Fig. 5　Curves of attitude angle during the first boosting stage

2.2　大气层外制导段

当拦截弹离开大气层以后，由于在导引头捕获目标前需要经历较长的无动力飞行阶段，所以应在助推器燃尽时将零控脱靶量消除掉，这就要求应用 Lambert 原理以及“能量管理控制[1]”了。

在发动机关机时刻，拦截弹要确保能够从关机点位置按指定时间飞抵 PIP，因此准确地解算关机点速度向量 $\boldsymbol{V}_0$ 至为重要。在地心引力场的环境下，假设关机点位置对应的地心向量为 $\boldsymbol{r}_0$，PIP 位置对应的地心向量为 $\boldsymbol{r}_F$，要求的飞行时间为 t_F，则所需要的关机时刻速度为[1]

$$|\boldsymbol{V}(\vartheta)| = \sqrt{\frac{G(1-\cos\phi)}{|\boldsymbol{r}_0|\cos\vartheta\left(\dfrac{|\boldsymbol{r}_0|\cos\vartheta}{|\boldsymbol{r}_F|}-\cos(\phi+\vartheta)\right)}} \tag{6}$$

式中：G 为地心引力常数；ϕ 为拦截弹相对于地心的角行程，即 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\boldsymbol{r}_F$ 之间的夹角

$$\phi = \arccos\frac{\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{r}_F}{|\boldsymbol{r}_0||\boldsymbol{r}_F|} \tag{7}$$

如图 6 所示，R_E 为地球半径，坐标轴 x_r 和 y_r 由地心 O_e 出发，均在拦截弹射面内，因此速度向量的 2 个分量表示为

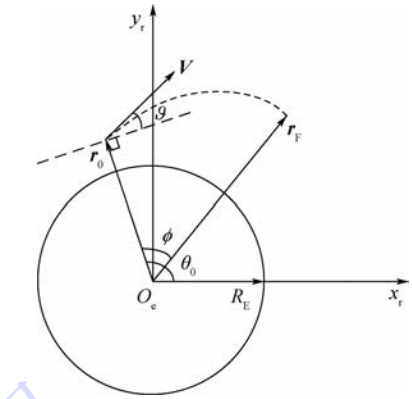


图 6　地心系下的飞行示意图

Fig. 6　Schematic diagram of travelling in earth-center frame

$$\begin{cases}\dot{x}_r(0) = |\boldsymbol{V}|\cos(\vartheta-\pi/2+\theta_0)\\ \dot{y}_r(0) = |\boldsymbol{V}|\sin(\vartheta-\pi/2+\theta_0)\end{cases} \tag{8}$$

当然，为了方便可以把 x_r 轴直接取到与关机点向量 $\boldsymbol{r}_0$ 共线，这样就有 $\theta_0 = 0$。

一般情况下弹头需要再入大气层，因此拦截弹和目标弹头都运行在偏心率

$$\lambda = \frac{|\boldsymbol{r}_0||\boldsymbol{V}|^2}{G} < 2 \tag{9}$$

的圆锥曲线轨道（即椭圆弹道）上，那么从关机点到拦截点需要的飞行时间为[1]

$$t_F = \frac{|\boldsymbol{r}_0|}{|\boldsymbol{V}|\cos\vartheta}\cdot\left[\frac{\tan\vartheta(1-\cos\phi)+(1-\lambda)\sin\phi}{(2-\lambda)\left(\dfrac{1-\cos\phi}{\lambda\cos^2\vartheta}+\dfrac{\cos(\vartheta+\phi)}{\cos\vartheta}\right)}+\frac{2\cos\vartheta}{\lambda\sqrt{2/\lambda-1}^3}\arctan\left(\frac{\sqrt{2/\lambda-1}}{\cos\vartheta\cot(\phi/2)-\sin\vartheta}\right)\right] \tag{10}$$

综上所述，可以得到一组方程

$$\begin{cases}\phi = f(\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{r}_F)\\ |\boldsymbol{V}| = f(\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{r}_F,\phi,\vartheta)\\ t_F = f(\boldsymbol{V},\phi,\vartheta)\end{cases} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{r}_0$ 和 $\boldsymbol{r}_F$ 已知，ϕ 可以算出，那么接下来的工作就是给出期望的飞行时间 t_{DES}，就可以通过分割法迭代 ϑ 使得 t_F 逼近 t_{DES}，比如 $|t_F - t_{DES}| < 1$ ms，此时代入 ϑ 就可以将式(11)得到的 $|\boldsymbol{V}|$ 定为拦截弹期望的关机速率 $|\boldsymbol{V}_{DES}|$，解算流程见图 7。

2.3　动能战斗部建模

拦截弹的有效载荷为 EKV，在末制导阶段主要依靠红外导引头获取目标视线角信息，并由姿轨控系统（Divert and Attitude Control System，DACS）执行跟踪变轨指令。由于红外导引头视界很窄，通常为 ±1°，因此假定姿控系统能确保弹

北航学报 赠阅

体轴 x_b 指向目标。姿轨控系统的布局方式为：4 个大推力的轨控发动机(D)沿轴向对称布置，与质心共面；6 个小推力的姿控发动机(A)置于尾部。EKV 的主要结构如图 8 所示。

假设轨控发动机有 10 ms 的开关机延迟，且 D1 ~ D4 在开启状态下的恒定推力均为 F_{max}。EKV 的各项基本参数如表 2 所示。

根据比例导引律，制导指令 n_c 为

$$n_c = N'|\dot{X}_{TM}|\dot{q}_S = N' r_{ZEM}/t_{go}^2$$

$$t_{go} \approx X_{TM}/|\dot{X}_{TM}| \tag{12}$$

式中：$\dot{q}_S$ 为视线转动角速率；N' 为导引系数；X_{TM} 为弹目相对位置 $\boldsymbol{R}_{TM}$ 沿弹目相对速度 $\boldsymbol{V}_{TM}$ 方向的分量；t_{go} 为剩余飞行时间；则当前零控脱靶量 r_{ZEM} 及轨控发动机工作时长 Δt 需要满足

$$r_{ZEM} = n_c t_{go}^2/N' = 0.5a\Delta t^2 + a\Delta t(t_{go} - \Delta t)$$

$$a = F_{max}/m \tag{13}$$

使得拦截弹经过 Δt 时间的修正后，能够确保拦截目标。由于发动机推力是固定值 F_{max}，只能控制工作时长 Δt。而频繁开关机也是不期望的，可以等待 n_c 增大到一定值后再执行。设轨控开机门限 I_{ON} 为[17]

$$I_{ON} = N'(c - 0.5c^2)F_{max}/m$$

$$c = \Delta t/t_{go} \tag{14}$$

注意 $c < 1$，且满足 $\Delta t < m_f/\dot{m}$，m_f 为燃料质量，即不超出剩余飞行时间，也不超出 EKV 燃料能维持的时间。本文取 $c = 0.134$，具体的工作流程如图 9 所示，关机门限 I_{OFF} 可以取一个小量，避免系统出现震荡。

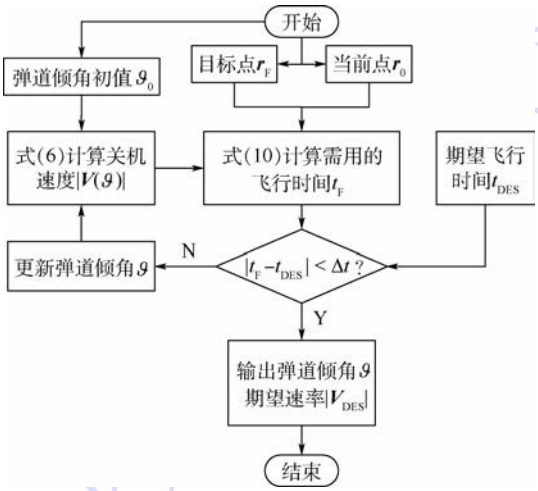


图 7 期望速度的解算流程

Fig. 7 Calculation procedure of desired velocity

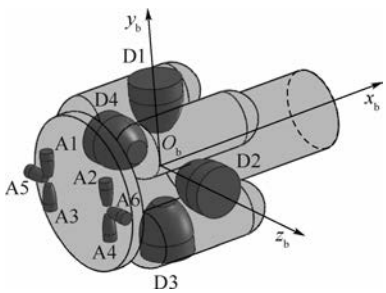


图 8 EKV 姿轨控系统结构

Fig. 8 Structure of DACS of EKV

表 2 EKV 的基本参数

Table 2 Basic parameters of EKV

参 数	数 值
红外导引头视距/km	700
长度/m	0.68
直径/m	0.19
总质量/kg	60.0
燃料质量/kg	20.0
秒流量/(kg·s^{-1})	1.0
推力/kN	2.6

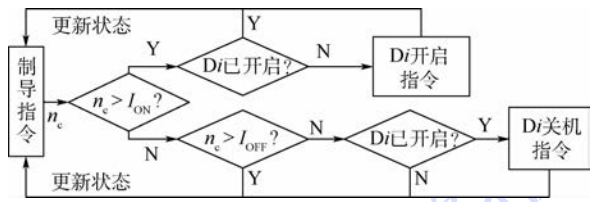


图 9 轨控发动机开关逻辑

Fig. 9 Switching logic of divert thruster

3 基于射表的预测拦截点选取法

使用预测导引原理拦截目标，实际上就是在飞行过程中将拦截弹向 PIP 导引，如果对 PIP 的计算是准确的，则这种导引就相当于是向空中某固定点的导引，这也是与大气层外制导阶段使用 Lambert 导引律的要求相呼应的。

3.1 大气层外拦截射表

文献[1]中对于瞬间达到关机速度的“脉冲”拦截弹模型，给出了利用 Lambert 问题数值解来获得 PIP 的算法。然而实际上拦截弹还包含姿态控制环节、程序转弯段以及跨大气层飞行段，多级助推的情况就更为复杂，不能仅以大气层外的飞行状态来计算 PIP。一个实用的办法就是通过蒙特卡罗仿真，掌握拦截弹的性能并建立简明的数值射表。

本文中射表数据的获取，就是在完成拦截弹动力学建模的基础上，通过对地心惯性系下的一系列目标点做仿真试验。由于拦截弹采用垂直发射方式，对目标点所在的射向不敏感，因此目标位置可仅由 2 个参数，即当地高度 h 和初始弹目距离 r 来表征。首先按一定间隔取 $h \in (100, 1\,500)$ km，$r \in (300, 3\,000)$ km 范围内的点，并搜

索 EKV 到达每个点(r,h)飞行时间 t_F 的最大、最小可用值，分别记为 $t_{MAX}(r,h)$ 和 $t_{MIN}(r,h)$。然后在得到的 t_F 取值区间$[t_{MIN},t_{MAX}]$内找出一个使 EKV 燃料消耗最少的值，定义为 $t_{OPT}(r,h)$。图 10给出了等 $t_{OPT}(r,h)$曲线在射表范围内的分布，为了适应数据矩阵绘图取横程 $l=\sqrt{r^2-h^2}$ 而非 r 作为横坐标，图中各线为等时间线，单位为 s。

虽然按照 Lambert 导引理论，只要指定的 t_{DES} 不太小，拦截弹总能达到理想的关机速度 $\boldsymbol{V}_{DES}$，从而 EKV 无需进一步控制就可恰好在 t_{DES}时刻击中目标。但是具体到六自由度的模型中，由于自动驾驶仪存在延迟，能量管理只能保证对于一定范围内的 t_{DES}，使得关机速度误差 $|\Delta\boldsymbol{V}|$接近 0。由于助推段结束至 EKV 完成拦截的飞行时间为 t_F，则产生的弹道误差 $\Delta r=|t_F\Delta\boldsymbol{V}|$是需要 EKV 消耗燃料来修正的。实际仿真中当 $t_{DES}\notin[t_{MIN},t_{MAX}]$时，都会使 EKV 由于燃料耗尽失去控制力，从而错失拦截目标，故认为这样的 t_{DES}是“不可用的”。因此决定了 t_{DES}的选择受到限制，存在上下边界以及其间的最优值。

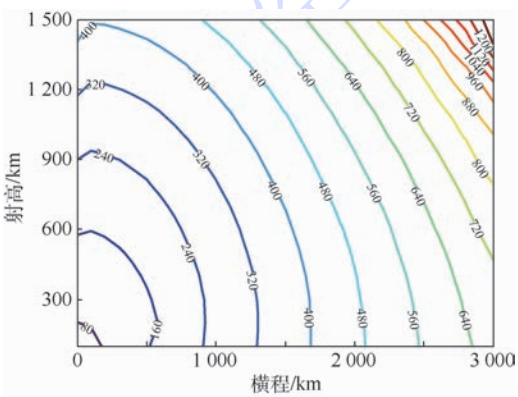


图 10　射表中 t_{OPT}分布的示意图

Fig. 10　Schematic diagram of distribution of t_{OPT} in firing table

3.2　预测拦截点的选取

假设目标完全按照引力弹道飞行，当前时间为 t_0，对于目标在未来时刻 t_1 所处的弹道上位置 $\boldsymbol{P}_1$，相对于拦截阵地为(r_1,h_1)，可以根据射表对该点的 3 个飞行时间 t_{MIN}、t_{MAX}和 t_{OPT}进行插值，来判断位置 $\boldsymbol{P}_1$ 是否能被取作 PIP。

判断的标准，在于目标飞抵该点的剩余时间，是否足够拦截弹完成发射，制导，直至命中的过程。反映在射表上，即该点的(r_1,h_1)要满足

$$t_1-t_0>t_{MIN}(r_1,h_1) \tag{15}$$

此处暂不考虑 t_{MAX}是由于拦截弹可以待机。

如图 11 所示的一段进攻弹道，这里 t_1-t_0 也

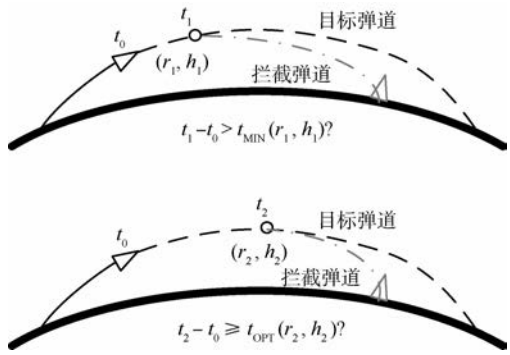


图 11　预测拦截点的搜索

Fig. 11　Search of predicted intercept point

就是留给拦截弹飞抵 $\boldsymbol{P}_1$ 点的最大可用时间。通常，随着在目标弹道上搜索的时间 t_1 不断递增，只要目标弹道的射面离拦截阵地不太远，起始时刻 t_0 不太迟，总会遇到可用的拦截点。而 t_0 取决于防御方探测系统首次捕获目标的时间，因此雷达的前出部署，天基红外对战场的覆盖也十分关键。

在此基础上，进一步寻找目标弹道上新的时间点 t_2 和位置 $\boldsymbol{P}_2$，其相对于拦截阵地的(r_2,h_2)满足：

$$t_2-t_0\geqslant t_{OPT}(r_2,h_2) \tag{16}$$

如果存在，意味着将该点作为 PIP，并选择拦截弹的发射时间为

$$t_{m0}=t_2-t_{OPT}(r_2,h_2)>t_0 \tag{17}$$

就可以使拦截弹在经过 $t_{OPT}(r_2,h_2)$时长的飞行后，在 $\boldsymbol{r}_2$ 点拦截目标。根据射表中 t_{OPT}的含义，这会使得 EKV 消耗最少的燃料，从而比选择 $\boldsymbol{P}_1$ 作为 PIP 要更加优越。

如果不存在前述时间点 t_2 和位置 $\boldsymbol{P}_2$，说明整个目标弹道上的所有位置点留给拦截弹的可用时间都不宽裕，总是有 $t-t_0<t_{OPT}(r,h)$，那么可以选择 $|t_{MAX}(r,h)-t_{MIN}(r,h)|$最大的点，发射时刻 t_{m0}就选在当前值 t_0，通常在这样的位置也有较好的拦截效果。

3.3　预测拦截点的更新

由于雷达探测误差、目标机动变轨等原因，自拦截弹发射时预测的目标弹道诸元需要不断更新。仍然假设大气层外目标在大部分时间内处于引力弹道附近飞行，即不认为目标具有持续的且大幅度的任意机动能力。这是预测目标弹道的前提条件，在此基础上，利用拦截弹射表来更新 PIP。

图 12 所示的流程从防御系统发现预报弹道误差，并完成弹道数据更新后开始，在当前时刻 t_{NOW}至弹道末时 t_{END}之间取 t_1，以及对应的目标位置 $\boldsymbol{P}_1$。由于拦截弹已经于 t_{m0}时刻发射，无法待机，因此需要考虑 $t_{MAX}(r,h)$对可用飞行时间 t_F

北航学报 赠阅

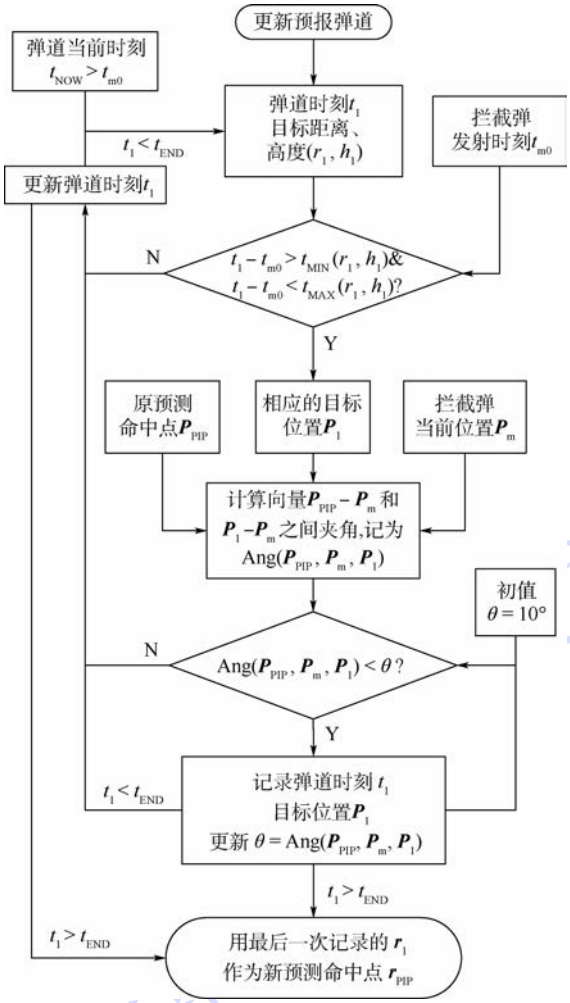


图 12 预测拦截点更新的流程

Fig. 12 Update procedure of predicted intercept point

的限制。所以,一方面该点相对于拦截弹发射点的(r_1, h_1)要满足

$$t_{MAX}(r_1, h_1) > t_1 - t_{m0} > t_{MIN}(r_1, h_1) \tag{18}$$

另一方面,考虑到拦截弹已经具有一定的飞行速率,大角度地改变速度方向会导致很高的过载。因此在满足式(18)条件的点集$\{\boldsymbol{P}_1\}$中应筛选出这样的点$\boldsymbol{P}_{1min}$,使其与原预测拦截点$\boldsymbol{P}_{PIP}$相对于拦截弹位置$\boldsymbol{P}_m$张开的夹角最小,即

$$\boldsymbol{P}_{1min} = \min\left(\arccos\frac{(\boldsymbol{P}_{PIP} - \boldsymbol{P}_m)(\boldsymbol{P}_1 - \boldsymbol{P}_m)}{|\boldsymbol{P}_{PIP} - \boldsymbol{P}_m||\boldsymbol{P}_1 - \boldsymbol{P}_m|}\right)\Bigg|_{\boldsymbol{P}_1 \in \{\boldsymbol{P}_1\}} \tag{19}$$

并将此位置$\boldsymbol{P}_{1min}$作为新的 PIP。

4 攻防仿真与效能分析

4.1 目标弹头相关设置

本文假设存在一型中远程弹道导弹,最大射程$l_{max} = 5000$ km,可以打击地面以及水面目标,并且具有大气层外变轨能力,携带电子压制干扰机以及红外诱饵。

进攻弹的弹道解算由关机时刻t_0开始,图 13 展示了进攻弹道在不同的飞行时间T_f下所呈现的高低形态。其中$T_f = 1227.3$ s 是按照“最小能量弹道”的原理来取值的[1],也就是使得导弹达到最大射程时所需的最小关机速率$|\boldsymbol{V}_{0min}|$。而把飞行时间更短,中段高度更低、速度更快的弹道都称为压低弹道。

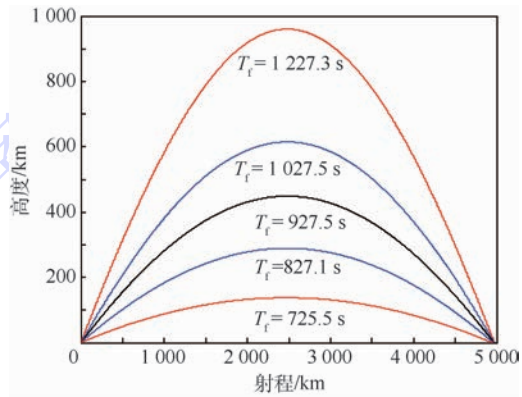


图 13 不同飞行时间以及相应的弹道

Fig. 13 Multiple flight time and corresponding trajectories

4.2 可拦截的部署区域

按照前述进攻弹道的设计,为了简单起见将弹道导弹的发射点取在(0°, 0°),落点取在(E45°, 0°),飞行时间T_f设为 1 000 s。拦截弹发射阵地按 2°间隔遍历 0° ~ E90°,S40° ~ N40°范围内,仿真得到可以成功拦截目标的部署阵地范围如图 14 所示。

图 14 中虚线是仿真中拦截成功的发射点集的边缘,点表示理论计算得到的可拦截布点的集合。理论计算是利用 Kepler 公式与 Lambert 迭代算法,即式(11)中加入约束$|\boldsymbol{V}| \leqslant 5500$ m/s 得到的,相当于在该点处发射初速度不超过 5 500 m/s 的“脉冲”拦截弹,且不考虑大气层的作用下能够与目标弹道交会的情形。由于实际的拦截弹动力学模型考虑了助推器加速过程,所以理论模型忽略了该要素后,估算出来的可拦截防御区会比实际情况有所“缩水”。但仍可以看到虚线与点的边缘形态是相符的,体现了可拦截的部署点的分布规律,因此仍不妨用“脉冲拦截弹”的理论方法来估算大致的可用拦截布点。

关于图 14 的一点补充说明,虽然部分拦截弹的发射点可能接近目标起始位置,但实际上最终的碰撞点仍然在目标弹道的外大气层段。由于拦截弹从起飞到释放 EKV 的时间不少于 70 s,且无法在大气环境内($h \leqslant 80$ km)工作,那么受3.2 节

北航学报 赠阅

中 t_{MIN} 的限制，PIP 将选择在弹道中段晚于 t_{MIN} 时刻的位置。从而这些拦截弹的初始射向是顺着目标弹道走向，在中段较高处“截住”目标的。

根据图 14，确定起点落点后，变换不同的飞行时间会得到不同的弹道中段高度，下面考察这一变化对可拦截阵地区域的影响，仿真结果如图 15所示。

可以看出随着目标沿着更快更低的弹道飞行，可拦截部署区域总体上是在不断缩小的。这为进攻方选择突防弹道提供了参考，在助推器性能足够的前提下，更大的关机速率和更短的飞行时间是有利于规避拦截的。而且也压缩了防御方的拦截窗口，减少可用的拦截次数，对于打击舰船、部队集结地等时敏类型的目标也很有必要。

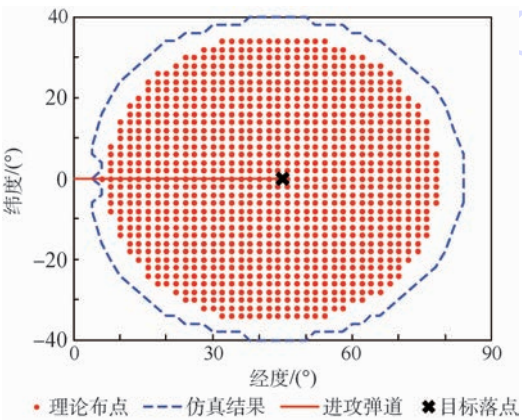


图 14　理论计算与仿真得到的布防区对比

Fig. 14　Comparison of defense deployment zone between theoretical calculation and simulation

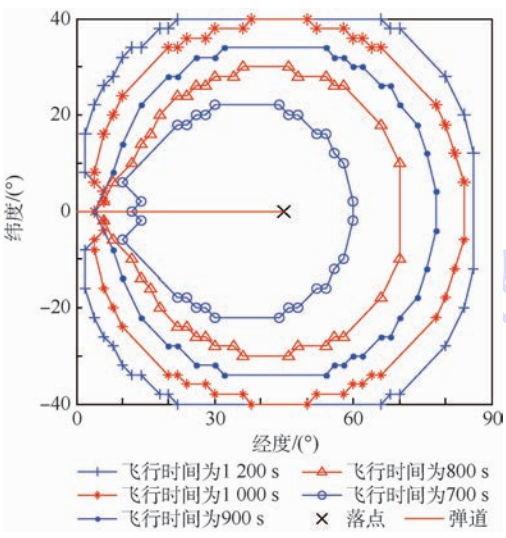


图 15　各飞行时间下弹道对应的布防区

Fig. 15　Defense deployment zones for different trajectories corresponding to each flight time

4.3　目标弹道的拦截区段

将拦截弹的发射点固定在(E22.5°, 0°)，在圆球大地模型下，设计一组近似平行的 5 000 km 的进攻弹道，飞行时间均为 1 000 s，其在弹道中点处互相平行，且中点都投影在 E22.5°经线上。通过仿真考察拦截弹在这一组弹道上的发射区段/拦截区段分布。

由图 16 可以看出拦截弹部署在目标弹道正下方时，拥有最大拦截窗口，最早和最迟的拦截碰撞点仅取决于目标被发现的时间，以及再入大气层(h < 100 km)的时间。而对于远离部署点的弹道，拦截窗口逐步变窄，这是由于拦截弹需要更长的时间才能飞抵拦截段。

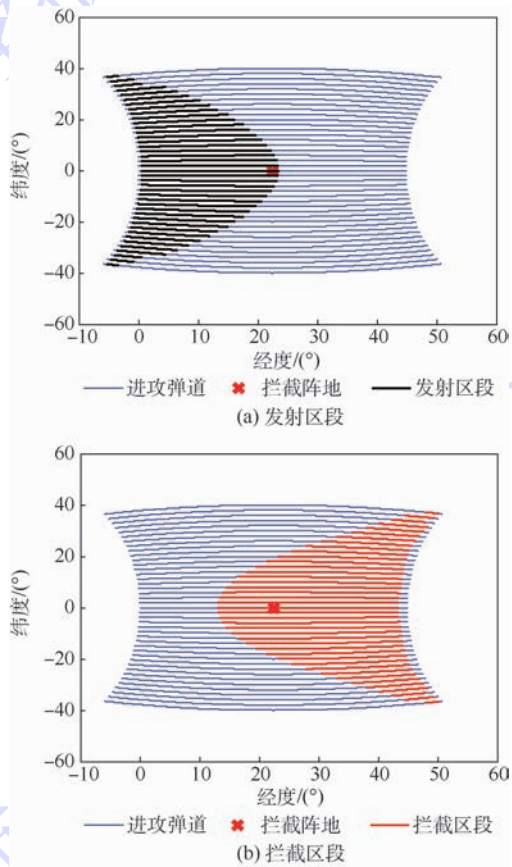


图 16　针对 5 000 km 弹道组的发射区段与拦截区段

Fig. 16　Firing/intercept sections on a series of trajectories with range of 5 000 km

4.4　固定部署点的保护区

假设进攻弹的发射阵地已知，设为(0°, 0°)，弹道均采用“最小能量弹道”，射程从 1 000 ~ 15 000 km不等。对于固定部署的拦截阵地(E45°, 0°)可以研究其能够保护的范围。当弹道导弹的落点位于这一区域，就可能在飞行过程中的某一时刻被拦截弹毁伤。

图 17 中弹道导弹的落点遍历 E10° ~ E130°，S60° ~ N60°的范围，其中只有圆点部分是位于(E45°, 0°)处的拦截阵地未能保护的区域。

北航学报 赠阅

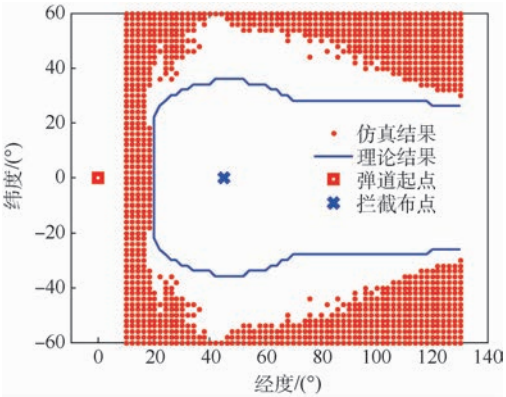


图 17 单个拦截阵地的保护区域

Fig. 17 Protective zone of single intercept position

相同条件下考察具有 5 500 m/s 初速度的“脉冲”拦截弹的保护区域，如图 17 中实线轮廓所示。当弹道导弹的落点进入实线内部即被拦截。与 4.2 节的情况相似，最大速度近似的情形下，具有三级助推加速段的拦截弹模型要比 Lambert 理论模型的作用范围略大。

4.5 进攻弹采用突防措施

从已有的仿真结果来看，拦截弹凭借自身较大的射程、射高以及关机速度，对于 5 000 ~ 10 000 km的弹道导弹都拥有很强的拦截能力。进攻弹如果希望有效应对防御方的拦截，需要采取进一步的突防措施，具体的设计过程如下所述。

4.5.1 变轨机动策略

弹道导弹在关机时刻瞄准的是一个掩护目标点 $\boldsymbol{P}_1$，弹头按照预定的时间 t_d 依靠反冲作用与附属质量体分离，同时获得所需的速度增量 $\Delta \boldsymbol{V}_t$ 而实现变轨，如图 18 所示，一面摆脱拦截弹的攻击，一面使得落点变动到真正计划打击的目标 $\boldsymbol{P}_2$。

图 19 所示情形，进攻弹在关机后 200 s 时调整落点，设弹头当前速度为 $\boldsymbol{V}_{t1}$，然后利用式(6)、式(7)并在 $\boldsymbol{r}_0$ 处代入当前位置 $\boldsymbol{P}_0$，在 $\boldsymbol{r}_F$ 处代入落点位置 $\boldsymbol{P}_2$，迭代计算不同速度倾角 ϑ 下所需的速度向量 $\boldsymbol{V}_{t2}$，搜索变轨前后速度差 $|\Delta \boldsymbol{V}_t| = |\boldsymbol{V}_{t2} - \boldsymbol{V}_{t1}|$ 最小的方式。对比不变轨的情形，EKV 仍然拦截成功但额外消耗燃料 37.62%。如果能设法延迟防御方雷达获取变轨后的弹头运动信息，则会进一步增大 EKV 的修正难度，直至脱靶。

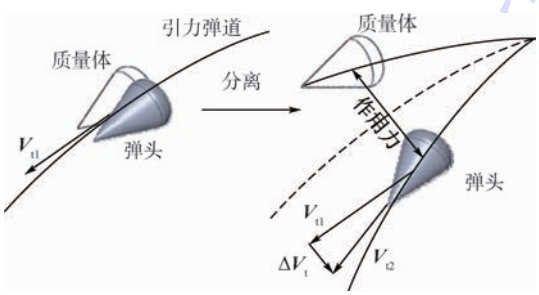


图 18 弹头机动变轨示意图

Fig. 18 Schematic diagram of warhead maneuver orbital transfer

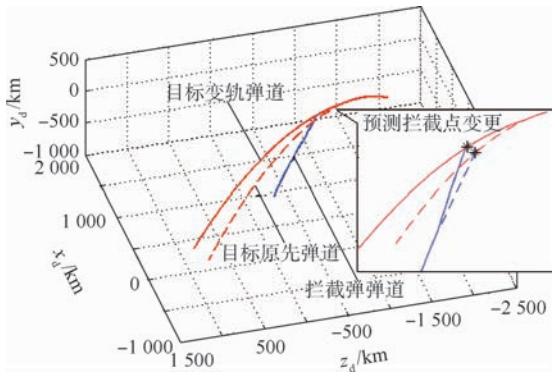


图 19 弹头变轨致使修正预测拦截点

Fig. 19 Revision of predicted intercept point due to warhead orbital transfer

4.5.2 干扰突防措施

在变轨的同时，弹头启用电子压制干扰并释放红外诱饵。电子干扰的目的在于延迟防御方对变轨后的弹头重新进行弹道预测，具体有效的作用时间取决于防御方的抗干扰能力。

图 20 展示了电子干扰的意义。当弹头(左侧)在 $\boldsymbol{P}_0$ 处，其速度由 $\boldsymbol{V}_{t0}$ 变至 $\boldsymbol{V}_{t1}$ 时，假设拦截弹此刻位于 $\boldsymbol{P}_1$ 处(右侧)，其速度为 $\boldsymbol{V}_{m0}$，如能迅速响应，将速度修正至 $\boldsymbol{V}_{m1}$ 即可；而假如拦截弹一时没有响应目标的变轨机动，继续飞行到位置 $\boldsymbol{P}_2$ 才开始修正，就需要修正速度至 $\boldsymbol{V}_{m2}$，当导弹速度的模 $|\boldsymbol{V}_m|$ 变化不大时，速度方向修正的角度越大，需要的过载也越大。因此延迟防御系统探测到变轨后的弹头，可以进一步加大拦截难度。

红外诱饵针对来袭的 EKV 红外导引头，使其有一定的概率错失真实目标。如图 21 所示，假设弹头和诱饵的信号样本 x_w、x_b 均满足正态分布，则每个目标的信号值落入一个特定区间 $[-\Delta, +\Delta]$ 的概率，是将各自的概率密度函数 $f(x_w)$ 和 $f(x_b)$ 在该区间上的积分。而导引头辨识目标的机制可以归结为一个或多个这样的区间，将信号值落在区间内部的目标认作真实弹头[18]。

文献[18]分析了红外诱饵对 EKV 的干扰效应，对于进入导引头视界的所有目标，EKV 都将根

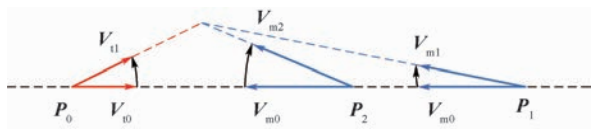


图 20 电子干扰延迟拦截弹的响应

Fig. 20 Interceptor response delay due to electronic jamming

北航学报 赠阅

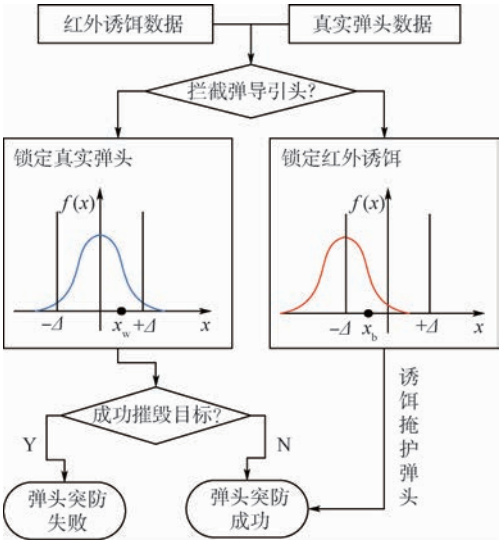


图 21　包含诱饵的拦截仿真示意图

Fig. 21　Schematic diagram of intercept simulation including baits

据预设的识别机制逐个判断。其中，弹头被正确识别的概率为 P_{ww}，被判定为诱饵的概率为 $P_{wd}=1-P_{ww}$；诱饵被正确识别的概率为 P_{dd}，被判定为弹头的概率为 $P_{dw}=1-P_{dd}$。

当所有信号源都被识别完毕后，EKV 将从自己认定的“真实目标”中，随机锁定一个并攻击。而当弹目距离接近到成像识别距离 $|\boldsymbol{R}_{TM0}|$，如果先前锁定的是诱饵，EKV 将重新搜索弹头并机动修正，直至拦截或脱靶。

4.6　突防措施的仿真检验

假设电子干扰的有效作用时间是随机的，取值范围[20，40] s，代表防御方抗干扰能力的不确定性；红外诱饵对 EKV 导引头的欺骗概率为 $P_{dw}=0.7$，而导引头误判弹头为诱饵的概率为 $P_{wd}=0.1$。当弹目相距 $|\boldsymbol{R}_{TM0}|\leqslant 10$ km 时 2 种误判概率归 0，即该诱饵/弹头将被 EKV 识别出来，其他条件见表 3。

先考察弹头仅采取变轨的影响。弹头在关机 300 s 后与质量体分离变轨，将落点由目标Ⅰ调整至目标Ⅱ，获得速度增量 604.0 m/s，完成后释放红外诱饵。防御方从(E30°，0°)、(E40°，0°)2 处阵地同时发射拦截弹，得到的结果如图 22 所示，右侧纵轴对应虚线，表示轨控发动机开关指令，只分为正向开机(+ON)，反向开机(-ON)和关机(OFF) 3 种情形。

表 3　进攻弹的仿真想定

Table 3　Scenario of ballistic missile

关机点	目标Ⅰ	目标Ⅱ	飞行时间/s	诱饵数
(0°，0°)	(E45°，0°)	(E42°，N2°)	685.46	8

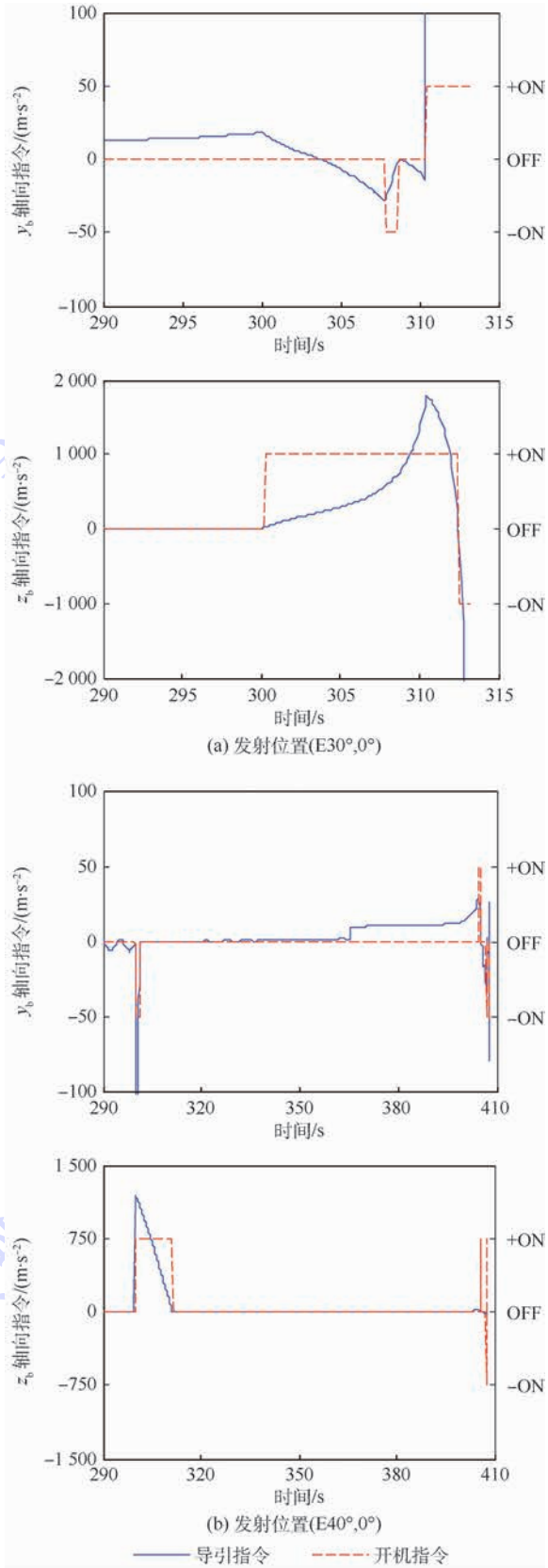


图 22　各火力单元拦截弹的末制导指令

Fig. 22　Terminal guidance commands of interceptor of each firing unit

图 22 展现了末制导过程中拦截弹的加速度

北航学报 赠阅

导引指令和轨控发动机开关指令。自 300 s 开始由于目标变轨,加速度指令都产生了幅度不等的波动。比较来看当目标变轨更接近交会时刻,拦截弹的修正难度会更大。而针对同一条弹道,拦截交会时刻主要取决于拦截弹的发射位置。

从表 4 中可以看出,对于(E30°,0°)发射的拦截弹,弹头变轨的时机处在交会前 13 s,且是速度突变的方式,则 EKV 即使全程开启轨控也难以修正,这一点在图 22 左侧也有所体现;而对于(E40°,0°)发射的拦截弹,弹头变轨的时机处在交会前 110 s,因此 EKV 还有时间消除目标变轨产生的 ZEM。

图 23 为弹头采用变轨措施前后可拦截阵地的对比,除目标Ⅱ方向延长线上有一片区域拦截失败以外,还有沿(E20°,N10°)→(E30°,0°)→(E20°,S10°)形成的一个圆弧形空白区域,其中发射的拦截弹失败原因是类似的,都是由于目标变轨后留下的时间不足以修正。这提示了进攻方可以根据拦截阵地的位置选择变轨时机,使其处在这样的空白区内,从而成功突防。

以上仅为单次仿真结果。当弹头使用“变轨-干扰-诱饵”多重突防手段后,需要利用蒙特卡罗仿真来得到一些随机因素对拦截弹的影响。

从图 24 中可以看到,弹头变轨前即发生交会的区域,拦截成功率普遍高于80%;而突防措施

表 4 拦截仿真结果

Table 4 Intercept simulation results

发射阵地	飞行时间/s	燃料消耗/%	脱靶量/m
(E30°, 0°)	313.22	72.41	3 326.2
(E40°, 0°)	408.87	62.62	0.039 3

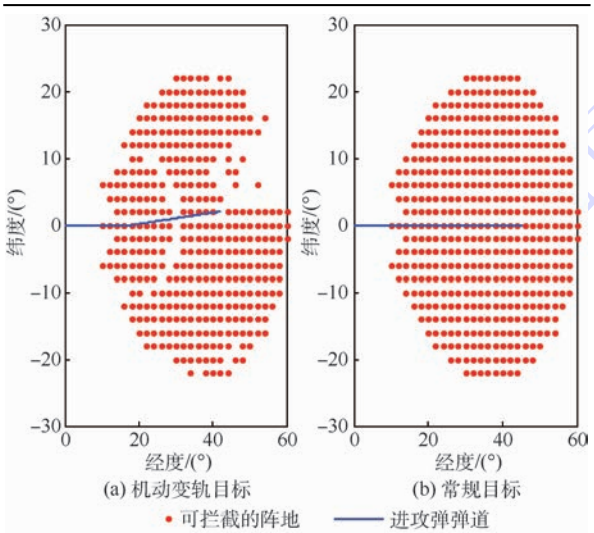


图 23 机动变轨目标及常规目标的可拦截发射点对比

Fig. 23 Comparison of launch points for intercepting maneuver orbital transfer target and general target

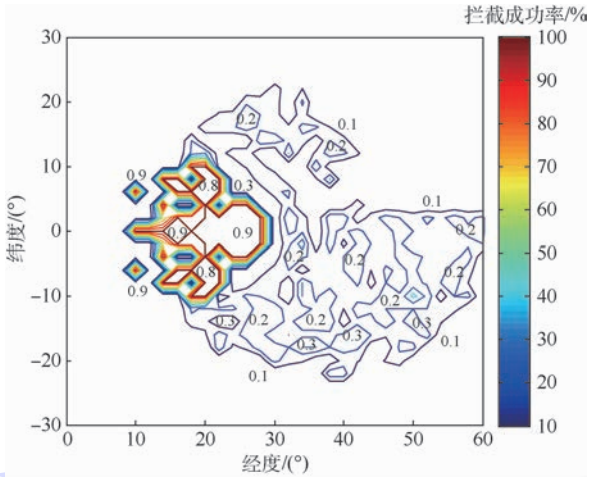


图 24 部署区域内拦截成功率的分布

Fig. 24 Successful intercept probability distribution in deployment zone

启动后的区域内,进攻弹的突防效能明显上升,拦截成功率普遍不足 30%。由于对抗目标机动已经消耗大部分燃料,尽管在最后 10 km 范围内 EKV 能重新识别目标,但无余力完成弹道修正,拦截失败。这体现了多重干扰手段联合作用的效能。

4.7 突防措施的效能分析

本文所列举的 3 类突防措施,包括机动变轨、电子干扰和红外诱饵掩护。其中变轨机动和电子干扰是联合运用的,针对的是已经迫近的拦截弹,造成的影响在于预测拦截点急剧变化,从而加大拦截弹道的修正难度,即大幅消耗 EKV 的燃料。从 4.2 ~ 4.4 节的试验可以看出,防御系统针对常规弹道类目标的拦截能力较强,区域范围、时间范围都很广,说明及时、准确地预测目标弹道对于反导成功至关重要;而通过变轨、干扰雷达来打破这一环节也就成为了进攻方的选择。

相比较而言,红外诱饵掩护作用时间很长,释放后对于来袭的拦截弹普遍有效。它的作用机理主要是针对末制导,利用随机因素降低 EKV 的杀伤概率。从统计层面来看,拦截成功率降低和进入红外导引头视野的诱饵数目 n 直接相关。假设在众多目标当中只有一个真实弹头,则最终该弹头被 EKV 导引头选中锁定的概率为

$$P_{\mathrm{d}}(n)=\sum_{i=0}^{n}\left[\frac{1}{i+1}\mathrm{C}_n^i(1-P_{\mathrm{dw}})^{n-i}P_{\mathrm{dw}}^i\right](1-P_{\mathrm{wd}})=$$

$$\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}\left[\mathrm{C}_{n+1}^{i+1}(1-P_{\mathrm{dw}})^{n-i}P_{\mathrm{dw}}^{i+1}\right]\frac{1-P_{\mathrm{wd}}}{P_{\mathrm{dw}}}=$$

$$\frac{1}{n+1}\left[1-(1-P_{\mathrm{dw}})^{n+1}\right]\frac{1-P_{\mathrm{wd}}}{P_{\mathrm{dw}}} \tag{20}$$

按照仿真条件设置,$P_{\mathrm{dw}}=0.7$,$P_{\mathrm{wd}}=0.1$,且

北航学报 赠阅

诱饵总数为 8（即 $n \leqslant 8$）时，枚举各种情形可以得到表 5。

考察弹头被诱饵成功掩护的概率 $1-P_{\mathrm{d}}(n)$，与图 24 中 E30°以远布点的突防概率数据十分相符，说明在拦截弹有能力对抗变轨机动的情况下，弹头能否生存主要取决于末制导中 EKV 红外导引头捕获的诱饵数量 n。由于释放后诱饵的分布与弹头速度方向相关，不同阵地发射的拦截弹沿弹目连线 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{TM}}$ 的方向，探测到的目标个数也就有所不同。而释放 8 颗红外诱饵，可以确保至少在一侧方向上有 4 个或更多的诱饵分布，根据表 5，拦截弹锁定弹头的概率会降至 25% 以内。由于机动变轨已经很大程度上消耗了 EKV 的燃料，所以即使进入最后的识别距离 $|\boldsymbol{R}_{\mathrm{TM0}}|$，EKV 也难以将轨迹从拦截诱饵修正到拦截真实弹头。

表 5　诱饵数与 EKV 锁定弹头的概率

Table 5　Bait number and probability of EKV locking on warhead

n	3	4	5	6	7	8
$P_{\mathrm{d}}(n)$	0.362 0	0.256 5	0.214 1	0.183 6	0.160 7	0.142 9

5　结　论

本文由当前备受关注的导弹攻防对抗问题引出，探讨了某型大气层外拦截弹的反导运作机制以及弹道导弹突防作战的效能问题。

1）基于当前装备发展信息和反导拦截各阶段的工作原理，建立了一种三级助推的大气层外拦截弹动力学模型。

2）根据 Lambert 原理和射表插值思想，设计了一种大气层外远距离、长航时的拦截制导策略。

3）研究了某中远程弹道导弹的弹道特性，通过分析拦截弹的可拦截部署区域，发射段与拦截段、指定阵地的保护区域验证了本文设计的大气层外拦截制导策略的有效性。

4）从理论上分析了弹道导弹不同的突防措施及其所产生的效能，并与仿真结果互相印证，说明了模型、算法以及设计理论的可信度与可行性，期望能够为将来的装备规划、发展与部署提供理论支持和参考。

参考文献（References）

[1] ZARCHAN P. Tactical and strategic missile guidance[M]. 6th ed. Reston: AIAA, 2012: 213-324, 715-862.

[2] ZES D. Exo-atmospheric intercept using modified proportional guidance with gravity correction for coast phase: AIAA-94-0209 [R]. Reston: AIAA, 1994.

[3] ZES D. Exo-atmospheric intercept with J2 correction: AIAA-98-4305[R]. Reston: AIAA, 1998.

[4] PHILLIPS C A, MALYEVAC D S. Pulse motor optimization via mission charts for an exoatmospheric interceptor[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(4): 611-617.

[5] PHILLIPS C A, MALYEVAC D S. Exoatmospheric interceptor pulse motor optimization with discrete bias removal[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(2): 376-378.

[6] GUTMAN S, RUBINSKY S. Exo-atmospheric mid-course guidance[C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston: AIAA, 2015: 1-17.

[7] HABLANI H B. Pulsed guidance of exoatmospheric interceptor with image processing delays in angle measurements: AIAA-2000-4272[R] Reston: AIAA, 2000.

[8] HABLANI H B, PEARSON D W. Miss distance error analysis of exoatmospheric interceptors[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(2): 283-289.

[9] GUO J G, ZHANG T B, ZHOU J, et al. The three dimensional guidance system design of terminal attack phase for exo-atmospheric kill vehicle[J]. International Journal for Light and Electron Optics, 2017, 130: 1158-1167.

[10] SHIMA T, GOLAN O M. Exo-atmospheric guidance of anaccelerating interceptor missile[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(2): 622-637.

[11] ENDER T, LEURCK R F, WEAVER B. Systems-of-systems analysis of ballistic missile defense architecture effectiveness through surrogate modeling and simulation[J]. IEEE Systems Journal, 2010, 4(2): 156-166.

[12] 吴钰飞，罗小明，申之明，等. 诱饵影响下多枚弹道导弹突防效能研究[J]. 装备学院学报，2008，19(3)：57-62.
WU Y F, LUO X M, SHEN Z M, et al. Study on the penetration effectiveness of multiple ballistic missiles considering the effect of decoys[J]. Journal of the Academy of Equipment Command & Technology, 2008, 19(3): 57-62(in Chinese).

[13] YAO J, HUANG Q, WANG W. Analyzing ballistic missile defense system effectiveness based on functional dependency network analysis[J]. The Open Cybernetics & Systemics Journal, 2015, 9(1): 678-682.

[14] 杨晓凌，邱涤珊. 三种不确定性条件下的拦截器目标分配模型[J]. 弹箭与制导学报，2012，32(4)：4-8.
YANG X L, QIU D S. Interceptor allocation models under threr types of uncertainty[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2012, 32(4): 4-8(in Chinese).

[15] WILKENING D A. A simple model for calculating ballistic missile defense effectiveness[J]. Science and Global Security, 1999, 8(2): 183-255.

[16] GLASER C L, FETTER S. Should the United States reject MAD? Damage limitation and U. S. nuclear strategy toward China[J]. International Security, 2016, 41(1): 49-98.

[17] XIE J W, CHEN W C. Switching logic design for divert and attitude control system of exoatmospheric kill vehicle[C] // 8th IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS)/IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2017:

北航学报 赠阅

194-200.

[18] 谢经纬,陈万春. 基于概率模型的攻防效能估算与仿真分析[J]. 导弹与航天运载技术,2017(4):1-5.
XIE J W, CHEN W C. Estimation and simulation analysis based on probabilistic model for the effectiveness of penetration and defense[J]. Missiles and Space Vehicles, 2017(4):1-5(in Chinese).

作者简介:

谢经纬 男,博士研究生。主要研究方向:导弹飞行力学与控制、导弹总体设计、导弹攻防对抗和效能评估。

陈万春 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:导弹总体设计与仿真,导弹飞行动力学、制导与控制,导弹武器系统攻防对抗与作战效能分析。

Exo-atmospheric interceptor modeling and penetration and defense effectiveness analysis

XIE Jingwei, CHEN Wanchun*

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the procedure of trans-atmospheric missile defense interception in each phase, this paper has firstly established a dynamic model for exo-atmospheric interceptor. Then according to the theory of predicted intercepting point (PIP) guidance and firing table interpolation, a method of exo-atmospheric mid-course guidance has been presented to intercept intermediate-range and long-range ballistic target. On this basis, this paper has studied the interceptor deployment zones and the firing/intercept sections according to multiple target trajectories, and the protective zone of one fixed interceptor launch position. With this approach, the effectiveness of the exo-atmospheric interception guidance method has been tested. Finally, considering the penetration measures that ballistic missile may have taken, including maneuver orbital transfer, electronic jamming, infrared bait, etc., the penetration effectiveness that achieved from different measures employed by offensive missile has been analyzed through large sample simulations. For those interceptor deployment positions where the general ballistic target can be hit, the penetration probability of the warhead can be raised up to over 70% with the interference strategies such as maneuver orbital transfer and bait release applied in different phases.

Keywords: exo-atmospheric; kinetic interception; predicted intercepting point (PIP); numerical firing table; penetration and defense effectiveness

Received: 2018-02-22; **Accepted**: 2018-03-30; **Published online**: 2018-04-03 17:30

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180403.1712.002.html

* **Corresponding author**. E-mail: wanchun_chen@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0686

基于风险预测的飞行安全操纵空间构建方法

李哲，徐浩军*，薛源，裴彬彬
（空军工程大学 航空工程学院，西安 710038）

摘 要：提高驾驶员在复杂气象环境和系统故障等条件下的情景感知能力是保障飞行安全的有力措施。基于人-机-环动力学仿真，综合计算操纵指令下预测时间段内多个飞行安全参数风险变化趋势，通过飞行安全参数风险度的叠加，得到该飞行情形下的飞行安全谱和飞行风险概率。通过并行仿真计算整个操纵空间内的飞行风险拓扑云图，构建飞行安全操纵空间，引导驾驶员正确操纵。分析了结冰环境下和舵面卡阻故障模式下的飞行安全操纵空间、事故机理和主要敏感参数。仿真结果表明，外部环境突变或突发系统故障可导致飞行安全操纵空间缩减甚至畸变。飞行安全操纵空间的提出可为驾驶员在复杂条件下的安全操纵提供直观全面的参考，提高驾驶员的情景感知能力，也可为事故演化提供可视化的分析方法。

关 键 词：情景感知；安全操纵空间；飞行动力学仿真；事故演化；风险预测；结冰；方向舵卡阻

中图分类号：V212.1

文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1839-11

飞机失控是导致飞行事故的主要原因[1]，驾驶员的正确操纵是防止飞机失控的前提条件，提高驾驶员的情景感知能力(situational awareness)可为驾驶员的正确操纵提供判断依据。空客公司的研究报告指出，约85%的飞行事故或事故征候中至少一次涉及到驾驶员情景感知能力的丧失[2]。驾驶员的情景感知能力是指驾驶员对当前和今后一段时间内的飞行状态和周围环境的认知程度。有效的情景感知能力使得驾驶员能够提前预测飞机的飞行状态并采取合适的操纵策略，这对于飞行安全至关重要。现有的情景感知手段一般为实时观察部分飞行安全关键参数是否超出许用值来预测飞行风险[3]。当飞机遭遇故障(如升降舵卡阻、单发失效)或复杂气象条件(如结冰、风切边、尾流)时，飞行安全关键参数许用范围和操纵范围可能缩小。飞行员在不清楚操纵边界缩小程度的情况下操纵飞机可能导致较为严重的后果，如1994年ATR飞机结冰失事[4]，飞机在5°迎角时即发生滚转，远低于许用值18.1°。对特殊情况下的驾驶员情景感知能力的研究成为了当今飞行安全领域的热点问题之一。

针对驾驶员情景感知能力的研究主要集中在飞行安全信息的显示和告警方面。Tan和Guy设计了商用飞机机载情景感知信息系统的迭代策略，提出了正常、非正常和紧急情况下的安全信息三级分类显示方法，使飞行员更容易在正确的时机获得适当的操作内容[5]。Carlos和Serafin从驾驶员操纵、信息获取、环境影响等方面设计了驾驶员情景感知能力评价系统[6]。Trujillo和Gregory研究发现在飞机发生故障前后，驾驶员更倾向于重点关注能量参数，尤其是滚转角、高度变化率和空速，为优化飞行参数显示器提供参考[7]。Gin-

收稿日期：2017-11-06；**录用日期**：2018-02-10；**网络出版时间**：2018-04-02 16:44
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180402.1559.002.html
基金项目：民用飞机专项科研（MJ-2015-F-019）；国家自然科学基金（61503406）；国家“973”计划（2015CB755800）
* **通信作者**. E-mail: flight_simulation@163.com

引用格式：*李哲，徐浩军，薛源，等. 基于风险预测的飞行安全操纵空间构建方法[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1839-1849. LI Z，XU H J，XUE Y，et al. Construction method of flight safety manipulation space based on risk prediction[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1839-1849 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

gras 等研究开发了积冰污染边界保护系统(Icing Contamination Envelope Protection, ICEPro),通过直观的显示结冰位置和飞机状态等信息提高驾驶员的情景感知能力,经地面模拟器试飞效果良好[8]。Wei 和肖旭等通过人机闭环系统仿真分析了驾驶员情景感知能力评价标准,进而评价了3种典型机型的驾驶舱人机交互系统[9-10]。王小龙等提出一种飞机结冰后的飞控系统边界保护方法,引入铰链力矩检测模块,提前告警飞机纵向失速,为驾驶员和飞控系统提供安全保护裕度[11]。薛源等根据多元极值理论构建了尾流风险概率三维拓扑结构图,为驾驶员直观显示场域尾流风险等安全信息[12-13]。Kasey 等设计了动态飞行包线保护系统,并直观地提供给驾驶员,以提高驾驶员的情景感知能力[14]。

上述研究中,故障情况下和复杂环境情况下的安全告警系统或边界保护系统等,多是为驾驶员提供实时的飞行状态参量和边界信息,如迎角、侧滑角、舵面位置、爬升率及其限制边界等。飞行故障或复杂气象条件等特殊情况均会导致飞行安全边界的畸变,飞行安全参数许用范围的缩减,且不同情况下的飞行安全关键参数也不尽相同。驾驶员在不利外界环境影响下判定当前飞行状态,同时关注诸多飞行参数可能加重飞行员的操纵负荷,甚至引发误操纵危及飞行安全[15]。此外,飞行控制系统提供给驾驶员的信息均是带有少量延迟的当前飞行状态,不具有预测性[16]。笔者认为,相较于评判当前飞行状态是否安全,预测未来一定时间内飞行安全关键参数变化趋势和潜在的飞行风险更重要。

通常驾驶员通过油门、驾驶杆(盘)和脚蹬操纵飞机,依据当前和未来一定时间内的飞行状态,分析飞行安全参数变化趋势,计算潜在操纵动作的飞行风险,将不同操纵策略下的飞行风险,以直观的拓扑云图的方式呈现给驾驶员,将极大地减轻驾驶员的操纵负荷,有利于驾驶员在安全操纵范围内选择正确的路径和策略,避免紧张环境下误操纵导致某些参数超限。针对此问题,本文提出基于人机闭环系统仿真的复杂条件下飞行安全操纵空间的概念,将驾驶员操纵指令下的飞机飞行安全参数轨迹色彩化,划分不同风险等级,并综合计算得出相应操纵指令的风险概率,据此拓扑至所有可能的操纵策略,揭示复杂环境下的安全操纵边界和事故致灾机理,为驾驶员提供直观的安全操纵建议和告警提示。

1 模型构建

飞机故障或复杂气象环境等特殊条件下,飞行操纵往往涉及到临界飞行状态,具有强耦合、强非线性等特点,需要构建六自由度全量非线性运动方程和环境因素模型,为人-机-环闭环系统仿真奠定基础。

飞机本体非线性动力学模型可表示为[17]

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 为状态向量,包含飞行速度 V、迎角 α、侧滑角 β、四元数 $q_0 \sim q_3$、俯仰角速率 p、滚转角速率 q、偏航角速率 r 和空间位置参数 x_g、y_g、z_g。

$$\boldsymbol{x} = [V,\alpha,\beta,q_0,q_1,q_2,q_3,p,q,r,x_g,y_g,z_g]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

$\boldsymbol{u}$ 为控制向量,包括油门偏度指令 δ_{th}、升降舵偏度指令 δ_{e}、副翼偏度指令 δ_{a} 和方向舵偏度指令 δ_{r}。

$$\boldsymbol{u} = [\delta_{\mathrm{th}},\delta_{\mathrm{e}},\delta_{\mathrm{a}},\delta_{\mathrm{r}}]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

为避免计算过程中产生奇点,采用四元数法构建飞机动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{V} = (u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w})/V \\ \dot{\alpha} = (u\dot{w} - w\dot{u})/(u^2 + w^2) \\ \dot{\beta} = (\dot{v}V - v\dot{V})/(V^2\cos\beta) \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & p & q & r \\ -p & 0 & -r & q \\ -q & r & 0 & -p \\ -r & -q & p & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\begin{cases} \dot{p} = (c_1 r + c_2 p)q + c_3\bar{L} + c_4\bar{N} \\ \dot{q} = c_5 pr - c_6(p^2 - r^2) + c_7\bar{M} \\ \dot{r} = (c_8 p - c_2 r)q + c_4\bar{L} + c_9\bar{N} \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

同时

$$\begin{cases} \dot{u} = rv - qw + X/m \\ \dot{v} = pw - ru + Y/m \\ \dot{w} = qu - pv + Z/m \end{cases} \tag{7}$$

式中:m 为飞机质量;u、v、w 为速度在机体坐标系上的分量;X、Y、Z 为飞机所受到的合力在机体坐标系上的分量;$\bar{L}$、$\bar{M}$、$\bar{N}$ 为飞机所受到的合力矩在机体坐标系上的分量;$c_1 \sim c_9$ 为与飞机转动惯量

有关的中间变量[18],飞机的姿态角(滚转角 φ、俯仰角 θ 和偏航角 ψ)由四元数变换求得,且四元数满足平方和为 1。

外部环境如紊流、尾流、风切边、结冰等对飞行安全影响较大,不当操纵易引起飞行安全关键参数超限,导致飞行事故[19]。本文选取机翼结冰来说明外部环境对飞行安全操纵空间的影响。国内外对结冰气象条件下的飞机飞行动力学特性研究较多。根据 Bragg 等[20]提出的结冰影响模型,构建结冰条件下的气动力模型,结冰前后气动参数为

$$C_{(A)\text{iced}} = (1 + \eta k_{C_{(A)}}) C_{(A)} \tag{8}$$

式中:$C_{(A)}$ 为某一气动导数;$C_{(A)\text{iced}}$ 为结冰后该气动导数值;η 为气象因子,用于表征飞机结冰严重程度,CCAR-25-R4 附录 C 中规定结冰气象条件由云层液态水含量、云层水滴平均有效直径和周围空气温度 3 个变量决定[21],η 值越大,表明结冰对气动参数的影响越大,通常气象因子取值为 0~0.3[20];$k_{C_{(A)}}$ 为飞机结冰因子,对于特定飞机,其值为定值,通常通过试验或飞行仿真计算获得。

多数研究将表征结冰严重程度的气象因子 η 设定为一个定值[19-20,22-23]。然而结冰是一个动态变化的过程,因此提出结冰恶化速率因子 ζ,用于表征气象因子 η 随时间的变化情况。令 η 是时间的一次函数,则结冰前后气动参数模型为

$$\xi = \eta/(t - t_0) \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}C_{(A)\text{iced}}}{\mathrm{d}t} = \xi k_{C_{(A)}} C_{(A)} \tag{10}$$

式中:t_0 为结冰开始时间。

当一侧机翼除冰系统发生故障时,两侧机翼将产生升力差和阻力差,进一步产生附加滚转力矩和偏航力矩,较对称结冰情况更复杂、风险更高,因此需进一步构建不对称结冰情况下的仿真模型。Lampton 和 Valasek[24-25] 据此提出两侧机翼的升力差模型、阻力差模型、非对称结冰滚转力矩模型和偏航力矩模型,以右侧机翼除冰系统故障为例:

$$\begin{cases} \Delta C_{L\text{ice}} = \dfrac{1}{2} C_L - \dfrac{1}{2} C_{L\text{ice}} \\ \Delta C_{D\text{ice}} = \dfrac{1}{2} C_{D\text{ice}} - \dfrac{1}{2} C_D \\ \Delta L_{\text{ice}} = Q S_{\text{w}} \Delta C_{L\text{ice}} d_{\text{mgc}} \\ \Delta N_{\text{ice}} = Q S_{\text{w}} \Delta C_{D\text{ice}} d_{\text{mgc}} \end{cases} \tag{11}$$

式中:$C_{L\text{ice}}$ 和 $C_{D\text{ice}}$ 分别为结冰后的升力系数和阻力系数;d_{mgc} 为平均空气动力弦长位置到飞机中心线的距离;Q 为动压;S_{w} 为机翼面积;C_L 和 C_D 分别为干净构型下的升力系数和阻力系数。将式(11)代入飞机运动方程,即可进行非对称结冰条件下的飞行仿真。

需要强调的是,结冰不仅会引起气动参数的变化,同时将缩小飞行安全关键参数的可用范围,以失速迎角为例,结冰后的失速迎角计算模型为

$$\begin{cases} \Delta C_L = |C_{L\text{ice}} - C_L| \\ \alpha_{\text{stall}} = f(\Delta C_L) \end{cases} \tag{12}$$

式中:α_{stall} 为失速迎角。需要说明的是上述结冰影响模型适合初步分析结冰对气动参数的影响,若进行高精度的数值模拟,可以通过风洞试验记录下不同迎角和结冰程度条件下的飞行安全参数范围,以数据库的形式存储在计算机中,通过插值调用。

2　飞行安全谱

当前预测飞行风险的一般方法是观测部分飞行安全关键参数是否超限。飞机手册对飞行安全参数的描述是确定性的,如巡航条件下,某型飞机最大纵向正过载限制值为 3.75,即正向过载值 3.75是安全和危险的分界线。但是人们对于这种限制的认知却是模糊的,如飞机纵向正过载达到 3.7 时也是非常危险的状态。因此,Burdun[26-27] 提出将飞行安全参数值进行区间化处理,通过标注不同颜色划分风险等级。但是该方法仅能表示飞行风险,不能反映飞行安全参数超限的方向性,无法给驾驶员提供明确的操纵建议,同时在复杂情况下时刻关注多个飞行安全参数易增加驾驶员的操纵负荷。尤其突出的是,复杂环境下飞行安全参数许用范围可能发生畸变,即同样的操纵量,飞机的响应可能异常变化而超出驾驶员的期望。因此本文考虑飞行安全参数风险区间的正负性和特定环境下的飞机动态响应特性,结合诸多飞行安全关键参数及其特定条件下的许用范围,计算飞行安全操纵空间,给出更加合理明确的驾驶员操纵策略。

Cacciabue[28] 建议屏显颜色最佳数量为 3~5 个,本文选取灰、红、黄、绿 4 个颜色表示飞行安全参数风险等级,其中灰、红、黄 3 色分别用深浅 2 个颜色表示负超限和正超限[29],表 1 给出了高度3 000 m,速度 150 m/s 平飞状态下的参数区间划分实例。当 $x < a$ 或 $x > f$ 时,表示飞行安全参数超过极限值,飞行事故发生,处于“灾难”状态,其区别在于浅灰色表示状态参数超出了左边界,深灰色表示状态参数超出了右边界;当 $a < x < b$ 或 $e < x < f$ 时,表示飞行安全参数处在“危险”状

北航学报 赠阅

态,分别用浅红色与深红色表示;当 $b<x<c$ 或 $d<x<e$ 时,表示飞行安全参数处于“注意”状态;“安全”的参数范围用绿色表示。参数范围的划分由飞机性能和当前所处飞行状态确定,仿真过程中可通过插值调用已储存在计算机中的飞行安全参数区间数据库获得。

通过人-机-环闭环仿真系统计算每个飞行安全关键参数,得到预测时间段内飞行安全参数的变化轨迹,分别确定每个飞行安全参数的色彩化区间分布,如图 1 所示。因为任何一个飞行安全关键参数的超限均有可能导致高飞行风险,因此预测时间段内的飞行安全谱为每个时刻各个飞行安全关键参数的最高风险色的叠加。背景飞机在平飞状态下以升降舵和副翼协调操纵下降转弯为例计算该飞行状态下各个飞行安全参数的安全谱,如图 2 所示,图中最下一行安全谱为预测时间段内的综合安全谱。由于浅灰、深灰,浅红、深红,浅黄、深黄分别表示风险区间的正负性,其代表的风险程度是相当的,故在计算总的飞行安全谱时,浅灰、深灰同用黑色表示,浅红、深红同用红色表示,浅黄、深黄同用黄色表示。需要说明的是,飞行员操纵动作具有方向性,在构建飞行安全操纵空间时以正负号的形式表示。

表 1 安全相关的飞行参数色彩化区间实例

Table 1 Example for colored interval of safety related flight parameters

飞行参数	边界值					
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
V/(m·s^{-1})	90	100	115	250	280	308
α/(°)	-10	-2.5	0	8	13	18
β/(°)	-45	-15	-10	10	15	45
φ/(°)	-75	-55	-30	30	55	75
θ/(°)	-40	-10	-5	17.5	25	55
n_y	-2.5	0.25	0.5	1.5	1.75	3.75
$\dot{H}$/(m·s^{-1})	-25	-7	-4.5	15	20	

注:n_y—法向过载;$\dot{H}$—高度变化率。

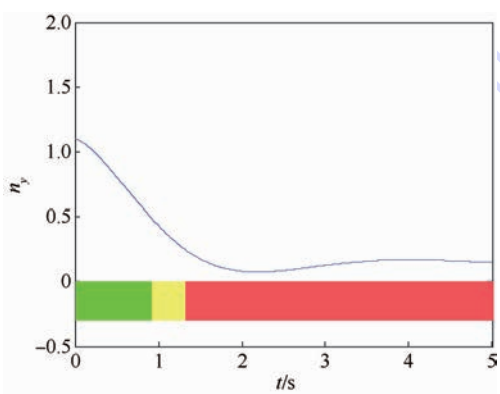


图 1 法向过载时变曲线及相应的风险色谱图

Fig. 1 Time history and corresponding risk chromatogram for vertical overload

图 2 直观地给出了不同飞行安全参数的变化情况,在进行协调下降转弯的过程中,高度变化率和法向过载变化幅度最大,且在仿真末期高度变化率超限。因此,将高度变化率和法向过载确定为协调下降转弯操纵程序的主要敏感参数,驾驶员在操纵过程中需多加留意。

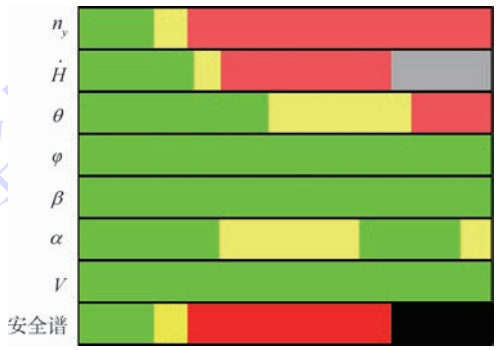


图 2 某转弯指令情形下的飞行安全谱

Fig. 2 Flight safety spectra under a certain turning instruction condition

3 飞行风险量化

图 2 给出了指定操纵状态下预测时间段内的风险演化过程。然而,不同操纵量所对应的飞行安全谱是不同的。为衡量不同操纵动作的飞行风险等级,本节根据飞行安全谱所包含的风险信息,通过计算不同风险色所占百分比并赋权相加,量化计算指定操纵动作的风险值。

设定风险色黑、红、黄、绿分别占整个预测时间段的百分比为 P_b、P_r、P_y、P_g,将每个风险色代表的风险值定义为 V_b、V_r、V_y、V_g,那么整个预测时间段内的风险值可表示为

$$R = P_bV_b + P_rV_r + P_yV_y + P_gV_g \tag{13}$$

一旦安全谱中出现黑色区域即表示存在飞行安全参数超出许用范围的情况,可认为发生飞行事故,为清楚地区分飞行事故,黑色所对应的风险值 V_b 较大,若飞行安全参数超限,该操纵状态下的飞行风险要明显得高于其他安全操纵状态。因此,设定 $V_b=30$、$V_r=4$、$V_y=2$、$V_g=1$。据此,图 2 飞行过程所对应的风险值为 1.828 0。

4 飞行安全窗设计

飞行安全谱可以直观地表示飞机以某操纵指令飞行过程中的风险演化过程;单一操纵指令下飞行风险量化是构建整个操纵空间飞行风险拓扑

云图的基础。以副翼指令偏角、方向舵指令偏角和升降舵指令偏角构建三维操纵空间,将计算区域划分为若干计算单元,每个单元即对应了一种操纵指令下的飞行情形,运用上述方法计算该指令下的飞行风险值,进而可得到整个操纵空间的风险拓扑云图。每个计算单元之间是独立的,风险值的计算互不干扰,因此可以调用 MATLAB rapid accelerator 模块进行并行计算,以加快计算进程提高时效性。

本文选取不同色彩表示不同风险值,因风险值跨度较大,为更加清晰地区分不同风险值所对应的颜色,提高风险色的分离度,本文将所有飞行风险值大于 4.5 的飞行情形均取为 4.5。由第 3 节分析可知,当风险值大于 4 时,预测时间段内部分参数超限,因此风险阈值设定为 4.5 既能保证区分事故状态,又能保证低风险状态所对应的风险分离度。

图3为根据当前飞行状态预测未来5 s内的飞行安全操纵空间,初始飞行状态为高度 3 000 m,速度 150 m/s。图中白色方块为当前驾驶杆(盘)所对应的舵面位置,下同。为清晰地观察不同方向舵偏角下的驾驶杆安全操纵情况,图 4给出了指定方向舵指令偏角下的驾驶杆安全操纵窗口,结合第 5 节案例再做具体分析。

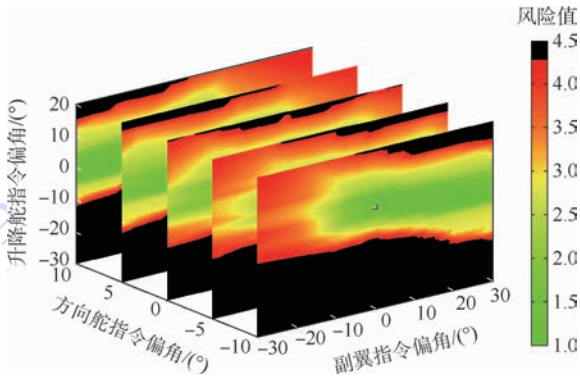


图 3　正常状态下飞行安全操纵空间

Fig. 3　Flight safety manipulation space in normal state

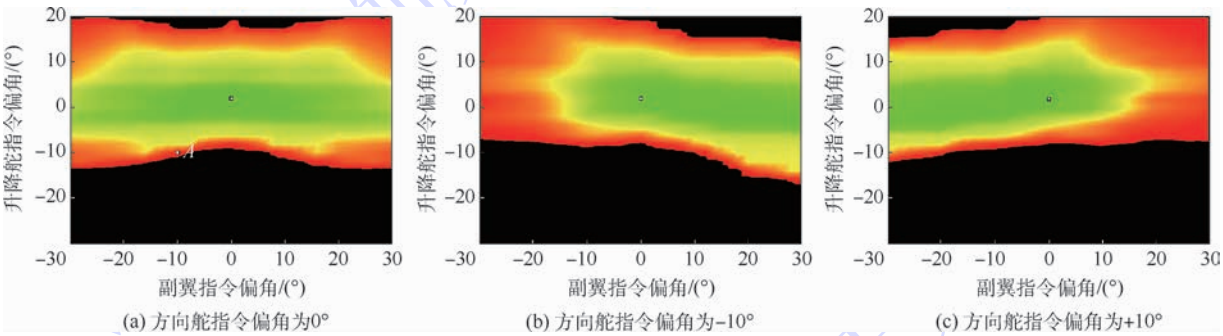


图 4　正常状态下飞行安全操纵窗口

Fig. 4　Flight safety control windows in normal state

5　案例分析

5.1　结冰情形下的飞行安全操纵空间

本节以 GJB 626A—2006 中飞机结冰科目(No. 44)为背景[30],分别介绍对称结冰和非对称结冰 2 种情形下的飞行安全操纵空间,并分析 2 种情形下的事故致灾机理。

5.1.1　结冰情形下的飞行安全操纵空间计算

飞机的初始状态为 $H_0 = 3\,000$ m,$V_0 = 150$ m/s,从 0 s 开始进入结冰区域。升降舵指令偏角、副翼指令偏角、方向舵指令偏角的计算范围分别设定在 $d_e = [-30° : 2° : 20°]$,$d_a = [-30° : 2° : 20°]$,$d_r = [-45° : 2° : 54°]$,计算节点数为 $26 \times 31 \times 46 = 37\,076$ 个,结冰恶化速率因子取常值,气象因子随预测时间呈线性变化,终值为 0.15。对称结冰和右侧机翼除冰系统故障的非对称结冰情形下的安全操纵空间如图5和图6所示。分别选取方向舵指令偏角为 0°、−10°和 +10°时的驾驶杆操纵窗口进行分析,如图 7 和图 8 所示。

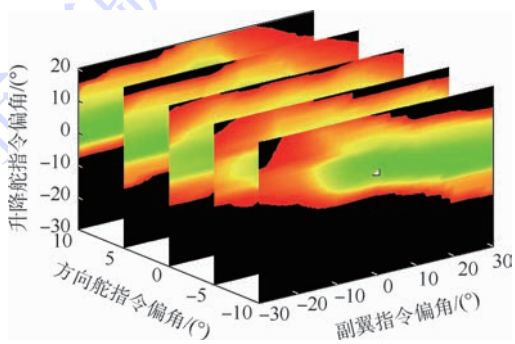


图 5　对称结冰时的飞行安全操纵空间

Fig. 5　Flight safety manipulation space under symmetric icing condition

根据仿真结果可直观地发现,未结冰和对称结冰情况下,图 4(a)和图 7(a)均左右对称;且方向舵指令相反时,图 4(b)与(c),图 7(b)与(c)

北航学报 赠阅

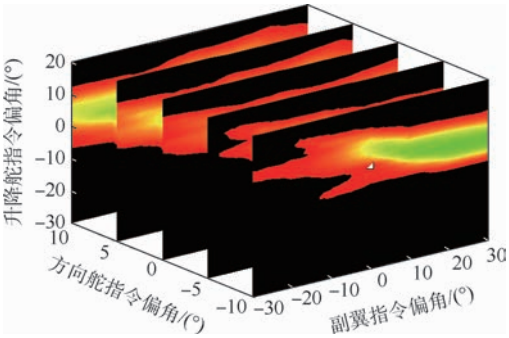


图 6 右侧机翼除冰系统故障时的飞行安全操纵空间

Fig. 6 Flight safety manipulation space for right wing anti-icing device failure

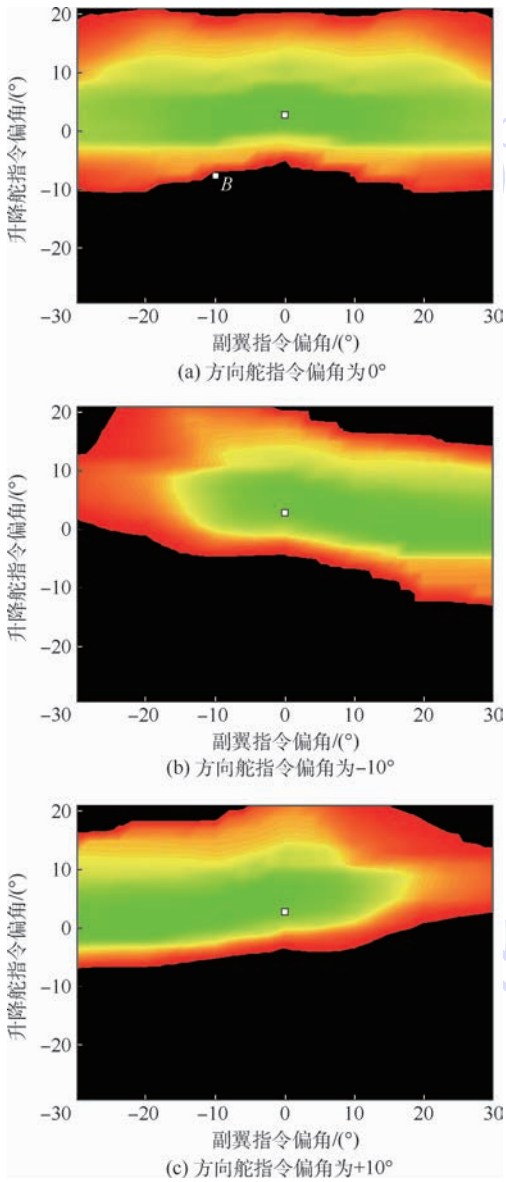


图 7 对称结冰时的飞行安全操纵窗口

Fig. 7 Flight safety manipulation windows under symmetric icing condition

分别左右对称。但结冰条件下的飞行安全操纵空间明显缩减,如图 4(a)和图 7(a)所示,升降舵负

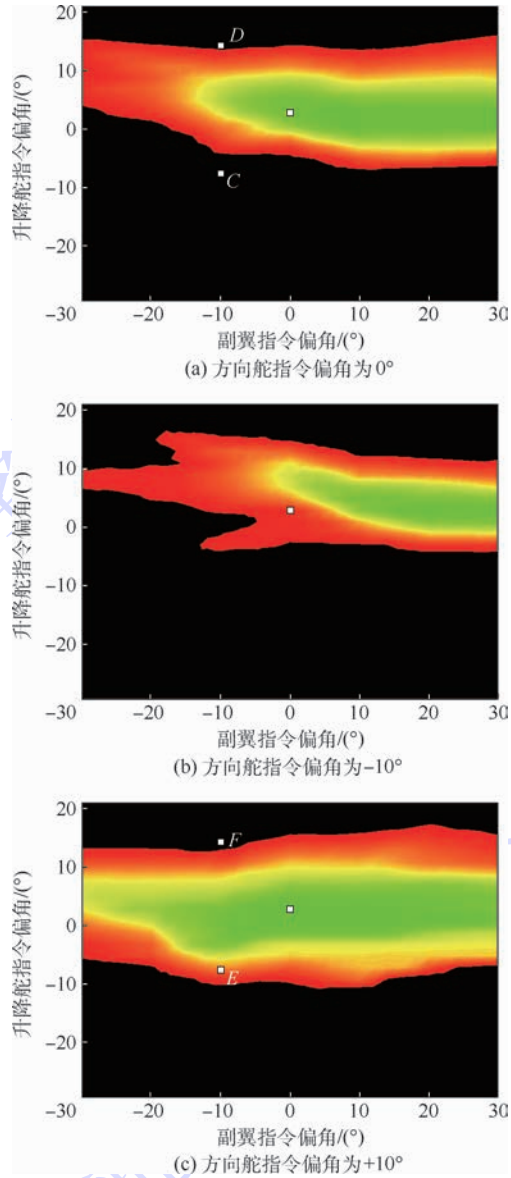


图 8 右侧机翼除冰系统故障时的飞行安全操纵窗口

Fig. 8 Flight safety manipulation windows for right wing anti-icing device failure

操纵范围由 -13°缩减为 -10°。当方向舵指令偏角不为 0°时,升降舵负操纵范围缩减更显著。在带有方向舵指令的操纵窗口中,绿色“安全”范围和“红色”危险范围也相应缩减,红色宽度的缩减说明危险梯度的增加,驾驶员尤其需要注意颜色梯度变化剧烈的区域。需要指出的是,因为仿真过程模拟的是机翼结冰,因此对于未结冰的升降舵正操纵影响不明显。

当右侧机翼的除冰系统发生故障时,飞行安全操纵空间不但缩减严重且出现了不对称现象,如图 8(a)所示,此时副翼负操纵方向安全操纵区域显著缩减,即向除冰系统故障一侧滚转更危险。当方向舵指令偏角为正时,如图 8(c)所示,安全

操纵范围扩大(对比 C 和 E 点，D 和 F 点)，因为右侧机翼无法除冰导致出现升力差，向左压杆和向左蹬舵均能够促进左右机翼升力平衡，所以驾驶员在发现右侧机翼故障时，需努力减小两侧机翼的升力差。此外，由于红色范围的大幅缩减，危险梯度明显升高，驾驶员必须柔和操纵，避免操纵过量。

5.1.2　结冰情形下的安全操纵机理分析

为研究对称结冰和非对称结冰条件下的飞行事故诱发机理，选取 6 个典型事故状态(如图 4(a)中 A 点，图 7(a)中 B 点，图 8(a)中的 C、D 点，图 8(c)中的 E、F 点，分析其飞行安全谱(如图 9 所示)，以探究结冰条件下驾驶员操纵方法。仿真程序设定，当滚转角达到 150°时，即认为飞机状态不可恢复，飞行事故不可避免，仿真终止，如图 9(c)所示。

状态点 A、B、C、E 的操纵输入指令相同，对比状态点 $A\sim C$ 发现，结冰条件下飞机下降过程中，滚转角最容易超限，若伴随着方向舵指令协调操纵，如状态点 E，能够在一定程度上抑制滚转角的超限，但该状态下滚转角业已达到危险状态，因此在结冰状态下协调下降时，滚转角为主要敏感参数，需特别注意滚转角是否超限。

状态点 D 和 F 的驾驶杆操纵输入指令相同，方向舵指令不同，但在爬升过程中均出现了高度变化率超限，但滚转角和速度均保持在安全的范围内。对比图 7 和图 8 发现，对称结冰对飞机爬升影响较小，但由于对称结冰仅存在理论的可能，因此驾驶员在结冰条件下爬升以脱离云层的操纵过程中，高度变化率为主要敏感参数，必须柔和操纵驾驶杆，减小拉杆幅度，缓慢爬升，避免参数超限，诱发飞行风险。

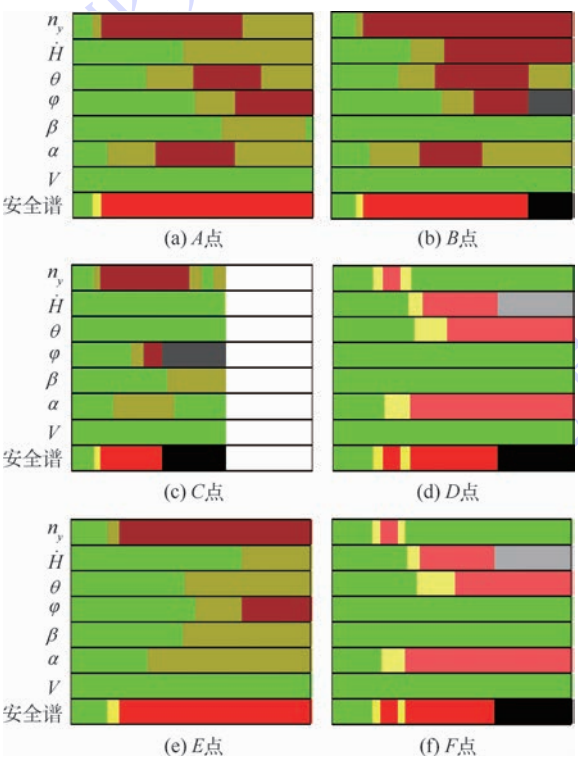


图 9　结冰情形下典型状态点飞行安全谱

Fig. 9　Flight safety spectra for typical state points under icing conditions

从事故演化过程分析，由于结冰导致气动性能恶化，不对称结冰易产生升力差，若要降低飞行高度脱离结冰云层，需注意驾驶杆和脚蹬的协调操纵，蹬舵方向与除冰系统故障方向相反，重点关注滚转角的变化情况；若要爬升以脱离结冰云层，需重点关注高度变化率的变化情况，柔和操纵，减小拉杆幅度，避免参数超限。

5.2　主舵面卡阻情形下的飞行安全操纵空间

依据 SAE ARP4761 的要求，主舵面卡阻包括单侧副翼舵面卡阻、单侧升降舵面卡阻和方向舵面卡阻 3 个科目，在型号合格审定试飞中属于高风险科目[31]。其中，方向舵面卡阻较为严重，属于Ⅱ类(失效概率为 10^{-7})飞控系统危险性功能故障，较飞行事故 10^{-9} 的概率大了 2 个数量级。以方向舵面卡阻为例，介绍飞行安全操纵空间。

5.2.1　方向舵面卡阻情形下的飞行安全操纵空间计算

本节的飞机初始状态和计算节点范围同 5.1 节，平飞状态下驾驶员蹬舵进行航线纠偏发生方向舵面卡阻，以方向舵面卡阻在 $-15°$ 位置为例。方向舵面卡阻时的驾驶员飞行安全操纵空间如图 10 所示。

根据仿真结果可以清晰地看出，由于方向舵面卡阻，驾驶员飞行安全操纵空间大幅缩小。当前舵面位置为图 10(a)中 F' 点所对应的方块，此构型下，驾驶员驾驶杆横向安全操纵范围由配平位置的全量输入缩减为[$-2°$，$30°$]，驾驶杆纵向安全操纵范围由[$-14°$，$20°$]缩减为[$-10°$，$14°$]，且驾驶杆的纵向和横向操纵必须协同。

方向舵面卡阻在 $-15°$ 的位置，不但导致安全操纵范围缩减，同时出现了不对称的情况：对于绿色区域飞机安全范围偏向右侧区域(即副翼取正值一侧)，以平衡方向舵面卡阻引入的偏航力矩；图中黄色区域和红色区域下边界急剧减小，表明操纵危险梯度较大，驾驶员要特别注意该范围内操纵量的变化，黄色区域的上边界范围较宽，表明该区域的操纵安全裕度较大，飞行安全参数变化波动对操纵量的依赖性较低，能够保持在安全范围内。

北航学报 赠阅

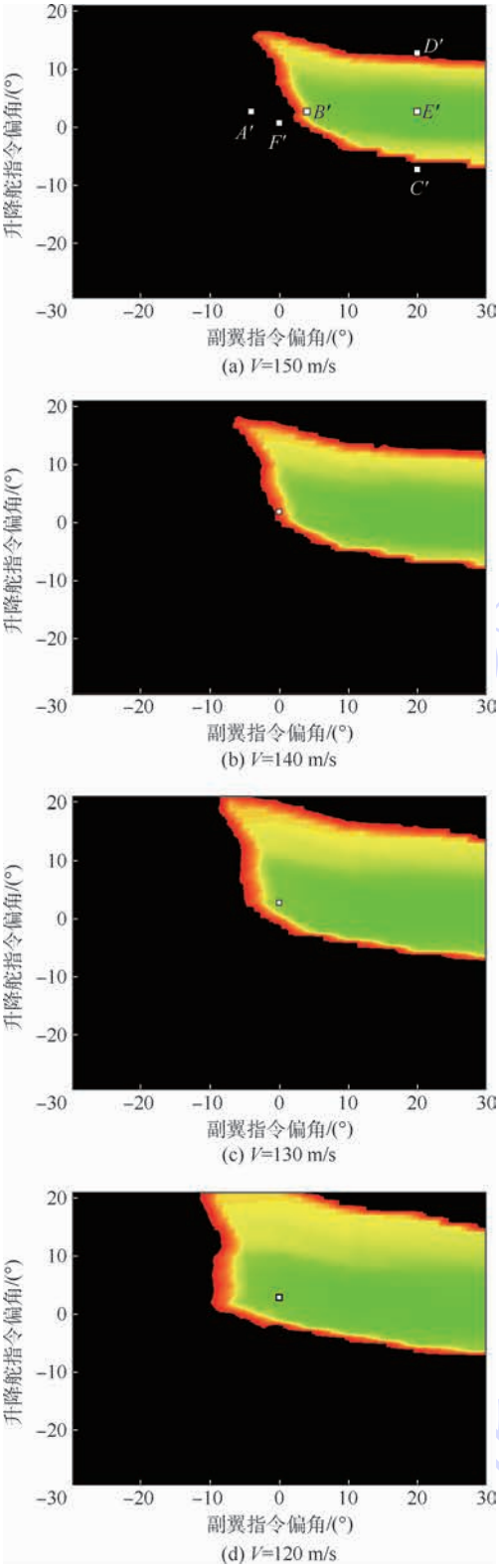


图 10 方向舵面卡阻时的飞行安全操纵空间

Fig. 10 Flight safety manipulation space under ruder jammed conditions

1）飞行安全操纵空间不对称原因分析

飞机发生方向舵面卡阻在 -15°时，副翼正操纵一侧的可用范围较大，负操纵一侧几乎不可用，为分析原因，在图 10(a)中选取 2 个状态点 A' 和 B' 进行对比。这 2 个状态点对应的飞行安全谱如图 11(a)、(b)所示。

对比图 10(a)中 A'、B' 2 个状态点，当飞机偏向方向舵故障一侧滚转时，极易引发滚转角迅速超限，而向另一侧滚转时，安全范围较大，但是当副翼正值选取过小时，在预测时间段的末尾，滚转角由于不能完全平衡方向舵引起的偏航力矩和滚转力矩，滚转角发展缓慢但也有正超限趋势，因此驾驶员需特别注意，缓慢正压杆修正副翼输入量，以平衡滚转力矩和偏航力矩。因此，方向舵面卡阻条件下，滚转角为主要敏感参数。

2）油门影响分析

图 10 中给出了不同速度状态下方向舵面卡阻在 -15°位置时的飞行安全操纵窗口，对比分析可得，飞机突遇方向舵面卡阻时，适当收油门降低飞行速度，安全操纵范围有增大趋势，当然必须与驾驶杆进行协同操纵。因此，在方向舵面卡阻故障模式下，油门操纵量较为敏感。

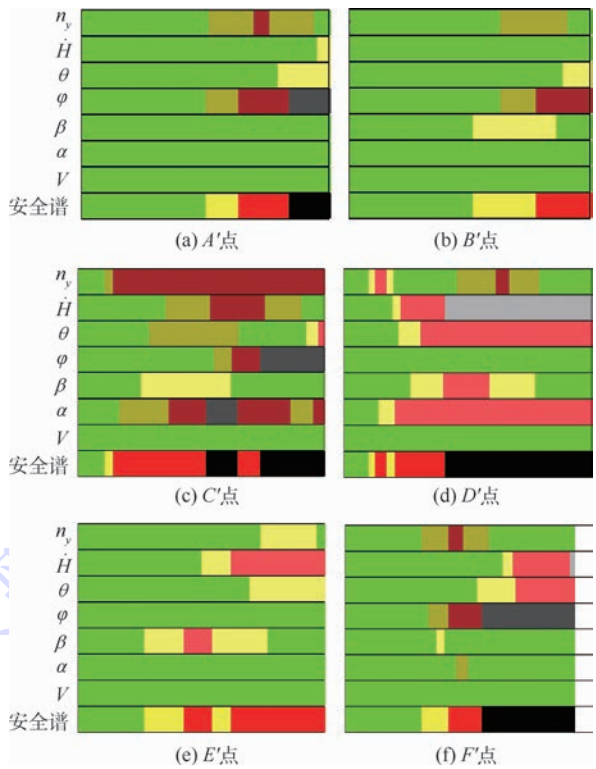


图 11 方向舵面卡阻情形下典型状态点飞行安全谱

Fig. 11 Flight safety spectra for typical state points under rudder jammed conditions

5.2.2 方向舵面卡阻情形下的安全操纵机理分析

为研究方向舵面卡阻情形下的飞行事故致灾机理，选取图 10(a)中 4 个典型状态点 $C' \sim F'$，这 4 个状态点的参数及其所对应的飞行安全谱如图 11(c)～(f)所示。

方向舵面卡阻时,若驾驶员不进行操纵,飞机将快速滚转,快回路中的滚转角超限并不可逆。仿真中设定当滚转角达到 150°时仿真即停止,如图 11(f)所示,在仿真设定结束时间前(4.62 s 时),滚转角已到达极限值,仿真停止。状态点 C'、D'和 E'的副翼操纵指令相同而升降舵操纵指令不同。对比分析发现,状态点 C'的拉杆操纵指令虽然刚刚超出安全范围,但迎角和滚转角均迅速超出右边界,且滚转角超限后没有恢复到安全范围的趋势;状态点 D'推杆指令略大于安全范围,迎角处于危险状态,但高度变化率则迅速超出左边界,5 s 内飞机高度降低约 200 m。当缓慢协调操纵驾驶杆,从初始状态位置 F'到 E'点的过程中,飞行速度保持平稳,高度略有降低,且滚转角保持在 30°之内。副翼和升降舵的协调操纵能够使得飞机较好平稳运行。

从事故演化过程来看,往往是由于方向舵面卡阻引入了较大的偏航力矩,若不能及时操纵副翼抵消偏转力矩,并协调拉杆,保持一定的俯仰角,飞机很容易急速滚转并下坠,引发飞行事故。因此,在出现方向舵面卡阻的情况下,应及时反向操纵副翼以抵消偏航力矩和滚转力矩,并协调小幅度拉杆以保持飞行高度和速度。驾驶员和飞控系统应重点关注敏感参数:高度变化率和滚转角,与 Trujillo 和 Gregory[7] 的研究结论相似。

6　结　论

1) 基于人-机-环复杂系统动力学仿真,提出了飞行安全操纵空间的构建方法。通过对称结冰、非对称结冰、主舵面卡阻等典型案例,分析了飞行安全操纵空间的构建方法,飞行事故演化过程,不同飞行状态下的敏感参数确定方法和飞行事故诱发机理。飞行安全操纵空间能够直观地显示当前安全操纵裕度和安全操纵轨迹,提高驾驶员复杂环境下和故障模式下的情景感知能力,降低驾驶员工作负荷,尽量降低误操纵或粗暴操纵引发的飞行风险,保障飞行安全。

2) 本文案例均是以某大型运输机为背景构建飞行安全操纵空间,受机型气动特性、故障模式和环境因素建模准确性的影响,不同飞机的飞行安全操纵空间略有不同,重点阐述了飞行安全谱、风险量化和飞行安全操纵空间的计算方法,对复杂情形下的致灾机理和安全操纵具有一定地借鉴意义。对飞行安全操纵空间的合理化显示,外部环境模型和故障模式模型的精准化构建以及不同飞行状态下飞行安全参数风险区间数据库构建有待进一步研究完善。

3) 此外,本文方法可以用在飞行员培训,飞行控制律参数优化,飞行边界保护和飞行事故可视化重现等方面。

参考文献 (References)

[1] GOVINDARAJAN N, VISSER C C, KAMPEN E V, et al. Optimal control framework for estimating autopilot safety margins [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(7): 1197-1207.

[2] Airbus Customer Services. Human performance: Enhancing situational awareness: FLT_OPS-HUM-PERF-SEQ 06-REV 01 [R]. Blagnac Cedex: Airbus Customer Services, 2007.

[3] 王健名,徐浩军,薛源,等. 基于极值理论的平尾结冰飞行风险评估[J]. 航空学报,2016,37(10):3011-3022.
WANG J M, XU H J, XUE Y, et al. Flight risk evaluation of tailplane icing based on extreme value theory [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(10): 3011-3022 (in Chinese).

[4] MERRET J M, HOSSAIN K N, BRAGG M B. Envelope protection and atmospheric disturbances in icing encounters: AIAA-2002-0814[R]. Reston: AIAA, 2002.

[5] TAN W, GUY A B. Iterative designs of onboard context-sensitive information system for commercial aircrafts [J]. Journal of Transport Information and Safety, 2016, 34(4): 70-77.

[6] CARLOS M, SERAFIN M. Modeling aircrew information management for estimation of situational awareness using dynamic bayesian networks [J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2016, 65: 93-103.

[7] TRUJILLO A, GREGORY I. Pilot preferences on displayed aircraft control variables [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2013, 8020(1): 193-202.

[8] GINGRAS D R, BAMHART B, RANAUDO R, et al. Development and implementation of a model-driven envelope protection system for in-flight ice contamination: AIAA-2010-8141 [R]. Reston: AIAA, 2010.

[9] WEI H Y, ZHUANG D M, WANYAN X R, et al. An experimental analysis of situation awareness for cockpit display interface evaluation based on flight simulation [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 884-889.

[10] 肖旭,完颜笑如,庄达民. 显示界面多维视觉编码综合评价模型[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(6):1012-1018.
XIAO X, WANYAN X R, ZHUANG D M. Comprehensive evaluation model of multidimensional visual coding on display interface [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(6): 1012-1018 (in Chinese).

[11] 王小龙,徐浩军,薛源,等. 俯仰姿态保持模式下飞机结冰边界保护方法[J]. 航空动力学报,2016,31(9):2087-2094.
WANG X L, XU H J, XUE Y, et al. Envelope protection method for pitch attitude holding mode under flight icing conditions [J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(9): 2087-2094 (in Chinese).

[12] XUE Y, XU H J, WANG X L. Build probability distribution

北航学报 赠阅

maps of flight risk during wake encountering[J]. Journal of Aircraft,2015,52(3):805-818.

[13] 薛源,徐浩军,李强,等.尾流飞行风险概率拓扑图的构建方法[J].北京航空航天大学学报,2014,40(8):1044-1054.
XUE Y,XU H J,LI Q,et al. Topological space construction of flight risk probabilities during wake encountering[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2014,40(8):1044-1054(in Chinese).

[14] KASEY A A,BENJAMIN D S,ENRIC X, et al. Flight envelope information-augmented display for enhanced pilot situation awareness:AIAA-2015-1112[R]. Reston:AIAA,2015.

[15] CHRISTOPHER J,HAINLEY J. Pilot performance,workload, and situation awareness during lunar landing mode transitions [J]. Journal of Spacecraft and Rockets,2013,50(4):793-801.

[16] RANDALL C D,DENNIS W W,JAMES T H,et al. A primary flight display vastly improves situational awareness and accuracy of flight[J]. Journal of Aircraft,2006,43(6):1621-1627.

[17] HUESCHEN R M. Development of the transport class model (TCM) aircraft simulation from a sub-scale generic transport model (GTM) simulation: NASA/TM-2011-217169 [R]. Washington, D. C.:NASA, 2011.

[18] HANKE C R,NORDWALL D R. The simulation of a jumbo jet transport aircraft. Volume 2 modeling data: NASA D6-30643 [R]. Washington,D. C.:NASA,1970.

[19] 徐忠达,苏媛,曹义华.积冰对飞机操纵性的影响与仿真[J].北京航空航天大学学报,2012,38(7):941-946.
XU Z D,SU Y,CAO Y H. Simulation of ice effects on aircraft controllability[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2012,38(7):941-946(in Chinese).

[20] BRAGG M B,HUTCHISON T,MERRET J. Effect of ice accretion on aircraft flight dynamics :AIAA-2000-0360[R]. Reston: AIAA,2000.

[21] 中国民用航空局.运输类飞机适航标准:CCAR-25-R4[S].北京:中国民用航空总局,2011:173-177.
Civil Aviation Administration of China. Airworthiness standards for transport aircraft:CCAR-25-R4[S]. Beijing:Civil Aviation Administration of China,2011:173-177(in Chinese).

[22] 薛源,徐浩军,胡孟权.结冰条件下人-机-环系统的飞行风险概率[J].航空学报,2016,37(11):3328-3339.
XUE Y,XU H J,HU M Q. Flight risk probability of pilot-aircraft-environment system under icing conditions[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2016,37(11):3328-3339(in Chinese).

[23] 应思斌,艾剑良.飞机结冰包线保护对开环飞行性能影响与仿真[J].系统仿真学报,2010,22(10):2273-2301.
YING S B, AI J L. Simulation of aircraft flight envelope protect in icing encounters effects on open loop dynamic[J]. Journal of System Simulation,2010,22(10):2273-2301(in Chinese).

[24] LAMPTON A,VALASEK J. Prediction of icing effects on the dynamic response of light airplanes[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics,2007,30(3):722-732.

[25] LAMPTON A, VALASEK J. Prediction of icing effects on the coupled response of light airplanes[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics,2008,31(3):656-673.

[26] BURDUN I Y. Prediction of aircraft safety performance in complex flight situations:2003-01-2988[R]. Washington, D. C.: SAE,2003.

[27] BURDUN I Y. Automated planning,exploration and mapping of complex operational domains of flight using multifactor situational trees[J]. SAE International Journal of Aerospace,2011, 4(2):1149-1175.

[28] CACCIABUE P C. Human error risk management for engineering systems:A methodology for design,safety assessment,accident investigation and training[J]. Reliability Engineering and System Safety,2004,83(2):229-240.

[29] PEI B B,XU H J,XUE Y. Flight-safety space and cause of incident under icing conditions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics,2017,40:2983-2990.

[30] 中国人民解放军总装备部.军用固定翼飞机和旋翼机科研试飞风险科目:GJB 626A—2006[S].北京:中国人民解放军空军,2006:5.
General Armanent Department of Peoples's Liberation Army. Military fixed-wing aircraft and rotorcraft research test flight risk subjects:GJB 626A—2006[S]. Beijing:the Chinese People's Liberation Army Air Force,2006:5(in Chinese).

[31] Society of Automotive Engineers. Guidelines and methods for conducting the safety assessment process on civil airborne systems and equipment:SAE ARP4761[S]. Washington,D. C.: SAE,1996.

作者简介:

李哲 男,博士研究生。主要研究方向:飞行仿真与飞行安全。

徐浩军 男,硕士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行品质、飞行安全与等离子体隐身。

北航学报 赠阅

Construction method of flight safety manipulation space based on risk prediction

LI Zhe, XU Haojun*, XUE Yuan, PEI Binbin

(Aeronautics College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Improving the pilot's situational awareness is an effective measure to ensure flight safety under the complex meteorological environment and system failure conditions. Based on the complex dynamics of pilot-vehicle-environment simulation, the risk variation trend of multiple flight safety parameters is predicted under a certain manipulation command, and the flight safety spectrum and flight risk probability for the flight condition are obtained by the superposition of the flight safety parameters' risk degrees. Through the parallel simulation, the flight risk topology contour in the whole operation space is calculated, and the flight safety manipulation space is constructed to guide the pilot to manipulate correctly. The flight safety operation space, the accident mechanism and the main sensitive parameters are analyzed under the icing environment and rudder surface jammed conditions. The simulation results show that the external environment mutation or sudden system failure can lead to safety manipulation space reduction or even distortion. The proposal of safety manipulation space under the complex conditions could not only provide an intuitive and comprehensive reference to improve the pilot's situational awareness, but also provide a visual analytical method for the accident evolution.

Keywords: situational awareness; safety manipulation space; flight dynamics simulation; accident evolution; risk prediction; icing; rudder surface jamming

北京航空航天大学学报

Received: 2017-11-06; **Accepted**: 2018-02-10; **Published online**: 2018-04-02 16:44

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180402.1559.002.html

Foundation items: Civil Aircraft Special Research (MJ-2015-F-019); National Natural Science Foundation of China (61503406); National Basic Research Program of China (2015CB755800)

* **Corresponding author**. E-mail: flight_simulation@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0699

一种单压电叠堆驱动的回转冲击超声波钻

王印超，全齐全*，于红英，柏德恩，邓宗全
（哈尔滨工业大学 机器人技术与系统国家重点实验室，哈尔滨 150001）

摘 要：为提高冲击式超声波钻的排屑效率，基于压电驱动原理提出了一种单压电叠堆驱动的回转冲击超声波钻(RPUD)。RPUD 仅利用单一压电叠堆两侧的振动实现了钻具的回转冲击运动，将一侧振动转变为回转运动，另一侧振动转变为冲击运动，且回转运动和冲击运动可单独调节。为实现超声波钻回转运动和冲击运动的同步谐振，借助有限元方法，对超声波钻换能器进行模态分析和瞬态分析。基于优选的结构设计参数，研制了 RPUD 样机并开展了钻进实验研究。实验结果验证了 RPUD 的钻进功能，并利用响应面方法分析了钻压力等各钻进参数对钻进效率的影响。

关 键 词：深空采样；超声波钻；压电换能器；有限元方法；钻进实验；响应面方法
中图分类号：TP242
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1850-10

随着深空探测技术的不断发展，小行星探测逐渐成为研究热点[1-2]。由于小行星含有太阳系形成初期的地质信息，研究小行星有助于认识太阳系的形成和演化过程。在现有的小行星探测任务中，获取小行星岩石样品已成为深空探测的重要目标[3-8]。钻取采样是获取岩石样品的一种重要方式。现有的钻取采样方式主要依靠电磁电机作为动力来源的传统采样设备[9-10]。通常情况下，随着钻进采样深度的增加，采样装置的所需的钻压力和驱动力矩也随之增大[11]。但探测器携带的有效载荷和能源有限，难以满足传统采样设备持续增长的钻压力和功率要求。小行星重力场较弱，采样装置过大的钻压力可能造成探测器倾覆，这进一步限制了传统采样装置在深空探测中的应用。

近年来，研究表明基于压电陶瓷驱动的超声波钻可在低钻压力和低钻进功耗下进行岩石采样[12-13]。同电磁电机驱动的传统钻相比，超声波钻具有较大的耐温范围并且结构紧凑，在深空探测中具有良好的应用前景。

按照工作原理的不同，超声波钻可分为冲击式超声波钻和回转式冲击超声波钻两大类。现有的冲击式超声波钻有美国喷气与推进实验室(JPL)研制的超声波/声波钻探取心(Ultrasonic/Sonic Driller Corer, USDC)装置[14]、欧洲航天局(ESA)研制的超声波钻进器(Ultrasonic Drill Tools, UDT)[15]、英国格拉斯哥大学研制的超声波岩石取样器(ultrasonic rock sampler)、南京航空航天大学研制的超声波/声波钻探器(ultrasonic/sonic drilling)[16]和哈尔滨工业大学研制的超声波钻进取心器(Ultrasonic Coring Tool, UCT)[17]等。冲击式超声波钻首先将压电叠堆产生纵向振动通过变幅杆传递给钻具，然后钻具利用高频冲击运动可在较低的钻压力和功耗下刺入岩石。尽

收稿日期：2017-11-13；**录用日期**：2018-02-09；**网络出版时间**：2018-03-15 10:47
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180315.1005.003.html
基金项目：国家自然科学基金（61403106）；高等学校学科创新引智计划（B07018）；中央高校基本科研业务费专项资金（HIT.NSRIF.2014051）
*通信作者. E-mail: quanqiquan@hit.edu.cn

引用格式：王印超，全齐全，于红英，等. 一种单压电叠堆驱动的回转冲击超声波钻[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1850-1859. WANG Y C, QUAN Q Q, YU H Y, et al. A rotary-percussive ultrasonic drill driven by single piezoelectric stack[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1850-1859 (in Chinese).

管依靠钻具的纵振或扭振[18-19]可以排出部分岩屑,但排屑的能力依旧有限,冲击式超声波钻的钻进效率仍有待提高。

回转式冲击超声波钻引入回转运动驱动钻具旋转用于提高排屑效率。按照驱动方式的不同,回转运动可分为电机回转和压电回转 2 种。电机回转式冲击超声波钻是以电磁电机为动力驱动钻具回转,例如 JPL 研制的回转辅助超声波钻(PARoD)[20]、超声囊地鼠(auto-gopher)[21-22]、英国格拉斯哥大学研制的超声波行星取心钻(Ultrasonic Planetary Core Drill,UPCD)[23-24]。电机回转运动的加入可以有效地提高排屑效率,但也同时增加了采样系统复杂性和控制系统难度。

压电回转式冲击超声波钻是利用压电陶瓷驱动钻具产生回转运动带动钻具回转,例如 JPL 研制的单压电作动器回转冲击耦合式钻(Single Piezo-actuator Rotary-Hammering drill, SPaRH)[25]。该超声波钻利用变幅杆将纵向振动转变为纵扭复合振动直接驱动钻具产生回转冲击运动。但钻具的回转运动和冲击运动耦合在一起,难以实现单独调节。

压电叠堆受到谐振电压激励后同时向两侧传递振动。现有的超声波钻只是利用了压电叠堆一侧的振动,而对另一侧的振动未加以充分利用。本文提出了一种可利用压电叠堆两侧振动的回转冲击超声波钻(Rotary-Percussive Ultrasonic Drill, RPUD)。该超声波钻只依靠单一单压电叠堆作为动力来源,将一侧振动转变为超声波钻的冲击运动,另一侧振动转变为超声波钻的回转运动。回转冲击超声波钻继承了冲击式超声波钻可在较小的功耗和较低的钻压力下破碎岩石的特点,又扩展了回转功能辅助排屑提高了钻进效率。

为验证设计的可行性,本文利用有限元方法对回转冲击超声波钻换能器进行了模态分析和瞬态分析。对回转冲击超声波钻进行了详细设计,并研制了样机。使用响应面方法(Response Surface Methodology, RSM)设计了实验方案,利用样机进行了砂岩钻进实验,分析了回转冲击超声波钻中各系统参数及其交互作用对钻进实验的影响。

1　系统组成及工作原理

回转冲击超声波钻由压电叠堆、回转单元、冲击单元、钻具和支撑框架 5 部分构成,如图 1 所示。其中压电叠堆由 4 片压电陶瓷片构成,位于

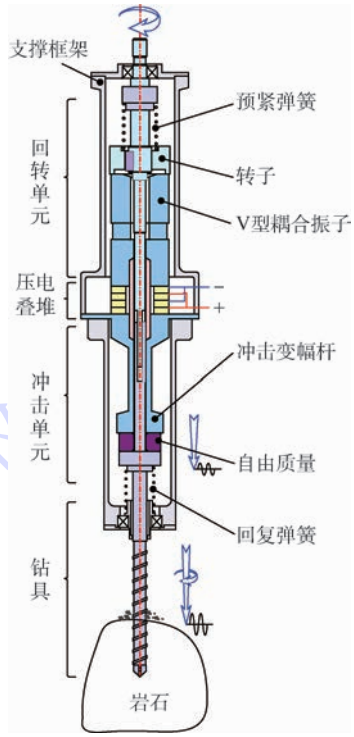


图 1　回转冲击超声波钻的系统组成

Fig. 1　System composition of RPUD

回转单元和冲击单元之间。压电陶瓷片的极化方向为厚度方向,工作模式为 d_{33} 模式。回转单元位于压电叠堆的后端,包含 V 型耦合振子、转子和预紧弹簧。冲击单元位于压电叠堆的前端,由冲击变幅杆、自由质量和回复弹簧构成。

当受到谐振电压激励后,压电叠堆同时向前后两侧传递纵向振动,使得 V 型耦合振子和冲击变幅杆同步工作在谐振状态,如图 2(a)所示。回转单元利用 V 型耦合振子将纵向振动转变为纵扭复合振动,在耦合振子的顶端形成了一个椭圆运动,如图 2(b)所示。由于 V 型耦合振子和转子之间存在由预紧弹簧提供的预紧力,耦合振子与转子接触面间产生了摩擦力。摩擦力驱动转子回转并带动钻具产生回转运动。

冲击单元利用冲击变幅杆将压电叠堆中传递出的纵向振动放大,并将纵振运动传递到自由质量。自由质量将高频纵振运动转变为低频冲击运动并输送给钻具,如图 2(c)所示。回转单元产生的回转运动和冲击单元产生的冲击运动复合形成钻具的回转冲击运动。

由于驱动换能器中 V 型耦合振子和冲击变幅杆谐振状态一致,谐振振幅同时达到最大值,回转单元和冲击单元共同驱动钻具产生回转冲击运动,且回转运动和冲击运动不相互耦合,可以单独调节。

北航学报 赠阅

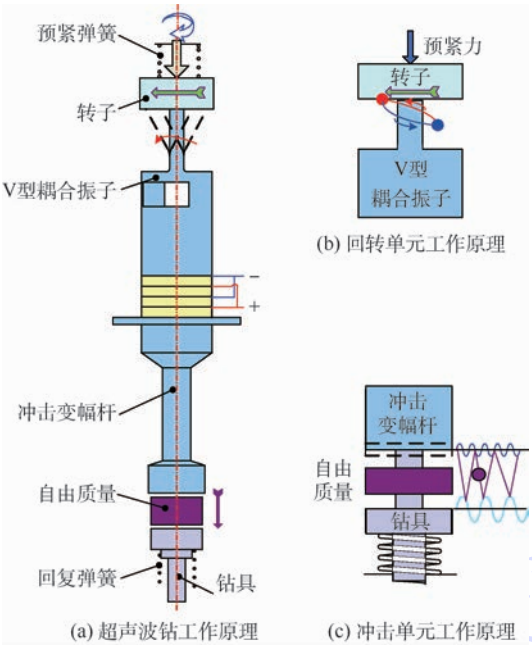


图 2 回转冲击超声波钻的工作原理

Fig. 2 Working principle of RPUD

2 回转冲击超声波钻设计

由回转冲击超声波钻的工作原理可知,该超声波钻驱动动力来源压电叠堆,而驱动的执行机构来源于冲击单元的 V 型耦合振子和冲击单元的冲击变幅杆。本文将压电叠堆、V 型耦合振子和冲击变幅杆统称为驱动换能器。

通过有限元方法对回转冲击超声波钻驱动换能器进行参数设计。利用 ANSYS 软件建立驱动单元有限元模型,进行模态分析以获得驱动换能器不同谐振频率的振动模态,用于指导驱动换能器结构参数设计[26]。

驱动换能器中压电叠堆采用郎之万夹心结构,由上下 2 对沿轴向极化的 2 对压电陶瓷片组成。压电陶瓷片之间为导电铜电极片,厚度仅为 0.2 mm,在建立有限元模型的过程中可忽略。压电叠堆实际工作时的温升现象,在仿真过程中也不加考虑。

驱动换能器中,V 型耦合振子和冲击变幅杆的材料均为不锈钢 SUS304,定义其单元类型均为 8 节点三维实体单元 SOLID45。压电叠堆中压电陶瓷材料为 PZT-8,定义其单元类型为耦合场六面体单元 SOLID5。PZT-8 压电陶瓷材料沿厚度方向极化的相对介电常数矩阵 $\boldsymbol{\varepsilon}$、压电常数矩阵 $\boldsymbol{e}$ 和弹性常数 $\boldsymbol{C}$ 矩阵分别为

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\begin{bmatrix}919 & 0 & 0\\ 0 & 919 & 0\\ 0 & 0 & 826\end{bmatrix}\times 10^{-11}\ \mathrm{F/m}$$

$$\boldsymbol{e}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -4.1\\ 0 & 0 & -4.1\\ 0 & 0 & 14.0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 10.3 & 0\\ 10.3 & 0 & 0\end{bmatrix}\mathrm{C/m^2}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}14.9 & 8.11 & 8.11 & 0 & 0 & 0\\ 8.11 & 14.9 & 8.11 & 0 & 0 & 0\\ 8.11 & 8.11 & 13.2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 3.4 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.13 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.13\end{bmatrix}\times 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}$$

在频率区间 0 ~ 25 kHz 内,采用分块兰索斯(block Lanczos)方法对模型前 20 阶模态进行分析。模态分析结果显示,驱动换能器的一阶纵振模态频率为 17.898 kHz。

驱动换能器的一阶纵振模态如图 3 所示。从图 3 可知在该振动模态下,V 型耦合振子和冲击变幅杆的振动位移同时达到最大值。V 型耦合振子顶部产生纵扭复合振动,形成椭圆振动。

为进一步验证 V 型耦合振子顶部节点的运动,对驱动换能器进行了瞬态分析。在压电叠堆的压电陶瓷上下表面的正负极间施加频率为 17.898 kHz、电压为 200 V 的正弦交流电压。

采用 FULL 方法对回转冲击超声波钻驱动换能器进行瞬态分析,提取了 V 型耦合振子顶部节点在驱动平面内的切向位移和纵向位移,然后形成运动轨迹,如图 4 所示。由图 4 可知该节点的运动轨迹为椭圆轨迹,验证了 V 型耦合振子设计的正确性。

根据回转冲击超声波钻的工作原理,对此回转冲击超声波钻进行了结构设计,如图 5 所示。压电叠堆位于回转冲击超声波钻的中部。压电陶瓷片参数为外径 25 mm,内径 12 mm,厚度3 mm。预紧螺栓上下连接V型耦合振子和冲击变幅杆,

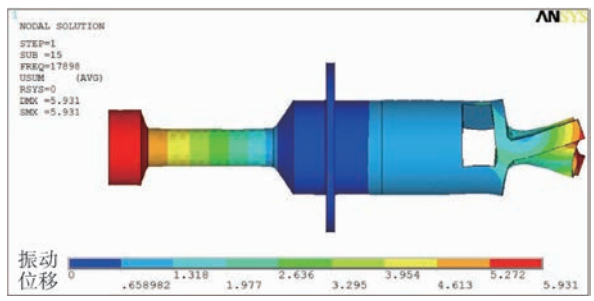


图 3 回转冲击超声波钻驱动换能器工作模态

Fig. 3 Operating modal of driving transducer of RPUD

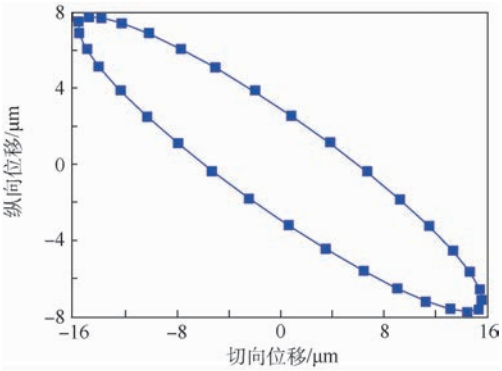


图 4　V 型耦合振子顶部节点运动轨迹

Fig. 4　Movement trajectory of top node on V-LT coupler

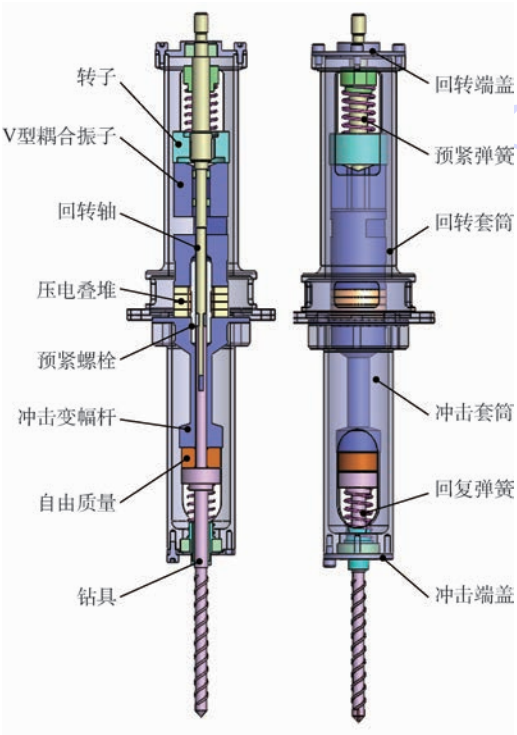


图 5　回转冲击超声波钻结构设计

Fig. 5　Structure design of RPUD

为压电叠堆提供预紧力。螺栓材料为 40Cr。螺栓内部的中空结构是回转驱动轴向钻杆提供回转运动的通道。

回转单元由 V 型耦合振子、转子、回转套筒、预紧弹簧和回转端盖组成。回转套筒为回转单元提供支撑,材料为铝合金。转子与 V 型耦合振子之间接触面做抛光处理[27],并由预紧弹簧提供预紧力。V 型耦合振子材料为不锈钢。转子与回转轴之间通过键连接以传递回转运动至回转轴。冲击单元由冲击变幅杆、自由质量、冲击套筒、回复弹簧和冲击端盖构成。冲击套筒提供支撑作用,材料为不锈钢。冲击变幅杆为哑铃型结构,材料为不锈钢。自由质量为圆柱形,中部带孔。

钻具采用博世(BOSCH)多功能钻头,钻具直径 3 mm,最大可钻进深度 40 mm。回转轴与钻具之间通过类花键结构连接,两者间可传递回转运动,而不影响钻具纵向的冲击运动。回转冲击超声波钻中部最大直径 68 mm,两侧最大直径 34 mm,总长 270 mm,总质量约 590 g。

3　砂岩钻进实验

基于设计参数,研制了回转冲击超声波钻样机。利用阻抗分析仪(E4990A,KEYSIGHT)测量驱动换能器的实际响应频率为 19.146 kHz,如图 6所示。测量频率与有限元结果分析值相差 1.248 kHz,误差为 6.52%。误差的主要来源为材料实际参数与仿真参数之间的差值以及加工和装配过程中产生的误差。

为评估回转冲击超声波钻的钻进性能,搭建了超声波钻钻进测试平台,如图 7 所示。

钻进对象为砂岩,密度为 2 630 kg/m^3,弹性模量为 10 GPa。利用回转冲击超声波钻进行砂岩钻进实验,钻进过程中,超声波钻样机驱动电压为 200 V,驱动频率为 19.146 kHz。回转冲击超声波钻钻入砂岩的过程中,钻具依靠回转运动排出

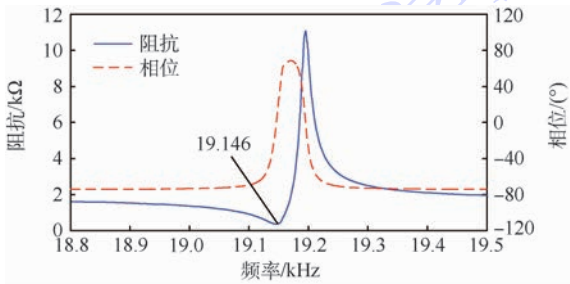


图 6　驱动换能器阻抗分析

Fig. 6　Impedance analysis of driving transducer

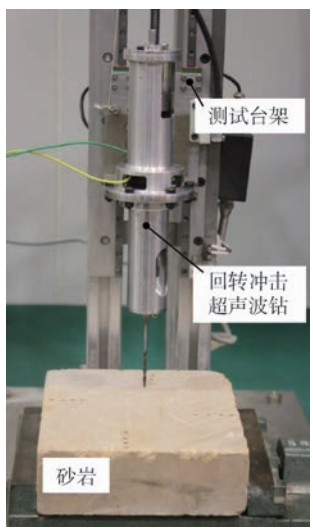


图 7　回转冲击超声波钻钻进测试平台

Fig. 7　Drilling test-bed of RPUD

北航学报 赠阅

岩屑,并在钻孔处形成堆积区,如图 8 所示。该实验验证了回转冲击超声波钻能够钻入砂岩并排出排屑。

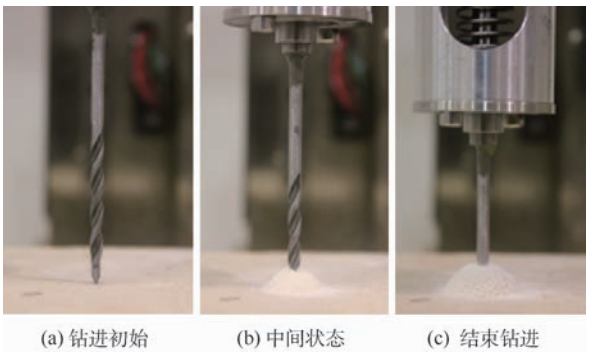


图 8 回转冲击超声波钻砂岩钻进过程

Fig. 8 Drilling process of RPUD on sandstone

3.1 单因素钻进实验

为更好地评估回转冲击超声波钻的钻进性能,选择钻压力、自由质量、回转预紧力、冲击预紧刚度、回转预紧刚度和冲击预紧力进行单因素钻进实验。实验过程中,超声波钻样机驱动电压均为 200 V,驱动频率为 19.146 kHz,钻进时间达到 5 min后测量钻进深度。每次实验重复 3 次并取平均值,并利用统计结果绘制图形。

进行钻压力对回转冲击超声波钻钻进深度的影响实验,实验结果如图 9 所示。随着钻压力由 4 N 至7 N 逐渐增大时,钻进深度逐渐增大。钻进深度在钻压力为 7 N 时达到最大值。当钻压力由 7 N向 8 N 变化时,钻进深度逐渐降低。

自由质量对回转冲击超声波钻钻进深度的影响如图 10 所示。在自由质量从 2 g 到 10 g 变化的过程中,钻进深度先逐渐增加然后降低。钻进深度在自由质量为 8 g 时达到最大值。

在回转冲击超声波钻设置参数时,不同的回转预紧力对应着钻具的不同回转力矩和转速。回转预紧力由回转预紧弹簧提供。首先进行回转预紧力对钻进深度的影响实验,结果如图 11 所示。由实验结果可知,回转预紧力由 7 N 到 10 N 的变化时,钻进深度逐渐上升,10 N 时达到最大值。当回转预紧力由 10 N 至 19 N 变化时,钻进深度逐渐降低。

在保持回转预紧力不变的前提下,改变预紧弹簧刚度,考察不同回转预紧刚度下,回转冲击超声波钻的钻进深度,结果如图 12 所示。由实验结果可知,随着回转预紧刚度的增大,钻进深度逐渐增大然后减小。峰值点出现在回转预紧刚度为 0.65 N/mm 时。

冲击预紧弹簧为冲击单元提供预紧力。进行不同冲击预紧力下的回转冲击超声波钻钻进实验。实验结果如图 13 所示。在冲击预紧力由1 N到5 N的变化过程中,钻进深度先增大后逐渐减

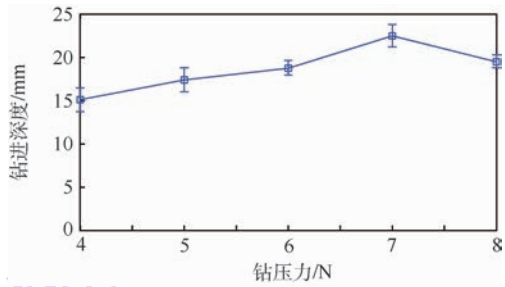


图 9 不同钻压力下回转冲击超声波钻钻进深度

Fig. 9 Drilling depth of RPUD under different weight on bit

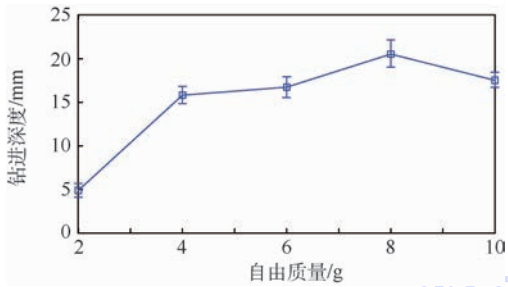


图 10 不同自由质量下回转冲击超声波钻钻进深度

Fig. 10 Drilling depth of RPUD under different free mass

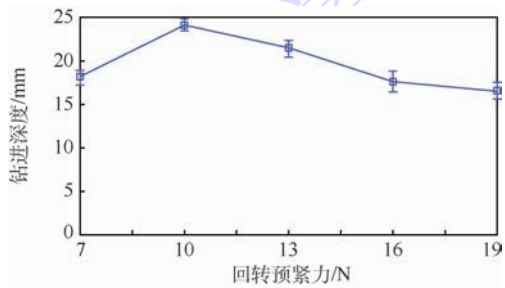


图 11 不同回转预紧力下回转冲击超声波钻钻进深度

Fig. 11 Drilling depth of RPUD under different rotary preload force

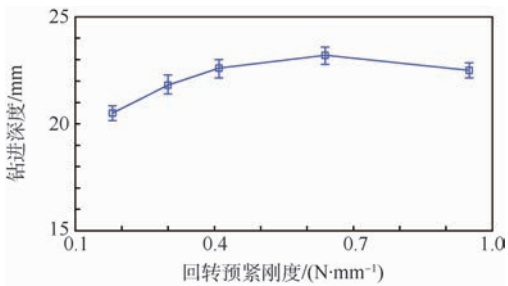


图 12 不同回转预紧刚度下回转冲击超声波钻钻进深度

Fig. 12 Drilling depth of RPUD under different rotary preload stiffness

小,但整体变化幅度不大。在冲击预紧力为 2 N 时,钻进深度达到峰值。

保持冲击预紧力不变,改变冲击预紧刚度,进行钻进实验。图 14 为不同冲击预紧刚度下的钻进深度。随着冲击预紧刚度的增大,钻进深度先增大后逐渐减小。当冲击预紧刚度 0.3 N/mm 时,钻进深度达到最大值。

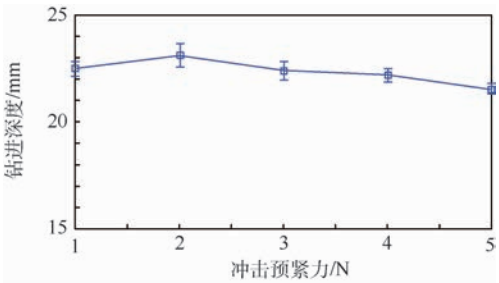


图 13　不同冲击预紧力下回转冲击超声波钻钻进深度实验

Fig. 13　Drilling depth of RPUD under different percussive preload force

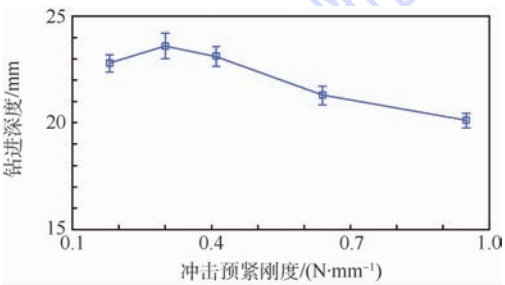


图 14　不同冲击预紧刚度下回转冲击超声波钻钻进深度实验

Fig. 14　Drilling depth of RPUD under different percussive preload stiffness

3.2　响应面方法钻进实验

采用响应面方法考察回转冲击超声波钻各因素的交互作用对钻进过程的影响规律。响应面方法是一种采用回归方程来优化实验方案,解决多变量问题的统计方法。响应面方法将体系的响应(目标)作为一个或者多个因素的函数,计算出响应和因素间连续的函数关系,并将函数关系利用图形表达出来。

响应面方法的广义模型表达式为

$$Y_d = c_0 + \sum_{i=1}^{m} c_i x_i + \sum_{i=1}^{m} c_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j}^{m} c_{ij} x_i x_j + \delta \quad (1)$$

式中:Y_d 为模型目标值;δ 为与自变量无关的统计误差,满足均值为零的正态分布;c_i 表示 x_i 的线性效应,c_{ii} 表示 x_i 的二阶效应,c_{ij} 表示 x_i 和 x_j 的交互作用效应。

依据单因素实验结果,获得单个因素的水平范围。利用 Design-Expert 8.0.6,选择 Box-Behnken 实验方法,如表 1 所示,设计 6 因素 3 水平的响应面实验。$A \sim F$ 分别为钻压力、自由质量、回转预紧力、回转预紧刚度、冲击预紧刚度和冲击预紧力,Y_d 为钻进深度。

利用响应面方法,对 $A \sim F$ 6 个因素设计实验方案,如表 2 所示。依据实验方案进行了钻进实验。钻进深度均为 3 次钻进的平均值。

使用 Design Expert 8.0.6 对表 2 数据进行分析可得到回转冲击超声波钻钻进深度与各影响因素的规律。方差分析中,f 值和 P 值是方差分析里面对模型和模型的系数进行显著性检验得到的结果。由方差分析结果,如表 3 所示,整体模型的 P 值小于 0.000 1,说明二次方程模型达到极显著水平,拟合结果良好。实验数据残差近似服从正态分布,如图 15 所示,证明了实验的合理性。计算获得的目标函数 Y_d(钻进深度)的二次回归方程为

$$\begin{aligned} Y_d = {} & 24.25 + 1.30A + 1.13B + 1.04C - 0.61D + \\ & 0.50E + 0.16F - 0.63AB + 0.31AD - \\ & 0.32AF - 0.36BC - 0.45BE - 1.99A^2 - \\ & 1.32B^2 - 2.02C^2 - 2.27D^2 - 2.81E^2 - 2.69F^2 \end{aligned}$$

方差分析结果中,由一次项的 f 值可以确定,钻压力、自由质量、回转预紧力、冲击预紧刚度、回转预紧刚度和冲击预紧力对钻进深度的影响由高至低依次减少。钻压力、自由质量和回转预紧力 P 值均小于 0.000 1,为主要影响因素;冲击预紧刚度、回转预紧刚度和冲击预紧力为次要因素。二次项中,除自由质量外各因素 P 值均小于 0.001,对钻进深度的响应面曲面响应影响显著。

响应面图是响应值对钻压力等各因素所构成的三维空间的曲面图,利用响应面图可直观地看出各参数之间的交互作用。依据回归方程,计算钻压力、自由质量、回转预紧力、冲击预紧刚度、回转预紧刚度和冲击预紧力对钻进深度的交互影响并绘制响应面图,如图 16 ~ 图 20 所示。从图中可以看出,钻进深度随着各参数的增大,呈现先增大后减小的趋势,并存在峰值。这同时也验证了因素选择区间的合理性。由方差分析结果可知,在各参数中,自由质量和钻压力、自由质量和回

表 1　钻进实验因素水平

Table 1　Factors and levels of drilling experiment

水　平	A/N	B/g	C/N	D/(N·mm^{-1})	E/(N·mm^{-1})	F/N
−1	6	6	7	0.18	0.41	1
0	7	8	10	0.30	0.65	2
1	8	10	13	0.41	0.95	3

北航学报 赠阅

表 2 响应面实验设计及结果

Table 2 Experimental design and results for response surface

实验序号	A/N	B/g	C/N	D/(N·mm^{-1})	E/(N·mm^{-1})	F/N	Y_d/mm	实验序号	A/N	B/g	C/N	D/(N·mm^{-1})	E/(N·mm^{-1})	F/N	Y_d/mm
1	6	6	10	0.18	0.65	2	17.80	28	8	8	10	0.41	0.41	2	17.04
2	8	6	10	0.18	0.65	2	19.50	29	6	8	10	0.18	0.95	2	17.92
3	6	10	10	0.18	0.65	2	19.68	30	8	8	10	0.18	0.95	2	19.17
4	8	10	10	0.18	0.65	2	19.80	31	6	8	10	0.41	0.95	2	14.44
5	6	6	10	0.41	0.65	2	16.20	32	8	8	10	0.41	0.95	2	19.24
6	8	6	10	0.41	0.65	2	18.80	33	7	6	10	0.30	0.41	1	13.52
7	6	10	10	0.41	0.65	2	19.20	34	7	10	10	0.30	0.41	1	19.40
8	8	10	10	0.41	0.65	2	18.36	35	7	6	10	0.30	0.95	1	16.80
9	7	6	7	0.30	0.41	2	16.74	36	7	10	10	0.30	0.95	1	19.32
10	7	10	7	0.30	0.41	2	18.80	37	7	6	10	0.30	0.41	3	13.60
11	7	6	13	0.30	0.41	2	17.82	38	7	10	10	0.30	0.41	3	19.22
12	7	10	13	0.30	0.41	2	19.12	39	7	6	10	0.30	0.95	3	18.40
13	7	6	7	0.30	0.95	2	15.90	40	7	10	10	0.30	0.95	3	19.20
14	7	10	7	0.30	0.95	2	19.10	41	6	8	7	0.30	0.65	1	14.40
15	7	6	13	0.30	0.95	2	18.10	42	8	8	7	0.30	0.65	1	19.72
16	7	10	13	0.30	0.95	2	19.20	43	6	8	13	0.30	0.65	1	15.64
17	7	8	7	0.18	0.65	1	14.70	44	8	8	13	0.30	0.65	1	20.30
18	7	8	13	0.18	0.65	1	19.60	45	6	8	7	0.30	0.65	3	15.70
19	7	8	7	0.41	0.65	1	15.50	46	8	8	7	0.30	0.65	3	18.80
20	7	8	13	0.41	0.65	1	18.30	47	6	8	13	0.30	0.65	3	15.80
21	7	8	7	0.18	0.65	3	16.10	48	8	8	13	0.30	0.65	3	20.10
22	7	8	13	0.18	0.65	3	20.20	49	7	8	10	0.30	0.65	2	24.30
23	7	8	7	0.41	0.65	3	13.80	50	7	8	10	0.30	0.65	2	24.10
24	7	8	13	0.41	0.65	3	20.00	51	7	8	10	0.30	0.65	2	23.60
25	6	8	10	0.18	0.41	2	17.04	52	7	8	10	0.30	0.65	2	24.60
26	8	8	10	0.18	0.41	2	18.32	53	7	8	10	0.30	0.65	2	25.10
27	6	8	10	0.41	0.41	2	14.22	54	7	8	10	0.30	0.65	2	23.80

表 3 方差分析

Table 3 Variance analysis

方差来源	平方和	自由度	均方	f 值	P 值
模型	364.58	17	21.45	13.46	<0.0001
A	40.33	1	40.33	25.31	<0.0001
B	30.78	1	30.78	19.32	<0.0001
C	25.81	1	25.81	16.20	0.0003
D	9.07	1	9.07	5.69	0.0224
E	5.97	1	5.97	3.75	0.0608
F	0.60	1	0.60	0.38	0.5427
AB	3.16	1	3.16	1.99	0.1674
AD	1.58	1	1.58	0.99	0.3258
AF	0.85	1	0.85	0.53	0.4711
BC	2.03	1	2.03	1.65	0.1267
BE	1.29	1	1.29	1.06	0.1596
A^2	40.86	1	40.86	25.65	<0.0001
B^2	17.99	1	17.99	11.29	0.0019
C^2	41.88	1	41.88	26.29	<0.0001
D^2	52.92	1	52.92	33.22	<0.0001
E^2	81.43	1	81.43	51.11	<0.0001
F^2	74.37	1	74.37	46.69	<0.0001
残差	57.35	36	1.59		
失拟项	55.86	31	1.80	6.03	0.0268
纯误差	1.50	5	0.30		
总离差	421.93	53			

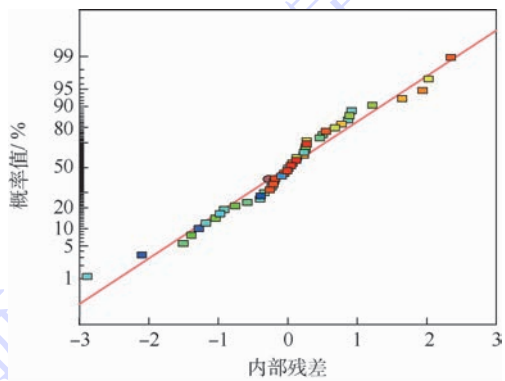


图 15 拟合方程与实验数据残差正态图

Fig. 15 Residual normal graph of fitting equation and experimental data

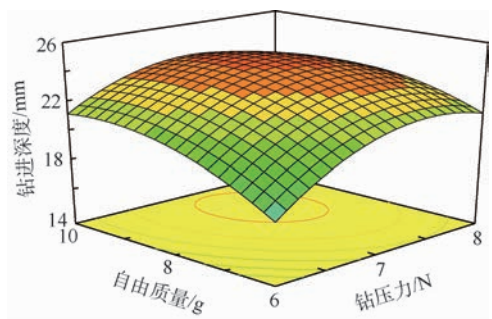


图 16 钻压力和自由质量对钻进深度的交互影响响应面图

Fig. 16 Response surface plots of mutual-influence of weight on bit and free mass on drilling depth

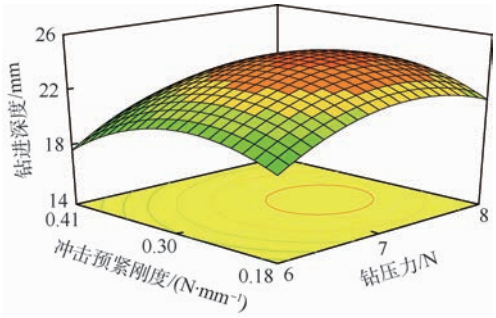


图 17　钻压力和冲击预紧刚度对钻进深度的交互影响响应面图

Fig. 17　Response surface plots of mutual-influence of weight on bit and percussive preload stiffness on drilling depth

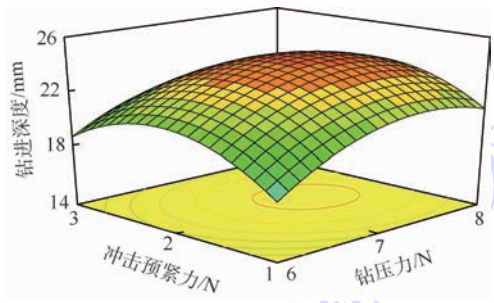


图 18　钻压力和冲击预紧力对钻进深度的交互影响响应面图

Fig. 18　Response surface plots of mutual-influence of weight on bit and percussive preload force on drilling depth

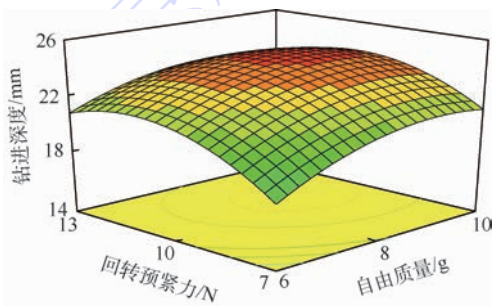


图 19　自由质量和回转预紧力对钻进深度的交互影响响应面图

Fig. 19　Response surface plots of mutual-influence of free mass and rotary preload force on drilling depth

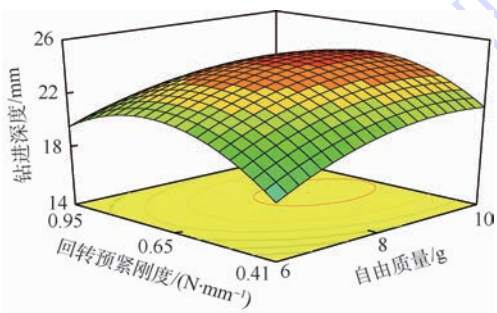


图 20　自由质量和回转预紧刚度对钻进深度影响的交互影响响应面图

Fig. 20　Response surface plots of mutual-influence of free mass and rotary preload stiffness on drilling depth

转预紧力交互作用显著,对钻进深度有较大影响。

4　结　论

1）本文提出了一种单压电叠堆驱动的回转冲击超声波钻。此超声波钻利用压电叠堆两侧的振动能量,将一侧振动转变为回转运动,另一个侧振动转变为冲击运动,且回转运动和冲击运动不耦合可单独调节。

2）利用有限元方法对驱动换能器进行了模态分析和谐响应分析。完成了回转冲击超声波钻设计,并研制了样机。

3）利用响应面方法开展了回转冲击超声波钻砂岩钻进实验。实验结果表明超声波钻系统参数中钻压力、自由质量、回转预紧力、冲击预紧刚度、回转预紧刚度和冲击预紧力对钻进深度有较大影响,影响效果依次降低。其中钻压力、自由质量和回转预紧力为主要影响因素;冲击预紧刚度、回转预紧刚度和冲击预紧力为次要影响因素。

参考文献（References）

[1] 叶培建,彭兢. 深空探测与我国深空探测展望[J]. 中国工程科学,2006,8(10):13-18.
YE P J, PENG J. Deep space exploration and its prospect in China[J]. Engineering Sciences, 2006, 8(10): 13-18(in Chinese).

[2] 徐伟彪,赵海斌. 小行星深空探测的科学意义和展望[J]. 地球科学进展,2005,20(11):31-38.
XU W B, ZHAO H B. Deep space exploration of asteroids: The science perspectives[J]. Advances in Earth Science, 2005, 20(11): 31-38(in Chinese).

[3] 朱恩涌,孙国江,果琳丽,等. 我国小行星探测发展思路及关键技术探讨[J]. 航天器工程,2012,21(3):96-100.
ZHU E Y, SUN G J, GUO L L, et al. Study on development idea of Chinese asteroid exploration and key technologies[J]. Spacecraft Engineering, 2012, 21(3): 96-100(in Chinese).

[4] FINZI A E, ZAZZERA F B, DAINESE C, et al. SD2-How to sample a comet[J]. Space Science Reviews, 2007, 128(1-4): 281-299.

[5] 李京霖,丁希仑,张文明,等. 一种多功能小行星采样器的设计[J]. 机械工程学报,2015,51(13):167-175.
LI J L, DING X L, ZHANG W M, et al. Design of a multi-function minor planet soil sampler[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 167-175(in Chinese).

[6] BERRY K, SUTTER B, MAY A, et al. Osiris-rex touch-and-go (tag) mission design and analysis[C]// Proceedings of 36th Annual AAS Guidance and Control Conference. Springfield: AAS Press, 2013: 1-12.

[7] KAWAGUCHI J I, FUJIWARA A, UESUGI T. Hayabusa-Its technology and science accomplishment summary and Hayabusa-2[J]. Acta Astronautica, 2008, 62(11-12): 639-647.

北航学报 赠阅

[8] ZHANG T, ZHANG W, WANG K, et al. Drilling, sampling, and sample-handling system for China's asteroid exploration mission [J]. Acta Astronautica, 2017, 137: 192-204.

[9] ZACNY K, BAR-COHEN Y, BRENNAN M, et al. Drilling systems for extraterrestrial subsurface exploration [J]. Astrobiology, 2008, 8(2): 665-706.

[10] 丁希仑, 李可佳, 尹忠旺. 面向月壤采集的多杆深层采样器 [J]. 宇航学报, 2009, 30(3): 1189-1194.
DING X L, LI K J, YIN Z W. Multi-rod deep driller for lunar subsurface sampling [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(3): 1189-1194 (in Chinese).

[11] ZHANG T, DING X L. Drilling forces model for lunar regolith exploration and experimental validation [J]. Acta Astronautica, 2017, 131: 190-203.

[12] BAO X, BAR-COHEN Y, CHANG Z, et al. Modeling and computer simulation of ultrasonic/sonic driller/corer (USDC) [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2003, 50(9): 1147-1160.

[13] HARKNESS P, LUCAS M. A brief overview of space applications for ultrasonics [J]. Ultrasonics, 2012, 52(8): 975-979.

[14] BAR-COHEN Y, SHERRIT S, DOLGIN B P, et al. Ultrasonic/sonic driller/corer (USDC) as a sampler for planetary exploration [C] // Proceedings of Aerospace Conference. Bellingham: SPIE Press, 2012: 263-271.

[15] THOMAS P N H. Magna parva and ESA's ultrasonic drill tool for planetary surface exploration [C] // Proceedings of Earth and Space: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments. Reston: ASCE Press, 2010: 1235-1245.

[16] 杨康. 基于超声波/声波能量耦合机理的钻探器研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012: 1-58.
YANG K. Research on drilling corer based on ultrasonic/acoustic energy coupling mechanism [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012: 1-58 (in Chinese).

[17] 全齐全, 李贺, 邓宗全, 等. 用于星体表面岩石采样的超声波钻进取心器的研制 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(12): 4081-4089.
QUAN Q Q, LI H, DENG Z Q, et al. An ultrasonic coring tool for rock-sampling on extraterrestrial planets [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, 47(12): 4081-4089 (in Chinese).

[18] CARDONI A, HARKNESS P, LUCAS M. Ultrasonic rock sampling using longitudinal-torsional vibrations [J]. Physics Procedia, 2010, 3(1): 123-134.

[19] HARKNESS P, LUCAS M, CARDONI A. Coupling and degenerating modes in longitudinal-torsional step horns [J]. Ultrasonics, 2010, 52(8): 980-988.

[20] BADESCU M, BAR-COHEN Y, SHERRIT S, et al. Percussive augmenter of rotary drills (PARoD) [C] // Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials Nondestructive Evaluation and Health Monitoring. Bellingham: SPIE Press, 2013: 1-8.

[21] ZACNY K, PULSEN G, BAR-COHEN Y, et al. Wireline deep drill for exploration of Mars, Europa, and Enceladus [C] // Proceedings of Aerospace Conference. Bellingham: SPIE Press, 2013: 1-14.

[22] BADESCU M, SHERRIT S, BAO X, et al. Auto-Gopher: A wireline rotary-hammer ultrasonic drill [C] // Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials Nondestructive Evaluation and Health Monitoring. Bellingham: SPIE Press, 2011: 1-8.

[23] TIMONEY R, HARKNESS P, LI X, et al. The development of the european uitrasonic planetary core drill (UPCD): AIAA-2005-4553 [R]. Reston: AIAA, 2005.

[24] LI X, WORRALL K, HARKNESS P, et al. A motion control system design for an ultrasonic planetary core drill (UPCD) unit: AIAA-2015-4554 [R]. Reston: AIAA, 2015.

[25] SHERRIT S, DOMM L, BAO X, et al. Single piezo-actuator rotary-hammering (SPaRH) drill [C] // Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials Nondestructive Evaluation and Health Monitoring. Bellingham: SPIE Press, 2012: 1-11.

[26] LIU Y, YANG X, CHEN W, et al. A bonded-type piezoelectric actuator using the first and second bending vibration modes [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(3): 1676-1693.

[27] TSUJINO J. Ultrasonic motor using a one-dimensional longitudinal-torsional vibration converter with diagonal slits [J]. Smart Materials and Structures, 1998, 7(3): 345-351.

作者简介:

王印超 男, 博士研究生。主要研究方向: 超声波钻驱动及采样技术。

全齐全 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 空间机构测试技术。

于红英 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 机械 CAD 及仿真技术。

柏德恩 男, 博士研究生。主要研究方向: 超声驱动及超声钻钻探技术。

邓宗全 男, 硕士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 宇航空间机构技术。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

A rotary-percussive ultrasonic drill driven by single piezoelectric stack

WANG Yinchao, QUAN Qiquan*, YU Hongying, BAI Deen, DENG Zongquan

(State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To improve the chip removal efficiency of percussive ultrasonic drilling, a rotary-percussive ultrasonic drill (RPUD) is proposed based on piezoelectric driving principle, which is driven by single piezoelectric stack. The proposed RPUD uses the vibration on both sides of the single piezoelectric stack to realize the rotary-percussive motion of the drilling tool, and transfers one side of vibration into rotary motion and the other side into percussive motion. Rotary motion and percussive motion can be regulated independently. To realize the synchronous resonance of rotary motion and percussive motion, the modal analysis and transient analysis of ultrasonic drilling transducer are carried out by the finite element method. A prototype of rotary-percussive ultrasonic drilling machine was developed, and the drilling experiment was carried out based on the optimized structural design parameters. The experimental results verify the drilling function of the RPUD, and response surface method is used to analyze the influence of the drilling parameters such as weight on bit on the drilling efficiency.

Keywords: deep space sampling; ultrasonic drill; piezoelectric transducer; finite element method; drilling experiment; response surface method

北京航空航天大学学报

Received: 2017-11-13; **Accepted**: 2018-02-09; **Published online**: 2018-03-15 10:47

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180315.1005.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61403106); Program of Introducing Talents of Discipline to Universities (B07018); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (HIT.NSRIF.2014051)

* **Corresponding author**. E-mail: quanqiquan@hit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0712

纳米复合相变材料熔化过程数值模拟

赵亮[1], 邢玉明[1,*], 吕倩[2], 罗叶刚[1], 刘鑫[1]
(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国西南电子技术研究所, 成都 610036)

摘 要: 相变储能技术在航空航天等领域具有广泛的应用前景,但是相变材料导热性能差制约了其工程化应用。高导热的纳米材料能够有效提高相变材料的导热性能。为了对其相变现象进行更精细的模拟分析,基于 Maxwell-Garnett 等效介质理论(EMT)建立 3 种具有代表性结构的纳米复合相变材料详细物性参数,将流体体积(VOF)模型与焓-多孔介质模型相耦合,在考虑相变材料体积膨胀的情况下,数值模拟了纯石蜡、添加不同体积组分金刚石纳米粒子(ND)、单壁碳纳米管(SWCNT)和石墨烯纳米片(GnP)的纳米复合相变材料在定温边界条件下的固液相变过程。结果表明:相变材料熔化过程中对流效应主要分布在临近固液相界面、临近加热壁面及临近气液两相交界面这 3 个区域;3 种纳米粒子中 GnP 的导热强化效果最佳,相比纯石蜡,添加体积分数为 3% 的 GnP 纳米复合相变材料固相导热系数提高了 486%,相变材料的熔化时间缩短了 69%;升高壁面温度能够有效缩短复合相变材料的熔化时间。

关 键 词: 相变材料; 纳米材料; 等效介质理论 (EMT)模型; 流体体积 (VOF)模型; 焓-多孔介质模型
中图分类号: TK11$^+$4; V19
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1860-09

基于固液相变材料的相变储能技术能够有效解决能量供求在时间和空间上不匹配的矛盾,其储能原理是:当温度高于相变温度时,材料吸收热量由固态变为液态,当温度低于相变温度时,材料释放热量由液态变为固态,该过程为可逆过程,而且相变材料在相变过程中是一个等温或近似等温的过程,相变前后材料体积变化小。因此,固液相变在电子设备热控、建筑节能、工业余热回收[1-2]等领域有着广泛的应用前景。

相变材料主要分为 3 大类:有机类、无机类和混合类。目前研究及应用最为广泛的为有机类相变材料,其具有相变焓值大、无过冷度、无析出、性能稳定、无腐蚀性等优点,在航空航天领域具有广泛的应用,但是其导热系数小导致相变过程热量的存储/释放缓慢,严重制约了其工程化应用,中国学者研究采用金属翅片、高导热多孔金属材料、泡沫石墨[3]等方式强化相变材料导热性能。近年来,随着纳米材料科技的发展,采用高导热的金属纳米粒子、石墨烯纳米片(GnP)、单壁碳纳米管(SWCNT)强化有机类相变材料储/放热速率成为国内外的研究热点[4-5]。Li 等[6-7]以硬脂酸为相变材料,通过添加多壁碳纳米管、GnP、纳米石墨片等碳材料制备了多种复合相变材料,测试结果发现同组体积组分的纳米石墨片导热强化效果最佳,添加多壁碳纳米管能够有效提高硬脂酸的导热性能,但是会降低复合相变材料熔化过程中液相的对流效应。Fang 等[8]将质量分数为 10% 的 GnP 分散至正二十烷相变材料中,使得复合相变

收稿日期: 2017-11-17; **录用日期**: 2018-04-20; **网络出版时间**: 2018-05-15 11:44
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180508.1523.001.html
基金项目: 航空科学基金 (20132851034)
* **通信作者**. E-mail: xym505@126.com

引用格式: *赵亮, 邢玉明, 吕倩, 等. 纳米复合相变材料熔化过程数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1860-1868.*
ZHAO L, XING Y M, LYU Q, et al. Numerical simulation of melting process of nanoparticle-enhanced phase change materials[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1860-1868 (in Chinese).

材料的导热系数提高了 400%。Arici 等[9]数值模拟了不同体积分数 Al_2O_3 纳米粒子对方形容器内石蜡材料熔化速率的作用效果,发现当体积分数为 1% 时,石蜡熔化速率最大。Harish 等[10]实验研究发现在月桂酸中添加体积分数为 1% 的 GnP 能将导热系数提高 230%。而且当纳米粒子导热增强体的积分数相同时,GnP 的导热性能强化效果优于纳米金属粒子及 SWCNT。Motahar 等[11]发现将质量分数为 4% 的 TiO_2 纳米粒子分散于正十八烷中能够将其凝固速率提高 18%。陈杨华等[12]采用 SWCNT 改善石蜡导热性能,通过测试发现质量分数为 5% 的 SWCNT 能够将石蜡导热系数由 0.2 W/mK 高至 0.28 W/mK。在基于纳米材料的物性规律研究方面,Nan 等[13-14]系统建立了 3 种不同形式纳米复合材料等效导热系数模型并利用实验进行了验证;Santamaría-Holek 和 Mendoza[15]基于 Maxwell-Garnett 等效介质理论(EMT)模型对 3 种不同形式纳米复合材料黏度模型进行了研究和讨论;Das 等[16]基于 EMT 模型和焓-多孔介质模型分析了填充不同类型纳米基复合相变材料的套管式储热系统的储能过程,还对添加 GnP 的复合相变材料的储能装置进行数值模拟,重点分析了换热流体工质温度和复合相变材料中 GnP 体积分数对装置储能速率的影响。

目前对于纳米强化有机类相变材料的研究大多集中在材料制备、物性测试、性能试验验证等方面,在数值模拟研究方面,对于其熔化/凝固过程中的传热传质、相界面变化、温度分布等问题大多采用基于焓-多孔介质模型,对于密度变化引起的对流问题采用 Boussinesq 假设[17-20],由于有机类相变材料固液相密度差较大,在熔化过程中体积膨胀明显,Boussinesq 假设对材料体积膨胀作出线性假设,虽然能够实现相变材料相变过程液相中对流效应的刻画,但是假设具有一定局限性,而且对于体积膨胀等问题无法进行研究。夏莉等[21]尝试将流体体积(VOF)模型与焓-多孔介质模型相结合研究了储能装置中不同形式空穴的迁移情况。基于 VOF 模型与焓-多孔介质模型,Ye 等[22]研究了具有不同体积分数空腔的储能装置中石蜡熔化过程中温度场、速度场变化及石蜡的体积膨胀。由此可见,对于相变材料熔化过程中传热传质现象的模拟严重依赖于对相变材料物性的假设。

有机类相变材料的熔化过程具有强烈的非线性特征,是一个包含多种热物理现象的复杂过程。目前对相变材料熔化过程由重力和密度变化引起的对流效应采用线性的 Boussinesq 假设,对整个过程中体积膨胀研究较少,本文基于 EMT 模型建立石蜡分别与具有代表性结构的 GnP、SWCNT 和金刚石纳米粒子(ND)复合后的复合相变材料物性,将 VOF 模型与焓-多孔介质模型耦合对这3 类复合相变材料熔化过程的传热传质特性进行分析,实现对纳米复合相变材料熔化过程中固相导热、液相中自然对流和导热、相界面移动及复合相变材料在相变过程中体积变化等物理现象的较真实精细模拟。数值模拟结果为纳米复合相变材料的应用提供理论指导。

1　模　型

1.1　物理模型

为了利用 VOF 模型与焓-多孔介质模型模拟有机纳米复合相变材料的熔化过程,建立如图 1 所示的物理模型[21],为了研究石蜡材料的体积膨胀,空腔中 2/3 的体积填充石蜡,上界面与空气间为自由界面,底面和右侧为绝热面。左侧为定温加热面。g 为重力加速度。

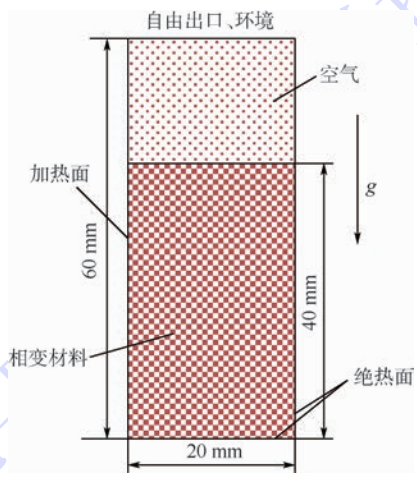


图 1　二维物理模型[21]

Fig. 1　Two-dimensional physical model[21]

1.2　数学模型

利用 VOF 模型和焓-多孔介质模型模拟有机纳米复合相变材料在熔化过程中固相导热、液相传热及自然对流现象、相界面移动等问题,采用 EMT 模型理论建立有机纳米复合相变材料的物性参数。

1.2.1　VOF 模型

为了研究有机纳米复合相变材料在熔化过程中的传热传质现象,采用 VOF 模型求解相变材料与空气接触的自由表面的位置,求解区域包括相变材料和空气,其中空气作为第一相,相变材料作为第二相,不同相间的相界面通过求解各项体积分数的连续方程获得。

北航学报 赠阅

第二相的连续方程为

$$\frac{\partial(\alpha_2\rho_2)}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha_2 u\rho_2)}{\partial x}+\frac{\partial(\alpha_2 v\rho_2)}{\partial y}=0 \tag{1}$$

第一相的体积分数为

$$\alpha_1=1-\alpha_2 \tag{2}$$

式中:u 为 x 方向速度分量;v 为 y 方向速度分量;α_i 为第 i 相的体积分数;ρ_i 为第 i 相的密度。控制体中其他守恒方程的物性参数由单元中各组分的占比确定。

1.2.2 焓-多孔介质模型

能量方程为

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u E)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v E)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) \tag{3}$$

式中:k 为控制体的导热系数;ρ 为控制体的密度;T 为控制体的温度;E 为控制体中各相焓的质量平均值,其定义为

$$E=\frac{\alpha_1\rho_1E_1+\alpha_2\rho_2E_2}{\alpha_1\rho_1+\alpha_2\rho_2} \tag{4}$$

$$E_2=h+\gamma L \tag{5}$$

式中:E_1 为第一相的比焓;E_2 为第二相的比焓;h 为相变材料的显热;γ 为相变材料的液相体积组分;L 为相变材料的潜热。

在求解区域中只求解混合相的动量方程,各相通过求解平均控制体的物性参数来影响动量方程。

动量方程为

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{\text{pcm}}\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{\text{pcm}}\frac{\partial u}{\partial y}\right)-\frac{\partial P}{\partial x}+A_s u \tag{6}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{\text{pcm}}\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{\text{pcm}}\frac{\partial v}{\partial y}\right)-\frac{\partial P}{\partial y}-\rho g+A_s v \tag{7}$$

$$A_s=-C\frac{(\alpha_2-\alpha_2\gamma)^2}{(\alpha_2\gamma)^3+\varepsilon} \tag{8}$$

式中:P 为压力;g 为重力加速度;μ_{pcm} 为相变材料动力黏度;C 为相变材料固液混合区的形态常数;为了避免分母为 0,$\varepsilon=0.001$。复合相变材料的液相组分 γ 的定义为

$$\gamma=\begin{cases}0 & T\leqslant T_{\text{solidus}}\\ 1 & T\geqslant T_{\text{liquidus}}\\ \dfrac{T-T_{\text{solidus}}}{T_{\text{liquidus}}-T_{\text{solidus}}} & T_{\text{solidus}}<T<T_{\text{liquidus}}\end{cases} \tag{9}$$

式中:T_{liquidus} 和 T_{solidus} 分别为相变材料熔化的上限温度和下限温度。

对于有机纳米复合相变材料,其密度 ρ、显热 c_p、潜热 L、热膨胀系数 β 计算公式如下:

$$\rho=(1-\varphi)\rho_{\text{pcm}}+\varphi\rho_{\text{nano}} \tag{10}$$

$$c_p=(1-\varphi)(c_p)_{\text{pcm}}+\varphi(c_p)_{\text{nano}} \tag{11}$$

$$L=(1-\varphi)L_{\text{pcm}} \tag{12}$$

$$\beta=(1-\varphi)\beta_{\text{pcm}}+\varphi\beta_{\text{nano}} \tag{13}$$

式中:下标 nano 和 pcm 分别表示纳米粒子和相变材料;φ 为相变材料的体积组分比。

根据 Krieger-Dougherty 模型,动力黏度为

$$\mu=\mu_{\text{pcm}}\left(1-\frac{\varphi}{\varphi_{\max}}\right)^{-Q\varphi_{\max}} \tag{14}$$

式中:$\varphi_{\max}$ 为最大填充因子;Q 为材料的特性黏度。对于 GnP、SWCNT 和 ND 的最大填充因子分别为 0.632、0.268 和 0.382,特性黏度分别为 2.5、9.25 和 9.87[23-25]。

1.2.3 EMT 模型

EMT 模型被证明在考虑不同形状因素纳米粒子与周围相变材料的接触热阻情况下能够较为准确地确定有机纳米材料的等效导热系数[6,10,25],基于 EMT 模型和物性参数较为详细的石蜡材料建立 GnP、SWCNT、ND 与石蜡复合后的等效导热系数。

等效导热系数模型为

$$k_{\text{eff}}=k_{\text{pcm}}\frac{3+\varphi[2\chi_{11}(1-L_{11})+\chi_{33}(1-L_{33})]}{3-\varphi(2\chi_{11}L_{11}+\chi_{33}L_{33})} \tag{15}$$

$$\chi_{11}=\frac{k_{11}^{\text{c}}-k_{\text{pcm}}}{k_{\text{pcm}}+L_{11}(k_{11}^{\text{c}}-k_{\text{pcm}})} \tag{16}$$

$$\chi_{33}=\frac{k_{33}^{\text{c}}-k_{\text{pcm}}}{k_{\text{pcm}}+L_{33}(k_{33}^{\text{c}}-k_{\text{pcm}})} \tag{17}$$

当 $a_s>1$ 时,

$$L_{11}=\frac{a_s^2}{2(a_s^2-1)}-\frac{a_s}{2(a_s^2-1)^{\frac{3}{2}}}\operatorname{arccosh}a_s \tag{18}$$

当 $a_s<1$ 时,

$$L_{11}=\frac{a_s^2}{2(a_s^2-1)}-\frac{a_s}{2(1-a_s^2)^{\frac{3}{2}}}\arccos a_s \tag{19}$$

$$L_{33}=1-2L_{11} \tag{20}$$

当 $a_s=1$ 时,

$$L_{11}=L_{22}=L_{33}=1/3 \tag{21}$$

$$a_s=l/d \tag{22}$$

式中:k_{eff} 为有机纳米复合相变材料的等效导热系数;k_{pcm} 为纯石蜡的导热系数;L_{11}、L_{22} 和 L_{33} 为形状因子;a_s 为纳米粒子的长径比,对于 ND,其形状为球形则长径比为 1,对于 SWCNT 其尺度为长 1 μm,直径 1 nm,则长径比取 1 000,而对于 GnP,

北航学报 赠阅

可看做厚度 1 nm,直径 1 μm,则其值为 0.001;k_{11}^{c} 和 k_{33}^{c} 分别为石蜡与纳米粒子复合后的相变微单元体轴向和径向的等效导热系数:

$$k_{ii}^{c}=\frac{k_{\text{nano}}}{1+\gamma L_{ii}(k_{\text{nano}}/k_{\text{pcm}})}\qquad i=1,2,3 \tag{23}$$

$$\gamma=\begin{cases}\left(2+\dfrac{1}{a_{\text{s}}}\right)\dfrac{R_{\text{con}}k_{\text{pcm}}}{d} & a_{\text{s}}\geqslant 1\\ (1+2a_{\text{s}})\dfrac{R_{\text{con}}k_{\text{pcm}}}{l} & a_{\text{s}}\leqslant 1\end{cases} \tag{24}$$

其中:k_{nano} 为纳米粒子的导热系数;R_{con} 为纳米粒子与相变材料的接触热阻,文献[16]中其值为 $10^{-8}\ \text{m}^2\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{W}^{-1}$ 量级,在本文中,其值为根据文献[26]所列参数反算得出。

1.3　边界及初始条件设置

计算区域如图 1 所示,相变材料中液相组分中的自然对流与空气的自然对流均由用户自定义函数(UDF)编译的材料密度随温度变化与重力同时作用引起。相变材料与空气交界面采用移动界面条件,且两相之间无相互渗透右侧边界及底面为绝热,左侧为定温边界条件,上表面为压力出口条件,计算区域中相变材料和空气的初始温度均为300K,初始速度为0m/s,相变材料占计算域的体积分数为 2/3。

1.4　材料物性参数

为了对相变材料相变过程中传热传质现象进行更精细的模拟研究,本文选用物性参数较为明确且详细、熔化温度在 306.15 ~ 308.15 K 的石蜡作为相变材料。纳米材料物性参数见表 1[6,10,25]。根据物理和数学模型可得不同体积分数的相变材料物性见表 2。根据文献[27]中对石蜡材料的参数定义,石蜡在 306.15 ~ 308.15 K温度区间内密度由 850 kg/m^3 以线性关系递减为 750 kg/m^3。当 $T>308.15$ K,定义石蜡的液相密度 $\rho_{\text{liquidus,pcm}}$ 随时间变化为

$$\rho_{\text{liquidus,pcm}}=\rho_{\text{liquidus}}/[\beta(T-308.15)+1] \tag{25}$$

空气的密度 ρ_{air} 为与温度相关的函数为

$$\rho_{\text{air}}=1.2\times10^{-5}T^2-0.011\,34T+3.498 \tag{26}$$

表 1　纳米材料物性参数[6,10,25]

Table 1　Physical property parameters of nano materials[6,10,25]

物性参数	ND	SWCNT	GnP
$\rho_{\text{nano}}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	3 300	1 100	2 200
$k_{\text{nano}}/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	2 200	3 500	3 500
$(c_p)_{\text{nano}}/(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	0.519	0.643	0.643
$\beta_{\text{nano}}/(10^{-6}\text{K}^{-1})$	1	−0.3	−0.7

表 2　相变材料物性参数

Table 2　Physical property parameters of phase change materials

物性参数	文献[27]中的相变材料	本文相变材料				
		GnP 体积分数为 1%	GnP 体积分数为 3%	GnP 体积分数为 5%	ND 体积分数为 3%	SWCNT 体积分数为 3%
$\rho_{\text{solidus}}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	850	863.5	890.5	917.5	923.5	857.5
$\rho_{\text{liquidus}}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	750	764.5	793.5	822.5	826.5	760.5
$k_{\text{solidus}}/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	0.22	0.51	1.069	1.601	0.244	0.877
$k_{\text{liquidus}}/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	0.15	0.34	0.731	1.09	0.167	0.316
$c_p/(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	2 630	2 610	2 570.4	2 530.6	2 566.7	2 570.4
$\beta/(10^{-6}\text{K}^{-1})$	1 000	990	970	950	970	960
$\mu/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$	0.003 184	0.003 52	0.004 33	0.005 4	0.003 4	0.004 27
$L/(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	176	174.24	170.72	167.2	170.72	170.72

2　计算结果

2.1　纯石蜡熔化过程

图 2 为纯石蜡在左侧定温 333.15 K 边界条件下的熔化过程中分别在 480、960、1 440 和 1 920 s时的液相组分、温度及速度云图,各分图中黑色粗实线为纯石蜡与空气的相界面,液相组分是指相变材料熔化过程中液相状态的相变材料在整个相变材料中所占的体积分数,下同。由图 2(a)可知,在初始阶段,靠近加热壁面的石蜡首先熔化,同时随着石蜡熔化,石蜡的体积逐渐变大,而且上半部分的石蜡熔化更快;在图 2(b)中,靠近加热壁面的石蜡温度首先升高,但是随着时间的增加,石蜡内部温度场呈现出上半部分温度梯度逐渐变小;石蜡熔化过程中上半部分熔化快,上半部分温度梯度小这是由于石蜡固相密度大于液相密度,而且液相石蜡在温度升高过程中,密度逐渐变小,靠近加热壁面的石蜡首先熔化,并且在整个熔化过程中其体积膨胀速率最快,因此在重力作用下,产生的液相石蜡沿着石蜡与空气的交界面向右流动,而远离右侧加热面的石蜡温度低,其密度略大,则在重力作用下不断向位置较低的右侧流动,在液相石蜡中形成一个近似的涡如图 2(c)所示;而且速度云图还显示出,在石蜡熔

北航学报 赠阅

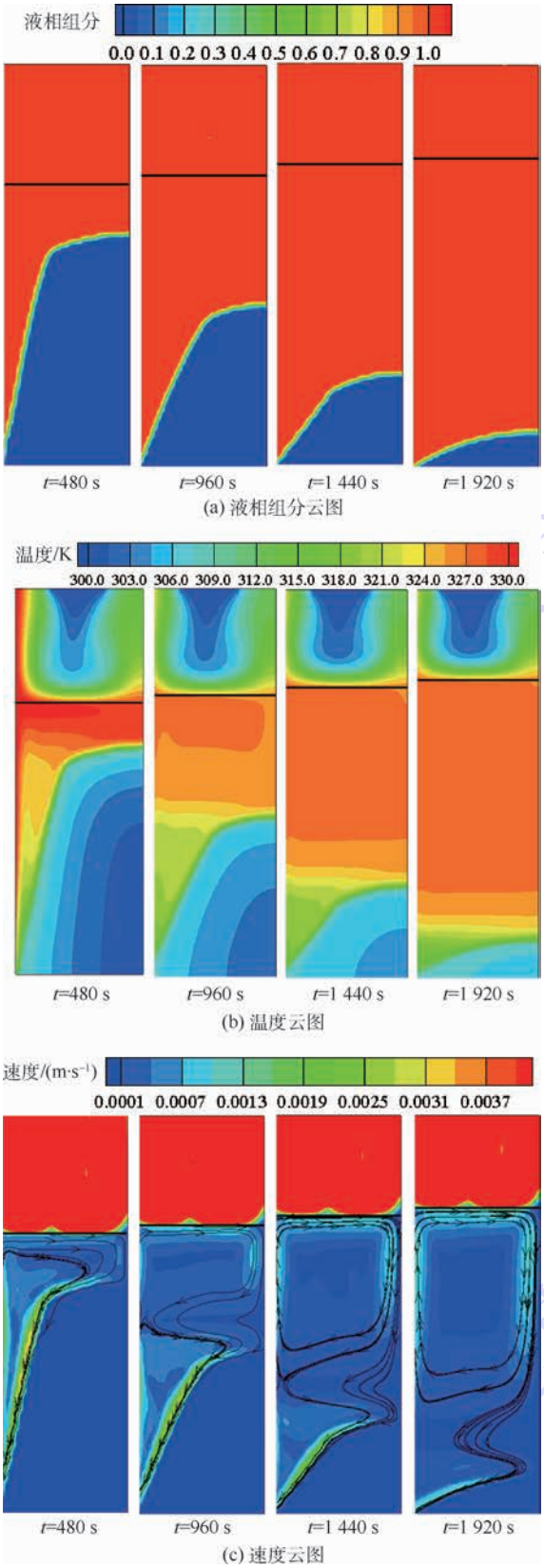


图 2 石蜡熔化过程中液相组分、温度及速度云图

Fig. 2 Contours of liquid phase component, temperature and velocity of paraffin during melting process

化过程中,临近加热壁面和石蜡固液相交界面的石蜡流动速度相对较大,临近加热壁面的液相石蜡流动速度相对较大是由于石蜡的导热系数有限,热量无法充分在石蜡中扩散,在临近加热壁面处石蜡的温度梯度较大,导致这部分的石蜡密度梯度相应提高,进而产生较大的流速。临近石蜡固液相交界面的石蜡流动速度较大主要是由于此处临近石蜡的熔点,而石蜡在 306.15 ~ 308.15 K 范围内的密度变化剧烈(密度由 850 kg/m^3 变为 750 kg/m^3)进而引起液相石蜡在重力作用下的较为剧烈的流动。

从图 2 可以看出,在石蜡的充分熔化阶段,由重力引起的自然对流效应是石蜡内部热量传递的重要方式,在自然对流作用下,靠近加热面的高温石蜡密度小向上流动,加速了计算域中上部分石蜡的熔化和温度梯度变小,而靠近右侧绝热壁面的低温石蜡密度大不断向下流动补充进去。呈现出底部靠近加热壁面的石蜡固液相界面变化速率较小,且温度梯度大于上部分的石蜡温度梯度。

图 3 为石蜡在熔化过程中的液相组分及石蜡体积膨胀率的变化。由图 3 可知石蜡在初始熔化过程中,熔化速率较高,体积膨胀速率较大,随着石蜡熔化过程的发展,大约在液相组分超过 0.6 时,石蜡的熔化速率逐渐降低直至石蜡全部熔化。在石蜡的熔化前半部分,石蜡的体积膨胀与石蜡的熔化速率体现出相似的变化趋势,而到后期两者趋势相似但是出现一些差异,石蜡的体积膨胀较早结束,这是由于在定温边界条件下,整个石蜡液相区域由于自然对流的作用其温度梯度变小,逐渐接近 333.15 K,石蜡的体积膨胀从初始的液相膨胀与固液相变化之和变成主要由固液相变产生。

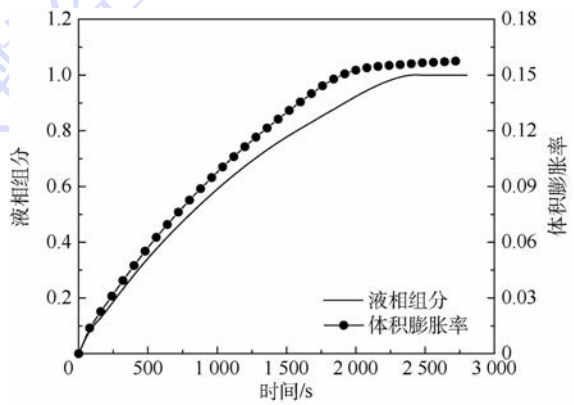


图 3 石蜡熔化过程中体积膨胀率及液相组分变化

Fig. 3 Variation of volume expansion ratio and liquid phase component of paraffin during melting process

2.2 不同种类纳米复合相变材料的熔化过程

根据 EMT 模型推导出了石蜡与 ND、SWCNT 和 GnP 3 种高导热纳米材料复合后的纳米复合相

变材料物性，在定温 333.15 K 的边界条件下，复合相变材料熔化过程中液相组分变化如图 4 所示，其中添加了体积分数为 3% 的 ND 的纳米复合相变材料其熔化时间相比纯石蜡只缩短了 4.05%，这是由于添加体积分数为 3% 的 ND 只将石蜡的固相和液相导热系数很有限地提升了 11%，而其黏度增加了 8%，黏度的增加导致复合相变材料在熔化过程中的自然对流效应减弱，因此 ND 材料对石蜡的熔化速率加快效果很有限；对于添加了体积分数为 3% 的 SWCNT 的纳米复合相变材料，其熔化时间缩短了 40.4%；添加了体积分数为 3% 的 GnP 的纳米复合相变材料熔化时间最短，相比纯石蜡，其熔化时间缩短了 69%。由此可见 3 种纳米材料中，GnP 的导热强化效果最佳，能够实现有机相变材料对热量的快速吸收存储。

图 5 为纯石蜡和添加体积分数均为 3% 的 ND、SWCNT、GnP 的复合相变材料在熔化过程中第 510 s 的液相组分、温度和速度云图。纯石蜡与体积分数均为 3% ND 复合相变材料的液相界面、温度分布及速度分布较为相近。在第 510 s，添加体积分数均为 3% ND 的复合相变材料的体积膨胀小于纯石蜡的体积膨胀，这是由于添加体积分数均为 3% 的 ND 以后，纳米复合相变材料的体积膨胀率相比纯石蜡缩小了 2%，潜热值损失了 3%，而在 510 s 时，其熔化进程仅比纯石蜡快了 3.7%，由此可见，ND 材料的相变材料导热强化作用很小；从速度云图中可知，无论是纯石蜡还是复合相变材料，其熔化过程中，液相中速度最大的 3 个区域为临近加热面、临近石蜡与空气交界面和临近石蜡固液交界面这 3 个区域。添加了体积分数均为 3% GnP 的复合相变材料在第 510 s 时，其固相体积最小，熔化速率最快，相变材

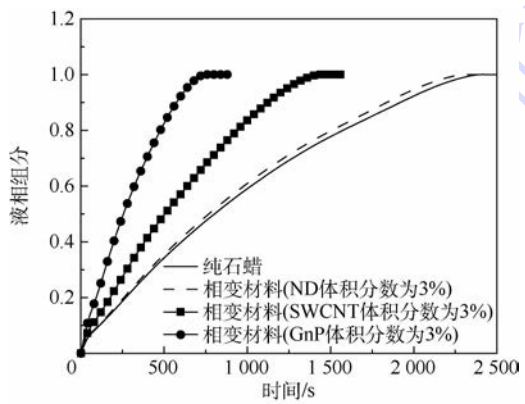


图 4　相变材料熔化过程中液相组分变化

Fig. 4　Variation of liquid phase component of phase change material during melting process

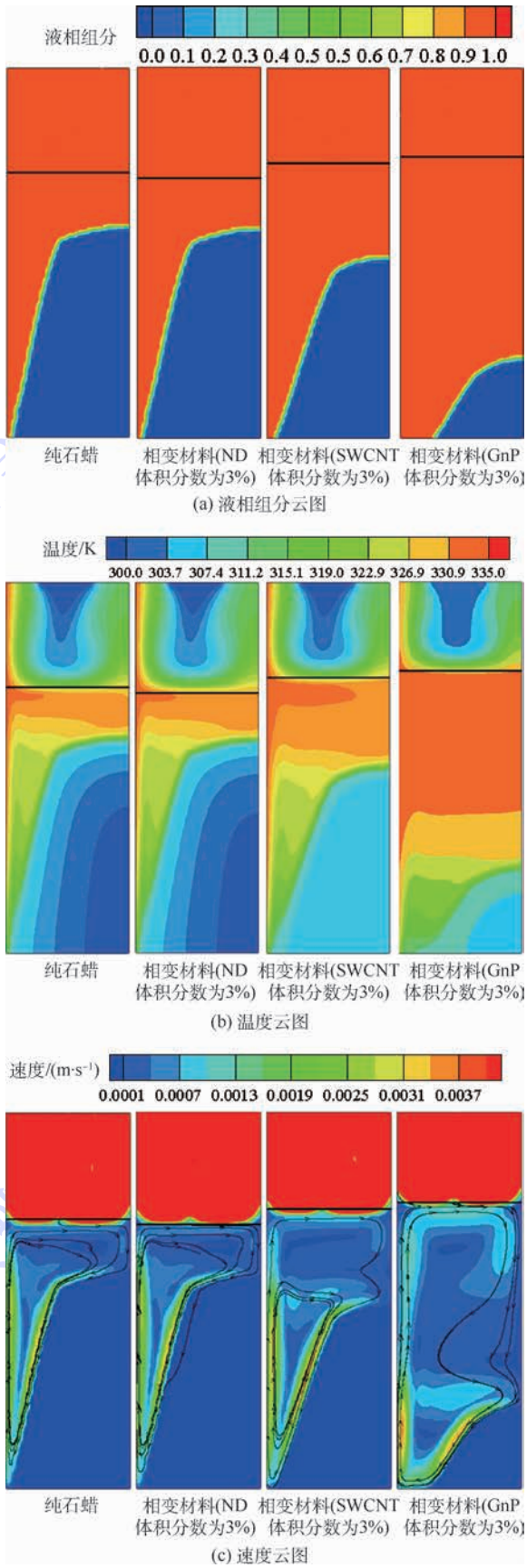


图 5　相变材料熔化过程中液相组分、温度及速度云图

Fig. 5　Contours of liquid phase component, temperature and velocity of phase change material during melting process

北航学报 赠阅

料区域中温度梯度最小,而添加了体积分数均为3% SWCNT 的复合相变材料的温度梯度介于两者之间。因此,3 种相变材料中 GnP 的导热强化效果最佳、对相变材料熔化速率的促进效果最好,在相同边界条件下,GnP 纳米复合相变材料中温度分布最均匀。

2.3 GnP 纳米复合相变材料熔化过程

2.3.1 不同体积分数 GnP 对熔化过程的影响

根据 EMT 模型计算得出的纳米复合相变材料物性,在添加同体积分数的纳米材料时,相比于 SWCNT 纳米复合相变材料与 ND 纳米复合相变材料,GnP 纳米复合相变材料的固液两相的导热性能最佳,为了研究不同体积分数 GnP 材料对复合相变材料熔化速率的影响效果,图 6 为添加不同体积分数 GnP 的复合相变材料在左侧边界定温 333.15 K 条件下的熔化过程液相组分变化曲线。在 333.15 K 温度边界条件下,添加体积分数为 1%、3% 和 5% GnP 的复合相变材料的熔化时间分别为 1 301、740 和 553 s,相比于纯石蜡的 2 393 s熔化时间,体积分数为 1%、3% 和 5% 的 GnP 材料能够有效缩短复合相变材料熔化时间达 45.6%、69% 和 76.9%。在此需要指出的是当 GnP 材料体积组分增加时,相比于纯石蜡,复合相变材料的潜热值如表 2 所示分别降低了 1%、3% 和 5%。随着 GnP 材料体积组分的增加,复合相变材料的熔化速率逐渐提高,但是体积分数为 3% 和 5% 的复合相变材料熔化速率相差较小,这是由于添加纳米材料导致复合相变材料的黏度变大,同时导热性能增加引起复合相变材料中温度梯度变小,两者同时作用导致复合相变材料中由密度差引起的自由对流变弱,进而使得复合相变材料的熔化速率提高效果相对减弱。因此在 GnP 纳米复合相变材料应用过程中,需要综合考虑性能强化、熔化速率提升和潜热损失之间的关系,优选合适体积分数的 GnP 材料实现相变材料的导热性能强化。

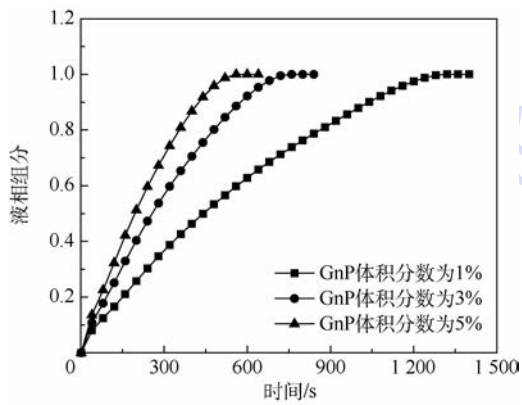


图 6 不同体积分数 GnP 的复合相变材料熔化过程中液相组分变化

Fig. 6 Variation of liquid phase component of composite phase change material with different volume fractions of GnP during melting process

2.3.2 不同边界温度对复合相变材料熔化过程的影响

相变材料在熔化过程中,边界温度的升高不仅提高了换热功率,加速了相变材料的熔化速率,同时由于材料的密度与温度相关,所以内部温度梯度对熔化过程中的自然对流的强度有着重要的作用,进而影响相变材料的熔化速率。不同边界温度下 GnP 复合相变材料的液相组分变化如图 7 所示,GnP 复合相变材料中的 GnP 材料体积分数选用 3%。相比于 T = 323.15 K,当 T 为 328.15、333.15 和 338.15 K 时,GnP 复合相变材料的熔化时间分别缩短了 25.3%、40.2% 和49.9%。随着壁面温度的升高,GnP 复合相变材料的整个熔化过程时间缩短、熔化速率变大。但是随着壁面温度的升高,GnP 复合相变材料的熔化速率提升效率逐渐降低,因此在实际储能过程中需综合考虑相变材料熔点、热源温度和复合相变材料的导热性能之间的优化匹配关系。

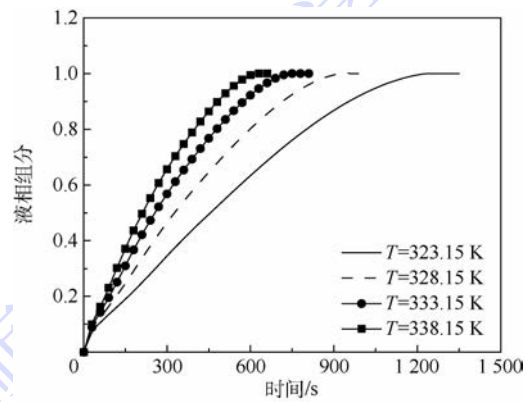


图 7 不同边界温度时复合相变材料熔化过程中液相组分变化

Fig. 7 Variation of liquid phase component of composite phase change material with different boundary temperature during melting process

3 结 论

本文利用 EMT 模型得出了具有代表性的 3 种纳米材料与熔点在 306.15 ~ 308.15 K 之间的石蜡复合后的纳米复合相变材料物性,采用 VOF 模型耦合焓-多孔介质模型数值模拟了相变材料的熔化过程,得到:

1）根据 EMT 模型,ND、SWCNT 和 GnP 3 种纳米材料在同体积组分情况下,GnP 纳米复合相变材料的固液相导热性能最佳,添加体积分数为 3% GnP 的纳米复合相变材料的固相导热系数相比纯石蜡提高了 486%。

2）纯石蜡在整个熔化过程中体积膨胀了近 16%,其体积膨胀变化率与液相组分变化率具有相似性;相变材料熔化过程中,在液相中由重力引起的自然对流对相变材料的熔化过程具有重要的促进作用。在临近加热面、固液相界面、气液相界面处的自然对流强度最大。

3）在石蜡中添加 GnP 能够有效提高其熔化速率,当复合相变材料中 GnP 的体积分数为 3% 时,其熔化时间能够有效缩短 69%。但是在实际应用中,需要综合考虑潜热损失、熔化速率和导热性能之间的关系。

4）升高边界温度能够有效缩短 GnP 复合相变材料的熔化时间,但是相变材料熔点、热源温度与相变材料导热性能之间存在优化匹配关系。

参考文献（References）

[1] 张寅平,胡汉平,孔祥冬,等. 相变贮能:理论和应用[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,1996:289-332.
ZHANG Y P,HU H P,KONG X D,et al. Phase change energy storage:Theory and application[M]. Hefei:Press of University of Science and Technology of China,1996:289-332(in Chinese).

[2] MIRÓ L,GASIA J,CABEZA L F. Thermal energy storage (TES) for industrial waste heat (IWH) recovery:A review[J]. Applied Energy,2016,179:284-301.

[3] WU S,LI T X,YAN T,et al. High performance form-stable expanded graphite/stearic acid composite phase change material for modular thermal energy storage[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2016,102:733-744.

[4] BOSE P,AMIRTHAM V A. A review on thermal conductivity enhancement of paraffinwax as latent heat energy storage material[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews,2016,65:81-100.

[5] KRISHNA J,KISHORE P S,SOLOMON A B. Heat pipe with nano enhanced-PCM for electronic cooling application[J]. Experimental Thermal and Fluid Science,2017,81:84-92.

[6] LI T,LEE J H,WANG R,et al. Heat transfer characteristics of phase change nanocomposite materials for thermal energy storage application[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2014,75:1-11.

[7] LI T,LEE J H,WANG R,et al. Enhancement of heat transfer for thermal energy storage application using stearic acid nanocomposite with multi-walled carbon nanotubes[J]. Energy,2013,55:752-761.

[8] FANG X,FAN L W,DING Q,et al. Increased thermal conductivity of eicosane-based composite phase change materials in the presence of graphene nanoplatelets[J]. Energy and Fuels,2013,27(7):4041-4047.

[9] ARICI M,TÜTÜNCÜ E,KAN M,et al. Melting of nanoparticle-enhanced paraffin wax in a rectangular enclosure with partially active walls[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2017,104:7-17.

[10] HARISH S,OREJON D,TAKATA Y,et al. Thermal conductivity enhancement of lauric acid phase change nanocomposite with graphene nanoplatelets[J]. Applied Thermal Engineering,2015,80:205-211.

[11] MOTAHAR S,ALEMRAJABI A A,KHODABANDEH R. Experimental investigation on heat transfer characteristics during melting of a phase change material with dispersed TiO_2 nanoparticles in a rectangular enclosure[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2017,109:134-146.

[12] 陈杨华,李钰,郭文帅,等. 石蜡基碳纳米管复合相变蓄冷材料的热性能研究[J]. 制冷学报,2014,35(5):110-113.
CHEN Y H,LI Y,GUO W S,et al. Thermophysical properties of cool storage of paraffin-based composite phase change materials filled with carbon nanotubes[J]. Jounal of Refrigeration,2014,35(5):110-113(in Chinese).

[13] NAN C W. Effective-medium theory of piezoelectric composites[J]. Journal of Applied Physics,1994,76(2):1155-1163.

[14] NAN C W,BIRRINGER R,CLARKE D R,et al. Effective thermal conductivity of particulate composites with interfacial thermal resistance[J]. Journal of Applied Physics,1997,81(10):6692-6699.

[15] SANTAMARÍA-HOLEK I,MENDOZA C I. The rheology of concentrated suspensions of arbitrarily-shaped particles[J]. Journal of Colloid and Interface Science,2010,346(1):118-126.

[16] DAS N,TAKATA Y,KOHNO M,et al. Melting of graphene based phase change nanocomposites in vertical latent heat thermal energy storage unit[J]. Applied Thermal Engineering,2016,107:101-113.

[17] AL-ABIDI A A,BIN MAT S,SOPIAN K,et al. CFD applications for latent heat thermal energy storage:A review[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews,2013,20:353-363.

[18] NASTAC L,ZHANG L,THOMAS B G,et al. CFD modeling and simulation in materials processing[C]// Proceedings of TMS2016 Annual Meeting. Berlin:Springer,2016:870202.

[19] SATTARI H,MOHEBBI A,AFSAHI M M,et al. CFD simulation of melting process of phase change materials (PCMs) in a spherical capsule[J]. International Journal of Refrigeration,2017,73:209-218.

[20] SOLOMON L,ELMOZUGHI A F,OZTEKIN A,et al. Effect of internal void placement on the heat transfer performance-Encapsulated phase change material for energy storage[J]. Renewable Energy,2015,78:438-447.

[21] 夏莉,张鹏,王如竹. 具有自由表面的固-液相变的数值模拟与实验研究[J]. 热能动力工程,2010,25(5):505-509.
XIA L,ZHANG P,WANG R Z. Numerical simulation and experimental study of the solid-liquid phase change on free surface[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy & Power,2010,25(5):505-509(in Chinese).

[22] YE W B,ZHU D S,WANG N. Fluid flow and heat transfer in a

北航学报 赠阅

latent thermal energy unit with different phase change material (PCM) cavity volume fractions[J]. Applied Thermal Engineering,2012,42:49-57.

[23] KRIEGER I M,DOUGHERTY T J. A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres[J]. Transactions of the Society of Rheology,1959,3(1):137-152.

[24] SMITH H. Transport phenomena[M]//KUPERMAN A W. Encyclopedia of applied physics. Weinhem: Wiley, 2003: 270-272.

[25] KHODADADI J M,FAN L,BABAEI H. Thermal conductivity enhancement of nanostructure-based colloidal suspensions utilized as phase change materials for thermal energy storage:A review[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews,2013,24:418-444.

[26] DAS N,KOHNO M,TAKATA Y,et al. Enhanced melting behavior of carbon based phase change nanocomposites in horizontally oriented latent heat thermal energy storage system[J]. Applied Thermal Engineering,2017,125:880-890.

[27] 吴淑英.纳米复合蓄热材料强化相变传热实验与数值模拟研究[D].广州:华南理工大学,2010.
WU S Y. Enhanced heat transfer experimental and simulation research of nanocomposite phase change materials[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2010 (in Chinese).

作者简介:

赵亮 男,博士研究生。主要研究方向:固液相变温控技术。

邢玉明 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:相变储能技术、两相流分析。

Numerical simulation of melting process of nanoparticle-enhanced phase change materials

ZHAO Liang[1], XING Yuming[1,*], LYU Qian[2], LUO Yegang[1], LIU Xin[1]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Southwest China Institute of Electronic Technology, Chengdu 610036, China)

Abstract: The latent heat thermal energy storage can be applied widely in aerospace domain and many other industrial fields. However, phase change materials suffer from low thermal conductivity that constrains their engineering application. Nano materials with high thermal conductivity can effectively improve the thermal conductivity of phase change materials. For simulating the melting process in more detail, the physical properties of paraffin composited with three representative kinds of nano materials were founded based on the Maxwell-Garnett type effective medium theory (EMT). The volume of fluid (VOF) model and the enthalpy-porosity model were coupled to simulate the melting process of the pure paraffin and the paraffin composited with nano diamond (ND), single-walled carbon nanotube (SWCNT) and grapheme nano platelets (GnP) under a constant wall temperature. Meanwhile the volume expansion was taken into account. Numerical calculations show that the natural convection is mainly distributed at the region closed to the solid-liquid interface, the region closed to the heating surface and the region adjacent to air-liquid interface. Among these three kinds of nano materials, GnP is the most promising additive that can enhance thermal conductivity of phase change material. For a fixed GnP loading of volume fraction of 3%, the solid phase heat conductivity coefficient of nanoparticle-enhanced phase change materials increases by 486% compared to that of pure paraffin, and the melting time of phase change materials decreases by 69%. Meanwhile, the melting process of the nano-composite phase change materials can be significantly shortened by raising the temperature of the heating surface.

Keywords: phase change materials; nano materials; effective medium theory (EMT) model; volume of fluid (VOF) model; enthalpy-porosity model

Received: 2017-11-17; **Accepted**: 2018-04-20; **Published online**: 2018-05-15 11:44

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180508.1523.001.html

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20132851034)

* **Corresponding author**. E-mail: xym505@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0720

基于 BoF 模型的多特征融合纹理图像分类

汪宇玲[1,2], 黎明[1,3,*], 李军华[3], 张聪炫[3], 陈昊[3]

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 211106; 2. 东华理工大学 信息工程学院, 南昌 330013;
3. 南昌航空大学 图像处理与模式识别江西省重点实验室, 南昌 330063)

摘 要: 针对特征词袋(BoF)模型缺乏空间和几何信息,对纹理图像内容表达不明显等问题,提出一种基于 BoF 模型的多特征融合纹理分类算法。将灰度梯度共生矩阵(GGCM)和尺度不变特征转换(SIFT)融合特征作为纹理图像的区域特征描述,通过动态权重鉴别能量分析进行最优参数特征选择,并用 BoF 量化纹理特征,使用支持向量机对图像进行训练和预测,得出分类结果。实验结果表明,本文算法对有旋转扭曲的纹理、边缘模糊纹理、有光照变化的纹理及杂乱纹理等均能取得较好的分类效果,相对于传统 BoF 模型及凹凸划分(CCP)方法等算法在 UIUC 纹理库上的分类正确率均有不同程度的提高,平均分类正确率分别提高 12.8% 和 7.9%,说明本文算法针对纹理图像分类具有较高的精度和较好的鲁棒性。

关 键 词: 纹理分类; 多特征融合; 特征词袋(BoF); 灰度梯度共生矩阵(GGCM); 尺度不变特征转换(SIFT)

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1869-09

纹理是航空影像、空中目标图像、遥感图像上的重要信息,通过纹理分析提取特征参数能获得纹理的定量或定性描述。纹理分类是纹理分析研究的重要研究方向之一[1],在航空影像分析、空中目标识别与跟踪、场景分析与识别、图像识别与检索等航空航天领域有着重要的应用。

由于纹理本身的微观异构、复杂性、不明确性等特点,纹理的准确描述与识别是一个复杂和困难的问题[2]。杨俊俐等[3]结合纹理特征、颜色特征与条件随机场中的自相关势能来描述遥感图像的区域特征及上下文分布信息,实现了遥感图像的准确自动标注。Muller 和 Niekerk[4]从高分辨率卫星图像中提取出 25 维混合纹理特征,用于调查不同高度的高空间分辨率在检测盐碱化受影响区域的重要性,能产生较好的回归模型。针对遥感图像中云的自动探测问题,曹琼等[5]分别采用分形纹理特征和灰度共生矩阵(GLCM)纹理特征描述云区域和下垫面区域,并用这 2 种纹理特征构建最小二维分类空间,实现了高效的云自动检测。上述研究成果表明,采用纹理特征进行图像分析,一方面证明了用纹理表征图像的重要作用;另一方面对于不同应用,需要结合其他特征描述才能达到更好的效果,说明研究具有更强描述性能及鉴别能力的纹理特征仍需进一步探索。

特征词袋(BoF)模型通过统计区域特征的全局相似性来表示图像,是一种新颖有效的图像内容表征算法[6],近年来,BoF 模型已在计算机视觉与模式识别领域获得诸多突出成果,但传统 BoF

收稿日期: 2017-11-21; **录用日期**: 2017-12-29; **网络出版时间**: 2018-03-06 16:32
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180306.1557.005.html
基金项目: 国家自然科学基金(61262019, 61402102); 航空科学基金(2015ZC56009); 江西省优势创新团队项目(20113BCB24009); 江西省自然科学基金(20151BAB207042); 江西省教育厅科技项目(GJJ160554, GJJ170432)
* **通信作者**. E-mail: liming@nchu.edu.cn

引用格式: 汪宇玲, 黎明, 李军华, 等. 基于 BoF 模型的多特征融合纹理图像分类[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1869-1877. WANG Y L, LI M, LI J H, et al. Texture image classification based on BoF model with multi-feature fusion[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1869-1877 (in Chinese).

北航学报 赠阅

模型的无序表达方式没有体现区域空间关系,亦丢失了区域特征的尺度、方向和位置信息[7]。Santos 等[8]提出一种新的基于 6 种最先进纹理特征的描述符集合并应用于病毒分类,同时指出 BoF 是一种特别有效的纹理特征融合方法。Nanni 和 Melucci[9]提出了一种基于投影的纹理描述新方法,对词袋特征、局部相位量化特征和局部三值模式特征设置了不同的权值,该方法有效提高了纹理描述性能。Yuan 等[10]提出了一种改进的词袋模型用于内镜图像的自动息肉检测,该模型使用完备局部二值模式(CLBP)和尺度不变特征转换(SIFT)得到最佳分类性能。Cao 等[11]在用 BoF 描述手势姿态图像表面纹理特征的基础上,实现了 3 种异构特征的融合,再利用多核分类器取得了更高的识别率。上述算法将基于 BoF 模型的各种纹理分类算法应用到不同领域中并验证了该模型的有效性,但均较少甚至没有考虑到 BoF 模型忽略了纹理图像的空间及几何信息,同时传统 BoF 模型的区域纹理特征描述单一,在图像的理解、图像内容表述方面仍有较大提升空间。

虽然基于 BoF 模型的图像特征描述及分类技术研究已取得较大进展,但是 BoF 模型缺乏空间与几何信息,对纹理图像内容表达不明显等问题仍然是困扰该项研究进一步发展的瓶颈。针对以上问题,本文提出一种基于 BoF 模型的多特征融合纹理分类(PBoFF)算法。该算法首先将不同特征进行特征重要性加权融合,选择含有图像空间及几何特征的灰度梯度共生矩阵(GGCM)为区域融合纹理特征之一,以弥补 BoF 特征缺失空间及几何信息的问题。同时 BoF 的全局统计特性,能提升对较大纹理基元图像的描述效果,增强纹理表述能力。其次,提出了基于鉴别能量分析的融合特征词典生成算法,分辨能力强的特征单词具有更高的鉴别能量,更有利于纹理分类。以上 2 点使得 PBoFF 算法具有更强的鲁棒性,性能更优。

1 BoF 模型及其缺陷分析

BoF 模型是由 Joachims[12]在 1997 年提出,其用一组无序的有代表性的特征单词来表示视觉内容,并使用给定图像中单词出现的频率来表达图像。由于需要生成特征词典,因此传统的 BoF 模型需要大量的训练图像。如图 1 所示,首先对训练图像进行区域选取,并计算各区域的特征描述子,则每个区域用一个特征向量表示,由此产生大量的区域特征描述信息,即特征向量集;然后对特征向量聚类,每个聚类中心即为具有代表性的特征单词,所有的特征单词即构成特征词典。如图 2所示,计算一个特定图像的 BoF 向量,首先将所有提取的区域描述为特征词典中对应的若干特征单词,构成该特定图像的特征词袋;然后计算每个单词的出现频率,并规范化形成统一的 BoF 向量。关于图像区域选择、区域特征描述、聚类方法生成特征单词及 BoF 向量相似度测量与量化均有多种实现技术,文献[13-14]证明这些选择会对最终分类性能产生影响。

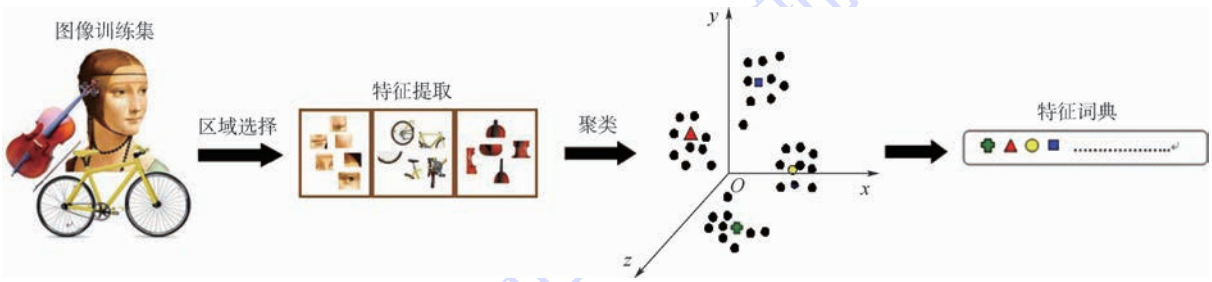


图 1 生成特征词典

Fig. 1 Feature dictionary generation

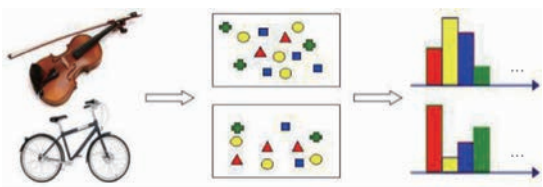


图 2 生成图像 BoF 向量

Fig. 2 Image BoF vector generation

虽然 BoF 模型是一个简单有效的基于区域层次的图像描述,但其在处理复杂纹理图像分类时也存在明显的不足:

1)作为一个非结构化表示,BoF 向量没有空间分布信息和几何信息,因此可以使用空间/几何信息增强 BoF 模型的表征性能。较典型的方法有空间金字塔 BoF 和分层 BoF[15]等,但这些方法显著增加了算法复杂度,且空间金字塔或分层结构与图像本身特征点的空间关系关联度较弱。

2）大多数自然纹理通常是规则纹理和随机纹理的复杂组合，而 BoF 模型的区域特征描述多采用单一特征，对自然纹理的表示比较困难。鉴于不同特征往往彼此互补，多特征描述符组合通常比使用单一特征描述符有更好的表示结果，因此，采用多特征融合的方法描述区域特征能够获得更好的表示效果。

3）聚类通常被用于构造特征单词，更适合构建密集的区域特征空间，稀疏区域则很容易被忽略。克服这个缺陷的方法需要改善特征单词的区别度，文献[14]利用验收半径来确保特征单词更均匀分布，但也削弱了强描述单词的鉴别能力。

2　PBoFF 多特征融合纹理分类

纹理可以认为是纹理基元的重复[16]，则纹理图像可以表示为统计纹理基元出现的频率，这符合词袋模型描述图像的思想。本文针对 BoF 模型的不足提出 PBoFF 算法，选择含空间几何信息的 GGCM 和 BoF 模型的区域特征 SIFT 进行融合，弥补 BoF 表征图像时空间与几何信息缺失的问题，增强纹理表述能力。进一步采用动态权重鉴别能量分析方法对聚类生成的特征单词进行最优参数选择，改善特征单词的区别度，提升词袋模型的鉴别性能。

2.1　融合纹理特征表示

BoF 模型首先需要对训练图集的每一幅图像进行区域选取，一种重要的选取方法是 SIFT 关键点检测技术，较适用于内部信息丰富、特征变化大的图像；另一种易实现的选取方法是区域划分法，但该方法受基元大小、灰度级数等影响较大。PBoFF 算法选择 SIFT 关键点检测方法选取区域，然后获取基于特征重要性加权融合的区域纹理特征描述。

2.1.1　灰度梯度共生矩阵

GGCM 通过统计空间上灰度梯度对出现的频度，清晰描述了图像中各像素点灰度和梯度的分布规律，也描述了邻域像素点的空间关系及图像的几何特征信息，能一定程度弥补 BoF 模型图像表示缺乏空间信息的弱点。

由 GGCM 导出的纹理特征具有良好的鉴别能力，其元素 $\boldsymbol{H}(x,y)$ 定义为在分别归一的灰度和梯度图像中具有灰度值 x 和梯度值 y 的像点数[17]。本文采用平方求和计算图像 GGCM，为提高算法运行效率，对图像灰度级离散化，将灰度级从原图的 256 级线性变换到 32 级[18]，并归一化 GGCM，归一变换为

$$\hat{\boldsymbol{H}}(x,y)=\frac{\boldsymbol{H}(x,y)}{\sum_{x=0}^{L_f-1}\sum_{y=0}^{L_g-1}\boldsymbol{H}(x,y)} \tag{1}$$

式中：$\sum_{x=0}^{L_f-1}\sum_{y=0}^{L_g-1}\boldsymbol{H}(x,y)=M\times N$，$L_f$ 和 L_g 分别为归一化后的最大灰度值和最大梯度值，M 和 N 分别为图像的宽度和高度。参照文献[17]的 15 个特征计算公式可以导出 15 维的纹理特征参数。

2.1.2　SIFT 特征

SIFT 是一种基于尺度空间，对图像旋转、缩放、平移、仿射变换保持不变性的局部特征描述子[19]，能允许光照变化、视角变化、较大局部形状变形等变化[20]。SIFT 使用高期核函数产生多尺度空间，并利用高斯差分（DoG）算子做极值检测得到稳定独特的关键点。再计算每个关键点邻域像素的梯度方向信息，假设图像尺度空间函数为 $S(x,y)$，则梯度 $g(x,y)$ 和方向 $\theta(x,y)$ 计算公式分别为

$$g(x,y)=[(S(x,y+1)-S(x,y-1))^2+(S(x+1,y)-S(x-1,y))^2]^{\frac{1}{2}} \tag{2}$$

$$\theta(x,y)=\arctan\frac{S(x,y+1)-S(x,y-1)}{S(x+1,y)-S(x-1,y)} \tag{3}$$

在获取图像关键点的梯度方向信息后，根据文献[19]对 SIFT 描述子的定义，本文通过统计梯度方向直方图计算关键点的特征描述子，直方图峰值代表关键点的主方向。首先设定关键点为中心的窗口大小为 16×16，窗口内种子点区域大小为 4×4，然后分别计算每个种子点 8 方向的梯度累加信息，并计算梯度方向直方图，最后得到 $4\times4\times8=128$ 维的 SIFT 纹理特征参数。

2.1.3　特征重要性加权融合

使用不同特征提取算法获得的特征信息通常数据维数增多，且有特征冗余，合理选择特征信息并对不同特征进行重要性加权，在聚类效果上往往优于简单的特征联合方法。文献[18]对图像特征采用 FIW（Feature Important Weight）算法进行特征重要性加权融合，明显降低了纹理特征的维数，减少了后续分类算法的复杂度。为减少特征冗余，采用 FIW 算法对 2 种特征进行特征重要性加权融合，步骤如下：

步骤 1　设提取的 SIFT 和 GGCM 特征为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}}$ 和 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}$，运用改进 ReliefF 算法[18]计算 SIFT 和 GGCM 的特征权值 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{SIFT}}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{GGCM}}$。

步骤 2　选择 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{SIFT}}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{GGCM}}$ 中大于 0 的权值并进行排序，对应的特征向量 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}}$ 和 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}$ 同步对应更新，即特征向量筛选为权值大于 0 的所有

北航学报 赠阅

特征,并按权值由大到小进行排序。此步骤将权值为负不利于分类的特征去除,记所得特征为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}}^{(1)}$ 和 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}^{(1)}$,特征权值为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{SIFT}}^{(1)}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{GGCM}}^{(1)}$。

步骤 3 采用相关性度量方法计算 2 个特征之间的相关性,去除相关系数大于 0.6 的强相关或极强相关冗余特征,并将对应的特征权值向量去除,记所得特征向量为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}}^{(2)}$ 和 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}^{(2)}$,特征权值向量为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{SIFT}}^{(2)}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{GGCM}}^{(2)}$。

步骤 4 将 SIFT 和 GGCM 剩余的特征权值向量使用均方根进行归一化处理,得到特征重要性权值向量,假设由步骤 3 得到的 SIFT 特征向量维度为 m_{SIFT},GGCM 特征向量维度为 m_{GGCM},则

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{SIFT}}^{\mathrm{FIW}}(i) = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}}^{(2)}(i)) \Big/ \sum_{i=1}^{m_{\mathrm{SIFT}}} \boldsymbol{W}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}}^{(2)}(i)) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{GGCM}}^{\mathrm{FIW}}(j) = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}^{(2)}(j)) \Big/ \sum_{j=1}^{m_{\mathrm{GGCM}}} \boldsymbol{W}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}^{(2)}(j)) \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}}^{(2)}(i))$ 和 $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}^{(2)}(j))$ 分别为由步骤 3得到的第 i 维 SIFT 特征权值向量和第 j 维 GGCM 特征权值向量。

步骤 5 最后计算融合特征矩阵 **FIWSG**,公式如下:

$$\mathbf{FIWSG} = [\boldsymbol{W}_{\mathrm{SIFT}}^{\mathrm{FIW}} \times \boldsymbol{F}_{\mathrm{SIFT}} \quad \boldsymbol{W}_{\mathrm{GGCM}}^{\mathrm{FIW}} \times \boldsymbol{F}_{\mathrm{GGCM}}] \tag{6}$$

2.2 特征词典构建

设数据库中有 $C \times N_{\mathrm{im}}$ 个训练样本,其中 C 为种类数,N_{im} 为每类训练样本数,对训练图像采用关键点检测技术进行采样,假设采样数为 N_{o},用 FIWSG 融合特征作为特征描述子,简记为 $\boldsymbol{F}$,则所有特征描述子构成特征集 $\boldsymbol{F}^*$ 为

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}_j = [\mathbf{FIWSG}_k]^{\mathrm{T}} & k = 1,2,\cdots,N \\ \boldsymbol{F}_i^* = [\boldsymbol{F}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{F}_j \quad \cdots \quad \boldsymbol{F}_{N_{\mathrm{im}}}] & j = 1,2,\cdots,N_{\mathrm{im}} \\ \boldsymbol{F}^* = [\boldsymbol{F}_1^* \quad \cdots \quad \boldsymbol{F}_i^* \quad \cdots \quad \boldsymbol{F}_C^*] & i = 1,2,\cdots,C \end{cases} \tag{7}$$

对每一类特征集 $\boldsymbol{F}_i^*$ 聚类产生特征单词,生成特征子词典 $\boldsymbol{D}_i$,得到融合特征词典集为 $\boldsymbol{D} = \{\boldsymbol{D}_i\}(i = 1,2,\cdots,C)$。词典大小应与图像数据库中图像种类的数量、每种图像样本的数量及关键点检测的区域数量等密切相关,但目前还没有确定合适且有理论依据的 K 值设定方法,为方便计算,根据前期的实验及经验数据拟合,设计了词典特征单词量的自动生成公式,假设每幅图像碎片数为 N_{p},使用的特征词典容量 K 的生成公式为

$$K = C\varepsilon\sqrt{N_{\mathrm{im}}}\lg N_{\mathrm{p}} \tag{8}$$

式中:ε 为特殊控制系数,默认值为 1。为改善特征单词区别度,采用动态鉴别能量分析(DWDPA)方法进一步对单词进行优选加权生成新的融合特征词典。DWDPA 是一种能自适应进行特征选择和加权调节的有效方法,可以作为算法的后处理优化方式以提高算法的鉴别性能,且对于不同数据库有较好的鲁棒性[21]。

DWDPA 对图像离散余弦变换后的系数矩阵计算鉴别能量(P),再由 P 分量所占比重进行动态加权,实现系数优选。P 系数取决于 2 个因素:类间变化和类内变化。如果类间变化大而类内变化小,则 P 大,因此鉴别能量可以用类间方差和类内方差的比来估计,大的 P 值意味更好的鉴别能力。假设特征词典有 C 类共 U 个单词,每个单词维度为 V,每一类单词的方差为 $V_{ij}^{(C)}$,则全部类别方差的均值 $V_{ij}^{(W)}$ 计算公式如下:

$$V_{ij}^{(W)} = \frac{1}{C}\sum_{c=1}^{C} V_{ij}^{(C)} \quad c = 1,2,\cdots,C \tag{9}$$

P 系数计算公式如下:

$$P(i,j) = \frac{V_{ij}^{(B)}}{V_{ij}^{(W)}} \quad 1 \leqslant i \leqslant U, 1 \leqslant j \leqslant V \tag{10}$$

式中:$V_{ij}^{(B)}$ 为全部单词的方差。根据 P 大小排序,选取前 n 个具有更高鉴别能量的单词,再依据 P 分量的比重对单词动态加权。建立了具有鉴别能量的融合特征词典后,就可以用词典中的特征单词表征图像,得到融合特征能量词袋,词袋模型表征图像的方法与传统 BoF 模型一致,不再累述。

2.3 PBoFF 算法

根据以上分析,本文提出的 PBoFF 算法能产生具有鉴别能量的强纹理描述特征单词,这些单词包含了图像的空间、几何特征和统计特征等,对各类复杂纹理图像如旋转扭曲纹理、边缘模糊纹理、光照变化纹理及杂乱纹理等具有较好的表征能力。该算法主要分为 3 个部分:融合特征提取与表示、构建特征词典得到图像的词袋模型和纹理分类,其流程如图 3 所示。首先进行区域采样,选取局部纹理图像,提取所有区域的 GGCM 特征和 SIFT 特征,并对不同特征进行重要性加权融合;其次,对融合特征聚类产生特征单词,并使用动态加权鉴别能量分析(GWDPA)对单词优选和加权,再对融合特征向量使用优选和加权后的特征单词进行指派,形成训练集融合 BoF 模型;最后,采用相同方法获得待测试图像的融合 BoF,并用支持向量机训练并得到分类结果。PBoFF 算法训练生成纹理分类器具体步骤如下:

北航学报 赠阅

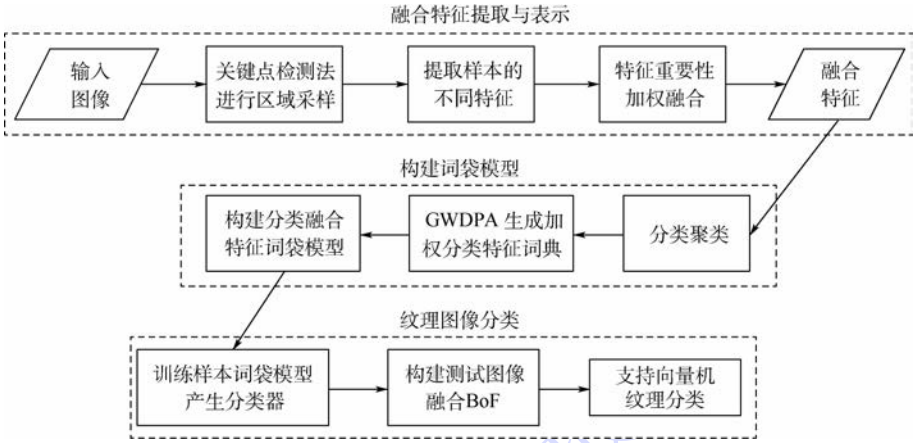


图 3　基于 BoF 和多特征融合的纹理图像分类算法流程图

Fig. 3　Flowchart of texture image classification algorithm based on BoF and multi-feature fusion

输入:纹理图库训练集

输出:Classifier

Begin

1）纹理特征提取。

a）采用关键点检测法,分别提取每张训练图像所有区域的 GGCM 和 SIFT 特征,形成初步的区域特征描述。

b）按 2.1.3 节方式将 2 组特征进行重要性加权融合,得到融合特征向量,获得区域特征描述。

2）构建融合特征词典。

a）采用矢量量化方法对融合特征向量聚类,每个聚类中心表示一个特征单词,所有聚类中心形成初步的特征词典。

b）对高低频单词区别对待,采用 GWDPA 进行最优参数特征单词的优选与加权,获得最终的融合特征词典。

3）图像表示。将各训练图像的区域特征分配给融合特征词典中与其距离最近的特征单词,然后统计特征单词对应的词频,构建 BoF 向量。

4）对 BoF 用支持向量机进行训练,利用训练集合建立分类模型。

5）提取每个测试图像的区域特征描述,利用分类模型进行预测,得到分类结果。

End

3　实验结果与分析

实验使用 UIUC[22] 纹理库,库中包含了不同物体表面的 25 类自然纹理,每类 40 幅灰度图像,每幅图像尺寸为640像素 ×480像素,图4为部分纹理图像。从图 4 可以看出图像拍摄的视点和焦距不同,图像存在光照、尺度及旋转变化,图像纹理有的清晰、有的边缘模糊、有的平缓、有的杂乱、有的扭曲,且存在不同纹理相似性较高,相同纹理有较大差异的情况,能从人眼感官角度对纹理进行定性分析从而较全面地测试算法的性能。

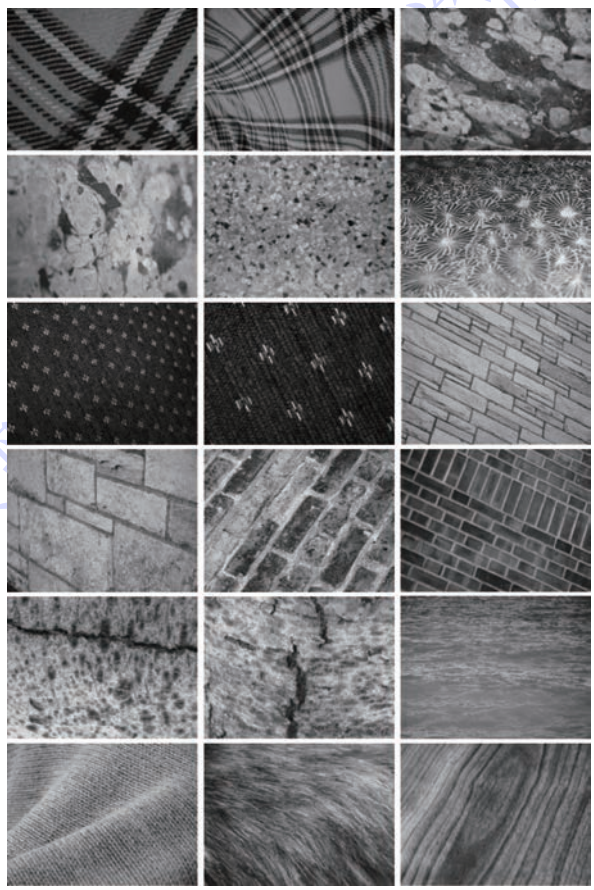


图 4　实验用部分纹理图像示例

Fig. 4　Partial texture image samples in experiments

北航学报 赠阅

3.1 PBoFF 算法分类性能分析

为了分析使用融合特征描述区域纹理及词典大小对 PBoFF 算法分类性能的影响,仿真测试实验分为 2 组:分别使用不同大小特征词典的 PBoFF 算法分类性能分析,单一特征结合 BoF 模型与 PBoFF 算法分类正确率比较。

进行分组实验前首先分析单一特征结合 BoF 模型是否比使用单一特征具有更好的分类效果,实验将每类图像的一半 20 张用于训练,另一半用于测试,词典大小设置为 300。表 1 数据显示,在本实验方案下 GGCM 相比 GLCM 能更好地辨识 UIUC 库中图像,其分类正确率更为理想;结合 BoF 模型,分别采用 GLCM、GGCM 描述区域纹理特征,分类的正确率比用单一特征进行分类的正确率均要高,说明使用了词袋模型后,在大幅降低特征数据量的情况下,进行纹理图像分类仍保有更好的效果。

为了分析特征词典大小对 PBoFF 算法分类性能的影响,依据式(8)设置不同的特殊控制系数 ε,分别取 0.1、0.2、0.5、1,则词典大小分别为 58、116、290、580,第 1 组实验在每类图像中选择 30 幅图像训练,剩余 10 幅作测试,分类工具箱使用 LIBSVM[20],在 UIUC 数据集上的实验结果如表 2 所示。实验数据显示随着词典容量的增大,分类正确率(CCR)稳步提升,但计算时间也成倍增长。在词典容量较小时,相似纹理图像的特征可能聚集为相似的特征单词,以致算法分类性能降低,随着词典容量增大,分类性能也在稳步提高,但当特征单词数量达到一定程度时,相似纹理的特征单词与同一纹理的不同特征单词均有增加,性能提升会减缓甚至减退。比较词典容量为 58 和 580 的分类正确率,仅相差 3.7%,可以看出当词典容量成倍缩小时,分类正确率下降不多,较为稳定。

表 1 单一特征及其结合 BoF 模型分类正确率比较

Table 1 Comparison of classification accuracy of single feature and its BoF model %

特 征	分类正确率	
	GLCM	GGCM
单一特征	75.8	87.8
结合 BoF 模型	78.3	90.6

表 2 特征词典容量对 PBoFF 算法分类性能的影响

Table 2 Effect of feature dictionary capacity on classification performance of PBoFF algorithm

词典容量	分类正确率/%	时间/s
58	94.4	3.688 821
116	96.5	5.364 589
290	98.4	15.394 532
580	98.1	33.014 725

此次实验的时间计算为完整运算流程的执行时间,其中包含了分类器的生成时间,但实际应用中分类器一般不需要重新计算,而测试分类的计算时间数量级则在 10^{-2} s,完全可以满足应用需要。测试运行环境为:MATLAB R2016b、Intel(R) Core(TM)2 Quad CPU Q9400 2.66GHz 和 8GB 的 RAM。

第 2 组实验训练与测试图像数不变,取 ε = 0.2,特征词典容量则为 290,采用不同种支持向量机分类方法,依次为径向基核支持向量机(rbf-svm)、直方图交叉核支持向量机(hik-svm)、空间金字塔匹配径向基核支持向量机(Prbfsvm)、空间金字塔匹配直方图交叉核支持向量机(Phiksvm),单一特征分别为灰度共生矩阵 GLCM、灰度梯度共生矩阵 GGCM、灰度平滑矩阵 GSCM、尺度不变特征转换 SIFT。

图 5 的实验结果显示 hik-svm 的分类效果最好,而加入了空间金字塔划分的 Prbfsvm 和 Phiksvm 分类方法,其性能有的微降或不变,少数有提高。比如对于已经含有空间特征的 GGCM 词袋,rbf-svm 的分类正确率为 92.8%,加入空间金字塔划分后的 Prbfsvm 只有 90%;而对于 SIFT 词袋,hik-svm 的分类正确率为 91.7%,而加入空间金字塔划分后的 Phiksvm 达到 96.7%。此实验数据说明对于不具有空间信息的 SIFT 词袋特征,加入空间金字塔划分后分类性能有提高,但对于已具

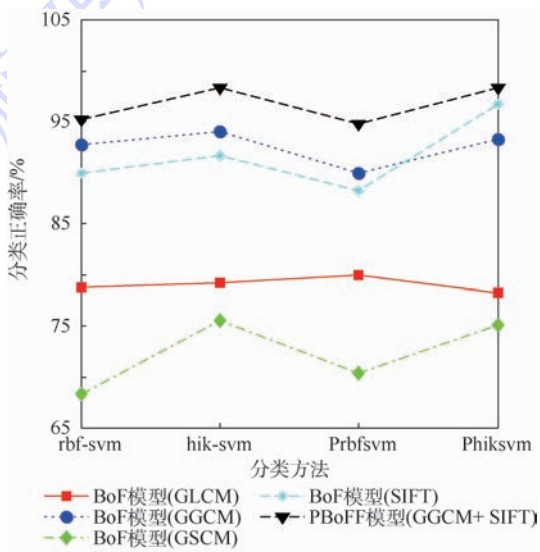


图 5 单一特征 BoF 模型与 PBoFF 算法分类正确率比较

Fig. 5 Comparison of classification accuracy between single feature BoF model and PBoFF algorithm

北航学报 赠阅

有空间信息的 GGCM 词袋特征，在相同的实验方案下加入空间金字塔划分后分类性能没有提高，而算法复杂度却是增加了。实验结果也表明使用 PBoFF 算法比区域纹理描述为单一特征的 BoF 算法的分类正确率要高，其中采用 hik-svm 的分类效果比较好，平均分类正确率提高 12.8%。

3.2　PBoFF 算法分类性能比较

在 UIUC 数据集上，比较当前分类正确率较高的文献[23]中的凹凸局部二值模式算法，其结果如图 6 所示。凹凸局部二值模式算法采用凹凸划分(CCP)方法分别在凹凸邻域中统计每一类特征再组合用于纹理分类，在(24，3)邻域条件下，经 CCP 改进的凹凸局部三值模式(CCLTP)、凹凸完备二值计算(CCCLBC)、凹凸完备二值模式(CCCLBP)算法获得更好的效果，CCCLBC 在训练图像数量为 20 时正确率可达到 86.5%。本文提出的 PBoFF 算法在训练样本数为 15 时就已经获得了更高的分类正确率，训练图像数量为 20 时分类正确率为 92.6%，不同样本数量下，PBoFF 算法均表现出更好的分类性能，平均分类正确率提高 7.9%。

综合分析本节实验结果，GGCM 对细纹理及模糊边缘图像显现出较好的性能，SIFT 在解决发生旋转、缩放、平移、光照影响及杂乱等问题上有良好表现。本文提出的 PBoFF 算法将 2 种特征融合描述区域纹理及对特征单词赋予鉴别能量的方法构建特征能量词袋，在 UIUC 自然纹理库上的分类正确率达到了 98.4%，分类正确率都有较大提升，且具备较好的稳定性，体现出本文算法更好的纹理分类性能。

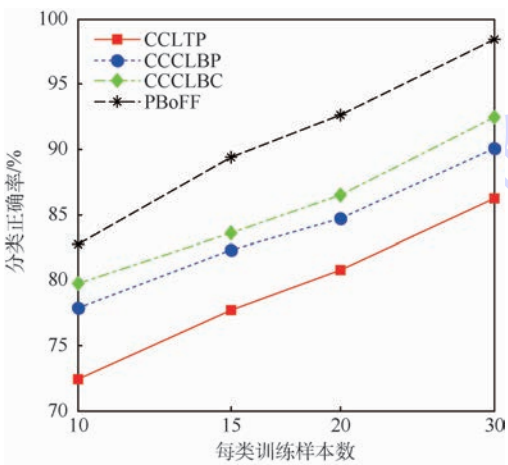


图 6　本文算法与文献[23]的结果比较

Fig. 6　Comparison of results between proposed algorithm and Ref. [23]

4　结　论

针对 BoF 作为一种非结构化模型，存在缺乏空间和几何信息的明显缺陷及对图像内容表述不明显等问题，本文提出一种结合 BoF 和多特征融合的纹理图像分类方法——PBoFF 算法。

1) PBoFF 算法在 BoF 模型中使用特征重要性加权算法融合 GGCM 纹理特征，利用不同特征的优势互补，有效弥补了 BoF 特征缺失空间和几何信息的问题，并通过 BoF 的全局统计特点弥补了 GGCM 对较大纹理描述欠佳的弱点。

2) PBoFF 算法采用 GWDPA 计算融合特征单词的鉴别能量系数，赋予鉴别能力高的单词更大的系数，然后优选生成具有强纹理描述能力的特征单词，构建出能量词袋，提升了词袋特征的鉴别性能。

3) 实验结果表明 PBoFF 算法对各类复杂纹理图像均能取得较好的分类效果，相比传统 BoF 模型及 CCP 等方法分类正确率均有不同程度的提高，说明本文算法针对纹理分类具有较高的精度和较好的鲁棒性。

参考文献（References）

[1] 周莉，胡德文，周宗潭. 综合结构和纹理特征的场景识别[J]. 中国科学：信息科学，2012，42(6)：687-702.
ZHOU L，HU D W，ZHOU Z T. Scene recognition combining structural and textural features[J]. Scientia Sinica Informationis，2012，42(6)：687-702(in Chinese).

[2] 刘丽，匡纲要. 图像纹理特征提取方法综述[J]. 中国图象图形学报，2009，14(4)：622-635.
LIU L，KUANG G Y. Overview of image textural feature extraction methods[J]. Journal of Image and Graphics，2009，14(4)：622-635(in Chinese).

[3] 杨俊俐，姜志国，周全，等. 基于条件随机场的遥感图像语义标注[J]. 航空学报，2015，36(9)：3069-3081.
YANG J L，JIANG Z G，ZHOU Q，et al. Remote sensing image semantic labeling based on conditional random field[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2015，36(9)：3069-3081(in Chinese).

[4] MULLER S J，NIEKERK A V. Identification of WorldView-2 spectral and spatial factors in detecting salt accumulation in cultivated fields[J]. Geoderma，2016，273：1-11.

[5] 曹琼，郑红，李行善. 一种基于纹理特征的卫星遥感图像云探测方法[J]. 航空学报，2007，28(3)：661-666.
CAO Q，ZHENG H，LI X S. A method for detecting cloud in satellite remote sensing image based on texture[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2007，28(3)：661-666(in Chinese).

[6] ZHANG X，YANG Y H，HAN Z，et al. Object class detection：A survey[J]. ACM Computing Survey，2013，46(1)：1-53.

北航学报 赠阅

[7] 梁晔,于剑,刘宏哲. 基于 BoF 模型的图像表示方法研究[J]. 计算机科学,2014,41(2):36-44.
LIANG Y, YU J, LIU H Z. Study of BoF model based image representation[J]. Computer Science, 2014, 41(2): 36-44(in Chinese).

[8] SANTOS F L C D, PACI M, NANNI L, et al. Computer vision for virus image classification[J]. Biosystems Engineering, 2015, 138(1): 11-22.

[9] NANNI L, MELUCCI M. Combination of projectors, standard texture descriptors and bag of features for classifying images[J]. Neurocomputing, 2016, 173(1): 1602-1614.

[10] YUAN Y, LI B, MENG Q H. Improved bag of feature for automatic polyp detection in wireless capsule endoscopy images[J]. IEEE Transactions on Automation Science & Engineering, 2015, 13(2): 1-7.

[11] CAO J, YU S, LIU H, et al. Hand posture recognition based on heterogeneous features fusion of multiple kernels learning[J]. Multimedia Tools & Applications, 2015, 75(19): 1-20.

[12] JOACHIMS T. A probabilistic analysis of the rocchio algorithm with TFIDF for text categorization[C]// International Conference on Machine Learning, 1997: 143-151.

[13] MAJI S, BERG A C, MALIK J. Classification using intersection kernel support vector machines is efficient[C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition DBLP. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1-8.

[14] JURIE F, TRIGGS B. Creating efficient codebooks for visual recognition[C]// Proceedings of 10th IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 604-610.

[15] 罗会兰,郭敏杰,孔繁胜. 一种基于多级空间视觉词典集体的图像分类方法[J]. 电子学报,2015,43(4):684-693.
LUO H L, GUO M J, KONG F S. An image classification method based on multiple level spatial visual dictionary ensemble[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(4): 684-693(in Chinese).

[16] JULESZ B. Textons, the elements of texture perception, and their interactions[J]. Nature, 1981, 290(5802): 91-97.

[17] 洪继光. 灰度-梯度共生矩阵纹理分析方法[J]. 自动化学报,1984,10(1):22-25.
HONG J G. Gray level-grandient cooccurrence matrix[J]. Acta Automatica Sinica, 1984, 10(1): 22-25(in Chinese).

[18] 黎明,鲁方波,陈昊. 基于 QWT 和 GLCM 的多特征双重加权纹理分割[J]. 模式识别与人工智能,2014,27(3):263-271.
LI M, LU F B, CHEN H. Dual weighted multi-feature texture segmentation based on QWT and GLCM[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2014, 27(3): 263-271(in Chinese).

[19] LOWE D. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110.

[20] CHANG C C, LIN C J. LIBSVM: A library for support vector machines[J]. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology, 2011, 2(3): 1-25.

[21] LENG L, ZHANG J, XU J, et al. Dynamic weighted discrimination power analysis in DCT domain for face and palmprint recognition[C]// International Conference on Information and Communication Technology Convergence. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 467-471.

[22] HOSSAIN S, SERIKAWA S. Texture databases-A comprehensive survey[J]. Pattern Recognition Letters, 2013, 34(15): 2007-2022.

[23] 毋小省,朱世松,孙君顶,等. 基于凹凸局部二值模式的纹理图像分类[J]. 光电子·激光,2014,25(8):1627-1634.
WU X S, ZHU S S, SUN J D, et al. Concave-convex local binary feature for rotation invriant texture classification[J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2014, 25(8): 1627-1634(in Chinese).

作者简介:

汪宇玲 女,博士研究生,副教授。主要研究方向:图像处理、模式识别。

黎明 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:图像处理、智能计算。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Texture image classification based on BoF model with multi-feature fusion

WANG Yuling[1,2], LI Ming[1,3,*], LI Junhua[3], ZHANG Congxuan[3], CHEN Hao[3]

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;
2. School of Information Engineering, East China University of Technology, Nanchang 330013, China;
3. Key Laboratory of Jiangxi Province for Image Processing and Pattern Recognition, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: The obvious shortcomings of bag of feature (BoF) model are lack of spatial and geometric information in image representation, and poor description of the content of texture image. To solve these problems, we proposed a texture image classification method based on BoF model with multi-feature fusion. The method fuses gray gradient co-occurrence matrix (GGCM) and scale-invariant feature transform (SIFT) as the basic feature description of texture image, uses a dynamic weight to identify energy analysis for the optimal parameter feature selection, quantifies texture feature by BoF, then applies support vector machine to train and predict the image, and finally obtains the classification results. The experimental results show that the proposed method has better performance of texture classification into rotated texture, twisted texture, edge fuzzy texture, light changing texture, messy texture, etc. The average classification accuracy of the proposed method on the UIUC texture database increases by 12.8% and 7.9% respectively compared with the conventional BoF model and concave-convex partition (CCP) methods, which indicates that the proposed method has higher accuracy and better robustness for texture image classification.

Keywords: texture classification; multi-feature fusion; bag of feature (BoF); gray gradient co-occurrence matrix (GGCM); scale-invariant feature transform (SIFT)

北京航空航天大学学报

Received: 2017-11-21; **Accepted**: 2017-12-29; **Published online**: 2018-03-06 16:32

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180306.1557.005.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61262019, 61402102); Aeronautical Science Foundation of China (2015ZC56009); Jiangxi Advantage Innovative Research Team (20113BCB24009); Jiangxi Natural Science Foundation, China (20151BAB207042); Science and Technology Project of Education Department of Jiangxi Province (GJJ160554, GJJ170432)

* **Corresponding author**. E-mail: liming@nchu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0727

环面蜗轮滚刀螺旋槽前刀面设计及修正方法

杨杰[1], 李海涛[1,2,*], 芮成杰[1], 董学朱[1]
(1. 中国农业大学 工学院, 北京 100083; 2. 现代农装优化设计北京市重点实验室, 北京 100083)

摘 要: 为提高环面蜗轮滚刀的切削性能及滚齿效率,将滚刀的容屑槽设计成螺旋槽,减小刀齿两侧前角的绝对值,均衡两侧刃的切削条件。根据齿轮啮合理论和环面蜗杆成形原理,以滚刀基本蜗杆分度环面螺旋线的导程角和前刀面曲线的导程角互余为依据,提出一种由圆柱产形面变传动比展成环面蜗轮滚刀螺旋槽前刀面的方法;计算得到滚刀分度环面处的前角近似为0°,而刀齿左侧的前角从齿顶到齿根由正值变为负值,右侧前角从齿顶到齿根由负值变为正值,并且正前角和负前角的绝对值较大。进一步对滚刀前刀面进行修正,将修正后的滚刀模型导入VERICUT软件中,测量其前角,验证设计方法的正确性。结果表明,该方法能够解决滚刀两侧前角绝对值较大的问题,各刀齿左右两侧的前角控制在-0.6°~0.5°之间。

关 键 词: 环面蜗轮滚刀; 螺旋槽; 前角; 圆柱产形面; VERICUT
中图分类号: TH132.4
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1878-10

与圆柱蜗杆传动相比,环面蜗杆传动具有承载能力强、体积小、传动效率高和使用寿命长等优点[1-3]。环面蜗杆传动中的蜗轮通常由蜗轮滚刀滚切而成,滚刀的切削性能影响蜗轮的生产效率和齿面精度[4-5]。对于同一头数的环面蜗轮滚刀,容屑槽的类型决定刀齿刃口线的几何形状和刀齿两侧前角的大小,进而影响滚刀的切削性能[6]。

环面蜗轮滚刀头数较多时,如果容屑槽采用直槽[7-8],滚刀刀齿分度环面上的前角一侧为正值另一侧为负值,且前角的绝对值较大。负前角一侧引起主切削力增大[9],导致切削条件恶劣甚至无法加工[4,10-11]。因此,多头、大模数滚刀通常采用零前角螺旋槽[4]。但是,由于环面蜗轮滚刀的每个刀齿形状不同,每个刀齿在同一环面螺旋线上的螺旋升角也不相同,其螺旋槽无法采用圆柱滚刀[12]和齿轮滚刀[13]一样的设计方法,而且不易保证每个刀齿的左右两侧前角都为0°,只能近似地控制在0°附近。

本文提出一种由圆柱产形面变传动比展成环面蜗轮滚刀螺旋槽前刀面的方法。首先,建立平面二次包络环面蜗轮滚刀前刀面的数学模型,求解刀齿两侧前角,得到每个刀齿从齿顶到齿根左右两侧前角的变化规律。然后,进一步对前刀面进行修正,将修正后的滚刀模型导入VERICUT软件中,测量其前角,验证设计方法的正确性。

1 前刀面展成原理及数学模型

以平面为产形面 Σ_d,一次包络展成螺旋面为 Σ_1 的环面蜗杆,称为平面包络环面蜗杆[1];以 Σ_1 作为滚刀产形面,二次包络展成蜗轮齿面 Σ_2。上述环面蜗杆与蜗轮相配组成平面二次包络环面蜗杆副[1](见图1)。其中,作为滚刀产形面 Σ_1 的环面蜗杆称为滚刀基本蜗杆,以圆柱面为产形面 Σ_{qd},将滚刀基本蜗杆包络出螺旋槽,形成螺旋槽

收稿日期: 2017-11-21; **录用日期**: 2017-12-08; **网络出版时间**: 2018-03-15 08:46
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180314.1736.009.html
基金项目: 国家自然科学基金(51475460)
* **通信作者**. E-mail: h.li@cau.edu.cn

引用格式: 杨杰, 李海涛, 芮成杰, 等. 环面蜗轮滚刀螺旋槽前刀面设计及修正方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1878-1887. YANG J, LI H T, RUI C J, et al. Design and correction method of spiral flute rake face of an hourglass worm gear hob [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1878-1887 (in Chinese).

北航学报 赠阅

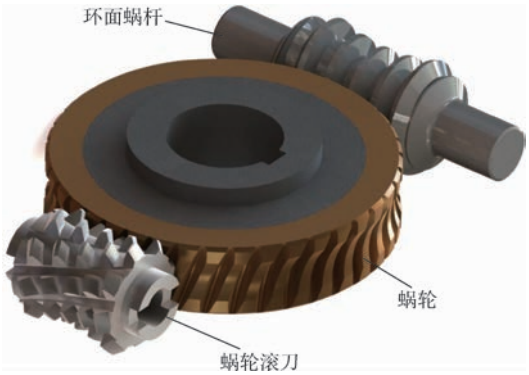


图 1　环面蜗杆传动及蜗轮滚刀

Fig. 1　Hourglass worm driving and worm gear hob

前刀面 Σ_3。滚刀产形面 Σ_1 和螺旋槽前刀面 Σ_3 的交线即为刀齿的刃口线[1]，前刀面 Σ_3 的成形方法决定刀齿刃口线的几何形状和刀齿两侧前角的大小，进而影响滚刀的切削性能。

1.1　由平面产形面 Σ_d 包络展成滚刀基本蜗杆螺旋面 Σ_1

如图 2 所示，取静坐标系 $\sigma_{oi}(O_{oi};\boldsymbol{i}_{oi},\boldsymbol{j}_{oi},\boldsymbol{k}_{oi})$ $(i=1,2)$ 与机架固连[1]。下标“1”表示环面蜗杆，下标“2”表示蜗轮，$a=|\overrightarrow{O_1O_2}|$ 是环面蜗杆副的中心距。

取动坐标系 $\sigma_i(O_i;\boldsymbol{i}_i,\boldsymbol{j}_i,\boldsymbol{k}_i)$ $(i=1,2)$ 分别与蜗杆 1 和蜗轮 2 固连[1]；蜗杆瞬时转角为 φ_1，蜗轮瞬时转角为 $\varphi_2=i_{21}\varphi_1$，$i_{21}$ 为蜗轮和蜗杆的传动比，初始位置 $\varphi_1=\varphi_2=0°$。

取静坐标系 $\sigma_{od}(O_{od};\boldsymbol{i}_{od},\boldsymbol{j}_{od},\boldsymbol{k}_{od})$ 与机架固连[1]，取动坐标系 $\sigma_d(O_d;\boldsymbol{i}_d,\boldsymbol{j}_d,\boldsymbol{k}_d)$ 与刀座固连[1]，加工滚刀基本蜗杆螺旋面时，蜗杆毛坯绕回转轴 $\boldsymbol{k}_{o1}$ 的转速为 $\boldsymbol{\omega}_1$，瞬时转角为 $\varphi_1=|\boldsymbol{\omega}_1|\Delta t$，刀座绕回转轴 $\boldsymbol{k}_{od}$ 的转速为 $\boldsymbol{\omega}_d$，转角为 $\varphi_d=|\boldsymbol{\omega}_d|\Delta t$，初始位置：$\varphi_1=\varphi_d=0°$。

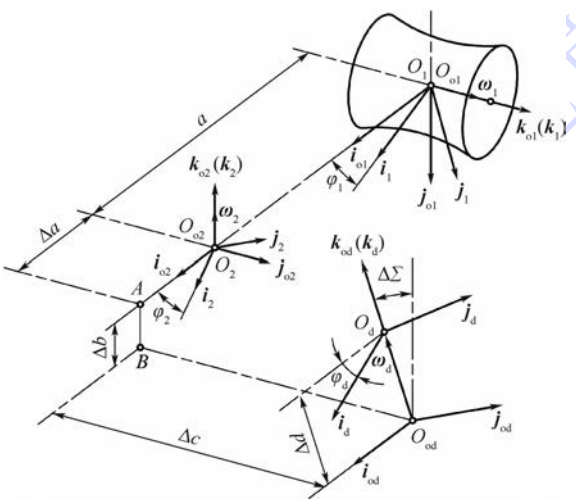


图 2　刀座的位置和坐标系[1]

Fig. 2　Position and coordinate systems of grinding head[1]

蜗杆毛坯瞬时转角 φ_1 和刀座瞬时转角 φ_d 成正比，即 $\varphi_1=i_{1d}\varphi_d$，$i_{1d}$ 为蜗杆毛坯和刀座的速比。

通过改变刀座与蜗杆毛坯的相对位置和相对运动来实现滚刀基本蜗杆螺旋面的修形，本文中的修形参数：$\Delta b=\Delta c=\Delta d=0$，$\Delta\Sigma=0$，$\Delta a>0$，$\Delta i=i_{1d}-i_{12}$，$i_{12}$ 为蜗杆副的传动比[1]。

如图 3 所示，产形面 Σ_d 与半径为 r_b 的蜗轮主基圆相切；与刀座回转轴线呈 β 角。u 和 v 为产形面 Σ_d 的参数，u 直线与 $\boldsymbol{i}_d$ 平行，v 直线与 u 直线垂直；$\boldsymbol{n}$ 为产形面上任一点处的法向量；Q 为产形面上的任一个点。由平面产形面 Σ_d 包络展成右旋的滚刀基本蜗杆螺旋面 Σ_1。由齿轮啮合原理[14-17]得到滚刀基本蜗杆螺旋面 Σ_1 在 σ_1 中的方程为

$$\begin{cases}(\boldsymbol{r}_1)_1=\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_1,-\varphi_1]\{\boldsymbol{R}[\boldsymbol{i}_{o1},90°]\cdot \\ \qquad \boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_{od},\varphi_d](\boldsymbol{r}_d)_d+(\overrightarrow{O_1O_d})_{o1}\} \\ u=\{[(v/\cos\beta-r_b\tan\beta)]\sin\varphi_d+ \\ \qquad a\tan\beta\}/(\tan\beta\cos\varphi_d+1/i_{12})\end{cases} \tag{1}$$

式中：$(\overrightarrow{O_1O_d})_{o1}=[a,0,0]^{\mathrm{T}}$；$(\boldsymbol{r}_d)_d$ 为产形面 Σ_d 在坐标系 σ_d 中的表达式，且 $(\boldsymbol{r}_d)_d=[-u,r_b-v\sin\beta,v\cos\beta]^{\mathrm{T}}$；坐标变换矩阵分别为

$$\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_1,-\varphi_1]=\begin{bmatrix}\cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0\\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}[\boldsymbol{i}_{o1},90°]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_{od},\varphi_d]=\begin{bmatrix}\cos\varphi_d & -\sin\varphi_d & 0\\ \sin\varphi_d & \cos\varphi_d & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

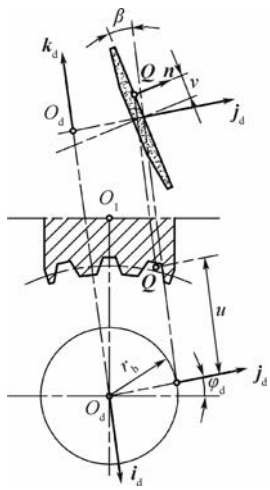


图 3　由平面产形面 Σ_d 包络展成滚刀基本蜗杆螺旋面 Σ_1[1]

Fig. 3　Grinding spiral surface Σ_1 of basic hob worm using a plane generating surface Σ_d[1]

北航学报 赠阅

1.2 由圆柱产形面 Σ_{qd} 包络展成螺旋槽前刀面 Σ_3

建立如图 4 所示的右旋直角坐标系,取静坐标系 $\sigma_{qo1}(O_{qo1};\boldsymbol{i}_{qo1},\boldsymbol{j}_{qo1},\boldsymbol{k}_{qo1})$ 与机架固连,动坐标系为 $\sigma_{q1}(O_{q1};\boldsymbol{i}_{q1},\boldsymbol{j}_{q1},\boldsymbol{k}_{q1})$ 与滚刀基本蜗杆固连,O_{q1} 为坐标原点,O_{qo1} 和 O_{q1} 重合,$\boldsymbol{k}_{qo1}=\boldsymbol{k}_{q1}$ 与滚刀基本蜗杆回转轴线重合。

取静坐标系 $\sigma_{qod}(O_{qod};\boldsymbol{i}_{qod},\boldsymbol{j}_{qod},\boldsymbol{k}_{qod})$ 与机架固连,$\boldsymbol{i}_{qod}=\boldsymbol{i}_{qo1}$,$\boldsymbol{k}_{qod}=-\boldsymbol{j}_{qo1}$。取动坐标系 $\sigma_{qd}(O_{qd};\boldsymbol{i}_{qd},\boldsymbol{j}_{qd},\boldsymbol{k}_{qd})$ 与刀座固连,$\boldsymbol{i}_{qd}=\boldsymbol{i}_{qod}$,$\boldsymbol{k}_{qd}$ 与刀座轴线重合,刀座轴心 O_{qd} 到 A 点的距离为 Z_{qod},$a_q=|\overrightarrow{O_{qod}O_{qo1}}|$ 是两静坐标系的中心距。设定 O_{qod} 和滚刀基本蜗杆回转轴线确定平面 S。

圆柱产形面的轴线与 $\overrightarrow{O_{qod}O_{qo1}}$ 平行,其前端面的圆心与 O_{qd} 重合,以速度 $\boldsymbol{v}_x$ 和 $\boldsymbol{v}_y$ 分别沿着 $\boldsymbol{i}_{qod}$ 轴和 $\boldsymbol{j}_{qod}$ 轴做平移运动,其合速度是 $\boldsymbol{v}_{qd}$。本文中定义:滚刀基本蜗杆绕回转轴 $\boldsymbol{k}_{qo1}$ 的瞬时转速 $\boldsymbol{\omega}_{q1}$ 的绝对值与圆柱产形面沿 $\boldsymbol{j}_{qod}$ 轴移动的瞬时速度 $\boldsymbol{v}_y$ 的绝对值的比值为加工前刀面时的传动比,后文中统一记为传动比 i_{qd1},即 $i_{qd1}=-|\boldsymbol{\omega}_{q1}|/|\boldsymbol{v}_y|$,负号表示加工出的前刀面为右旋,与滚刀基本蜗杆螺旋面的旋向相反。

图 5 为圆柱产形面的示意图,θ 和 h 为产形柱面 Σ_{qd} 的参数,$\theta\geqslant 0$,$h\geqslant 0$。

如图 6 所示,由圆柱产形面 Σ_{qd} 展成螺旋槽前刀面 Σ_3。刀座沿 $\boldsymbol{i}_{qod}$ 轴和 $\boldsymbol{j}_{qod}$ 轴移动的瞬时速度分别为 $\boldsymbol{v}_x$ 和 $\boldsymbol{v}_y$,$\boldsymbol{v}_x=\boldsymbol{v}_y\tan\delta$;圆柱产形面的前端面的运动轨迹为以 R_{fl} 为半径,以 O_{qod} 为圆心的圆弧,且在 σ_{qod} 中的坐标为 $X_{qod}=\int_0^t|\boldsymbol{v}_x|\mathrm{d}t+X_{qod}^0$,$Y_{qod}=\int_0^t|\boldsymbol{v}_y|\mathrm{d}t+Y_{qod}^0$,并且满足:$X_{qod}=\sqrt{R_{fl}^2-Y_{qod}^2}$;坐标的增量分别为 $\mathrm{d}X_{qod}=|\boldsymbol{v}_x|\mathrm{d}t$,$\mathrm{d}Y_{qod}=|\boldsymbol{v}_y|\mathrm{d}t$。

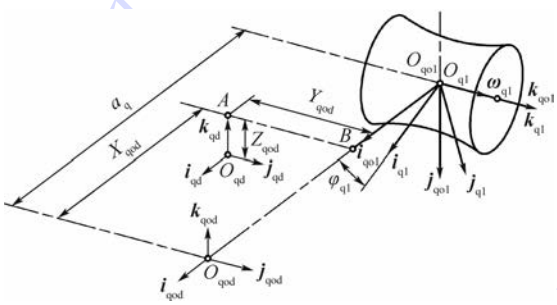


图 4 加工前刀面的坐标系

Fig. 4 Coordinate systems of rake face machining

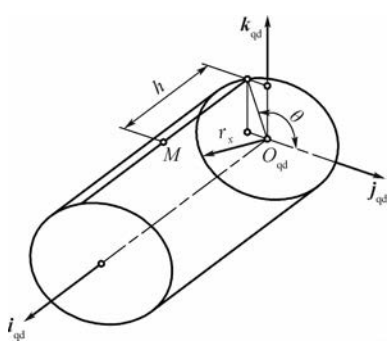


图 5 圆柱产形面

Fig. 5 Cylindrical generating surface

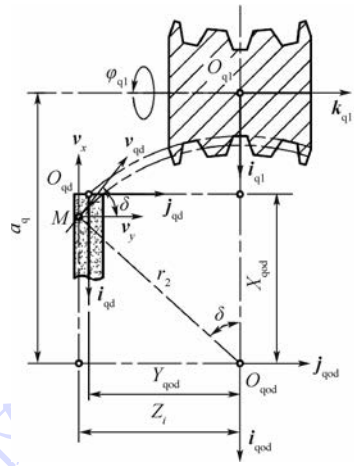


图 6 展成螺旋槽原理图

Fig. 6 Schematic diagram of spiral flute machining

滚刀基本蜗杆绕回转轴 $\boldsymbol{k}_{qo1}$ 的瞬时转速为 $\boldsymbol{\omega}_{q1}$,转角为 $\varphi_{q1}=\int_0^t|\boldsymbol{\omega}_{q1}|\mathrm{d}t+\varphi_{q1}^0$,转角变化量为 $\mathrm{d}\varphi_{q1}=|\boldsymbol{\omega}_{q1}|\mathrm{d}t$。$X_{qod}^0$ 和 Y_{qod}^0 为圆柱产形面在初始位置时的坐标,φ_{q1}^0 为滚刀基本蜗杆在初始位置时的转角。当圆柱产形面运动到其轴线与 $\overrightarrow{O_{qod}O_{qo1}}$ 重合时,其前端面在 σ_{qod} 中的坐标 $X_{qod}=R_{fl}$,$Y_{qod}=0$,此时滚刀基本蜗杆的转角 $\varphi_{q1}=\varphi_h$。其中:r_2 为蜗杆分度圆弧半径,R_{fl} 为蜗杆齿根圆弧半径,φ_h 为滚刀基本蜗杆的喉部转到 S 平面时对应蜗杆毛坯的转角。由齿轮啮合原理[14-17]得到滚刀前刀面 Σ_3 在 σ_{q1} 中的数学模型,表示如下:

$$\begin{cases}(\boldsymbol{r}_{q1})_{q1}=\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_{q1},-\varphi_{q1}]\{\boldsymbol{R}[\boldsymbol{i}_{qo1},90°][(\boldsymbol{r}_{qd})_{qd}+(\overrightarrow{O_{qod}O_{qd}})_{qod}]+(\overrightarrow{O_{qo1}O_{qod}})_{qo1}\}\\ h=-X_{qod}-a_q-1/(i_{qd1}\tan\theta)\end{cases}\tag{2}$$

式中:$(\overrightarrow{O_{qod}O_{qd}})_{qod}=(\overrightarrow{O_{qod}B})_{qod}+(\overrightarrow{BA})_{qod}+(\overrightarrow{AO_{qd}})_{qod}=X_{qod}\boldsymbol{i}_{qod}+Y_{qod}\boldsymbol{J}_{qod}+Z_{qod}\boldsymbol{k}_{qod}$;$h=-X_{qod}-a_q-1/(i_{qd1}\tan\theta)$ 为圆柱产形面加工前刀面的共轭条件方程;$(\overrightarrow{O_{qo1}O_{qod}})_{qo1}=[a_q,0,0]^{\mathrm{T}}$;$(\boldsymbol{r}_{qd})_{qd}$ 为产形柱面 Σ_{qd} 在坐标系 σ_{qd} 中的表达式,且 $(\boldsymbol{r}_{qd})_{qd}=[h,r_x\cos\theta,r_x\sin\theta]^{\mathrm{T}}$,坐标变换矩阵分别为

$$\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_{q1},-\varphi_{q1}]=\begin{bmatrix}\cos\varphi_{q1}&-\sin\varphi_{q1}&0\\ \sin\varphi_{q1}&\cos\varphi_{q1}&0\\ 0&0&1\end{bmatrix}$$

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{R}[\boldsymbol{i}_{\mathrm{qo1}},90°]=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&-1\\0&1&0\end{bmatrix}$$

2　传动比 i_{qd1} 的求解方法

设定：滚刀基本蜗杆分度环面螺旋线的导程角为 γ，前刀面曲线的导程角为 γ_{q}。在滚刀基本蜗杆的各径向截面 $Y_{\mathrm{qod}}=Z_i$（$-0.5L_{\mathrm{w}}\leqslant Z_i\leqslant 0.5L_{\mathrm{w}}$，$L_{\mathrm{w}}$ 为滚刀基本蜗杆的工作长度）处，令导程角满足关系式：

$$\gamma+\gamma_{\mathrm{q}}=\frac{\pi}{2} \tag{3}$$

即

$$\tan\gamma=\frac{1}{\tan\gamma_{\mathrm{q}}} \tag{4}$$

2.1　滚刀基本蜗杆分度环面螺旋线导程角 γ

在滚刀基本蜗杆的各径向截面 $Y_{\mathrm{qod}}=Z_i$ 处，蜗杆毛坯 $\boldsymbol{v}_1$ 与平面砂轮的线速度 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$ 分别为

$$\boldsymbol{v}_1=r_i\boldsymbol{\omega}_1=[a-r_2\cos(\varphi_{\mathrm{d}}-\alpha)]\boldsymbol{\omega}_1 \tag{5}$$

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}=r_2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}} \tag{6}$$

滚刀基本蜗杆分度环面螺旋线的导程角 γ（螺旋面右旋时为正）由式(7)求得[1,18]：

$$\tan\gamma=\frac{|\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}|}{|\boldsymbol{v}_1|} \tag{7}$$

将式(5)和式(6)代入式(7)得

$$\tan\gamma=\frac{r_2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}}{r_i\boldsymbol{\omega}_1}=\frac{r_2}{i_{1\mathrm{d}}[a-r_2\cos(\varphi_{\mathrm{d}}-\alpha)]} \tag{8}$$

式中：r_i 为滚刀基本蜗杆在轴向坐标 Z_i（$-0.5L_{\mathrm{w}}\leqslant Z_i\leqslant 0.5L_{\mathrm{w}}$）处的分度圆半径；$\alpha$ 为蜗轮分度圆压力角；φ_{d} 为加工滚刀基本蜗杆螺旋面时刀座的瞬时转角；$i_{1\mathrm{d}}=\boldsymbol{\omega}_1/\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}$ 为蜗杆毛坯和刀座的速比。

2.2　前刀面曲线的导程角 γ_{q}

如图 6 所示，在滚刀基本蜗杆的各径向截面 $Y_{\mathrm{qod}}=Z_i$ 处，滚刀基本蜗杆和刀座的线速度表达式分别为

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{q1}}=r_i\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q1}}=(a-\sqrt{r_2^2-Z_i^2})\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q1}} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{qd}}=\frac{\boldsymbol{v}_y}{\cos\delta}=\frac{r_2}{\sqrt{r_2^2-Z_i^2}}\boldsymbol{v}_y \tag{10}$$

前刀面曲线（左旋）的导程角 γ_{q}（左旋为负）由式(11)求得：

$$\tan\gamma_{\mathrm{q}}=-\frac{|\boldsymbol{v}_{\mathrm{qd}}|}{|\boldsymbol{v}_{\mathrm{q1}}|} \tag{11}$$

将式(9)和式(10)代入式(11)得

$$\tan\gamma_{\mathrm{q}}=-\frac{r_2}{(a-\sqrt{r_2^2-Z_i^2})\sqrt{r_2^2-Z_i^2}}\cdot\frac{|\boldsymbol{v}_y|}{|\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q1}}|} \tag{12}$$

2.3　i_{qd1} 的表达式

将式(8)和式(12)代入式(4)式求得传动比 i_{qd1} 的表达式为

$$i_{\mathrm{qd1}}=-\frac{r_2^2}{i_{1\mathrm{d}}(a-\sqrt{r_2^2-Z_i^2})\sqrt{r_2^2-Z_i^2}}\cdot\frac{1}{a-r_2\cos(\varphi_{\mathrm{d}}-\alpha)} \tag{13}$$

当 $r_i=r_1$ 时，由式(8)求得滚刀基本蜗杆喉部分度圆导程角 γ_{m} 的表达式为

$$\tan\gamma_{\mathrm{m}}=\frac{r_2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}}{r_i\boldsymbol{\omega}_1}=\frac{r_2}{i_{1\mathrm{d}}r_1} \tag{14}$$

由式(12)求得前刀面曲线的导程角 γ_{q} 为

$$\tan\gamma_{\mathrm{q}}=-\frac{\boldsymbol{v}_y}{r_1\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q1}}} \tag{15}$$

将式(14)和式(15)代入式(4)求得定传动比 i'_{qd1} 的表达式为

$$i'_{\mathrm{qd1}}=-\frac{r_2}{i_{1\mathrm{d}}r_1^2} \tag{16}$$

式中：$r_1=0.5d_1$，d_1 为蜗杆分度圆直径。

3　实　例

本文针对表 1 提供的算例，首先求解导程角和传动比 i_{qd1}。由于本算例是 4 头环面蜗轮滚刀，将滚刀设计为 4 排刀齿可以保证每排刀齿具有相同的前角变化规律，便于讨论。因此，在滚刀圆周方向上加工不同螺旋槽前刀面时传动比一致。

由式(8)求得左侧齿面分度环面螺旋线的导程角在 17.1°～21.4°之间，滚刀基本蜗杆喉部分度圆导程角最大，为 $\gamma_{\mathrm{m}}=21.4205°$；环面蜗轮滚刀左侧齿面螺旋线的导程角和右侧齿面螺旋线的导程角关于 $Z_i=0$ 对称，为照顾左右两侧刀齿

表 1　平面二次包络环面蜗轮滚刀基本参数

Table 1　Basic parameters of plane double enveloping hourglass worm gear hob

参　数	数　值
中心距 a/mm	160
传动比 i_{12}	10
滚刀头数 z_1	4
蜗轮分度圆压力角 α/(°)	21.8667
蜗轮分度圆直径 d_2/mm	255
蜗杆分度圆直径 d_1/mm	65
滚刀齿顶圆弧半径 R_{a1}/mm	122.24
滚刀齿根圆弧半径 R_{f1}/mm	133.24
滚刀工作长度 L_{w}/mm	90
滚刀喉部分度圆导程角 γ_{m}/(°)	21.4205
产形平面轴线倾角 β/(°)	22.5
主基圆直径 d_{b}/mm	95

北航学报 赠阅

的前角都能近似为0°,取分度环面上左右两侧齿面螺旋线导程角的平均值来求解传动比,其导程角的变化规律如图7所示。

由式(16)求得定传动比 $i'_{qd1}=-0.0121$,由式(13)求得传动比 i_{qd1} 的平均值在 $-0.0086\sim-0.0121$ 之间,其变化规律如图8所示。

滚刀基本蜗杆和刀座按照求得的传动比运动,形成如图9所示的螺旋槽前刀面 Σ_3,其中:$L_{3\text{-}1}$、$L_{3\text{-}2}$ 和 $L_{3\text{-}3}$ 分别为螺旋槽前刀面 Σ_3 与滚刀基本蜗杆齿顶环面、分度环面和齿根环面的

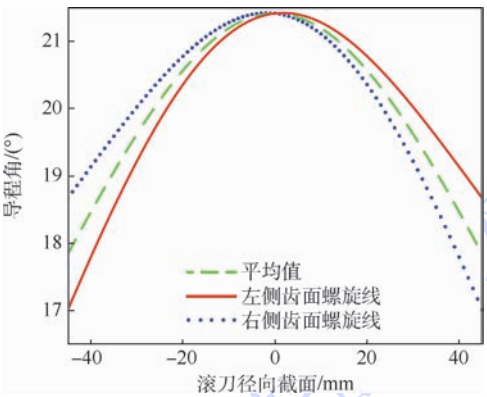


图7 分度环面处螺旋线导程角变化

Fig. 7 Variation of helix lead angle of indexing torus

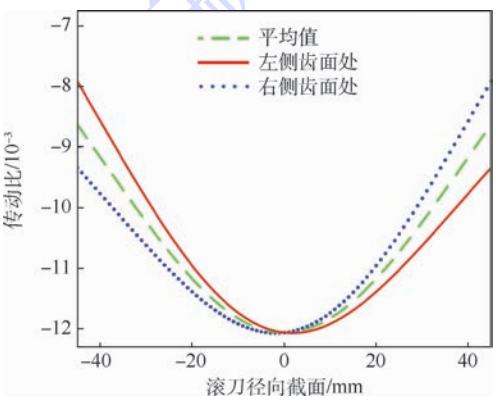


图8 分度环面处传动比变化

Fig. 8 Variation of transmission ratio at indexing torus

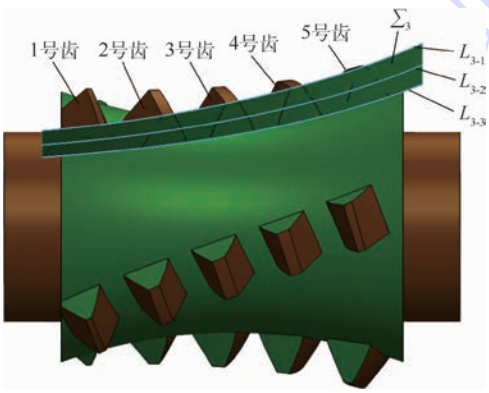


图9 螺旋槽滚刀三维模型

Fig. 9 Three-dimensional model of spiral flute hob

交线。将滚刀基本蜗杆螺旋面 Σ_1 的方程式(1)和螺旋槽前刀面 Σ_3 的方程式(2)联立,即可求得滚刀刀齿的刃口线。设定:滚刀基本蜗杆左侧螺旋面和前刀面的交线为左侧刃口线,左侧刃口线上任一点处的前角为左侧前角,同理,右侧刃口线上任一点处的前角为右侧前角,其中,$L_{3\text{-}1}$、$L_{3\text{-}2}$ 和 $L_{3\text{-}3}$ 与刃口线交点处的前角依次记为 $V_q(R_i=122.24\ \text{mm})$、$V_q(R_i=127.5\ \text{mm})$、$V_q(R_i=132.24\ \text{mm})$。

在 σ_1 坐标系中,由刃口线上任一点在前刀面的法向量 $(\boldsymbol{n}_{q1})_1$ 和在螺旋面的法向量 $(\boldsymbol{n}_1)_1$ 求得该点处的前角 V_q 表达式为[16,19]

$$V_q=\arccos((\boldsymbol{n}_{q1})_1(\boldsymbol{n}_1)_1)-90° \tag{17}$$

式中:$\arccos((\boldsymbol{n}_{q1})_1(\boldsymbol{n}_1)_1)$ 记为该点处的夹角 W_q,$(\boldsymbol{n}_{q1})_1$ 表达式为

$$(\boldsymbol{n}_{q1})_1=\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_{q1},-\varphi_{q1}]\boldsymbol{R}[\boldsymbol{i}_{qo1},90°](\boldsymbol{n}_{qd})_{qd} \tag{18}$$

其中:$(\boldsymbol{n}_{qd})_{qd}$ 表示在刀座动坐标系 σ_{qd} 中 Σ_{qd} 上任一点的单位法矢量,表达式为

$$(\boldsymbol{n}_{qd})_{qd}=[0,-\cos\theta,-\sin\theta]^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

$$(\boldsymbol{n}_1)_1=\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_1,-\varphi_1]\boldsymbol{R}[\boldsymbol{i}_{o1},90°]\boldsymbol{R}[\boldsymbol{k}_{od},\varphi_d](\boldsymbol{n}_d)_d \tag{20}$$

式中:$(\boldsymbol{n}_d)_d$ 表示在刀座动坐标系 σ_d 中 Σ_d 上任一点的单位法矢量,表达式为

$$(\boldsymbol{n}_d)_d=[0,\cos\beta,\sin\beta]^{\mathrm{T}} \tag{21}$$

由式(17)分别求得采用 ϕ6 mm 的圆柱产形面定传动比和变传动比加工滚刀的螺旋槽前刀面时,$L_{3\text{-}2}$ 与刀齿刃口线交点处的前角,结果如表2和表3所示。

由表2和表3可知:采用定传动比加工前刀面时,分度环面上左右两侧前角都在±5°左右,而采用变传动比加工前刀面时,刀齿分度环面上左右两侧前角都在±0.5°左右;变传动比有效减小了刀齿两侧前角的绝对值,使得分度环面上刀齿左右两侧的前角近似为0°。

表2 定传动比加工螺旋槽前刀面对应分度环面上各刀齿左右两侧的前角

Table 2 Rake angles on both sides of cutting teeth on indexing torus of spiral flute rake face processed by fixed transmission ratio

齿序号	左侧		右侧	
	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm
1号齿	1.70883	−38.17139	−5.34103	−30.95036
2号齿	−0.06004	−21.52036	−1.63729	−13.51704
3号齿	−0.50166	−4.22686	−0.08559	3.92086
4号齿	1.12917	13.24670	−0.66729	21.14844
5号齿	4.83084	30.65293	−2.64267	37.88156

表 3　变传动比加工螺旋槽前刀面对应分度环面上各刀齿左右两侧的前角

Table 3　Rake angles on both sides of cutting teeth on indexing torus of spiral flute rake face processed by variable transmission ratio

齿序号	左侧		右侧	
	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm
1 号齿	0.445 06	−38	−0.378 63	−31
2 号齿	0.067 97	−21	−0.116 36	−13
3 号齿	−0.036 67	−4	0.087 35	4
4 号齿	0.131 01	13	−0.062 32	21
5 号齿	0.411 12	31	−0.511 75	38

再由式(17)求得采用变传动比加工滚刀的螺旋槽前刀面时，各个刀齿从齿顶到齿根左右两侧前角的大小，结果如表 4 所示。

根据表 4 的数据，绘制螺旋槽前刀面对应各刀齿从齿顶到齿根左右两侧的前角，其变化规律如图 10 所示。

由图 10 可知，滚刀分度环面处的前角近似为 0°，而刀齿左侧的前角从齿顶到齿根由正变负，右侧的前角从齿顶到齿根由负变正，并且正前角和负前角的绝对值较大。因此，需要对滚刀前刀面进行修正。

表 4　变传动比加工螺旋槽滚刀对应的前角

Table 4　Rake angles of spiral flute hob processed by variable transmission ratio　(°)

齿序号	前角类型	不同环面的 R_i 值						
		122.24 mm	124 mm	126 mm	127.5 mm	129 mm	131 mm	132.24 mm
1 号齿	左侧前角	7.025 7	5.088 7	2.614 5	0.445 1	−2.024 5	−6.025 4	−8.589 3
	右侧前角	−5.082 5	−3.736 9	−1.985 1	−0.378 6	1.405 1	4.081 5	5.744 1
2 号齿	左侧前角	5.978 7	4.364 7	2.052 5	0.068 0	−2.140 9	−5.414 3	−7.523 2
	右侧前角	−4.134 5	−3.016 4	−1.422 3	−0.116 4	1.066 4	2.958 2	4.167 5
3 号齿	左侧前角	4.879 0	3.545 8	1.613 1	−0.036 7	−1.965 0	−4.761 3	−6.593 1
	右侧前角	−6.584 7	−4.642 2	−2.027 5	0.087 4	2.166 4	5.054 4	6.760 8
4 号齿	左侧前角	4.178 1	3.022 8	1.435 6	0.131 0	−1.413 2	−3.730 5	−5.314 0
	右侧前角	−6.183 8	−4.516 3	−2.106 9	−0.062 3	2.159 2	5.557 6	7.692 8
5 号齿	左侧前角	5.360 6	3.935 0	2.047 6	0.411 1	−1.593 7	−4.552 7	−6.391 6
	右侧前角	−6.899 1	−4.953 6	−2.504 0	−0.511 8	1.900 8	5.554 3	7.985 6

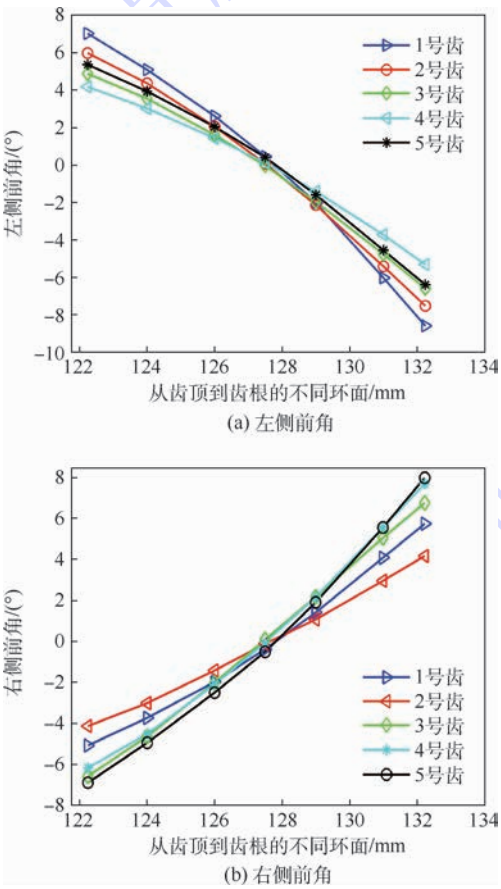


图 10　两侧前角变化规律

Fig. 10　Variation of rake angles on both sides

4　前刀面的修正

滚刀基本蜗杆各环面螺旋线的导程角都不相同，式(8)中，代入不同环面处的分度圆半径和对应的刀座转角 φ_d，求得齿顶环面螺旋线导程角和齿根环面螺旋线导程角。其变化规律如图 11 所示。

分别取左右两侧齿面螺旋线导程角的平均值求得传动比的变化规律如图 12 所示。

采用不同的传动比会形成不同的前刀面，图 13分别表示由分度环面螺旋线、齿顶环面螺旋线和齿根环面螺旋线的导程角对应的铣削传动比加工出的不同螺旋槽前刀面 Σ_3、Σ_4 和 Σ_5，其中：$L_{4\text{-}1}$、$L_{4\text{-}2}$ 和 $L_{4\text{-}3}$ 分别为螺旋槽前刀面 Σ_4 与滚刀基本蜗杆齿顶环面、分度环面和齿根环面的交线；$L_{5\text{-}1}$、$L_{5\text{-}2}$ 和 $L_{5\text{-}3}$ 分别为螺旋槽前刀面 Σ_5 与滚刀基本蜗杆齿顶环面、分度环面和齿根环面的交线。

分别求解 $L_{4\text{-}1}$ 和 $L_{5\text{-}3}$ 与刃口线交点处的前角，结果如表 5 和表 6 所示。以齿顶环面处的传动比加工螺旋槽前刀面对应各刀齿两侧的前角在 ±0.5°左右，以齿根环面处传动比加工螺旋槽前刀面对应各刀齿两侧的前角在 ±0.6°左右。因

北航学报 赠阅

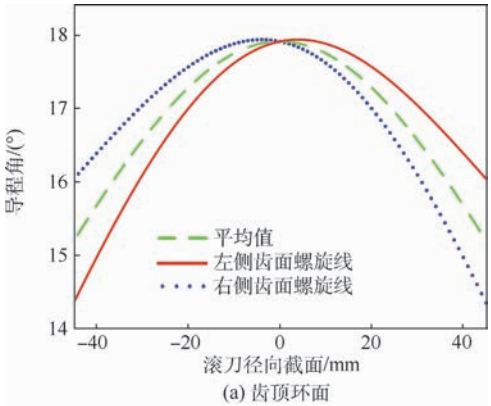


图 11 不同环面处螺旋线导程角变化

Fig. 11 Variation of lead angles on different torus

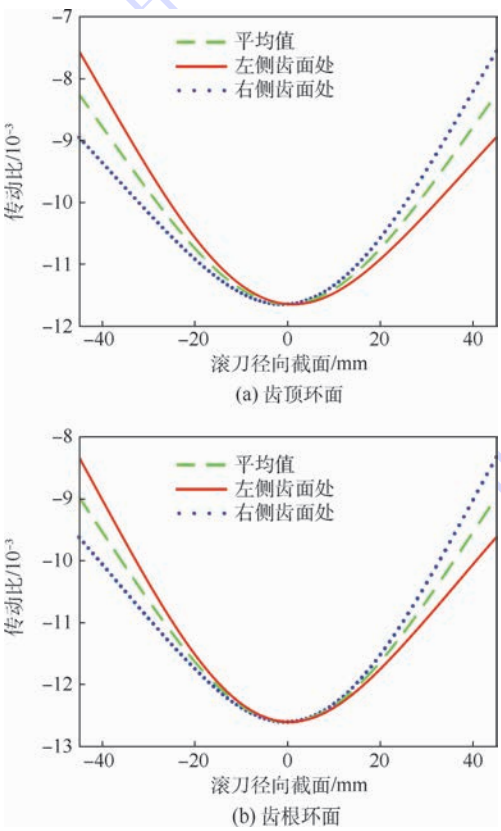


图 12 不同环面处传动比变化

Fig. 12 Variation of transmission ratio on different torus

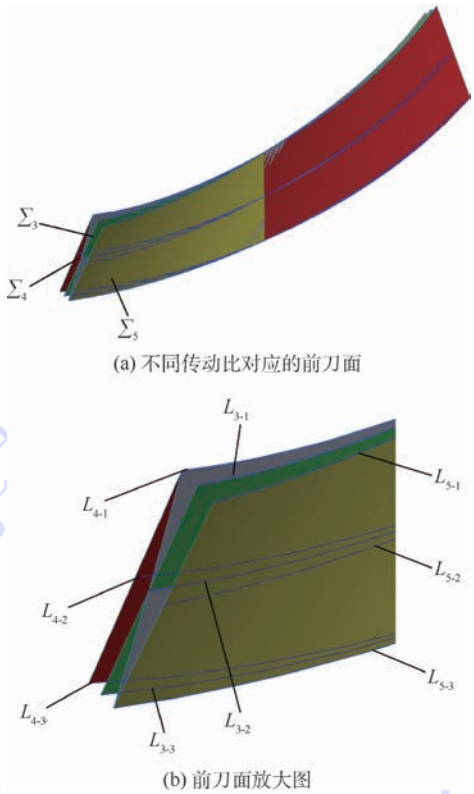


图 13 前刀面示意图

Fig. 13 Schematic of rake faces

表 5 以齿顶环面处传动比加工螺旋槽前刀面对应各刀齿左右两侧的前角

Table 5 Rake angles on both sides of cutting teeth corresponding to spiral flute rake face processed by transmission ratio on tooth top torus

齿序号	左侧		右侧	
	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm
1 号齿	0.462 56	−38	−0.483 52	−31
2 号齿	−0.038 43	−21	0.131 94	−13
3 号齿	−0.114 90	−4	0.176 31	4
4 号齿	0.267 71	13	−0.204 22	21
5 号齿	0.333 19	31	−0.430 43	38

表 6 以齿根环面处传动比加工螺旋槽前刀面对应各刀齿左右两侧的前角

Table 6 Rake angles on both sides of cutting teeth corresponding to spiral flute rake face processed by transmission ratio on tooth root torus

齿序号	左侧		右侧	
	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm	前角/(°)	轴向位置 Z_i/mm
1 号齿	0.511 02	−38	−0.420 14	−31
2 号齿	0.239 34	−21	−0.135 27	−13
3 号齿	−0.068 67	−4	0.170 25	4
4 号齿	0.125 45	13	0.076 51	21
5 号齿	0.395 23	31	−0.558 03	38

此，采用 $L_{4\text{-}1}$ 和 $L_{5\text{-}3}$ 这两条曲线来修正前刀面 Σ_3，使得齿顶环面和齿根环面上刀齿左右两侧的前角也近似为 0°。

由曲线 $L_{4\text{-}1}$、$L_{3\text{-}2}$ 和 $L_{5\text{-}3}$ 拟合出一个新的曲面作为滚刀的螺旋槽前刀面。图 14 为最终拟合出的螺旋槽环面蜗轮滚刀三维模型。

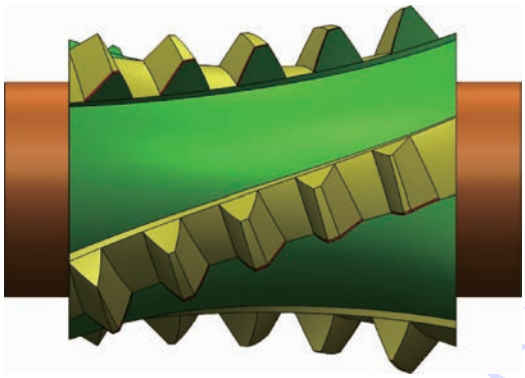


图 14　最终拟合出的滚刀模型

Fig. 14　Final fitted hob model

如图 15 所示，将滚刀模型导入 VERICUT 软件中，测量刃口线上任一点处两法向量的夹角 W_q，再由 $V_q = W_q - 90°$ 计算出刀齿两侧的前角 V_q，如表 7 所示，结果表明：1 ~ 5 号刀齿从齿顶到齿根左右两侧的前角在 −0.6° ~ 0.5°之间。

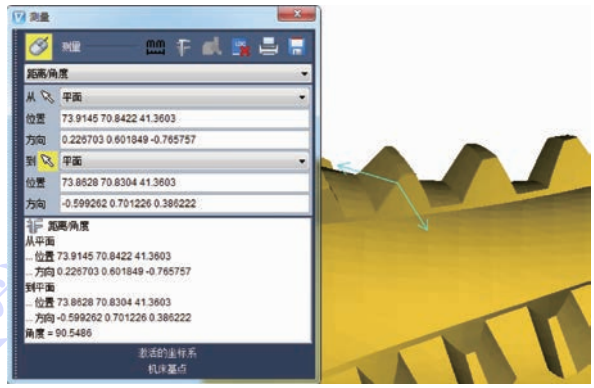


图 15　测量两法向量的夹角 W_q

Fig. 15　Measurement of angle W_q between two normal vectors

表 7　测量螺旋槽滚刀对应的前角

Table 7　Measurement of rake angles of hob with spiral flute　(°)

齿序号	前角类型	不同环面的 R_i 值				
		122.24 mm	125 mm	127.5 mm	130 mm	132.24 mm
1 号齿	左侧前角	0.227 9	0.405 1	0.315 2	−0.376 6	−0.144 6
	右侧前角	0.031 3	−0.188 5	−0.502 7	0.125 0	0.076 3
2 号齿	左侧前角	0.276 0	0.147 4	0.091 1	0.041 9	0.153 8
	右侧前角	−0.222 8	0.095 6	0.184 8	−0.081 8	0.260 1
3 号齿	左侧前角	−0.098 1	−0.073 3	0.132 2	−0.137 1	−0.190 1
	右侧前角	0.171 5	−0.130 6	−0.210 7	0.195 5	−0.061 2
4 号齿	左侧前角	0.305 6	0.233 4	−0.086 0	−0.122 4	0.382 8
	右侧前角	−0.150 8	0.082 1	−0.254 3	0.265 3	0.115 5
5 号齿	左侧前角	0.418 4	0.166 6	0.320 1	−0.177 6	−0.160 4
	右侧前角	−0.185 2	−0.332 7	−0.267 3	0.289 1	0.256 2

5　结　论

1）本文提出一种由圆柱产形面变传动比展成环面蜗轮滚刀螺旋槽前刀面的方法。建立了平面二次包络环面蜗轮滚刀螺旋槽前刀面的数学模型；分别求解采用定传动比加工螺旋槽和变传动比加工螺旋槽时，滚刀左右两侧前角的变化规律；对比分析了变传动比对滚刀前角的改善效果；得出变传动比可以控制刀齿左右两侧的前角近似为 0°。

2）计算出每个刀齿从齿顶到齿根左右两侧前角的变化规律，进一步提出前刀面的修正方法，将修正后的滚刀模型导入 VERICUT 软件中，测量其前角。结果表明，1 ~ 5 号刀齿从齿顶到齿根左右两侧的前角在 −0.6° ~ 0.5°之间，解决了滚刀两侧前角绝对值较大的问题，具有实用价值。

3）由于此设计方法采用圆柱产形面来包络前刀面，并且在计算传动比时采用数值计算方法，难以保证刀齿两侧的前角绝对 0°。

致谢　感谢中南大学高性能复杂制造国家重点实验室对 VERICUT 软件提供的技术支持。

参考文献（References）

[1] 董学朱. 环面蜗杆传动设计和修形[M]. 北京：机械工业出版社，2004：14-15.
DONG X Z. Design and modification of enveloping worm gearing[M]. Beijing: Machine Industry Press, 2004: 14-15 (in Chinese).

[2] 李海涛，董李扬. 二次包络环面蜗轮滚刀侧后角面的设计方法：201310172562. X[P]. 2013-05-10.
LI H T, DONG L Y. Design method of the relief surfaces of

北航学报 赠阅

double enveloping hourglass worm gear hob:201310172562.X[P].2013-05-10(in Chinese).

[3] 李海涛,柳冠伊.平面二次包络环面蜗轮滚刀侧后角面的数控磨削加工方法:201410613061.5[P].2015-03-25.
LI H T,LIU G Y. CNC grinding method of the relief surfaces of plane double enveloping hourglass worm gear hob: 201410613061.5[P].2015-03-25(in Chinese).

[4] 唐建生.金属切削与刀具[M].武汉:武汉理工大学出版社,2009:188-189.
TANG J S. Cutting and cutting tools[M]. Wuhan: Wuhan University of Technology Press,2009:188-189(in Chinese).

[5] ZHAO Y P,SU D Z,ZHANG Z. Meshing analysis and technological parameters selection of dual tori double-enveloping toroidal worm drive[J]. Mechanism and Machine Theory,2010,45(9):1269-1285.

[6] 周良塘.环面蜗杆修型原理及制造技术[M].长沙:国防科技大学出版社,2005:558-559.
ZHOU L Y. The modification principle and manufacturing technology of hourglass worm[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press,2005:558-559(in Chinese).

[7] 董李扬.包络环面蜗杆副蜗轮滚刀数控加工技术的研究[D].北京:中国农业大学,2013:15-20.
DONG L Y. Research on NC machining technology of enveloping worm gear hob[D]. Beijing: China Agricultural University,2013:15-20(in Chinese).

[8] 柳冠伊.包络环面蜗轮滚刀数控成形理论及技术研究[D].北京:中国农业大学,2016:13-14.
LIU G Y. Research on CNC relief grinding technology of enveloping worm gear hob[D]. Beijing: China Agricultural University,2016:13-14(in Chinese).

[9] GUNAY M. Investigation of the effect of rake angle on main cutting force[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture,2004,44(9):953-959.

[10] GUNAY M. Experimental investigation of the effect of cutting tool rake angle on main cutting force[J]. Journal of Materials Processing Technology,2005,166(1):44-49.

[11] SAGLAM H, UNSACAR F, YALDIZ S. Investigation of the effect of rake angle and approaching angle on main cutting force and tool tip temperature[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture,2006,46(2):132-141.

[12] CHANG S L. Helix gash of hob cutter manufactured by milling[J]. Journal of Materials Processing Technology,2003,142(2):569-575.

[13] 陈就,刘丰林,康权.一种滚刀径向铲磨优化方法[J].中国机械工程,2014,25(14):1883-1887.
CHEN J,LIU F L,KANG Q. An optimization method for hob relief grinding[J]. China Mechanical Engineering,2014,25(14):1883-1887(in Chinese).

[14] DONG L Y,WANG J Y,LIU P Y,et al. An NC rough turning method of an enveloping toroidal worm[J]. International Journal of Production Engineering,2012,6(2):129-135.

[15] LIU G Y,WEI W J,DONG X Z,et al. Relief grinding of planar double-enveloping worm gear hob using a four-axis CNC grinding machine[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology,2016,89(9-12):1-10.

[16] YANG J,LI H T,RUI C J,et al. Research on a generating method of spiral flutes of hourglass worm gear hob[C]// Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference. New York: ASME Press,2017:V010T11A023.

[17] RUI C J,LI H T,YANG J,et al. Research on incomplete design and generating theory of the relief surfaces of dual-cone double enveloping hourglass worm gear hob[C]// Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference. New York: ASME Press,2017:V010T11A022.

[18] 舒勤业.双锥面二次包络环面蜗杆副及其关键制造装备的设计与研究[D].杭州:浙江大学,2015:21-30.
SHU Q Y. Design and research of dual-cone doublehourglass worm gear pair and its key manufacturing equipment[D]. Hangzhou: Zhejiang University,2015:21-30(in Chinese).

[19] 姜正健,张伟,李铸宇.微钻的前角计算及其钻削试验[J].大连工业大学学报,2011,30(2):145-147.
JIANG Z J,ZHANG W,LI Z Y. Calculation of the rake angle of micro drill and drilling test[J]. Journal of Dalian Institute of Light Industry,2011,30(2):145-147(in Chinese).

作者简介:

杨杰 男,博士研究生。主要研究方向:环面蜗杆传动及蜗轮滚刀加工制造。

李海涛 男,博士,副教授,博士生导师。主要研究方向:齿轮传动、环面蜗杆传动及蜗轮滚刀加工制造。

北航学报 赠阅

Design and correction method of spiral flute rake face of an hourglass worm gear hob

YANG Jie[1], LI Haitao[1,2,*], RUI Chengjie[1], DONG Xuezhu[1]

(1. College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;
2. Key Laboratory of Optimal Design of Modern Agricultural Equipment in Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: To improve the cutting performance and hobbing efficiency of an hourglass worm gear hob, it is necessary to design the flutes of the hob into spiral groove, reduce the absolute value of the rake angle on both sides of the cutting teeth, and equalize the cutting conditions on both sides of the blade. Based on the hourglass worm forming method and the gear meshing theory, a method for developing a helical groove with a cylindrical generating surface by changing the transmission ratio is proposed, and the idea behind the method is to ensure that the lead angles of the worm helix and the rake face curve are complementary in any cross section of the basic hob worm. The rake angles on the indexing cycle were both approximately zero, while the rake angles on the left side of the cutting tooth varied from positive to negative from the tooth top to the tooth root, and the rake angles on the right side of the cutting tooth varied from negative to positive from the tooth top to the tooth root. And the absolute values of positive and negative rake angles were larger. The rake face of the hob was further modified, and the modified hob model was introduced into the VERICUT software. The rake angles were measured to verify the correctness of the design method. The results show that the method can solve the problem that the absolute value of the rake angle on both sides of the hob is relatively large, and the rake angles on both sides of the cutting teeth are controlled between $-0.6°$ and $0.5°$.

Keywords: hourglass worm gear hob; spiral flute; rake angle; cylindrical generating surface; VERICUT

Received: 2017-11-21; **Accepted**: 2017-12-08; **Published online**: 2018-03-15 08:46
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180314.1736.009.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51475460)
* **Corresponding author**. E-mail: h.li@cau.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0731

能量最优与燃料最优 Lambert 交会问题

徐利民，张涛*，陶佳伟
（清华大学 自动化系，北京 100084）

摘 要：Lambert 双脉冲交会问题是航天工程中轨道转移和在轨交会等领域的重要问题，而能量最优和燃料最优 Lambert 交会问题是针对典型应用背景和工程需求衍生的一类 Lambert 优化问题。针对能量最优与燃料最优 Lambert 双脉冲交会问题提出一种基于矢量形式的解析计算方法，给出能量最优和燃料最优 Lambert 交会问题的矢量形式解析解，同时对 2 种最优交会问题求解的性质与特点进行了分析对比。仿真结果验证了计算的正确性及燃料最优轨道相比能量最优轨道燃料消耗较少的事实。

关 键 词：双脉冲变轨；Lambert 交会；能量最优；燃料最优；两点边值问题；最优规划

中图分类号：V488.21

文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1888-06

Lambert 问题是航天工程中双脉冲轨道转移的基本问题[1-3]，在航天器交会领域有广泛的应用，近年来仍然属于热点研究范畴[4-7]。

Lambert 飞行时间定理指出，对同一个平方反比中心引力场的椭圆轨道转移问题，给定转移前后的空间位置 P_1 和 P_2，则转移时间 t_2-t_1 仅依赖于轨道半长轴 a_T，两点离引力中心 F 的矢径长度之和 r_1+r_2 以及连接两点的弦长 c_T。如果这 3 个参数 a_T、r_1+r_2、c_T 给定，则转移时间 t_2-t_1 是确定的，单圈 Lambert 转移情况下通常是 2 个解（最小能量轨道时是一个解），与转移椭圆的形状（偏心率 e_T）无关[8]。基于飞行时间定理，基本 Lambert 问题是指给定轨道上两点的位置矢量及飞行时间，求连接两点的轨道参数。基本 Lambert 问题是一个典型的双脉冲变轨问题，其本质是求解微分方程两点边值问题[9]。

航天工程中通常需要根据优化指标确定转移轨道的变轨优化问题。常用的优化指标是时间最优或燃料最优。基本 Lambert 问题的结论可用于直接求解时间最优双脉冲变轨问题[10]。很多任务中需要针对燃料消耗或者能量变化提出优化目标要求，并不限制转移时间。此时最优转移轨道是满足两点约束的不同半通径对应的一系列转移轨道中的一个最优解。这个问题称为能量最优和燃料最优 Lambert 问题。

文献[11]对目前飞行器轨迹优化数值方法进行总结整理和归纳。文献[12]对能量最优 Lambert 进行详细研究并给出该问题的解析闭式解答。文献[13]用优化方法证明了 Lambert 变轨的最小能量轨道问题。文献[14]研究了共面椭圆轨道间转移的燃料最优 Lambert 问题。文献[15]研究了最优双冲量交会问题的一般数学模型和数值求解方法。文献[16]综述了当前最优冲量交会的研究进展。文献[17]给出一种最优 Lambert 转移时间燃料多目标混合模型并采用混合遗传算法求解。

收稿日期：2017-11-22；**录用日期**：2018-03-09；**网络出版时间**：2018-05-17 18:01
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180515.1200.002.html
基金项目：国家自然科学基金（61673239）
* **通信作者**. E-mail：taozhang@tsinghua.edu.cn

引用格式：徐利民，张涛，陶佳伟. 能量最优与燃料最优 Lambert 交会问题[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1888-1893.
XU L M，ZHANG T，TAO J W. Energy-optimal and fuel-optimal problems for Lambert rendezvous[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1888-1893 (in Chinese).

在对上述文献深入研究的基础上,本文提出一种基于矢量形式的求解能量最优和燃料最优 Lambert 问题的总体框架,把文献[12,14]的求解过程统一在本文提出的数学框架中,并给出了能量最优和燃料最优 Lambert 问题的解析计算方法。最后分析和对比了能量最优和燃料最优 Lambert 问题求解过程的多项式方程相应的性质和特点。

1　能量最优与燃料最优 Lambert 问题的定义

能量最优和燃料最优 Lambert 问题具体描述如下(文中涉及的位置和速度向量都是三维列向量)。

如图 1 所示,设航天器变轨前的位置为 $\boldsymbol{r}_1$ 和速度 $\boldsymbol{v}_1$,变轨后的位置 $\boldsymbol{r}_2$ 和速度 $\boldsymbol{v}_2$,求解航天器在 $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$ 处的速度 $\boldsymbol{w}_1$、$\boldsymbol{w}_2$,计算航天器 2 次点火的速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}_1$ 和 $\Delta\boldsymbol{v}_2$:

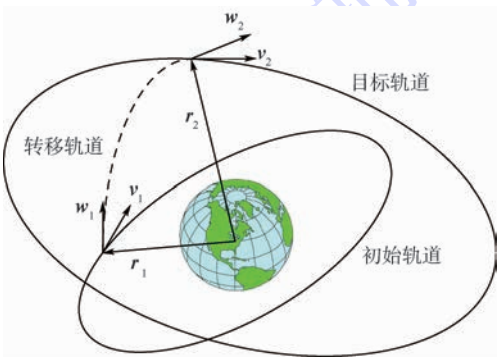


图 1　位置和速度向量定义

Fig. 1　Definition of location and velocity vectors

$$\begin{cases}\Delta\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1\\ \Delta\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{w}_2\end{cases} \tag{1}$$

当优化目标函数为

$$\min\ \Delta V_{\text{tot}}^2 = |\Delta\boldsymbol{v}_1|^2 + |\Delta\boldsymbol{v}_2|^2 \tag{2}$$

此类问题称为 ΔV^2 Lambert 问题,或能量最优 Lambert 问题。

当优化目标函数为

$$\min\ \Delta V_{\text{tot}} = |\Delta\boldsymbol{v}_1| + |\Delta\boldsymbol{v}_2| \tag{3}$$

此类问题称为 ΔV Lambert 问题,或燃料最优 Lambert 问题。

事实上 ΔV Lambert 问题的本质体现了燃料最优。而以 ΔV_{tot}^2 为目标函数的 ΔV^2 Lambert 问题是一个能量最优问题,并非燃料最优。ΔV^2 Lambert 问题所计算的燃料消耗大于等于 ΔV^2 Lambert 问题,证明如下[12]:

假设 m 是 ΔV Lambert 问题求得的最优解,q 是 ΔV^2 Lambert 问题求得的最优解,即 $\Delta V_{\text{tot}}(m) \leqslant \Delta V_{\text{tot}}(q)$,$\Delta V_{\text{tot}}^2(q) \leqslant \Delta V_{\text{tot}}^2(m)$。根据不等式关系:$|x| + |y| \leqslant \sqrt{2(x^2+y^2)}$ 和 $\sqrt{x^2+y^2} \leqslant |x| + |y|$,可得

$$\Delta V_{\text{tot}}(m) \leqslant \Delta V_{\text{tot}}(q) \leqslant \sqrt{2\Delta V_{\text{tot}}^2(q)} \leqslant \sqrt{2\Delta V_{\text{tot}}^2(m)} \leqslant \sqrt{2}\Delta V_{\text{tot}}(m) \tag{4}$$

式(4)意味着 ΔV^2 最优轨道的燃料消耗大于等于 ΔV 最优轨道的燃料消耗,上限为不多于 ΔV Lambert 问题燃料消耗的 41.5%。实际中通常二者燃料消耗差值不大于 17%。圆轨道霍曼转移情况下二者相等。

2　能量最优和燃料最优 Lambert 问题的计算

变轨起始点和终止点的速度 $\boldsymbol{w}_1$ 和 $\boldsymbol{w}_2$ 满足[13]:

$$\begin{cases}\boldsymbol{w}_1 = \dfrac{\boldsymbol{r}_2 - f\boldsymbol{r}_1}{g}\\ \boldsymbol{w}_2 = \dfrac{\dot{g}\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{g}\end{cases} \tag{5}$$

式中:

$$f = 1 - \frac{|\boldsymbol{r}_2|}{p}(1 - \cos\Delta\theta) \tag{6}$$

$$\dot{f} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}\left(\frac{1-\cos\Delta\theta}{\sin\Delta\theta}\right)\left(\frac{1-\cos\Delta\theta}{p} - \frac{1}{|\boldsymbol{r}_1|} - \frac{1}{|\boldsymbol{r}_2|}\right) \tag{7}$$

$$g = \frac{|\boldsymbol{r}_2||\boldsymbol{r}_1|\sin\Delta\theta}{\sqrt{\mu p}} \tag{8}$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{|\boldsymbol{r}_1|}{p}(1 - \cos\Delta\theta) \tag{9}$$

其中:μ 为引力常数;$\Delta\theta$ 为 $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$ 处的真近点角差值;p 为转移轨道半通径。

2.1　ΔV^2 Lambert 问题的求解

对于 ΔV^2 Lambert 问题,求转移能量最小即求式(10)的最小值:

$$\Delta V_{\text{tot}}^2 = |\Delta\boldsymbol{v}_1|^2 + |\Delta\boldsymbol{v}_2|^2 = (\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1) + (\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2) \tag{10}$$

式(10)取最小值需要满足条件:

$$\frac{\mathrm{d}\Delta V_{\text{tot}}^2}{\mathrm{d}p} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\Delta V_{\text{tot}}^2}{\mathrm{d}p^2} > 0 \tag{12}$$

求解式(11)和式(12)即可得到满足条件的 p 值,从而确定最优转移轨道和 2 次冲量的值。

北航学报 赠阅

2.2 ΔV Lambert 问题的求解

对于 ΔV Lambert 问题,求性能函数最小即求解式(13)的最小值:

$$\Delta V_{\mathrm{tot}} = |\Delta \boldsymbol{v}_1| + |\Delta \boldsymbol{v}_2| = |\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1| + |\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{w}_2| \tag{13}$$

求式(13)最小值需要满足条件:$\dfrac{\mathrm{d}\Delta V_{\mathrm{tot}}}{\mathrm{d}p}=0$ 和 $\dfrac{\mathrm{d}^2\Delta V_{\mathrm{tot}}}{\mathrm{d}p^2}>0$,展开分别为

$$\frac{\mathrm{d}\Delta V_{\mathrm{tot}}}{\mathrm{d}p} = \frac{\mathrm{d}|\Delta \boldsymbol{v}_1|}{\mathrm{d}p} + \frac{\mathrm{d}|\Delta \boldsymbol{v}_2|}{\mathrm{d}p} = \frac{(\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1)^{\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1|}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_1}{\mathrm{d}p} - \frac{(\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{w}_2)^{\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{w}_2|}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_2}{\mathrm{d}p} = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\Delta V_{\mathrm{tot}}}{\mathrm{d}p^2} = \frac{\mathrm{d}^2|\Delta \boldsymbol{v}_1|}{\mathrm{d}p^2} + \frac{\mathrm{d}^2|\Delta \boldsymbol{v}_2|}{\mathrm{d}p^2} > 0 \tag{15}$$

式中:

$$\frac{\mathrm{d}^2|\Delta \boldsymbol{v}_1|}{\mathrm{d}p^2} = \frac{\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_1}{\mathrm{d}p}\right|^2 + (\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1)^{\mathrm{T}}\left(\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{w}_1}{\mathrm{d}p^2}\right)}{|\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1|} - \frac{\left[(\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1)^{\mathrm{T}}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_1}{\mathrm{d}p}\right]^2}{|\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1|} \tag{16}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2|\Delta \boldsymbol{v}_2|}{\mathrm{d}p^2} = \frac{\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_2}{\mathrm{d}p}\right|^2 + (\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2)^{\mathrm{T}}\left(\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{w}_2}{\mathrm{d}p^2}\right)}{|\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2|} - \frac{\left[(\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2)^{\mathrm{T}}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_2}{\mathrm{d}p}\right]^2}{|\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2|} \tag{17}$$

2.3 速度导数

ΔV 和 ΔV^2 Lambert 问题的求解中都涉及到变轨起始点和终止点的速度 $\boldsymbol{w}_1$ 和 $\boldsymbol{w}_2$ 相对于半通径 p 的一阶和二阶导数。为计算方便,令

$$\begin{cases} h_1 = \dfrac{1}{g} = \dfrac{\sqrt{\mu p}}{|\boldsymbol{r}_2||\boldsymbol{r}_1|\sin\Delta\theta} \\ h_2 = \dfrac{f}{g} = \dfrac{\sqrt{\mu p}}{|\boldsymbol{r}_2||\boldsymbol{r}_1|\sin\Delta\theta} - \dfrac{\sqrt{\mu}(1-\cos\Delta\theta)}{|\boldsymbol{r}_1|\sqrt{p}\sin\Delta\theta} \\ h_3 = \dfrac{\dot{g}}{g} = \dfrac{\sqrt{\mu p}}{|\boldsymbol{r}_2||\boldsymbol{r}_1|\sin\Delta\theta} - \dfrac{\sqrt{\mu}(1-\cos\Delta\theta)}{|\boldsymbol{r}_2|\sqrt{p}\sin\Delta\theta} \end{cases} \tag{18}$$

再令 $K_1 = \dfrac{1}{|\boldsymbol{r}_2||\boldsymbol{r}_1|\sin\Delta\theta}$,$K_2 = \dfrac{\mu(1-\cos\Delta\theta)}{\sin\Delta\theta}$,可得

$$\begin{cases} h_1 = \dfrac{1}{g} = K_1\sqrt{\mu p} \\ h_2 = \dfrac{f}{g} = K_1\sqrt{\mu p} - \dfrac{K_2}{|\boldsymbol{r}_1|}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{\mu p}} \\ h_3 = \dfrac{\dot{g}}{g} = K_1\sqrt{\mu p} - \dfrac{K_2}{|\boldsymbol{r}_2|}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{\mu p}} \end{cases} \tag{19}$$

从而得

$$\begin{cases} \boldsymbol{w}_1 = \dfrac{\boldsymbol{r}_2 - f\boldsymbol{r}_1}{g} = \boldsymbol{r}_2 h_1 - \boldsymbol{r}_1 h_2 \\ \boldsymbol{w}_2 = \dfrac{\dot{g}\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{g} = \boldsymbol{r}_2 h_3 - \boldsymbol{r}_1 h_1 \end{cases} \tag{20}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{r}_2 h_1 - \boldsymbol{r}_1 h_2 - \boldsymbol{v}_1 = (\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)K_1\sqrt{\mu p} + \dfrac{\boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_1|}\cdot\dfrac{K_2}{\sqrt{\mu p}} - \boldsymbol{v}_1 \\ \boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{r}_2 h_3 - \boldsymbol{r}_1 h_1 - \boldsymbol{v}_2 = (\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)K_1\sqrt{\mu p} - \dfrac{\boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_2|}\cdot\dfrac{K_2}{\sqrt{\mu p}} - \boldsymbol{v}_2 \end{cases} \tag{21}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_1}{\mathrm{d}p} = \boldsymbol{r}_2\dfrac{\mathrm{d}h_1}{\mathrm{d}p} - \boldsymbol{r}_1\dfrac{\mathrm{d}h_2}{\mathrm{d}p} = \dfrac{\mu K_1(\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{\mu p}} - \dfrac{\mu K_2\boldsymbol{r}_1}{2|\boldsymbol{r}_1|}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{(\mu p)^3}} \\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_2}{\mathrm{d}p} = \boldsymbol{r}_2\dfrac{\mathrm{d}h_3}{\mathrm{d}p} - \boldsymbol{r}_1\dfrac{\mathrm{d}h_1}{\mathrm{d}p} = \dfrac{\mu K_1(\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{\mu p}} + \dfrac{\mu K_2\boldsymbol{r}_2}{2|\boldsymbol{r}_2|}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{(\mu p)^3}} \end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{w}_1}{\mathrm{d}p^2} = \boldsymbol{r}_2\dfrac{\mathrm{d}^2h_1}{\mathrm{d}p^2} - \boldsymbol{r}_1\dfrac{\mathrm{d}^2h_2}{\mathrm{d}p^2} \\ \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{w}_2}{\mathrm{d}p^2} = \boldsymbol{r}_2\dfrac{\mathrm{d}^2h_3}{\mathrm{d}p^2} - \boldsymbol{r}_1\dfrac{\mathrm{d}^2h_1}{\mathrm{d}p^2} \end{cases} \tag{23}$$

将式(20)~式(23)代入式(11)和式(12)、式(14)和式(15),即可通过求解方程得到 ΔV 和 ΔV^2 Lambert 问题对应的 p 值,继而求出 ΔV_{tot} 和 $\Delta V_{\mathrm{tot}}^2$ 以及 2 次速度增量的值。

2.4 求解导数方程的相关结论

结论 1 ΔV^2 Lambert 问题(10)归结为一个四次多项式方程求解问题。

式(10)展开为

$$\Delta V_{\mathrm{tot}}^2 = (\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{v}_1) + (\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{v}_2) = 2K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2\mu p - 4(a+c)\sqrt{\mu p} + 4(e-l) + |\boldsymbol{v}_1|^2 + |\boldsymbol{v}_2|^2 + \frac{2(d-b)}{\sqrt{\mu p}} + \frac{2K_2^2}{\mu p} \tag{24}$$

式中:$\boldsymbol{\rho} = \dfrac{(\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)K_1}{2}$,$\tilde{\boldsymbol{r}}_1 = \dfrac{\boldsymbol{r}_1 K_2}{|\boldsymbol{r}_1|}$,$\tilde{\boldsymbol{r}}_2 = \dfrac{\boldsymbol{r}_2 K_2}{|\boldsymbol{r}_2|}$,$a = \boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}$,$b = \boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{r}}_1$,$c = \boldsymbol{v}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}$,$d = \boldsymbol{v}_2^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{r}}_2$,$e = \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{r}}_1$,$l = \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{r}}_2$,$\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho} =$

北航学报 赠阅

$\frac{K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2}{4}$，$\tilde{\boldsymbol{r}}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{r}}_1=\tilde{\boldsymbol{r}}_2^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{r}}_2=K_2^2$。从而求解式(11)等价为

$$F(h)=h^4+c_3h^3+c_1h+c_0=0 \tag{25}$$

式中：$h=\sqrt{\mu\rho}$；多项式各系数为：$c_3=\frac{-(a+c)}{K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2}$，$c_1=\frac{b-d}{2K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2}$，$c_0=\frac{-K_2^2}{K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2}$。求解四阶缺项的多项式方程(25)即可求得 h 和 p 值。选择其中满足式(12)的解作为能量最优解。方程式(25)的解析解求根公式可参考文献[12]附录部分。

结论 2　ΔV Lambert 问题(13)归结为一个八次多项式方程求解问题。

式(14)可写为

$$\left[\frac{(\boldsymbol{w}_1-\boldsymbol{v}_1)^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_1}{\mathrm{d}p}}{(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{w}_2)^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}_2}{\mathrm{d}p}}\right]^2=\frac{(\boldsymbol{w}_1-\boldsymbol{v}_1)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{w}_1-\boldsymbol{v}_1)}{(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{w}_2)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{w}_2)} \tag{26}$$

将式(21)、式(22)代入式(26)会得到一个形如式(27)的多项式方程：

$$\frac{\sum_{i=0}^{8}l_{1i}x_i}{\sum_{i=0}^{8}l_{2i}x_i}=\frac{\sum_{i=0}^{4}p_{2i}y_i}{\sum_{i=0}^{4}p_{1i}y_i} \tag{27}$$

式中：$x_i=h^{-i}$，$y_i=h^{2-i}$，l_{1i}、l_{2i}、p_{1i}、p_{2i}为计算出的多项式系数。式(27)形式上为一个 12 阶多项式方程，但实际上式(27)中 h^i 项中 $i=2,1,-9,-10$的系数为零，为一个八次多项式方程：

$$\sum_{i=0}^{8}f_iz_i=0 \tag{28}$$

其中：$z_i=h^{-i}$，f_i 取值为

$$f_0=(a^2-c^2)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2-2(l+e)K_1^4|\boldsymbol{\rho}|^4+(|\boldsymbol{v}_2|^2-|\boldsymbol{v}_1|^2)K_1^4|\boldsymbol{\rho}|^4$$

$$f_1=4(b+d)K_1^4|\boldsymbol{\rho}|^4-2ac(a-c)+4(al+ce)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2-2(a|\boldsymbol{v}_2|^2-c|\boldsymbol{v}_1|^2)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2$$

$$f_2=-2(ab+cd)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2-8(ad+bc)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2-2(a^2l+c^2e)+a^2|\boldsymbol{v}_2|^2-c^2|\boldsymbol{v}_1|^2$$

$$f_3=4(c-a)K_1^2K_2^2|\boldsymbol{\rho}|^2+4ac(b+d)-4(bf-de)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2+2(b|\boldsymbol{v}_2|^2+d|\boldsymbol{v}_1|^2)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2+2(a^2d+bc^2)$$

$$f_4=(b^2-d^2)K_1^2|\boldsymbol{\rho}|^2+4(l+e)K_1^2K_2^2|\boldsymbol{\rho}|^2+4(abl+cde)-2(|\boldsymbol{v}_2|^2-|\boldsymbol{v}_1|^2)K_1^2K_2^2|\boldsymbol{\rho}|^2-2(ab|\boldsymbol{v}_2|^2+cd|\boldsymbol{v}_1|^2)+(a^2-c^2)K_2^2$$

$$f_5=-2(b^2c-ad^2)-4(al+ce)K_2^2+2(a|\boldsymbol{v}_2|^2-c|\boldsymbol{v}_1|^2)K_2^2-4(d+b)K_1^2K_2^2|\boldsymbol{\rho}|^2+4bd(a-c)$$

$$f_6=8(ad+bc)K_2^2-2(b^2l+d^2e)+(b^2|\boldsymbol{v}_2|^2-d^2|\boldsymbol{v}_1|^2)-2(ab+cd)K_2^2$$

$$f_7=4(a-c)K_2^4+4(bl-de)K_2^2-2(b|\boldsymbol{v}_2|^2+d|\boldsymbol{v}_1|^2)K_2^2+2bd(b+d)$$

$$f_8=-2(e+l)K_2^4+(|\boldsymbol{v}_2|^2-|\boldsymbol{v}_1|^2)K_2^4+(b^2-d^2)K_2^2$$

这个八次多项式方程式(28)通常没有求根公式，需采用数值法求解。

综上所述，以 min ΔV_{tot} 为目标函数的 ΔV Lambert 问题涉及到八次多项式求根问题，目前尚无闭式解析解，数值解往往受到迭代算法的速度影响。而求解 ΔV^2 Lambert 问题涉及缺项的四次多项式求根问题，存在闭式解求根公式。

3　仿真算例

仿真算例采用文献[12]的 ALSET 1 和 ARIANE 44L 卫星的轨道参数，列于表 1。

设定变轨起始点和目标点位置及速度矢量如表 2 和表 3 所示。

仿真计算结果见表 4～表 6。

对于 ΔV Lambert 问题的最小速度增量值，若利用 ΔV^2 Lambert 问题求解得到的 p 值(设 $q=11\,285.930$)计算，相比 ΔV Lambert 问题求解得到的 p 值(设 $m=11\,360.100$)，有 $\Delta V_{\mathrm{tot}}(q)-\Delta V_{\mathrm{tot}}(m)=0.094\,669\,588\,639\,047$，$\Delta V_{\mathrm{tot}}(q)$ 高出 $\Delta V_{\mathrm{tot}}(m)$ 4.453 9%。

ΔV 和 ΔV^2 目标函数值随 p 变化情况如图 2 所示(对数坐标)，局部细节情况见图 3。极值点和表 4～表 6 计算结果一致。

表 1　ALSET 1 和 ARIANE 44L 卫星的轨道参数(NORAD 两行轨道根数)[12]

Table 1　Orbit parameters of two satellites ALSET 1 and ARIANE 44L (NORAD two-line element sets)[12]

ALSET 1							
1	27 559U	02 054A	08 259.526 859 48	−0.000 000 02	00 000-0	84 653-5	0	6 025
2	27 559	097.980 7	137.478 4	0 009 664	216.549 4	143.504 7	14.629 778 973 095 34	
ARIANE 44L							
1	28 576U	91 075N	08 351.945 684 14	0.000 001 79	00 000-0	64 019-2	0	6 927
2	28 576	006.553 4	128.062 9	6 595 687	237.361 1	042.002 9	02.835 874 63	72 170

北航学报 赠阅

表 2 起始点和目标点位置

Table 2 Location of starting point and ending point

km

位 置	r_x	r_y	r_z
$\boldsymbol{r}_1$	3 160.125 4	−3 850.670 7	−5 011.985 2
$\boldsymbol{r}_2$	−16 875.892 6	14 279.183 4	516.039 2

表 3 起始点和目标点速度

Table 3 Velocity of starting point and ending point

km/s

速 度	v_x	v_y	v_z
$\boldsymbol{v}_1$	−4.458	3.101 2	−5.191 6
$\boldsymbol{v}_2$	−1.276 5	1.799 5	3.043 9

表 4 ΔV Lambert 问题起止点速度增量

Table 4 Velocity increments at starting point and ending point of ΔV Lambert problem km/s

速度增量	Δw_x	Δw_y	Δw_z
$\Delta \boldsymbol{w}_1$	−1.361 22	0.147 84	−1.625 77
$\Delta \boldsymbol{w}_2$	8.786×10^{-6}	8.841×10^{-6}	10.017×10^{-6}

表 5 ΔV^2 Lambert 问题起止点速度增量

Table 5 Velocity increments at starting point and ending point of ΔV^2 Lambert problem km/s

速度增量	Δw_x	Δw_y	Δw_z
$\Delta \boldsymbol{w}_1$	−1.300 08	0.085 91	−1.670 27
$\Delta \boldsymbol{w}_2$	−0.076 03	0.066 70	0.012 16

表 6 转移轨道参数

Table 6 Transition orbit parameter

目标函数	p/km	$h=\sqrt{\mu p}$/($\mathrm{km^2\cdot s^{-1}}$)	目标函数值/($\mathrm{km\cdot s^{-1}}$)
ΔV_{tot}	11 360.100	67 291.462	2.125 56
$\Delta V_{\mathrm{tot}}^2$	11 285.930	67 071.429	4.497 8

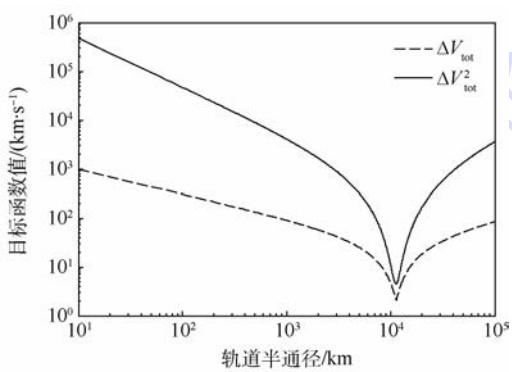


图 2 ΔV_{tot} 和 $\Delta V_{\mathrm{tot}}^2$ 目标函数值随 p 变化情况

Fig. 2 Variation of ΔV_{tot} and $\Delta V_{\mathrm{tot}}^2$ function with p

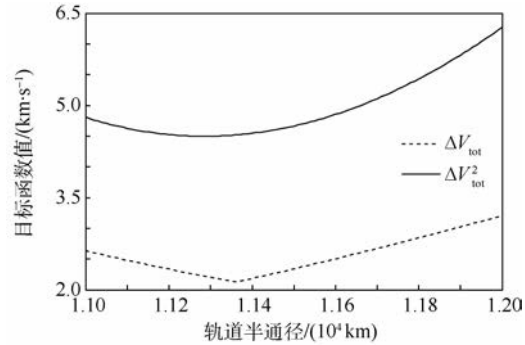


图 3 ΔV_{tot} 和 $\Delta V_{\mathrm{tot}}^2$ 目标函数值随 p 变化情况(极点附近)

Fig. 3 Variation of ΔV_{tot} and $\Delta V_{\mathrm{tot}}^2$ function with p (near peak point)

4 结 论

1) 本文提出一种基于矢量形式的求解能量最优和燃料最优 Lambert 问题的总体框架,统一了能量最优和燃料最优 Lambert 问题的分析方法和相关结论,避免了大量三角函数运算和坐标变换等较繁琐的处理方式。

2) 对燃料最优 Lambert 问题的分析突破了相关研究中轨道共面条件的限制。本文的推导过程相比以往的研究具有更加简洁的表示形式。

3) 仿真算例展示了具体方法的求解结果,并验证了燃料最优比能量最优的最优速度增量多不超过 17% 的事实。

参考文献 (References)

[1] AVANZIA G. A simple Lambert algorithm[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(2): 1587-1594.

[2] BATTIN R H. Lambert's problem revisited[J]. AIAA Journal, 1977, 15(5): 705-713.

[3] BLANCHARD R C, DEVANEY R A, LANCASTER E R. A note on Lambert's theorem[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1966, 3(9): 1436-1438.

[4] AVANZINI G, PALMAS A, VELLUTINI E. Solution of low-thrust Lambert problem with perturbative expansions of equinoctial elements[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(8): 1585-1601.

[5] SCHUMACHERJR P W, SABOL C, HIGGINSON C, et al. Uncertain Lambert problem[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(7): 1573-1584.

[6] WEN C, ZHAO Y, SHI P. Derivative analysis and algorithm modification of transverse-eccentricity-based Lambert problem [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(4): 1195-1201.

[7] ZHANG G, MORTARI D, ZHOU D. Constrained multiple-revolution Lambert's problem[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(4): 1779-1786.

北航学报 赠阅

[8] 朱仁璋. 航天器交会对接技术[M]. 北京：国防工业出版社，2007：37.
ZHU R Z. Rendezvous and docking techniques of spacecraft [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007: 37 (in Chinese).

[9] 唐国金. 航天器轨迹优化理论、方法及应用[M]. 北京：科学出版社，2012：178.
TANG G J. Spacecraft trajectory optimization theory, method and application[M]. Beijing: Science Press, 2012: 178 (in Chinese).

[10] 朱仁璋，蒙薇，胡锡婷. 航天器交会中的 Lambert 问题[J]. 中国空间科学技术，2006，26(1)：49-55.
ZHU R Z, MENG W, HU X T. Lambert problem in spacecraft rendezvous[J]. Chinese Space Science and Technology, 2006, 26(1): 49-55 (in Chinese).

[11] 雍恩米，陈磊，唐国金. 飞行器轨迹优化数值方法综述[J]. 宇航学报，2008，29(3)：397-406.
YONG E M, CHEN L, TANG G J. A survey of numerical methods for trajectory optimization of spacecraft[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(3): 397-406 (in Chinese).

[12] AVENDANO M, MORTARI D. A closed-form solution to the minimum ΔV_{tot}^2 Lambert's problem[J]. Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy, 2010, 106(1): 25-37.

[13] LEEGHIM H, JAROUX B A. Energy-optimal solution to the Lambert problem[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(1): 1008-1010.

[14] PRADO A F, BROUCKE A R. The minimum delta-V Lambert's problem[J]. Control and Automation, 1996, 2(1): 84-90.

[15] 佘志坤，薛白，丛源良，等. 最优双冲量交会问题的数学建模与数值求解[J]. 宇航学报，2010，31(1)：155-161.
SHE Z K, XUE B, CONG Y L, et al. Mathematical modeling and numerical solving of the optimal two-impulse rendezvous problem[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(1): 155-161 (in Chinese).

[16] 陈长青，解永春. 最优冲量交会的研究进展[J]. 空间控制技术与应用，2008，34(12)：18-23.
CHEN C Q, XIE Y C. Development of optimal impulsive rendezvous[J]. Aerospace Control and Application, 2008, 34(12): 18-23 (in Chinese).

[17] 黄勇，李小将，张东来，等. 混合遗传算法在最优 Lambert 轨道转移设计中的应用[J]. 飞行力学，2013，31(3)：269-272.
HUANG Y, LI X J, ZHANG D L, et al. Application of hybrid genetic algorithm in optimal Lambert orbital transfer design [J]. Flight Dynamics, 2013, 31(3): 269-272 (in Chinese).

作者简介：

徐利民　男，博士研究生，讲师。主要研究方向：导航、制导与控制。

张涛　男，博士，教授。主要研究方向：导航、制导与控制。

陶佳伟　男，博士研究生。主要研究方向：导航、制导与控制。

Energy-optimal and fuel-optimal problems for Lambert rendezvous

XU Limin, ZHANG Tao*, TAO Jiawei

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The Lambert two-impulse rendezvous problem is an important problem in orbital-transfer, rendezvous and docking and other fields in space engineering. Fuel-optimal and energy-optimal Lambert rendezvous problems are a kind of Lambert optimization problem that has the typical application background and engineering requirements. In this paper, an analytical calculation method based on vector form is proposed for energy-optimal and fuel-optimal Lambert rendezvous problems, and then the analytic solution in vector form is developed for the energy-optimal and fuel-optimal Lambert rendezvous problems. The nature and characteristics of the two analytic solutions for optimization rendezvous problem are analyzed and contrasted. The simulation results prove the correctness of this method and that fuel consumption of fuel-optimal orbit is less than that of energy-optimal orbit.

Keywords: two-impulse orbital-transfer; Lambert rendezvous; energy-optimal; fuel-optimal; two-point boundary value problem; optimal planning

Received: 2017-11-22; **Accepted**: 2018-03-09; **Published online**: 2018-05-17 18:01
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180515.1200.002.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61673239)
* **Corresponding author**. E-mail: taozhang@tsinghua.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0037

基于混沌吸引子的飞轮故障检测

李磊, 高永明*, 吴止锾
(航天工程大学 航天信息学院, 北京 101416)

摘 要: 针对飞轮早期故障难以检测、精确数学模型难以建立的问题,提出一种基于混沌吸引子特征的故障检测方法。该方法利用辅助曲面函数与系统参量构造离散动力系统,通过迭代产生近似混沌吸引子,正常数据与故障数据所产生的混沌吸引子形态不同,以此为特征进行故障检测。仿真结果表明,该方法构造的离散动力系统能够稳定地产生混沌吸引子;产生的混沌吸引子与初始迭代点无关;同种故障在不同工况下的特征相同;混沌吸引子特征对微小幅度的故障敏感。

关 键 词: 飞轮; 混沌吸引子; 曲面迭代; 故障检测; radon 变换
中图分类号: V474
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1894-09

随着航天技术的发展,航天器的故障诊断技术越来越受到重视。姿态控制系统是航天器的重要子系统,航天器的功能发挥依赖于特定的姿态,姿态控制系统一旦发生故障,将对航天器造成致命的影响。很多故障在发生之前会表现为早期故障征兆[1],早期故障的检测对于故障预报有着重要意义。

针对飞轮的故障诊断主要有 2 类方法[2],包括基于解析模型的方法和基于知识的方法。基于解析模型的方法包括观测器[3-4]和滤波器[5-6]。这一类方法需要建立系统的数学模型,模型精度决定故障诊断效果,因此这种方法限制条件较多,可移植性差。基于知识的方法包括神经网络[7-8]和支持向量机[9-10]。这一类方法无需建立系统的精确数学模型,通过历史数据的训练能够得到足够精度的拟合模型,因此该方法具有学习能力,但是其参数调整十分复杂,且模型的可解释性差。为了避免复杂的数学建模,文献[11-13]基于数据驱动实现了飞轮的故障诊断,但是也存在计算复杂、数据量要求高等不足。

混沌性是一种广泛存在于非线性系统中的特性[14],相空间重构理论[15]表明可以利用较少的变量刻画复杂系统的特性,因此混沌性可以作为系统特征用于故障诊断。基于混沌的故障诊断在电力、机械领域已经取得了应用[16-17],在航天领域亦有少量研究[18-19],具有对微弱故障的敏感性和噪声的免疫力。

对于飞轮这一类物理模型复杂的非线性系统,本文提出一种数据驱动的故障检测方法;由于飞轮的混沌性在控制算法的作用下不显著,构造一个由飞轮参数和辅助函数组成的离散动力系统,该系统可以稳定地产生混沌吸引子;利用混沌吸引子形态在故障情况下的变化检测故障。

1 飞轮模型

根据文献[20]给出的 ITHACO-A 型反作用飞轮的高精度数学模型,建立了基于 Simulink 的飞轮高精度仿真模型,如图 1 所示。

收稿日期: 2018-01-12; **录用日期**: 2018-05-11; **网络出版时间**: 2018-05-25 15:30
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180522.1651.001.html
* **通信作者**. E-mail: YongmingGao_08@163.com

引用格式: 李磊,高永明,吴止锾. 基于混沌吸引子的飞轮故障检测[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1894-1902.
LI L, GAO Y M, WU Z H. Fault detection for flywheels based on chaotic attractor[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1894-1902 (in Chinese).

北航学报 赠阅

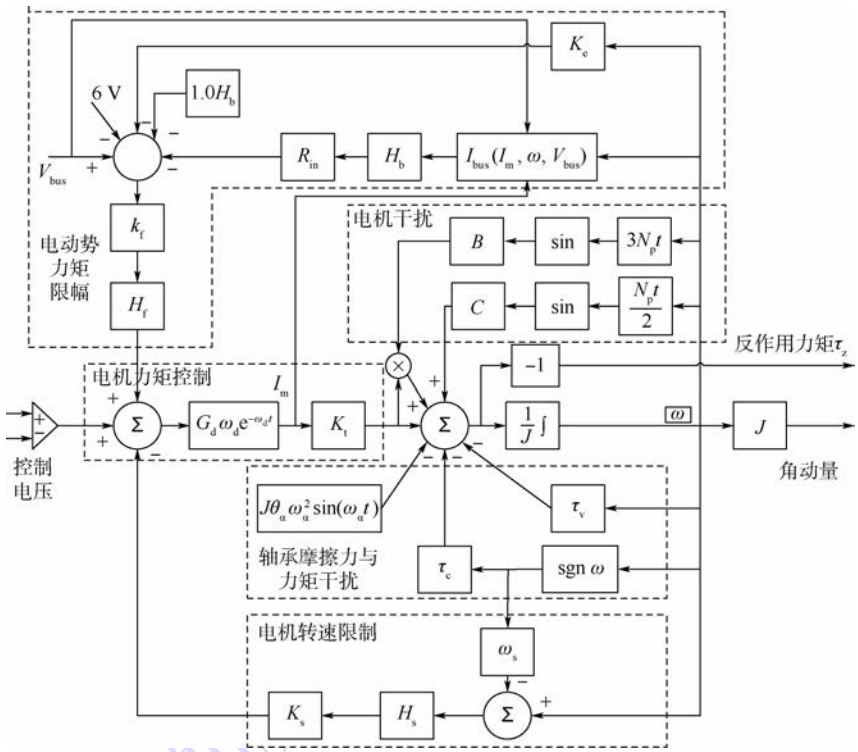


图 1　高精度飞轮仿真模型

Fig. 1　High-accuracy simulation model of flywheel

图 1 中相关参数如下:V_c 为等效控制电压;τ_z 为输出力矩;V_{bus} 为母线电压;ω 为飞轮转速;ω_d 为驱动带宽;I_m 为电机电流;I_{bus} 为母线电流;B、C 为常数;H_b、H_f 和 H_z 均为 Heaviside step 函数;参考文献[13]设置仿真参数,具体取值见表 1。

飞轮的常见故障模式有:卡死故障、空转故障、摩擦增大故障、增益下降故障和跳变故障。按照故障随时间的变化可分为突变故障和缓变故障 2 种。缓变故障在早期通常会表现为幅度较小的性能变化,其中摩擦增大故障和增益下降故障是较常见的早期故障。摩擦增大故障主要表现为飞轮的输出力矩与期望控制力矩差异增大,其故障模型可等效为各类摩擦系数变大;增益下降故障主要表现为飞轮输出力矩相对期望控制力矩比例减小,其故障模型可等效为电机驱动增益 G_d 减小。

表 1　飞轮仿真模型参数设置

Table 1　Parameter setting of flywheel simulation model

参　数	数　值
驱动增益 G_d/(A·V^{-1})	1
电机转动系数 K_t/(N·m·A^{-1})	0.19
电机电动势反馈系数 K_e/(V·rad^{-1}·s^{-1})	0.29
转速限制增益系数 K_s/(V·rad^{-1}·s^{-1})	95
转速限制阈值 ω_s/(r·min^{-1})	690
静摩擦力矩 τ_c/(N·m)	0.002
飞轮转动惯量 J/(N·m·s^2)	0.078
电机磁极数量 N_p	36
滑动摩擦力矩 τ_v/(N·m·s·rad^{-1})	0.037
输入电阻 R_{in}/Ω	2
力矩噪声引起的角误差 θ_α/rad	0.05
高通噪声滤波器频率 ω_α/(rad·s^{-1})	0.2
电压反馈增益 k_f	0.5

根据图 1 建立的飞轮模型可以得到如下的飞轮状态空间模型:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{I}_m\\ \dot{\omega}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G_d\omega_d(\psi_1(I_m,\omega)-\psi_3(\omega))-\omega_d I_m\\ J^{-1}(K_t I_m-\tau_c\psi_2(\omega)-\tau_v\omega)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}G_d\omega_d\\ 0\end{bmatrix}V_{vc}\\ \tau_z=K_t I_m\end{cases}\tag{1}$$

式中:V_{vc} 为飞轮输入的控制电压;$\psi_1(I_m,\omega)$、$\psi_2(\omega)$和 $\psi_3(\omega)$分别为电动势力矩限制、轴承摩擦力与力矩干扰和电机转速限制这 3 个非线性过程。式(1)反映了电机电流是表征系统的重要变量,系统状态的改变必然伴随着电机电流的变化,因此本文选用电机电流 I_m 作为分析的变量。

2　故障检测方法

基于混沌的故障检测方法通常利用参数时间序列自身的混沌特征进行检测,如最大 Lyapunov

北航学报 赠阅

指数、分形维数、盒维数等。该方法的前提条件是待检测系统处于混沌状态。飞轮系统由于处在控制算法作用之下,其混沌特性被抑制,并不能总是处在混沌状态中,因此通常的基于混沌的故障检测方法不适用于飞轮系统的故障检测。本文采取构造混沌离散动力系统的方法进行飞轮系统的故障检测。

2.1 离散动力系统的构造方法

以第 1 节所述模型进行混沌性分析,当飞轮保持在任意稳定工况下时,计算 I_m 不同时间数据序列的最大 Lyapunov 指数 λ,结果见图 2,n 为采样点数。其值并不总是正的,即飞轮系统的混沌性不是稳定出现的,也意味着不能直接使用系统的混沌特性。因此需要构造一个存在稳定的混沌特性的系统。

能够产生混沌的动力系统模型有很多,常见的如 Lorenz 系统、Logistic 系统和 Henon 系统等。但是将飞轮系统的数学模型变换为类似的混沌系统形式是比较困难的,因此考虑其他形式的构造方法。文献[21]的研究表明对于图像函数而言,存在满足一定条件的辅助函数使得构成的离散动力系统出现混沌吸引子。基于这一结论构造如下离散动力系统:

$$\begin{cases} f(x,y) = \sin(k(x^2+y^2)) \\ g(x,y) \end{cases} \tag{2}$$

式中:k 为正弦曲面函数参数;相空间重构灰度图像 $g(x,y)$ 由待分析变量 I_m 经过相空间重构生成;$f(x,y)$ 和 $g(x,y)$ 的定义域与值域应调整一致。选择该辅助函数的原因是在参数 k 的控制下能够形成不同振荡程度、不同梯度以及充满整个定义域的曲面,这样的辅助曲面更容易产生混沌。

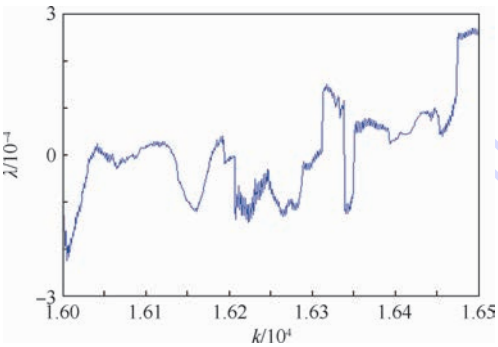


图 2 I_m 的最大 Lyapunov 指数

Fig. 2 The largest Lyapunov exponent of I_m

2.2 离散动力系统参数的选择

构造 $g(x,y)$ 有 2 个目的:一是使其符合灰度图像函数的特点;二是能反映原数据序列的特征。相空间重构理论证明了存在一个合适的嵌入维 m,如果满足 $m > 2d+1$,d 为动力系统的维数,那么在这个 m 维的相空间中可以恢复出原系统的吸引子。通过选择不同的嵌入维 m 和时延 τ 组合,可以生成不同大小的相空间矩阵,对应不同尺寸的灰度图像函数。因此采用相空间重构法生成所需函数。

对于一个单变量时间序列 $\{x_i\}$,如果嵌入维和时延为 m 和 τ,则可按如式(3)形式构造相空间[15]:

$$\boldsymbol{X}_i = [x_i, x_i+\tau, \cdots, x_i+(m-1)\tau] \tag{3}$$

式中:$i = 1,2,\cdots,L$;$L = N-(m-1)\tau$,N 为序列长度。

对于一般的系统而言,不失一般性的,时延 τ 通常可以选择为 1 或者 2,具有简单性、比较强的可操作性和实用性。嵌入维 m 的选择需要考虑灰度图像的特点,本文选择 2 的幂数 256、128 或 64 等。不同维数对结果的影响会在 3.3 节予以讨论。

为确保构造离散动力系统能够大概率的产生混沌吸引子,需要选择合适的辅助函数 $f(x,y)$ 参数 k。为此给出了在 $m=256$ 的条件下,参数 k 变化下的分岔图和系统最大 Lyapunov 指数图,分别如图 3 和图 4 所示。

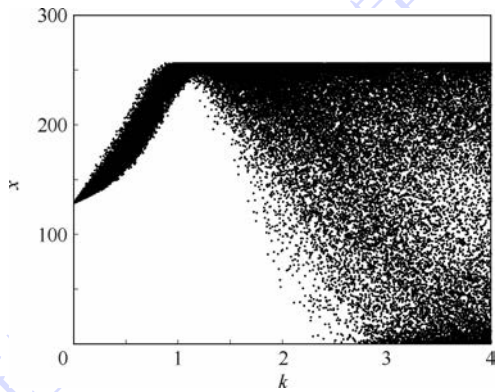


图 3 离散动力系统的分岔图

Fig. 3 Bifurcation diagram of discrete dynamic system

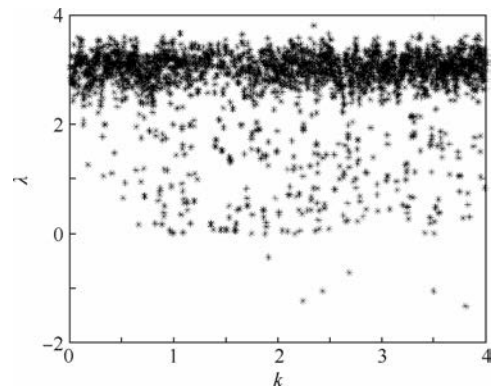


图 4 离散动力系统的最大 Lyapunov 指数

Fig. 4 The largest Lyapunov exponent of discrete dynamic system

北航学报 赠阅

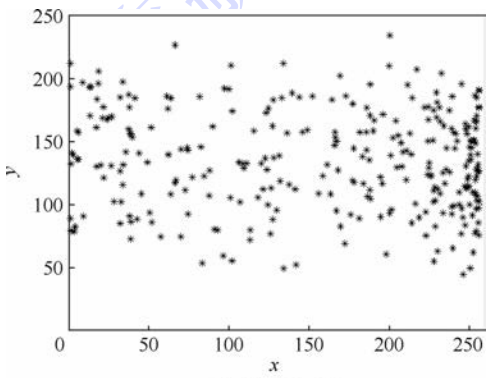
如图 3 所示,当参数 k 大于 3 时,系统进入混沌状态。对比图 4,在同样的 k 值下绝大部分最大 Lyapunov 指数为正,证明了在这一 k 值区间中系统会产生混沌吸引子。

2.3　基于混沌吸引子的故障检测原理分析

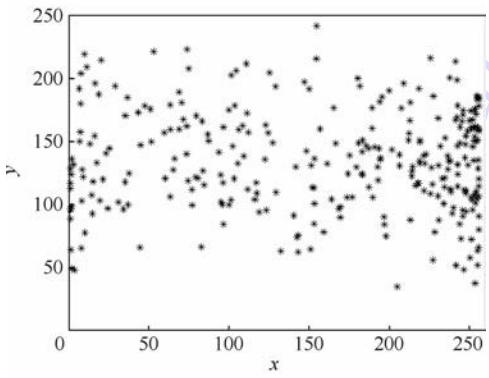
混沌系统具有以下性质:对初值敏感性、有界性、遍历性、内随机性和分维性等。主要利用前 3 种性质进行故障检测。混沌系统对初值敏感性表明,对于一个混沌系统,不同的初值会产生不同的响应;有界性表明系统的运动轨迹始终局限在一个确定的区域内;遍历性表明系统运动轨迹在吸引域内是各态遍历的。

由于混沌吸引子的有界性和遍历性,使用2.1与2.2节构造的离散动力系统生成近似吸引子时只要迭代次数足够,则无论选择哪个初始点,最终的吸引子形状是一致的。图 5(a)为初始点(65,90)开始迭代 300 次后的吸引子,图 5(b)为初始点(90,65)开始迭代 300 次后的吸引子,二者形状基本一致。

当飞轮系统发生故障时,参数变化规律发生改变,构造的离散动力系统特性也随之改变,于是迭代生成的混沌吸引子形状发生变化。图6为



(a) 初始点(65,90)



(b) 初始点(90,65)

图 5　初始点(65,90)和(90,65)的混沌吸引子

Fig. 5　Chaotic attractor with initial points (65,90) and (90,65)

30% 幅度的飞轮电机增益变小故障下吸引子图像,与图 5(a)和图 5(b)相比吸引子的形状变化显著。利用这一变化可以进行故障检测。

为利用混沌吸引子的变化进行故障检测,需要提取描述混沌吸引子的特征。本文构造产生的混沌吸引子实际是一个二位平面函数,因此可以采用 rodon 变换将其映射为一维数组,通过对变换后的一维数组进行多项式拟合,即可得到混沌吸引子的特征多项式。正常情况下的混沌吸引子特征应是近似相同的,而故障情况下的混沌吸引子特征与正常情况应有较大区别,因此计算不同混沌吸引子特征多项式的相关系数进行故障检测。

混沌系统对初值的敏感性使得基于混沌吸引子的故障检测方法对故障十分敏感,这一点会在3.2节的仿真中进行验证。

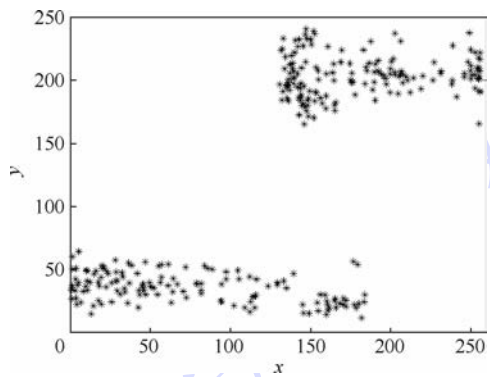


图 6　初始点(65,90),$K_{gd}=0.7$ 时的混沌吸引子

Fig. 6　Chaotic attractor with initial point (65,90) and $K_{gd}=0.7$

2.4　基于混沌吸引子的故障检测方法流程

2.3 节的分析中论述了混沌吸引子与故障间的关系,以此为依据设计如下的故障检测方法:

1) 数据预处理。按所需的灰度图像尺寸采集相应长度的数据序列,对采集到的数据进行归一化处理使数据分布在[0,1]区间内,将数据值转换为灰度值。

2) 生成混沌吸引子。随机选择初始点,以构造的离散动力系统进行一定次数的迭代计算生成混沌吸引子。

3) 计算混沌吸引子特征。对生成的混沌吸引子矩阵进行 radon 变换,对变换后的数据进行拟合,以拟合的多项式生成固定长度的特征向量。

4) 故障检测。选取平稳工况下的混沌吸引子作为标准,计算待检测序列的混沌吸引子与其相关系数,相关系数低于阈值则认为检测到故障的发生。

北航学报 赠阅

3 数值仿真分析

3.1 闭环飞轮仿真系统

在文献[13]的仿真条件基础上,增加了不同工况下的故障检测仿真。搭建的闭环飞轮仿真系统如图 7 所示。

该闭环飞轮控制系统为速度反馈控制系统,包含 PID 控制器、飞轮模型和数据采集系统。PID 控制器参数设置为:比例系数 K_P 为 0.1,积分系数 K_I 为 0.05,微分系数 K_D 为 0.1。飞轮模型参数按表 1 所示设置。设置电机增益变小故障系数为 $K_{gd} \in (0,1]$,摩擦力矩增大故障系数为 $K_\tau \in [1,+\infty)$,则有 $\hat{G}_d = K_{gd} G_d$ 和 $\hat{\tau}_v = K_\tau \tau_v$,代入式(1)得到故障飞轮模型

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{I}_m \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{G}_d \omega_d (\psi_1(I_m,\omega) - \psi_3(\omega)) - \omega_d I_m \\ J^{-1}(K_t I_m - \tau_c \psi_2(\omega) - \hat{\tau}_v \omega) \end{bmatrix} + \\ \qquad \begin{bmatrix} \hat{G}_d \omega_d \\ 0 \end{bmatrix} V_{vc} \\ \tau_z = K_t I_m \end{cases} \tag{4}$$

考虑实际的姿态控制系统仅少部分时间处在大角度机动状态下,大部分时间为稳定姿态,修正空间干扰力矩以及轨道转速的影响,因此本文指定的飞轮工作状态为抵抗空间干扰力矩作用下的姿态保持过程,设置目标转速为常值叠加干扰力矩对应的速度变化:

$$\tilde{\omega}_c = \omega_c + A\sin(\omega_0 t) \tag{5}$$

式中:$\omega_c = 4.5$ rad/s;$\omega_0 = 0.02$ rad/s;$A = 0.14$。

设置 3 种测量噪声条件,信噪比分别为 75 dB(标称)、55 dB(中等强度)和 45 dB(高强度),其中“标称”噪声是指目前器件的典型噪声水平。设置了电机增益变小和摩擦力矩增大 2 种故障。每种噪声条件下 2 种故障各有 6 组数据,其中 1 组为正常数据;5 组为故障数据。设置电机增益变小故障系数 K_{gd} 分别为 0.7、0.82、0.91、0.94 和 0.97,即故障参数的偏差幅度分别为正常值的 30%、18%、9%、6% 和 3%;摩擦力矩故障系数 K_τ 分别为 1.3、1.21、1.09、1.06 和 1.03,即故障参数的偏差幅度分别为正常值的 30%、18%、9%、6% 和 3%。

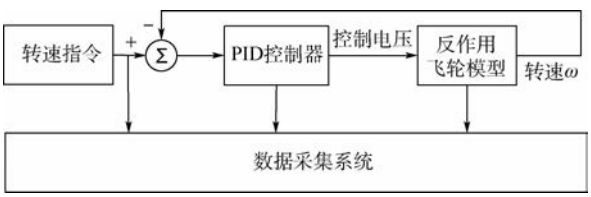


图 7 闭环飞轮控制系统框图

Fig. 7 Block diagram of flywheel with closed-loop control system

故障检测的阈值根据正常数据产生的混沌吸引子相似度选取,可以选择最大值或是平均值,本文选取最大值为阈值。

系统仿真长度为 400 s,步长为 0.01 s,设置故障时刻为 200 s,单次仿真共 40 000 点数据。仿真过程中电流和飞轮转速初值均为零。采用的分析量为电机电流 I_m,由于系统初始时刻有一个调节过程,因此本文只从 50 s 后的稳态开始进行分析,即每次仿真采用 50 ~ 400 s 间的数据,共 35 000 个采样点。

3.2 飞轮系统的故障检测

3.2.1 电机增益变小故障

标称噪声(75 dB)条件下的 5 段故障数据均为 50 ~ 400 s 间的采样点,每段为 35 000 个采样点,如图 8 所示。微小幅度下的故障与正常数据的偏差很小,基本掩盖在了噪声范围内,当故障幅度逐渐增大时,故障数据与正常数据有了明显的偏差,但是经过一段时间后,在反馈控制的作用下系统重新恢复稳定。

按 2.4 节所述方法对采集的数据进行计算,其中辅助函数参数 k 取值为 3.141 6,嵌入维 m 取值为 256。

标称噪声(75 dB)条件下不同故障幅度的检测结果如图 9 所示,k_{re} 为相差系数。随着故障幅值的增大,其与正常数据的相似度越来越低,以 0.8 为阈值的情况下,对 3% 幅度(即 $K_{gd} = 0.97$)的故障依然响应灵敏,该方法对电机增益变大故障很敏感。同时,由于控制目标的波动,图9也表

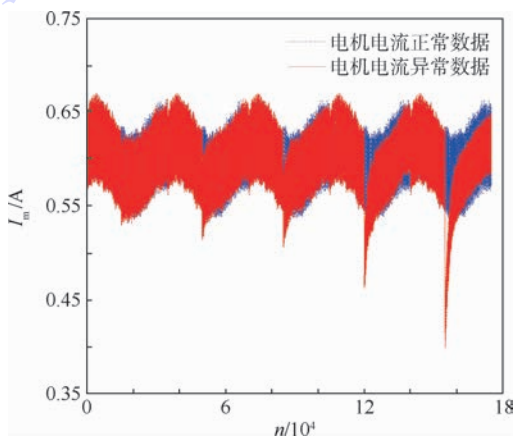


图 8 飞轮电机增益变小故障的电机电流

Fig. 8 Current of flywheel under fault of motor gain decrease

明了飞轮系统的平稳状态特征与电机增益故障特征是与控制目标的幅值无关,因此该方法可以应用在不同控制目标的条件下。

考察本文方法对噪声的鲁棒性,以 3 种噪声条件下故障系数 $K_{gd}=0.7$ 的故障检测为例,检测结果如图 10 所示。相同的故障在不同噪声条件下的检测效果是一致的,证明本文方法对噪声具有鲁棒性。

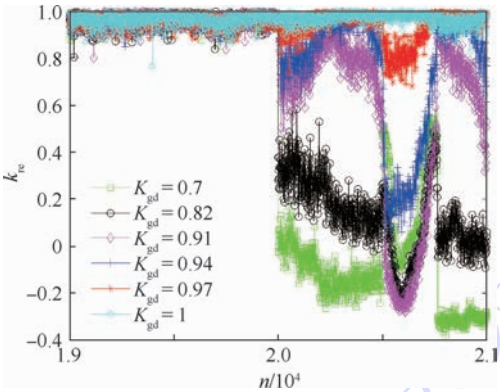


图 9　75 dB 噪声下电机增益变小故障检测结果

Fig. 9　Fault detection result of motor gain decrease under 75 dB noise

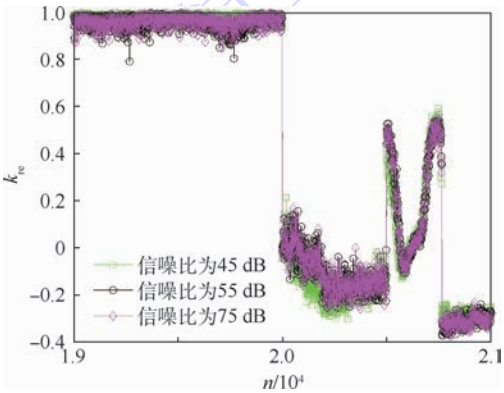


图 10　不同噪声条件下电机增益变小故障检测结果($K_{gd}=0.7$)

Fig. 10　Fault detection result of motor gain decrease under different noises ($K_{gd}=0.7$)

3.2.2　摩擦力矩增大故障

标称噪声(75 dB)条件下的 5 段故障数据均为 50 ~ 400 s 间的采样点,每段为 35 000 个采样点。如图 11 所示,微小幅度下的故障与正常数据的偏差很小,大部分处在噪声范围内,当故障幅度逐渐增大时,故障数据与正常数据有了明显的偏差,由于摩擦力增大故障是通过转速间接影响电机电流的,因此在经过一段时间后,在反馈控制的作用下系统重新恢复稳定时的电流值会变大。

按 2.4 节所述方法对采集的数据进行计算,其中辅助函数参数 k 取值为 3.141 6,嵌入维 m 取值为 256。

标称噪声(75 dB)条件下不同故障幅度的检测结果如图 12 所示。在阈值为 0.8 时能够检出 9% 幅度(即 $K_\tau=1.09$)的故障,但对于更小幅度故障的检测区分度不如电机增益变大故障的检测明显。同时,由于控制目标的波动,图 12 也表明了飞轮系统的平稳状态特征与电机增益故障特征是与控制目标的幅值无关,因此该方法可以应用在不同控制目标的条件下。

考察本文方法对噪声的鲁棒性,以 3 种噪声条件下故障系数 $K_\tau=1.3$ 的故障检测为例,检测结果如图 13 所示。相同的故障在不同噪声条件下的检测效果是一致的,证明本文方法对噪声具有鲁棒性。但是与电机增益故障相比,摩擦力矩故障对噪声更敏感。

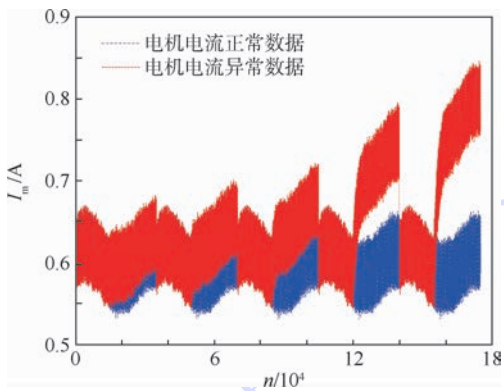


图 11　摩擦力矩增大故障的的电机电流

Fig. 11　Current of motor in fault of motor friction moment increase

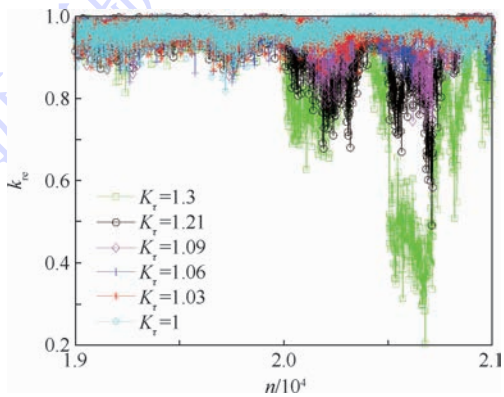


图 12　75 dB 噪声下摩擦力矩增大故障检测结果

Fig. 12　Fault detection result of motor friction moment increase under 75 dB noise

3.3　嵌入维对故障检测能力的影响

以上仿真选择的嵌入维均为 256,这是因为通常灰度图像都具有 256 个级别的灰度值,在 256 × 256 的尺寸上无需调整灰度值,方便构造混

北航学报 赠阅

沌吸引子。但是这样对数据长度的要求相对较高,需要 766 长度的数据。下面讨论不同嵌入维对检测效果的影响。

为方便计算,选择的嵌入维分别为 256、128、64 和 32;所需的数据长度分别为 766、382、190 和 94。以标称噪声(75 dB)条件下电机增益故障和摩擦力矩故障为例进行分析,电机增益故障系数 K_{gd} 为 0.91 和 0.7;摩擦力矩故障系数 K_τ 为 1.09 和 1.3。结果如图 14 所示。

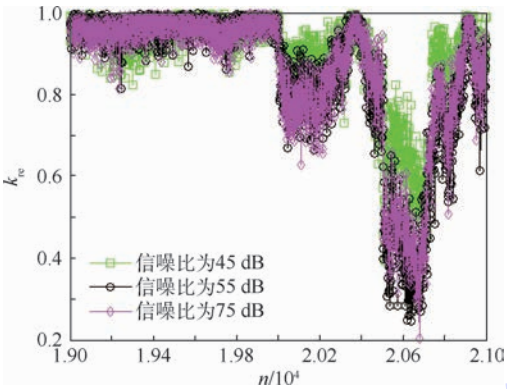


图 13 不同噪声条件下摩擦力矩增大故障检测结果(K_τ = 1.3)

Fig. 13 Fault detection result of motor friction moment increase under different noises (K_τ = 1.3)

图 14(a)、(c)的结果显示,随着嵌入维数的减小,该检测方法对故障的敏感度上升,当嵌入维为 64 时,对于幅度为 9% 的微小故障识别能力显著,当嵌入维为 32 时噪声的干扰掩盖了故障。图 14(b)、(d)的结果则显示,对与故障幅度较大的故障,合理的嵌入维对检测结果影响不大,但是检测窗口会随着嵌入维的减小而减小。

本文认为导致如上结果的原因是因为随着嵌入维的减小,所采集的数据长度也减小,当故障发生时,采集的数据长度越小,则数据间的相对变化就越剧烈,如图 15 所示,嵌入维越大,则故障发生后电流的均值 $\overline{I_m}$ 变化越缓慢;嵌入维越小,则故障发生后电流的均值变化越剧烈。小的嵌入维放大了数据间的变化,因此会导致对故障敏感度上升。

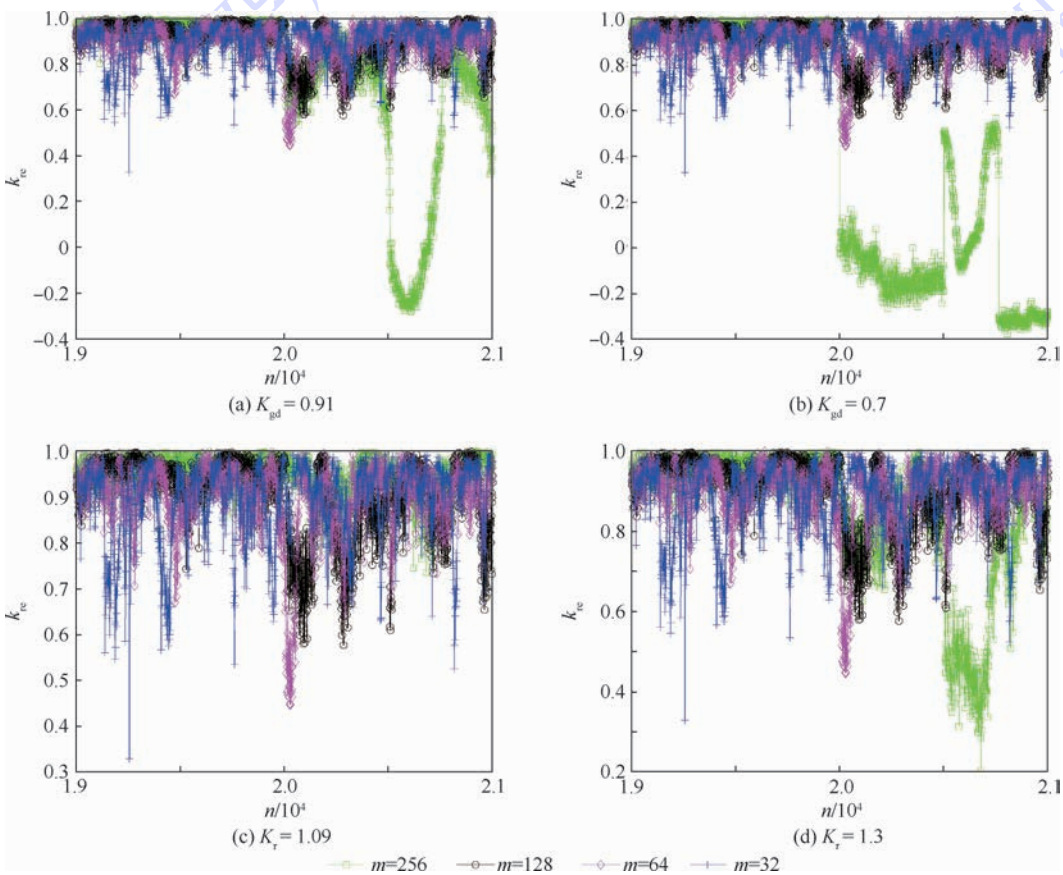


图 14 不同 m 下电机摩擦力矩增大故障检测结果

Fig. 14 Fault detection result of motor friction moment increase with different m

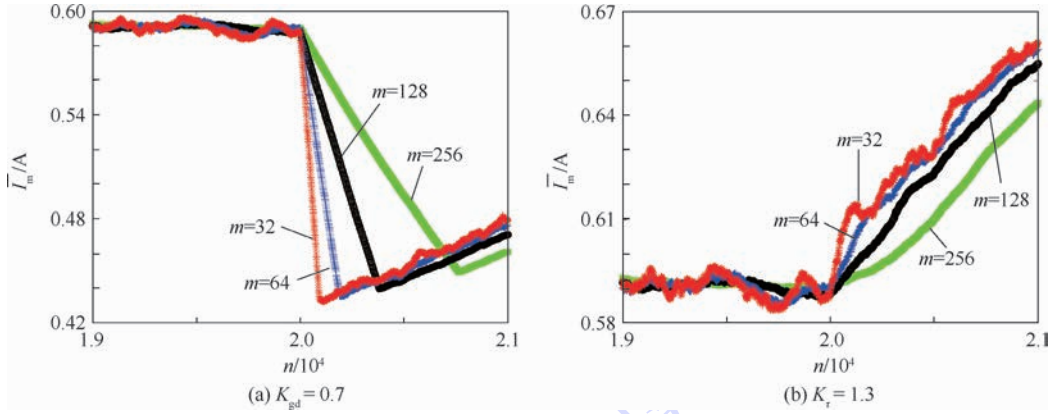


图 15　不同 m 下电机故障电流均值

Fig. 15　Mean of fault motor current under different m

4　结　论

1）仿真结果表明基于混沌吸引子的故障检测方法能够很好地检测出 3% 幅度的电机增益故障和 9% 幅度的摩擦力矩故障,由于缓变故障在早期通常会表现为幅度较小的性能变化,因此该方法可以用于飞轮的早期故障检测。

2）飞轮系统的数据使用曲面迭代的方法可以产生混沌吸引子,且该吸引子与迭代初始点无关;故障情况下的混沌吸引子形状会产生明显的改变。

3）基于混沌吸引子的故障检测方法无需对系统进行精确建模,只需要健康数据即可进行故障检测,同时计算过程大部分为迭代计算,计算量小,适合用于实时故障检测。

4）嵌入维数会影响方法对故障的敏感度和检测窗口。随着嵌入维数的减小,方法需要的数据减少,对故障的敏感程度增加,但易受噪声干扰。

5）基于混沌吸引子的故障检测方法是一种基于数据的方法,可移植性强,可以推广应用到航天器其他系统、部件的故障检测。

参考文献（References）

[1] 肇刚,李泽,李言俊. 基于 TSEOPM 的在轨航天器故障预报方法研究[J]. 计算机测量与控制, 2009, 17(12): 2352-2354.
ZHAO G, LI Z, LI Y J. Research on method of fault prediction for onboard spacecrafts based on times series event omen pattern mining[J]. Computer Meassurement & Control, 2009, 17(12): 2352-2354(in Chinese).

[2] 苏林,尚朝轩,刘文静. 航天器姿态控制系统故障诊断方法概述[J]. 长春理工大学学报(自然科学版),2010,33(4): 23-27.
SU L, SHANG C X, LIU W J. Survey on the technology of fault diagnosis for spacecraft attitude control system[J]. Journal of Changchun University of Science and Technology(Natural Science Edition),2010,33(4):23-27(in Chinese).

[3] GAO C, DUAN G R. Robust adaptive fault estimation for a class of nonlinear systems subject to multiplicative faults[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2012, 31(6): 2035-2046.

[4] 管宇,张迎春,沈毅,等. 基于迭代学习观测器的卫星姿态控制系统的鲁棒容错控制[J]. 宇航学报, 2012, 33(8): 1080-1086.
GUAN Y, ZHANG Y C, SHEN Y, et al. Robust fault-tolerant control for satellite attitude control system based on iterative learning observer[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(8): 1080-1086(in Chinese).

[5] 李知周,张锐,朱振才,等. 基于扩展卡尔曼滤波的动量轮故障检测方法[J]. 航空学报,2010,31(8):1614-1621.
LI Z Z, ZHANG R, ZHU Z C, et al. Extended Kalman filter-based fault detection for momentum wheel[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(8): 1614-1621(in Chinese).

[6] AZIZI S M, KHORASANI K. Adistributed Kalman filter for actuator fault estimation of deep space formation flying satellites[C]// Proceedings of 2009 3rd Annual IEEE Systems Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 354-359.

[7] TALEBI H A, KHORASANI K. A neural network-based multiplicative actuator fault detection and isolation of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(3): 842-851.

[8] SHEN Q K, JIANG B, SHI P. Novel neural networks-based fault tolerant control scheme with fault alarm[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(11): 2190-2201.

[9] 高运广,王仕成,刘志国,等. 一种基于 LS-SVM 的联邦滤波故障检测方法[J]. 控制与决策,2011,26(9):1433-1440.
GAO Y G, WANG S C, LIU Z G, et al. Fault detection method based on LS-SVM for federated Kalman filter[J]. Control and Decision, 2011, 26(9): 1433-1440(in Chinese).

[10] 陈冰,鲁刚,房红征,等. 基于最小二乘支持向量机的卫星异常检测方法[J]. 计算机测量与控制,2014,22(3):690-696.
CHEN B, LU G, FANG H Z, et al. Method of satellite anomaly detection based on least squares support vector machine[J].

Computer Measurement & Control, 2014, 22(3): 690-696(in Chinese).

[11] 王日新,龚学兵,许敏强,等. 飞轮系统的符号动力学故障检测方法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2016,48(10):31-38.
WANG R X, GONG X B, XU M Q, et al. A symbolic dynamic analysis of flywheel system for fault detection[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(10): 31-38(in Chinese).

[12] 龚学兵,王日新,许敏强. 飞轮传感器的高斯混合模型故障检测方法[J]. 宇航学报,2015,36(6):699-705.
GONG X B, WANG R X, XU M Q. Gaussian mixed model-based fault detection method for flywheel sensor[J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(6): 699-705(in Chinese).

[13] 龚学兵,王日新,许敏强. 基于数据关联性分析的飞轮异常检测[J]. 航空学报,2015,36(3):898-906.
GONG X B, WANG R X, XU M Q. Abnormality detection for flywheel based on data association analysis[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(3): 898-906(in Chinese).

[14] ZHANG X D, LIU X D, ZHENG Y. Chaotic dynamic behavior analysis and control for a financial risk system[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(3): 260-265.

[15] TAKENS F. Detecting strange attractors in turbulence[J]. Lecture Notes in Mathmatics, 1981, 898: 361-381.

[16] 孙自强,陈长征,谷艳玲,等. 基于混沌和取样积分技术的大型风电增速箱早期故障诊断[J]. 振动与冲击,2013,32(9):113-117.
SUN Z Q, CHEN C Z, GU Y L, et al. Incipient fault diagnosis of large scale wind turbine gearbox based on chaos theory and sampling integral technology[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(9): 113-117(in Chinese).

[17] 翁鹤,皮德常. 混沌 RBF 神经网络异常检测算法[J]. 计算机技术与发展,2014,24(7):29-33.
WENG H, PI D C. Chaotic RBF neural network anomaly deection algorithm[J]. Computer Technology and Development, 2014, 24(7): 29-33(in Chinese).

[18] 高瑞乾,甘新年,闫源江. 基于混沌特征的航空发动机故障诊断研究[J]. 国外电子测量技术,2011,30(3):24-28.
GAO R Q, GAN X N, YAN Y J. Study on aero-engine fault diagnosis based on chaotic feature[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2011, 30(3): 24-28(in Chinese).

[19] 侯胜利,胡金海,李应红. 基于混沌变量的航空发动机性能监控与故障诊断[J]. 航空动力学报,2005,20(2):314-317.
HOU S L, HU J H, LI Y H. Aeroengine performance monitoring and fault diagnosis based on chaos variable[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(2): 314-317(in Chinese).

[20] BIALKE B. High fidelity mathematical modeling of reaction wheel performance[J]. Advances in the Astronautical Sciences, 1998, 98: 483-496.

[21] 于万波,赵斌. 曲面迭代混沌特性研究[J]. 物理学报,2014,63(12):120502.
YU W B, ZHAO B. A new chaotic attractor graphics drawing method based on the curved iteration[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(12): 120502(in Chinese).

作者简介:

李磊 男,博士研究生。主要研究方向:故障诊断、数据挖掘、机器学习。

高永明 男,博士,副教授。主要研究方向:计算机仿真、复杂系统建模。

吴止锾 男,博士研究生。主要研究方向:图像处理、数据挖掘、机器学习。

Fault detection for flywheels based on chaotic attractor

LI Lei, GAO Yongming*, WU Zhihuan

(School of Space Information, Space Engineering University, Beijing 101416, China)

Abstract: Aimed at the problem that the early fault of the flywheel is difficult to detect and the precision mathematical model is difficult to be established, a fault detection method based on the characteristics of chaotic attractor is proposed. This method uses the auxiliary curved surface function and the system parameters to construct the discrete dynamical system. The approximate chaotic attractors obtained from normal data through iteration are different with the ones obtained from fault data. The difference could be used as feature for fault detection. The simulation results show that the discrete dynamical system constructed by this method can generate the chaotic attractor stably. The chaotic attractor is independent of the initial iteration point. The same faults under different working conditions have the same characteristics. The chaotic attractor feature is sensitive to small fault.

Keywords: flywheels; chaotic attractor; curved surface iteration; fault detection; radon transform

Received: 2018-01-12; **Accepted**: 2018-05-11; **Published online**: 2018-05-25 15:30

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180522.1651.001.html

* **Corresponding author**. E-mail: YongmingGao_08@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0672

基于创新力-适应度的 O2O 电商知识网络构建

全下文载

高长元[1,*]，闫健[1,2]，由扬[1]
（1. 哈尔滨理工大学 管理学院，哈尔滨 150040； 2. 北京信息科技大学，北京 100192）

摘 要：为提升 O2O 电商企业对知识创新领域的准确判断，增加企业的创新竞争力，提出了一种基于创新力-适应度的 O2O 电商知识网络构建方法。在对 O2O 电商企业知识节点创新力影响因素分析并赋权重的基础上，利用适应度算法确定知识节点创新力-适应度，构建了符合 O2O 电商企业特点的创新力-适应度知识网络模型。通过五级分值评分方法和 UCINET 等可视化软件对苏宁云商的创新力-适应度知识网络进行了构建，实验表明创新力能力强的知识节点则具有连接效率高、表示形状相对大的特征。为苏宁云商创新力-适应度知识网络提供了应对策略。

关 键 词：O2O 电商；知识网络；节点创新力；适应度；网络构建
中图分类号：G203
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1903-06

随着移动互联网、云计算、大数据等信息通信技术的迅猛发展，数据和信息呈现爆炸式增长的态势，知识门类也变得越加复杂多样，从高度分化向综合化逐步演进，目前已形成一个庞大的知识网络体系。庞大而复杂的知识系统，使得新兴的 O2O 电商企业对知识的创新发展很难做出准确的预测。知识的创造及运用能力已成为企业保持竞争优势的重要资源[1-2]。利用知识网络能够将 O2O 电商企业中的知识构建成一个时间和结构上无线延展的关联系统，能够使 O2O 电商企业理清知识的脉络，更加高效地在企业内部进行知识的获取与学习，及时创造新的知识，从而提高 O2O 电商企业的核心竞争力水平。对 O2O 电商的研究，苏婉和李阳春基于权利知识观与交易成本理论探讨了 O2O 模式下顾客知识共享机制[3]。李欣颖等对移动商务环境下 O2O 用户信息行为影响因素进行了量化分析，为 O2O 发展模式提供指导意义[4]。孔栋等结合案例分析构建了 O2O 模式分类体系[5]。目前在国内有关 O2O 电商知识网络构建的相关研究鲜少涉及。

知识网络概念最早由瑞典 Beckmann 提出[6]。Cappellin 和 Wink 将知识网络看作由庞大知识构成的资源池，知识网络是由一些专家学者等知识主体构建的社会网络[7]。Phelps 等指出知识网络是由多若干条知识链之间进行知识转移与创造的网络结构体系[8]。Seufert 等从网络与知识管理的关联关系紧密性的角度对知识网络理论框架进行构建并加以分析[9]。徐雷和潘珺也从不同视角对知识网络的相关概念进行了分析和辨别[10]。在知识网络的构建方面，刘国新等通过 4 个步骤构建了分布式创新知识网络[11]。吴江等以基金视角利用社会网络分析方法对学科知识流动网络进行了构建[12]。企业构建知识网络的最终目的是为了达到知识的高度运用，在获取与学习知识的基础上能够内化知识并最终创造出新的知识服务于企业的发展活动中，因此知识创新

收稿日期：2017-10-30；**录用日期**：2018-02-11；**网络出版时间**：2018-03-15 09:54
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180314.1732.008.html
基金项目：国家自然科学基金（71774044，71672050，71272191）
*通信作者. E-mail：gaocy2002@126.com

引用格式：高长元，闫健，由扬. 基于创新力-适应度的 O2O 电商知识网络构建[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1903-1908. GAO C Y，YAN J，YOU Y. Construction of knowledge network of O2O e-business based on innovation ability-fitness[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1903-1908 (in Chinese).

北航学报 赠阅

力在企业的每个知识节点中的体现就显得尤为重要。在知识创新力的研究中,Hilmi 等采用定性分析的方法,对 2 个电信公司的员工的创新能力进行分析,发现员工的创新力可以提高企业知识的共享,从而有利于创造新知识[13]。叶英平等从网络嵌入视角构建了知识创新模型,为企业知识创新能力的提高提供了有力保障[14]。Wang 和 Xin 基于知识管理的思想对企业知识的创新能力进行了评价[15]。Corry 等对人力资源的可持续创新知识在生产过程和相关的知识密集型组织人力资源开发过程中的影响进行了探讨,进而证明了知识创新力的重要地位[16]。谈甄等从产业集群的视角,运用鱼骨图和 AHP 方法指出创新能力、知识信任、知识涨落机制、知识认知是产业集群获得高效知识创新能力的关键因素[17]。

通过上述分析对于知识网络的构建,学者们大多从知识的节点度出发进行择优链接,而大多一致地忽略了知识节点本身的一些属性对择优连接过程的影响[18]。节点的链接是一个相互吸引的过程,节点获取新链接的能力除了与节点度有关外,其自身固有的竞争能力即适应度也会影响节点的连接能力,适应度强的节点可能比连接度高但适应度低的节点获得更多的新边,这就是所谓的“适者生存”法则。因此,针对这一现象,Caldarelli 等提出了适应度模型进行解释[19]。在此基础上李志勇和陈庆华提出了基于适应度的无标度网络结构[20]。因此在知识网络的构建中,对于知识节点的内在竞争能力属性,即适应度的选择与确定方面的研究存在必要性。

综上所述,本文选取知识节点的创新力来衡量 O2O 电商企业知识节点的适应度,通过确定 O2O 电商知识节点创新力的影响因素,构造基于知识节点创新力的适应度模型,并依据得到的知识节点创新力-适应度以及适应度择优连接规则,构建 O2O 电商企业创新力-适应度的知识网络,为 O2O 电商获取有效的知识提供管理手段。

1 O2O 电商知识节点创新力-适应度确定

O2O 电商企业知识节点的创新力是指知识节点自身禀赋的创新属性能力。正因在线上与线下交叉融合、不断演化发展过程中生成及获取到的知识是 O2O 电商企业保持其竞争优势的重要资源,所以知识节点创新能力是保障知识管理凝聚竞争力的关键要素。本文借鉴文献[17]对产业集群的知识创新能力影响因素研究的基础上,结合 O2O 电商实际发展的最大特点,即在线上支付,到线下实体店消费特点,选取知识信任、知识认知、创新能力、价值取向、知识线上与线下融合程度 5 个影响因素对知识节点的创新力进行测量。

1)知识信任。社会网络理论指出信任是一切网络活动的关键要素,是知识网络节点成员间知识获取和学习的最重要基础条件,在 O2O 电商企业知识网络中节点之间的信任度越高,知识的转移和交流的机会就越大,进而促进新知识生成的创新能力。

2)知识认知。O2O 电商企业知识认知可以理解为不同的知识节点之间具有共同的语言、知识表示规则等,每个知识节点都拥有其独特的环境属性特性,处于企业的不同节点中,只有各知识节点间具有相似的共同语言、表示规则和目标,才能实现有效的知识转移和交互。因此,O2O 电商企业知识节点的创新力与知识的认知程度之间存在紧密的正相关关系。

3)创新能力。O2O 电商企业知识节点创新能力核心是将一个节点的知识传播给其他节点,促进知识的共享与传播,达到电商企业知识获取量和竞争优势的提高。O2O 电商企业的线上知识、线下知识、仓储物流知识等知识节点之间互相传递、分享、学习的过程能够为企业创造出新的知识,因此,企业知识节点创新力的提高会增加企业知识创新的效率。

4)价值取向。O2O 电商企业以大量的领域知识为依托,企业员工主要以脑力劳动为主,具有一定的自主性,企业员工正确的价值取向会促使他们立足于追求个性化、多元一体化和创新精神,注重自我价值的实现。

5)知识线上与线下融合程度。O2O 电商线上支付线下消费的服务模式既为用户提供了丰富有价值的信息,也为商家提供了更多优质的客户,根据交易成本理论节约了双方达成交易的成本,同时也减少了因信息不对称而引起的服务与需求不匹配现象发生,线上线下融合度越高,越有利于企业基于用户导向进行创新。

利用李克特五分评分法对上述 O2O 电商知识节点创新力的 5 个影响因素进行评分,将其表示为 a、b、c、d 和 e,并赋予对应的权重值为 α、β、γ、δ 和 ε,可以定义出知识节点创新力的适应度为 η。

综上,知识节点 i 的创新力-适应度定义为

$$\eta_i = \alpha a_i + \beta b_i + \gamma c_i + \delta d_i + \varepsilon e_i \tag{1}$$

式中:$\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=1$。

北航学报 赠阅

2　节点创新力-适应度 O2O 电商知识网络模型

根据 O2O 电商知识网络构建应遵循的整体性、互补性、动态性等原则,构建了基于节点创新力-适应度的 O2O 电商知识网络模型,具体步骤如下:

1)初始网络。首先选取 O2O 电商企业的 m_0 个知识节点,然后依据这些节点与节点之间相互学习交流的关系构建初始网络。

2)知识节点增长。从上述组成的具有 m_0 个知识节点的初始网络开始,每当一个新知识节点加入时,该节点会连接到 $m(m \leqslant m_0)$ 个已经存在于知识网络中不同的知识节点上。每个知识节点的创新力-适应度 η_i 可按照式(1)计算得到。

3)基于创新力-适应度的知识节点择优连接。每一个新的知识节点到一个已经存在的知识节点 i 上的概率(择优连接概率)Π_i 与知识节点 i 的知识节点度 k_i、知识节点 j 的知识节点度 k_i 以及知识节点的创新力-适应度 η_i 满足关系:

$$\Pi_i = \frac{k_i \eta_i}{\sum_{j=1}^{m_0} k_j \eta_j} \tag{2}$$

其后将式(1)得到的创新力-适应度代入式(2)中,知识节点 i 的创新力-适应度择优连接概率则为

$$\Pi_i = \frac{k_i(\alpha a_i + \beta b_i + \gamma c_i + \delta d_i + \varepsilon e_i)}{\sum_{j=1}^{m_0} k_j(\alpha a_j + \beta b_j + \gamma c_j + \delta d_j + \varepsilon e_j)} \tag{3}$$

上述基于知识节点创新力-适应度构建的 O2O 电商知识网络模型主要揭示了创新力如何主导整个模型,知识网络模型不会因 $k_i\eta_i$ 的变化范围较大而影响创新力的主导作用,保证了知识节点创新力对知识网络构建的效果。在此模型中知识节点的创新力-适应度 η_i 越大则表示此知识节点形状越大,反之越小。

3　苏宁云商节点创新力-适应度知识网络构建实证研究

3.1　苏宁云商 O2O 知识节点创新力评分

通过征询学术界和企业界相应专家意见,利用五级分值评分方法,本课题组针对苏宁云商 O2O 知识节点创新力 5 个影响因素进行了分析,并给予相应评分。例如,价格管理在知识信任方面的评分较高,原于苏宁云商特有的线下实体店保障了产品价格的可靠性和可信任性;而价格管理方面在知识认知方面的评分较低,因为苏宁 O2O 产品种类复杂多样,较全面的管控价格必然会受到一定限制;考虑到顾客的比价心理,苏宁的线下线上定价模式相同,促进了产品的销售,故创新能力和融合程度在价格管理这一知识节点方面会得到较高的评分,而价值取向相对来说评分较低,因为苏宁云商与其他电商在价格管理知识方面没有很大程度的不同。因此可以得出苏宁云商 O2O 价格管理知识节点的创新力的 5 个影响因素评分,如表 1 所示。

表 1　知识节点创新力评分-价格管理

Table 1　Knowledge node's innovation ability scoring-price management

因　素	等级(分值)				
	很低(1 分)	较低(3 分)	一般(5 分)	较高(7 分)	很高(9 分)
知识信任				√	
知识认知	√				
创新能力				√	
价值取向		√			
融合程度				√	

3.2　苏宁云商初始知识网络

依据苏宁云商 O2O 发展特点,将其知识分为四大领域知识,同时分为 16 个子领域知识,将此 20 个领域知识节点选为苏宁云商 O2O 节点创新力-适应度知识网络的初始网络节点来进行知识网络构建,即 $m_0 = 20$ 个,苏宁云商的初始知识网络如图 1 所示。

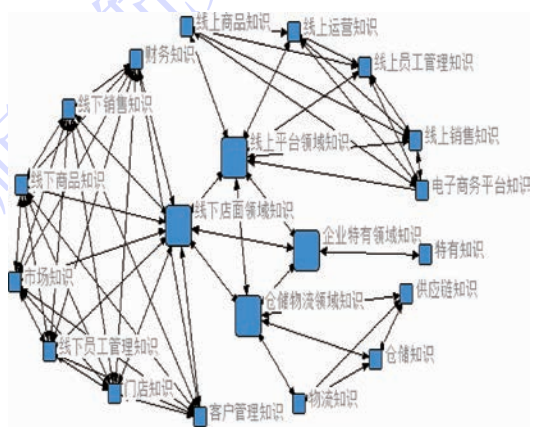


图 1　苏宁云商初始知识网络

Fig. 1　Initial knowledge network for Suning cloud business

3.3　苏宁云商知识节点增长

本文提出了 5 个因素综合衡量 O2O 电商企业知识节点创新力,若将权重进行五等分,则各占权重值为 0.2,借鉴文献[17]对知识信任、知识认知、创新能力以及价值取向的权重分析结果,即分

北航学报 赠阅

别为 $\alpha = 0.291$, $\beta = 0.199$, $\gamma = 0.411$, $\delta = 0.099$[17]。将这 4 个权重值乘以 0.8 就会得到本文最终对应的 5 个影响因素的权重，即：$\alpha = 0.2328$, $\beta = 0.1592$, $\gamma = 0.3288$, $\delta = 0.0792$ 以及 $\varepsilon = 0.2$。

则有知识节点 i 创新力的适应度：

$$\eta_i = 0.2328a_i + 0.1592b_i + 0.3288c_i + 0.0792d_i + 0.2e_i \quad (4)$$

因此，将 3.1 节中的 5 个不同创新力影响因素的评分代入式(4)中，即可得到苏宁云商价格管理知识的创新力-适应度为 5.728，采用同样的方法也能够计算获得其他知识节点的创新力-适应度。

3.4 苏宁云商节点创新力-适应度择优连接

将 3.3 节权重值及式(4)中的适应度代入式(3)中，即可得到知识节点的创新力-适应度择优连接的概率为

$$\Pi_i = \left[k_i(0.2328a_i + 0.1592b_i + 0.3288c_i + 0.0792d_i + 0.2e_i)\right] \Big/ \left[\sum_j k_j(0.2328a_j + 0.1592b_j + 0.3288c_j + 0.0792d_j + 0.2e_j)\right] \quad (5)$$

基于以上构建规则，运用可视化软件 UCINET、NETDRAW 对苏宁云商 O2O 的企业发展过程中产生和获取到的知识进行知识网络的构建。因数据有限，本文选取部分苏宁云商年度报表及苏宁云台发布的部分知识进行归纳，并将这些知识针对苏宁云商划分四大领域知识以及 16 个子领域知识，进行苏宁云商知识节点的创新力-适应度网络构建，构建出的知识网络如图 2 所示。

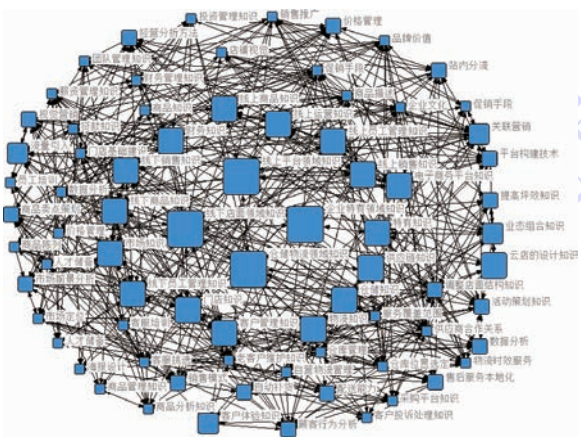


图 2 苏宁云商创新力-适应度知识网络

Fig. 2 Innovation ability-fitness knowledge network for Suning cloud business

3.5 苏宁云商节点创新力-适应度知识网络应对策略

1）知识节点创新力评分应对策略。在构建苏宁云商知识网络时，笔者可以得到知识节点创新力评分的分布情况，如图 3 所示，整体趋于 3.5～8 分，处在这一区间分布的创新力-适应度知识节点较多，应适当鼓励其余各个部门之间进行知识交流与学习，达到相互促进与提升；而评分在 1～3.5 分区间的苏宁云商知识更适于选择自身知识发展的优势，加强部门之间的互相学习与沟通，适时拓展发展途径，有助于提高知识的创新。

2）创新力-适应度知识节点应对策略。在构建完成的苏宁云商创新力-适应度知识网络中，可以清楚地通过知识节点表示形状的大小发现对应知识节点创新力-适应度的大小，对此苏宁云商可以着重获取和学习创新力-适应度大的知识节点，以达到更加高效的创造新知识的目的。

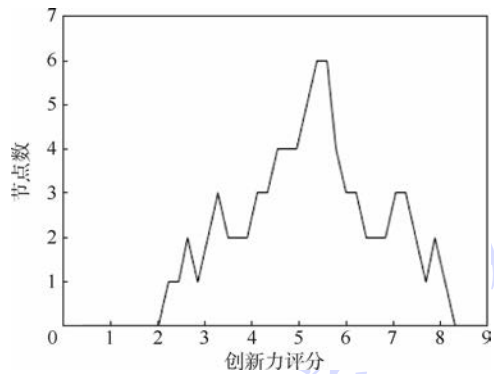


图 3 知识节点创新力评分分布图

Fig. 3 Score distribution map of knowledge node's innovation ability

4 结 论

本文针对 O2O 电商企业知识创新力的影响因素进行了深入分析，通过确定其知识节点的创新能力，结合适应度算法对 O2O 电商企业知识创新力-适应度网络构建方法进行了研究，得到：

1）本文基于知识节点创新能力-适应度算法的 O2O 电商企业知识创新力-适应度网络构建方法适用于目前中国 O2O 电商企业，为 O2O 电商企业提供了一套在知识管理的基础上提高企业创新能力的知识网络构建方案。

2）通过对苏宁云商的实例研究，构建了苏宁云商的多领域知识节点创新力-适应度知识网络。通过苏宁云商创新力-适应度知识网络节点的表现形式，体现出其目前的创新能力，从而也显示出苏宁云商未来较强的创新潜力，也为苏宁云商今后的 O2O 创新发展提供了新的思路。

笔者下一步将考虑知识动态更新对知识网络构建的影响。

北航学报 赠阅

参考文献（References）

[1] HANSEN M T, NOHRIA N, TIEMEY T. What's your strategy for management knowledge? [J]. Harvard Business Review, 1999, 77(2): 106-117.

[2] KHEDHAOURIA A, JAMAL A. Sourcing knowledge for innovation: Knowledge reuse and creation in project teams[J]. Journal of Knowledge Management, 2015, 19(5): 932-949.

[3] 苏婉,李阳春. 移动互联网 O2O 模式下顾客知识共享机制研究[J]. 情报理论与实践,2016,39(4):89-92.
SU W, LI Y C. Research on customer knowledge sharing mechanism in mobile Internet O2O mode[J]. Information Studies: Theory & Application, 2016, 39(4): 89-92(in Chinese).

[4] 李欣颖,徐恺英,崔伟. 移动商务环境下 O2O 用户信息行为影响因素研究[J]. 图书情报工作,2015,59(7):23-30.
LI X Y, XU K Y, CUI W. Research on influential factors of O2O user information behavior in the mobile commerce environment[J]. Library and Information Work, 2015, 59(7): 23-30(in Chinese).

[5] 孔栋,左美元,孙凯. O2O 模式分类体系构建的多案例研究[J]. 管理学报,2015,12(11):1588-1597.
KONG D, ZUO M Y, SUN K. Building O2O model taxonomic system: A multi-case study[J]. Chinese Journal of Management, 2015, 12(11): 1588-1597(in Chinese).

[6] BECKMANN M J. Economic models of knowledge networks[M]//BATTEN D, CASTI J, THORD R. Networks in action: Communication, economics, and human knowledge. Berlin: Springer, 1995: 159-174.

[7] CAPPELLIN R, WINK R. International knowledge and innovation networks: Knowledge creation and innovation in medium technology clusters[M]. London: Edward Elgar Publishing, 2009: 164.

[8] PHELPS C, HEIDL R, WADHWA A. Knowledge, networks, and knowledge networks: A review and research agenda[J]. Journal of Management, 2012, 38(4): 1115-1166.

[9] SEUFERT A, KROGH G, BACH A. Towards knowledge networking[J]. Journal of Knowledge Management, 1999, 3(3): 180-190.

[10] 徐雷,潘珺. 知识网络等相关概念比较分析[J]. 情报科学,2017,35(12):10-14.
XU L, PAN J. Discussion about the differences between concepts related to knowledge network[J]. Information Science, 2017, 35(12): 10-14(in Chinese).

[11] 刘国新,李霞,罗建原. 分布式创新中的知识网络构建[J]. 管理学报,2011,8(11):1669-1674.
LIU G X, LI X, LUO J Y. Building knowledge-creating networks in distributed innovation[J]. Chinese Journal of Management, 2011, 8(11): 1669-1674(in Chinese).

[12] 吴江,金妙,陈君. 基金视角下的学科知识流动网络构建与分析[J]. 图书情报工作,2016,60(8):79-85.
WU J, JIN M, CHEN J. Construction and analysis of interdi-sciplinary knowledge flow network based on co-occurrences of funding application codes[J]. Library and Information Service, 2016, 60(8): 79-85(in Chinese).

[13] HILMI A, RAJESRI G, KADARSAH S, et al. Hubungan knowledge sharing behavior dan individual innovation capability[J]. Journal Teknik Industry, 2009, 11(2): 174-187.

[14] 叶英平,卢艳秋,肖艳红. 基于网络嵌入的知识创新模型构建[J]. 图书情报工作,2017,61(7):102-110.
YE Y P, LU Y Q, XIAO Y H. Construction of knowledge innovation model based on network embeddedness[J]. Library and Information Work, 2017, 61(7): 102-110(in Chinese).

[15] WANG D H, XIN Y. Research on the evaluation of knowledge innovation ability of enterprise based on knowledge management[J]. Journal of Convergence Information Technology, 2013, 8(9): 1163-1169.

[16] CORRY E, MARCEL V D K, UTA R, et al. Knowledge productivity for sustainable innovation: Social capital as HRD target[J]. European Journal of Training and Development, 2014, 38(1): 54-74.

[17] 谈甄,储节旺,李丽娟. 基于鱼骨图和 AHP 的产业集群知识创新能力影响因素研究[J]. 情报科学,2012,30(9):1361-1365.
TAN Z, CHU J W, LI L J. Research on influence factor of industrial clusters knowledge innovation ability based on fishbone diagram and AHP[J]. Information Science, 2012, 30(9): 1361-1365(in Chinese).

[18] 刘向,马费成. 知识网络的形成与演化[M]. 武汉:武汉大学出版社,2014:16-17.
LIU X, MA F C. The formation and evolution of knowledge network[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2014: 16-17(in Chinese).

[19] CALDARELLI G, CAPOCCI A, DE LOS RIOS P. et al. Scale-free networks from varying vertex intrinsic fitness[J]. Physical Review Letters, 2002, 89(25): 2587021-2587024.

[20] 李志勇,陈庆华. 具有适应度的无标度网络[J]. 莆田学院学报,2009,16(2):35-39.
LI Z Y, CHEN Q H. Scale-free networks with node's fitness[J]. Journal of Putian University, 2009, 16(2): 35-39(in Chinese).

作者简介:

高长元　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:信息管理。

北航学报 赠阅

Construction of knowledge network of O2O e-business based on innovation ability-fitness

GAO Changyuan[1,*], YAN Jian[1,2], YOU Yang[1]

(1. College of Management, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150040, China;
2. Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China)

Abstract: A method for constructing knowledge networks based on the fitness of node's innovation ability is proposed for O2O e-business enterprises to make accurate judgment on the knowledge innovation field and improve the innovation competitiveness. This paper, based on the analysis on influence factors of knowledge node's innovation ability of O2O e-business enterprise and their weight assignment, the fitness algorithm is used to determine the fitness of knowledge node's innovation ability, and the innovation ability fitness knowledge network model suitable for the O2O e-business enterprise characteristics is established. Combining five-grade scoring method and UCINET visualization software, this paper constructs the knowledge network of Suning cloud business based on the fitness of innovation ability. The experiment shows that the knowledge node with strong innovation ability are characterized by high connectivity and relatively large shape. And finally, a coping strategy to the innovation ability fitness knowledge network of Suning cloud besiness is put forword.

Keywords: O2O e-business; knowledge network; node's innovation ability; fitness; network construction

北京航空航天大学学报

Received: 2017-10-30; **Accepted**: 2018-02-11; **Published online**: 2018-03-15 09:54

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180314.1732.008.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (71774044, 71672050, 71272191)

* **Corresponding author**. E-mail: gaocy2002@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0732

基于空间隔离的低轨卫星系统频谱共享方法

张泓浞[1], 蒋伯峰[2,*]
(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083; 2. 北京信威通信技术股份有限公司, 北京 100083)

摘 要: 随着业务需求的全球性增长,传统低频波段有限的频谱资源已不能满足低轨(LEO)卫星的业务承载要求,采用Ka频段的LEO星座系统设计成为了主流。然而,采用Ka频段的LEO星座系统不可避免地会对同频段已经存在的静止轨道(GEO)卫星系统产生干扰。首先,通过基于空间隔离的干扰规避方法,采用对LEO与GEO的频谱共用系统设置隔离角来进行上下行场景的干扰消除,使该LEO系统能满足国际电信联盟(ITU)对同频段内通信干扰的约束条件;然后,通过引入GEO带的概念,分析并研究了干扰规避区域的确定方法和其对LEO星座密度的影响。最后,通过仿真得出了干扰隔离角、GEO带与LEO星座密度的关系,得到了在采用隔离角的方式进行干扰避让时满足LEO星座系统业务不中断所需要的最小卫星数量,对LEO星座设计具有一定的指导意义。

关 键 词: 卫星通信; Ka频段; 低轨(LEO); 静止轨道(GEO); 干扰避让
中图分类号: V412.4+1; TN927+.21
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1909-09

在现今的无线通信系统中,卫星通信由于其自身特点,能够覆盖到海洋和偏远山区等地区,而这些地区是传统通信方式出于成本与技术条件考虑无法覆盖的。根据轨道高度不同,将轨道高度在500~2 000 km范围的称为低轨(LEO)卫星,5 000~20 000 km的称为中轨(MEO)卫星,而飞行高度大于20 000 km的称为高轨(HEO)卫星。根据地球与卫星的相对位置关系,将轨道高度为35 786 km的卫星称为静止轨道(GEO)卫星,其他的称为非静止轨道(NGEO)卫星[1]。

相比于其他卫星,LEO卫星轨道高度更低,因此具有传输延迟低的特点;又因其在自由空间传输衰减小,所以所需的发射功率更低[2]。因此,相比于其他卫星通信系统,LEO卫星更适合于提供语音和数据等用户服务[3]。而在LEO卫星通信系统中,随着业务需求的增大,传统的L频段资源已经不足以满足要求;与L频段相比,Ka频段具有更丰富的频谱资源。因此,利用Ka频段资源就成了LEO通信系统的发展趋势。由于在自由空间中信号的衰减与信号波长的大小成反比,在实际通信中,Ka天线往往比L频段天线具有更高的极化增益,更窄的半功率宽度,Ka波束相比L频段具有更小的覆盖范围。因此在星座设计中,将Ka频段与L频段相结合,既可以利用L波束的广覆盖提供信令支持,降低星座密度;又可以利用Ka波束的大带宽,提供用户服务,实现宽窄带结合的LEO卫星全球宽带通信。

然而,由于GEO卫星系统的用户链路与馈电链路均有Ka频段的占用。国际电信联盟(ITU)的《无线电规则》中明确规定在17.8~19.3/28.6~29.1 GHz频段的频率协商工作应本着先到先得的原则;而在其他Ka频段,协商工作则应以该文献[4]中的Article 22所提出的等效功率流量密度(EPFD)限制条件作为参考指标。因此,基于

收稿日期: 2017-11-22; **录用日期**: 2017-12-29; **网络出版时间**: 2018-03-07 13:17
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.1049.004.html
* **通信作者**. E-mail: jiangbofeng@bj.xinwei.com.cn

引用格式: 张泓浞, 蒋伯峰. 基于空间隔离的低轨卫星系统频谱共享方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1909-1917.
ZHANG H S, JIANG B F. Spatial isolation methodology for spectral coexistence in LEO satellite systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1909-1917 (in Chinese).

北航学报 赠阅

Ka 频段的 LEO 星座设计就可能对现有 GEO 卫星系统存在潜在干扰。

文献[5]的 LEO-GEO 系统中,干扰场景可分为 LEO 卫星下行信号对 GEO 地面站(ES)接收的干扰与 LEO 地面站上行信号对 GEO 卫星接收的干扰。

针对 LEO 与 GEO 卫星之间由于频率共享所引起的干扰,文献[6-7]根据 LEO 卫星、GEO 卫星与地面站的位置关系调,通过功率控制的方式达到减小干扰的目的。文献[8-9]则通过划分频谱信道或认知无线电的方式来进行频谱的重复利用。文献[10]采用卫星隔离、地面站隔离等空间隔离方法,通过设置规避区域与规避角来避免干扰的发生。

在现阶段已有的研究文献中,大多是采用功率控制的方法来对已有 NGEO 卫星进行干扰分析,或是采用认知无线电的方式侦测空闲频谱以实现频谱资源的重复利用。而对于通过空间隔离来消除干扰,相关文献大多只是简要阐述了判定方法与规避方式,缺乏详细论证。比如文献[11-13]中,提出了地面站隔离角与干扰规避区域的概念,却并没有对如何确定相关角度与区域做进一步论述。

同时,文献[11-13]指出,当卫星与地面在之间满足空间隔离条件后,将采取波束切换来避免干扰。在 OneWeb 低轨星座系统中,采用一种被称之为“渐进俯仰”(progressive pitch)的专利技术[14],通过对邻近赤道面的卫星的 Ku/Ka 主波束采取南北向偏转的方式来达到干扰消除的目的。不难看出在采用波束切换技术的星座中,当卫星波束为避免干扰而发生偏转,地面站如果想要继续保持通信不中断,则通信链路必须切换至相邻卫星。因此,在 LEO 星座设计中,就需要将星座密度问题列入考虑。对此,相关分析研究很少在文献中出现,也无明确的结论。

另外需要指出,尽管 ITU 建议书提到由于轨道摄动,在 GEO 卫星在运行期间会出一定角度的轨道倾斜,但并未在干规避区域的选取中考虑这一因素。本文也将在研究过程中会将其纳入考虑。

本文研究分析 LEO-GEO 共存系统中空间隔离角的确定方法;通过引入 GEO 带的概念,提出了一种基于空间隔离角的 LEO-GEO 干扰规避区域确定方法,并分析了 GEO 轨道倾斜对该区域带来的影响;在考虑到保证星座通信业务不中断的前提下,研究并分析了空间隔离角、干扰规避区域对 LEO 星座密度带来的影响,最终通过仿真给出干扰限制条件下的星座所需卫星数目的最小值。

最后,在 LEO 星座设计中,由于采用宽窄带结合的系统设计,单颗卫星在保证比较大的覆盖范围的情况下,仅用少量 Ka 点波束即可实现对特定热点区域宽带服务的支持,这在客观上降低了 LEO 星座密度与系统的复杂度,因此本文将采用这种模型对 LEO 星座密度进行研究分析。

1 场景模型

由于轨道摄动,GEO 卫星会在运行中产生轨道倾斜,因此在考虑 GEO 卫星空间分布时,为方便做一般化处理,可将其看成是沿 GEO 的连续分布。如图 1 所示,GEO 卫星分布可以被看成是一条以 GEO 为中轴,南北偏移地心角为 θ 的环状带,即 GEO 带。

在 LEO-GEO 卫星系统中,干扰场景可分为 2 种,分别如图 2 和图 3 所示。

在图 2 的上行干扰场景中,LEO 地面站随着 LEO 卫星的运行而改变上行信号发射天线指向,当其指向邻近 GEO 轨道时,会对 GEO 卫星产生干扰,且干扰随地面站夹角 α 的减小而增加。因此在上行场景中,必然存在满足条件的最小 α,使得 LEO 地面站上行信号对 GEO 卫星的干扰符合干扰门限。此时,如果将 LEO 地面站与卫星的连线反向延长至 GEO 轨道球面,则会在轨道球面上截取一段地心角为 θ_{ul} 的 GEO 带。

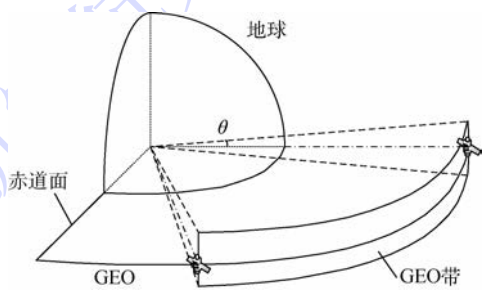


图 1 GEO 带示意图

Fig. 1 Schematic of GEO band

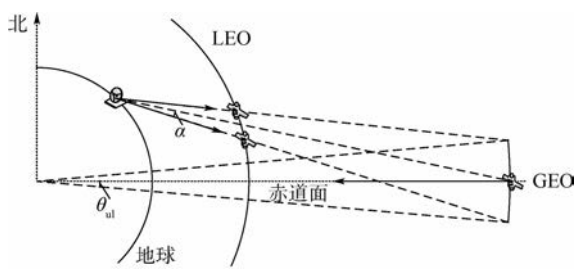


图 2 LEO-GEO 上行干扰场景

Fig. 2 LEO-GEO uplink interference scenario

北航学报 赠阅

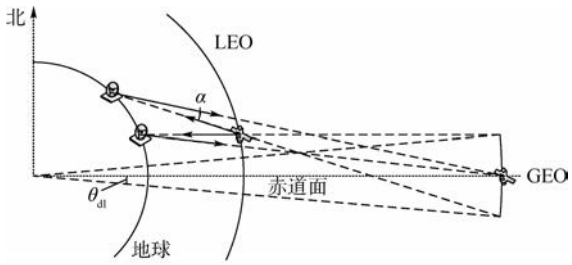


图 3　LEO-GEO 下行干扰场景

Fig. 3　LEO-GEO downlink interference scenario

在图 3 的下行干扰场景中，当 LEO 卫星、GEO 卫星与 GEO 地面站处于共线关系时，地面站收到的来自 LEO 卫星的同频干扰达到最大[15]。因此若想降低干扰，则 GEO 地面站、LEO 卫星与 GEO 卫星不可共线，而是彼此需要满足一定的角度关系。同理，其与 LEO 卫星连线的延长线与 GEO 轨道天球所截取的 GEO 带的地心角为 θ_{dl}。

不难看出，无论上下行干扰场景，地面站与卫星之间的空间隔离关系都可以通过几何方法转化成一定角度的 GEO 带来表示，这也给在确定干扰规避区域时考虑轨道摄动因素带来了可行性。

2　分析与推导

根据文献[4]规定，在 GEO-NGEO 系统中干扰级别的评判应该以 EPFD 值为参考。EPFD 是指在 GEO 系统接收端收到的有 NGEO 系统内所有发送端产生的功率通量密度的总和，其公式定义为

$$\mathrm{EPFD} = 10\lg\left(\sum_{i=1}^{N} 10^{\frac{P_i}{10}} \frac{G_t(\theta_i)}{4\pi d_i^2} \cdot \frac{G_r(\varphi_i)}{G_{rmax}}\right) \tag{1}$$

式中：N 为发送端个数；P_i 为个发送端发送功率；d_i 为个发送端到接收端的距离，；$G_t(\theta_i)$ 为发射天线增益；$G_r(\varphi_i)$ 为接收天线增益，在此做了归一化处理；θ_i 与 φ_i 分别为发射天线与接收天线的天线指向与发射到接受端连线的夹角。从式(1)可以看出，天线的发射与接收增益都跟其指向与信号传播路径的夹角有关，具体关系可参考文献[16]。

2.1　上下行干扰规避区域分析

如图 2 与图 3 所示，文献[11]中指出，当地面站夹角 α 小于某一预设值时，LEO 系统即可进行波束关闭或切换操作，以此达到避免同频干扰的目的。图 2 中，LEO 地面站在夹角 α_{ul} 小于预设值时选择波束切换卫星；图 3 中，GEO 地面站夹角 α_{dl} 小于预设值时，LEO 卫星的 Ka 波束必须关闭或做偏移处理。因此在上下行规避区域选择的问题上，可以简化为隔离角 α 的选取，综合考虑上下行干扰场景，不难得出：

$$\alpha = \max(\alpha_{ul}, \alpha_{dl}) \tag{2}$$

地面站夹角 α、GEO 带地心角 θ 与地面站和 GEO 卫星的星下点经度差 $\Delta\varphi_{lon}$ 的几何关系如图 4所示。

从图 4 可以看出，在同一纬度 φ_{la} 下，保持 α 不变，θ 随 $\Delta\varphi_{lon}$ 的变大而变大。因此，可以在 θ 角的选取上做一次放大。在地面站仰角允许范围内，假设隔离角门限值 $\alpha = \alpha_{threshold}$，在满足最小仰角的地面站的可视区域边界处，即 $\Delta\varphi_{lon}$ 最大时的 θ 选做 GEO 带的地心角，即

$$\theta = f(\max(\Delta\varphi_{lon}), \varphi_{la})\big|_{\alpha=\alpha_{threshold}} \tag{3}$$

2.1.1　下行干扰场景 α_{dl} 的选取分析

文献[15]指出，在下行场景中，GEO 地面站、LEO 卫星和 GEO 卫星三者共线时，LEO 卫星对地面站的下行干扰达到最大。同时，如图 4 所示，地面站与卫星星下点存在经度差；不难得出，当经度差 $\Delta\varphi_{lon} = 0$ 时，即地面站与卫星共存于同一经度平面，此时 LEO 卫星到地面站距离最短，根据式(1)可得，GEO 地面站收到的 LEO 卫星下行 EPFD 将达到最大。

对于 $\alpha_{threshold}$ 的选取，可以进行第二次放大，即针对 $\Delta\varphi_{lon} = 0$ 时不同纬度的地面站变换仰角 φ_{ele} 时所取得的满足 EPFD 门限标准的最大 α 定为 $\alpha_{threshold}$，如图 5 所示。

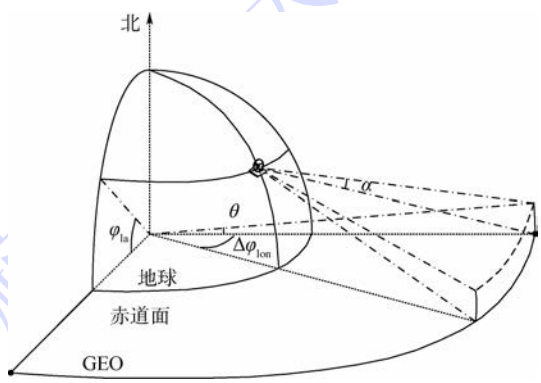


图 4　α 与 θ 和地面站位置关系示意图

Fig. 4　Schematic of relationship among α, θ and ES location

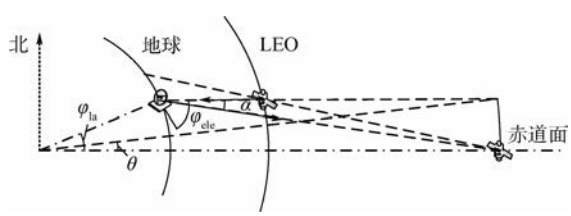


图 5　下行场景 α 与 θ 和地面站天线仰角关系示意图

Fig. 5　Schematic of relationship among α, θ and elevation angle of ES antenna in downlink scenario

北航学报 赠阅

当 GEO 地面站纬度 φ_{la} 不变时，LEO 卫星沿轨道运行，其对 GEO 地面站造成的干扰可以通过地面站与 2 个卫星的夹角 α 决定。通过对该场景 GEO 地面站接收端 EPFD 的计算与 ITU 给出的下行 EPFD 限制条件，不难找出下行隔离角门限 α_{dl}。

需要注意的是，LEO 卫星的下行 Ka 波束宽度较窄，且天线指向可以调节，因此可以假设在 LEO 星座系统的统一调配下，不会出现 Ka 下行波束的同频混叠现象。对于 GEO 地面站，同一时刻不存在来自 LEO 星座系统下行多个 Ka 波束干扰叠加的现象。

2.1.2 上行多用户干扰场景 α_{ul} 的选取分析

在上行场景中，由于存在多地面用户同时进行上行信号传输的情况，因而其对 GEO 卫星造成的干扰为多个 LEO 地面站用户的累加值。由于每个地面站用户与 GEO 卫星相对位置的不同，地面站上行天线所指向的 NGEO 卫星位置也不确定，因而造成了对上行多用户干扰场景分析的复杂性。

如图 6 所示，LEO 地面站天线对准 LEO 卫星，其上行波束会对 GEO 卫星造成干扰；同时，该 LEO 卫星波束覆盖区域可能存在多个地面站用户，假设在该区域内满足 α 门限值的地面站都与该 LEO 卫星进行上行通信，则在 GEO 接收端造成的干扰为多个地面站干扰信号的叠加。

由图 7 可知，在上行多用户场景中，假设当地面站夹角 α 小于 $\alpha_{threshold}$ 时，地面站不发送上行信号，则 GEO 卫星收到的上行干扰为其余地面站上行信号干扰的叠加；且考虑 GEO 卫星在轨道上连续分布的情况，在某颗 LEO 卫星波束覆盖区域内，地面站夹角 α 小于 α_{ul} 的区域为带状，具体形状与 LEO 星下点纬度和 α_{ul} 都有关系。

假设在 LEO 卫星波束覆盖区域内，地面站用户是均匀分布的，通过设定不同的 α_{ul} 值确定规避区域形状，再由式(1)可得 GEO 卫星接收端收到的EPFD值。由此不难得出α，LEO星下点纬度和

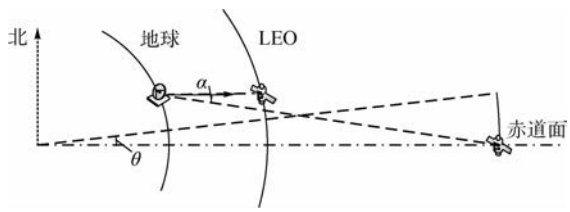


图 6 上行场景 α 与 θ 和地面站天线仰角关系示意图

Fig. 6 Schematic of relationship among α, θ and elevation angle of ES antenna in uplink scenario

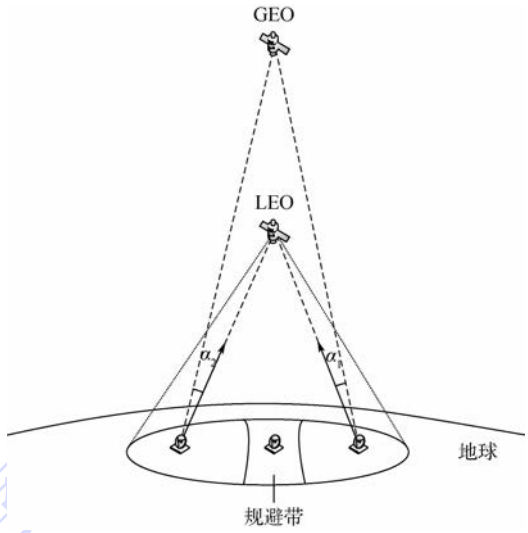


图 7 多用户上行干扰场景

Fig. 7 Multi-user uplink interference scenario

上行多用户 EPFD 的关系，从而根据限制条件确定 α_{ul}。

需要注意的是，这里计算的是单颗 LEO 卫星覆盖范围内的多用户上行干扰。考虑到 GEO 卫星收到的上行集总干扰可能是来自多颗 LEO 卫星的星下用户，因此在选择 α_{ul} 时需留出一定余量。

2.2 引入连续 GEO 带的分析

确定满足 EPFD 门限的 α 值，根据式(3)可求得相应的 GEO 带地心角，在这里设为 θ_{epfd}。根据分析，当不存在轨道摄动时，LEO 地面站上行天线指向地心角为 θ_{epfd} 的 GEO 带以外的区域，则其对 GEO 卫星产生的干扰满足 ITU 约束；同时，LEO 卫星与 GEO 地面站连线的反向延长线与 GEO 轨道天球的相交于该 GEO 带以外区域，则 LEO 下行波束对 GEO 地面站产生的干扰满足约束条件。

如图 1 所示，由于轨道摄动的存在，在 GEO 卫星运行期间会产生轨道面的倾斜，在这里将倾斜角设为 θ_{shift}。相比于理想运行场景，这种偏移可被视作地面站与 GEO 卫星之间纬度差的变化。显然，这种变化并未影响 $\alpha_{threshold}$ 的选取，因此，最终的 GEO 带地心角 θ 可以简单的视为两者相加，即

$$\theta = \theta_{epfd} + \theta_{shift} \tag{4}$$

2.3 带有规避带的 LEO 星座密度分析

由于存在干扰规避区域，当 LEO 卫星运行至规避区时，地面站需要做避让处理；因此，针对测定的规避区域，单个地面站就会在 LEO 轨道天球上产生连续的规避带，如图 8 所示。

北航学报 赠阅

地面站在给定最小仰角的情况下在低轨天球上的可视区域如图 9 所示（假设地面站纬度为 0°）。

如图 9 所示，圆形区域为地面站可视区域，虚线部分则为地面站对 GEO 带的规避区域在低轨天球上的截取部分。

星座密度由轨道之间经度差 $\Delta\varphi$ 和同一轨道内邻星之间的相位差 $\Delta\theta$ 决定。考虑到当地面站处于高纬度地区，可视区域内星座不同轨道间的距离会缩短，因此在分析中可以采用赤道地面站作为对象，此时轨道间距最大。且出于系统复杂度考虑，在满足波束切换的条件下，星座密度应该越小越好。

当卫星进入规避区域后，地面站需要在可视区域内的非规避区选择另外一个卫星进行波束切换，因此，星座的密度分析模型如图 10 所示。

在图 10 中，所有变量的单位均为度（°）。轨道倾角为 i。在地面站可视范围内囊括了 2 条卫星轨道。轨道之间的经度差 $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$。研

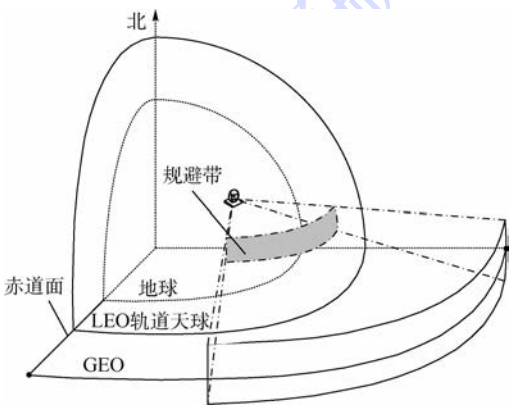


图 8　LEO 天球规避区域示意图

Fig. 8　Schematic of avoidance area on LEO celestial sphere

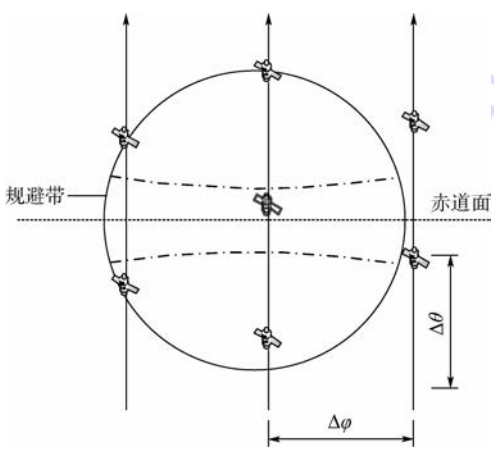


图 9　地面站可视区域规避带示意图

Fig. 9　Schematic of avoidance band in visible area of ES

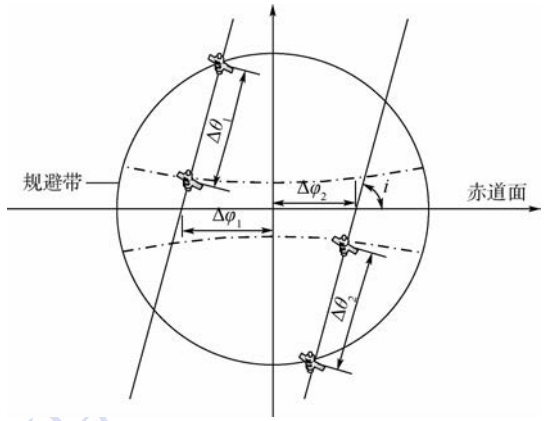


图 10　星座密度参数示意图

Fig. 10　Schematic of constellation density parameters

究规避带对星座密度的影响，分析思路如下：

1）当轨道间经度差固定且轨道在可视区域内相对位置固定（确定 $\Delta\varphi_1$ 与 $\Delta\varphi_2$）时，星座密度需保证在除去规避带的可视区域内至少有一颗卫星存在。同时，假设异轨卫星之间的相位差可以随意设置，为满足条件，当图 10 中，当左侧轨道卫星 1-1 运行至可视区上边缘时，需保证右侧邻轨有卫星 2-1 从可视区域下边缘进入该区域；并且当 2-1 运行至规避带下边缘时，卫星 1-1 的同轨邻星 1-2 需要运行至规避带上边缘，由此即可保证地面站在两条轨道间进行切换而中断通信。因此，同一轨道内的邻星相位差为 $\Delta\theta = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2$。

2）保持轨道间经度差 $\Delta\varphi$ 不变，改变轨道在区域内相对位置（即 $\Delta\varphi_1$、$\Delta\varphi_2$ 可变），重复思路 1），找到相应的 $\Delta\theta$。

3）变动轨道间经度差 $\Delta\varphi$，重复思路 1）与 2），得到一系列（$\Delta\varphi$，$\Delta\theta$）配对组合，这些组合即可视为星座密度设计方案。

当对上述思路做进一步简化，分析可得：保持 $\Delta\varphi$ 不变的情况下，当轨道在可视区域内相对位置发生变化时，通过简单的数学推导不难得出：只有当 $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$ 的时候，$\Delta\theta$ 才可以取到最大值，即

$$\Delta\theta_{\max} = \Delta\theta_1 \big|_{\Delta\varphi_1=\Delta\varphi_2} + \Delta\theta_2 \big|_{\Delta\varphi_1=\Delta\varphi_2} = 2\Delta\theta_1 = 2\Delta\theta_2 \tag{5}$$

由此可推得

$$\gamma = \arctan\left(\tan i \tan\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \tag{6}$$

式中：γ 为 LEO 轨道面与地面站在 LEO 轨道天球上的可视区域的横截平面的交线与赤道面的夹角。把该可视区横截面视为坐标系，可视区域中心为坐标原点，则 LEO 轨道面与该可视区域的上半部的交点坐标（x，y）可表示为

北航学报 赠阅

$$\begin{cases} x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ y = \tan\gamma\left(x - R_n \tan\dfrac{\Delta\varphi}{2}\sin\varphi_{ele}\right) \\ a = 1 + \tan^2\gamma \\ b = -2R_n \tan^2\gamma \tan\dfrac{\Delta\varphi}{2}\sin\varphi_{ele} \\ c = \tan^2\gamma\left(R_n \tan\dfrac{\Delta\varphi}{2}\sin\varphi_{ele}\right) - R_n^2\cos\varphi_{ele} \end{cases} \tag{7}$$

式中：φ_{ele}为地面站最小仰角；R_n为 LEO 轨道天球的半径。设此时的 GEO 带的地心角为 θ，则有同轨邻星相位差：

$$\Delta\theta = \frac{y\cos\varphi_{ele}}{\sqrt{x^2 + y^2}\sin i} \tag{8}$$

针对不同的($\Delta\varphi$,$\Delta\theta$)，可以得出在考虑 GEO 带的情况下该星座所需的卫星数量。在此设计下，地面站的可视区域内，当其波束追踪的 LEO 卫星进入规避区域，则至少保证有一个同轨或异轨的邻星可见，因而可以进行波束切换，可以达到避免干扰的同时通信不中断的目的。

3 仿真与验证

表 1 为仿真所需相关参数。

表 2 为文献[4]中明确列出的 EPFD 门限（上、下行场景门限的载波带宽均为 40 kHz）。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参 数	数 值
LEO 轨道高度/km	850
GEO 轨道高度/km	35 786
地球半径/km	6 371
地面站最小仰角/(°)	10
轨道倾角/(°)	87
发射功率/dBw	0
载波带宽/MHz	54
上行频率/GHz	28
下行频率/GHz	18.2
LEO 地面站天线口径/m	1.2
GEO 地面站天线口径/m	1
LEO 卫星天线口径/m	0.4
GEO 卫星天线口径/m	3[a]
地面站天线增益	见文献[17]
LEO 卫星天线增益	见文献[18]
GEO 卫星天线增益	见文献[16]
地面站密度/(°)	1[b]

注：a. 上行 EPFD 值对 2～4 区间的变化不敏感；b. 设沿纬度线均匀分布，在赤道线上地面站间隔经度值为 1°。

表 2 干扰门限[4]

Table 2 Interference threshold[4]

干扰场景	载波频率/GHz	EPFD 门限/(dB(W·m^{-2}))
上行场景	27.5～28.6	-162
下行场景	17.8～18.6	-164

3.1 EPFD 与 α 和地面站纬度之间的关系仿真

图 11 为上行多用户干扰场景的 EPFD 值随隔离角 α 与 LEO 星下点纬度的变化图。由图中仿真结果不难看出，随着 LEO 卫星纬度的升高，其星下波束覆盖范围内的地面站上行信号对 GEO 卫星的集总 EPFD 值随着纬度的升高而逐渐降低；而当引入隔离角 α 后，集总 EPFD 值会出现显著下降。

由图 12(a)的仿真结果不难看出，随着地面站纬度的升高，GEO 系统所接收端收到来自 LEO 系统的 EPFD 值是呈下降的趋势，因而两图右侧列出了干扰最大时(纬度 $\varphi_{la}=0°$)EPFD 随夹角 α 的变化曲线。

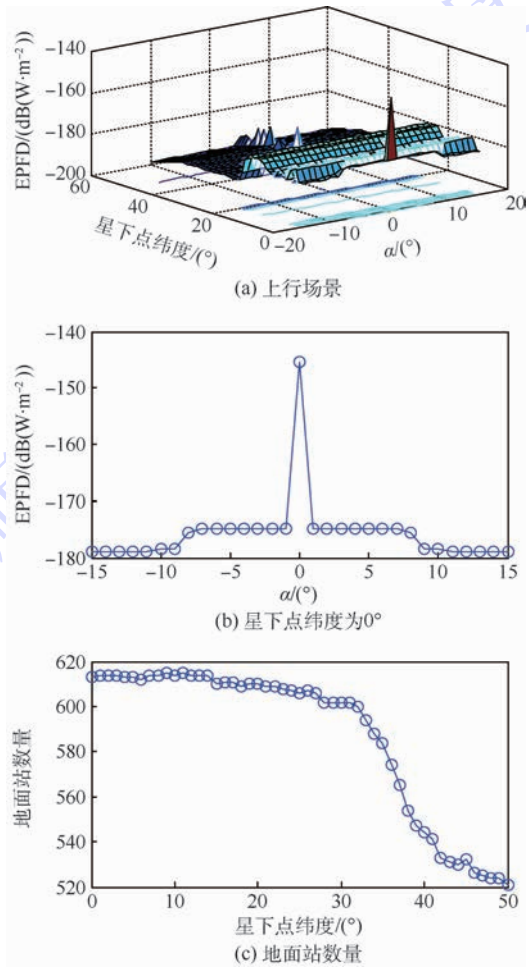


图 11 上行多用户干扰场景 EPFD 值

Fig. 11 EPFD values of multi-user uplink interference scenario

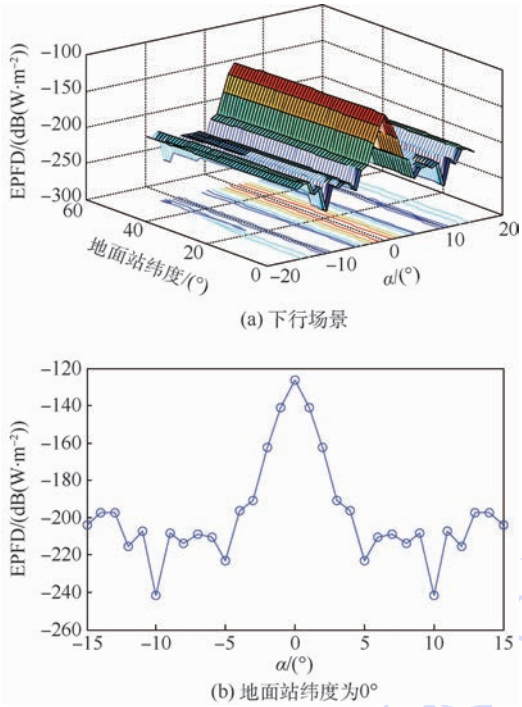


图 12　下行干扰场景 EPFD 值

Fig. 12　EPFD values of downlink interference scenario

由表 2 与图 11 可知，当 LEO 卫星星下点位于赤道时，有其波束覆盖范围内地面站上行集总 EPFD 值最大，且当引入隔离角 α 后，EPFD 值会出现急剧下降。由于上行 EPFD 门限值为 -162 dB(W/m^2)，当 $\alpha>1°$ 时，上行集总 EPFD 值就会降至 -175 dB(W/m^2)以下，从而带来 13 dB(W/m^2)以上的余量。考虑到单颗 GEO 卫星可能同时面对多颗 LEO 卫星波束所覆盖的地面站的上行集总干扰，该余量意味着即使当 LEO 星下地面站的上行集总 EPFD 值取得最大时，为满足 GEO 接收到的上行 EPFD 门限，这样同时存在的会对 GEO 产生上行干扰的 LEO 卫星数目上限可以达到 20 颗。

而在下行场景中，结合表 2 与图 12，可以看到，当 α 取到 3°即可，GEO 地面站收到来自 LEO 卫星的下行干扰 EPFD 值即可满足要求。

综上所述，根据式(2)不难得出，结合上下行干扰场景，为使 GEO 系统接收端收到的来自该 LEO 系统的 EPFD 值满足要求，地面站分别与 LEO 卫星与 GEO 卫星连线夹角的门限值 $\alpha_{\text{threshold}}=3°$。

3.2　GEO 带地心角 θ 与 α 关系仿真

由式(3)可知，在已经确定 $\alpha_{\text{threshold}}$ 的情况下，GEO 带地心角 θ_{epfd} 与地面站所在纬度 φ_{la} 和该地面站在最小仰角约束条件下和可见 GEO 卫星的最大经度差 $\Delta\varphi_{\text{lon}}$ 有关；因此，对于每一个给定的 α，需要通过遍历 φ_{la} 找到最大 θ_{epfd}。经过仿真，可得 θ_{epfd} 最大值与 α 关系仿真结果如图 13 所示。

由图 13 不难得出，当 $\alpha_{\text{threshold}}=3°$ 时，可以取此时的 GEO 带地心角 $\theta_{\text{epfd}}=3°$。因此，根据式(4)，在考虑 GEO 卫星轨道偏移的情况后($\theta_{\text{shift}}<15°$)，可得最终的 GEO 带地心角 $\theta\in(3°,18°)$。

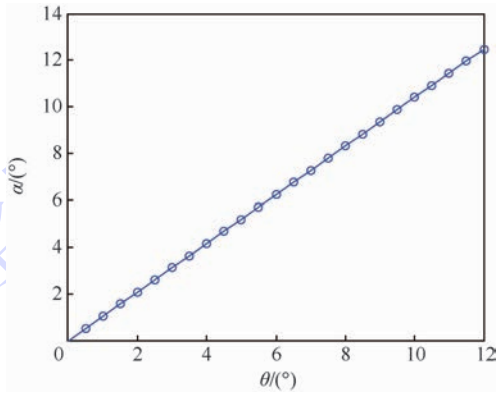


图 13　α 与 θ 关系仿真结果

Fig. 13　Relationship between α and θ in simulation

3.3　星座密度仿真

在引入规避区域后，决定星座密度的同轨邻星相位差和轨道之间的经度差与所需规避的 GEO 带地心角 θ 的关系如图 14 所示。

由图 14 易得，在保持 θ 不变的情况下，邻星相位差与轨道经度差呈现负相关的关系，这就为在同等规避条件下寻找该 LEO 星座所需最低卫星数目提供了可能。同时，当 θ 变大时，星座密度也逐步变大，体现在保证轨道相位差相同的情况下，同轨星间相位差缩小，反之亦然。

图 15 则展示了 GEO 带地心角 θ 与 LEO 星座所需最低卫星数目的关系。不难看出，随着 LEO 地面站所需规避的 GEO 带不断拓宽，星座所需最低卫星数目也在不断增加；当 GEO 带地心角为3°时，系统大约需要50～70颗卫星即能保证在其对

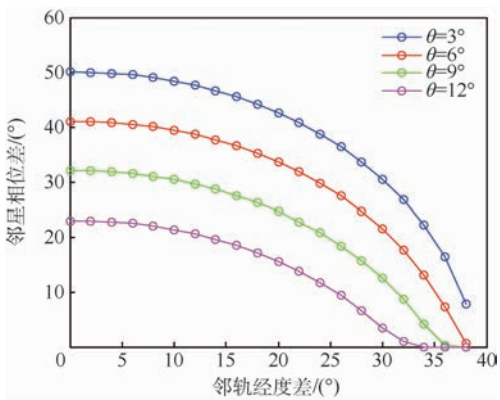


图 14　不同 θ 值时星座密度参数仿真结果

Fig. 14　Simulation result of constellation density parameter at different θ

北航学报 赠阅

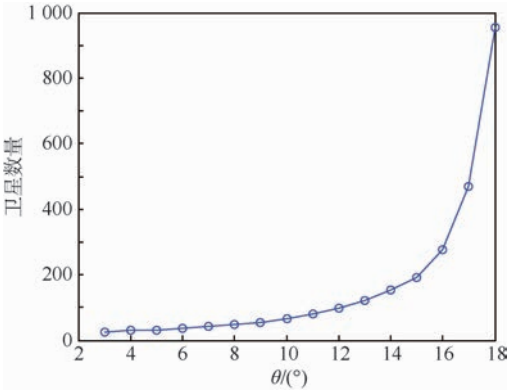


图 15 θ 与星座卫星数量关系

Fig. 15 Satellite amount in constellation versus θ

GEO 系统干扰满足约束条件的情况下实现无间断服务。

4 结 论

本文主要通过引入 GEO 环状带与 ITU 建议书给出的干扰限制,结合上下行干扰场景,提出了一种基于空间隔离的 LEO 与 GEO 卫星在 Ka 频段频谱共享的方法,并对该方法的干扰避让原理给出了详细的论证过程。通过仿真验证,得出如下结果:

1) 通过仿真地面站隔离角、地面站纬度与上下行场景中干扰 EPFD 值的关系,基于 ITU 给出的限制条件,得到了该仿真参数下满足干扰门限的地面站隔离角阈值。

2) 仿真给出规避带地心角与地面站隔离角的关系,找出符合干扰门限的 GEO 带宽度。

3) 通过确定的 GEO 带找出 LEO 星座系统对 GEO 卫星的干扰规避区域,并通过仿真结果展示该方法对 LEO 星座密度的影响。

参考文献 (References)

[1] VATALARO F, CORAZZA G, CAINI C, et al. Analysis of LEO, MEO, and GEO global mobile satellite systems in the presence of interference and fading[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communication, 1995, 13(2): 291-300.

[2] SHARMA S K, CHATZINOTAS S, OTTERSTEN B. In-line interference mitigation techniques for spectral coexistence of GEO and NGEO satellites[J]. International Journal of Satellite Communications and Networking, 2016, 34(1): 11-39.

[3] PRATT S R, RAINES R A, FOSSA C E. et al. An operational and performance overview of the IRIDIUM low earth orbit satellite system[J]. IEEE Communications Surveys, Second Quarter 1999, 2(2): 2-10.

[4] ITU Radiocommunication (ITU-R). Radio Regulations Articles Edition of 2012[S]. Geneva: ITU, 2012: 271-289.

[5] ITU Radiocommunication (ITU-R). Analytical method for estimating interference between non-geostationary mobile-satellite feeder links and geostationary fixed-satellite networks operating co-frequency and codirectionally[S]. Geneva: ITU, 1997: 2-3.

[6] SHARMA S K, CHATZINOTAS S, OTTERSTEN B. Transmit beamforming for spectral coexistence of satellite and terrestrial networks[C]// 2013 8th International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 275-281.

[7] ZHENG Y, SUN S, BO R, et al. Traffic aware power allocation and frequency reuse for green LTE-A heterogeneous networks [C]// 2015 IEEE International Conference on Communications (ICC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 3167-3172.

[8] SHARMA S K, CHATZINOTAS S, OTTERSTEN B. Cognitive radio techniques for satellite communication systems[C]// 2013 IEEE 78th Vehicular Technology Conference (VTC Fall). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 1-5.

[9] REED A G, POSEN M C J. Interference in the fixed satellite service bands between the feeder-links of networks using non-geostationary satellites and network using geostationary satellites [C]// 3rd European Conference on Satellite Communications ECSC3, 1993. Manchester: IET, 1993: 251-256.

[10] WANG A W. Method and apparatus for providing wideband services using medium and low earth orbit satellites: US6678520 [P]. 2014-01-23.

[11] ITU Radiocommunication (ITU-R). Simulation methodologies for determining statistics of short-term interference between co-frequency, codirectional non-geostationary-satellite orbit fixed-satellite service systems in circular orbits and other non-geostationary fixed-satellite service systems in circular orbits or geostationary-satellite orbit fixed-satellite service networks[S]. Geneva: ITU, 2003: 3-5.

[12] ITU Radiocommunication (ITU-R). Interference mitigation techniques to facilitate coordination between non-geostationary-satellite orbit mobile-satellite service feeder links and geostationary-satellite orbit fixed-satellite service networks in the bands 19.3 – 19.7 GHz and 29.1 – 29.5 GHz[S]. Geneva: ITU, 1999: 2.

[13] ITU Radiocommunication (ITU-R). Analytical method to calculate short-term visibility and interference statistics for non-geostationary satellite orbit satellites as seen from a point on the earth's surface[S]. Geneva: ITU, 2002: 2-3.

[14] 晓春. OneWeb 太空互联网低轨星座的新进展[J]. 卫星应用, 2016(6): 75-77.
XIAO C. New Progress of OneWeb LEO satellite constellation in space internet[J]. Satellite Application, 2016(6): 75-77 (in Chinese).

[15] ITU Radiocommunication (ITU-R). Static methodology for calculating epfd↓ to facilitate coordination of very large antennas under Nos. 9.7A and 9.7B of the radio regulations[S]. Geneva: ITU, 2005: 2-4.

[16] ITU Radiocommunication (ITU-R). Satellite antenna radiation pattern for use as a design objective in the fixed-satellite service employing geostationary satellites[S]. Geneva: ITU, 1997: 2-5.

[17] 国际电联无线电通信全会. 用于在 10.7 GHz 和 30 GHz 之间的频段内涉及非 GSO 卫星的平共处干扰评估的参考 FSS 地球站的辐射方向图[S]. 日内瓦: 国际电联无线电通信全

北航学报 赠阅

会，2001：2-3.

ITU Radiocommunication (ITU-R). Reference FSS earth-station radiation patterns for use in interference assessment involving non-GSO satellites in frequency bands between 10.7 GHz and 30 GHz[S]. Geneva：ITU，2001：2-3 (in Chinese).

[18] ITU Radiocommunication (ITU-R). Satellite antenna radiation patterns for non-geostationary orbit satellite antennas operating in the fixed-satellite service below 30 GHz[S]. Geneva：ITU，2001：2-4.

作者简介：

张泓浸　男，博士研究生。主要研究方向：无线通信系统。

蒋伯峰　男，博士，教授级高工，博士生导师。主要研究方向：无线通信系统。

Spatial isolation methodology for spectral coexistence in LEO satellite systems

ZHANG Hongshi[1], JIANG Bofeng[2,*]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Beijing Xinwei Telecom Technology Inc., Beijing 100083, China)

Abstract: The increase demand for global services in recent years has led to the deficiency of resources in traditional low frequency band in low earth orbit (LEO) satellite communication. Thus designs of LEO satellite constellation in Ka band have drawn a lot of interests. However, utilization of Ka band in LEO design inevitably causes interference to the existing geostationary (GEO) satellite system in the same band. A method of the discrimination angle based on spatial isolation in LEO-GEO coexistence systems is adopted to mitigate the interference both in uplink and downlink scenarios and to guarantee that the interference level from LEO system can meet the constraint requirements of communication interference in the same frequency band which are stipulated by International Telecommunication Union (ITU). Furthermore, a concept of GEO band is developed to determine the interference exclusion zone and to research the impact on the LEO satellite constellation density. Finally, simulations of the relationship among the discrimination angle, the GEO band and the LEO constellation density are given and the minimum satellite amount in this method without interrupting satellite services is found, which is significant in LEO satellite constellation design.

Keywords: satellite communication; Ka band; low earth orbit (LEO); geostationary orbit (GEO); interference mitigation

Received: 2017-11-22; **Accepted**: 2017-12-29; **Published online**: 2018-03-07 13:17

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.1049.004.html

* **Corresponding author**. E-mail: jiangbofeng@bj.xinwei.com.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0753

水下机械手不确定遥操作自适应双边控制

张建军[1], 刘卫东[1,2,*], 高立娥[1,2], 李乐[1], 李泽宇[1]
(1. 西北工业大学 航海学院, 西安 710072; 2. 西北工业大学 水下信息与控制重点实验室, 西安 710072)

摘 要: 针对水下机械手遥操作过程中数学模型及外部干扰引起不确定问题提出了自适应双边控制策略。对主机械手模型参数与外部干扰引起的不确定,设计了基于名义模型的参考自适应阻抗控制律,根据主手力与从手力误差来调节期望模型的参考位置,利用自适应控制律补偿模型不确定性。针对从机械手的不确定性采用径向基函数(RBF)神经网络进行自适应补偿,通过设计滑模变结构控制器与鲁棒自适应控制器消除逼近误差,满足了从机械手对主机械手位置跟踪。设计了李雅普诺夫函数证明跟踪性能与全局稳定性,保证力-位置跟踪的渐进收敛性能。结果表明:整体控制在模型不确定及外部干扰条件下具有很好的力-位置跟踪能力,整体系统具有稳定性和可靠性,并且具有鲁棒性及自适应控制能力。

关 键 词: 遥操作; 阻抗控制; 神经滑模控制; 力-位置跟踪; 鲁棒性; 自适应
中图分类号: TP242
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1918-08

具有力觉感知的主从双边遥操作机械手系统在水下排雷、排爆及水下样本采集中的应用具有重要意义,其避免了操作者直接处于危险区域,减少了操作人员心理压力,并具有精细化操作的特点。从机械手位于工作区域直接与操作对象交互,跟踪主机械手的运动信号并将与环境交互力信号传送至本地主机械手,使操作者在操作本地主机械手的同时能够感知从机械手传送至本地的力信息。整体遥操作系统融合了人的高级智能及机器人的可扩展性,提高了作业效率及人机交互性能[1]。然而主从机械手具有非线性特征,存在参数不确定性、关节摩擦问题,使得机器人数学模型无法真实获知[2-4],水下机械手受到水阻力及水密度影响,水下洋流以及附连水对数学模型带来干扰,主从手之间数据通信带来的时延问题。因此不确定遥操作控制在保证整体系统稳定性前提下,提高透明性及鲁棒性,将位置、力信号能够同步地在从机械手、主机械手上再次复现,依然是整体控制目标[5]。

为了解决遥操作控制中存在的模型不确定及外部干扰等问题,国内外很多学者提出了不同的控制方法[6-7]。刘霞和 Tavakoli[8] 针对遥操作机器人中动力学参数和运动学参数不确定性和外部干扰的问题,设计了一种基于 PEB(Position Error Based)的自适应控制器,并利用李雅普诺夫函数证明了系统的稳定性和位置跟踪误差的收敛性。Chopra 等[9] 针对常数时延的遥操作系统,面向机器人的动力学参数的不确定性提出了基于无源性的自适应控制方法,确保自由空间上主从机器人位置速度同步。Nuño 等[10] 针对柔性关节遥操作中模型不确定问题提出了阻尼注入的 P + D 控制策略,并通过自适应律补偿机器人模型的不确定性,通过 Barbalat 定理证明了整体系统力-位置跟踪误差趋于零。Hua 等[11] 针对主从机械手通信

收稿日期: 2017-12-05; **录用日期**: 2018-03-16; **网络出版时间**: 2018-04-13 16:55
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180413.1540.002.html
基金项目: 国家自然科学基金 (61473224); 国家重点研发计划 (2016YFC0301700); 中央高校基本科研业务费专项资金 (3102017OQD069)
* **通信作者**. E-mail: liuwd@nwpu.edu.cn

引用格式: *张建军, 刘卫东, 高立娥, 等. 水下机械手不确定遥操作自适应双边控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1918-1925. ZHANG J J, LIU W D, GAO L E, et al. Adaptive bilateral control for underwater manipulator in uncertainty teleoperation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1918-1925 (in Chinese).*

时延下将主从手跟踪误差作为不确定部分,通过设计径向基函数(RBF)神经网络自适应控制器实现了自由空间下主从机械手的位置速度同步。文献[12]针对网络化机器人系统的模型参数及运动参数不确定问题提出了无源性控制算法,并通过自适应控制实现了位置跟踪同步。

在遥操作系统中,主手可以看作一个实现标准力信号再现以及给从手提供位置跟踪信号的力反馈机器人,从手可以看作与外界环境接触、运动约束受限条件下的位置跟踪机器人。本文针对水下机械手遥操作过程中主从机械手运动模型不确定及外部干扰问题提出了自适应双边控制策略。对主机械手模型参数与运动参数不确定性,设计了基于名义模型的参考自适应阻抗控制,利用自适应控制律补偿模型不确定性,实现主手上操作者施加力与从手和环境交互力信号的跟踪匹配。针对从手的不确定性通过 RBF 神经网络逼近模型的不确定部分,通过滑模变结构控制器与自适应控制器消除逼近误差,满足了从机械手对主机械手位置跟踪误差一致稳定有界。并通过李雅普诺夫函数证明了主从机械手控制稳定性。

1　数学模型及基本属性

主从机械手在关节空间非线性动力学模型可描述为[13]

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}})\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{m}})\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{g}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}}) + \\ \quad \boldsymbol{F}_{\mathrm{m}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{m}}) + \boldsymbol{d}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{J}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}})\boldsymbol{F}_{\mathrm{h}} \\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{s}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}})\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{s}})\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{g}_{\mathrm{s}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}}) + \\ \quad \boldsymbol{F}_{\mathrm{s}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{s}}) + \boldsymbol{d}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{J}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}})\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}} \end{cases} \tag{1}$$

式中:下标 m、s 分别表示主、从机械手;$\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}$、$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}}$ 分别为主从机械手运动关节的位置、速度和加速度,i = m 或 s;$\boldsymbol{M}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})$、$\boldsymbol{g}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})$、$\boldsymbol{F}_{\mathrm{i}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})$ 和 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})$ 分别为机械手的惯性量、离心力与哥氏力的和、重力项、摩擦力矩以及雅可比矩阵;$\boldsymbol{d}_{\mathrm{m}}$、$\boldsymbol{d}_{\mathrm{s}}$ 分别为主机械手、从机械手的干扰转矩。设主从机械手的干扰 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{i}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})$ 主要来自于内部关节摩擦,可表示为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{i}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}}) = \boldsymbol{D}_{\mathrm{i}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}} + \boldsymbol{N}_{\mathrm{i}}\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})$,$\boldsymbol{D}_{\mathrm{i}}$ 和 $\boldsymbol{N}_{\mathrm{i}}$ 分别为黏滞系数和库伦摩擦系数;$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}$ 为控制输入转矩,即给机械手关节转动的驱动力;$\boldsymbol{F}_{\mathrm{h}}$ 为操作者施加力;$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}$ 为水下机械手与环境的接触力。

主从手操作空间与关节空间的换算有

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{i}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}} \\ \ddot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{i}} = \dot{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}} + \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}} \end{cases} \tag{2}$$

设 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}}$ 为机械手笛卡儿坐标系下位置,且机械手为非冗余,即 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}}$ 与 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}$ 同维,$\boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}$ 为非奇异矩阵。将式(2)代入式(1),可得机械手在笛卡儿空间的动力学模型:

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{\mathrm{mx}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}})\ddot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{mx}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{m}})\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{g}_{\mathrm{mx}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}}) + \\ \quad \boldsymbol{F}_{\mathrm{mx}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{m}}) + \boldsymbol{d}_{\mathrm{mx}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{mx}} - \boldsymbol{F}_{\mathrm{h}} \\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{sx}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}})\ddot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{sx}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{s}})\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{g}_{\mathrm{sx}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}}) + \\ \quad \boldsymbol{F}_{\mathrm{sx}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{s}}) + \boldsymbol{d}_{\mathrm{sx}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{sx}} - \boldsymbol{F}_{\mathrm{e}} \end{cases} \tag{3}$$

由式(1)与式(3)对比可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{\mathrm{ix}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}) = \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})\boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-1} \\ \boldsymbol{C}_{\mathrm{ix}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}}) = \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{C}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}}) - \boldsymbol{M}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})\boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{i}})\boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-1} \\ \boldsymbol{g}_{\mathrm{ix}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}) = \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}) \\ \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{ix}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{i}} \\ \boldsymbol{F}_{\mathrm{ix}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{i}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}}) \\ \boldsymbol{d}_{\mathrm{ix}} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{d}_{\mathrm{i}} \end{cases} \tag{4}$$

主从机械手系统具有以下属性[14]:

属性 1　机械手惯性矩阵 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{i}}$ 及 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{xi}}$ 正定。

属性 2　$\boldsymbol{M}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}) - 2\boldsymbol{C}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})$ 及 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{xi}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}) - 2\boldsymbol{C}_{\mathrm{xi}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})$ 是负对称矩阵。

属性 3　机械手动力学模型根据未知参数不同,可以线性化表示为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}})\boldsymbol{\varphi}_1 + \boldsymbol{C}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})\boldsymbol{\varphi}_2 + \boldsymbol{g}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}}) + \boldsymbol{F}_{\mathrm{i}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}}) = \boldsymbol{Y}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{\varphi}_1,\boldsymbol{\varphi}_2,\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{i}} \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{\varphi}_1$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_2$ 为任意已知向量;回归矩阵 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{\varphi}_1,\boldsymbol{\varphi}_2,\boldsymbol{q}_{\mathrm{i}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{i}})$ 为包含关节空间信息的参数已知的矩阵函数;$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{i}}$ 为包含机械手数学模型未知的参数项。

从机械手跟踪主机械手运动过程中,可以分为自由空间运动以及与环境接触受限运动。只考虑运动位置对 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}$ 的影响,从机械手在与环境接触时,环境受力可以看成无源的线性弹簧,接触力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}} = \begin{cases} \boldsymbol{k}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{e}}) & \boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} \geqslant \boldsymbol{x}_{\mathrm{e}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} < \boldsymbol{x}_{\mathrm{e}} \end{cases} \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{x}_{\mathrm{e}}$ 表示从机械手由自由空间到约束空间的临界距离;$\boldsymbol{k}_{\mathrm{e}}$ 为抓取目标的刚度系数。当 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} < \boldsymbol{x}_{\mathrm{e}}$ 时,主手、从手的运动处于自由空间状态;当 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} \geqslant \boldsymbol{x}_{\mathrm{e}}$ 时可以看成从机械手与环境接触,产生触觉力。

2　整体控制策略

遥操作机械手整体示意图如图 1 所示,以平面二连杆旋转机器人作为遥操作机械手研究对象,设主从机械手有相同的模型。操作者在主手上施加作用力,主手根据施加力产生运动,主手控制器将主手位置通过通信网络传送给从手,从手控制器获取主手位置信息作为从手位置跟踪目

北航学报 赠阅

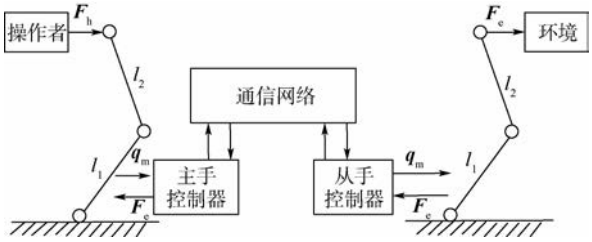


图 1 遥操作机械手整体示意图

Fig. 1 Overall schematic diagram of manipulator in teleoperation

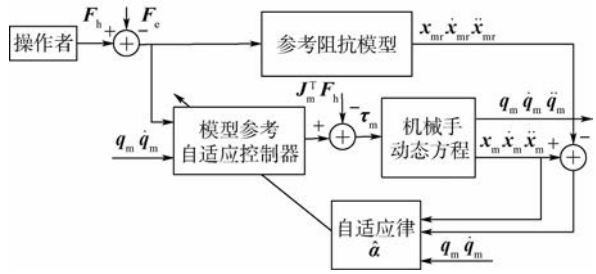


图 2 主手模型参考自适应阻抗控制结构

Fig. 2 Structure of master manipulator model reference adaptive impedance control

标,从手完成位置跟踪并将从手与外部环境力传送给主手,主手上实现操作者施加力与从手作用力的一致匹配,满足主从机械手上力-位置的一致性,实现操作者真实感知从手触觉力的目的。

针对机械手动力学模型参数不确定及外界干扰问题,分别设计针对主手力跟踪的自适应阻抗控制器与针对从机械手位置跟踪的自适应滑模神经网络控制器,来实现模型不精确及外部干扰条件下的力-位移跟踪渐进收敛性能。

2.1 主手自适应力跟踪控制

阻抗控制通过调节由用户设定的目标阻抗模型,使机械手终端达到柔顺性运动的目的,将阻抗控制加入自适应特征,使在外界不确定条件下主机械手触觉力跟踪从手触觉力信号具有鲁棒性能[15]。操作者施加主手作用力、从手触觉力、末端速度、加速度之间可以建立一个二阶线性数学模型,这个控制模型称为目标阻抗模型。为了实现操作者施加力对环境接触力的跟踪,在笛卡儿坐标系下采用的阻抗控制模型为[16]

$$\boldsymbol{M}_d\ddot{\boldsymbol{x}}_{mr}+\boldsymbol{B}_d\dot{\boldsymbol{x}}_{mr}=\boldsymbol{F}_h-\boldsymbol{F}_e \tag{7}$$

式中:矩阵 $\boldsymbol{M}_d$ 和 $\boldsymbol{B}_d$ 为目标阻抗参数,分别为机械手期望的惯性、阻尼矩阵,都为正定对角矩阵;$\boldsymbol{x}_{mr}$为笛卡儿坐标系下目标阻抗模型的动态响应,为主手期望参考位置。在目标阻抗二阶模型中,通过操作者施加力与环境力之间的差值获取参考位置 $\boldsymbol{x}_{mr}$作为主机械手位置跟踪目标,通过调整机械手位置实现抓取力与环境力之间的匹配。当系统处于稳态时,$\boldsymbol{F}_h=\boldsymbol{F}_e$,此时 $\dot{\boldsymbol{x}}_{mr}$和 $\ddot{\boldsymbol{x}}_{mr}$为零,满足阻抗关系式(7)平衡。主手模型参考自适应阻抗控制结构如图 2 所示。

由于主机械手动态方程是一个非线性二阶系统,为了实现主手操作空间位置 $\boldsymbol{x}_m$ 对主手期望参考位置 $\boldsymbol{x}_{mr}$跟踪,设计滑模面为

$$\boldsymbol{s}_m=\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_m+\boldsymbol{\lambda}_1\tilde{\boldsymbol{x}}_m \tag{8}$$

式中:$\boldsymbol{\lambda}_1$ 为正定对角矩阵,定义 $\tilde{\boldsymbol{x}}_m=\boldsymbol{x}_m-\boldsymbol{x}_{mr}$,即 $\tilde{\boldsymbol{x}}_m$ 为主手末端位置 $\boldsymbol{x}_m$ 与期望参考位置 $\boldsymbol{x}_{mr}$的差。定义参考速度向量为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_r=\dot{\boldsymbol{x}}_{mr}-\boldsymbol{\lambda}_1\tilde{\boldsymbol{x}}_m \tag{9}$$

由式(8)和式(9)可得 $\boldsymbol{s}_m=\dot{\boldsymbol{x}}_m-\dot{\boldsymbol{x}}_r$。在笛卡儿坐标系下,设计主机械手的控制律为

$$\boldsymbol{\tau}_m=\boldsymbol{J}_m^{\mathrm{T}}\left[\hat{\boldsymbol{M}}_{mx}(\boldsymbol{q}_m)(\ddot{\boldsymbol{x}}_r-\boldsymbol{\lambda}_1\boldsymbol{s}_m)+\hat{\boldsymbol{C}}_{mx}(\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m)\dot{\boldsymbol{x}}_r+\hat{\boldsymbol{g}}_{mx}(\boldsymbol{q}_m)+\hat{\boldsymbol{F}}_{mx}(\dot{\boldsymbol{q}}_m)-\boldsymbol{F}_h\right] \tag{10}$$

由于无法获取主机械手的真实模型参数,$\hat{\boldsymbol{M}}_{mx}$、$\hat{\boldsymbol{C}}_{mx}$、$\hat{\boldsymbol{g}}_{mx}$和 $\hat{\boldsymbol{F}}_{mx}$分别为主机械手参数的相应估计值。设计角度关节坐标系下的控制律,则式(10)在关节坐标系下的控制律对应为

$$\boldsymbol{\tau}_m=\hat{\boldsymbol{M}}_m(\boldsymbol{q}_m)\boldsymbol{J}_m^{-1}(\ddot{\boldsymbol{x}}_r-\boldsymbol{\lambda}_1\boldsymbol{s}_m)+(\hat{\boldsymbol{C}}_m(\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m)-\hat{\boldsymbol{M}}_m(\boldsymbol{q}_m)\boldsymbol{J}_m^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}_m)\boldsymbol{J}_m^{-1}\dot{\boldsymbol{x}}_r+\hat{\boldsymbol{g}}_m(\boldsymbol{q}_m)+\hat{\boldsymbol{F}}_m(\dot{\boldsymbol{q}}_m)-\boldsymbol{J}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_h \tag{11}$$

式(11)可以表示为

$$\boldsymbol{\tau}_m=\hat{\boldsymbol{M}}_m(\boldsymbol{q}_m)\boldsymbol{\gamma}_1+\hat{\boldsymbol{C}}_m(\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m)\boldsymbol{\gamma}_2+\hat{\boldsymbol{g}}_m(\boldsymbol{q}_m)+\hat{\boldsymbol{F}}_m(\dot{\boldsymbol{q}}_m)-\boldsymbol{J}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_h \tag{12}$$

机械手运动关节角度、长度已知,即雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}_m$ 为已知量。式(12)中 $\boldsymbol{\gamma}_1$ 和 $\boldsymbol{\gamma}_2$ 为已知向量,其表达式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\gamma}_1=\boldsymbol{J}_m^{-1}(\ddot{\boldsymbol{x}}_r-\boldsymbol{\lambda}_1\boldsymbol{s}_m-\dot{\boldsymbol{J}}_m\boldsymbol{J}_m^{-1}\dot{\boldsymbol{x}}_r)\\ \boldsymbol{\gamma}_2=\boldsymbol{J}_m^{-1}\dot{\boldsymbol{x}}_r\end{cases} \tag{13}$$

参考机器人属性 3,控制律式(12)可以表示为

$$\boldsymbol{\tau}_m=\boldsymbol{Y}_m(\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m)\hat{\boldsymbol{\alpha}}_m-\boldsymbol{J}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_h \tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{Y}_m$ 为机器人方程线性化推导的回归矩阵;$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_m$ 为不确定参数的估计值,设计自适应律为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_m=-\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{Y}_m^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m)\boldsymbol{J}_m^{-1}\boldsymbol{s}_m \tag{15}$$

其中:$\boldsymbol{P}_m$ 为正定对角矩阵。将控制律式(14)代入主机器人动力学模型式(1),并根据机器人模型属性 3,利用自适应控制律的闭环控制系统可以表示为

$$\boldsymbol{M}_{mx}(\boldsymbol{q}_m)\dot{\boldsymbol{s}}_m=-\boldsymbol{\lambda}_1\boldsymbol{M}_{mx}(\boldsymbol{q}_m)\boldsymbol{s}_m-\boldsymbol{C}_{mx}(\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m)\boldsymbol{s}_m+\boldsymbol{J}_m^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_m^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_m \tag{16}$$

式中:$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_m=\hat{\boldsymbol{\alpha}}_m-\boldsymbol{\alpha}_m$,表示不确定项估计值与真实值之间的误差。$\boldsymbol{\alpha}_m$ 为常数向量,可得 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}_m=\dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_m$。主机械手可以看作一个实现力反馈功能的机器人,在自适应控制器中应保证主机械手的稳定性。为了证明主机械手的稳定性以及力跟踪误差趋于零,设计李雅普诺夫函数 V_1 为

$$V_1=\frac{1}{2}(\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{mx}\boldsymbol{s}_m+\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m^{-1}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_m) \tag{17}$$

由 $\boldsymbol{M}_{mx}$ 和 $\boldsymbol{P}_m^{-1}$ 的正定性,易得 $V_1>0$。对 V_1 求关于时间的一阶导数,由 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}_m=\dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_m$ 及式(15)和式(16)结合机器人属性 2 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1&=\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{M}}_{xm}\boldsymbol{s}_m+\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{xm}\dot{\boldsymbol{s}}_m+\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m^{-1}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_m=\\&-\boldsymbol{\lambda}_1\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{mx}\boldsymbol{s}_m+\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}(\dot{\boldsymbol{M}}_{mx}-2\boldsymbol{C}_{mx})\boldsymbol{s}_m+\\&\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_m^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_m\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_m+\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m^{-1}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_m=-\boldsymbol{\lambda}_1\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{mx}\boldsymbol{s}_m<0\end{aligned} \tag{18}$$

由式(18)知 $\dot{V}_1<0$,根据李雅普诺夫稳定性定理可知,控制器保证了主机械手系统全局稳定以及 $t\to\infty$ 时,$\boldsymbol{s}_m\to\boldsymbol{0}$,从而实现 $\tilde{\boldsymbol{x}}_m\to\boldsymbol{0}$,故使主机械手在目标阻抗模型条件下主机械手位置 $\boldsymbol{x}_m$ 渐进收敛于阻抗模型的参考位置 $\boldsymbol{x}_{mr}$。

2.2　从手自适应位置跟踪控制

主手一般位于船上或者水下作业潜器内,从手一般固定在带缆水下机器人或者自主水下机器人等水下运载器上,这里忽略通信时延对系统影响。即直接将主手关节位置信号作为从手关节位置跟踪目标。针对从手的外部不确定条件下的位置跟踪,设计自适应控制器,包括 RBF 神经网络补偿器,滑模控制与自适应控制律。其中利用 RBF 神经网络[17]在线学习算法具有较强的自学习和自组织能力,可以有效学习外界复杂环境干扰,准确逼近复杂模型并降低干扰对水下机械手系统的运动影响。

从手控制目标是当 $t\to\infty$ 时,通过自适应控制器实现从手在任意初始位置,实现 $\boldsymbol{q}_m(t)-\boldsymbol{q}_s(t)\in\boldsymbol{0}$ 的目的。设从机械手触觉力可测,利用计算转矩法设计控制器,定义从机械手跟踪主手位置误差为 $\boldsymbol{e}_s=\boldsymbol{q}_s(t)-\boldsymbol{q}_m(t)$,$\dot{\boldsymbol{q}}_r(t)=\dot{\boldsymbol{q}}_m(t)-\boldsymbol{\lambda}_2\boldsymbol{e}_s$,其中 $\boldsymbol{q}_r(t)$ 为角位移跟踪参考变量,$\boldsymbol{\lambda}_2$ 为正定对角矩阵。定义滑模变量为

$$\boldsymbol{s}_s=\dot{\boldsymbol{q}}_s-\dot{\boldsymbol{q}}_r=\dot{\boldsymbol{e}}_s+\boldsymbol{\lambda}_2\boldsymbol{e}_s \tag{19}$$

由式(1)和式(19),可得

$$\boldsymbol{M}_s(\boldsymbol{q}_s)\dot{\boldsymbol{s}}_s=-\boldsymbol{C}_s(\boldsymbol{q}_s,\dot{\boldsymbol{q}}_s)\boldsymbol{s}_s+f(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{d}_s+\boldsymbol{\tau}_s-\boldsymbol{J}_s^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q}_s)\boldsymbol{F}_e \tag{20}$$

式中:$f(\boldsymbol{x})=-\boldsymbol{M}_s(\boldsymbol{q}_s)\ddot{\boldsymbol{q}}_r-\boldsymbol{C}_s(\boldsymbol{q}_s,\dot{\boldsymbol{q}}_s)\dot{\boldsymbol{q}}_r-\boldsymbol{g}_s(\boldsymbol{q}_s)-\boldsymbol{F}_s(\dot{\boldsymbol{q}}_s)$,$\boldsymbol{x}=[\ddot{\boldsymbol{q}}_m^{\mathrm{T}},\dot{\boldsymbol{q}}_m^{\mathrm{T}},\boldsymbol{q}_m^{\mathrm{T}},\dot{\boldsymbol{q}}_s^{\mathrm{T}},\boldsymbol{q}_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。利用 RBF 神经网络逼近 $f(\boldsymbol{x})$ 的精确函数,根据 RBF 神经网络特征[18],$f(\boldsymbol{x})$ 可表示为 $f(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\varepsilon}^*$。$\boldsymbol{W}$ 为神经网络权值矩阵,$\varphi(\boldsymbol{x})$ 为基函数,$\boldsymbol{\varepsilon}^*$ 为准确模型的逼近误差。$f(\boldsymbol{x})$ 的估计值可以表示为 $\hat{f}(\boldsymbol{x})=\hat{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x})$。式(20)可以写成

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_s(\boldsymbol{q}_s)\dot{\boldsymbol{s}}_s=&-\boldsymbol{C}_s(\boldsymbol{q}_s,\dot{\boldsymbol{q}}_s)\boldsymbol{s}_s+\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x})+\\&\hat{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\varepsilon}^*-\boldsymbol{d}_s+\boldsymbol{\tau}_s-\boldsymbol{J}_s^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q}_s)\boldsymbol{F}_e\end{aligned} \tag{21}$$

其中:$\tilde{\boldsymbol{W}}=\boldsymbol{W}-\hat{\boldsymbol{W}}$,表示权值误差。根据式(21),设计从机械手控制律为 $\boldsymbol{\tau}_s=\boldsymbol{u}_s+\boldsymbol{u}_{nn}+\boldsymbol{u}_a+\boldsymbol{J}_s^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q}_s)\cdot\boldsymbol{F}_e$,$\boldsymbol{J}_s^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q}_s)\boldsymbol{F}_e$ 为从手与环境接触作用力在从机械手上施加的转矩。$\boldsymbol{u}_s$ 为滑模变结构控制规律,取 $\boldsymbol{u}_s=-\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s-\boldsymbol{k}_2\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_s)$,$\boldsymbol{k}_1$ 和 $\boldsymbol{k}_2$ 为正定对角矩阵;$\boldsymbol{u}_{nn}$ 为神经网络控制规律,取 $\boldsymbol{u}_{nn}=-\hat{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x})$,其中 $\hat{\boldsymbol{W}}$ 的自适应律为 $\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}=-\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}=\boldsymbol{Q}\varphi(\boldsymbol{x})\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{Q}$ 为正定矩阵;$\boldsymbol{u}_a$ 为鲁棒自适应控制律,用于克服神经网络逼近误差和系统不确定性,提高鲁棒性能。取 $\boldsymbol{u}_a=-\dfrac{\boldsymbol{s}_s}{\|\boldsymbol{s}_s\|+\mathrm{e}^{-2t}}\eta$,且自适应律为 $\dot{\eta}=\dfrac{\|\boldsymbol{s}_s\|^2}{\|\boldsymbol{s}_s\|+\mathrm{e}^{-2t}}$,$t$ 为时间。整体控制如图 3 所示。

将控制律 $\boldsymbol{\tau}_s$ 代入从机械手方程,可得闭环方程为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_s(\boldsymbol{q}_s)\dot{\boldsymbol{s}}_s=&-\boldsymbol{C}_s(\boldsymbol{q}_s,\dot{\boldsymbol{q}}_s)\boldsymbol{s}_s-\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s-\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{s}_s\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_s)+\\&\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x})-\frac{\boldsymbol{s}_s}{\|\boldsymbol{s}_s\|+\mathrm{e}^{-2t}}\eta+\boldsymbol{\varepsilon}^*-\boldsymbol{d}_s\end{aligned} \tag{22}$$

利用李雅普诺夫函数证明从手在自适应控制律条件下跟踪主机械手角关节位置稳定性。设从机械手系统李雅普诺夫函数 V_2 为

$$V_2=\frac{1}{2}[\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_s\boldsymbol{s}_s+\mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}})+(\eta-\eta_0)^2] \tag{23}$$

式中:$\mathrm{tr}(\cdot)$ 为矩阵的迹;η_0 为 $\|\boldsymbol{\varepsilon}^*-\boldsymbol{d}_s\|$ 的上界。由 $\boldsymbol{M}_s$、$\boldsymbol{Q}^{-1}$ 为正定矩阵,易得 $V_2>0$。求 V_2 关于时间导数,根据从手闭环系统式(22)可得

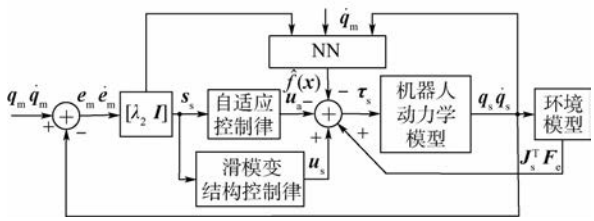


图 3　从机械手控制结构

Fig. 3　Control structure of slave manipulator

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{M}}_s\boldsymbol{s}_s + \boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_s\dot{\boldsymbol{s}}_s + \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}) + (\eta-\eta_0)\dot{\eta} = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}(\dot{\boldsymbol{M}}_s - 2\boldsymbol{C}_s)\boldsymbol{s}_s - \boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_s - \boldsymbol{k}_2\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_s) + \boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\varphi(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\varepsilon}^* - \boldsymbol{d}_s) - \frac{\|\boldsymbol{s}_s\|^2}{\|\boldsymbol{s}_s\| + \mathrm{e}^{-2t}}\eta + \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}) + (\eta-\eta_0)\dot{\eta} \leqslant \frac{1}{2}\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}(\dot{\boldsymbol{M}}_s - 2\boldsymbol{C}_s)\boldsymbol{s}_s - \boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_s - \boldsymbol{k}_2\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_s) + \|\boldsymbol{s}_s\|\eta_0 + \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}} + \varphi(\boldsymbol{x})\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}})) + (\eta-\eta_0)\left(\dot{\eta} - \frac{\|\boldsymbol{s}_s\|^2}{\|\boldsymbol{s}_s\| + \mathrm{e}^{-2t}}\right) - \frac{\|\boldsymbol{s}_s\|^2}{\|\boldsymbol{s}_s\| + \mathrm{e}^{-2t}}\eta_0 \tag{24}$$

式(24)由机器人属性2,及 η 和 $\tilde{\boldsymbol{W}}$ 的自适应律可得

$$\dot{V}_2 \leqslant -\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_s - \boldsymbol{k}_2\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_s) + \|\boldsymbol{s}_s\|\eta_0 - \frac{\|\boldsymbol{s}_s\|^2}{\|\boldsymbol{s}_s\| + \mathrm{e}^{-2t}}\eta_0 = -\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_s - \boldsymbol{k}_2\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_s) + \frac{\|\boldsymbol{s}_s\|\eta_0\mathrm{e}^{-2t}}{\|\boldsymbol{s}_s\| + \mathrm{e}^{-2t}} \leqslant -\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_s + \mathrm{e}^{-2t}\eta_0 \tag{25}$$

将式(25)两边由0至 T 时刻积分,可得

$$V_2(T) - V_2(0) \leqslant -\int_0^T \boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_s\mathrm{d}t + \eta_0\int_0^T \mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t \tag{26}$$

式(26)可化为

$$\int_0^T \boldsymbol{k}_1\boldsymbol{s}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_s\mathrm{d}t + V_2(T) \leqslant V_2(0) + \eta_0\int_0^T \mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t \tag{27}$$

由于 $V_2(T)>0$, $\int_0^T \mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t < \infty$,则有

$$\lim_{T\to\infty}\left(\sup\frac{1}{T}\int_0^T\|\boldsymbol{s}_s\|^2\mathrm{d}t\right) \leqslant \boldsymbol{k}_1^{-1}\left(V_2(0) + \eta_0\int_0^T \mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t\right)\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T} = 0 \tag{28}$$

由式(28)可知,$T\to\infty$ 时,$\boldsymbol{s}_s\to\boldsymbol{0}$,位置跟踪误差 $\boldsymbol{e}_s$ 及误差变化率 $\dot{\boldsymbol{e}}_s$ 渐进收敛于 $\boldsymbol{0}$。从手控制器根据参数不确定性、外部干扰引起的跟踪误差通过RBF神经网络得到了补偿,并且通过滑模控制与自适应律使控制器具有鲁棒性特征。

3 仿真与验证

根据主从机械手的系统模型以及控制要求,在MATLAB/Simulink下进行仿真验证。不考虑机械手运动学参数不确定性,只考虑机械手动力学模型不确定及外部干扰问题,不考虑水下机械手中运载体对姿态影响,设主从机械手在竖直平面运动。参考文献[5,19-20]的数学模型,阻抗模型参数:$\boldsymbol{M}_d = \mathrm{diag}(1,1)$,$\boldsymbol{B}_d = \mathrm{diag}(10,10)$,$\boldsymbol{\lambda}_1 = \mathrm{diag}(30,30)$,$\boldsymbol{P}_m = \mathrm{diag}(1,1,1)$;主机械手质量 $m_1 = 0.1$ kg,$m_2 = 0.1$ kg,长度 $l_1 = 0.1$ m,$l_2 = 0.1$ m。主机械手初始位置:$q_1 = \pi/3$ rad,$q_2 = \pi/6$ rad。

从机械手系统,RBF神经网络参数选择高斯基函数中心 $\boldsymbol{c} = [-3\ \ -2\ \ -1\ \ 0\ \ 1\ \ 2\ \ 3]$,宽度 $b = 3$,滑模系数 $\boldsymbol{\lambda}_2 = \mathrm{diag}(0.5, 0.5)$,$\boldsymbol{Q} = \mathrm{diag}(2,2)$,控制器输入增益 $\boldsymbol{k}_1 = \mathrm{diag}(20,20)$,$\boldsymbol{k}_2 = \mathrm{diag}(30,30)$,不确定上界估计初始值 $\eta_0 = 1.2$。从手质量 $m_1 = 0.1$ kg,$m_2 = 0.1$ kg,长度 $l_1 = 0.1$ m,$l_2 = 0.1$ m。从手初始位置:$q_1 = \pi/3$ rad,$q_2 = \pi/6$ rad。

设环境刚度系数为:$\boldsymbol{k}_e = \mathrm{diag}(100,100)$,从机械手在 x 轴方向0.1 m处与抓取目标接触。设主从手内部关节摩擦干扰:$\boldsymbol{F}_i(\dot{\boldsymbol{q}}_i) = \boldsymbol{D}_i\dot{\boldsymbol{q}}_i + \boldsymbol{N}_i\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{q}}_i)$中,$\boldsymbol{D}_i = \mathrm{diag}(20,20)$,$\boldsymbol{N}_i = \mathrm{diag}(10,10)$。设主机械手、从机械手外部不确定干扰分别为 $\boldsymbol{d}_m = [0.6\sin t; 0.6\sin t]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{d}_s = [2\sin t; 2\sin t]^{\mathrm{T}}$。

仿真时间设为30 s,前10 s在主机械手上施加10 N的作用力,然后将作用力为0 N。即在机械手上施加10 N作用力持续10 s,然后不再施加力,持续20 s,观察机械手的力-位移跟踪状态。

由图4~图6可知,在自由空间运动以及与环境触碰后的运动过程中,从机械手能够保证

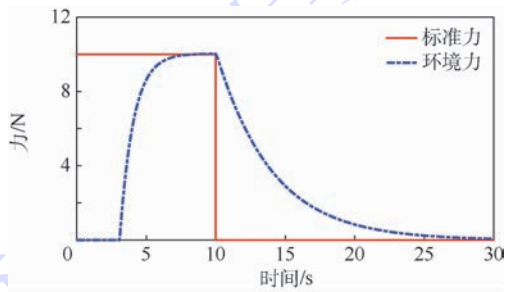


图4 遥操作机械手力跟踪曲线

Fig. 4 Force tracking curves of manipulator in teleoperation

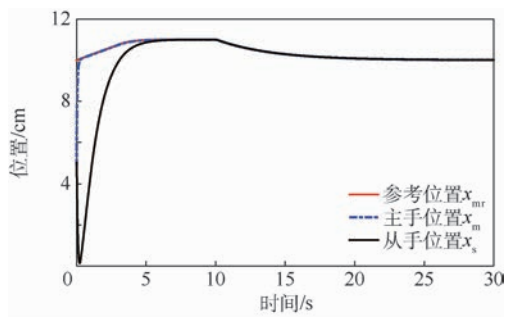


图5 遥操作参考位置、主手、从手位置跟踪曲线

Fig. 5 Tracking curves of reference position and position of master and slave manipulator in teleoperation

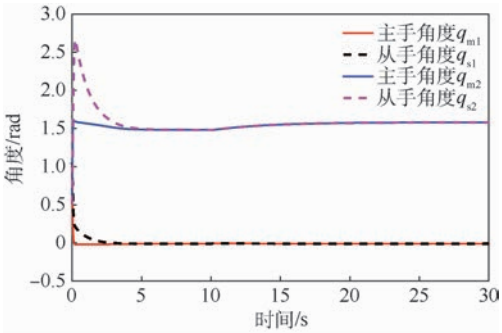


图 6　遥操作主从手角度跟踪曲线

Fig. 6　Angle tracking curves of master and slave manipulator in teleoperation

对主机械手的位置跟踪，主手力满足对从手力的跟踪。主机械手目标阻抗模型实现参考位置 $\boldsymbol{x}_{mr}$ 输出，通过设计的自适应控制器主机械手末端位置与参考位置跟踪误差渐进趋于零。从手初始位于自由运动的位置，在从机械手运动到 0.1 m 时，约 3 s 与抓取对象触碰产生触觉力信号。从手依然实现对主机械手的位置跟踪，跟踪位置的同时实现主手力对从手力跟踪，满足主手、从手上的力信号协调一致相等。从而实现了在主手和从手上的位置、力信息的完全一致相等。并且从手力对主手力的跟踪静态误差≤1%，无超调量。

由图 4 ~ 图 6 可知，从手位置对主手位置的跟踪静态误差≤1%，整体跟踪无超调量。主手上力释放后，从手、主手最终静止在与环境临界接触的 0.1 m 处，依然从手保证对主手位置跟踪，主手实现对从手力跟踪。由图 7 和图 8 可知，主从机械手自适应律输出参数有界，保证了估计值有效性能，实现系统控制稳定。

由图 4 ~ 图 7 可知，在系统模型不确定以及外部干扰条件下，整体系统仍然保证从手对主手的力跟踪以及从手对主手的位置跟踪。主手自适应控制以及从手 RBF 神经网络实现了对外部干扰以及自身模型不定性的补偿。

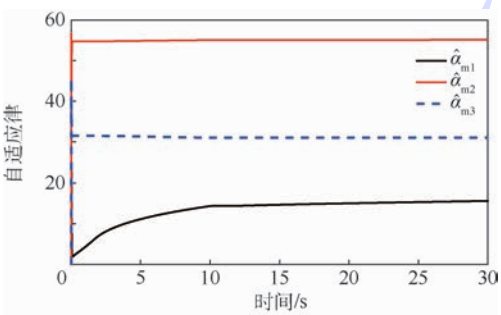


图 7　主手自适应律曲线

Fig. 7　Curves of master manipulator adaptive law

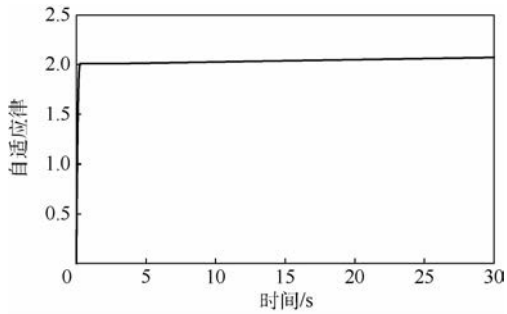


图 8　从手自适应律曲线

Fig. 8　Curve of slave manipulator adaptive law

4　结　论

1）对主机械手摩擦干扰与外部不确定干扰引起的不确定性以及非线性特性，设计了基于名义模型的参考自适应阻抗控制，利用自适应控制律补偿不确定性，通过从手力与操作者施加的主手力误差调节期望轨迹，并实现主手力对从手力的跟踪。

2）通过 RBF 神经网络进行自适应补偿从手的不确定性，通过滑模变结构控制器与自适应控制器消除逼近误差，满足了从机械手位置对主机械手位置跟踪，提高了跟踪效果。

3）利用李雅普诺夫函数证明了跟踪的渐进收敛性能与全局稳定性，保证遥操作过程控制力-位置跟踪的协调一致能力。

4）整体控制在内部干扰及外部不确定干扰条件下具有很好的力-位置跟踪能力，整体系统具有稳定性和自适应性。

参考文献（References）

[1] LI Y, JOHANSSON R, LIU K, et al. Guaranteed cost control design for delayed teleoperation systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(11): 5085-5105.

[2] 贾鹤鸣，张利军，齐雪，等. 基于神经网络的水下机器人三维航迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用，2012，29(7)：56-62.
JIA H M, ZHANG L J, QI X, et al. Three-dimensional path tracking control for autonomous underwater vehicle based on neural network[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(7): 56-62(in Chinese).

[3] WANG H, XIE Y. Adaptive inverse dynamics control of robots with uncertain kinematics and dynamics[J]. Automatica, 2009, 45(9): 2114-2119.

[4] 张文辉，齐乃明，尹洪亮. 基于滑模变结构的空间机器人神经网络跟踪控制[J]. 控制理论与应用，2011，28(9)：1141-1144.
ZHANG W H, QI N M, YIN H L. Neural-network tracking control of space robot based on sliding-mode variable structure[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(9): 1141-1144 (in

北航学报 赠阅

Chinese).

[5] GANJEFAR S, REZAEI S, HASHEMZADEH F. Position and force tracking in nonlinear teleoperation systems with sandwich linearity in actuators and time-varying delay[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 86: 308-324.

[6] LIU Y C, KHONG M H. Adaptive control for nonlinear teleoperators with uncertain kinematics and dynamics[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2015, 20(5): 2550-2562.

[7] HOSSEINI S K, MOMENI H, JANABI S F, et al. A modified adaptive controller design for teleoperation systems[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2010, 58(5): 676-683.

[8] LIU X, TAVAKOLI M. Adaptive control of teleoperation systems with linearly and nonlinearly parameterized dynamic uncertainties[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 2012, 134(2): 194-203.

[9] CHOPRA N, SPONG M W, LOZANO R. Synchronization of bilateral teleoperators with time delay[J]. Automatica, 2008, 44(8): 2142-2148.

[10] NUÑO E, SARRAS I, BASAÑEZ L, et al. Control of teleoperators with joint flexibility, uncertain parameters and time-delays [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2014, 62(12): 1691-1701.

[11] HUA C C, YANG Y, GUAN X. Neural network-based adaptive position tracking control for bilateral teleoperation under constant time delay [J]. Neuro Computing, 2013, 113(7): 204-212.

[12] WANG H. Passivity based synchronization for networked robotic systems with uncertain kinematics and dynamics[J]. Automatica, 2013, 49(3): 755-761.

[13] KIM B Y, AHN H S. A design of bilateral teleoperation systems using composite adaptive controller[J]. Control Engineering Practice, 2013, 21(12): 1641-1652.

[14] SHARIFI M, BEHZADIPOUR S, VOSSOUGHI G. Nonlinear model reference adaptive impedance control for human-robot interactions[J]. Control Engineering Practice, 2014, 32: 9-27.

[15] MENDOZA M, BONILLA I, GONZÁLEZ-GALVÁN E, et al. Impedance control in a wave-based teleoperator for rehabilitation motor therapies assisted by robots[J]. Computer Methods & Programs in Biomedicine, 2016, 123(C): 54-67.

[16] SHARIFI M, BEHZADIPOUR S, VOSSOUGHI G R. Model reference adaptive impedance control of rehabilitation robots in operational space[C]// IEEE Ras & Embs International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 1698-1703.

[17] HSU C F, LIN C M, YEH R G. Supervisory adaptive dynamic RBF-based neural-fuzzy control system design for unknown nonlinear systems[J]. Applied Soft Computing Journal, 2013, 13(4): 1620-1626.

[18] PAN Y, YU H, ER M J. Adaptive neural PD control with semiglobal asymptotic stabilization guarantee[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2014, 25(12): 2264-2274.

[19] LONDHE P S, MOHAN S, PATRE B M, et al. Robust task-space control of an autonomous underwater vehicle-manipulator system by PID-like fuzzy control scheme with disturbance estimator[J]. Ocean Engineering, 2017, 139: 1-13.

[20] 张文辉, 齐乃明, 尹洪亮. 自适应神经变结构的机器人轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2011, 26(4): 597-600.
ZHANG W H, QI N M, YIN H L. Neural-variable structure-based adaptive trajectory tracking control of robot manipulators [J]. Control and Decision, 2011, 26(4): 597-600(in Chinese).

作者简介：

张建军 男，博士研究生。主要研究方向：基于力觉感知的水下机械手遥操作。

刘卫东 男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：水下航行器控制与仿真。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Adaptive bilateral control for underwater manipulator in uncertainty teleoperation

ZHANG Jianjun[1], LIU Weidong[1,2,*], GAO Li'e[1,2], LI Le[1], LI Zeyu[1]

(1. School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. Science and Technology on Underwater Information and Control Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: An adaptive bilateral control strategy is proposed for the uncertainty of the mathematical model and external disturbances during the teleoperation of underwater manipulator. A reference adaptive impedance control law based on the nominal model is designed for the uncertainty of the parameters of the master manipulator model and the external disturbance. The reference position of the expected model is adjusted by the deviation between the force of operator and the slave manipulator, and the model uncertainty is compensated by the adaptive control law. Aimed at the uncertainty of slave manipulator, the adaptive compensation is achieved by the radial basis function (RBF) neural network, and the approximation deviation is eliminated by the design of the sliding mode variable structure controller and the robust adaptive controller, which satisfies the position tracking of the slave manipulator to the master manipulator. The tracking performance and global stability are proved by Lyapunov function, and the asymptotic convergence of force-position tracking is guaranteed. The results show that the overall controller has good force-position tracking ability under the conditions of model uncertainty and external disturbance. The whole system is stable and feasible, and has robustness and adaptive control ability.

Keywords: teleoperation; impedance control; neural sliding mode control; force-position tracking; robustness; adapation

北京航空航天大学学报

Received: 2017-12-05; **Accepted**: 2018-03-16; **Published online**: 2018-04-13 16:55

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180413.1540.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61473224); National Key R&D Program of China (2016YFC0301700); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (3102017OQD069)

* **Corresponding author**. E-mail: liuwd@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0006

基于军民融合的全局飞行流量协同优化方法

吴文浩[1,2], 张学军[1,*], 顾博[1], 朱晓辉[2]
(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083; 2. 国家空域管理中心, 北京 100094)

摘 要: 随着飞行活动需求的持续快速增长和空域资源使用矛盾的日益凸显,全局飞行流量协同优化已成为减少飞行延误、降低飞行危险、确保空域运行安全的一个重要手段。空中交通管理作为军民融合发展的重点领域,迫切需要对军民航飞行流量实施统一、高效、兼顾各自特点的协同优化。在实际研究中,全局飞行流量协同优化问题具有大规模、多目标、难分解等特点,是一类复杂的工程优化问题。本文贯彻军民融合发展思想,设计了一种基于军民航异质化飞行活动管制要求、考虑差异化调配方法与代价、兼顾军民航管制员各自工作特点、有效解决扇区网络运行安全性和经济性问题的全局飞行流量多目标协同优化模型——CMI 模型;为解决种群在进化过程中"不平衡不充分"的问题,提出了一种动态自适应多目标遗传算法(DA-MOGA),并针对性设计了基于聚集距离和种群多样性的交叉变异概率动态调整机制。利用中国扇区网络实际数据,对本文提出的模型和算法进行了验证,算法结果优于 2 种经典的多目标进化算法。

关 键 词: 空中交通管理; 扇区网络; 飞行流量管理; 多目标优化; 军民融合
中图分类号: V355
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1926-07

空中交通管理部门根据航路航线、机场和通信导航监视等设施设备布局,将空域划分成若干个管制扇区,以扇区为单位向各类飞行活动提供管制指挥、告警、气象等服务,以确保飞行流量的安全、高效、有序运行。随着中国民用航空和军事航空飞行量的持续快速增长,有限的空域资源导致军民航间飞行矛盾日益凸显,产生了大量的航班延误、空中拥堵和额外的管制负荷。随着军民融合发展上升为国家战略,如何统一组织、全局优化、兼顾军民航飞行活动各自特点实施飞行流量协同调控,最大限度降低拥堵、减少延误、提高空域资源利用率,已成为空中交通管理领域的一个热点和焦点问题。

全局飞行流量协同优化是一类典型的面向实际应用的工程优化问题,由于缓解空中交通拥堵与减少飞行延误在实际中往往是相互冲突的,因此该问题实质上是一个多目标优化问题。求解此类问题的难点主要是:一方面,由于扇区网络中同时运行着几千个航班,每个航班至少包括飞行路径和起飞时间 2 个变量,因此该问题是一个大规模优化问题;另一方面,表征扇区网络拥堵的目标函数是不可微且难分解的,传统优化算法难以处理,这将在后续详细介绍。

20 世纪 90 年代以来,欧美等地区学者就开展了空中交通流量网络运行优化问题研究,将地面等待、空中等待、空中改航、航班取消等策略覆盖到每个航班所有阶段,提出了 0-1 整型规划[1-3]、混合 0-1 整数规划、BLO 等模型[4-7],马正

收稿日期: 2018-01-08; **录用日期**: 2018-04-20; **网络出版时间**: 2018-04-27 16:35
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180427.1056.001.html
基金项目: 国家科技支撑计划 (2015BAG15B01)
* **通信作者**. E-mail: zhxj@buaa.edu.cn

引用格式: 吴文浩, 张学军, 顾博, 等. 基于军民融合的全局飞行流量协同优化方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1926-1932. WU W H, ZHANG X J, GU B, et al. A global network flight flow assignment algorithm based on civil-military integration[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1926-1932 (in Chinese).

平等提出了短期空中交通流量管理问题的整数规划模型[8],蔡开泉、管祥民、肖明明等提出了航班飞行路径与起降时隙的协同分配、飞行流量鲁棒优化等模型算法[9-11],有效解决了民用航空特别是同质化飞行活动条件下飞行流量优化问题。

军事航空飞行活动主要包括战斗飞行、任务飞行、训练飞行等,由于其在活动范围、飞行路径、管制间隔等方面有着区别于民用航空的特殊要求,特别是由于政治、军事、外交等方面因素导致延误、改航等措施对其飞行活动影响的代价也远远高于民用航空飞行活动。统筹民用航空和军事航空需求实施全局飞行流量调控,将是一种在异质化飞行活动条件下的飞行流量协同优化问题,传统的同质化飞行流量协同优化模型将在目标函数设置、条件约束等方面难以满足异质化飞行流量调控要求。同时,传统遗传算法在处理高维问题时,容易过早陷入局部最优,产生“维数诅咒”,实际应用效果往往不太理想。

本文贯彻军民融合发展思想,首先设计了全局飞行流量多目标协同优化模型——CMI 模型;其次,提出了动态自适应多目标遗传算法(DA-MOGA)和基于聚集距离与种群多样性的交叉变异概率动态调整机制;最后,通过实际数据对 DA-MOGA 的有效性进行验证。

1　全局飞行流量协同优化模型

在飞行活动中,航空器一般沿着各自规划的航线从起飞机场飞往目的机场,管制员以空域扇区为单元实施飞行管制,保证飞行活动安全、高效、有序运行。机场、扇区构成了空域运行的基本单元。由于机场运行能力和管制员工作负荷等原因,机场和扇区的容量是有限的。空中交通流量网络优化主要是对飞行活动中的起降时间和飞行路径进行调控,以达到网络运行经济性和安全性的整体最优。

1.1　目标函数

全局飞行流量协同优化在空域扇区网络多目标优化模型基础上,考虑了军民航异质化飞行活动管制要求和差异化调配方法与代价,兼顾了军民航管制员各自工作特点,决策变量采用飞行计划的起飞时刻和飞行路径,目标函数则是扇区网络的空中交通拥堵和总体飞行延误代价。

1.1.1　空中交通拥堵

空中交通拥堵通过对负责空域扇区的管制员工作负荷进行量化,对扇区网络的所有扇区的管制员工作负荷进行累加,综合考虑各扇区的最大拥堵水平和平均拥堵水平,引用经典方法[6]得到以下目标函数:

$$\min f_1 = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{t=T}\omega_i(t)\right)^{1-\phi}\cdot\left(\max_{t=T}\omega_i(t)\right)^{\phi} \tag{1}$$

式中:$\phi\in[0,1]$ 为最大拥堵和平均拥堵间的权重;n 为空域内扇区总数;T 为空域扇区网络优化时间区间;$\omega_i(t)$ 为扇区 i 在第 t 个时隙的管制员工作负荷。

$$\omega_i(t) = \omega_i^{\mathrm{mo}}(t) + \omega_i^{\mathrm{cf}}(t) + \omega_i^{\mathrm{co}}(t) \tag{2}$$

式中:管制员工作负荷由监视负荷 $\omega_i^{\mathrm{mo}}(t)$、冲突负荷 $\omega_i^{\mathrm{cf}}(t)$ 和移交负荷 $\omega_i^{\mathrm{co}}(t)$ 3 部分组成。

$$\omega_i^{\mathrm{mo}}(t) = n_i(t)$$

其中:$n_i(t)$ 为扇区 i 在第 t 个时隙的飞机数。

$$\omega_i^{\mathrm{cf}}(t) = \begin{cases} n_i(t) - C_i(t) & n_i(t) > C_i(t) \\ 0 & n_i(t) \leqslant C_i(t) \end{cases}$$

其中:$C_i(t)$ 为扇区 i 在第 t 个时隙的容量。

$$\omega_i^{\mathrm{co}}(t) = n_i^{\mathrm{in}}(t) + n_i^{\mathrm{out}}(t)$$

其中:$n_i^{\mathrm{in}}(t)$ 和 $n_i^{\mathrm{out}}(t)$ 分别为在第 t 个时隙内飞入和飞出扇区 i 的飞机数。

1.1.2　总体飞行延误代价

总体飞行延误代价由起飞延误导致的地面延误代价和由空中等待、减速或飞行路径变更产生的空中延误代价组成。

$$\min f_2 = \sum_{i=1}^{4}\sum_{f\in F_{\mathrm{M}i}} n_i g_f + \sum_{f\in F_{\mathrm{C}}} n_{\mathrm{c}} g_f \tag{3}$$

式中:f_2 为总体飞行延误代价;g_f 为飞行活动 f 的延误代价;模型中设计了 n_i 和 n_{c} 分别为相应类别军航飞行活动 $F_{\mathrm{M}i}$ 和民航飞行 F_{C} 的延误代价权重。

$$g_f = c_f^{(g)}\left|T_d^{(f)} - T_{do}^{(f)}\right| + c_f^{(a)}\left[\left(T_a^{(f)} - T_d^{(f)}\right) - \left(T_{ao}^{(f)} - T_{do}^{(f)}\right)\right]$$

式中:$\left|T_d^{(f)} - T_{do}^{(f)}\right|$ 为地面等待时间;$\left(T_a^{(f)} - T_d^{(f)}\right) - \left(T_{ao}^{(f)} - T_{do}^{(f)}\right)$ 为实际飞行时间差;$c_f^{(g)}$ 和 $c_f^{(a)}$ 分别为单位时间地面和空中等待成本,由于油耗等原因,$c_f^{(a)} > c_f^{(g)}$。

飞行活动 F 包括民航飞行 F_{C} 和军航飞行 F_{M},F_{M} 主要包括了战斗飞行、专机和重要任务飞行、一般任务飞行、转场飞行、场内场外飞行等。军航本场训练飞行(含场内场外)因大都不涉及跨扇区飞行,战斗飞行因其特殊净空要求,因此不纳入扇区网络流量优化范畴。其他军航飞行计划划分为专机飞行计划 F_{M1}、重要任务飞行计划 F_{M2}、一般任务飞行计划 F_{M3} 和转场飞行计划 F_{M4}。

考虑军航飞行活动在政治、军事、外交等方面

北航学报 赠阅

有着特殊意义,延误、改航等措施对其飞行活动影响的代价与民航飞行计划有着特殊区别。按照现行飞行管制有关规定和飞行调配原则,专机和重要任务飞行调配优先级高于民航班期飞行,一般任务和转场飞行调配优先级低于民航班期飞行,即 $n_1 > n_2 > n_c > n_3 > n_4$;为便于计算,令 $n_{i+1} = n_i/2$,即 $[n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4] = n_1[1 \quad 1/2 \quad 1/4 \quad 1/8]$。同时,考虑军民航飞行计划协同调配问题,设计军民航飞行计划协同调配权重,即军民融合系数 α_{cmi},令 $\alpha_{cmi} = n_1/n_c$,可得 $[n_1 \quad n_2 \quad n_c \quad n_3 \quad n_4] = n_1[1 \quad 1/2 \quad 1/\alpha_{cmi} \quad 1/4 \quad 1/8]$,则 $1/4 < 1/\alpha_{cmi} < 1/2$,即 $2 < \alpha_{cmi} < 4$。

1.2 约束条件

考虑扇区网络运行实际,还需要对模型中的空域容量、起飞时间、军航特殊间隔要求和飞行距离等进行约束。

1.2.1 空域容量约束

空域扇区网络中的各机场和扇区节点应全程满足容量要求,即

$$\sum_{f \in F} g_i^{(f)}(t) \leqslant C_i(t) \tag{4}$$

如飞行活动 f 在时隙 t 在扇区 i,则 $g_i^f(t)$ 为 1,否则为 0。

1.2.2 起飞时间约束

考虑军民航飞行活动实际,民航航班、专机、重要和一般任务飞行活动由于乘客乘机原因,一般不应提前起飞,即 $T_d^{(f)} - T_{do}^{(f)} \geqslant 0$;民航航班和一般任务飞行起飞延误应控制在 120 min 以内,即 $T_d^{(f)} - T_{do}^{(f)} \leqslant 120$ min;专机和重要任务飞行由于特殊政治和延误代价要求,起飞延误时间需严格控制在 30 min 以内,即 $T_d^{(f)} - T_{d0}^{(f)} \leqslant 30$ min;转场飞行一般不涉及乘客原因,起飞时间较为灵活,起飞时刻可在计划时刻前 120 min 和计划时刻后 240 min 范围内,即 $-120 \text{ min} \leqslant T_d^{(f)} - T_{do}^{(f)} \leqslant 240$ min。

$$T_d^{(f)} - T_{do}^{(f)} = \begin{cases} [0,120]\text{min} & \forall f \in F_C, F_{M3} \\ [0,30]\text{min} & \forall f \in F_{M1}, F_{M2} \\ [-120,240]\text{min} & \forall f \in F_{M4} \end{cases} \tag{5}$$

1.2.3 军航特殊任务约束

根据中国飞行管制有关规定,专机飞行活动由于极端安全要求须执行特殊间隔规定,即加大横向、纵向与水平飞行间隔。模型中,通过控制同一机场起飞时间间隔予以保证(即在专机起飞机场前后 10 min 内应无其他飞机起飞)。

$$|T_d^{(f)} - T_d^{(g)}| \geqslant 10 \text{ min}$$

$$\forall f \in F, \forall g \in F_{M1}, N_d^{(f)} = N_d^{(g)} \tag{6}$$

式中:$|T_d^{(f)} - T_d^{(g)}|$ 为专机与其在同一机场起飞的其他飞行活动的起飞时间差。

1.2.4 飞行距离约束

考虑到航空器携带燃油数量有效,航空器实际飞行距离 D_f 应不超过最短路径 $D_f^{\min}$ 的 $(1+\alpha)$ 倍,本文取 $\alpha = 0.5$。

$$D_f \leqslant (1+\alpha) D_f^{\min} \qquad \forall f \in F \tag{7}$$

2 动态自适应多目标遗传算法

从第 1 节问题模型可知,扇区网络飞行流量协同优化问题是一个目标函数不可微、决策变量难分解的大规模优化问题,包含 2 个强耦合的子问题,即同时优化起飞时间和飞行路径。由于所有飞行计划均在同一时空范围内活动,同一飞行计划内起飞时间与飞行路径相互影响,不同飞行计划之间起飞时间和飞行路径也存在着相互耦合关系。

2.1 算法框架

针对以上问题,为获得最佳 Pareto 解集,同时避免陷入局部最优,本文提出了基于动态自适应多目标遗传算法。种群 P_i 由 s 个种子构成,每一个个体 η_i 均是扇区网络中一个完整的解,它由全部飞行活动的起飞时间 $T_d^{(f)}$ 和飞行路径 $r^{(f)}$ 组成。$T_d^{(f)}$ 由 $\{1,2,\cdots,T\}$ 中对应的离散时间值确定,$r^{(f)}$ 由飞行计划中起降机场决定的可选飞行路径集 $R^{(f)}$ 中对应的飞行路径代号确定。

$$P_i = \{\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_s\} \tag{8}$$

$$\eta_i = \{T_d^{(1)}, r^{(1)}, T_d^{(2)}, r^{(2)}, \cdots, T_d^{(|F|)}, r^{(|F|)}\} \tag{9}$$

式中:$|F|$ 为飞行活动总数。

首先,在决策空间随机生成个体构建初始种群,个体解码后计算其目标函数并对种群个体进行排序;其次,进行“选择”操作,基于拥挤锦标赛选择法构建“交配池”;再次,进行“遗传”操作,对种群实施交叉和变异,交叉和变异概率将根据种子聚集距离和种群多样性进行动态调整,并进行约束处理;最后,计算新的种群个体目标函数后,进行种族重组、选择和更新,种群中的非支配解即构成 Pareto 最优解集。

2.2 动态自适应算子

在多目标遗传算法中,当存在多重同等优化时,由于选择过程中的随机错误,有限种群往往趋向于收敛到相似的一个或者几个种子,在自然界和人类的进化过程中也都能看到这种现象,被称为遗传偏差。而在种群遗传过程中,交叉操作的

目的是扩大搜索范围,以增加种群多样性;变异操作的目的则是增强聚焦能力,以提高种群收敛性。为了有效解决种群在进化过程中出现的遗传偏差导致进化“不平衡不充分”问题,确保优化算法得到的非支配解能够均匀分布在 Pareto 前沿面上,本文通过计算种群平均聚集距离 $\bar{d}_{nth}$ 和多样性 S_{nth}[12] 来动态调整遗传过程中每一代的交叉和变异概率,以确保种群快速、均匀聚焦到 Pareto 前沿。

2.2.1　种群平均聚集距离

进化第 n 代种群平均聚集距离为

$$\bar{d}_{nth} = \frac{1}{ps-1}\sum_{i=1}^{ps-1} d_i \tag{10}$$

式中:d_i 为种群中第 i 个种子与第 $i+1$ 个种子间的欧氏距离。

2.2.2　种群多样性

种群多样性为

$$S_{nth} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} |d_i - \bar{d}_{nth}|}{(n-2)\bar{d}_{nth}} \tag{11}$$

2.3　交叉变异概率动态调整机制

遗传过程中,交叉和变异概率决定了种群进化搜索方向。在进化之初,较高的交叉概率 P_c 和较低的变异概率 P_v 可使种群有效扩大搜索范围,增强种群多样性。

进化过程中,如种群平均聚集距离过大,意味着种子周围的搜索空间没有被充分搜索,往往不容易收敛,此时应尽快缩小搜索范围(迅速降低交叉概率 P_c、增大变异概率 P_v),使种群加快聚焦。如种群平均聚集距离过小,意味着种群“早熟”或陷入局部最优,则应扩大搜索范围(增大交叉概率 P_c,降低变异概率 P_v),避免过快聚焦。

进化过程中,如种群平均聚集距离适中,若种子间隔也适中,即多样性较好,则应保持交叉变异概率继续进化;若种子间隔有大有小,不够均匀,即多样性分布不佳,意味着种子周围空间没有被充分搜索,则应缩小搜索范围(降低交叉概率 P_c、增大变异概率 P_v);如多样性过差,则应尽快缩小搜索范围(迅速降低交叉概率 P_c、增大变异概率 P_v),以调整多样性分布。具体为

$$P_c = \begin{cases} P_c/h_c & \bar{d}_{nth} < a_1 \\ P_c(h_c)^2 & \bar{d}_{nth} > a_2 \end{cases} \tag{12}$$

$$P_v = \begin{cases} P_v h_v & \bar{d}_{nth} < a_1 \\ P_v/h_v & \bar{d}_{nth} > a_2 \end{cases} \tag{13}$$

若 $\bar{d}_{nth} \in [a_1, a_2]$,则

$$P_c = \begin{cases} P_c & S_{nth} < b_1 \\ P_c h_c & S_{nth} \in [b_1, b_2] \\ P_c(h_c)^2 & S_{nth} > b_2 \end{cases} \tag{14}$$

$$P_v = \begin{cases} P_v & S_{nth} < b_1 \\ P_v/h_v & S_{nth} \in [b_1, b_2] \\ P_v/h_v & S_{nth} > b_2 \end{cases} \tag{15}$$

式中:h_c 和 h_v 分别为交叉概率 P_c 和变异概率 P_v 的调节因子,需要迅速调节时系数调整为 h_c^2。根据实验经验可得,$a_1=0.1$、$a_2=0.2$、$b_1=0.6$、$b_2=1.4$。

3　实验验证

为了评价全局飞行流量协同优化模型和动态自适应多目标遗传算法的有效性,本节利用中国扇区网络的实际数据进行对比实验。

3.1　实验数据及参数设置

实验选取的扇区网络数据是从 2012 年中国实际运行的扇区网络中提取出来,包括 150 个机场、77 个扇区。飞行需求由中国民航局发布的夏秋班期时刻表和军航飞行计划实际运行统计情况获取,其中包含了计划执行航班的起飞机场、目的机场、起飞时间、飞行路径等信息。本文实验提取了一个周五早上 8:00 到中午 12:00 时间段内计划执行的 2 136 架次飞行活动的数据,时间间隔为 5 min,共有 48 个时间片。此外,目标函数 1 中拥堵权重值 ϕ 表示最大拥堵和平均拥堵间的权重,为降低部分军航演训活动导致的极端拥堵情况对扇区网络整体鲁棒性的影响,令拥堵权重值 ϕ 为 0.9;考虑节能减排需要和实际运行情况,飞机在空延误成本远大于地面等待成本,目标函数 2 中单位时间延误成本 $c_f^{(g)}$ 和 $c_f^{(a)}$ 分别取 1 和 3。根据经验,交叉变异概率调节因子 h_c 和 h_v 均取 0.7。

为了评价 3 种算法产生的解的收敛性、多样性等特性,本文使用多目标进化算法性能评价的 3 个经典指标,综合性指标、收敛性指标和多样性指标来衡量算法性能[12]。

综合性(I_h)[13] 是对解集收敛性、均匀性以及广泛性的综合评价指标,可以用来反映非支配解集与 Pareto 最优前沿的逼近程度,综合性指标越大,越是逼近 Pareto 最优前沿。

收敛性(I_d)[14] 是指算法搜索的非支配解集对 Pareto 最优前沿的逼近程度,收敛性指标越小,算法逼近问题 Pareto 最优解集的程度越好。

多样性(Δ)[15] 是评价算法求得非支配解集分布的离散程度和均匀性,多样性指标越小,非支

北航学报 赠阅

配解集分布的越均匀分散,解的多样性越好。

本文实验选取多目标遗传算法 MOGA 和非支配排序遗传算法 NSGA-Ⅱ 2 种经典多目标遗传算法进行了对比。MOGA 和 NSGA-Ⅱ算法经过遍历分别取解的综合性系数最优时的交叉、变异概率取值分别为 0.5、0.09 和 0.7、0.07。为确保算法和实验对比公平性,各算法设置相同的种群规模和适应值评价次数,并分别进行了 25 次独立实验。算法主要参数取值见表 1。

表 1 算法主要参数取值

Table 1 Main parameter setting of algorithms

算 法	种群个数	进化代数	交叉概率	变异概率
MOGA	100	100	0.5	0.09
NSGA-Ⅱ	100	100	0.7	0.07
DA-MOGA	100	100		

3.2 实验结果与对比分析

表 2 给出了 3 种算法 25 次独立实验中得到最好的指标值。其中就综合性指标而言,DA-MOGA 和 MOGA 均优于 NSGA-Ⅱ,且 DA-MOGA 性能最优。这表明采用 MOGA 在解决异质化全局飞行流量协同优化问题上优于 NSGA-Ⅱ,可以找到更优的航班飞行路径和飞行时间,使得空中交通拥堵和航班飞行延误更低。就收敛性而言,DA-MOGA 明显优于其他 2 种算法,这表明动态自适应算子及交叉变异概率动态调整机制可以有效改善算法局部搜索能力。

表 3 给出了 3 种算法在分别考虑效率优先和安全优先情况下,得到的 Pareto 最优解的目标函数值,并给出了 DA-MOGA 较 MOGA 和 NSGA-Ⅱ算法在总体飞行延误代价和空中交通拥堵2 个目标函数值的减少程度。

表 2 主要性能评价指标对比

Table 2 Comparison of main performance evaluation indexes

算 法	I_h(方差)	I_d(方差)	Δ(方差)
MOGA	0.559 9 (0.274 8)	0.395 8 (0.362 6)	0.999 5 (0.001 1)
NSGA-Ⅱ	0.546 4 (0.207 0)	0.294 0 (0.215 3)	0.998 5 (0.001 4)
DA-MOGA	0.605 9 (0.228 3)	0.241 2 (0.307 1)	0.999 4 (0.000 8)

在效率优先情况下,DA-MOGA 空中交通拥堵分别较 MOGA 和 NSGA-Ⅱ算法减少了 1.81% 和 14.82%,总体飞行延误代价降低了 12.79% 和 25.38%;在安全优先情况下,DA-MOGA 空中交通拥堵分别减少了 1.22% 和 10.88%,总体飞行延误代价降低了 17.78% 和 30.41%。这表明 DA-MOGA 在解决空域扇区网络飞行流量协同优化问题上,可以有效降低军民航总体飞行延误代价、减少全局空中交通拥堵,这也从另一个方面表明,动态自适应算子及交叉变异概率动态调整机制发挥了重要作用,有效印证了 DA-MOGA 的正确性和有效性。

DA-MOGA 是基于传统 MOGA 改进而来的,两者最大的区别在于动态自适应算子的使用,由于其时间复杂度远小于遗传操作复杂度,因而其时间和空间复杂度与传统 MOGA 基本保持不变。DA-MOGA 总的时间复杂度是 $O(N(|F|+|T|+N))$,空间复杂度是 $O(N|T||F|)$。其中,N 为种群规模,$|T|$为全局优化时隙总数。具体各步骤时间复杂度见表 4。

为了更好地对比和评价 3 种算法的性能,图 1给出了在目标空间下 3 种算法经过 25 次独立实验所获得 Pareto 前沿,从中同样可看出,DA-MOGA 得到的非支配解明显优于 NSGA-Ⅱ算法和 MOGA。

图 2 展示了随着进化代数的增加,交叉和变异概率逐渐趋于收敛。

图 3 展示了 $\alpha_{cmi}(2<\alpha_{cmi}<4)$在不同取值条件下 Pareto 前沿面对比情况,可以看出过大或过小 α_{cmi}容易导致空中交通拥堵和总体延误代价过度增大,从而无法得到较优的 Pareto 面;当 α_{cmi}在取值区间向中点收敛过程中,所得Pareto面逐

表 3 3 种算法目标函数值对比

Table 3 Comparison of objective function value among three algorithms

优先考虑	目标函数值	MOGA	NSGA-Ⅱ	DA-MOGA	DA-MOGA 比 MOGA 减少比例/%	DA-MOGA 比 NSGA-Ⅱ减少比例/%
效率	空中交通拥堵	2 318.44	2 672.48	2 276.39	1.81	14.82
	总体飞行延误代价	13 457.6	15 728	11 736	12.79	25.38
安全	空中交通拥堵	2 294.87	2 543.53	2 266.92	1.22	10.88
	总体飞行延误代价	14 480.3	17 108	11 906	17.78	30.41

表 4　DA-MOGA 时间复杂度

Table 4　Time complexity of DA-MOGA

伪代码步骤	时间复杂度
选择	$O(N\|F\|)$
遗传操作	$O(N\|F\|)$
约束处理	$O(N\|F\|)$
动态自适应算子计算	$O(N)$
目标函数计算	$O(MN\|T\|)$
重组和保留	$O(N^2)$

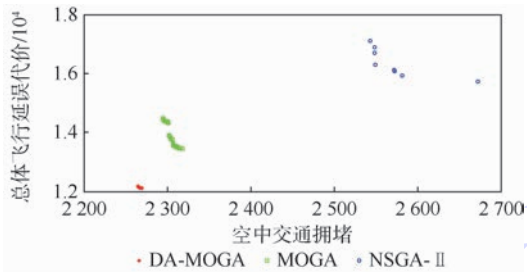


图 1　3 种算法 Pareto 前沿对比

Fig. 1　Comparison of pareto Front among three algorithms

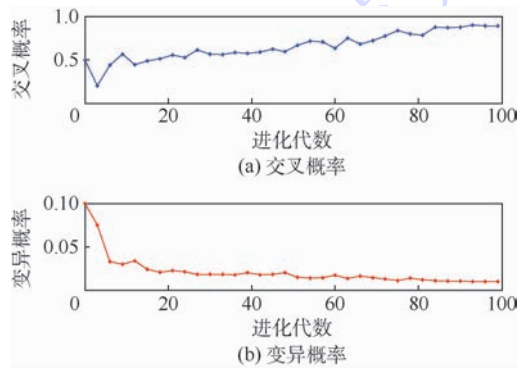


图 2　DA-MOGA 交叉、变异概率进化趋势

Fig. 2　Evolutionary trend of crossover and variation probability for DA-MOGA

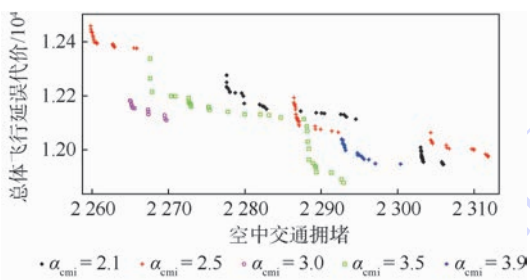


图 3　不同 α_{cmi} 下的 Pareto 前沿对比

Fig. 3　Comparison of Pareto front at different α_{cmi}

渐优化；$\alpha_{cmi}=3$ 所得 Pareto 面明显优于其他解。这也反映了过于侧重军航飞行活动或过于侧重民航飞行活动均无法得到全局飞行流量调控的整体最优，而适中的军民航飞行活动对比权重，即兼顾彼此的军民融合更有益于全局的协同优化，这也从一个侧面印证了军民融合、有机联动的重要性。

4　结　论

随着航空业的快速发展以及军事航空需求的不断拓展，如何在国家空域运行全局，即军民航飞行活动的共同安全与效益的全局中取得更好平衡以推进军民融合深度发展，是本文研究的出发点和落脚点，主要创新有：

1）设计了一种基于军民航异质化飞行活动管制要求、考虑差异化调配方法与代价、兼顾军民航管制员各自工作特点、有效解决扇区网络运行安全性和经济性问题的全局飞行流量多目标协同优化模型。

2）提出了一种动态自适应多目标遗传算法（DA-MOGA），考虑种群聚集距离及其多样性，设计了算法交叉和变异概率自适应变化机制，实验证明在 Pareto 前沿面和综合性、收敛性等指标方面均优于 2 种经典遗传算法。

考虑到军航飞行活动穿越航路航线给民航飞行带来的特定影响，基于军民融合的全局飞行流量协同优化后续研究中，将进一步深化研究军航飞行活动对民航航路航线影响，以求更加科学、有效、精细化地调配空域资源。

参考文献（References）

[1] DE MATOS P A L, POWELL P L. Decision support for flight rerouting in Europe[J]. Decision Support Systems, 2002, 34(4): 397-412.

[2] BERTSIMAS D, LULLI G, ODONI A. The air traffic flow management problem: An integer optimization approach[C]// Proceedings of the 13th International Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization. Berlin: Springer, 2008: 36-46.

[3] SHERALI H, STAATS R, TRANI A. An airspace planning and collaborative decision-making model: Part I-Probabilistic conflicts, workload, and equity considerations[J]. Transportation Science, 2003, 37(4): 434-456.

[4] SHERALI H, STAATS R, TRANI A. An airspace-planning and collaborative decision-making model: Part Ⅱ-Cost model, data considerations, and computations[J]. Transportation Science, 2006, 40(2): 147-164.

[5] DELL'OLMO P, LULLI G. A new hierarchical architecture for air traffic management: Optimization of airway capacity in a free flight scenario[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 144(1): 179-193.

[6] DANIEL D, OUSSEDIK S, STEPHANE P. Airspace congestion smoothing by multi-objective genetic algorithm[C]// Proceedings of the 2005 ACM Symposiumon on Applied Computing. New York: ACM, 2005: 907-912.

[7] YAOWIWAT S, LOHATEPANONT M, PUNYABUKKANA P. Multi objective micro genetic algorithm for combine and reroute

problem[J]. International Journal of Intelligent Systems and Technologies,2007,2(4):245-255.

[8] MA Z P,CUI D G,CHENG P. Dynamic network flow model for short-term air traffic flow management[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans,2004,34(3):351-358.

[9] CAI K Q,ZHANG J,ZHOU C,et al. Using computational intelligence for large scale air route networks design[J]. Applied Soft Computing,2012,12(9):2790-2800.

[10] GUAN X M,ZHANG X J,ZHU Y B,et al. An airway network flow assignment approach based on an efficient multiobjective optimization framework[J]. The Scientific World Journal, 2015,2015:302615.

[11] XIAO M M,CAI K Q,LINKE F. An evolutionary multi-objective approach for stochastic air traffic network flow optimization [C]// Proceedings of the 18th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Piscataway,NJ: IEEE Press,2015:2059-2065.

[12] MEI Y,TANG K,YAO X. Decomposition-based memetic algorithm for multi-objective capacitated arc routing problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(2):151-165.

[13] ZITZLER E,LAUMANNS M,THIELE L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[C]// Proceedings of Evolutionary Methods for Design Optimization and Control with Applications to Industrial Problems,2002:95-100.

[14] CZYZZAK P,JASZKIEWICZ A. Pareto simulated annealing-A metaheuristic technique for multiple-objective combinatorial optimization[J]. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 1998,7(1):34-47.

[15] DEB K,PRATAP A,AGARWAL S. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-Ⅱ[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computing,2002,6(2):182-197.

作者简介:

吴文浩 男,博士研究生,工程师。主要研究方向:空中交通管理、飞行流量协同优化调控、空管数据信息分析处理等。

张学军 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:空中交通管理、数据通信与航空监视等。

A global network flight flow assignment algorithm based on civil-military integration

WU Wenhao[1,2], ZHANG Xuejun[1,*], GU Bo[1], ZHU Xiaohui[2]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. National Airspace Management Center, Beijing 100094, China)

Abstract: With the rapidly continuing growth in demand for flight activities and the increasing airspace usage conflicts, the global optimization of air traffic flow management has become an essential approach to reduce flight delays, decrease flight risk and ensure airspace operation safety. As a typical area of civil-military integration development, air traffic management needs the uniform and efficient integration optimization of the civil and military aviation flight plans. The global optimization of air traffic flow management problem is a complex real-world optimization problem due to its large-scale and multi-objective, and nonseparable characteristics. This paper presents a civil-military integration flight flow multi-objective optimization——CMI model, which considers the difference in civil and military flight plans, the efficiency and safty of sector network, and the civil and military controllers operating features. In order to resolve the unbalance and inadequacy problem lying in population evolution process, a dynamic adaptive multi-objective genetic algorithm (DA-MOGA), which designs the dynamic adjustment mechanism of crossover and variation based on the crowding distance and diversity, is proposed in this paper. The validation results based on the actual data from the sector networks in China show that the DA-MOGA outperforms the two well-known multi-objective evolutionary algorithms.

Keywords: air traffic management; sector network; flight flow management; multi-objective optimization; civil-military integration

Received: 2018-01-08; **Accepted**: 2018-04-20; **Published online**: 2018-04-27 16:35

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180427.1056.001.html

Foundation item: National Key Technology Research and Development Program of China (2015BAG15B01)

* **Corresponding author**. E-mail: zhxj@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0689

一种多钉铆接连接件的疲劳寿命分析方法

张天宇，何宇廷*，陈涛，杜旭，谭翔飞，刘凯
（空军工程大学 航空航天工程学院，西安 710038）

摘 要：针对目前对多钉铆接连接件进行疲劳寿命分析时的可行性不高、计算量较大等问题，提出一种更加有效可靠的预测多钉铆接连接件的疲劳寿命的方法。对多钉铆接连接件进行疲劳寿命分析时，先对压铆铆接过程进行了显示动力学分析，获得铆接后的钉、孔变形形式和干涉量，并编写了 APDL 子程序用于各种形式试件的铆接过程分析。用紧固件的载荷-位移曲线进行细节应力分析。基于三维弹塑性有限元法建立铆接连接件的载荷-位移计算方法，并通过与试验结果对比，说明用本文方法获取载荷-位移曲线的可靠性。在 ANSYS 中建立钉单元，并实现参数化建模进行钉载计算。使用应力严重系数法估算连接件疲劳寿命。开展典型航空铆接连接件疲劳试验，计算结果与试验结果一致性较好，说明计算方法的可行性。

关 键 词：多钉铆接连接件；铆接过程；显示动力学分析；载荷-位移曲线；钉单元
中图分类号：TB332
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1933-08

飞机上的连接结构大多数为多钉连接件，铆接又是飞机结构中经常使用的连接方式，飞机的一个连接结构上就可能有上百个铆钉，所以很难建立庞大的实体模型区进行细节应力分析。而且铆接过程是一个很复杂的过程，铆接完的部分材料已经进入塑性，并且铆钉和孔的部分区域存在干涉作用。所以，直接建立静力三维实体模型进行细节应力分析是不合理的。试验表明，对于连接件，在其他参数相同的情况下，铆接的紧固件比普通螺接的紧固件的刚度大得多[1]。铆接时孔壁强化是靠板材和钉杆的变形，即钉杆变形使孔径胀大[2]。铆接过程使得结构在整个使用期间铆钉和孔都会有效干涉。因此，需要先对铆接过程进行显示动力学分析，通过分析获得铆接后钉、孔的变形形式和干涉量。对多钉结构的细节应力分析，需要用到铆钉的载荷-位移(P-δ)曲线。

Ronsenfeld 和 Jarfall 只是将 P-δ 曲线看做一条直线[3-4]，用柔度系数来表征紧固件的变形和孔的局部变形。国外多名学者通过大量试验提出紧固件柔度的半经验公式[5-8]。试验表明，紧固件的 P-δ 曲线并不是一条直线，而是一条曲线。

可将 P-δ 曲线看成由线性段和非线性段 2 部分组成，而文献[5-8]只考虑了 P-δ 曲线直线段的刚度值。对于多钉连接件结构，如果一部分紧固件的钉载值处于 P-δ 曲线非线性段，而其余的钉载值处于线性段，只考虑线性段的影响无法满足需求。梁沛权[9]采用三维弹塑性有限元法分析计算全段 P-δ 曲线。陈涛等在此基础上运用通用有限元分析程序 ANSYS 计算得到了螺接连接件的紧固件全段 P-δ 曲线并且编制了 APDL 子程序[10]，但这种程序只针对螺接连接件的形式，无法应用于飞机上大规模使用的铆接连接结构。

收稿日期：2017-11-06；**录用日期**：2017-11-23；**网络出版时间**：2017-12-12 17:16
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171212.1032.004.html
* **通信作者**. E-mail：heyut666@126.com

引用格式：张天宇，何宇廷，陈涛，等. 一种多钉铆接连接件的疲劳寿命分析方法[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1933-1940. ZHANG T Y，HE Y T，CHEN T，et al. A fatigue life analysis method for multiple riveted joint[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1933-1940 (in Chinese).

北航学报 赠阅

因为铆接的形式、材料种类和结构尺寸是多种多样的,所以目前利用试验获取的 P-δ 曲线虽然可信度高,但是成本却很高。此外,P-δ 曲线对干涉量是比较敏感的,要想利用试验研究紧固件 P-δ 曲线,制造的试验件需要达到微米级的精度[10]。因此在文献[10]的基础上,本文首先对铆接过程进行显示动力学分析,其次建立三维实体模型计算 P-δ 曲线并且编制了 APDL 子程序,可快速计算各种形式的铆接连接件的紧固件 P-δ 曲线。在 ANSYS 中建立了钉单元,基于增量法,利用全段 P-δ 曲线,计算该连接件钉载并设计开发了多钉连接件细节应力分析系统,便于工程应用。最后用应力严重系数法估算连接件的疲劳寿命。开展典型航空铆接连接件疲劳试验,将试验结果与用本文方法估算所得寿命对比,结果显示计算结果与试验结果一致性良好,说明本文方法具有可靠性,可以在工程中推广。

1 紧固件 P-δ 曲线获取方法

1.1 铆接过程有限元分析

获取准确的铆钉 P-δ 曲线要先建立模型分析铆接过程,得到铆钉和钉孔的配合形式和干涉量,图 1 为铆钉几何模型。

因为航空连接件的铆钉主要受到横向剪切作用,所以镦头部分的受力很小。同时,镦头部位的材料在压铆过程中被硬化,其弹性模量可以认为是不变的。铆接过程是一个动态过程,解析法难以得到精确结果,用 LS-DYNA 进行显式动力学分析[11-12]。对 3 种典型铆钉的铆接过程进行研究。

用 4 节点四边形平面单元 PLANE162 单元划分网格也可以退化为三角形平面单元。每个节点有 6 个自由度:沿 x 和 y 方向的位移、速度和加速度。划分网格时,网格的拓扑形状要与传力路线一致。同时,考虑到计算精度和计算规模的控制,将铆钉、孔壁附近区域和铆接件其他区域网格细化。

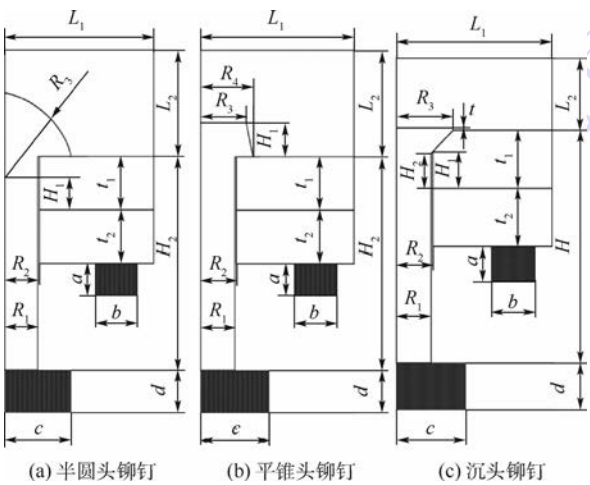


图 1 铆钉几何模型

Fig. 1 Geometric model of rivets

与隐式静力学分析不同,显式动力学分析的接触是变化的、复杂的。以铆接过程为例,初始阶段有冲头与铆钉端面的接触、顶铁与铆接件的接触、顶铁与铆钉头的接触以及铆钉头与铆接件的接触;之后又多了钉杆与孔壁的接触、镦头与铆接件的接触,并且接触的面积逐渐增大。铆接简化模型如图 2 所示。

接触算法选用能自动搜索模型表面是否发生穿透的单面接触。此外,单面接触允许模型所有外表面接触,不需要定义接触面和目标面,能有效地处理压铆这种接触区域无法预测的大变形问题。接触类型选用二维自动接触(ASS2D),在计算时,既考虑到了壳单元两侧的接触,并且能自动确定接触表面的方向。随着接触点穿透目标面的深度增加,抵抗节点穿透的惩罚力将增大,并且只会增加到一个最大值。

在进行显式动力学分析时,使用的 PLANE162 单元属于减缩积分单元,会产生沙漏模式,因此需要评估沙漏变形的影响。如图 3 所示,铆接开始后,沙漏能与内能的比值不大于 0.4%($\ll$10%),说明沙漏变形对计算结果的影响非常小,显式动力学分析的结果是合理的。

以半圆头铆钉为例,铆接过程中的应力分布如图4所示。从图中可以看出:压紧器压紧后,

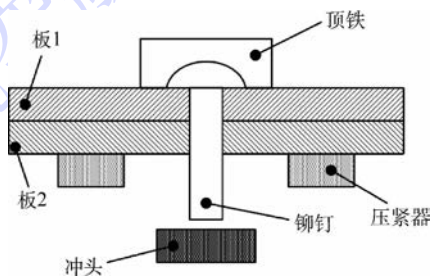


图 2 铆接简化模型

Fig. 2 Simplified model of riveting

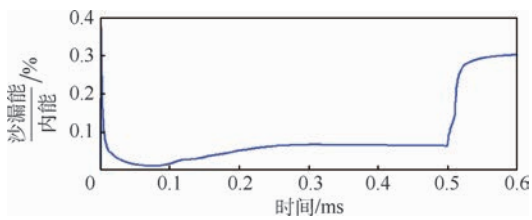


图 3 沙漏能与内能的比值

Fig. 3 Ratio of hourglass energy to internal energy

铆钉杆刚好与孔壁接触时铆钉杆受力最严重,铆钉杆受到冲头的压力,铆接件右端受到压紧力(图 4(a));在镦头成型过程中,镦头受力变形最严重,同时孔壁受到了钉杆胀大的挤压力(图 4(b)~(e));冲头卸载后,铆钉和铆接件发生弹性回复,这个阶段镦头的材料进入塑性,钉杆和孔壁由于干涉作用相互挤压,孔壁两侧区域产生较大的应力(图 4(f))。铆接结束后塑性应变分布情况见图 5。从图中可知,模型只有镦头部分进入塑性。图 6 为镦头部分网格变形与塑性应变分布,可见,网格的变形程度与塑性变形的程度是一致的,并且网格没有发生畸变。铆接后钉、孔的干涉量为由于铆钉杆镦粗而使孔胀大的量[13-15]。

在有限元分析的基础上编制了 APDL 子程序,使用该子程序只需输入结构尺寸、材料等参数即可建立有限元模型,再输入载荷和位移条件即可进行有限元分析,铆接过程有限元分析参数化如图 7 所示。

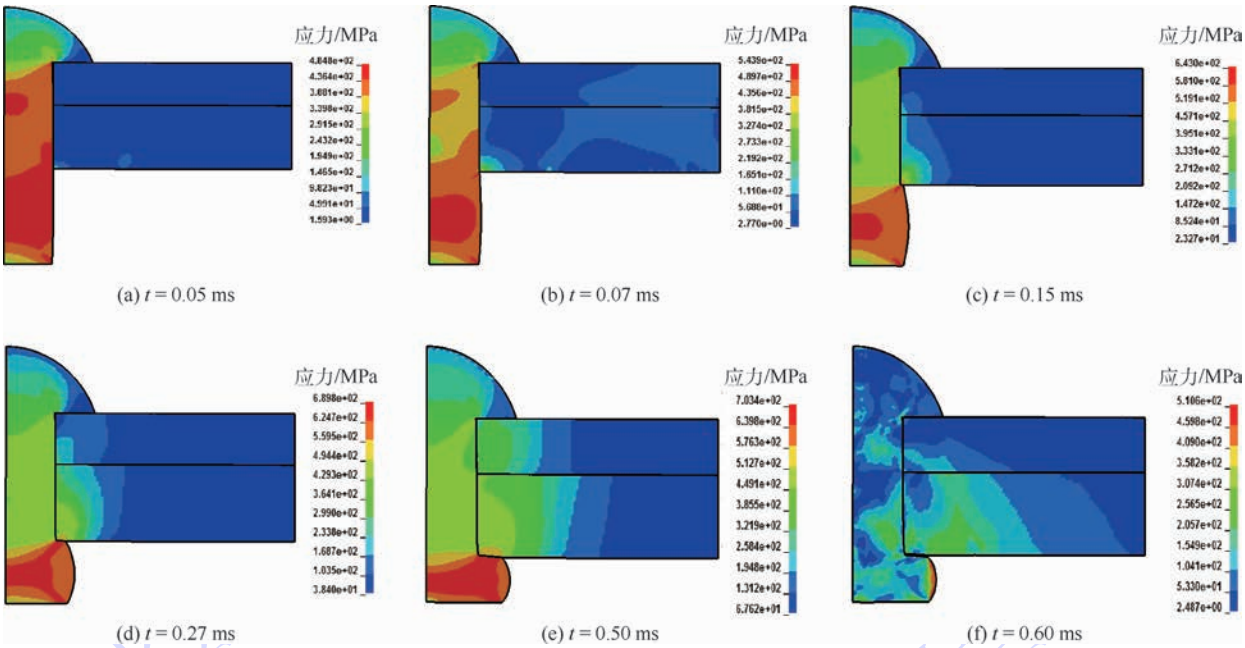


图 4　半圆头铆钉铆接过程应力分布

Fig. 4　Stress distribution in riveting process of semicircular head rivet

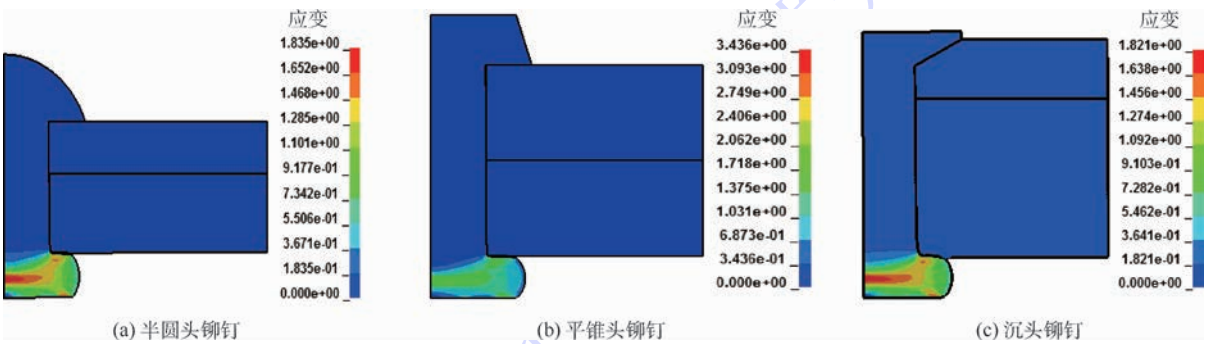


图 5　铆接后塑性应变分布

Fig. 5　Plastic strain distribution after riveting

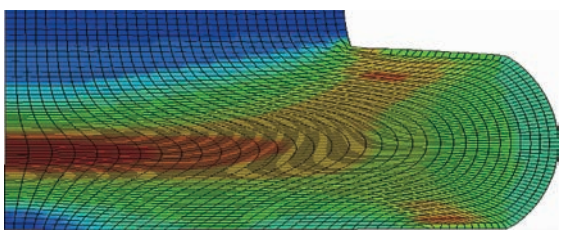


图 6　镦头部位网格变形

Fig. 6　Grid deformation of heading positon

1.2　铆接连接件有限元分析

在铆接过程分析的基础上,建立了典型铆接连接件的几何模型,如图 8 所示,并将尺寸参数化,网格划分选用 SOLID186,以便用于不同尺寸连接件的有限元分析。

在接触方式选择方面,连接件实体模型的接触都是面-面接触,并且都是柔体-柔体接触。可以预见发生接触的部位包括铆钉帽与上下板之

北航学报 赠阅

间、铆钉杆与孔壁之间以及上下板之间共 5 对接触。铆接件均为干涉配合，并且同一个铆钉与钉孔的干涉量存在 2 个：一个是上板钉孔与铆钉杆的干涉量，另一个是下板钉孔与铆钉杆的干涉量。为与试验结果进行对比，边界条件需要按照试件试验时的变形情况来设置。如图 9 所示，F_1 为施加的外力，G 为对截面的零位移约束，板 1 和板 2 下端面受到 z 向正向的支持作用，并且在板 1 的 A 端和板 2 的 B 端施加夹紧力防止试件弯曲，所以在板 1 的下端面和板 2 下端面未与板 1 重叠的部分施加z向零位移约束。同时，在板1的左端面施加全位移约束，在板 2 的右端面施加拉力。由于试件关于 xz 平面对称，所以对这个平面的节点施加 y 方向的零位移约束。

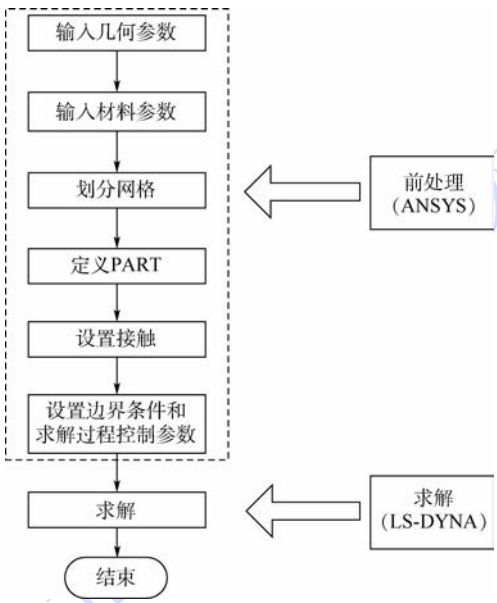


图 7 铆接过程有限元分析参数化

Fig. 7 Parametric finite element analysis of riveting process

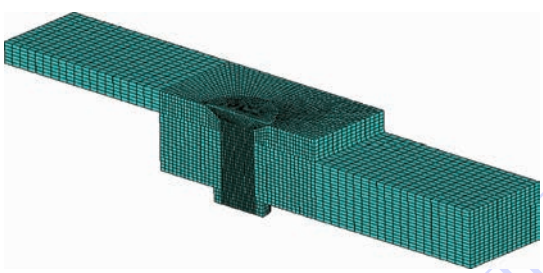


图 8 铆钉连接件几何模型

Fig. 8 Rivet connection geometric model

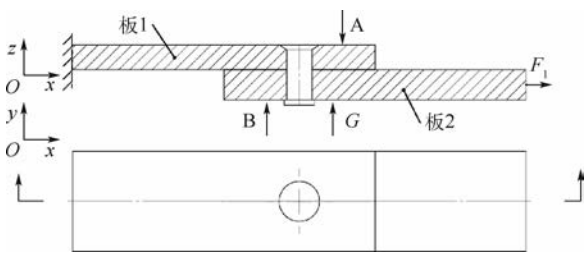


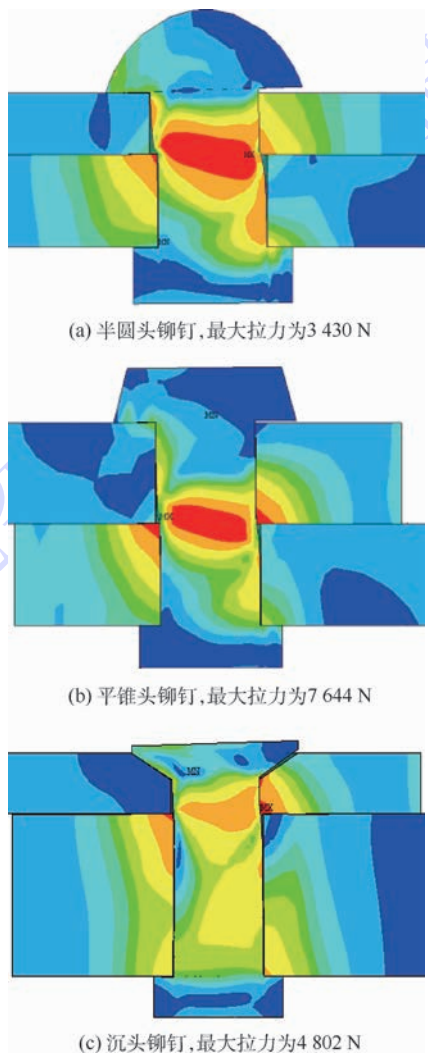
图 9 边界条件

Fig. 9 Boundary conditions

如图 10 为 3 种形式铆钉在承受最大拉力时的局部应力和变形情况。可以看出，铆钉及附近区域的应力梯度最大，应力变化最复杂；铆钉主要承受剪力，所以受力最严重的部位均在两板交界处。且铆钉的预紧力可以忽略[10]，所以铆接件在受到最大载荷时，铆钉头右侧的部分区域已经与铆接件分离。

如图 11 为不受力时的 x 方向应力分布，从图中可以看出，由于铆钉与钉孔的干涉作用，孔壁区域的材料受到较大的压力。同时，由于下板钉孔与铆钉的干涉量比上板的大，所以下板与铆钉接触的区域受到的压力明显大于上板[10]。

在计算铆接连接件的 P-δ 曲线时，由于干涉作用，使得连接件存在初始位移 δ_0。因此每个力对应的测量位移δ_i也需要减去干涉引起的初始



(a) 半圆头铆钉，最大拉力为3 430 N

(b) 平锥头铆钉，最大拉力为7 644 N

(c) 沉头铆钉，最大拉力为4 802 N

图 10 模型局部应力和变形

Fig. 10 Stress and deformation of part of model

北航学报 赠阅

位移 δ_0。计算得到的 P-δ 曲线和对应的试验曲线见图 12。试验曲线取自文献[15]。计算的结果与试验拟合得到的结果是比较接近的。说明本文计算铆钉的 P-δ 曲线方法是合理的,可以满足工程需求。

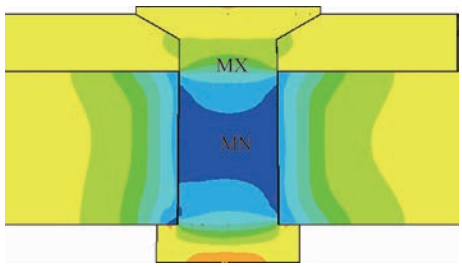


图 11　$P=0$ N 时 x 方向应力分布

Fig. 11　Stress distribution along x direction when $P=0$ N

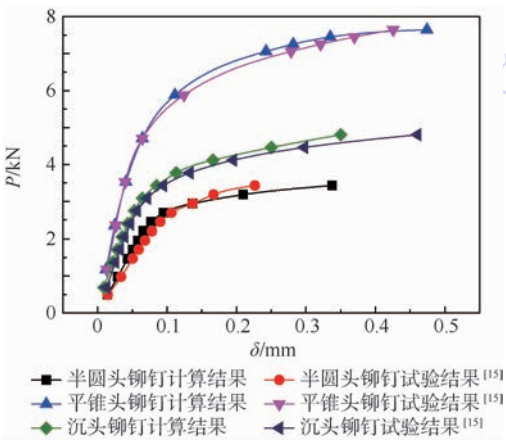


图 12　P-δ 曲线计算结果与试验结果对比

Fig. 12　Comparison of P-δ curves between calculated and experimental results

2　多钉连接件钉载计算

2.1　建立钉单元简化模型

参考国内外学者针对多钉连接件细节应力分析方法开展的大量研究[16-18],在 ANSYS 中建立了钉单元简化模型,以提高计算效率,如图 13 所示,$\boldsymbol{K}_e$ 为单元刚度矩阵。钉单元是指连接结构件的铆钉和螺栓,主要承受剪切载荷,可以将钉单元复杂的受力形式简化为只受 x 和 y 方向的载荷,如图 14 所示。

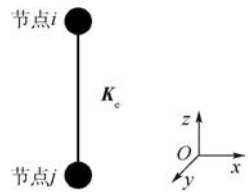


图 13　钉单元示意图

Fig. 13　Schematic diagram of rivet unit

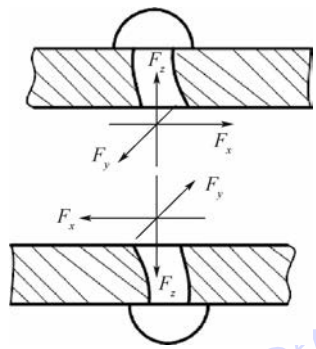


图 14　钉单元受力情况

Fig. 14　Loading situation of rivet unit

在文献[1,19]的基础上,将单元的自由度拓展为 10 个,2 个节点各 5 个,分别为:沿 x、y、z 方向的位移,绕 x 轴和 y 轴的转动。将单元刚度方程表示为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{q} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{F}$ 为钉单元两端节点力矢量;$\boldsymbol{q}$ 为钉单元节点的位移矢量。

对应到两节点,可展开为

$$\begin{bmatrix} F_{x_i}\\ F_{y_i}\\ F_{z_i}\\ M_{x_i}\\ M_{y_i}\\ F_{x_j}\\ F_{y_j}\\ F_{z_j}\\ M_{x_j}\\ M_{y_j} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_x & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & K_y & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_y & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -K_x & 0 & 0 & 0 & 0 & K_x & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -K_y & 0 & 0 & 0 & 0 & K_y & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_i\\ y_i\\ z_i\\ \theta_{x_i}\\ \theta_{y_i}\\ x_j\\ y_j\\ z_j\\ \theta_{x_j}\\ \theta_{y_j} \end{bmatrix} \tag{2}$$

北航学报 赠阅

2.2 钉元非线性解法

P-δ 曲线是一条非线性变化的曲线，随着钉载的增大，钉元将进入非线性区，其刚度是一个不断变化的量，钉元刚度的改变将影响整个刚度矩阵，导致力的重新分配。采用增量法计算钉载的基本原理为[19-21]：将总外载 P_a 分为线性部分 P_e 和非线性部位 P_p，即 $P_a = P_e + P_p$，P_e 是某一个钉元（或某些钉元）达到 P_g（P-δ 曲线线性段和非线性段临界点）时所对应的外载；P_e 确定之后，根据精度要求将 P_p 分为相等的 m 段，每段外载为 P_m，每次以 P_m 作为外载计算出所有钉元的内力，并检查是否进入 P-δ 曲线的非线性段，如果进入就修改该钉元的刚度系数。作 m 次计算，得到 m 段内力，一个钉的钉载就是各段计算结果的累加。

为高效分析，用 APDL 语言设计开发了多钉连接件细节应力分析系统，计算结果与解析结果相比误差小于 13%。图 15 为该系统的流程图，H_{min} 为外载和钉元内力的比值的最小值。

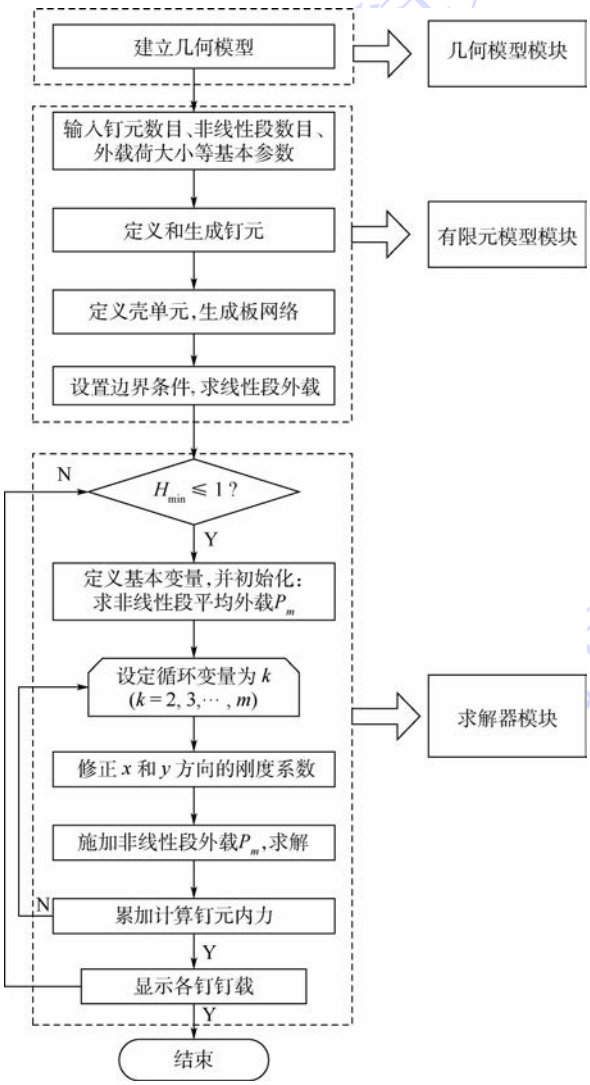


图 15 细节应力分析系统流程图

Fig. 15 Detailed stress analysis system flowchart

3 典型航空铆接连接件疲劳试验

试验对象为 2A12-T4 铝合金铆接搭接试件，铆钉为 TB2-1 钛合金 100°小沉头铆钉，如图 16 所示。钛合金材料 TB2-1 的基本性能参数见表 1。试件合计 24 件，分为 6 组，每组 4 件。每组试件均受等幅疲劳载荷作用，最大载荷 24 kN，应力比为 0，频率 15 Hz。

为与试验结果对比，试验前先用编制好的参数化模型计算 P-δ 曲线，再用多钉连接件细节应力分析系统计算钉载。有限元模型及各钉位置如图 17 所示，分别计算 6 种加载情况下，受到最大和最小外载荷时的钉载。加载情况与疲劳试验加载情况对应一致。用应力严重系数法估算各钉疲劳寿命[22]，计算得 3 号钉孔为最危险部位。

试件在受到拉伸载荷时，由于偏心力矩的作用会产生较大弯矩，为防止对铆钉产生影响，防止弯曲变形，使用防弯夹具如图 18 所示。

试验表明，初始裂纹萌生位置均在 3 号铆钉孔或 1 号铆钉孔处，这与计算预测的初始裂纹萌生位置非常吻合。断裂部位如图19所示。疲劳

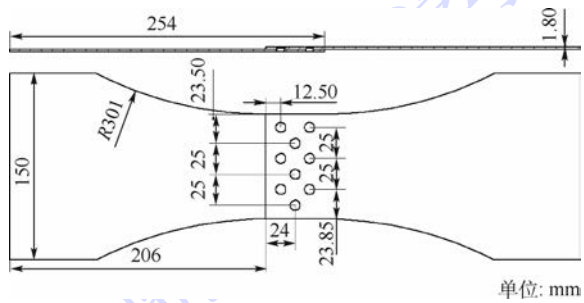


图 16 试件结构形式与尺寸

Fig. 16 Structure form and dimension of specimen

表 1 TB2-1 钛合金基本力学性能参数

Table 1 Basic mechanical property parameters of TB2-1 titanium alloy

力学性能参数	数 值
弹性模量/MPa	85 000
泊松比	0.33
密度/(kg·m^{-3})	4.83
屈服强度/MPa	880

图 17 有限元模型及各钉位置

Fig. 17 Finite element model and position of rivets

北航学报 赠阅

试验结果与计算结果如表 2 所示,误差在 16% 以内。

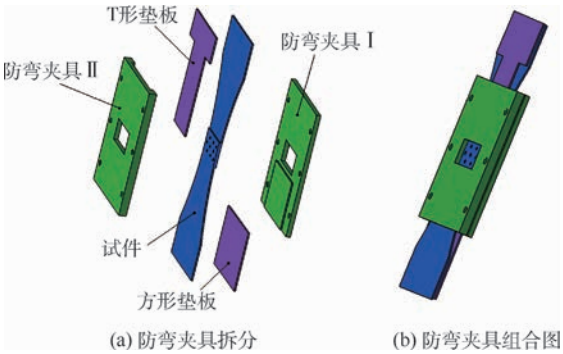


图 18　防弯夹具

Fig. 18　Anti-bending fixture

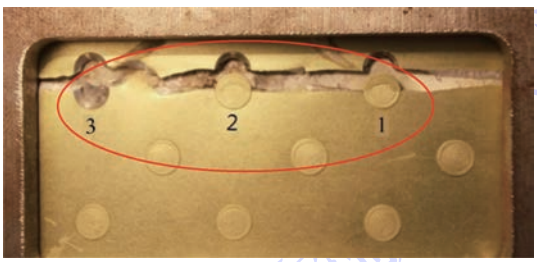


图 19　试件断裂部位

Fig. 19　Fracture parts of specimen

表 2　疲劳试验结果与计算结果

Table 2　Fatigue test results and computing results

组　别	中值疲劳寿命/cycles		计算与试验结果相对误差/%
	试验结果	计算结果	
1	192 909	169 489	12.14
2	72 598	64 937	10.55
3	41 271	35 886	13.05
4	277 469	312 001	12.45
5	121 505	140 670	15.77
6	52 113	59 389	13.96

4　结　论

1) 应用显式动力学分析铆接过程是符合实际情况的。

2) 编制 APDL 子程序计算 P-δ 曲线的方法与试验相比,误差在合理的范围之内,从而改变了铆钉 P-δ 曲线的获取必须依赖试验的现状。

3) 建立钉元模型来估算多钉连接结构疲劳寿命的方法与试验结果比较吻合,能较准确地预测疲劳裂纹的初始位置,误差在工程应用允许的范围之内,可以在工程上推广。

参考文献 (References)

[1] 飞机结构强度研究所. 航空结构连接件疲劳分析手册[M]. 西安:飞机结构强度研究所,1985:21-23.
Aircraft Structure Strength Research Institute. Fatigue analysis manual of aircraftjoints[M]. Xi'an:Aircraft Structure Strength Research Institute,1985:21-23(in Chinese).

[2] BOFF A. 飞机制造工艺学[M]. 佘公藩,张钧,等译. 西安:西北工业大学出版社, 1989:205-221.
BOFF A. Aircraft manufacturing technology[M]. SHE G F, ZHANG J, et al. ,translated. Xi'an:Northwest Industrial University Press,1989:205-221(in Chinese).

[3] ROSENFELDS J. Analytical and experimental investigation of bolted joints: NACA TN-1458 [R]. Washington, D. C.: NACA,1458.

[4] JARFALL L E. Optimun design of joints: The stress severity factor concept[J]. Aircraft Fatigue,1967,56(2):49-63.

[5] TATE M B, ROSENFELD S J. Preliminary investigation of the-loads carried by individual bolts in bolted joints: NACA TN-10511[R]. Washington, D. C.: NACA,1946.

[6] NELSON W D, BUNIN B L, HART-SMITHL J. Critical joints in large composite aircraft structure: NASA CR-3710 [R]. Washington, D. C.: NASA,1983.

[7] SWIFT T. Fracture analysis of stiffened structure: ASTM STP842[R]. New York: ASTM,1984.

[8] HUTH H. Influence of the fastener flexibility on the prediction of load transfer and fatigue life for multi-row joints: ASTM STP927[R]. New York: ASTM,1986.

[9] 梁沛权. 紧固件载荷-变形曲线的计算方法研究[D]. 西安:西北工业大学,1987.
LIANG P Q. Study on the numerical calculations of P-δ curves of fasteners[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University,1987(in Chinese).

[10] 陈涛,何宇廷,韩宏文,等. 螺栓连接件的紧固件 P-δ 曲线计算方法研究[J]. 科学技术与工程 2014, 14(28): 140-147.
CHEN T, HE Y T, HAN H W, et al. Study on the numerical calculations of P-δ curves of fasteners for bolted joints[J]. Science Technology and Engineering, 2014, 14(28): 140-147(in Chinese).

[11] 师访. ANSYS 二次开发及应用实例详解[M]. 北京:中国水利水电出版社,2012:121-126.
SHI F. Secondary development of ANSYS and detailed application example[M]. Beijing: China Water Power Press, 2012: 121-126(in Chinese).

[12] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京:清华大学出版社,2009: 576-579.
WANG X C. Finite element method[M]. Beijing: Tsinghua University Press,2009:576-579(in Chinese).

[13] 袁立. 航空制造工程手册:飞机装配[M]. 北京:航空工业出版社,2010:390-401.
YUAN L. Handbook of aeronautical manufacturing engineering: Aircraft assembly[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2010: 390-401(in Chinese).

[14] 熊峻江. 飞行器结构疲劳与寿命设计[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2004:85-111.
XIONG J J. Structure fatigue and life design of aircraft[M]. Beijing: Beihang University Press, 2004:85-111(in Chinese).

北航学报 赠阅

[15] 李艳,于克杰,李小雷. 铆钉材料对铆接变形影响的有限元分析[J]. 机床与液压,2013,41(4):50-52.
LI Y,YU K J,LI X L. Finite element analysis for the influence of rivet materials on rivet deformation[J]. Machine Tool and Hydraulics,2013,41(4):50-52(in Chinese).

[16] BARROIS W. Stresses and displacements due to load-transfer by fasteners instructural assemblies[J]. Engineering Fracture Mechanics,1978,10(1):115-176.

[17] MCCARTHY M A, MCCARTHY C T, PADHI G S. A simple method for determining theeffects of bolt-hole clearance on load distribution in single-column, multi-bolt composite joints[J]. Composite Structures,2006,73(1):78-87.

[18] MCCARTHY C T, GRAY P J. An analytical model for the prediction of loaddistribution in highly torqued multi-bolt composite joints[J]. Composite Structures,2011,92(2):287-298.

[19] 郑晓玲. 民机结构耐久性与损伤容限设计手册[M]. 北京:航空工业出版社, 2003:38-44.
ZHENG X L. Handbook of civil aircraft structures durability and damage tolerance design[M]. Beijing: Aviation Industry Press,2003:38-44(in Chinese).

[20] 薛景川,杨玉功. 紧固件载荷变形曲线的试验方法[M]. 西安:飞机结构强度研究所,1982:22-26.
XUE J C, YANG Y G. Test method for buckling deformation curve of fastener[M]. Xi'an: Aircraft Structure Strength Research Institute,1982:22-26(in Chinese).

[21] 薛景川,杨玉功. 紧固件载荷变形曲线的工程确定方法[M]. 西安:飞机结构强度研究所,1984:23-29.
XUE J C, YANG Y G. Engineering determination method for buckling deformation curve of fastener[M]. Xi'an: Aircraft Structure Strength Research Institute, 1984: 23-29 (in Chinese).

[22] 刘仁宇. 某型飞机外翼下壁板连接件细节应力分析和疲劳性能研究[D]. 西安:空军工程大学,2008:43-48.
LIU R Y. Failure analysis for lap joint panel of an outer wing in fatigue test[D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2008:43-48(in Chinese).

作者简介:

张天宇 男,硕士研究生。主要研究方向:飞行器使用可靠性、安全性、健康监控与修复技术。

何宇廷 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器使用可靠性、安全性、健康监控与修复技术。

A fatigue life analysis method for multiple riveted joint

ZHANG Tianyu, HE Yuting*, CHEN Tao, DU Xu, TAN Xiangfei, LIU Kai

(Aeronautic and Astronautic Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: In the analysis of fatigue life of multiple riveted joints, the explicit dynamic analysis of the pressing and riveting process was carried out, and the deformation form and interference after riveting process were obtained. An APDL subroutine was developed to analyze the riveting process of various forms of specimens. Detailed stress was analyzed by using load-displacement curves of fastener. The load-displacement calculation method of riveted joint was proposed based on the three-dimensional elastoplastic finite element method, and compared with the experimental results, the reliability of using this method to obtain load-displacement curves was validated. Riveting units were established in ANSYS by using parametric modeling to carry out the calculation of riveting load. The fatigue life of the joint is estimated by the stress severity coefficient method. The fatigue test of typical aviation riveted joint was carried out. The calculation results are in good agreement with the test results, which indicates the feasibility of this method.

Keywords: multiple riveted joint; riveting process; explicit dynamic analysis; load-displacement curve; rivet unit

Received: 2017-11-06; **Accepted**: 2017-11-23; **Published online**: 2017-12-12 17:16

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171212.1032.004.html

* **Corresponding author**. E-mail: heyut666@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0708

基于样本类别确定度的半监督分类

高飞*, 朱福利
(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 在对遥感图像进行分类时,全监督算法往往需要足够的标记样本进行训练,然而标记的过程是耗时和昂贵的,相反收集大量的无标记样本是很容易的。为了在学习过程中能够有效利用未标记样本的信息,本文提出了基于样本类别确定度(CCS)的半监督分类算法。首先,利用多分类支持向量机(SVM)得到未标记样本属于各类别的确定度,有效地衡量了未标记样本类别可靠性;其次,对样本类别确定度进行预处理,提升利用未标记样本的安全性;最后,基于样本类别确定度设计了半监督线性判别分析(LDA)降维算法并对其进行核化,使得样本在降维后的子空间更具有可分性,并根据降维后的数据特点,采用最近邻分类器对新样本进行分类。利用真实的合成孔径雷达(SAR)图像进行测试,验证了在标记样本较少的情况下,本文算法在性能上优于全监督和其他半监督算法,并能够快速收敛。

关 键 词: 遥感图像; 半监督分类; 类别确定度; 半监督线性判别分析; 核方法
中图分类号: V221+.3; TB553
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1941-11

遥感技术的快速发展使得相关设备可以提供分辨率更高、信息量更大的遥感图像,遥感技术在大气监测、环境保护以及抢险救灾等领域得到了广泛应用,这些都可以归结为一定条件下的图像分类问题。如何快速准确地对遥感图像进行分类是一项十分艰巨的任务,对相关算法的目标特征提取能力提出了很高的要求,图像分类一直是相关科研人员感兴趣的研究方向。

传统的图像分类技术主要是基于无监督学习[1]和全监督学习[2]。无监督学习通过利用未标记样本的特征分布规律,使得相似的样本聚为一类。由于不需要先验知识辅助和样本标记信息,因此算法简单,实现起来比较容易。然而,这类算法仅仅考虑了不同样本之间的特征差异,缺乏样本类别信息的有效指导,分类效果往往不好。因此,基于标记样本的全监督算法应运而生。全监督算法通过学习样本特征与标签之间的对应关系,能够快速捕捉新样本的类别信息。这类算法在大量标记样本的训练下,分类准确率较好,鲁棒性较高。一些算法,如支持向量机(Support Vector Machine,SVM)[3]、贝叶斯(Bayes)算法[4]、随机森林(random forest)及其扩展算法[5-6]已经广泛应用于遥感图像分类等领域。但是,全监督算法需要对大量的标记样本进行学习,而实际中标记样本数量很少,并且易受噪声的影响,通过人工获取准确训练集是一项十分艰巨的任务[3]。相对而言,未标记样本极易获取、数量巨大,同样蕴含着丰富的有用信息,如果能够对其加以利用,不仅可以解决训练样本数量不足的问题,而且会大大减少前期的资源投入,提高分类效率。半监督学习能够基于标记样本,不依赖外界交互,自动地利用未标记样本提升学习性能。由于现实应用中利用

收稿日期: 2017-11-13; **录用日期**: 2017-12-08; **网络出版时间**: 2018-01-09 17:43
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180109.1102.003.html
基金项目: 国家自然科学基金 (61771027)
* **通信作者**. E-mail: feigao2000@163.com

引用格式: 高飞, 朱福利. 基于样本类别确定度的半监督分类[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1941-1951.
GAO F, ZHU F L. Semi-supervised classification based on class certainty of samples[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1941-1951 (in Chinese).

北航学报 赠阅

未标记样本提升算法性能的巨大需求,迅速成为了研究热点。

一般认为,半监督学习的研究始于 1994 年,Shahshahani 和 Landgrebe 首次提出了半监督学习的概念[7]。依据工作形式,半监督学习大概发展成为以下几种类型:生成式模型[8]、半监督 SVM[9]、图半监督学习[10]、自训练模型[11]、协同训练方法[12]。尽管半监督学习的模型较多,但是在进行算法的具体设计时,往往都是通过综合未标记样本的信息来扩充标记样本集,使得分类时相似的样本具有相同的标签或者分类面通过样本较为稀疏的地方[13]。例如:文献[14]提出了直推式支持向量机(Transductive Support Vector Machine,TSVM)算法,通过将每个未标记样本分别作为正例或反例,然后在所有这些结果中,寻找一个在所有样本上间隔最大化的划分超平面,使得泛化误差最小。文献[15]提出了基于 SVM 的 PS3VM-D (the Progressive Semi-Supervised SVM with Diversity)算法,通过迭代查询间隔边界(margin band)附近的样本保证增量样本的信息量,并利用样本间的相似性提取最可靠的增量样本作为半监督样本。文献[16]提出了基于协同训练的 tri-training 半监督算法,通过初始标记样本训练出 3 个分类器,然后分类器分别挑选置信度最高的未标记样本赋予标签并提供给另 2 个分类器作为新增的有标记样本进行训练,迭代进行上述过程直至分类器不再变化,有效地提高了分类性能。文献[3]提出了基于 SVM 的 CS4VM(Context-Sensitive SVM)算法,通过利用标记样本周围的像素背景信息,并将其设计成代价函数添加到 SVM 的目标函数中,得到性能更好的分类器。文献[13]提出了基于自训练的半监督算法,通过结合主动学习方法迭代查询最有用和信息量最大的样本,并利用分类器对其进行标记之后加入到初始训练集中。证实了其分类性能在标记样本较少时优于传统全监督算法。文献[17]提出了一种合成实例生成(synthetic examples generation)的半监督框架,通过对标记样本和未标记样本过采样和位置调整得到合成标记样本,然后将这些样本加入到自标记(self-labeled)过程,提高了分类性能。

尽管上述半监督算法通过实验都证明了各自的有效性,然而研究发现半监督学习并非一定能有效提升分类器的性能。这主要是由于这种方法对数据分布、未标记样本的筛选方式以及赋予伪标签的方法要求比较严格。事实上,现实中的样本数量众多,分布往往比较复杂。在某些情况下,利用未标记样本甚至是有害的[18-19]。例如对于基于自训练模型和协同训练模型的相关算法,其通过选取未标记样本赋予伪标签来扩充初始训练集,然后对分类器进行重新训练。如果未标记样本的选择不恰当或者赋予的标签不正确,那么分类器的性能不仅不会提升,甚至会严重下降。一些研究正致力于保证未标记样本利用的安全性[20-22]。而对于半监督 SVM 算法,尽管其可以通过迭代的方式对未标记样本进行各种可能的标签指派,以此使得分类面最佳,但是在未标记样本较多的情况下,算法计算复杂度会非常之高,严重限制了其在现实生活中的应用[23-24]。

为了能够安全地利用未标记样本提升分类性能,本文提出了基于样本类别确定度(CCS)的半监督分类算法。不同于大部分半监督算法利用未标记样本时赋予其伪标签的方法,CCS 通过赋予未标记样本类别确定度信息并将其巧妙地融合到线性判别分析(LDA)的散度矩阵中,使得新的散度矩阵更能代表真实的特征分布,样本在投影后的子空间中更具有可分性。由于类别确定度能够有效衡量样本的类别可靠性,未标记样本中可靠性较高的样本所起作用大于可靠性较低的样本,算法能够充分地吸收未标记样本的特征信息,保证 CCS 中未标记样本利用的安全性。此外,针对现实世界中样本分布往往较为复杂的情况,本文对未标记样本的类别确定度进行归一化与阈值处理,保证了半监督过程中利用的类别确定度拥有一定的可靠性,从而提升了算法性能的稳定性。

1 支持向量机与线性判别分析算法

SVM 是基于结构风险最小化的机器学习方法,通过提取训练集的支持向量得到最大间隔分类器,对测试样本分类[25]。以二分类 SVM 为例,假定标记样本集合为 L,测试集合为 T,学习过程受限于以下优化问题:

$$\begin{aligned}&\min\ g(\boldsymbol{w}) = \frac{1}{2}(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}) + C\sum_{i=1}^{n}\xi_i\\&\text{s.t. } y_i[\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\phi(\boldsymbol{x}_i) + b] \geqslant 1 - \xi_i\\&\quad \xi_i \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,n\end{aligned} \tag{1}$$

式中:$g(\boldsymbol{w})$ 为优化函数;$\boldsymbol{w}$ 为超平面的法向量;b 为位移,衡量点到超平面的距离;ξ_i 为松弛变量,表征数据点 $\boldsymbol{x}_i$ 能够容许的偏移量,$\boldsymbol{x}_i$ 为一个样本特征向量;y_i 为样本类别;C 为惩罚因子,用以衡量最大间隔的范围以及最小误差之间的权重;$\phi(\boldsymbol{x}_i)$ 将原来的样本映射到新的高维空间,使样本更具有可分性;n 为训练样本个数。

SVM 的输出 $f(\boldsymbol{x}_i)=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\phi(\boldsymbol{x}_i)+b$ 具有一定的物理意义。其绝对值越大，表示离分类面越远，此时样本类别可靠性越高；其绝对值越小，表示离分类面越近，此时样本类别可靠性越低。对于多分类 SVM，各个二分类 SVM 的输出之和能够有效衡量样本到各个分类面的距离，因此同样满足值越大，属于某个类别的概率越大的规律。很多半监督算法利用 SVM 的这一特点，吸收可靠性较高的样本加入到初始标记样本集中，以此扩充训练样本集[15]。

针对 SVM 的多分类问题，主要有“一对其余法”和“一对一法”。这 2 种方法都是通过将多分类问题转化成多个 2 类问题来进行解决。在“一对其余法”的训练中，对于具有 k 个类别的样本，需要训练 k 个 SVM 二分类器。在构造第 i 个 SVM 时，第 i 个类别的样本标记为正类，其他不属于 i 类别的样本标记为负类。可以看出，当 k 比较大时，负类样本数量远大于正类样本数量。对于“一对一法”，该方法在每 2 类样本间训练一个分类器，因此对于一个 k 分类问题，将有 $k(k-1)/2$ 个分类器。

LDA 算法通过寻找一个子空间使同类样本尽量靠近，异类样本尽量远离，广泛应用于图像降维和分类中[26]。以二分类为例：给定数据集 $\{(\boldsymbol{x}_1,y_1),(\boldsymbol{x}_2,y_2),\cdots,(\boldsymbol{x}_i,y_i),\cdots,(\boldsymbol{x}_m,y_m)\}$，$y_i\in\{0,1\}$。令 $\boldsymbol{u}_i$ 和 $\boldsymbol{C}_i$ 分别为第 $i\in\{0,1\}$ 类的均值向量和协方差矩阵。$\boldsymbol{w}$ 为投影向量。欲使同类样本的投影点尽可能接近，可以使同类样本的协方差尽可能小，即 $\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_0\boldsymbol{w}+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{w}$ 尽可能小；而欲使异类样本投影点尽可能远离，可以使类中心之间距离尽可能大，即 $\|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_0-\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1\|_2^2$ 尽可能大。同时考虑二者，则可得到最大化的目标函数：

$$J=\frac{\|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_0-\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1\|_2^2}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_0\boldsymbol{w}+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{w}}=\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u}_0-\boldsymbol{u}_1)(\boldsymbol{u}_0-\boldsymbol{u}_1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_0\boldsymbol{w}+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{w}} \tag{2}$$

定义类内散度矩阵以及类间散度矩阵分别为

$$\begin{cases}\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}=\boldsymbol{C}_0+\boldsymbol{C}_1=\sum\limits_{y_i=0}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{u}_0)(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{u}_0)^{\mathrm{T}}+\\ \qquad\sum\limits_{y_i=1}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{u}_1)(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{u}_1)^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}=(\boldsymbol{u}_0-\boldsymbol{u}_1)(\boldsymbol{u}_0-\boldsymbol{u}_1)^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{3}$$

则根据式(3)，式(2)可重新表示为

$$J=\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}\boldsymbol{w}} \tag{4}$$

这被称为广义瑞利商。

接下来将 LDA 推广到多分类任务中。假定存在 k 个类，且第 i 类样本数为 n_i。定义全局散度矩阵为

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}=\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}+\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}=\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{u})(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

式中：$n=\sum\limits_{i=1}^{k}n_i$；$\boldsymbol{u}$ 为所有样本的均值向量。类内散度矩阵仍然为所有类别样本的协方差矩阵：

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}=\sum_{i=1}^{k}\boldsymbol{C}_i \tag{6}$$

由式(5)和式(6)可以得到类间散度矩阵为

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}=\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}=\sum_{i=1}^{k}n_i(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u})(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

多分类 LDA 的 J 可以有多种实现方法，其中一种常见的构造形式仍如式(4)所示。

由于 LDA 从高维空间到低维空间的函数映射是线性的，然而，在不少现实任务中，可能需要非线性映射才能找到更可分的低维空间。因此此时需要非线性降维，其中一种常用的方法是基于核技巧对 LDA 进行“核化”得到核化线性判别分析(KLDA)[27]。

2　基于 CCS 的半监督分类算法

首先对要用到的符号进行定义，根据是否有标签本文将训练数据集 $\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{L},\boldsymbol{U}]\in\mathbf{R}^{d\times N}$ 分为两部分，d 为训练样本的维度，N 为训练样本的数目。其中标记样本特征矩阵 $\boldsymbol{L}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_l]\in\mathbf{R}^{d\times l}$，其对应的标签为 $[y_1,y_2,\cdots,y_l]$。未标记样本特征矩阵则为 $\boldsymbol{U}=[\boldsymbol{x}_{l+1},\boldsymbol{x}_{l+2},\cdots,\boldsymbol{x}_{l+u}]\in\mathbf{R}^{d\times u}$，$l+u=N$ 为训练样本总个数。测试样本集则为 $\boldsymbol{T}$。本文算法主要包括 3 个部分：未标记样本初始类别确定度获取、样本类别确定度安全处理和半监督分类器。图 1 所示为本文算法流程。

2.1　未标记样本初始类别确定度获取

在图 1 中，作为输入的 $\boldsymbol{L}$ 和 $\boldsymbol{U}$ 的维度往往较高，为了能够提取样本特征并且方便得到类别确定度，首先对样本进行降维。为了在降维过程中利用到类别信息，使得在降维后的子空间中，异类样本之间更具有可分性，采用 KLDA 方法。训练样本经过 KLDA 降维后，得到投影特征 $\boldsymbol{L}_1$ 和 $\boldsymbol{U}_1$。

在样本进行降维之后，根据标记样本训练出 SVM，这主要是利用 SVM 的输出 $f(\boldsymbol{x}_i)=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\phi(\boldsymbol{x}_i)+b$ 能够有效衡量样本的可靠性。由于样本一般为多类，因此要构造多分类 SVM。对比“一对其余法”和“一对一法”。前者由于正负类训练样本极不均衡，有可能会造成分类面出现偏差，进而导致

北航学报 赠阅

样本类别判决出现错误及 $f(\boldsymbol{x}_i)$ 无法有效衡量样本的可靠性。因此本文采用“一对一法”构造多分类 SVM。以获取未标记样本属于类别 m 的初始确定度为例，其流程如图 2 所示，$\boldsymbol{L}_1^{(m)}$ 表示 $\boldsymbol{L}_1$ 降维后属于第 m 类别的标记样本。

首先，将 $\boldsymbol{L}_1^{(m)}$ 作为正类，其余类别的标记样本作为负类，两两训练出二分类 SVM。之后将 $\boldsymbol{U}_1$ 输入到每个二分类 SVM 中，得到对应的输出向量。例如：$\boldsymbol{f}^{(m,m-1)}=(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\phi(\boldsymbol{U}_1)+\boldsymbol{b})^{\mathrm{T}}$ 表示 $\boldsymbol{U}_1$ 输入到 $\boldsymbol{L}_1^{(m)}$ 和 $\boldsymbol{L}_1^{(m-1)}$ 训练出的 SVM 中得到的输出向量。由于输出函数较多，借鉴投票法判决类别的思想，将所有的输出向量相加得到未标记样本属于第 m 类别的初始确定度 $\boldsymbol{f}^{(m)}$。此时 $\boldsymbol{f}^{(m)}$ 仍然满足值越大，属于第 m 类别的确定性越大，值越小，属于 m 类别的确定性越小的性质。尽管本节只是列出了获取未标记样本 $\boldsymbol{U}$ 属于第 m 类确定度的过程，其他类别 $\boldsymbol{f}^{(i)}$，$i\neq m$，$i=1,2,\cdots,k$，可由此推广得到，这里不再赘述。

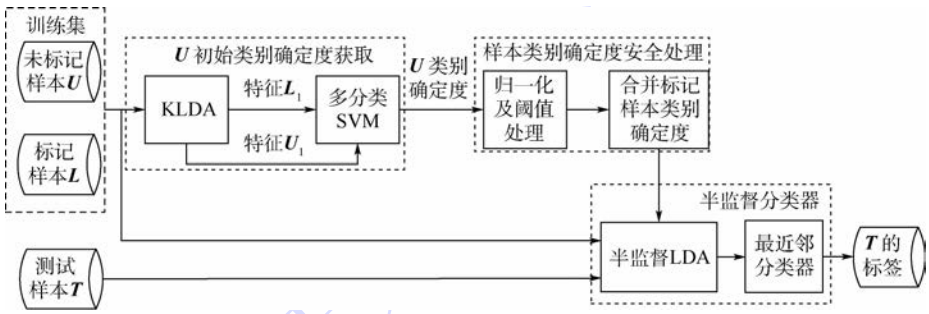


图 1 本文算法流程

Fig. 1 Flowchart of proposed algorithm

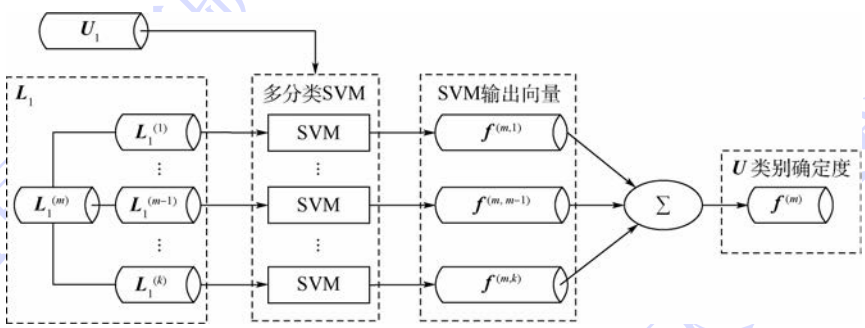


图 2 多分类 SVM 构造及未标记样本初始类别确定度获取

Fig. 2 Multi-class SVM construction and acquisition of initial class certainty of unlabeled samples

2.2 样本类别确定度安全处理

对于向量 $\boldsymbol{f}^{(i)}$ 里的元素值，当其值大于 1 时，属于 i 类的可信度很高，当其值小于 -1 时，属于 i 类的可信度很低，为了准确方便地利用 $\boldsymbol{f}^{(i)}$，本文对其进行归一化和阈值处理，归一化方法较多，本文采用 min-max 标准化方法得到：

$$\boldsymbol{p}_U^{(i)}=\frac{\boldsymbol{f}^{(i)}-\min}{\max-\min} \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{p}_U^{(i)}$ 为未标记样本 $\boldsymbol{U}$ 经过归一化之后属于类别 i 的确定度；max 和 min 分别为 $\boldsymbol{p}_U^{(i)}$ 中元素的最大值和最小值。对于阈值处理，设置阈值 t，当 $\boldsymbol{p}_U^{(i)}$ 里面的元素值小于预设的阈值 t 时，将其设置为 0。即：

$$p_{U,j}^{(i)}=\begin{cases}0 & p_{U,j}^{(i)}<t\\ p_{U,j}^{(i)} & \text{其他}\end{cases}\quad i\in\{1,2,\cdots,k\},j\in\{1,2,\cdots,u\} \tag{9}$$

其中：$p_{U,j}^{(i)}$ 为向量 $\boldsymbol{p}_U^{(i)}$ 的元素值。此时 t 值越大，表示对利用的未标记样本可靠性要求越高。当 $t=1$ 时，未标记样本属于各个类别的确定度都为 0，在之后的半监督过程中不起作用。此时半监督算法性能退化至全监督性能。当数据分布存在类间重叠等极端情况时，通过增大阈值 t，可以防止半监督算法的性能恶化，有效地保证半监督算法稳定性。通过上述处理，加大了可靠样本的权重而减小了不可靠样本权重，保证利用的未标记样本拥有足够的可信度。

之后计算标记样本 $\boldsymbol{L}$ 的类别确定度，设属于 i 类别的原始标记样本集为 $\boldsymbol{L}^{(i)}$。显然，对于 $\boldsymbol{L}^{(i)}$，其属于 i 类别确定度为 1，属于其他类别则为 0。因此，标记样本 $\boldsymbol{L}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_l]$ 属于 i 类别的确定度向量可以表示如下：

$$p_{L,j}^{(i)}=\begin{cases}1 & y_j=i\\ 0 & y_j\neq i\end{cases} \tag{10}$$

式中：$p_{L,j}^{(i)}$ 为向量 $\boldsymbol{p}_L^{(i)}$ 的第 j 个元素值；y_j 为样本 $\boldsymbol{x}_j$ 的标签。因此对于所有的样本 $\boldsymbol{X}$，其属于 i 类别的确定度如式(11)所示：

$$\boldsymbol{p}^{(i)}=[\boldsymbol{p}_L^{(i)},\boldsymbol{p}_U^{(i)}] \qquad i\in\{1,2,\cdots,k\} \tag{11}$$

2.3　半监督分类器

为了充分利用未标记样本的信息，本文接下来对原始训练集数据进行半监督 LDA 降维，其原理是将上述获得的样本类别确定度融入到散度矩阵中得到新的目标函数，从而使样本在投影后的子空间中更具有可分性。首先重新定义类内均值向量 $\boldsymbol{u}_i$ 和总均值向量 $\boldsymbol{u}$ 分别为

$$\begin{cases}\boldsymbol{u}_i=\dfrac{\sum\limits_{j=1}^{N}p_j^{(i)}\boldsymbol{x}_j}{\sum\limits_{j=1}^{N}p_j^{(i)}}=\boldsymbol{X}\left(p_j^{(i)}\Big/\sum\limits_{j=1}^{N}p_j^{(i)}\right)=\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{p}}^{(i)}\\ \boldsymbol{u}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{N}p_j^{(i)}\boldsymbol{x}_j}{\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{N}p_j^{(i)}}=\boldsymbol{X}\left(\sum\limits_{i=1}^{k}\boldsymbol{p}^{(i)}\Big/\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{N}p_j^{(i)}\right)=\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{p}}\end{cases} \tag{12}$$

全监督 LDA 中均值向量代表了样本的特征平均值。如果将样本特征映射到空间中，设每个样本的密度为 1，那么此时的均值向量就是每个类的质心。借鉴这个思想，本文将样本 $\boldsymbol{X}$ 属于各个类别的确定度作为密度，样本属于该类别可靠性越高，则密度越大，对该类质心位置影响越大，反之则越小。由于充分融入了未标记样本的特征信息，使得求出的均值向量更加真实可靠，而且对噪声不敏感。

接下来，为了得到“广义瑞利商”优化函数，定义新的散度矩阵如下：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}'&=\sum_{i=1}^{k}n_i(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u})(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}=\\ &\boldsymbol{X}\left[\sum_{i=1}^{k}n_i(\hat{\boldsymbol{p}}^{(i)}-\hat{\boldsymbol{p}})(\hat{\boldsymbol{p}}^{(i)}-\hat{\boldsymbol{p}})^{\mathrm{T}}\right]\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}=\\ &\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\qquad n_i=\sum_{j=1}^{N}p_j^{(i)}\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}'&=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N}p_j^{(i)}(\boldsymbol{x}_j-\boldsymbol{u}_i)(\boldsymbol{x}_j-\boldsymbol{u}_i)^{\mathrm{T}}=\\ &\boldsymbol{X}\left[\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N}p_j^{(i)}(\boldsymbol{h}_j-\hat{\boldsymbol{p}}^{(i)})(\boldsymbol{h}_j-\hat{\boldsymbol{p}}^{(i)})^{\mathrm{T}}\right]\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}=\\ &\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{w}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}'&=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N}p_j^{(i)}(\boldsymbol{x}_j-\boldsymbol{u})(\boldsymbol{x}_j-\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}=\\ &\boldsymbol{X}\left[\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N}p_j^{(i)}(\boldsymbol{h}_j-\hat{\boldsymbol{p}})(\boldsymbol{h}_j-\hat{\boldsymbol{p}})^{\mathrm{T}}\right]\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}=\\ &\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{15}$$

式中：$p_j^{(i)}$ 为向量 $\boldsymbol{p}^{(i)}$ 的元素值；$\boldsymbol{h}_j\in\mathbf{R}^{N\times1}$ 中元素的数学表达式如下：

$$h_{j,i}=\begin{cases}1 & i=j\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{16}$$

其中：$h_{j,i}$ 为向量 $\boldsymbol{h}_j$ 的元素值。

从式(13)～式(15)可以看出，不同于全监督 LDA 的是，本文在类间散度矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}$ 中改变了 n_i 的定义，在类内散度矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}$ 和全局散度矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}$ 中添加了 $\boldsymbol{p}_j^{(i)}$ 作为权重。当样本属于该类别的确定度越小时，$\boldsymbol{p}_j^{(i)}$ 值越小，对散度矩阵的影响越小，反之则越大。这样做不仅充分融入了未标记样本的信息还减小了错分样本的影响，从而使得散度矩阵能够代表更加真实准确的样本分布信息。

可以证明新的散度矩阵仍然满足 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}=\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}+\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}$，因此在构造新的广义瑞利熵时，可以采用三者中的任意两者。以 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}$ 和 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}$ 为例，表示如下：

$$\max_{\boldsymbol{w}}\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}\boldsymbol{w}} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{w}\in\mathbf{R}^{d\times(N-1)}$。式(17)可通过如下广义特征值来求解：

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{w}=\lambda\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}\boldsymbol{w} \tag{18}$$

式中：λ 为拉格朗日乘子。$\boldsymbol{w}$ 的闭式解则是 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{w}}^{-1}\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}}$ 的 $N-1$ 个特征向量组成的矩阵。可以看出其求解是非常简单的。

由于上述的半监督降维是线性降维，接下来，本文利用核方法将其推广到非线性降维中，得到核化半监督 LDA。首先对样本 $\boldsymbol{X}$ 进行非线性变换 $\boldsymbol{X}\rightarrow\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})$，根据式(13)、式(14)、式(17)，核化目标函数可表示为

$$\max_{\boldsymbol{w}}\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\,\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\,\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{w}}(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}} \tag{19}$$

根据可再生核希尔伯特空间的有关理论可知，式(19)问题的任何解 $\boldsymbol{w}\in F$ 都处在所有训练样本张成的子空间中。由于本文样本的类别确定度信息是由 SVM 得出来的，在标记样本较少时，处于分类面附近的未标记样本属于每个类别的确定度都会比较低。为了减小这部分样本在核化过程中的影响，将 $\boldsymbol{w}$ 表示如下：

$$\boldsymbol{w}=\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{a}_jp_j^{(s)}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}_j)=\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})\boldsymbol{a} \tag{20}$$

式中：$\boldsymbol{p}^{(s)}=\sum\limits_{i=1}^{k}\boldsymbol{p}^{(i)}$，其综合衡量了样本的可靠性。当样本 $\boldsymbol{X}_j$ 处于分类面附近时，$\boldsymbol{p}^{(s)}$ 值比较小，

北航学报 赠阅

这样在核化过程中起到的作用较小,保证了半监督 KLDA 的算法稳定性。

接下来将式(20)代入到式(19)得到:

$$\begin{aligned} J = & [\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}))^{\mathrm{T}} \cdot \\ & \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\,\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})\boldsymbol{a}]/ \\ & [\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}) \cdot \\ & \hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{w}}(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})\boldsymbol{a}] = \\ & (\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})\boldsymbol{K}\,\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{K}\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})\boldsymbol{a})/ \\ & (\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})\boldsymbol{K}\,\hat{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{w}}\boldsymbol{K}\mathrm{diag}(\boldsymbol{p}^{(s)})\boldsymbol{a}) \end{aligned} \tag{21}$$

式中:$\boldsymbol{K}$ 为核函数矩阵,按照式(18)的方法即可求解出 $\boldsymbol{a}$,最后代入到式(20)求解出 $\boldsymbol{w}$。

依照上述算法对测试样本进行半监督降维后,需要对其进行分类,此时采用最近邻分类器(Nearest Neighbor Classifier, NNC)。这是因为训练集样本在降维后,同类样本往往较近,异类样本相距较远。此时投影后的均值向量充分代表了每个类别的特征信息。降维之后的均值向量可表示为

$$\hat{\boldsymbol{u}}_i = \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_i \quad i \in \{1,2,\cdots,k\} \tag{22}$$

将其作为最近邻分类器的标记样本,测试样本的类别即为距离其最近的 $\hat{\boldsymbol{u}}_i$ 的类别。可以看出,采用最近邻分类器契合了降维后的数据特点,而且算法简单,运行速度快。

3 实验验证

本文设计了相关实验对本文算法性能进行衡量。实验一共分成 3 个部分:首先是对本文算法进行探讨,验证本文算法有关步骤的有效性;之后对本文算法与全监督算法进行实验,比较两者性能上的差异性;最后将本文算法与其他半监督算法进行实验,对结果进行比较。实验采用数据集包括 2 部分:训练样本和测试样本。其中训练样本选择了 T72 系列主战坦克(sn_132)、BMP2 系列六轮履带式装甲车(sn_c21)以及 BTR70 装甲(sn_c71)。3 种训练目标的光学图像如图 3 所示,SAR 图像如图 4 所示。虽然 3 种车辆的光学图像的差异明显,但是对应的 SAR 图像在视觉上无法分辨:它们的空间和谱特征十分相似,而且由于斑点噪声的影响,加大了识别的难度。实验选用 T72(sn_s7)、BMP2(sn_c9566)、BTR70(sn_c70)作为测试样本,可以看出,训练样本与测试样本的同类目标的型号不同,使得目标分类难度增大。表 1展示出了训练样本与测试样本的种类及样本数量。

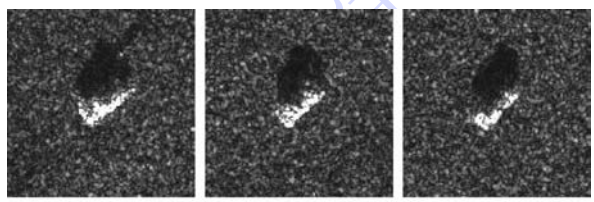
(a) T72

(b) BMP2

(c) BTR70

图 3 3 种训练目标的光学图像

Fig. 3 Optical images of three kinds of training objective



(a) T72 (b) BMP2 (c) BTR70

图 4 3 种训练目标的 SAR 图像

Fig. 4 SAR images of three kinds of training objective

表 1 训练样本与测试样本的种类及样本数量

Table 1 Types and quantities of training samples and testing samples

样本种类	训练样本			测试样本		
	T72(sn_132)	BMP2(sn_c21)	BTR70(sn_c71)	T72(sn_s7)	BMP2(sn_c9566)	BTR70(sn_c70)
样本数/幅	232	232	232	191	191	191

3.1 算法分析

本文算法在获取未标记样本的类别确定度时,首先使用了 KLDA 对原始样本数据进行监督降维,为了验证使用 KLDA 的有效性,将其置换成核化主成分分析(Kernel Principal Component Analysis, KPCA)算法这种被广泛使用的无监督降维算法,并将两者对分类精度的影响进行对比。

在训练样本中每类选取相同比例的样本作为初始标记样本集，得到 CCS 使用上述 2 种降维算法分类精度走势如图 5 所示，KLDA-CCS 表示使用 KLDA 进行原始数据的降维，KPCA-CCS 表示使用 KPCA 进行原始数据的降维。

从图 5 可知，不同降维算法的分类精度的差异十分明显：KLDA-CCS 的分类精度明显高于 KPCA-CCS，标记样本比例越小，差异越大。标记样本数增加时，差异有所减小。这是因为当标记样本较少时，相比于 KPCA，KLDA 利用了样本类别差异，吸收了标记样本类别信息，使其具备良好的样本特征表征能力；当标记样本数增加时，KPCA 足够表征未标记样本，使得 KPCA 与 KLDA 性能接近。上述实验证明了对原始样本数据进行降维时使用 KLDA 进行降维的有效性。

在获取未标记样本的类别确定度时，为了提高未标记样本的安全性，本文对类别确定度进行了阈值处理，接下来分析阈值 t 的变化对分类性能的影响进行探讨。通过选取几个典型的 t 值，得到对应的分类精度走势图（见图6），来说明

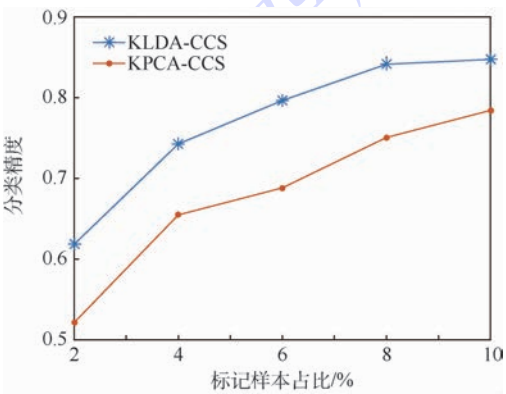


图 5　不同降维算法对本文算法分类精度影响走势

Fig. 5　Classification accuracy trend of proposed algorithm with different dimension reduction algorithms

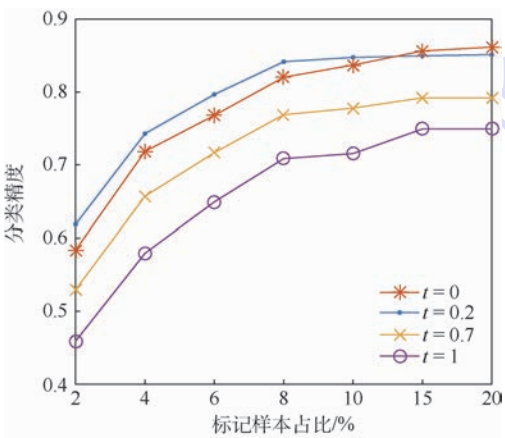


图 6　不同阈值设置时本文算法的分类精度走势

Fig. 6　Classification accuracy trend of proposed algorithm with different threshold setting

在实际中如何取 t 值。

当 $t=0.2$ 时，分类精度最高，$t=0$ 次之。随着标记样本比例的增加，两者的分类性能逐渐靠近。当标记样本的比例达到 15% 时，$t=0$ 的分类精度超越前者。当阈值 t 设置较大时，如 $t=0.7$，$t=1$ 时，分类精度降低。

从上述实验可知，在标记样本很少时，相比于 $t=0$ 利用所有的未标记样本类别确定度信息，通过设置合理的阈值，使得在半监督过程中利用的未标记样本具有一定的可信度，有效地提高了分类性能。随着标记样本数的增加，利用多分类 SVM 获取的样本类别确定度的可信度提升，进而可以放宽阈值，调整为 $t=0$，利用所有的未标记样本信息，达到最好的分类效果。因此在实际应用中，只需在标记样本很少时设置较小的 t 值，标记样本增多设置 $t=0$ 即可。针对 t 值较大分类精度较低的现象，是因为此时对利用的未标记样本可靠性要求很高，CCS 吸收未标记样本信息较少，导致半监督降维时，样本在投影后的子空间可分性不好。

最后，本文利用可视化图形来验证本文算法中的半监督 LDA 的有效性，如图 7 所示，test-BMP2 表示从 BMP 坦克中挑选的一个测试样本，u-BMP2，u-BTR70，u-T72 表示各类均值向量，箭头所指类别表示利用 NNC 算法对测试样本的判决结果，图中的点均表示投影后的向量。

可以看出在 LDA 中，同类样本降维后相距很近，LDA 只是借助于标记样本进行分类，因此类均值向量就在标记样本附近，根据 NNC 算法，test-BMP2 样本相距 T72 的均值向量最近，因此样本被错分为 T72 类别。与 LDA 不同，半监督 LDA 中的类均值向量与标记样本相距较远。这是因为半监督 LDA 通过充分吸收未标记样本的特征信息，使得降维后的类均值向量更能代表真实的样本特征分布，同时，测试样本更加靠近其所属类别的类均值向量。如图 7（b）所示，此时 test-BMP2 明显相距 u-BMP2 最近，样本分类为 BMP2，这也是本文算法对原始样本数据进行降维时采用 KLDA而不是 LDA 的原因。

3.2　与全监督算法的比较

为了验证本文算法的有效性，将其与使用 LDA 进行降维，之后利用 NNC 进行分类的全监督算法（LDA-NNC）进行性能对比。同时，当本文算法中使用核方法时，称此时算法为核化 CCS（KCCS）。因此同样为了验证 KCCS 的有效性，本文将其与 KLDA-NNC 算法进行比较。在训练样

北航学报 赠阅

本中每类选取相同比例的样本作为初始标记样本集,得到不同算法的分类精度走势图,如图 8 所示。

从图 8 可知,在标记样本比例小于 20% 时,本文算法的分类精度明显高于全监督算法 LDA-NNC,KCCS 的分类精度明显高于 KLDA-NNC。当标记样本比例达到 40% 时,半监督算法与全监督算法性能差异较小。另外,在标记样本比例达到 10% 时,此时本文算法以及KCCS的分类精度已比较接近收敛值,相比全监督算法能够更快地收敛。

上述实验说明了在标记样本较少时,本文算法以及 KCCS 有效提高了分类器的泛化性能。当标记样本增多时,此时的标记样本具有足够的特征表达能力,能够训练出一个性能较好的分类器,使得全监督算法的分类精度逐渐接近半监督算法。另外对比图 8 各曲线可知,核化之后的 KCSS 算法分类性能得到了提高,这说明本文遥感数据在原空间中线性可分性不好,通过核化寻找到一个更高维度的线性可分空间。因此针对不同的数据可以选择核化或者非核化的方法进行样本的降维。这也是本文算法采用 KLDA 而不是 LDA 对原始数据进行降维的原因。

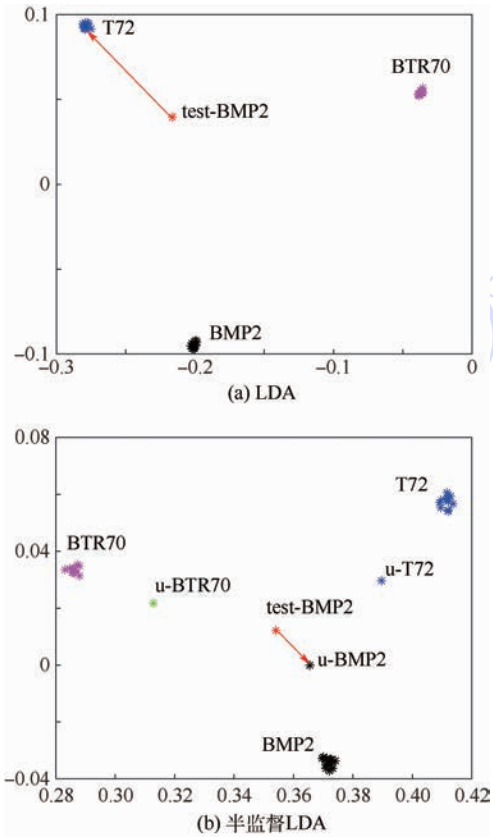


图 7 3 类标记坦克样本在 LDA 和半监督 LDA 中的二维特征

Fig. 7 Two-dimensional feature of three kinds of labeled tank samples in LDA and semi-supervised LDA

3.3 与其他半监督算法的比较

为了进一步验证本文半监督算法 CCS 的有效性,选取其他 4 种半监督算法进行对比,包括标签传播(Label Propagation, LP)[28]、PS3VM-D[15]、限制 K 均值聚类(Constrained KMeans, C-KMeans)[29]、SDA(Semi-supervised Discriminant Analysis)算法[30]。其中 LP 通过建立相似矩阵,将标记样本的标签按相似程度传播给未标记样本;PS3VM-D 通过利用样本间的相似性提取可靠的增量样本加入到初始标记样本集;C-KMeans 通过添加“勿连”与“必连”约束对分类进行指导;SDA 则是通过向 LDA 中添加正则式进行半监督分类。由于本文算法、SDA 建立在 LDA 的基础上,因此为了保证比较的公平性,LP、PS3VM-D、C-KMeans 事先利用 LDA 对原始数据进行降维,以此能够得到更准确的特征。在训练样本中每类选取相同比例的样本作为初始标记样本集,得到不同算法随标记样本比例变化的分类精度走势图,如图 9 所示。

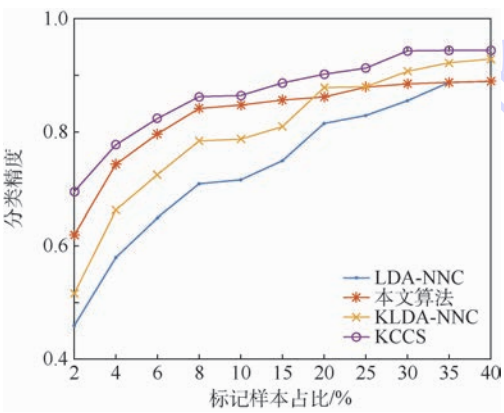


图 8 全监督算法与本文算法的分类精度走势

Fig. 8 Classification accuracy trend of supervised algorithm and proposed algorithm

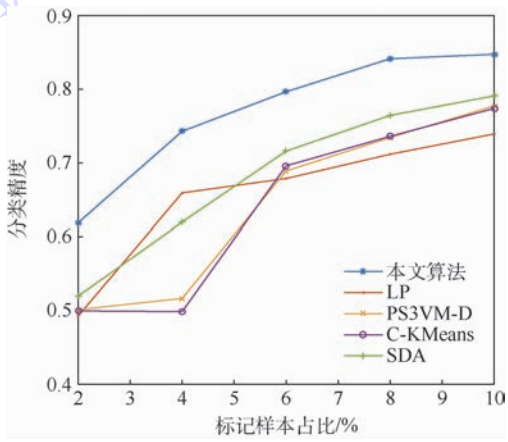


图 9 不同半监督算法的分类精度走势

Fig. 9 Classification accuracy trend of different semi-supervised algorithms

北航学报 赠阅

从图 9 可以看出，在标记样本较少时，本文算法分类精度最高，相比其他半监督算法始终高出至少 8% 的分类精度，而 SDA 次之，说明了基于 LDA 的半监督算法拥有良好的分类性能。对于 LP、PS3VM-D、C-KMeans 算法，由于事先利用了 LDA 进行降维，否则与本文算法的分类精度差异会更加的明显。本文分析可知，LP、PS3VM-D 是通过迭代的方式向未标记样本赋予伪标签，样本的标签一旦出错，便会影响后续分类器的训练，导致分类器性能提升不高；C-KMeans 算法通过添加约束条件并不能充分利用未标记样本样本的谱信息；SDA 重在保持样本之间的邻域关系，但是对数据分布要求较高。而本文算法一方面基于 LDA 充分地利用了标记样本的类别信息，另一方面通过将未标记样本的类别确定度融入到半监督过程中，可靠地吸收了未标记样本的特征信息，使得在标记样本极少时算法更加稳定和准确。此外，本文算法并不需要像 LP、PS3VM-D 一样进行迭代，也不需要像 SDA 建立图模型矩阵，算法较为简单。

4　结　论

1）创新性地利用训练样本降维和一对一 SVM，有效地赋予了未标记样本类别确定度信息。

2）通过对类别确定度预处理，提高了类别确定度利用的安全性。

3）基于样本类别确定度推导了半监督 LDA 降维算法，并通过核化方法将其推广到非线性降维领域中，根据降维后的数据特点，采用 NNC 进行测试样本的分类。

采用 MSTAR 数据库中的 BMP2、T72、BTR70 系列样本作为数据集，通过一系列实验验证了本文算法有关步骤的有效性；证实了本文算法相比全监督算法可以得到更高的分类精度以及具有更好的鲁棒性；验证了本文算法相比其他半监督算法可以更好地适应标记样本缺乏时的情况，表现出了良好的精确度和稳定性。

参考文献（References）

[1] SUN H, LIU S, ZHOU S L, et al. Unsupervised cross-view semantic transfer for remote sensing image classification [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(1): 13-17.

[2] CAVALLARO G, MURA M D, BENEDIKTSSON J A, et al. Remote sensing image classification using attribute filters defined over the tree of shapes [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(7): 3899-3911.

[3] BOVOLO F, BRUZZONE L, CARLIN L. A novel technique for subpixel image classification based on support vector machine [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(11): 2983-2999.

[4] BRUZZONE L. An approach to feature selection and classification of remote sensing images based on the Bayes rule for minimum cost [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(1): 429-438.

[5] CABEZAS J, GALLEGUILLOS M, PEREZ-QUEZADA J F. Predicting vascular plant richness in a heterogeneous wetland using spectral and textural features and a random forest algorithm [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(5): 646-650.

[6] XIA J S, DU P J, HE X Y, et al. Hyperspectral remote sensing image classification based on rotation forest [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11(1): 239-243.

[7] SHAHSHAHANI B M, LANDGREBE D A. The effect of unlabeled samples in reducing the small sample size problem and mitigating the Hughes phenomenon [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(5): 1087-1095.

[8] COZMAN F G, COHEN I. Unlabeled data can degrade classification performance of generative classifiers [C] // Proceedings of 15th International Florida Artificial Intelligence Society Conference. Reston: AIAA, 2002: 327-331.

[9] PASOLLI E, MELGANI F, TUIA D, et al. SVM active learning approach for image classification using spatial information [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(4): 2217-2233.

[10] BLUM A, CHAWLA S. Learning from labeled and unlabeled data using graph mincuts [C] // Proceedings of 8th International Conference on Machine Learning. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001: 19-26.

[11] ROSENBERG C, HEBERT M, SCHNEIDERMAN H. Semi-supervised self-training of object detection models [C] // Proceedings of the 7th IEEE Workshops on Application of Computer Vision. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 29-36.

[12] BLUM A. Combining labeled and unlabeled data with co-training [C] // Proceedings of the 7th Annual Conference on Computational Learning Theory. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000: 92-100.

[13] DÓPIDO I, LI J, MARPU P R. Semisupervised self-learning for hyperspectral image classification [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(7): 4032-4044.

[14] JOACHIMS T. Transductive inference for text classification using support vector machines [C] // Proceedings of the 6th International Conference on Machine Learning. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1999: 200-209.

[15] PERSELLO C, BRUZZONE L. Active and semisupervised learning for the classification of remote sensing images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(11): 6937-6956.

[16] ZHOU Z H, LI M. Tri-training: Exploiting unlabeled data using three classifiers [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2005, 17(11): 1529-1541.

[17] TRIGUERO I, GARCIA S, HERRERA F. SEG-SSC: A frame-

北航学报 赠阅

work based on synthetic examples generation for self-labeled semi-supervised classification[J]. IEEE Transactions on Cybernetics,2015,45(4):622-634.

[18] NIGAM K,MCCALLUM A K,THRUN S,et al. Text classification from labeled and unlabeled documents using EM[J]. Machine Learning,2000,39(2-3):103-134.

[19] CHAWLA N,KARAKOULAS G. Learning from labeled and unlabeled data:An empirical study across techniques and domains[J]. Journal of Artificial Intelligence Research,2005,23(1):331-366.

[20] LE T B,KIM S W. A hybrid selection method of helpful unlabeled data applicable for semi-supervised learning algorithms[C]// Proceedings of the 18th IEEE International Symposium on Consumer Electronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014:1-2.

[21] LI Y F,ZHOU Z H. Towards making unlabeled data never hurt[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2015,37(1):175-188.

[22] LIU X,SONG M L,TAO D C,et al. Random forest construction with robust semisupervised node splitting[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2015,24(1):471-483.

[23] CHAPELLEO,ZIEN A. Semi-supervised classification by low density separation[C]// Proceedings of the 10th International Workshop on Artificial Intelligence & Statistics,2005:1-8.

[24] LI Y F,KWOK J T,ZHOU Z H. Semi-supervised learning using label mean[C]// Proceedings of the 16th International Conference on Machine Learning. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc.,2009:633-640.

[25] ANDREW A M. An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods[J]. Kybernetes,2001,32(1):1-28.

[26] MOSKOWITZ L. The LDA-An integrated diagnostics tool[J]. IEEE Aerospace & Electronic Systems Magazine,1986,1(7):22-26.

[27] KOCSOR A,TOTH L. Kernel-based feature extraction with a speech technology application[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2004,52(8):2250-2263.

[28] ZHU X,GHAHRAMANI Z. Learning from labeled and unlabeled data with label propagation[C]// International Joint Conference on Neural Networks,2003:2803-2808.

[29] WAGSTAFF K,CARDIE C,ROGERS S,et al. Constrained K-means clustering with background knowledge[C]// Proceedings of the 8th International Conference on Machine Learning. San Francisco:Morgan Kaufmann Publishers Inc.,2001:577-584.

[30] CAI D,HE X,HAN J. Semi-supervised discriminant analysis[C]// Proceedings of the IEEE 11th International Conference on Computer Vision. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007:9848913.

作者简介:

高飞 男,博士,教授,硕士生导师。主要研究方向:数字图像融合与处理、运动目标检测、机器学习。

朱福利 男,硕士研究生。主要研究方向:机器学习。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Semi-supervised classification based on class certainty of samples

GAO Fei*, ZHU Fuli

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The performance of supervised learning based algorithms can decrease dramatically in the classification of remote sensing images if labeled samples are insufficient. The collection of labeled samples is generally time-consuming and expensive, though unlabeled samples can be relatively easily obtained. To utilize the information of unlabeled samples in the learning process, this paper proposes a novel semi-supervised classification algorithm based on class certainty of samples (CCS). First, a multi-class support vector machine (SVM) is employed to determine the class certainty of unlabeled samples, which effectively measure the class reliability of unlabeled samples. Then, the pre-processing of sample classification is carried out to enhance the security of unlabeled samples. Finally, a new semi-supervised linear discriminant analysis (LDA) is proposed based on the sample class certainty and results in improved separability of the samples in the projection subspace. Moreover, the semi-supervised LDA can be extended to nonlinear dimensional reduction by combining the class certainty and the kernel based methods. For classification of the testing samples, the nearest neighbor classifier is adopted. In order to assess the effectiveness of the proposed algorithm, several experiments are carried out on the actual synthetic aperture radar (SAR) images in comparison with other supervised and semi-supervised algorithms. Using real SAR images, it is proved that the proposed algorithm is superior to all supervised and other semi supervised algorithms in the case of less marked samples. And it can converge quickly.

Keywords: remote sensing image; semi-supervised classification; class certainty; semi-supervised linear discriminant analysis; kernel method

北京航空航天大学学报

Received: 2017-11-13; **Accepted**: 2017-12-08; **Published online**: 2018-01-09 17:43

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180109.1102.003.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61771027)

* **Corresponding author**. E-mail: feigao2000@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0674

基于双特征的丘陵山区耕地低空遥感图像配准算法

宋飞[1,2,3], 杨扬[1,2,*], 杨昆[1,2], 张愫[1,3], 毕东升[1,3]

(1. 云南师范大学 信息学院, 昆明 650500; 2. 西部资源环境地理信息技术教育部工程研究中心, 昆明 650500;
3. 云南师范大学 模式识别与人工智能实验室, 昆明 650500)

摘 要: 针对丘陵山区耕地小型无人机航拍图像(低空遥感图像)中的尺度变化、几何畸变、图像重叠等问题,提出了基于双特征的丘陵山区耕地低空遥感图像配准算法。该算法鉴于丘陵山区耕地背景环境复杂、光照因素等影响,采用尺度不变特征 SURF 算法提取了遥感图像的特征点,并构建了能够稳健描述航拍图像几何特征的双特征描述子;在此基础上,以高斯混合模型(GMM)为核心,结合 2 个单一特征差异描述子(基于欧氏距离的全局特征和基于和向量的局部特征)构造的双特征描述子,得到了能够同时通过 2 种特征进行对应关系评估的双特征有限混合模型(DFMM),并通过再生核希尔伯特空间(RKHS),基于高斯径向基函数(GRBF)对待配准图像进行了全局与局部结构双约束的空间变换更新。为了验证本文算法的可行性及其性能,采用小型无人机航拍的丘陵山区坡耕地多视角遥感图像开展了实验,将本文算法与 SIFT、SURF、CPD、AGMReg、GLMDTPS 及 PRGLS 进行了比较。实验结果表明,本文算法不仅在不同坡度的坡耕地航拍图像多视角配准过程中,均具有较好的鲁棒性,也适用于部分复杂地形小型无人机航拍的多视角遥感图像配准。

关 键 词: 图像配准; 小型无人机; 双特征; 有限混合模型; 再生核希尔伯特空间(RKHS)
中图分类号: S127; S252$^+$.9
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1952-12

丘陵山区是中国南方主要的地貌结构[1],其地面崎岖不平、岗拗交错,又常年受多雾、多雨气候条件的影响,导致耕地数量减少,水土流失加重,以及土壤环境污染加剧等现象。严重威胁着丘陵山区的农业生产、粮食安全和可持续发展[2-3]。在此严峻背景下,如何及时提取耕地分布信息,对于改善丘陵山区居民生活水平至关重要。

航天、航空遥感技术是目前提取耕地分布信息的重要方法[4]。但现有大、中型的航天、航空遥感技术存在气象影响因子多、重访周期过长、应急不及时和成本高等缺点。因此,采用小型无人机进行耕地分布信息的遥感获取,具有机动灵活、高时效、高分辨率、能耗低、成本低和受天气状况影响小等优点[5]。在小型无人机获取遥感图像(低空遥感图像)的过程中,由于受飞行器姿态、高度、速度等因素影响,经常会导致获取的遥感图像相对于地面目标实际位置发生挤压、扭曲、伸展、偏移以及图像重叠度不规则等一系列问题。消除这些因素所造成的同一场景(如不同视角的同一区域)不在同一坐标系(相同尺度的空间坐标系)的

收稿日期: 2017-10-30; **录用日期**: 2018-01-12; **网络出版时间**: 2018-04-10 14:10
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180410.1319.002.html
基金项目: 国家自然科学基金(41661080); 云南省教育厅科学研究基金(2018Y037); 云南师范大学博士科研启动经费(01000205020503065)
* **通信作者**. E-mail: yyang_ynu@163.com

引用格式: 宋飞, 杨扬, 杨昆, 等. 基于双特征的丘陵山区耕地低空遥感图像配准算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1952-1963. SONG F, YANG Y, YANG K, et al. Low-altitude remote sensing image registration algorithm based on dual-feature for arable land in hills and mountains[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1952-1963 (in Chinese).

北航学报 赠阅

情形,是顺利实现航拍数据分析的前提和保证。

针对以上问题,遥感图像配准方法可以依据一定的相似性度量,对在不同条件下获取的两幅或多幅遥感图像进行对准、叠加的操作,使得图像在同一坐标系下获得最佳的重合。遥感图像配准方法主要分为 2 类:基于区域的配准方法和基于特征(例如点、线、面)的配准方法。由于点特征具有光照、旋转不变,可靠性高,且易提取性、计算简单、运算速度快,因此,选择图像中点特征研究的最多,典型的点特征提取算法有 Harris 算子[6]、SIFT(Scale-Invariant Feature Transform)算子[7]、SURF(Speeded Up Robust Features)算子[8]等。其中,Bay 等[8]提出的 SURF 算子,不仅具有尺度、光照不变性,而且相比于 SIFT 算子计算量小,处理速度快而受到了领域内学者的青睐。

在基于特征点的图像配准方法研究领域,Brook 和 Bendor[9]通过在 SURF 算子中加入拓扑关系提高了遥感图像的配准精度;Zhao 等[10]提出了基于 SIFT 和区域互信息优化的无人机遥感图像方案,提高了配准的精度;Lei 等[11]通过在 SIFT 算法中加入随机抽样一致性和最小二乘法提高了无人机遥感图像自动配准的精度;乔川等[12]针对传统图像配准方法难以对海洋、沙漠和草原等特征不明显区域航空遥感图像进行配准的问题,提出了一种基于地理位置信息的航空遥感图像配准算法;Myronenko 和 Song[13]提出了可以同时处理刚性和非刚性配准问题的 CPD(Coherent Point Drift)算法,可以在牺牲些许配准精度的前提下,通过采用快速高斯变换[14]和矩阵低秩逼近[15]技术减少计算量来提升算法的配准速度。Wang 等[16]提出了一种基于非对称高斯模型的非刚性配准算法(AGMReg),在再生核希尔伯特空间(RKHS)决了正则化理论下的优化问题。Yang 等[17]提出了一种基于欧氏距离的全局特征描述子和局部距离特征描述子的混合特征描述子的非刚性配准(GLMDTPS)算法,大幅提升了非刚性点阵配准在处理冗余点和噪音等方面的鲁棒性。Ma 等[18]提出的 PRGLS 通过匹配形状上下文(Shape Context,SC)描述子来获取一个二进制对应矩阵,如果分配高斯混合模型(Gaussian Mixture Model,GMM)的成员概率接近 1,则表示匹配,从而来改善 CPD 的配准性能。

本文在综述图像配准方法研究现状的基础上,针对丘陵山区耕地多视角航拍图像中的尺度变化、几何畸变和图像重叠等问题,开展了图像特征提取、匹配等相关算法和技术的研究。主要研究工作以及贡献:首先,针对耕地复杂的空间分布和几何形状,本文构建了能够稳健描述航拍图像几何特征的双特征描述子(Dual Feature Descriptor,DFD),此描述子由基于欧氏距离的全局特征和基于和向量的局部特征构成。在图像配准过程中,通过使用不确定性退火方案合理调节 2 个特征的强度。其次,采用特征点集之间欧氏距离度量的匹配策略最为常用,但匹配精度不高。为了提高低空遥感图像的匹配精度,本文以 GMM 为核心,结合构建的双特征描述子,得到了能够同时通过 2 种特征进行对应关系评估的双特征有限混合模型。最后,为了维护特征点集在进行空间变换更新时的局部与全局结构稳定,构建了基于 L_2E[19-21]的双约束(局部、全局约束项)能量方程来估计变换函数。

1　方　法

首先介绍本文算法的 3 个贡献:构建双特征描述子、基于双特征有限混合模型、基于 L_2E 的双约束能量方程。其次,详述具体的算法步骤。最后,进行算法分析。假定 D 维上的 2 个点集 $\boldsymbol{Y}_{M\times D}=[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_m]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{X}_{N\times D}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n]^{\mathrm{T}}$(待配准图像特征点集 $\boldsymbol{Y}$、参考图像特征点集 $\boldsymbol{X}$),其中 $\boldsymbol{y}_m$ 和 $\boldsymbol{x}_n$ 分别表示为 $\boldsymbol{Y}$ 的第 m 个特征点和 $\boldsymbol{X}$ 的第 n 个特征点。

1.1　构建双特征描述子

首先,以特征点 y_m(注意:X 处理类似)为中心提取出 K 个最近相邻点,把最近相邻点以偏离中心点 $\boldsymbol{y}_m$ 距离升序构成局部片段 $\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{y}_{mk}$(见图 1),并将特征点 $\boldsymbol{y}_m$ 与局部片段 $\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{y}_{mk}$ 中各点形成向量 $\overrightarrow{y_m y_{mk}}$ 求和,得到 $\boldsymbol{y}_m$ 的局部结构描述子(Local Structure Descriptor,LSD)表达式为

$$\boldsymbol{L}_m^{Y}=\sum_{k=1}^{K}\gamma_{mk}\boldsymbol{\mu}_{mk} \tag{1}$$

式中:γ 为一个权重参数,用来调节 $\boldsymbol{\mu}_{mk}$ 与 $\boldsymbol{L}_m$ 之

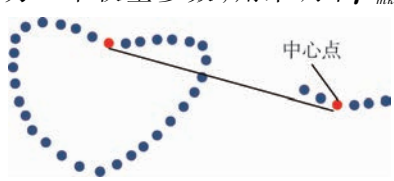


图 1　心型特征点集中某中心点与其最近相邻点(5 个点)构成的局部片段

Fig. 1　A central point and its nearest neighboring points (five points) construct a small fragment of heart-shaped feature points

北航学报 赠阅

间的平衡;$\boldsymbol{\mu}_{mk}$为向量$\overrightarrow{y_m y_{mk}}$。当$\boldsymbol{y}_{mk}$相对于$\boldsymbol{y}_m$是冗余点时,权重参数$\gamma$将起到消除这些冗余点的作用,$\boldsymbol{L}_m^Y$具体的计算方阵形式为

$$\boldsymbol{L}_{\text{diag}}^Y = (\boldsymbol{R}^Y - K\boldsymbol{I})\boldsymbol{Y} \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{I}$为$M\times M$对角矩阵;$\boldsymbol{R}^Y$为一个$M\times M$的矩阵;定义r_{ij}表示$\boldsymbol{R}^Y$中任意一项,$\boldsymbol{y}_i$和$\boldsymbol{y}_j$表示$\boldsymbol{Y}$中任意一点,且

$$r_{ij}=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\dfrac{\|\overrightarrow{y_i y_j}\|^2}{2}\right) & \boldsymbol{y}_j\in\{\boldsymbol{y}_{ik}\}_{k=1}^K\\ 1 & \text{其他}\end{cases} \tag{3}$$

然后,基于欧氏距离的全局特征$\boldsymbol{G}^Y$和基于和向量的局部特征$\boldsymbol{L}_m^Y$构建具有特征互补的双特征描述子,其表达式为

$$\mathbf{DFD}^Y = \boldsymbol{G}^Y + \varepsilon\boldsymbol{L}^Y \tag{4}$$

式中:DFD^Y为基于$\boldsymbol{G}^Y$和$\boldsymbol{L}^Y$的代价矩阵(Cost Matrix),通过调节权重参数ε,控制$\boldsymbol{G}^Y$和$\boldsymbol{L}^Y$之间的代价平衡。在迭代开始时,ε值较大,最小化$\mathbf{DFD}^Y$相当于最小化$\boldsymbol{L}^Y$的代价;随着迭代次数增加,利用非确定性退火方案$\varepsilon=\exp\left(-\dfrac{t}{r}\right)$(其中$t$为当前迭代次数,$r$为常数)使$\varepsilon$逐渐减小,该过程倾向于最小化$\boldsymbol{G}^Y$的代价。

1.2 基于双特征有限混合模型

Myronenko 和 Song[13]在 CPD 方法中提出2个特征点集对应关系评估可以视为概率密度估计问题。本节针对特征点集配准问题采用 GMM 进行建模,结合双特征描述子对混合模型的参数进行赋值,从而改进对应关系评估的效果。双特征有限混合模型的推导过程,具体如下:

1)构建 GMM。将整个参考图像特征点集 X 拟合成一个 GMM,使其高斯模型(Gaussian Model,GM)的中心与待配准图像特征点集 Y 保持一致,故 GMM 的概率密度函数(Probability Density Function,PDF)为

$$p(x\mid\theta)=\sum_{n=1}^{N}\ln\sum_{m=1}^{M}P(m)p(x_n\mid\theta_m) \tag{5}$$

式中:$P(m)=1/M$为混合系数,描述了第m个高斯模型在混合模型中的权重。

典型地,对于点集配准问题,可以对 GMM 的所有组成部分采用同一的各向同性的协方差$\sigma^2\boldsymbol{I}$,且异常点的分布可以假设为均匀分布$p(x\mid M+1)=\dfrac{1}{N}$。令$\theta=\{\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_M,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\cdots,\sigma_M^2\}$为未知参数集,其中$\mu_m$为第$m$个高斯模型$\boldsymbol{y}_m$。于是,混合模型表达式为

$$p(\boldsymbol{x}\mid\theta)=\omega\frac{1}{N}+(1-\omega)\sum_{n=1}^{N}\ln\sum_{m=1}^{M}P(m)p(\boldsymbol{x}_n\mid\theta_m) \tag{6}$$

式中:ω为异常点的比率,且大小$0\leqslant\omega\leqslant1$,$p(\boldsymbol{x}_n\mid\theta_m)=\dfrac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{D}{2}}}\exp\left(-\dfrac{\|\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{y}_m\|^2}{\sigma^2}\right)$。然后,基于贝叶斯准则来计算后验概率$p_{mn}$,即

$$p_{mn}=\frac{\exp\left[-\dfrac{1}{2\sigma^2}(d_L^{mn})^2\right]}{\sum_{j=1}^{M}\exp\left[-\dfrac{1}{2\sigma^2}(d_L^{jn})^2\right]+(2\pi\sigma^2)^{\frac{D}{2}}\dfrac{\omega}{1-\omega}\cdot\dfrac{M}{N}} \tag{7}$$

式中:$d_L^{mn}=\|\boldsymbol{x}_n-T(\boldsymbol{y}_m)\|$,$(d_L^{mn})^2$为$\boldsymbol{x}_n$与$T(\boldsymbol{y}_m)$之间的欧氏距离,$T(\boldsymbol{y}_m)$为变换函数;$p_{mn}$为待配准图像$\boldsymbol{y}_m$与参考图像$\boldsymbol{x}_n$在当前估计出的$T(\boldsymbol{y}_m)$下的吻合程度;$d_L^{jn}$与$d_L^{mn}$类似。

2)构建双特征有限混合模型(DFMM)。若使用式(7)进行对应关系评估,只考虑点集$\boldsymbol{X}$到点集$\boldsymbol{Y}$之间的欧氏距离,可能导致配准过程的鲁棒性不好,例如:$\boldsymbol{x}_a$和$\boldsymbol{x}_b$的局部结构不同,但$\boldsymbol{x}_a$与$\boldsymbol{x}_b$到$\boldsymbol{y}_m$的欧氏距离一致,导致p_{ma}与p_{mb}相等。

为了解决以上问题,将双特征描述子式(4)代替方程式(7)中的欧氏距离,重写式(7)的形式得到 DFMM,并将其定义如下:

$$p_{mn}=\frac{\exp\left[-\dfrac{1}{2\sigma^2}(d_{\text{DFD}}^{mn})^2\right]}{\sum_{j=1}^{M}\exp\left[-\dfrac{1}{2\sigma^2}(d_{\text{DFD}}^{jn})^2\right]+(2\pi\sigma^2)^{\frac{D}{2}}\dfrac{\omega}{1-\omega}\cdot\dfrac{M}{N}} \tag{8}$$

式中:$d_{\text{DFD}}^{mn}=d_G^{mn}+\varepsilon d_L^{mn}$,$d_{\text{DFD}}^{mn}$、$d_G^{mn}$和$d_L^{mn}$分别为混合特征描述子、欧氏距离和局部结构描述子;$d_{\text{DFD}}^{jn}$和$d_{\text{DFD}}^{mn}$类似。

1.3 基于 L_2E 的双约束能量方程

从全局(欧氏距离)的角度结合局部特征(和向量)对点集空间分布和结构进行分析,为点集匹配问题提供了一条新颖而具有潜力的解决途径。但该方法不可避免的会产生误匹配,即异常点。因此,在空间变换更新中,不得不对变换函数$T(\boldsymbol{y}_m)$采取鲁棒的估计。本文构建基于 L_2E[19-21]的双约束能量方程来估计变换函数$T(\boldsymbol{y}_m)$,其表达式为

$$E(T,\sigma^2)=L_2E(T,\sigma^2)+\Re(T) \tag{9}$$

式中:L_2E为一个最小密度之间L_2距离的鲁棒估计子,其特点适用于分析包含冗余点的大规模数据集。$\Re(T)$表示基于正则化项的双约束项,对变换函数$T(\boldsymbol{y}_m)$进行平滑性约束。

北航学报 赠阅

1）构建 L_2E 估计子。假设有参数模型 $P(z|\theta)$，本文目标是对 L_2 距离进行最小化，即

$$\overset{*}{\theta}=\arg\min_{\theta}\int(p(z|\theta)-p(z|\theta_0))^2\mathrm{d}z=\arg\min_{\theta}\int(p(z|\theta)^2\mathrm{d}z-2\int p(z|\theta)p(z|\theta_0)\mathrm{d}z+\int p(z|\theta_0)^2\mathrm{d}z)=\arg\min_{\theta}\int(p(z|\theta)-2E(p(z|\theta_0)))\tag{10}$$

式中：参数 θ 的真实值 θ_0 未知，省略了与 θ 无关的常数项 $\int p(z|\theta_0)^2\mathrm{d}z$。基于 L_2 距离，参数 θ 可以由 L_2E 估计子对模型 $p(z|\theta)$ 通过最小化准则式(11)来估计：

$$\overset{*}{\theta}_{L_2E}=\arg\min_{\theta}\left[\int p(z|\theta)^2\mathrm{d}z-\frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N}p(z_n|\theta)\right]\tag{11}$$

2）构建$\Re(T)$双约束项。在非刚性图像配准中，由于采用图像特征点集插值的变换函数 $T(\boldsymbol{y}_m)$不是唯一的，因此，需要引入基于运动一致性的几何约束以解决这种不确定性问题，运动一致性理论在文献[22]中得到了直观的解释。在运动理论中，有一些重要的现象涉及到一致性。其中，速度一致性是对转换进行平滑的一种特殊的方式。本文使用基于变分原理的 Tikhonov 正则化框架[23]定义了保持运动一致性的双约束项：全局结构约束项和局部结构约束项，具体描述如下：

全局结构约束项，具体能量方程形式为

$$E_{\mathrm{Global}}=\frac{\lambda}{2}\|T(\boldsymbol{y}_m)\|_G^2\tag{12}$$

式中：$\lambda>0$ 为控制全局结构约束项的强度；$T(\boldsymbol{y}_m)$为变换函数，相当于在 $\boldsymbol{y}_m$ 原始位置加入位移函数。正则化项 $\|T(\boldsymbol{y}_m)\|_G^2$ 通过内积来定义 $\|T(\boldsymbol{y}_m)\|_G^2=\langle T(\boldsymbol{y}_m),T(\boldsymbol{y}_m)\rangle_G$。$G$ 为高斯径向基函数(Gaussian Radial Basis Function，GRBF)，方程形式如下：

$$G(\boldsymbol{y}_i,\boldsymbol{y}_j)=\exp\left(-\frac{1}{\beta^2}\|\boldsymbol{y}_i-\boldsymbol{y}_j\|^2\right)\tag{13}$$

式中：β 为一个常数，用来控制空间平滑性。

局部结构约束项，核心思想是通过判断某图像在空间变换前后的局部相似性，来约束其在进行空间变换时的局部形变，方程形式如下：

$$E_{\mathrm{LTD}}=\frac{\eta}{2}\mathrm{trace}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}})\tag{14}$$

式中：$\eta>0$ 为控制局部结构约束项的强度；$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{diag}}^{\boldsymbol{X}_c}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{diag}}^{T(y_m)}$，$\boldsymbol{X}_c$ 为 $\boldsymbol{X}$ 通过对应关系评估得到的模糊对应关系矩阵。

1.4　图像配准过程

针对以上研究，本文提出了基于双特征的丘陵山区耕地低空遥感图像配准的算法——DFMM 算法，其流程图如图 2 所示。

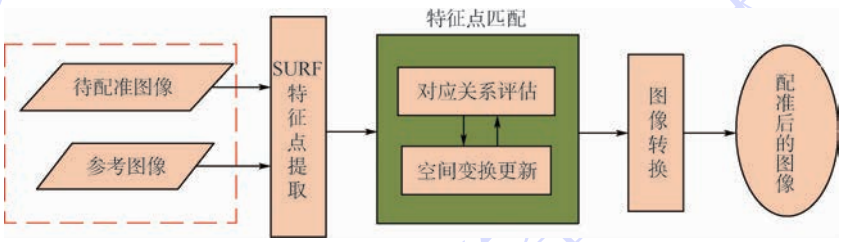


图 2　图像配准流程图

Fig. 2　Flowchart of image registration

1.4.1　基于 SURF 的特征点提取

鉴于丘陵山区耕地背景环境复杂、光照因素等影响，本文使用尺度不变特征 SURF 算法分别提取待配准遥感图像 $\boldsymbol{I}_s$ 和参考图像 $\boldsymbol{I}_r$ 的特征点集 $\boldsymbol{Y}_{M\times D}=[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_m]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{X}_{N\times D}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n]^{\mathrm{T}}$，$D$ 为特征点集的维度，$M=N$。具体步骤如下：

1）对参考图像与待配准图像分别进行 SURF 特征点检测与定位和特征描述子计算。

2）SURF 特征点匹配。本文采用马氏距离进行相似性度量，其定义如下：

$$d(\boldsymbol{X}_i^*,\boldsymbol{Y}_j^*)=\|\boldsymbol{X}_i^*-\boldsymbol{Y}_j^*\|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\|\boldsymbol{X}_i^*-\boldsymbol{Y}_j^*\|\tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{X}_i^*$ 为参考图像的第 i 个特征向量；$\boldsymbol{Y}_j^*$ 为待配准图像的第 j 个特征向量；$\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$为协方差矩阵；d 为 2 个向量之间的马氏距离。马氏距离越小表示 2 个特征点越相似，记录马氏距离最小的特征点对。

1.4.2　特征点匹配

1）对应关系评估

通过式(8)得到一个 $M\times N$ 矩阵 $\boldsymbol{P}$，便是待配准图像特征点集 $\boldsymbol{Y}$ 和参考图像特征点集 $\boldsymbol{X}$ 之间的一组模糊对应关系。然后由矩阵 $\boldsymbol{P}$ 得到对应的目标点阵 $\boldsymbol{X}_c$，其方程为

$$\boldsymbol{X}_c=\boldsymbol{P}\boldsymbol{X}\tag{16}$$

2）空间变换更新

在 RKHS[24] 中对变换函数 $T(\boldsymbol{y}_m)$进行建模。

北航学报 赠阅

首先,选择一个正定核 $G(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}_m)$(即高斯核)来定义一个 RKHS $\boldsymbol{H}$。然后,采用 GRBF,得到变换函数 $T(\boldsymbol{y}_m)$最优解表达式为

$$T(\boldsymbol{y}_m) = \sum_{m=1}^{M} G(\boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{y}_m)\boldsymbol{c}_m \tag{17}$$

式中:系数 $\boldsymbol{c}_m$ 为一个 $D\times 1$ 维的待求解向量。于是,在一个无限维 $\boldsymbol{H}$ 空间中最小化问题归结于求解一个有限的 M 系数向量 $\boldsymbol{c}_m$。然后,采用能量方程式(9)评估变换函数 $T(\boldsymbol{y}_m)$,具体形式为

$$E(T(\boldsymbol{y}_m),\sigma^2) = \frac{1}{2^D(\pi\sigma)^{\frac{D}{2}}} - P^* + E_{\text{Global}} + E_{\text{LTD}} \tag{18}$$

式中:$P^* = \frac{2}{m}\sum_{m=1}^{M}\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{D}{2}}}\exp\left(-\frac{\|\boldsymbol{X}_c - U_{m,\cdot}\boldsymbol{C}\|^2}{2\sigma^2}\right)$,$U_{ij} = G(y_i,y_j)$,$U_{m,\cdot}$ 为矩阵 $\boldsymbol{U}$ 的第 m 行,c_i 为系数矩阵 $\boldsymbol{C}_{h\times D}$ 的第 i 行。E_{Global}、E_{LTD} 分别为全局结构约束项、局部结构约束项。然后,对方程式(14)与系数矩阵 $\boldsymbol{C}$ 取偏导数并获得如式(19)形式的梯度函数:

$$\frac{\partial E}{\partial \boldsymbol{C}} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\left(\frac{2(\boldsymbol{UC}-\boldsymbol{PX})\odot(\boldsymbol{H}\otimes\boldsymbol{1}_{1\times D})}{n\sigma^2(2\pi\sigma)^{\frac{D}{2}}} + \eta(\boldsymbol{APX}+\boldsymbol{BUC})\right) + \lambda\boldsymbol{GC} \tag{19}$$

式中:$\boldsymbol{H} = \exp\{d[(\boldsymbol{UC}-\boldsymbol{PX})(\boldsymbol{UC}-\boldsymbol{PX})^{\mathrm{T}}]/(2\sigma^2)\}$ 为 $M\times 1$ 的向量,$d(\cdot)$ 为矩阵的对角线;$\boldsymbol{1}_{1\times D}$ 所有 1 的 $1\times D$ 行向量;$\odot$ 为 Hadamard 乘积;$\otimes$ 为 Kronecker 卷积;$\boldsymbol{A} = [2\boldsymbol{K}\boldsymbol{R}^X - 2(\boldsymbol{R}^Y)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^X + 2\boldsymbol{K}\cdot(\boldsymbol{R}^Y)^{\mathrm{T}} - 2\boldsymbol{K}^2\boldsymbol{I}]$;$\boldsymbol{B} = [2(\boldsymbol{R}^Y)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^Y - 2\boldsymbol{K}\boldsymbol{R}^Y - 2\boldsymbol{K}\cdot(\boldsymbol{R}^Y)^{\mathrm{T}} + 2\boldsymbol{K}^2\boldsymbol{I}]$;$\boldsymbol{R}$ 类似于二进制矩阵,只需将“1”的每个条目替换为高斯模糊的向量范数。

1.4.3 图像转换

本节采用“反推法(the backward approach)[25]”来建立 TPS(Thin-Plate Spline)变换模型,以避免输出图像发生孔和(或)重叠的现象(由于离散化和四舍五入所引起的配准错误)。从待配准图像得来的转换图像是由目标像素坐标决定的(即与参考图像有着同样的坐标元),并且估计的 TPS 变换模型参考图像到浮动图像是“反推法”的关键理念,可以将其定义为

$$\boldsymbol{I}_t(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{I}_s(T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})) \tag{20}$$

式中:$\boldsymbol{I}_t$ 和 $\boldsymbol{I}_s$ 分别为转换图像和待配准图像。$\boldsymbol{I}_t$ 与参考图像 $\boldsymbol{I}_s$ 具有相同的大小,且 $T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 为从参考图像到待配准图像的 TPS 变换估计模型。$T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$的方程式为

$$T(\boldsymbol{Y}_x^{\omega},\boldsymbol{Y}_y^{\omega}) = \boldsymbol{c}_1 + \boldsymbol{c}_x\boldsymbol{Y}_x^{\omega} + \boldsymbol{c}_y\boldsymbol{Y}_y^{\omega} + \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\omega}_i U(\boldsymbol{Y}_i^{\omega},\boldsymbol{Y}^{\omega}) \tag{21}$$

式中:$\boldsymbol{Y}_x^{\omega}$ 和 $\boldsymbol{Y}_y^{\omega}$ 为特征点集 $\boldsymbol{Y}^{\omega}$ 的坐标,内核函数 $\boldsymbol{U}(\boldsymbol{Y}_i^{\omega},\boldsymbol{Y}_j^{\omega}) = \|\boldsymbol{Y}_i^{\omega}-\boldsymbol{Y}_j^{\omega}\|^2\ln\|\boldsymbol{Y}_i^{\omega}-\boldsymbol{Y}_j^{\omega}\|$。因此,TPS 变化估计模型$(\boldsymbol{\omega}_1,\boldsymbol{\omega}_2,\cdots,\boldsymbol{\omega}_n,\boldsymbol{c}_1,\boldsymbol{c}_x,\boldsymbol{c}_y)$,可由方程式(22)求解得到:

$$(\boldsymbol{\omega}_1,\boldsymbol{\omega}_2,\cdots,\boldsymbol{\omega}_n,\boldsymbol{c}_1,\boldsymbol{c}_x,\boldsymbol{c}_y)^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{K} & \boldsymbol{P}\\ \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}^{-1}(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}) \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{0}$ 为 3×3 的零矩阵;$\boldsymbol{Y}$ 为 $n\times 2$ 的矩阵;$\boldsymbol{P}$ 为一个 $n\times 3$ 的矩阵,其中第 i 个 $\boldsymbol{P}$ 为$(1,\boldsymbol{Y}_{i_x}^{\omega},\boldsymbol{Y}_{i_y}^{\omega})$;$\boldsymbol{K}$ 为一个 $n\times n$ 核矩阵,其中 $\boldsymbol{K}_{ij} = \boldsymbol{U}(\boldsymbol{Y}_i^{\omega},\boldsymbol{Y}_j^{\omega})$。在得到 TPS 变化估计模型$(\boldsymbol{\omega}_1,\boldsymbol{\omega}_2,\cdots,\boldsymbol{\omega}_n,\boldsymbol{c}_1,\boldsymbol{c}_x,\boldsymbol{c}_y)$后即可得到 $\boldsymbol{I}_t$。其中,本部分对待配准图像 $\boldsymbol{I}_s$ 的规格网格使用双三次插值(bicubic interpolation)算法。并通过使用反推法避免输出图像发生孔和重叠的现象。

1.5 算法分析

1.5.1 SURF 提取丘陵山区耕地低空遥感图像特征点的优势

小型无人机在航拍丘陵山区耕地时,由于受地面崎岖不平和航拍视角等影响,会加剧航拍图像间产生非刚性几何畸变,增加图像配准的复杂度。因此,有效地选择图像特征点集(优于随机选取),会减小配准的计算复杂度。为了精确、鲁棒、快速地获得特征点集,本文开展了提取丘陵山区耕地低空遥感图像特征点集的研究(见图 3),通过实验比较,SUSAN 算子提取的轮廓信息会增加匹配的计算复杂度;Harris 算子不具有尺度不变性,而且在角点定位方面存在偏差,可能导致匹配不准确;SURF 算子对平移、旋转、尺度变化和噪声等具有良好的不变性,对视觉变化、仿射变化也保持一定程度的稳定性,因而能够均匀提取到丘陵山区耕地低空遥感图像的特征点。

1.5.2 特征点匹配性能评估

1)单一特征与双特征性能比较。

将只使用单一特征(欧氏距离)的 CPD 算法和使用双特征的 DFMM 算法的特征点匹配过程作对比(见图 4),在迭代开始时(如:Iter = 1),CPD 方法最初评估所得的对应点集整体位于质心区域,而使用 DFMM 算法最初评估,其分布更接近真正的目标点集。随着迭代次数增加(如:Iter = 5,Iter = 10),CPD 算法评估得到的点集依旧整团分布于区域质心周围,相比之下,DFMM 算法迭代更新得到的源点集位置更优。

2)L_2E 的鲁棒性。

参数估计一般采用最大似然估计(Maximum Likelihood Estimation,MLE)来完成。然而,当采

北航学报 赠阅

用的参考图像与待配准图像近似得不够好,或者提取的特征点集中存在大量冗余点时,MLE 将会产生严重的偏差。L_2E 是一个用于最小化密度之间 L_2 距离的鲁棒估计子,其与相比,更适用于分析包含冗余点的大规模数据集。将 L_2E 和最大似然估计 MLE 进行对比,评估 L_2E 鲁棒性。

假设一维高斯模型 $p(z|\theta)=\Phi(z|u,1)$,其中:$\overset{*}{u}_{\mathrm{MLE}}=\arg\max_u\sum_{n=1}^{N}\ln\Phi(z_n|u,1)$,$\overset{*}{u}_{L_2E}=\arg\min_u\left[\frac{1}{2\sqrt{\pi}}-\frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N}\Phi(z_n|u,1)\right]$,本文通过估计正态分布 $N(0,1)$ 在含冗余点的正态分布 $N(5,1)$ 干扰下所产生的均值,对比 L_2E 与 MLE 的鲁棒性。例如:定义一个大小为 800 的数据样本表示内点,其服从正态分布 $N(0,1)$,而 5 组数量递增的冗余点 $n=40,80,160,240,400$ 由正态分布 $N(5,1)$ 生成。L_2E 与 MLE 的鲁棒性对比如图5所示,L_2E 在0.5附近有一个全局最小值,

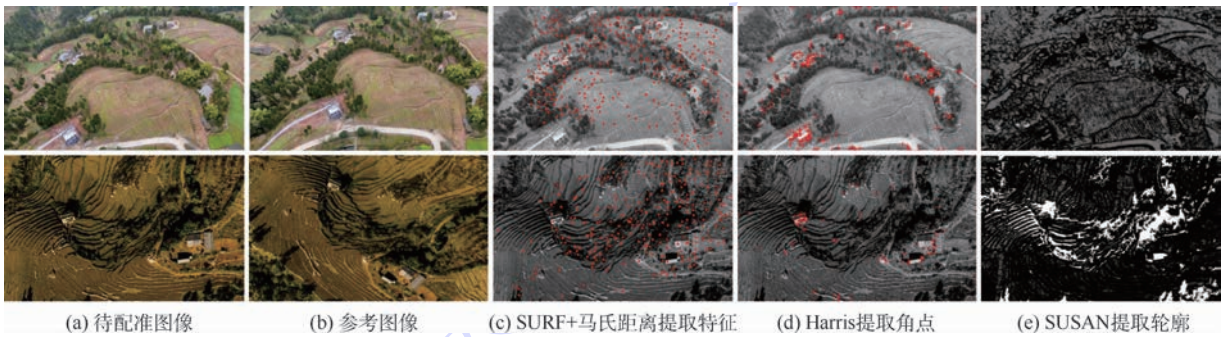


图 3　提取图像特征

Fig. 3　Image feature extraction

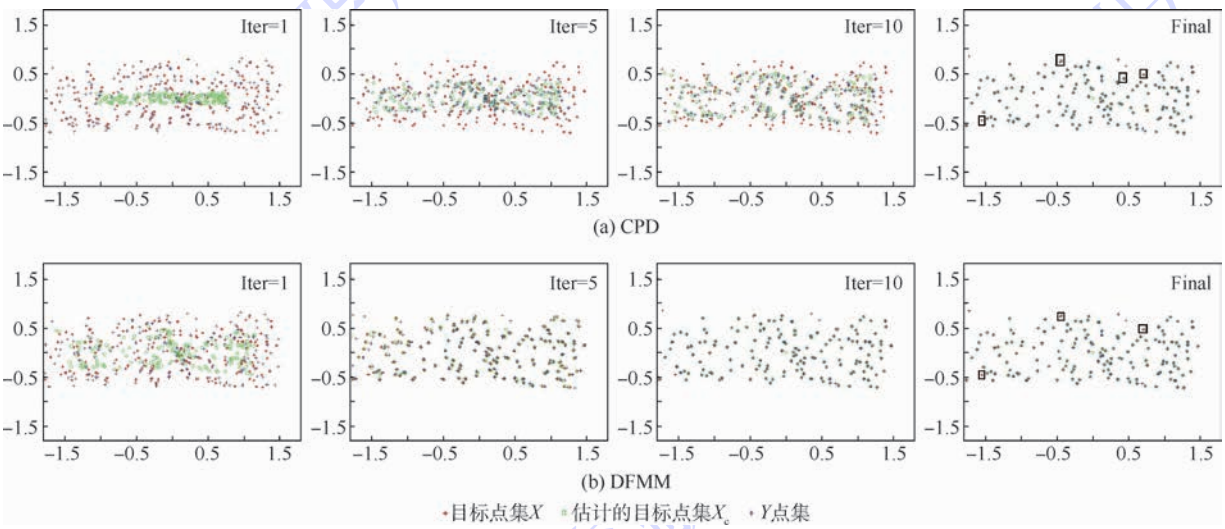


图 4　单一特征与混合特征(双特征)性能比较

Fig. 4　Performance comparison of single feature and mixed feature (dual-feature)

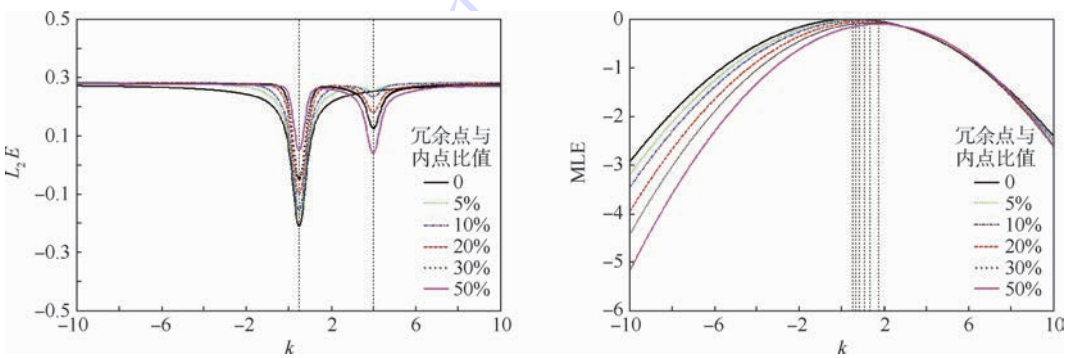


图 5　L_2E 与 MLE 随着冗余点数量的改变的鲁棒性对比

Fig. 5　Variation of L_2E and MLE with number of redundant point and their robustness comparison

北航学报 赠阅

在 4 附近存在一个局部最小值,并且随着冗余点的增加极值会变得更深。与此相反,MLE 的偏差随着冗余点的增加而变大,效果的稳定性变差。

1.5.3 参数设置

1) 退火参数。通过实验分析,式(4)在开始迭代时 $\varepsilon=\exp(0)=1$ 随着迭代次数的增加,ε 逐渐减小,最后 $\varepsilon=\exp(12.5)\approx 3\times10^{-6}$。实验中,考虑到效率问题,将式(1)初始化 γ 参数设置为 0.9。

2) 平滑性控制。在 GRBF 中,β 用来控制空间平滑性。将源图像的特征点的空间坐标归一化为[-1.5,1.5],因此 β 设置为 2。

3) 协方差。在式(7)和式(18)中,σ^2 对非凸性问题处理上作用明显,退火方程 $\sigma^2=\rho\sigma^2$,其中 $\rho=0.9$,σ^2 分别初始化为 1 和 0.05。

4) 正则化参数。式(18)中有2 个正则化参数 λ 和 η,分别代表了全局和局部结构约束的权重大小。在本算法中,将 λ 和 η 分别设置为 2。

5) 最近邻近点。在式(1)中,K 的设定基于区别局部结构描述子所需的最少的点数量[17]。例如,区别角(包含 2 个相邻点)和十字(包含4 个相邻点),至少需要4个相邻点。通过实验分析,在二维和三维配准中 K 的默认值设为 5。

2 实 验

首先,使用丘陵山区耕地的小型无人机航拍多视角遥感图像(低空遥感图像),验证本文提出的基于双特征的丘陵山区耕地低空遥感图像配准算法——DFMM 算法;然后,验证本文算法在其他复杂地形的配准效果。

2.1 丘陵山区耕地低空遥感图像配准实验

2.1.1 研究区域及数据

坡耕地是丘陵山区的典型代表[26-28],是分布在山坡上 6° ~25°之间的地貌类型,被开垦后形成的耕地。根据坡耕地的坡度(地表单元陡缓的程度),本文实验数据集主要划分成 2 大类:(i)选取 60 张(30 组)坡度为 6° ~15°(包括 15°),不同角度变化的坡耕地小型无人机多视角遥感图像;(ii)选取 60 张(30 组)坡度为 15° ~25°,不同角度变化的坡耕地小型无人机多视角遥感图像。

本实验所有小型无人机多视角遥感图像来自 720 云平台,区域分别为云南、贵州、四川、广西、甘肃及湖南丘陵山区的典型坡耕地。每组图像的航拍视角变化为俯角变化(30° ~90°)以及水平视角变化(-90° ~90°)。其大小范围为 640 mm ×450 mm ~ 1 100 mm ×850 mm,实验数据集如表 1 所示。

表 1 实验数据

Table 1 Experimental data

参 数	(i)	(ii)
坡度/(°)	6 ~15	15 ~25
实验组数	30	30
尺寸/(mm ×mm)	640 ×450 ~ 1 100 ×850	640 ×450 ~ 1 100 ×850
俯角变化/(°)	30 ~90	30 ~90
水平视角/(°)	-90 ~90	-90 ~90
特征点数	282 ~712	140 ~600

2.1.2 评估标准

在评估检验时,首先,手动的在待配准图像和参考图像上确定了至少 20 个地面真值。为了减小评估过程中产生的误差,所有地面真值选择的都是合理分布于容易识别的区域。然后,使用均方根误差(Root of Mean Square Error, RMSE)、平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE)来量化配准精度。统计中的相关配方和定义如下:

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{m'}\sum_{i=1}^{m'}(\boldsymbol{y}_i^{\mathrm{t}}-\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{t}})^2} \tag{23}$$

均方根误差能够很好地反映出选定地标与实际位置对应点之间的精密度,其中 m'为所选地标的总数,y_i^{t} 为对应于 x_i^{t} 的地标。

$$\mathrm{MAE}=\frac{\sum_{i=1}^{m'}|\boldsymbol{y}_i^{\mathrm{t}}-\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{t}}|}{m'} \tag{24}$$

平均绝对误差通过计算选定地标与实际位置对应点之间的平均绝对差异,来检验算法的效果。

2.1.3 实验结果及分析

为了证明本文算法的可行性及其性能,将 DFMM 与 SIFT[7]、SURF[8]、CPD[13]、AGMReg[16]、GLMDTPS[17]及 PRGLS[18]算法进行了比较。结果表明,本文算法在进行坡耕地的小型无人机多视角遥感图像(低空遥感图像)配准过程中,具有较好的鲁棒性。在图 6、图 7 中分别列举出了5 组坡度为 6° ~15°、15° ~25°坡耕地的小型无人机多视角遥感图像(低空遥感图像)的匹配结果。图 6 和图 7 前 2 行表示两幅取自不同视角的无人机航拍图像(待配准图像和参考图像)。每种配准方法用 2 行进行展示,首行表示特征点的配准结果,第 2 行中表示给定一个 5 ×5 的棋盘格,交替显示转换图像和参考图像。数据集(i)和(ii)的 RMSE、MAE 评估结果如表 2 所示。

结果分析:首先,分析以上 5 种算法的主要特征,SURF、SIFT特征点集的提取是基于强度信

北航学报 赠阅

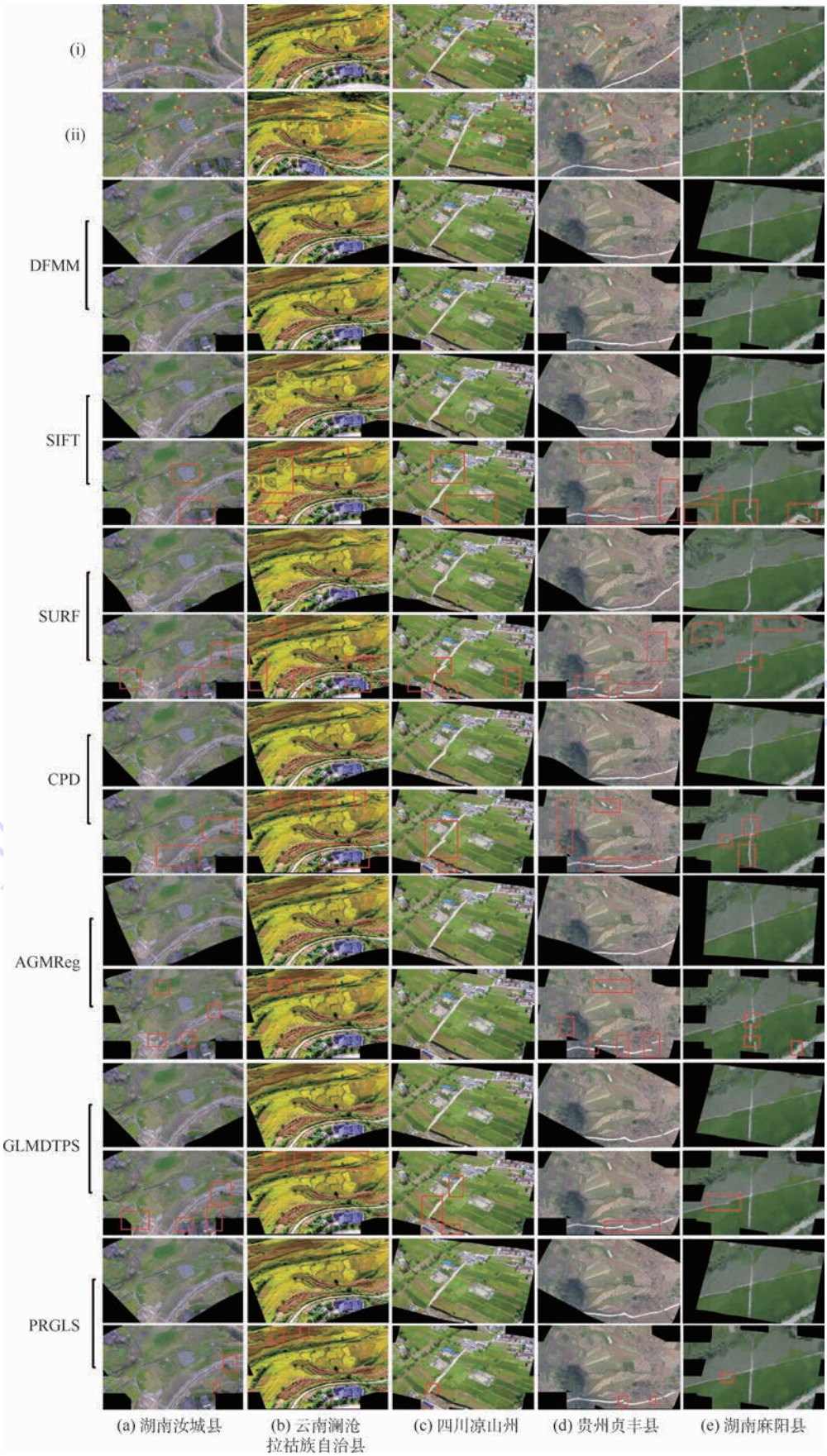


图 6　5 组数据集(i)的图像配准结果示例

Fig. 6　Examples of image registration results for five sets of data sets (i)

表 2　使用 RMSE 和 MAE 进行数据集(i)和(ii)实验的评估比较结果

北航学报 赠阅

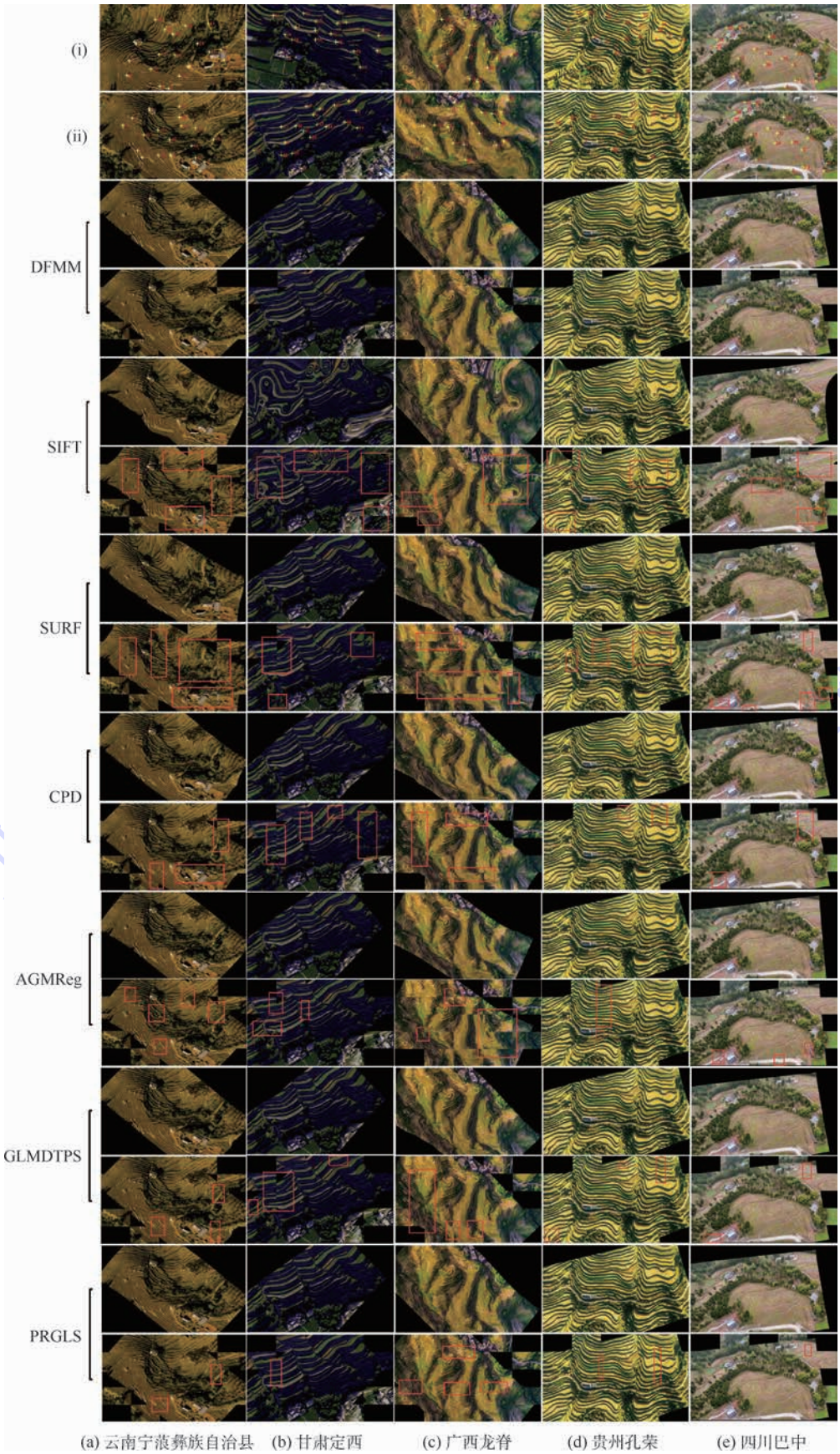


图 7 5 组数据集(ii)的图像配准结果示例

Fig. 7 Examples of image registration results for five sets of data sets (ii)

北航学报 赠阅

Table 2　Experimental result of exprimental database (i) and (ii) evaluation and comparison using RMSE and MAE

误　差	数据集	SURF	SIFT	CPD	AGMReg	GLMDTPS	PRGLS	DFMM
RMSE	(i)	7.283 7	12.528 7	5.436 5	5.112 3	4.919 1	3.716 3	1.321 1
	(ii)	6.062 7	11.556 6	3.257 6	3.190 4	3.106 5	2.483 2	1.012 7
MAE	(i)	4.234 4	7.288 9	3.110 2	3.044 0	3.058 1	2.038 0	1.074 9
	(ii)	5.441 1	6.008 0	2.239 4	2.170 2	2.103 8	1.504 5	0.645 2

息,或者更确切地说,是尺度空间极值;CPD 是采用欧氏距离,利用 GMM 建立对应关系;GLMDTPS 主要利用基于欧氏距离的全局特征描述子和局部距离特征描述子的双特征描述子建立对应关系;AGMReg 是以非对称高斯模型为核心,使用软分配技术来恢复对应关系;PRGLS 基于全局特征和基于 SC 描述子来获取一个二进制对应矩阵,来完成图像相关匹配。DFMM 主要以 GMM 为核心,结合 2 个单一特征差异描述子(基于欧氏距离的全局特征和基于和向量的局部特征)构建的双特征描述子(式(4)),得到了改进后的 GMM,使其能够同时通过 2 种特征进行对应关系评估(式(8))。

总结这 5 种算法中使用的主要特征包括:①强度信息差异;②全局几何结构差异;③局部几何结构差异;④全局几何约束;⑤局部几何约束。从表 2 中的实验结果容易看到 CPD、AGMReg、及 PRGLS 配准结果优于 SURF、SIFT,其原因在于 SURF、SIFT 只采用特征①提取对应的特征点完成图像配准,而 CPD、AGMReg、GLMDTPS 及 PRGLS 分别还采用了特征②④、②④、②③及②③④,能够在一定程度上提高图像配准的精度。本文 DFMM 算法配准结果优于其他配准结果,其主要原因是采用了特征①②③④⑤,不仅能够提取对图像尺度和旋转变化具有不变性、对光照变化和图像变形具有较强适应性的特征点,而且还能有效地利用了图像特征点的局部信息和全局信息完成图像之间的配准。

2.2　其他复杂地形低空遥感图像配准实验

复杂地形地质结构特殊,时常发生滑坡、山体崩塌等自然地质灾害,因此实时监测复杂地形非常必要。由于小型无人机具有机动灵活、高时效、高分辨率、能耗低、成本低、受天气状况影响小等优点,可以广泛地运用于复杂地形的监测。本节通过实验,验证了 DFMM 算法在不同复杂地形小型无人机航拍的多视角遥感图像(低空遥感图像)中的配准效果,所有数据来自 720 云平台。实验结果表明(表 3),DFMM 算法具有较好的配准效果。在图8分别列举出了4组不同复杂地形

表 3　使用 RMSE 和 MAE 进行复杂地形低空遥感图像实验的评估实验结果

Table 3　Experimental results of low-altitude remote sensing images with complex terrain evaluation using RMSE and MAE

误　差	云南昆明老街	长　城	大　坝	铁　路	均　值
RMSE	1.874 1	1.231 8	1.042 3	1.453 6	1.400 5
MAE	1.321 6	1.875 7	1.031 0	1.234 2	1.365 6

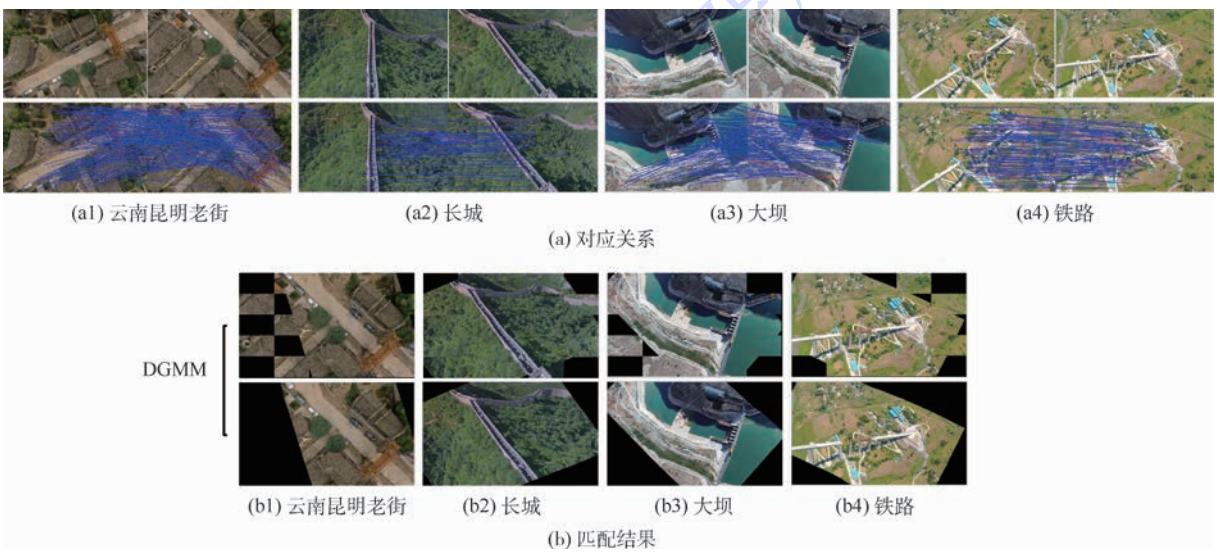


图 8　4 组图像配准结果示例

Fig. 8　Examples of four sets of image registration results

北航学报 赠阅

的对应关系(图 8(a))、匹配结果(图 8(b)),图 8(a)第 1 行表示不同视角的无人机航拍图像(待配准图像和参考图像),第 2 行表示匹配的对应关系;图 8(b)第 1 行表示特征点的配准结果,第 2 行表示给定一个 5×5 的棋盘格,交替显示转换图像和参考图像。

3 结 论

采用小型无人机提取丘陵山区耕地分布信息,具有机动灵活、高时效、高分辨率、能耗低、成本低、受天气状况影响小等优点,但地面的起伏变化和航拍视角变化会加剧图像间产生非刚性几何畸变及重叠度不规则等问题。针对以上问题,本文提出了一种基于双特征的丘陵山区耕地低空遥感图像配准算法——DFMM 算法。

实验验证表明,该算法可以有效用于解决丘陵山区耕地小型无人机低空遥感图像间存在的非刚性几何畸变及重叠度不规则等问题。DFMM 算法不仅能够稳健描述航拍图像几何特征,而且配准结果的鲁棒性和精度有明显提高。这种基于双特征的低空遥感配准算法,也适用于部分复杂地形小型无人机航拍的多视角遥感图像配准(低空遥感图像),将会进一步研究能否通用到所有复杂地形。

参考文献(References)

[1] 易中懿,曹光乔,张宗毅. 我国南方丘陵山区农业机械化宏观影响因素分析[J]. 农机化研究,2010,32(8):229-233.
YI Z Y,CAO G Q,ZHANG Z Y. Analysis of macro factors influencing agricultural mechanization in hilly and mountainous areas of China[J]. Journal of Agricultural Mechanization,2010,32(8):229-233(in Chinese).

[2] 祝功武. 南方丘陵山区耕地现状,潜力与开发对策:以德庆县为例[J]. 地理科学,1998,18(1):10-15.
ZHU G W. Status quo hilly area south of arable land,potential and development strategies:A case study in Deqing county[J]. Geographical Sciences,1998,18(1):10-15(in Chinese).

[3] 吴兆娟,魏朝富,丁声源. 丘陵山区地块尺度耕地社会保障功能价值研究[J]. 资源科学,2013,35(4):95-103.
WU Z J,WEI Z F,DING S Y. Study on the social security function value of cultivated land in the hilly area of the mountainous region[J]. Resources Science,2013,35(4):95-103(in Chinese).

[4] 杨邦杰,裴志远,周清波,等. 我国农情遥感监测关键技术研究进展[J]. 农业工程学,2002,18(3):191-194.
YANG B J,PEI Z Y,ZHOU Q B,et al. Study on key technology of remote sensing monitoring in China[J]. Journal of Agricultural Engineering,2002,18(3):191-194(in Chinese).

[5] 汪沛,罗锡文,周志艳,等. 基于微小型无人机的遥感信息获取关键技术综述[J]. 农业工程学报,2014,30(18):1-12.
WANG P,LUO X W,ZHOU Z Y,et al. Study on key technology of remote sensing information acquisition based on micro-UAV[J]. Journal of Agricultural Engineering,2014,30(18):1-12(in Chinese).

[6] HARRIS C. A combined corner and edge detector[J]. Alvey Vision Conference,1988(3):147-151.

[7] LOWE D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International Journal of Computer Vision,2004,60(2):91-110.

[8] BAY H,ESS A,TUYTELAARS T,et al. Speeded-up robust features[J]. Computer Vision and Image Understanding,2008,110(3):404-417.

[9] BROOK A,BENDOR E. Automatic registration of airborne and spaceborne images by topology map matching with SURF processor algorithm[J]. Remote Sensing,2011,3(1):65-82.

[10] ZHAO L Y,LYU B Y,LI X R,et al. Multi-source remote sensing image registration based on SIFT and optimization of regional mutual information[J]. Acta Physica Sinica,2015,64(12):124204.

[11] LEI T,LI L,KAN G,et al. Automatic registration of unmanned aerial vehicle remote sensing images based on an improved SIFT algorithm[C]// Eighth International Conference on Digital Image Processing. Chengdu:ICDIP,2016:100333R.

[12] 乔川,丁亚林,许永森,等. 基于地理位置信息的图像配准方法及精度分析[J]. 光学学报,2017,37(8):318-328.
QIAO C,DING Y L,XU Y S,et al. Image registration method and precision analysis based on geographic location information[J]. Acta Optica Sinica,2017,37(8):318-328(in Chinese).

[13] MYRONENKO A,SONG X. Point set registration: Coherent point drift[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2010,32(12):2262-2275.

[14] GREENGARD L,STRAIN J. The fast Gauss transform[J]. SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing,1991,12(1):79-94.

[15] MARKOVSKY I. Structured low-rank approximation and its applications[J]. Automatica,2008,44(4):891-909.

[16] WANG G,WANG Z,CHEN Y,et al. Robust point matching method for multimodal retinal image registration[J]. Biomedical Signal Processing and Control,2015,19:68-76.

[17] YANG Y,ONG S H,FOONG K W C. A robust global and local mixture distance based non-rigid point set registration[J]. Pattern Recognition,2015,48(1):156-173.

[18] MA J,ZHAO J,YUILLE A L. Non-rigid point set registration by preserving global and local structures[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2016,25(1):53-64.

[19] SCOTT D W. Parametric statistical modeling by minimum integrated square error[J]. Technometrics,2001,43(3):274-285.

[20] SEVERINI T A. Robust and efficient estimation by minimising a density power divergence[J]. Biometrika,1998,85(3):549-559.

[21] MA J Y,ZHAO J W,TIAN J,et al. Robust estimation of nonrigid transformation for point set registration[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Recognition. Piscataway,NJ:IEEE Press,2013:2147-2154.

[22] YUILLE A L,GRZYWACZ N M. A Mathematical analysis of the motion coherence theory[J]. International Journal of Com-

北航学报 赠阅

puter Vision,1989,3(2):155-175.

[23] GROETSCH C W. The theory of Tikhonov regularization for fredholm equations of the first kind[M]. Boston:Pitman Advanced Publishing Program,1984:98-100.

[24] ARONSZAJN N. Theory of reproducing Kernels[J]. Transactions of the American Mathematical Society, 1950, 68(3): 337-404.

[25] ZITOVA B,FLUSSER J. Image registration methods: A survey [J]. Image and Vision Computing,2003,21(11):977-1000.

[26] 范玉芳,罗友进,魏朝富. 西南丘陵山区坡耕地水平梯田工程设计分析[J]. 山地学报,2010,28(5):560-565.
FAN Y F,LUO Y J,WEI C F. Design and analysis of horizontal terraces of sloping land in hilly and hilly areas of southwest China[J]. Acta Terrestrial Journal,2010,28(5):560-565(in Chinese).

[27] 马芊红,张光辉,耿韧,等. 我国水蚀区坡耕地土壤重金属空间分布及其污染评价[J]. 水土保持研究,2017,24(2):112-118.
MA Q H,ZHANG G H,GENG R,et al. Spatial distribution and pollution assessment of heavy metals in slope farmland of water erosion area in China[J]. Journal of Soil and Water Conservation,2017,24(2):112-118(in Chinese).

[28] 陈伟,朱继平,陈小兵,等. 我国坡耕地农业机械化发展现状[J]. 农机化研究,2017,39(5):1-5.
ZHU W,ZHU J P,CHEN X B,et al. China's sloping farmland agricultural mechanization development status[J]. Agricultural Mechanization Research,2017,39(5):1-5(in Chinese).

作者简介:

宋飞　男,硕士研究生。主要研究方向:遥感图像处理、地理信息系统。

杨扬　男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:模式识别、计算机视觉、遥感图像处理、医学图像处理、地理信息系统。

Low-altitude remote sensing image registration algorithm based on dual-feature for arable land in hills and mountains

SONG Fei[1,2,3], YANG Yang[1,2,*], YANG Kun[1,2], ZHANG Su[1,3], BI Dongsheng[1,3]

(1. School of Information Science and Technology, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China;
2. The Engineering Research Center of GIS Technology in Western China of Ministry of Education of China, Kunming 650500, China;
3. Laboratory of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China)

Abstract: Small unmanned aerial vehicle (UAV) aerial images (low-altitude remote sensing image) of arable land in hills and mountains are confronted with multiple challenges of image processing due to its scale change, geometric distortion and image overlap. To address the problems, the low-altitude remote sensing image registration algorithm based on dual-feature for arable land in hills and mountains was proposed. Due to the complex environment and the influence of light factors in hills and mountains, the feature points of remote sensing images are extracted by using the scale-invariant SURF algorithm. And then the dual-feature descriptor using geometrical structure of aerial images was constructed. On this basis, by taking Gaussian mixture model (GMM) as the core and combining with two single feature difference descriptors (i.e., global distance descriptor based on euclidean distance and local structure descriptor based on sum vectors), the dual-feature finite mixture model (DFMM) was obtained, which can simultaneously evaluate the correspondence between two features. With the reproducing kernel Hilbert space (RKHS), the spatial transformation of the global and local structure of the registration image was carried out based on the Gaussian radial basis function (GRBF). In order to verify the feasibility and performance of the proposed algorithm, experiments were carried out by using UAV images with different viewpoints taken from sloping arable land in hills and mountains. Experimental results show that comparing with SIFT, SURF, CPD, AGMReg, GLMDTPS and PRGLS, our method provides better performances in most cases, and can apply to multi-view remote sensing image registration of other complex terrain by small UAV.

Keywords: image registration; small UAV; dual-feature ; finite mixed model; reproducing kernel Hilbert space (RKHS)

Received: 2017-10-30; **Accepted**: 2018-01-12; **Published online**: 2018-04-10 14:10

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180410.1319.002.html

Foundation items: National Nature Science Foundation of China (41661080); Scientific Research Foundation of Yunnan Provincial Department of Education (2018Y037); Doctoral Scientific Research Foundation of Yunnan Normal University (01000205020503065)

* **Corresponding author**. E-mail: yyang_ynu@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0659

基于增益调度的航空发动机分散鲁棒控制

潘慕绚*, 曹良进, 黄金泉
(南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 针对航空发动机全包线大范围非线性变化动态特性下的跟踪控制问题,设计分散鲁棒跟踪控制器。引入动态响应指数收敛参数,使得控制器在保证系统稳定的同时跟踪误差收敛速率可调。在飞行包线内选择一系列设计点,以油门杆角度(PLA)表征发动机功率水平,每隔5°选取一个PLA作为一个设计功率水平,针对从一个设计功率水平过渡到另一个设计功率水平的设计阶跃过程,采用递进法设计分散鲁棒跟踪控制器。采用线性插值的方法调度非设计阶跃过程分散鲁棒跟踪控制器参数。针对某型涡扇发动机部件级模型进行仿真,仿真结果验证了控制方法的有效性。

关 键 词: 航空发动机; 全包线; 跟踪控制; 分散鲁棒控制; 增益调度
中图分类号: V233.7
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1964-10

航空发动机是一个包含多个子系统的复杂非线性对象。这些子系统通过复杂的气动热力联系相互耦合。传统发动机控制系统通常采用集中控制。但如文献[1]所述,由于耦合系统的物理布局限制及高维性,集中控制既不经济,也没有必要。文献[2]指出集中控制系统可靠性不高,在任何工作点的任意单点故障都会导致整个系统的失效。为了提高集中控制系统的可靠性,需要采用冗余策略,这会增加控制系统部件个数从而增加整个发动机的质量。与集中式控制相比,基于分布式构架的分散控制的优势是能够减轻系统质量、提高系统性能和降低控制代价。此外,分散控制结构能够容忍系统软/硬故障并且允许每个控制回路单独调整控制参数[3]。因此,对于复杂的航空发动机控制系统而言,分布式分散控制是一个很有潜力的控制方法。

分散控制一直是控制领域中的一个重要研究方向,在其兴起早期,学者们主要关注线性定常系统分散控制[4];此后一些学者开始关注含时滞或不确定性的线性系统分散控制[5-8]。对于控制系统的状态不可测情况,学者提出了基于观测器的不确定时滞大系统分散控制器[9-11];针对非线性系统控制问题,科研人员提出了基于T-S模糊模型、神经网络、广义滑膜控制以及不确定参数上界的非线性分数控制方法[12-17]。

在上述文献所公布的研究中,主要采用2种策略处理分散控制问题。第1种策略为“补偿策略”。这种策略将每个子系统分为标称子系统部分和满足“匹配条件”的耦合项、不确定项部分;针对2部分分别设计控制器。控制器的第1部分用来稳定标称子系统,第2部分用来抑制(或者补偿)耦合项和不确定项[8,16-17]。第2种策略为“控制器参数求解策略”。这种策略中预先规定控制器的结构形式,然后构造带未知参数的闭环控制系统,基于Lyapunov稳定性理论推导闭环系统的稳定性条件。此条件通常是以线性矩阵不等

收稿日期: 2017-10-24; **录用日期**: 2018-01-19; **网络出版时间**: 2018-01-26 16:42
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180126.1634.002.html
基金项目: 国家自然科学基金(51406084); 江苏省航空动力系统重点实验室基金(NJ20160020)
* **通信作者**. E-mail: muxuan.pan@nuaa.edu.cn

引用格式: *潘慕绚, 曹良进, 黄金泉. 基于增益调度的航空发动机分散鲁棒控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1964-1973. PAN M X, CAO L J, HUANG J Q. Gain scheduling based decentralized robust control for aircraft engines [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1964-1973 (in Chinese).*

式(LMI)的形式给出，通过求解 LMI 可得到控制器参数[4,12]。第 1 种策略允许设计者调整参数从而获得满意的动态性能，然而对于不满足“匹配条件”的被控系统这种策略不再适用。第 2 种策略避免了“匹配条件”的限制，但参数调整不够灵活。

为了免疫第 1 种策略“匹配条件”限制的同时，增强第 2 种策略的参数调整的灵活性。本文引入动态响应指数收敛参数，用来调整跟踪误差收敛速率。

此外由于航空发动机工作范围宽广，其动态特性随着飞行条件、功率水平呈现大范围非线性变化特征。针对某一飞行条件某一功率水平下设计的控制器往往不能满足航空发动机全包线大范围跟踪控制要求。针对航空发动机全包线控制问题，许多国内外学者广泛开展了研究。Lin 和 Lee[18]针对 J-85 发动机全包线全功率水平下的 50 个设计点用 Edmund 方法设计控制器，采用 2 种增益调度方法(扩展卡尔曼滤波和神经网络)得到非设计点控制器参数。李嘉等[19]提出了一种改进的 Edmund 方法设计单点控制器，采用直接插值的方法完成增益调度。隋岩峰等[20]建立涡扇发动机多胞线性变参数(LPV)模型，利用 LMI 方法，对多胞的各顶点设计具有单一 Lyapunov 函数满足 H_∞ 性能且极点在给定区域的输出反馈控制器，综合顶点控制器得到具有同样多胞结构的全局连续变增益控制器。姚华等[21]采用神经网络进行航空发动机全包线 PID 控制器参数整定。王海泉等[22]基于二自由度 H_∞ 鲁棒控制方法，结合从粗到精、反复迭代的飞行包线划分方法完成航空发动机双变量全包线控制。吴斌和黄金泉[23-25]针对航空发动机变增益 LPV 控制方法开展研究，先后提出结合多包型鲁棒变增益控制综合技术和基于系统广义距离的调度策略的航空发动机全包线控制方法、基于多项式平方和(Sum of Squares，SOS)的增益调度控制设计方法和基于切换 LPV 的发动机全包线中间状态控制方法。

上述航空发动机全包线控制方法中无论是基于插值的方法、离线神经网络映射方法，还是 LPV 方法，都是针对航空发动机在稳态点附近做小阶跃时设计跟踪控制器。针对大范围跟踪控制的仿真验证(如文献[24])中所采用的控制方法并不是针对大范围跟踪问题而研究的。本文在设计单点控制器时，考虑各种不同的阶跃量进行控制器设计。具体方法为：在飞行包线内取 53 个点，以油门杆角度(PLA)表征功率水平。在 PLA 为 25°～65°之间每隔 5°选取一个 PLA 作为一个设计功率水平，将发动机从一个设计功率水平过渡到另一个设计功率水平的过程称为一个设计阶跃过程，针对每个设计阶跃过程采用递进法设计一个分散鲁棒跟踪控制器。之后采用插值的方法求取非设计阶跃下的控制器参数。利用本文方法实现航空发动机 PLA 大范围变化时转速和压比的控制。

1　问题描述

1.1　相关定义及引理

考虑如下定常系统：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t) = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},t)\\ \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0\end{cases} \tag{1}$$

式中：$t\in\mathbf{R}^+$ 表示时间；$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$ 表示系统(1)的状态；$\boldsymbol{u}(t)\in\mathbf{R}^m$ 表示系统(1)的控制输入；$\boldsymbol{x}_0$ 为系统的初始条件；$\boldsymbol{x}(\cdot):[t_0,t_1]\to\mathbf{R}^n$ 表示系统(1)的解。

定义 1　若存在 2 个标量 $\mu\geqslant 1,\alpha>0$ 使得

$$\|\boldsymbol{x}(t)\|\leqslant\mu e^{-\alpha t}\|\boldsymbol{x}_0\|\quad\forall\, t\geqslant t_0 \tag{2}$$

则系统(1)的解指数收敛。

引理 1　对于定常系统(1)，若存在函数 $V(\boldsymbol{x})$ 使得

$$\gamma_1\|\boldsymbol{x}(t)\|^2\leqslant V(\boldsymbol{x})\leqslant\gamma_2\|\boldsymbol{x}(t)\|^2 \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(\boldsymbol{x})+2\delta V(\boldsymbol{x})\leqslant 0 \tag{4}$$

式中：γ_1、γ_2 和 δ 均为正数。则系统(1)的解指数收敛且有

$$\|\boldsymbol{x}(t)\|\leqslant\frac{\sqrt{\gamma_2}}{\sqrt{\gamma_1}}e^{-\delta t}\|\boldsymbol{x}_0\|\quad\forall\, t\geqslant t_0 \tag{5}$$

证明　对式(4)左右两边同时乘以 $e^{2\delta\theta}$ 可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}(e^{2\delta\theta}V(\boldsymbol{x}(\theta)))\leqslant 0 \tag{6}$$

式中：θ 为待积分变量。对式(6)从 0 到 t 积分有

$$\int_0^t\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}(e^{2\delta\theta}V(\boldsymbol{x}(\theta)))\mathrm{d}\theta\leqslant 0 \tag{7}$$

式(7)等价于

$$\sqrt{V(\boldsymbol{x}(t))}\leqslant e^{-\delta t}\sqrt{V(\boldsymbol{x}(0))} \tag{8}$$

由式(3)和式(8)可得

$$\|\boldsymbol{x}(t)\|\leqslant\frac{\sqrt{\gamma_2}}{\sqrt{\gamma_1}}e^{-\delta t}\|\boldsymbol{x}_0\| \tag{9}$$

证毕

由引理 1 可以获得系统(1)状态变量的指数收敛形式。参数 δ 表征了状态变量收敛的快慢。

引理 2[26]　Schur 补：对给定的对称矩阵 $\boldsymbol{S}=$

北航学报 赠阅

$\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12}\\ * & \boldsymbol{S}_{22}\end{bmatrix}$，其中 $\boldsymbol{S}_{11}\in\mathbf{R}^{r\times r}$。以下 3 个条件等价：

1）$\boldsymbol{S}<\boldsymbol{0}$。

2）$\boldsymbol{S}_{11}<\boldsymbol{0},\boldsymbol{S}_{22}-\boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{11}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}<\boldsymbol{0}$。

3）$\boldsymbol{S}_{22}<\boldsymbol{0},\boldsymbol{S}_{11}-\boldsymbol{S}_{12}\boldsymbol{S}_{22}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}}<\boldsymbol{0}$。

引理 3[27] 给定具有适当维数的矩阵 $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{E}$，则

$$\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{HF}(t)\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}<\boldsymbol{0}$$

对所有满足 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t)\leqslant\boldsymbol{I}$ 的 $\boldsymbol{F}(t)$ 都成立的充要条件是存在一正数 $\varepsilon>0$ 使得 $\boldsymbol{Q}+\varepsilon\boldsymbol{HH}^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}<\boldsymbol{0}$ 成立。

1.2 不确定性大系统

考虑不确定性大系统：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=\sum\limits_{j=1}^{N}(\boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_j(t)+\boldsymbol{B}_{ij}\boldsymbol{u}_j(t))\\ \boldsymbol{y}_i(t)=\sum\limits_{j=1}^{N}(\boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{x}_j(t)+\boldsymbol{D}_{ij}\boldsymbol{u}_j(t))\\ \qquad i=1,2,\cdots,N\end{cases}\tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{x}_i(t)\in\mathbf{R}^{n_i}$和$\boldsymbol{x}_j(t)\in\mathbf{R}^{n_j}$分别为第 i 和第 j 个子系统的状态量；$\boldsymbol{u}_j(t)\in\mathbf{R}^{m_j}$为第 j 个子系统的控制输入量；$\boldsymbol{y}_i(t)\in\mathbf{R}^{r_i}$为第 i 个子系统的被控输出量；$\boldsymbol{A}_{ij}=\overline{\boldsymbol{A}}_{ij}+\Delta\boldsymbol{A}_{ij},\overline{\boldsymbol{A}}_{ij}\in\mathbf{R}^{n_i\times n_j}$为标称系统矩阵，$\Delta\boldsymbol{A}_{ij}\in\mathbf{R}^{n_i\times n_j}$为系统矩阵的不确定项；$\boldsymbol{B}_{ij}=\overline{\boldsymbol{B}}_{ij}+\Delta\boldsymbol{B}_{ij},\overline{\boldsymbol{B}}_{ij}\in\mathbf{R}^{n_i\times m_j}$为标称输入矩阵，$\Delta\boldsymbol{B}_{ij}\in\mathbf{R}^{n_i\times m_j}$为系统矩阵的不确定项；$\boldsymbol{C}_{ij}=\overline{\boldsymbol{C}}_{ij}+\Delta\boldsymbol{C}_{ij},\overline{\boldsymbol{C}}_{ij}\in\mathbf{R}^{r_i\times n_j}$为标称输出矩阵，$\Delta\boldsymbol{C}_{ij}\in\mathbf{R}^{r_i\times n_j}$为输出矩阵的不确定项；$\boldsymbol{D}_{ij}=\overline{\boldsymbol{D}}_{ij}+\Delta\boldsymbol{D}_{ij},\overline{\boldsymbol{D}}_{ij}\in\mathbf{R}^{r_i\times m_j}$为标称直接传递矩阵，$\Delta\boldsymbol{D}_{ij}\in\mathbf{R}^{r_i\times m_j}$为直接传递矩阵的不确定项。

在给出控制器之前，先对被控系统参数做如下假设。

假设 1 系统(10)中的不确定项满足匹配条件：

$$\Delta\boldsymbol{A}_{ij}=\boldsymbol{JF}(t)\boldsymbol{E}_{ij1}\tag{11}$$

$$\Delta\boldsymbol{B}_{ij}=\boldsymbol{JF}(t)\boldsymbol{E}_{ij2}\tag{12}$$

$$\Delta\boldsymbol{C}_{ij}=\boldsymbol{JF}(t)\boldsymbol{E}_{ij3}\tag{13}$$

$$\Delta\boldsymbol{D}_{ij}=\boldsymbol{JF}(t)\boldsymbol{E}_{ij4}\tag{14}$$

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t)\leqslant\boldsymbol{I}\tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{J}$、$\boldsymbol{E}_{ij1}$、$\boldsymbol{E}_{ij2}$、$\boldsymbol{E}_{ij3}$和 $\boldsymbol{E}_{ij4}$为适维矩阵。

2 分散鲁棒跟踪控制器设计

定义第 i 个子系统的跟踪误差为

$$\boldsymbol{e}_i(t)=\boldsymbol{s}_i-\boldsymbol{y}_i(t)\tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{s}_i$ 和 $\boldsymbol{y}_i$ 分别为第 i 个子系统的常值参考输入和输出。

令

$$\boldsymbol{x}_i^*=[\dot{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\tag{17}$$

$$\boldsymbol{u}_j^*=\dot{\boldsymbol{u}}_j\tag{18}$$

则可将系统(10)化成

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i^*(t)=\sum_{j=1}^{N}(\boldsymbol{A}_{ij}^*\boldsymbol{x}_j^*(t)+\boldsymbol{B}_{ij}^*\boldsymbol{u}_j^*(t))\quad i=1,2,\cdots,N\tag{19}$$

这里 $n_i^*=n_i+r_i,n_j^*=n_j+r_j,m_j^*=m_j,m_i^*=m_i,\boldsymbol{A}_{ij}^*=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{ij} & \boldsymbol{0}_{n_i\times r_i}\\ -\boldsymbol{C}_{ij} & \boldsymbol{0}_{r_i\times r_j}\end{bmatrix},\boldsymbol{B}_{ij}^*=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{ij}\\ -\boldsymbol{D}_{ij}\end{bmatrix}$。

系统(19)中的不确定项参数满足匹配条件：

$$\Delta\boldsymbol{A}_{ij}^*=\boldsymbol{J}^*\boldsymbol{F}^*(t)\boldsymbol{E}_{ij1}^*\tag{20}$$

$$\Delta\boldsymbol{B}_{ij}^*=\boldsymbol{J}^*\boldsymbol{F}^*(t)\boldsymbol{E}_{ij2}^*\tag{21}$$

$$\boldsymbol{F}^{*\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}^*(t)\leqslant\boldsymbol{I}\tag{22}$$

这里 $\boldsymbol{J}^*=\begin{bmatrix}\boldsymbol{J} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{J}\end{bmatrix},\boldsymbol{F}^*(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}(t) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F}(t)\end{bmatrix},\boldsymbol{E}_{ij1}^*=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_{ij1} & \boldsymbol{0}\\ -\boldsymbol{E}_{ij3} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\boldsymbol{E}_{ij2}^*=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_{ij2}\\ -\boldsymbol{E}_{ij4}\end{bmatrix}$。

定理 1 对于给定的正数 $\delta_i,i=1,2,\cdots,N$，若存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{L}_i\in\mathbf{R}^{n_i^*\times n_i^*}$，矩阵 $\boldsymbol{S}_i\in\mathbf{R}^{m_i^*\times n_i^*},i=1,2,\cdots,N$，正数 ε，使得式(23)和式(24)矩阵不等式组成立：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}+\varepsilon\boldsymbol{HH}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{E} & -\varepsilon\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<\boldsymbol{0}\tag{23}$$

$$\boldsymbol{L}_i>\boldsymbol{0}\quad i=1,2,\cdots,N\tag{24}$$

式中：

$$\boldsymbol{\eta}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_{11}+\boldsymbol{\Omega}_1 & \boldsymbol{\eta}_{12} & \cdots & \boldsymbol{\eta}_{1N}\\ * & \boldsymbol{\eta}_{22}+\boldsymbol{\Omega}_2 & \cdots & \boldsymbol{\eta}_{2N}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ * & * & \cdots & \boldsymbol{\eta}_{NN}+\boldsymbol{\Omega}_N\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\eta}_{ij}=\boldsymbol{L}_i\overline{\boldsymbol{A}}_{ji}^{*\mathrm{T}}+\boldsymbol{S}_i^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{B}}_{ji}^{*\mathrm{T}}+\overline{\boldsymbol{A}}_{ij}^*\boldsymbol{L}_j+\overline{\boldsymbol{B}}_{ij}^*\boldsymbol{S}_j$$

$$\boldsymbol{\Omega}_i=2\delta_i\boldsymbol{L}_i$$

$$\boldsymbol{H}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{J}^*,\boldsymbol{J}^*,\cdots,\boldsymbol{J}^*\}_{N\times N}$$

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_{11} & \boldsymbol{E}_{12} & \cdots & \boldsymbol{E}_{1N}\\ * & \boldsymbol{E}_{22} & \cdots & \boldsymbol{E}_{2N}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ * & * & \cdots & \boldsymbol{E}_{NN}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{E}_{ij}=\boldsymbol{E}_{ij1}^*\boldsymbol{L}_j+\boldsymbol{E}_{ij2}^*\boldsymbol{S}_j$$

则在分散控制器式(25)和式(26)的作用下：

$$\boldsymbol{u}_i^*(t)=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}_i^*(t)\quad i=1,2,\cdots,N\tag{25}$$

$$\boldsymbol{K}_i=\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{L}_i^{-1}\tag{26}$$

系统(10)的跟踪误差指数收敛且有

$$\|\boldsymbol{e}(t)\|\leqslant\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{L}^{-1})}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}^{-1})}}\mathrm{e}^{-\delta_{\min}t}\|\boldsymbol{r}\|\tag{27}$$

北京航空航天大学学报

式中：$\boldsymbol{e}(t)=[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{e}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$；$\|\boldsymbol{r}\|=\sqrt{\boldsymbol{r}_1^2+\boldsymbol{r}_2^2+\cdots+\boldsymbol{r}_N^2}$；$\boldsymbol{L}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{L}_1,\boldsymbol{L}_2,\cdots,\boldsymbol{L}_N\}$；$\delta_{\min}=\min\{\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_N\}$。

证明　将控制器(25)代入系统(19)中，得到闭环系统为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i^*(t)=\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{A}_{ij}^*+\boldsymbol{B}_{ij}^*\boldsymbol{K}_j)\boldsymbol{x}_j^*(t)\quad i=1,2,\cdots,N \tag{28}$$

选取 Lyapunov 函数：

$$V(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{N}V_i(\boldsymbol{x})$$
$$V_i(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}_i^{*\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{x}_i^*(t) \tag{29}$$

则 Lyapunov 函数沿着闭环系统(28)的解对时间求导得

$$\frac{\mathrm{d}V(\boldsymbol{x})}{\mathrm{d}t}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\mathrm{d}V_i(\boldsymbol{x})}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{x}^{*\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{\Sigma}+\Delta\boldsymbol{\Sigma})\boldsymbol{x}^*(t) \tag{30}$$

式中：

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}_{11}&\boldsymbol{\Sigma}_{12}&\cdots&\boldsymbol{\Sigma}_{1N}\\ *&\boldsymbol{\Sigma}_{22}&\cdots&\boldsymbol{\Sigma}_{2N}\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ *&*&\cdots&\boldsymbol{\Sigma}_{NN}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij}=\overline{\boldsymbol{A}}_{ji}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{B}}_{ji}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{P}_i\overline{\boldsymbol{A}}_{ij}^*+\boldsymbol{P}_i\overline{\boldsymbol{B}}_{ij}^*\boldsymbol{K}_j$$

$$\Delta\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\Sigma}_{11}&\Delta\boldsymbol{\Sigma}_{12}&\cdots&\Delta\boldsymbol{\Sigma}_{1N}\\ *&\Delta\boldsymbol{\Sigma}_{22}&\cdots&\Delta\boldsymbol{\Sigma}_{2N}\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ *&*&\cdots&\Delta\boldsymbol{\Sigma}_{NN}\end{bmatrix}$$

$$\Delta\boldsymbol{\Sigma}_{ij}=\Delta\boldsymbol{A}_{ji}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{B}_{ji}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{P}_i\Delta\boldsymbol{A}_{ij}^*+\boldsymbol{P}_i\Delta\boldsymbol{B}_{ij}^*\boldsymbol{K}_j=\boldsymbol{E}_{ji1}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{*\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{J}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{ji2}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{*\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{J}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{J}^*\boldsymbol{F}^*(t)\boldsymbol{E}_{ij1}^*+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{J}^*\boldsymbol{F}^*(t)\boldsymbol{E}_{ij2}^*\boldsymbol{K}_j$$

故

$$\frac{\mathrm{d}V(\boldsymbol{x})}{\mathrm{d}t}+2\delta_{\min}V(\boldsymbol{x})\leqslant\frac{\mathrm{d}V(\boldsymbol{x})}{\mathrm{d}t}+2\sum_{i=1}^{N}\delta_iV_i(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{*\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{\Sigma}+\Delta\boldsymbol{\Sigma}+\boldsymbol{\Lambda})\boldsymbol{x}^*(t)\leqslant\boldsymbol{x}^{*\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{\Sigma}+\Delta\boldsymbol{\Sigma}+\boldsymbol{\Lambda})\boldsymbol{x}^*(t) \tag{31}$$

式中：$\boldsymbol{\Lambda}=\mathrm{diag}\{2\delta_1\boldsymbol{P}_1,2\delta_2\boldsymbol{P}_2,\cdots,2\delta_N\boldsymbol{P}_N\}$。

当

$$\boldsymbol{\Sigma}+\Delta\boldsymbol{\Sigma}+\boldsymbol{\Lambda}<\boldsymbol{0} \tag{32}$$

成立时，有

$$\frac{\mathrm{d}V(\boldsymbol{x})}{\mathrm{d}t}+2\delta_{\min}V(\boldsymbol{x})\leqslant 0 \tag{33}$$

即式(4)成立，从而由引理 1 可知闭环系统(28)的解指数收敛。

将不等式(32)两边同时乘 $\mathrm{diag}\{\boldsymbol{P}_1^{-1},\boldsymbol{P}_2^{-1},\cdots,\boldsymbol{P}_N^{-1}\}$，令 $\boldsymbol{L}_i=\boldsymbol{P}_i^{-1}$，$\boldsymbol{S}_i=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{P}_i^{-1}$，再结合引理 2 和引理 3，可将不等式(32)化成 LMI 式(23)的形式，即不等式(23)与(32)等价，不等式(24)是 Lyapunov 函数正定的充要条件。综上所述，当给定正数 $\delta_i,i=1,2,\cdots,N$，LMI 式(23)，式(24)有解 $\boldsymbol{L}_i$、$\boldsymbol{S}_i$ 和 ε 时，在分散控制器式(25)和式(26)的作用下，系统(19)的解指数收敛且有

$$\|\boldsymbol{x}^*(t)\|\leqslant\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{L}^{-1})}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}^{-1})}}\mathrm{e}^{-\delta_{\min}t}\|\boldsymbol{x}_0\| \tag{34}$$

式中：

$$\boldsymbol{x}^*(t)=[\boldsymbol{x}_1^{*\mathrm{T}}\ \boldsymbol{x}_2^{*\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{x}_N^{*\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{L}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{L}_1,\boldsymbol{L}_2,\cdots,\boldsymbol{L}_N\}$$
$$\delta_{\min}=\min\{\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_N\}$$

从而

$$\|\boldsymbol{e}(t)\|\leqslant\|\boldsymbol{x}(t)\|\leqslant\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{L}^{-1})}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}^{-1})}}\mathrm{e}^{-\delta_{\min}t}\|\boldsymbol{x}_0\|=\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{L}^{-1})}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}^{-1})}}\mathrm{e}^{-\delta_{\min}t}\|\boldsymbol{r}\| \tag{35}$$

证毕

由于定理 1 中求得分散控制器(25)是控制量的导数，不能直接作用于被控系统(10)，将控制器增益分解为 $\boldsymbol{K}_i=[\boldsymbol{K}_{ix}\ \ \boldsymbol{K}_{ie}]$，得到 $\dot{\boldsymbol{u}}_i(t)=\boldsymbol{K}_{ix}\dot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{K}_{ie}\boldsymbol{e}(t)$，两边积分得分散控制器的最终形式为

$$\boldsymbol{u}_i(t)=\boldsymbol{K}_{ix}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{K}_{ie}\int_0^t\boldsymbol{e}_i(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{36}$$

将式(36)化成离散增量形式，有

$$\boldsymbol{u}_i(k+1)=\boldsymbol{u}_i(k)+\boldsymbol{K}_{ix}(\boldsymbol{x}(k+1)-\boldsymbol{x}(k))+\boldsymbol{K}_{ie}\boldsymbol{e}_i(k+1)T \tag{37}$$

式中：T 为采样周期；k 为仿真步数。

3　发动机分散鲁棒跟踪控制器设计

3.1　基于递进法的控制器增益整定

航空发动机工作范围宽广，其动态特性随着飞行条件和工作状态的变化而不断改变。飞行包线内某一飞行条件下某一功率水平附近，小区域线化模型设计的单点控制器不可能满足发动机全包线全功率水平下的控制要求。解决这一问题的有效途径是将飞行包线划分成若干个子区域，并将功率水平从慢车状态到最大状态划分成若干小段，将这些分隔点作为设计点，针对这些设计点分别设计控制器，并采用插值或拟合的方法求取非设计点处的控制器。这种增益调度方法在工程上能够取得较好的控制效果，但常规的增益调度控制只适用于稳态控制或小阶跃跟踪控制，对于大范围跟踪控制的控制效果不佳，其本质原因在于

北航学报 赠阅

常规的增益调度控制中设计点控制器均是小偏差控制器。

本文拟解决航空发动机在飞行包线内任意飞行条件下从任意起始工作状态快速平稳无稳态误差地过渡到另一工作状态这一控制问题。为实现上述控制目标,在飞行包线内取若干个设计点,以PLA表征功率水平,每隔5°选取一个PLA作为一个设计功率水平,针对从一个设计功率水平过渡到另一个设计功率水平的设计阶跃过程,采用递进法设计分散鲁棒跟踪控制器,使得每个设计阶跃过程满足动态、稳态要求。对于非设计阶跃过程,采用插值的方法求取控制器参数。

为实现上述增益调度控制,需解决一个关键问题——航空发动机"大偏离"建模问题,即如何建立发动机的特性和参数在大范围内变化时发动机的动态模型。发动机的特性和参数在大范围内变化时,发动机的动态特性不再能用线性关系式近似描述,而必须用非线性关系式描述。而非线性模型不仅难以建立而且难以设计控制器。故本文并不建立发动机"大偏离"模型,而是采用递进法来解决这一问题。递进法的具体步骤如下:

步骤1 采用第2节中提出的方法设计发动机在某设计飞行条件下某设计阶跃过程的分散鲁棒跟踪控制器。

步骤2 根据控制器各参数对被控量动态性能的影响规律调整控制器参数使得在不降低系统动态性能的同时控制器增益尽量小(小控制器增益带来的好处将在后文第4节详细说明)。

步骤3 将步骤2中得到的控制器作用于其相邻的设计阶跃过程,观察系统的响应曲线,根据各参数对被控量动态性能的影响规律调整控制器参数使得此时的被控系统具有与已设计好的阶跃过程相近的动态性能。

步骤4 之后的每个设计阶跃过程的控制器参数都是从其最相邻的已经设计好的设计阶跃过程的控制器出发通过参数调整而得到。

步骤5 将所有的设计阶跃过程的控制器参数按一定规律存储于一张二维插值表中。

上述递进法能够有效实施的根本原因在于航空发动机在相邻的阶跃跟踪控制过程中动态特性相差并不是很大且分散跟踪控制器本身具有一定的鲁棒性。此外,递进法的核心思想是控制器参数调整,控制器参数调整的基础是有一个使得控制系统稳定的初始控制器参数,其具体操作是从这组初始控制器参数出发,调整控制器参数,使得控制系统具有更好的动态、稳态性能或使得控制器参数绝对值更小从而减小噪声存在时控制量的抖震(这点在第4节仿真实例部分将作详细说明)。

3.2 控制器增益调度策略

本文以某型涡扇发动机为研究对象,以其部件级模型为仿真对象。研究其在全包线从慢车到中间状态范围内大范围跟踪控制问题。选择主燃油流量 W_f 和尾喷口喉道面积 A_8 作为控制输入量,选择高压转子转速 n_H 和发动机压比EPR作为被控输出量,选择高压转子转速 n_H 和低压转子转速 n_L 作为状态量。采用小扰动法加拟合法可建立某型涡扇发动机在某飞行条件下某功率水平附近小偏差线性化模型:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\boldsymbol{B}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}y_1\\ y_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{C}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\boldsymbol{D}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}\end{cases} \tag{38}$$

式中:$x_1=n_H$,$x_2=n_L$,$u_1=W_f$,$u_2=A_8$,$y_1=n_H$,$y_2=\mathrm{EPR}$。

在飞行包线内选取 N 个点作为设计点,油门杆从所研究的最小位置 $\mathrm{PLA}_{\min}$ 到最大位置 $\mathrm{PLA}_{\max}$ 之间每隔 $\Delta\mathrm{PLA}$ 选取一个PLA作为设计PLA,一共选取 M 个设计PLA,其中 $M=\dfrac{\mathrm{PLA}_{\max}-\mathrm{PLA}_{\min}}{\Delta\mathrm{PLA}}$。分别设计指令信号从每个设计PLA阶跃到每个其他设计PLA时保证输出响应曲线具有满意的动态、稳态性能的分散鲁棒跟踪控制器,控制器结构都是如式(37)所示的结构形式,各种阶跃下的控制器参数 $\boldsymbol{K}_{ix}$ 和 $\boldsymbol{K}_{ie}$ 的值有所不同,将这些控制器参数值制成一个 $M(M-1)\times 4N$ 的插值表。对于本文研究的双变量控制系统有4个控制参数:K_{1x}、K_{1e}、K_{2x} 和 K_{2e}。飞行包线内有 N 个设计点,对于每个设计点有 $M(M-1)$ 个设计阶跃,对于每个设计阶跃有4个控制器参数,将第飞行包线内第 i 个点的 $4M(M-1)$ 个控制器参数填入插值表的第 $4i-3$ 到 $4i$ 列,将其中初始油门杆角度为 $\mathrm{PLA}_{\max}-(j-1)\Delta\mathrm{PLA}$ 的 $4(M-1)$ 个控制器参数填入插值表的第 $(M-1)j-7$ 到第 $(M-1)j$ 行,这第 $(M-1)j-7$ 到第 $(M-1)j$ 行的顺序按照目标油门杆角度由高到低排列。

插值表做成之后可根据插值表插值得到飞行包线内任意一点处PLA从 $\mathrm{PLA}_{\min}$ 到 $\mathrm{PLA}_{\max}$ 中的任意初始位置 PLA_s 推到 $\mathrm{PLA}_{\min}$ 到 $\mathrm{PLA}_{\max}$ 中的任意目标位置 PLA_e 时分散鲁棒跟踪控制器参数。具体插值步骤为:①设计点插值,其中设计点插值

北航学报 赠阅

又包括高度插值和马赫数插值，高度插值和马赫数插值都是两设计点之间线性组合，每个设计点的控制器参数为一个 $M(M-1)\times 4$ 的矩阵，设计点插值最终得到一个新的 $M(M-1)\times 4$ 的矩阵；②初始油门杆角度 $\mathrm{PLA_s}$ 插值，每个初始 PLA 对应的控制器参数是一个 $(M-1)\times 4$ 的矩阵，初始 PLA 插值得到的是一个新的 $(M-1)\times 4$ 的矩阵；③目标油门杆角度 $\mathrm{PLA_e}$ 插值，每个目标油门杆角度对应的是一个 1×4 的数组，目标油门杆角度插值后得到最终非设计阶跃的 4 个控制器参数。综上所述，本文提出的航空发动机大范围分散跟踪控制器 $\boldsymbol{K}$ 的取值与 H、Ma、$\mathrm{PLA_s}$ 和 $\mathrm{PLA_e}$ 有关，即 $\boldsymbol{K}=f(H,Ma,\mathrm{PLA_s},\mathrm{PLA_e})$。

本文中调度参量是 PLA，而被控变量是高压转子转速 n_{H} 和发动机压比 EPR。通过调节计划确定每个 PLA 所对应的 n_{H} 和 EPR。调节计划也是以插值表的形式给出。

航空发动机全包线增益调度控制系统框图如图 1 所示。由 $\mathrm{PLA_e}$、H 和 Ma 插值得到当前参考输入 r，由 H、Ma、$\mathrm{PLA_s}$ 和 $\mathrm{PLA_e}$ 插值得到当前控制器增益 $\boldsymbol{K}$，控制量 $\boldsymbol{u}$ 与跟踪误差 $\boldsymbol{e}$ 以及发动机状态 $\boldsymbol{x}$ 有关。

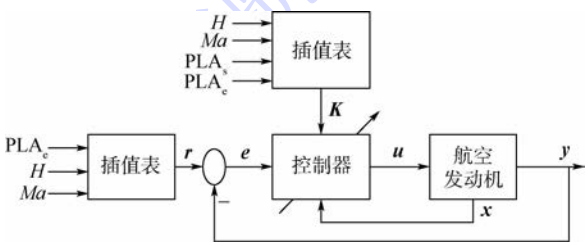


图 1　航空发动机全包线增益调度控制系统

Fig. 1　Aircraft engine full envelope gain scheduling control system

4　仿真结果及分析

第 3 节采用小扰动法加拟合法可建立某型涡扇发动机在高度 $H=0$，马赫数 $Ma=0$，油门杆角度 PLA = 65° 附近小偏差线性化模型式(38)。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-2.608 & -0.493\,8\\ 2.36 & -2.662\end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.303\,5 & 2.686\\ 0.371\,3 & 3.995\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0.077\,93 & 0.643\,5\end{bmatrix},\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0.094\,04 & -3.916\end{bmatrix}。$$

此模型与指令信号从 PLA 为 65° 阶跃到 60° 过程中发动机的动态特性有一定的差异。可以用参数不确定项近似描述这一差异。这里令式(11)～式(14)中的 $\boldsymbol{J}$ 为单位阵 $\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{E}_{ij1}=d\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{E}_{ij2}=d\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{E}_{ij3}=d\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{E}_{ij4}=d\boldsymbol{D}$，其中 d 为一个标量。

选取 $\delta_1=0.4$，$\delta_2=0.8$，$d=0.13$，求解 LMI 式(23)和式(24)可得：$\boldsymbol{L}_1=\begin{bmatrix}3.92 & 1.59\\ 1.59 & 0.82\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{L}_2=\begin{bmatrix}20.14 & -2.26\\ -2.26 & 4.2\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{S}_1=[-7.45 \quad 6.15]$，$\boldsymbol{S}_2=[5.22 \quad -2.22]$，$\boldsymbol{K}_1=[-22.84 \quad 51.6]$，$\boldsymbol{K}_2=[0.21 \quad -0.41]$，从而可得控制器

$$\begin{cases}W_{\mathrm{f}}(k+1)=W_{\mathrm{f}}(k)-22.84(n_{\mathrm{H}}(k+1)-\\ \qquad n_{\mathrm{H}}(k))+51.6(n_{\mathrm{Hr}}-n_{\mathrm{H}}(k+1))T\\ A_8(k+1)=A_8(k)+0.21(n_{\mathrm{L}}(k+1)-\\ \qquad n_{\mathrm{L}}(k))-0.41(\mathrm{EPR}_r-\mathrm{EPR}(k+1))T\end{cases} \tag{39}$$

式中：n_{Hr} 为高压转子转速指令；EPR_r 为发动机压比指令。

在高度 $H=0$，马赫数 $Ma=0$ 处，PLA 从 65° 拉到 60° 时，在控制器式(39)的作用下，发动机的被控输出响应曲线如图 2(a)所示，控制输入曲线如图 2(b)所示。

经过控制参数调整之后，控制器参数为 $\boldsymbol{K}_1=[-1 \quad 15]$，$\boldsymbol{K}_2=[0.2 \quad -0.3]$。参数调整之后的控制器为

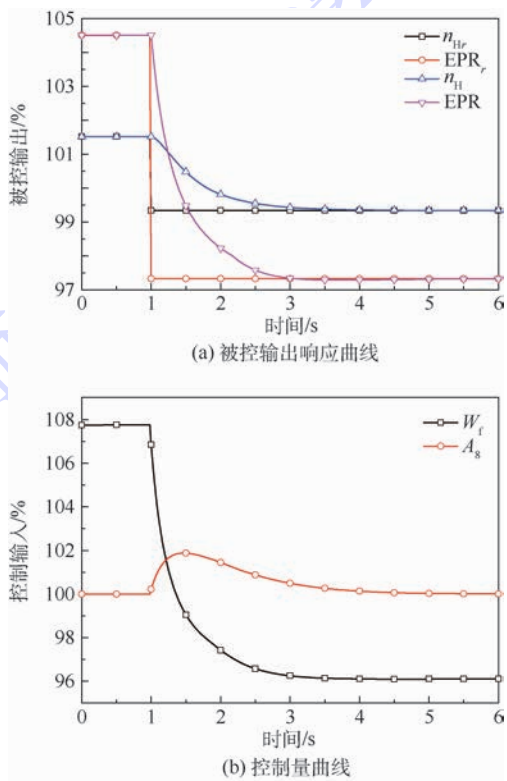


图 2　在 $H=0$，$Ma=0$ 处，当 PLA 从 65° 拉到 60° 时，在控制器式(39)作用下系统仿真结果

Fig. 2　Simulation results under controller Eq. (39) at $H=0$ and $Ma=0$ when PLA being pulled from 65° to 60°

北航学报 赠阅

$$W_f(k+1) = W_f(k) - (n_H(k+1) - n_H(k)) + 15(n_{Hr} - n_H(k+1))$$

$$A_8(k+1) = A_8(k) + 0.2(n_L(k+1) - n_L(k)) - 0.3(\mathrm{EPR}_r - \mathrm{EPR}(k+1)) \quad (40)$$

同样在高度 $H=0$，马赫数 $Ma=0$ 处，PLA 从 65°拉到 60°时，在控制器式(40)的作用下，发动机的被控输出响应曲线如图 3(a)所示，控制输入曲线如图 3(b)所示。

观察图 2 可知，在控制器式(39)的作用下，被控输出 n_H 和 EPR 均在 2 s 左右无稳态误差的跟上指令输出。观察图 3 可知，在控制器式(40)的作用下，被控输出 n_H 和 EPR 也均在 2 s 左右无稳态误差的跟上指令输出。而对比控制器式(39)和控制器式(40)的控制器增益，明显后者控制器增益较前者更小，而控制效果相同。而采用更小的控制器增益将会减小噪声存在时控制量的抖震。为说明这个问题，引入测量噪声，再次分别进行控制器式(39)作用下和控制器式(40)作用下的数字仿真。两者输出响应对比如图 4(a)所示，控制输入量对比如图 4(b)所示。其中下标 1 的表示控制器式(39)，下标 2 的表示控制器式(40)；测量噪声选均值为0，标准差为0.001 5的随机数序列。由图 4 可知，当控制器增益较小时，系统对测量噪声有更好的抑制效果，且控制输入量的抖振较小，工程上更易实现。由图 4(b)可知当控制器增益较小时，测量噪声存在时控制输入量抖振较小，使得工程上更易实现。

本文取 $N=53$，$\mathrm{PLA}_{min}=25°$，$\mathrm{PLA}_{max}=65°$，从而可得 $M=9$。调节计划插值表中为保证插值结果尽可能准确，PLA 的间隔选为 1°，即 PLA 在 25°~65°之间每隔 1°计算一个对应的 n_H 和 EPR。53 个设计点在飞行包线内的位置分布如图 5 所示。采用第 3 节中递进法逐步得 53×72 个设计阶跃控制器参数，列于 72×212 的插值表中。采用第 3 节中介绍的插值的方法得到非设计阶跃控制器参数。在飞行包线内选取 3 个点针对航空发动机部件级模型进行大范围阶跃跟踪控制仿真，这 3 个点分别位于①($H=1$ km，$Ma=0.1$)，②($H=15$ km，$Ma=1$)，③($H=9$ km，$Ma=1.6$)，仿真过程中 PLA 随时间的变化关系如图 6 所示。在所有仿真点均加入了均值为 0，标准差为 0.001 5的随机测量噪声。发动机在①号点处被控输出响应曲线如图7(a)所示，发动机在②号点

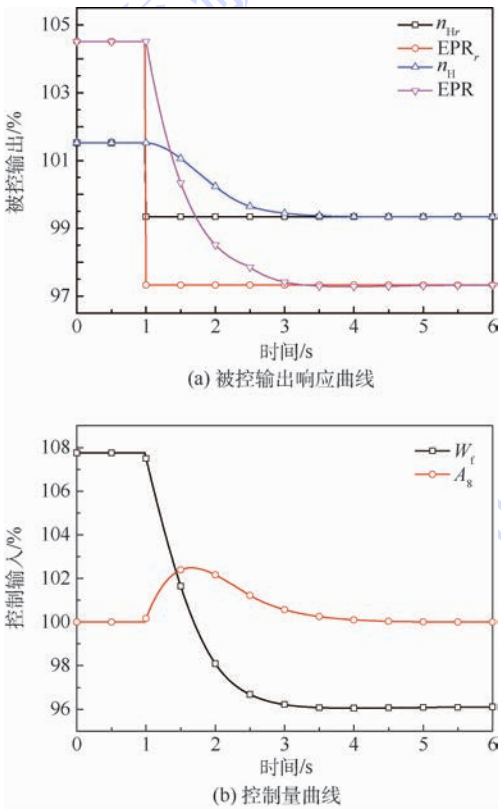


图 3 在 $H=0$，$Ma=0$ 处，当 PLA 从 65° 拉到 60°时，在控制器式(40)作用下系统仿真结果

Fig. 3 Simulation results under controller Eq. (40) at $H=0$ and $Ma=0$ when PLA being pulled from 65° to 60°

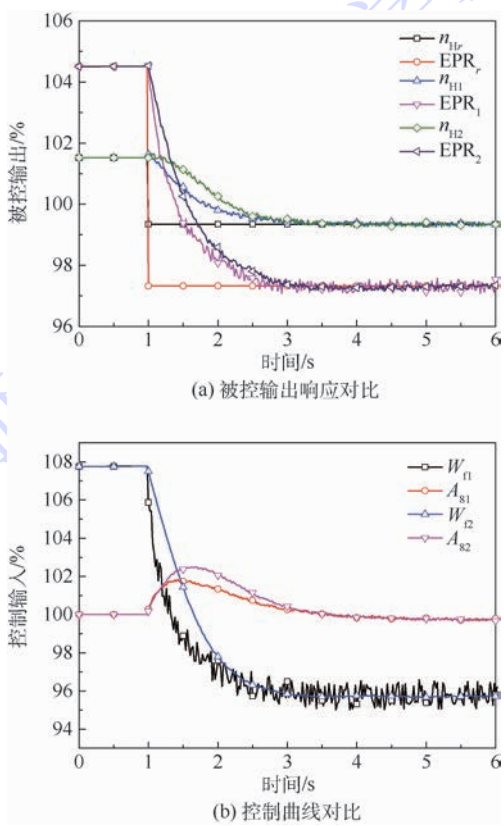


图 4 存在测量噪声时控制器式(39)与控制器式(40)作用下系统仿真结果对比

Fig. 4 Comparison of simulation results between controller Eq. (39) and controller Eq. (40) when measurement noise exists

北航学报 赠阅

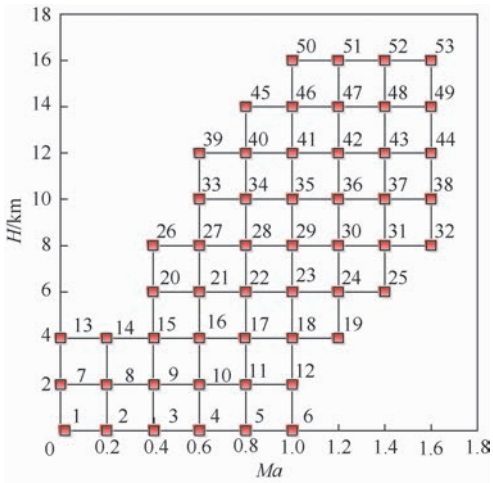


图 5　飞行包线设计点位置分布图

Fig. 5　Design point position distribution in flight envelope

处被控输出响应曲线如图 7(b)所示，发动机③号点处被控输出响应曲线如图 7(c)所示。观察图 7可知本文设计的分散鲁棒跟踪控制器及增益调度方法在飞行包线内非设计点非设计阶跃下也能取得令人满意的控制效果。

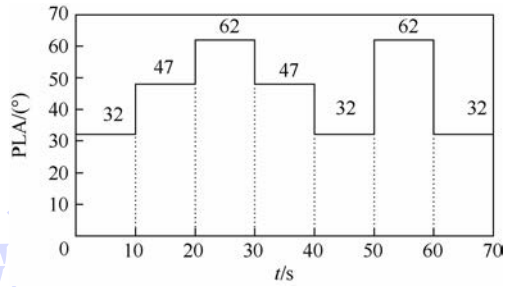
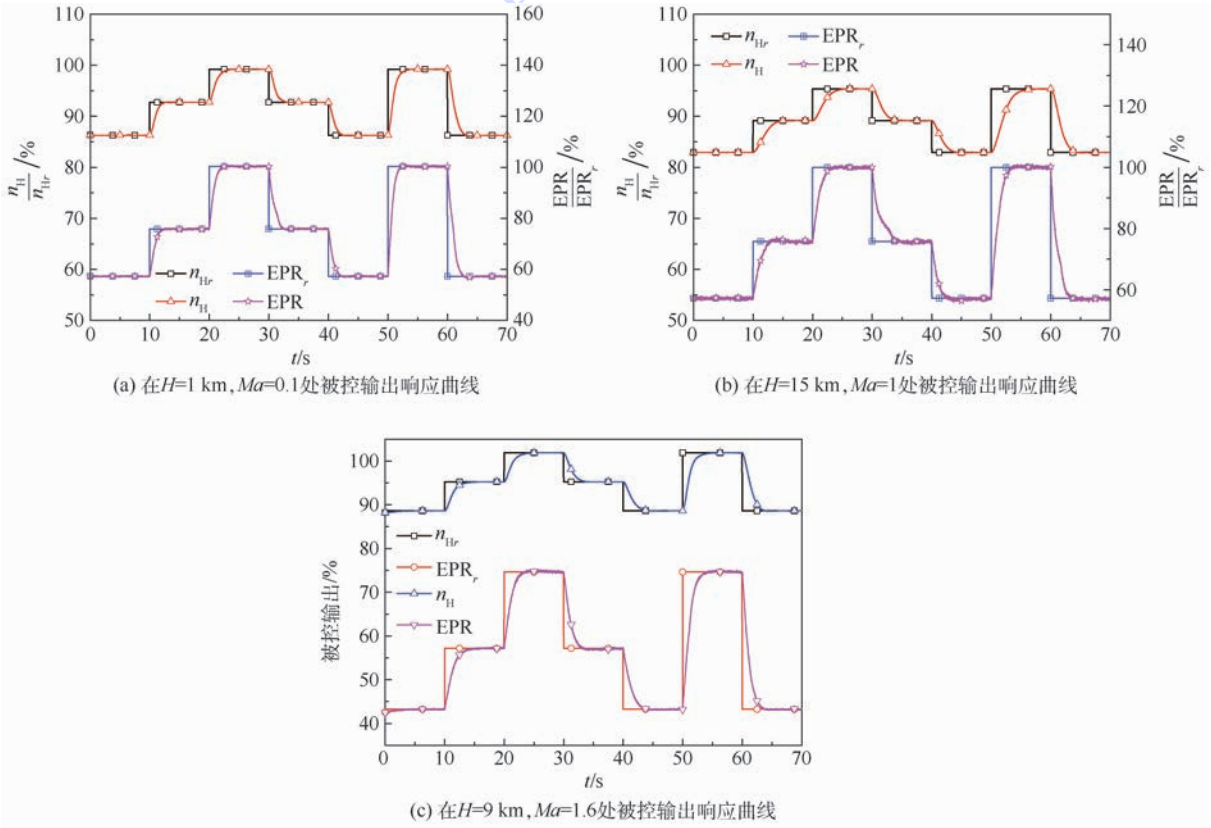


图 6　仿真过程中 PLA 随时间变化关系

Fig. 6　Variation of PLA with time in simulation process



(a) 在H=1 km，Ma=0.1处被控输出响应曲线

(b) 在H=15 km，Ma=1处被控输出响应曲线

(c) 在H=9 km，Ma=1.6处被控输出响应曲线

图 7　发动机在不同工作点处大范围阶跃跟踪控制仿真结果

Fig. 7　Simulation results in wide-range step tracking control at different operating points of engine

5　结　论

以某型双转子、小涵道比涡扇发动机为对象，进行了基于多变量分散跟踪控制的全包线大范围增益调度控制器设计与应用研究。主要结论如下：

1）设计了具有动态响应可调的单点分散鲁棒跟踪控制器，并在此基础上采用参数调整法减小控制器增益从而抑制噪声存在时控制变量的抖动，同时逐步推进得到相邻设计点分散鲁棒跟踪控制器参数。

2）在飞行包线内取了 53 个设计点，每个设计点设计了 72 种设计阶跃，采用递进法得到所有设计点下所有设计阶跃的控制器参数，并列于插值表中，利用设计好的插值表得到航空发动机在任意飞行条件下从任意工作状态阶跃到另一工作

北航学报 赠阅

状态时控制器参数。

3）基于某型双转子、小涵道比涡扇发动机部件级模型，进行 PLA 大范围变化时转速和压比控制仿真。通过设计点和随机选取的非设计点仿真结果表明：所设计的基于多变量分散跟踪控制的全包线大范围增益调度控制器能够保证航空发动机在飞行包线内任意飞行条件下从任意起始工作状态都能快速平稳无稳态误差地过渡到另一工作状态。

参考文献（References）

[1] JAMSHID M. Large-scale systems: Modeling and control[M]. New York: Elsevier, 1983: 188.

[2] SABATTO S Z, MGAYA R, BODRUZZAMANM. Modeling and simulation studies of a decentralized architecture for a distributed turbine engine controls[C]// 47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2011: 6011.

[3] PEREZ R A, LOU K N. Decentralised multivariable control and stability of a gas turbine engine[J]. IEEE Proceedings-Control Theory and Applications, 1994, 141(6): 357-366.

[4] ZECEVIC A I, NESKOVIC G, SILJAK D D. Robust decentralized exciter control with linear feedback[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(2): 1096-1103.

[5] CHENG C W, WU Q, ALEXANDER T T. Decentralized robust controller design for uncertain large-scale systems with control delays[J]. International Journal of Systems Science, 2001, 32(1): 33-41.

[6] PANDIAN S R, HANMANDLU M. Decentralized model-based control of a class of large-scale interconnected systems[J]. International Journal of Systems Science, 1993, 24(3): 499-514.

[7] WU H S. Decentralised adaptive controllers for robust tracking and model following of uncertain large scale systems[J]. International Journal of Control, 2009, 82(2): 268-278.

[8] WU H S. Decentralised adaptive robust control of uncertain large-scale non-linear dynamical systems with multiple time-varying delays[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(5): 629-640.

[9] CHEN Y H. Decentralized robust output and estimated state feedback controls for large-scale uncertain systems[J]. International Journal of Control, 1987, 46(6): 1979-1992.

[10] HA Q P, TRINH H. Observer-based control of multi-agent systems under decentralized information structure[J]. International Journal of Systems Science, 2004, 35(12): 719-728.

[11] ELMAHDI A, TAHA A F, SUN D F. Observer-based decentralized control scheme for stability analysis of networked systems [C]// 11th IEEE International Conference on Control & Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 862-875.

[12] TSENG C S, CHEN B S. H_∞ decentralized fuzzy model reference tracking control design for nonlinear interconnected systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2001, 9(6): 795-809.

[13] TONG S C, LIU C L, LI Y M. Fuzzy-adaptive decentralized output-feedback control for large-scale nonlinear systems with dynamical uncertainties[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2010, 18(5): 845-861.

[14] TONG S C, LI Y M, ZHANG H G. Adaptive neural network decentralized backstepping output-feedback control for nonlinear large-scale systems with time delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(7): 1073-1086.

[15] CHEN Y H. Decentralized robust control system design for large-scale uncertain systems[J]. International Journal of Control, 1988, 47(5): 1195-1205.

[16] HAN M C, CHEN Y H. Decentralized control design: Uncertain systems with strong interconnections[J]. International Journal of Control, 1995, 61(6): 1363-1385.

[17] UDWADIA F E, KOGANTIP B, WANICHANON T, et al. Decentralised control of nonlinear dynamical systems[J]. International Journal of Control, 2014, 87(4): 827-843.

[18] LIN S T, LEE C M. Multivariable control of the J-85 turbojet engine for full flight envelope operation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 19(4): 913-920.

[19] 李嘉，李华聪，徐轩，等. 航空发动机多变量变增益控制器设计及仿真[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(9)：1958-1968.
LI J, LI H C, XU X, et al. Multi-variable variable gain controller design and simulation based on aero engine[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(9): 1958-1968 (in Chinese).

[20] 隋岩峰，于达仁，隋鹏. 涡扇发动机自增益调度 H_∞ 控制器设计[J]. 航空动力学报，2005，20(5)：857-861.
SUI Y F, YU D R, SUI P. Design of self-scheduled H_∞ control for turbofan engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(5): 857-861 (in Chinese).

[21] 姚华，鲍亮亮，孙健国. 基于神经网络的航空发动机全包线PID控制[J]. 南京航空航天大学学报，2007，39(2)：236-239.
YAO H, BAO L L, SUN J G. Aeroengine PID control over whole envelope based on neural network[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 39(2): 236-239 (in Chinese).

[22] 王海泉，郭迎清，李睿，等. 航空发动机全飞行包线鲁棒控制器设计研究[J]. 测控技术，2009，28(5)：48-51.
WANG H Q, GUO Y Q, LI R, et al. Design of full flight envelope controller for aero-engine[J]. Journal of Measurement and Control Technology, 2009, 28(5): 48-51 (in Chinese).

[23] 吴斌，黄金泉. 航空发动机全包线鲁棒变增益 LPV 控制律设计[J]. 南京航空航天大学学报，2014，46(2)：252-258.
WU B, HUANG J Q. Robust gain scheduling LPV control design for aeroengine in full envelope[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 46(2): 252-258 (in Chinese).

[24] 吴斌，黄金泉. 航空发动机增益调度控制的多项式平方和规划方法[J]. 航空动力学报，2016，31(6)：1460-1468 .
WU B, HUANG J Q. Self-Scheduled control method for aero-engine based on sum of squares programming of polynomial[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(6): 1460-1468 (in Chi-

北航学报 赠阅

nese).

[25] 吴斌，黄金泉. 基于切换多胞 LPV 的涡扇发动机全包线中间状态控制[J]. 航空动力学报，2016，31(8)：2040-2048.
WU B，HUANG J Q. Intermediate state control of turbofan engine in full envelope based on switched polytopic LPV approach [J]. Journal of Aerospace Power，2016，31(8)：2040-2048(in Chinese).

[26] BOYD S，GHAOUI L E，FERON E，et al. Linear matrix inequality in system and control theory[M]//SIAM Studies in Applied Mathematics. Philadelphia：SIAM，1994：28.

[27] PETERSEN I R，HOLLOTH C V. A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems[J]. Automatica，1986，22(4)：397-411.

作者简介：

潘慕绚　女，博士，副教授，硕士生导师。主要研究方向：航空发动机控制系统设计及仿真。

曹良进　男，硕士研究生。主要研究方向：航空发动机控制系统设计及仿真。

Gain scheduling based decentralized robust control for aircraft engines

PAN Muxuan*，CAO Liangjin，HUANG Jinquan

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System，College of Energy and Power Engineering，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China)

Abstract：Considering the aircraft engine full envelope tracking control under the nonlinear variation dynamic feature within wide range，the decentralized robust tracking controller is proposed. In order to ensure system stability and at the same time make the convergent rates of tracking errors adjustable，the dynamic response exponential convergent parameter is introduced. A set of operating points in the full envelope are chosen，and the aircraft engine power level is denoted by power lever angle (PLA). For every 5°，a PLA is chosen as a design power level. A design step process is described by a process in which the aircraft engine transfers from initial design power level to another design power level. Considering every design step process，a decentralized robust tracking controller was designed based on "stepping method". The parameters of decentralized robust tracking controller in off-design step process were scheduled by linear interpolation. A simulation was conducted on component-level model of a certain type of turbofan engine. The results validate the effectiveness of the control method.

Keywords：aircraft engine；full envelope；tracking control；decentralized robust control；gain scheduling

Received：2017-10-24；**Accepted**：2018-01-24；**Published online**：2018-01-26 16：42

URL：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180126.1634.002.html

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (51406084)；Foudation of Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System (NJ20160020)

* **Corresponding author**. E-mail：muxuan.pan@nuaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0807

基于截断误差的改进脉冲星导航观测方程

许强，王宏力，何贻洋，由四海，冯磊*
（火箭军工程大学 导弹工程学院，西安 710025）

摘 要：针对X射线脉冲星导航中，传统的扩展卡尔曼滤波（EKF）算法因为线性化需要从而忽略观测模型高阶项导致较大截断误差的问题，提出一种适用于脉冲星导航的改进线性观测方程。首先，详细分析了观测方程简化过程中会造成截断误差的周年视差效应及引力延迟效应的物理意义，介绍了2个高阶项的数学模型，并对2项进行了详细的数值分析。其次，利用泰勒展开等方式，将2个高阶项进行线性化处理，建立一种改进的线性观测方程。最后，利用地球卫星轨道数据，将2个线性观测方程分别应用到脉冲星导航的EKF解算中验证改进线性观测方程的有效性。结果表明，在考虑高阶项影响的条件下，改进的线性观测方程均能保证250 m和2 m/s以内的位置和速度估计误差而且对高阶项变化表现出一定的鲁棒性，但传统的简化线性观测方程却会导致发散。

关 键 词：脉冲星导航；截断误差；周年视差效应；引力延迟效应；线性化
中图分类号：V448.22+4
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1974-08

X射线脉冲星是宇宙中高速旋转并周期性地辐射电磁脉冲的中子星。由于具有高度稳定的旋转周期，使得脉冲星所辐射脉冲的周期及轮廓具有较强的不变性和较高的可识别性。X射线脉冲星导航系统就是利用其稳定的X射线脉冲信号作为观测量进行航天器导航的系统，它具有隐蔽性高、自主性强、抗干扰性好等优点。近年来关于X射线脉冲星导航的相关研究也日益深入。美国国防高等研究计划局早在2004年就已经正式提了X射线脉冲星导航计划——XNAV计划，并于2005年开始研制[1]，欧洲航空局也在2005年制定了类似的“深空探测器脉冲星导航研究（deep space vessel pulsar navigation study）”计划。后续俄罗斯、日本等也都相继开展了相关的研究项目。中国在2016年11月10日于酒泉卫星发射中心成功发射了第一颗脉冲星导航试验卫星XPNAV-1[2]。

X射线脉冲星导航的测量原理是根据航天器与太阳系质心（SSB）在脉冲星方向的多普勒延迟得到航天器在SSB坐标系中的状态[3]。观测量是脉冲到达航天器与SSB的时间差或其与光速的乘积。但在宇宙中，脉冲信号的传播会受天体运动、相对论效应等的影响而产生变化，也就在观测方程之中引入了高阶项[4]。在当前研究中，扩展卡尔曼滤波（EKF）算法因具有工程实现简单、算法成熟、实时性好等特点而得到广泛应用。但是在X射线脉冲星导航中应用EKF算法时却常常因为线性化需要而忽略观测模型高阶项的影响[5-8]，这实际会给导航结果带来较大截断误差甚至导致发散。这些高阶项的变化大多是慢时变的，短时间内可以认为是常值并进行补偿，长时间来看却有着较大的变化波动。对于X射线脉冲星导航在深空探测器、长期在轨卫星上的应用影

收稿日期：2017-12-28；**录用日期**：2018-03-23；**网络出版时间**：2018-03-26 17:45
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180326.1603.001.html
基金项目：国家自然科学基金（61503391）
*通信作者. E-mail：fengl1983@126.com

引用格式：*许强，王宏力，何贻洋，等. 基于截断误差的改进脉冲星导航观测方程[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1974-1981. XU Q，WANG H L，HE Y Y，et al. Improved pulsar navigation measurement equation based on truncation errors[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1974-1981 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

响较大,有必要通过在线估计的方法予以补偿。

针对以上问题,本文以地球长期在轨卫星为背景,通过对高阶项的产生机理及数值量级进行仿真分析,提出一种改进的线性观测方程。该方程既不需要额外增加状态量,也满足以 EKF 为基础的各种拓展滤波算法应用于脉冲星导航时对观测方程线性化的要求。并通过对比不同时段 X 射线脉冲星导航系统的仿真结果,证明了该方程的有效性。

1　典型脉冲星导航空间方程

1.1　状态方程

X 射线脉冲星导航的状态方程是基于航天器在地球质心惯性系中的动力学方程建立起来的。状态量选为航天器在地球质心惯性系中的位置和速度。在考虑二阶带谐项时,其状态方程为[9]

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\text{earth}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}\\ \boldsymbol{a}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_x\\ v_y\\ v_z\\ -\mu\dfrac{x_{\text{e}}}{\rho^3}\left[1-J_2\left(\dfrac{R_{\text{E}}}{\rho}\right)^2\left(7.5\dfrac{z_{\text{e}}^2}{\rho^2}-1.5\right)\right]+\Delta F_x\\ -\mu\dfrac{y_{\text{e}}}{\rho^3}\left[1-J_2\left(\dfrac{R_{\text{E}}}{\rho}\right)^2\left(7.5\dfrac{z_{\text{e}}^2}{\rho^2}-1.5\right)\right]+\Delta F_y\\ -\mu\dfrac{z_{\text{e}}}{\rho^3}\left[1-J_2\left(\dfrac{R_{\text{E}}}{\rho}\right)^2\left(7.5\dfrac{z_{\text{e}}^2}{\rho^2}-4.5\right)\right]+\Delta F_z\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中:矢径 $\rho=\sqrt{x_{\text{e}}^2+y_{\text{e}}^2+z_{\text{e}}^2}$,$x_{\text{e}}$、$y_{\text{e}}$ 和 z_{e} 为航天器在地球质心惯性系中的位置在 3 个方向上的分量;状态 $\boldsymbol{x}_{\text{earth}}=(x_{\text{e}},y_{\text{e}},z_{\text{e}},v_x,v_y,v_z)$,$v_x$、$v_y$ 和 v_z 为地球质心惯性坐标系中的速度在 3 个方向上的分量;ΔF_x、ΔF_y 和 ΔF_z 为太阳光压、潮汐摄动和第三天体引力等高阶扰动项,可以将其看作高斯白噪声;$\mu=GM_0$ 为地球引力常数,G 和 M_0 分别为万有引力常数和地球质量;J_2 为二阶带谐项;R_{E} 为地球平均赤道半径。

则可将其状态方程简写为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\text{earth}}(t)=f(\boldsymbol{x}_{\text{earth}},t)+\boldsymbol{w}(t) \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{w}(t)$为系统噪声矩阵,且

$$\boldsymbol{w}(t)=[0\quad 0\quad 0\quad \Delta F_x\quad \Delta F_y\quad \Delta F_z]^{\text{T}} \tag{3}$$

1.2　观测方程

本文 X 射线脉冲星导航中,观测量选用 X 射线脉冲信号到达航天器和 SSB 的时间差 Δt 与光速 c 的乘积。如果不考虑其他物理效应的影响,其简化的观测模型如下[10]:

$$c\Delta t^{(i)}=\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{r}_{\text{sat}} \tag{4}$$

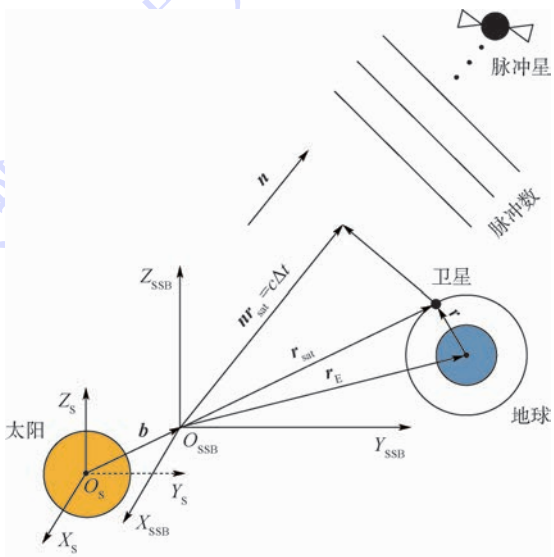
式中:$c\Delta t^{(i)}$ 为第 i 颗脉冲星对应的观测量;$\boldsymbol{n}_i$ 为第 i 颗脉冲星的方向矢量,下标 i 为脉冲星的编号;$\boldsymbol{r}_{\text{sat}}$为卫星在 SSB 坐标系中的位置矢量。由于状态方程中使用的状态量是航天器在地球质心惯性坐标系中的位置和速度,所以可将 $\boldsymbol{r}_{\text{sat}}$ 表示为 $\boldsymbol{r}_{\text{sat}}=\boldsymbol{r}_{\text{E}}+\boldsymbol{r}$,$\boldsymbol{r}_{\text{E}}$ 为 SSB 坐标系中地球的位置,可以通过地球星历预报得到,$\boldsymbol{r}$ 为卫星在地球质心坐标系的位置矢量。所以,X 射线脉冲星的观测方程可以简写为

$$\boldsymbol{y}_k=\begin{bmatrix}c\Delta t^{(1)}\\ c\Delta t^{(2)}\\ \vdots\\ c\Delta t^{(i)}\end{bmatrix}=\boldsymbol{h}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{V}_k \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{y}_k$ 为观测量;$\boldsymbol{V}_k$ 为系统的量测噪声;$\boldsymbol{h}_k=[h_k^{(1)}\quad h_k^{(2)}\quad \cdots\quad h_k^{(i)}]$,且 $\boldsymbol{h}_k^{(i)}=[\boldsymbol{n}_i^{\text{T}}\quad \boldsymbol{0}_{1\times 3}]$。

2　观测模型高阶项分析

如图 1 所示,简化的线性观测模型中仅有几何延迟项,即 $\boldsymbol{n}\boldsymbol{r}_{\text{sat}}=c\Delta t$,$\boldsymbol{n}$ 为脉冲星的方向矢量。脉冲信号在宇宙中传播时理论上能够对传播时间产生影响的还有相对论效应、色散延迟等[4]。但是考虑到当前光子到达时间的测量精度在微秒量级,理论精度应达到 10^{-8} s,所以能够产生截断误差的因素主要考虑地球周年运动导致的周年



O_{S}-$X_{\text{S}}Y_{\text{S}}Z_{\text{S}}$—太阳质心坐标系;$O_{\text{SSB}}$-$X_{\text{SSB}}Y_{\text{SSB}}Z_{\text{SSB}}$—太阳系质心坐标系;$\boldsymbol{b}$—太阳质心到 SSB 的矢量;$\boldsymbol{r}_{\text{E}}$—地球在太阳系质心坐标系中的位置。

图 1　脉冲星导航基本原理

Fig. 1　Basic principle of pulsar navigation

北航学报 赠阅

视差效应和恒星引力场作用下光线弯曲产生的引力延迟效应[11]。

2.1 周年视差效应

假设观测者在地球上对恒星进行观测，由于地球的公转，恒星在天球上的位置也会发生改变。以太阳上观测的恒星在天球上位置作为其平均位置，从地球上观测的位置为其实际位置。由于地球围绕太阳公转，2 个位置会存在一定的偏差，也就是所谓的恒星周年视差。周年视差在日地连线（太阳与地球连线）同星日连线（脉冲星与太阳连线）垂直时达到极大值，如图 2 所示。

理论上而言，被观测恒星距离太阳的距离越远，周年视差效应会越不明显，所以脉冲星导航中此项的时间量也是一个很小的数值。但是在X 射线脉冲星导航的解算过程中，该项会直接与光速相乘，而且由几何原理可知，该项产生的误差投影到 3 个坐标方向上之后，各方向误差的代数和会变大，如式(6)所示：

$$\begin{cases} c\Delta t^{(i)} = \boldsymbol{nr} - c\Delta t_1^{(i)} = \boldsymbol{n}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c\Delta t_1^{(ix)} \\ c\Delta t_1^{(iy)} \\ c\Delta t_1^{(iz)} \end{bmatrix}\right) \\ c\Delta t_1^{(ix)} + c\Delta t_1^{(iy)} + c\Delta t_1^{(iz)} > c\Delta t_1^{(i)} \end{cases} \tag{6}$$

式中：$c\Delta t_1^{(ij)}$ 为第 i 颗脉冲星在 j 方向上造成的位置估计误差；$\Delta t_1^{(i)}$ 为第 i 颗脉冲星由于周年视差效应造成的时间差；x、y 和 z 分别为坐标轴的3 个方向。

在短时间内周年视差效应引起的偏差变化不明显，但是一年内的变化幅值却比较大。如果X 射线脉冲星导航系统长时间的运行，那该项的影响必须予以考虑。关于周年视差效应在X射线脉冲星观测中的影响的具体推导属于天文学范畴，在此直接由式(7)给出[11-12]：

$$\Delta t_1 = \frac{1}{2cD_0}\left[(\boldsymbol{nr}_{\text{sat}})^2 - |\boldsymbol{r}_{\text{sat}}|^2\right] \tag{7}$$

式中：D_0 为脉冲星距离 SSB 的距离。

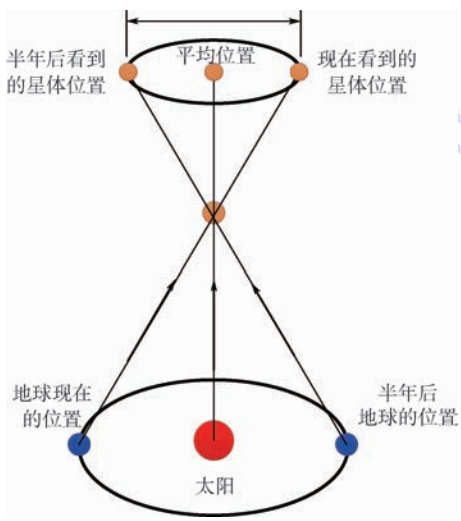


图 2 周年视差效应原理

Fig. 2 Principle of annual parallax effect

2.2 引力延迟效应

引力延迟效应也称 Shapiro 效应，是在太阳系内验证广义相对论的 4 个经典试验之一。它是指当射电或者光信号经过大质量的天体时，受天体重力场的影响其速度方向会发生变化，传播的行程增加，传播到目的地或往返的时间也会因此增加，如图 3 所示[13]。所以如果观测者同样在地球上，当地球位于星日连线上时，引力延迟效应最明显；当地球位于星日连线的延长线上时，引力延迟效应相互抵消，影响效果最小。

引力延迟效应对导航结果的影响同周年视差效应相同，在此不再赘述。根据天文学知识，可以得到太阳系内天体引力延迟效应的总和为[14]

$$\Delta t_2 = -2\sum_l \frac{GM_l}{c^3}\left[\ln\left(\frac{\boldsymbol{nb}_l + |\boldsymbol{b}_l|}{\boldsymbol{nd}_l^{\text{p}} + |\boldsymbol{d}_l^{\text{p}}|}\right) - \ln\left(\frac{\boldsymbol{np}_l + |\boldsymbol{p}_l|}{\boldsymbol{nd}_l^{\text{p}} + |\boldsymbol{d}_l^{\text{p}}|}\right)\right] \tag{8}$$

式中：M_l 为对应天体的质量；$\boldsymbol{b}_l$ 为 SSB 相对于第 l 颗天体的位置；$\boldsymbol{d}_l^{\text{p}}$ 为天体 l 中心到脉冲星的位置矢量；$\boldsymbol{p}_l$ 为航天器相对天体 l 中心的位置矢量。

由于太阳系内太阳质量最大，产生的引力延迟也就最大，约为微秒量级[15]。而其他天体的引力延迟均不大于 10^{-8} s，所以受光子测量精度影响可以不予考虑。若仅考虑太阳引力场的作用，则式(8)可以简化为

$$\Delta t_2 = 2\frac{GM_{\text{sun}}}{c^3}\ln\left(1 + \frac{\boldsymbol{nr}_{\text{sat}} + |\boldsymbol{r}_{\text{sat}}|}{\boldsymbol{nb} + |\boldsymbol{b}|}\right) \tag{9}$$

式中：M_{sun}为太阳质量。

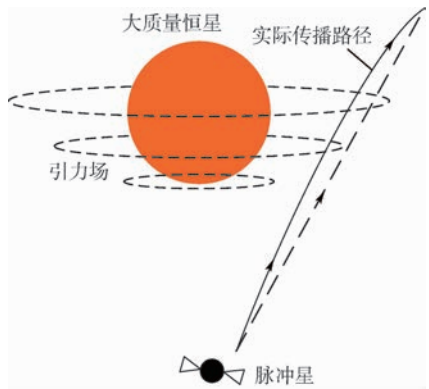


图 3 引力延迟效应原理[13]

Fig. 3 Principle of Shapiro effect[13]

北航学报 赠阅

2.3　数值分析

通过以上分析,能够产生截断误差的主要为地球运动的周年视差效应和太阳的引力延迟效应。利用 STK9.0 版本软件按照表 1 中的轨道参数分别仿真产生一天及一年内的高精度 HPOP 卫星运行轨道,并以表 2[16] 中 B1821 – 24 脉冲星的参数为例计算式(7)和式(9)的结果,太阳质量 $M_{sun}=1.9891\times10^{30}$ kg,万有引力常数 $G=6.67\times10^{-11}$ m$^3\cdot$kg$^{-1}\cdot$s^{-2}。一天和一年内高阶项变化情况结果分别如图 4 和图 5 所示。

通过分析可以发现:周年视差效应和太阳引力延迟效应的变化幅度明显,最大与最小值能相差 10 倍之多,一年内周期变化明显。最大值最小

表 1　轨道参数

Table 1　Parameters of orbit

参　数	数　值
半长轴/km	7 350
离心率	0
轨道倾角/(°)	45
升交点赤经/(°)	0
近地点幅角/(°)	30
初始真近点/(°)	0
起始时刻	2015-10-17 T04:00:00
结束时刻	2016-10-16 T04:00:00

表 2　B1821 – 24 脉冲星的参数[16]

Table 2　Parameters of B1821 – 24 pulsar[16]

脉 冲 星	周期/s	赤经/(°)	赤纬/(°)	距离/kpc	精度/m
B1821 – 24	0.003 045	276.133	– 24.869	4.9	325

注:1 kpc $=3.08\times10^{19}$ m。

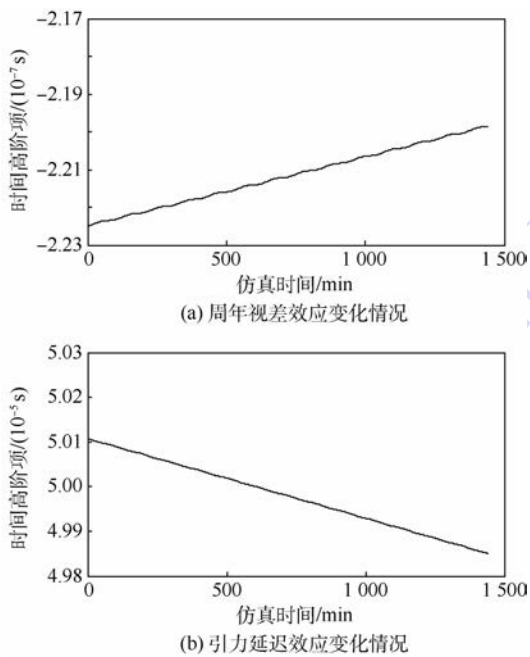


图 4　一天内高阶项变化情况

Fig. 4　Variation of higher order terms in a day

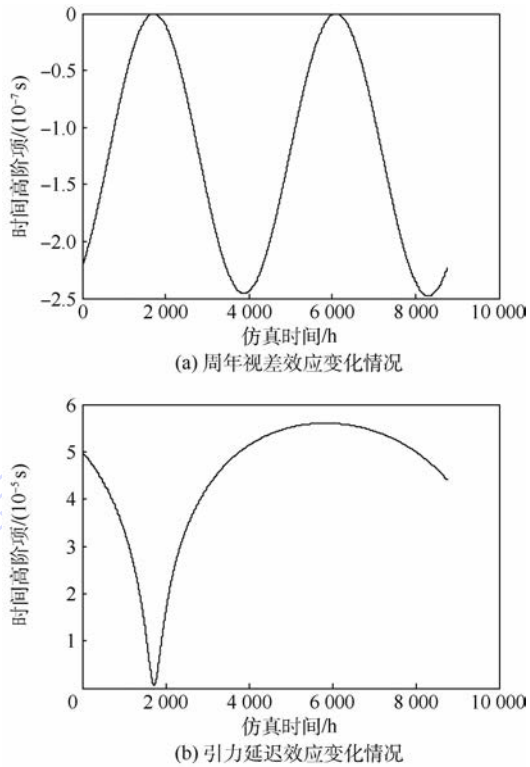


图 5　一年内高阶项变化情况

Fig. 5　Variation of higher order terms in a year

点计算的结果与第 2.1 节及 2.2 节的理论分析相吻合。

3　线性观测方程的改进

由于滤波周期内卫星绕地球的运动相对于卫星到 SSB 的距离 $|\boldsymbol{r}_{sat}|$ 来说非常小,所以结合式(7),在 k 时刻可对脉冲星导航中的周年视差效应做如下化简:

$$\Delta t_1 \approx \frac{1}{2cD_0}[(\boldsymbol{n}\boldsymbol{r}_{sat(k-1)})\boldsymbol{n}-\boldsymbol{r}_{sat(k-1)}]\boldsymbol{r}_{sat(k)} \tag{10}$$

式中:$\boldsymbol{r}_{sat(k-1)}$ 为 $k-1$ 时刻卫星在 SSB 中的位置;$\boldsymbol{r}_{sat(k)}$ 为 k 时刻卫星在 SSB 中的位置。

引力延迟效应的影响量级最大,同理也可对 k 时刻的式(9)进行如下简化处理:

$$\Delta t_2 \approx 2\frac{GM_{sun}}{c^3}\ln\left(1+\frac{\boldsymbol{n}\boldsymbol{r}_{sat(k)}+|\boldsymbol{r}_{sat(k-1)}|}{\boldsymbol{n}\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|}\right)=$$
$$2\frac{GM_{sun}}{c^3}\ln\left(1+\frac{|\boldsymbol{r}_{sat(k-1)}|}{\boldsymbol{n}\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|}+\frac{\boldsymbol{n}\boldsymbol{r}_{sat(k)}}{\boldsymbol{n}\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|}\right) \tag{11}$$

令

$$\begin{cases} a_1 = 2\dfrac{GM_{sun}}{c^3} \\ a_2 = 1+\dfrac{|\boldsymbol{r}_{sat(k-1)}|}{\boldsymbol{n}\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|} \\ \boldsymbol{a}_3 = \dfrac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n}\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|} \end{cases} \tag{12}$$

北航学报 赠阅

则将式(11)在 $k-1$ 时刻对 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}}$ 进行一阶泰勒展开:

$$a_1\ln(a_2+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k)})=a_1\ln(a_2+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)})+a_1\frac{\boldsymbol{a}_3}{a_2+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}}(\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k)}-\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)})+\Delta \tag{13}$$

式中:Δ 为泰勒展开中二阶以上高阶项。

省略二阶以上高阶项后可得

$$\Delta t_2\approx a_1\ln(a_2+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)})-a_1\frac{\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}}{a_2+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}}+a_1\frac{\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k)}}{a_2+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}} \tag{14}$$

综上所述,结合式(5)、式(10)、式(12)、式(14),可将改进的带有高阶项的线性观测方程写为

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_k=\begin{bmatrix}c\Delta t^{(1)}-w_k^{(1)}\\ c\Delta t^{(2)}-w_k^{(2)}\\ \vdots\\ c\Delta t^{(i)}-w_k^{(i)}\end{bmatrix}=\tilde{\boldsymbol{h}}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{V}_k \tag{15}$$

式中:$\tilde{\boldsymbol{y}}_k$ 为改进后的观测量。

$$\boldsymbol{w}_k=[w_k^{(1)}\quad w_k^{(2)}\quad\cdots\quad w_k^{(i)}]^{\mathrm{T}}$$

$$w_k^{(i)}=2\frac{GM_{\mathrm{sun}}}{c^2}\ln\left(1+\frac{\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}+|\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}|}{\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|}\right)-2\frac{GM_{\mathrm{sun}}}{c^2}\cdot\frac{\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}}{\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}|+\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}}$$

$$\tilde{\boldsymbol{h}}_k=[\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{(1)}\quad\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{(2)}\quad\cdots\quad\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{(i)}]$$

$$\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{(i)}=\left[\left[\boldsymbol{n}_i+\frac{1}{2D_0}[(\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)})\boldsymbol{n}_i-\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}]+2\frac{GM_{\mathrm{sun}}}{c^2}\cdot\frac{\boldsymbol{n}_i}{\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}|+\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}(k-1)}}\right]^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{0}_{1\times3}\right]$$

4 仿真分析

为验证本文所提出的改进观测方程对导航结果的提高效果,本文利用表 1 中的数据仿真产生卫星运行轨道。所用的 X 射线背景流量 $B_{\mathrm{X}}=0.005\ \mathrm{ph\cdot cm^{-2}\cdot s^{-1}}$,探测器面积 $A=1\ \mathrm{m^2}$,脉冲星导航周期为 60 s,导航采用 B0531+21、B1821-24 及 B1937+21 三颗脉冲星,具体参数见表 3[16]。地球引力常数为 $3.986\,004\,418\times10^{14}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg}$,光速为 $3\times10^8\ \mathrm{m/s}$,重力二阶带谐系数为 0.001 082 63,地球赤道半径为 $6.378\,137\times10^6\ \mathrm{m}$。本文中脉冲星导航的其他初始条件设置如下:

1)初始误差为

$\delta\boldsymbol{x}=(1\,000\ \mathrm{m},1\,000\ \mathrm{m},1\,000\ \mathrm{m},20\ \mathrm{m/s},20\ \mathrm{m/s},20\ \mathrm{m/s})$

2)初始误差协方差为

$\boldsymbol{P}(0)=\mathrm{diag}[1\,000^2\ \mathrm{m^2},1\,000^2\ \mathrm{m^2},1\,000^2\ \mathrm{m^2},20^2\ \mathrm{m^2/s^2},20^2\ \mathrm{m^2/s^2},20^2\ \mathrm{m^2/s^2}]$

3)系统噪声协方差为

$\boldsymbol{Q}_k=\mathrm{diag}[q_1^2,q_1^2,q_1^2,q_2^2,q_2^2,q_2^2]$

式中:$q_1=8\ \mathrm{cm}$;$q_2=0.05\ \mathrm{mm/s}$。

4)量测噪声协方差为

$\boldsymbol{R}_k=\mathrm{diag}[109^2\ \mathrm{m^2},325^2\ \mathrm{m^2},344^2\ \mathrm{m^2}]$

通过第2节对高阶项的分析可以得知,假如从卫星上对脉冲星进行观测,在一年中有 4 个点比较特殊,都是在日卫连线(太阳与卫星连线)与星日连线相共线或垂直时。由于导航的截断误差同时受 3 颗脉冲星的高阶项变化影响,所以 3 颗脉冲星高阶项总和的周年变化在脉冲星导航中是有实际影响意义的。

表 3 导航用脉冲星参数[16]

Table 3 Parameters of pulsars used for navigation[16]

脉冲星	周期/s	赤经/(°)	赤纬/(°)	距离/kpc	精度/m
B0531+21	0.033 084	83.633	22.014	2.0	109
B1821-24	0.003 045	276.133	-24.869	4.9	325
B1937+21	0.001 557	294.910	21.583	3.6	344

3 颗脉冲星高阶项总和的周年变化情况如图 6所示。为了验证改进的线性观测方程的有效性,本文选取其最大值和最小值点,即 2015 年 10 月17 日与 2015 年 12 月 29 日进行仿真运算,仿真结果见图 7 ~ 图 10。同时为了更好地评价算法的估计性能,本文采用均方根误差(RMSE)作为导航误差的计算公式[17],统计区间为一天中的(900,1 440) min 区间,RMSE 的表达式为

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\sum_{k=1}^{M}\|\Delta\boldsymbol{r}_k\|} \tag{16}$$

式中:$\Delta\boldsymbol{r}_k$ 为第 k 时刻真实的轨道位置与滤波器估计位置之间的距离。

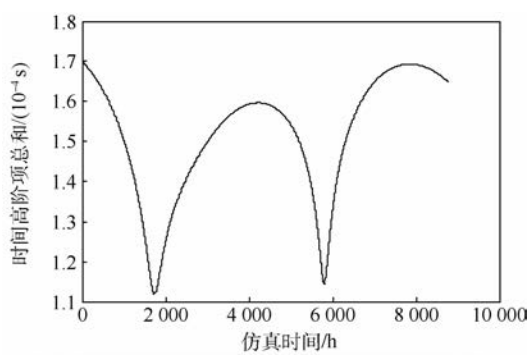


图 6 全年 3 颗脉冲星高阶项总和变化

Fig. 6 Whole year variation of summation of three pulsars' higher order terms

北航学报 赠阅

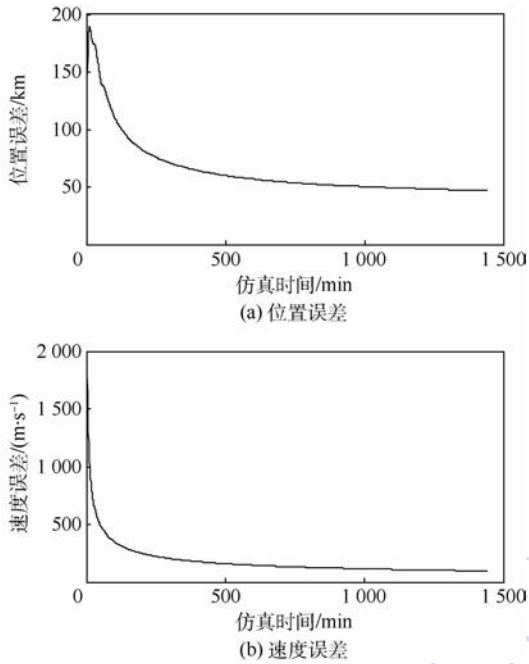


图 7　2015 年 10 月 17 日简化线性观测方程估计结果

Fig. 7　Estimation results of simplified linear measurement equation on October 17, 2015

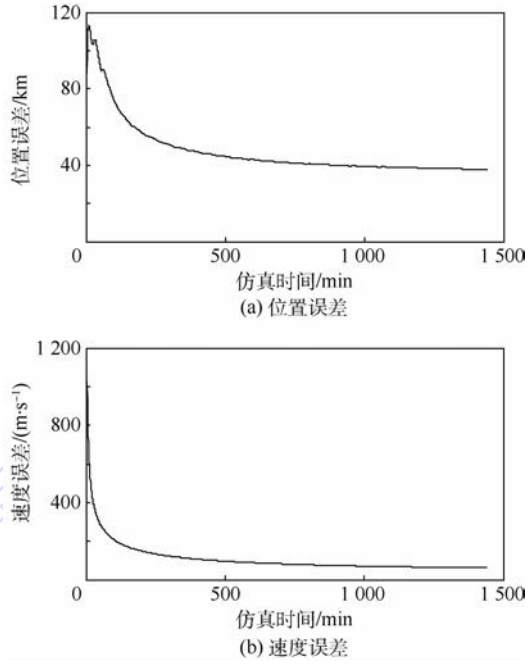


图 9　2015 年 12 月 29 日简化线性观测方程估计结果

Fig. 9　Estimation results of simplified linear measurement equation on December 29, 2015

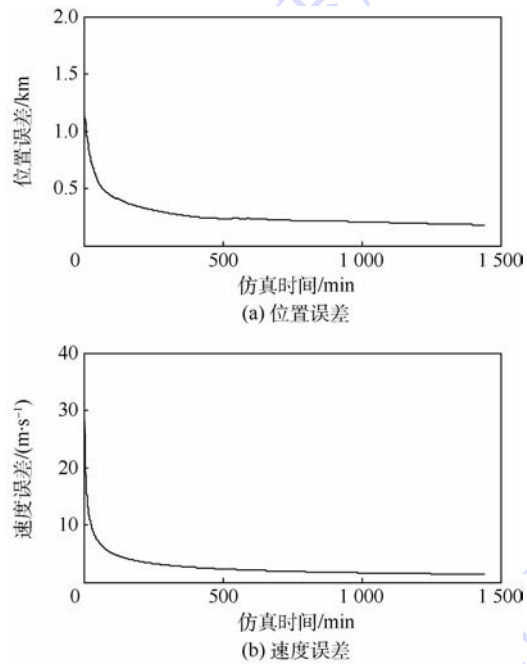


图 8　2015 年 10 月 17 日改进线性观测方程估计结果

Fig. 8　Estimation results of improved linear measurement equation on October 17, 2015

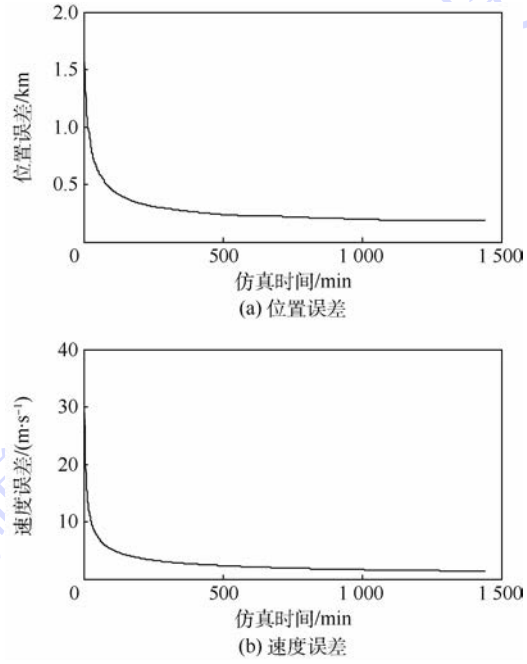


图 10　2015 年 12 月 29 日改进线性观测方程估计结果

Fig. 10　Estimation results of improved linear measurement equation on December 29, 2015

为了降低随机因素对结果的影响，将 2 个线性观测方程分别独立运算 50 次并对导航结果求平均值，结果信息统计如表 4 所示。通过运行结果的图表来看，在考虑高阶项的情况下使用简化线性观测方程进行 EKF 解算时，忽略高阶项影响而产生的较大截断误差已经导致滤波发散，而改进的线性观测方程却仍然能够较好较快地将位置估计误差收敛到 250 m 以内，速度估计误差 2 m/s 以内，并且在高阶项的最大值点与最小值点的位置估计误差仅相差 2.6 m，速度误差仅相差 0.038 2 m/s。方程对高阶项的变化表现出较好的鲁棒性。通过运算时间反应运算量，在 60 s 更新

北航学报 赠阅

周期的条件下,用配置 i3 处理器的台式计算机运行 2012A 版本 MATLAB 进行导航解算,2 种方程进行一天内的导航解算,总运行时间分别为 2.054 4 s 和 1.749 0 s,平均每次计算仅相差 0.000 2 s。

表 4 2 种观测方程的估计误差

Table 4 Estimate errors of two measurement equations

日 期	简化观测方程		改进观测方程	
	位置误差/km	速度误差/(m·s^{-1})	位置误差/km	速度误差/(m·s^{-1})
2015-10-17(最大值点)	51.631 1	120.003 9	0.244 5	1.871 5
2015-12-29(最小值点)	40.132 7	74.361 0	0.241 9	1.909 7

5 结 论

本文提出一种适用于脉冲星导航的改进线性观测方程。该方程包含了脉冲星观测模型中会对观测量造成较大高阶截断误差的周年视差效应和引力延迟效应。仿真结果表明:

1) 在考虑周年视差效应和引力延迟效应影响的情况下,简化的线性观测方程在 EKF 算法中会产生发散,而改进的线性观测方程却能较快的得到 250 m 和 2 m/s 以内的位置和速度估计误差。

2) 改进的线性观测方程对高阶项的变化具有一定的鲁棒性。在高阶项变化的最大值和最小值点位置估计误差仅相差 2.6 m,速度估计误差仅相差 0.038 2 m/s,适合长时在轨航天器的导航解算。

参考文献(References)

[1] PINES D J. ARPA/DARPA space programs[M]. Arlington: XNAV Industry Day, 2004: 1-5.

[2] 帅平,张新源,黄良伟,等. 脉冲星导航试验卫星科学观测数据分析[J]. 空间控制技术与应用,2017,43(2):1-6.
SHUAI P, ZHANG X Y, HUANG L W, et al. X-ray pulsar navigation test satellite science data analysis[J]. Aerospace Control and Application, 2017, 43(2): 1-6(in Chinese).

[3] 帅平,陈绍龙,吴一凡,等. X 射线脉冲星导航原理[J]. 宇航学报,2007,28(6):1538-1543.
SHUAI P, CHEN S L, WU Y F, et al. Navigation principles using X-ray pulsars[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(6): 1538-1543(in Chinese).

[4] 毛悦,宋小勇. 脉冲星时间模型精化及延迟修正分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2009,34(5):581-584.
MAO Y, SONG X Y. Accurating and delay correction analysis of pulsar timing model[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(5): 581-584(in Chinese).

[5] 刘劲. 基于 X 射线脉冲星的航天器自主导航方法研究[D]. 武汉:华中科技大学,2008:55-56.
LIU J. X-ray pulsar-based spacecraft autonomous navigation[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2008: 55-56(in Chinese).

[6] 乔黎. X 射线脉冲星高轨道卫星自主导航及其应用技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2010:23-27.
QIAO L. X-ray pulsar-based autonomous navigation and its application to high earth orbits satellites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010: 23-27(in Chinese).

[7] 王敏. 基于 X 射线脉冲星的航天器自主导航滤波算法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2015:14-18.
WANG M. The research of spacecraft autonomous navigation algorithm based on the X-ray pulsars[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015: 14-18(in Chinese).

[8] CHEN P T, SPEYER J L, BAYARD D S, et al. Autonomous navigation using X-ray pulsars and multirate processing[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 40(9): 2237-2249.

[9] NING X L, GUI M Z, ZHANG J, et al. Impact of the pulsar's direction on CNS/XNAV integrated navigation[J]. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(6): 3043-3055.

[10] 宁晓琳,马辛,张学亮,等. 基于 ASUKF 的火星探测器脉冲星自主导航方法[J]. 北京航空航天大学学报,2012,38(1):22-27.
NING X L, MA X, ZHANG X L, et al. Autonomous pulsars navigation method based on ASUKF for Mars probe[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(1): 22-27(in Chinese).

[11] 费保俊,孙维瑾,潘高田,等. X 射线脉冲星自主导航的光子到达时间转换[J]. 空间科学学报,2010,30(1):85-90.
FEI B J, SUN W J, PAN G T, et al. Transformation of photon time of arrival in XNAV[J]. Chinese Journal of Space Science, 2010, 30(1): 85-90(in Chinese).

[12] 孙海峰. X 射线脉冲星导航信号特性分析及具有多物理特性的仿真系统研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2015:25-28
SUN H F. Study on signal characteristics of X-ray pulsar based navigation and simulation experiment system with multi-physical features[D]. Xi'an: Xidian University, 2015: 25-28(in Chinese).

[13] 李小平,方海燕,孙海峰,等. X 射线脉冲星大尺度时间转换模型研究[J]. 载人航天,2015,21(6):628-634.
LI X P, FANG H Y, SUN H F, et al. Research on large-scale time transform model of X-ray pulsar[J]. Manned Spaceflight, 2015, 21(6): 628-634(in Chinese).

[14] SHEIKH S I, HELLINGS R W, MATZNER R A. High-order pulsar timing for navigation[C]// Proceeding of the 63rd Annual Meeting of the Institute of Navigation. Cambridge: Institute of Navigation, 2007: 432-443.

[15] 杨廷高. 关于脉冲星脉冲到达时间转换方程[J]. 时间频率学报,2009,32(2):154-159.
YANG T G. On transfer equation of pulsar pulse arrival time[J]. Journal of Time and Frequency, 2009, 32(2): 154-159(in Chinese).

北航学报 赠阅

[16] 李志豪. 基于 X 射线脉冲星的航天器导航滤波算法仿真分析[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008:52.
LI Z H. Simulation and analysis of the filters for spacecraft navigation based on X-ray pulsars[D]. Changsha:National University of Defense Technology,2008:52(in Chinese).

[17] 李晓宇,姜宇,金晶,等. 脉冲星导航系统的星历表误差 RKF 校正算法[J]. 宇航学报,2017,38(1):26-33.
LI X Y,JIANG Y,JIN J,et al. RKF method for pulsar based navigation with emphasis error correction[J]. Journal of Astronautics,2017,38(1):26-33(in Chinese).

作者简介:

许强　男,硕士研究生。主要研究方向:X 射线脉冲星导航。

王宏力　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:导航、制导与仿真。

冯磊　男,博士,讲师。主要研究方向:导航、制导与仿真。

Improved pulsar navigation measurement equation based on truncation errors

XU Qiang, WANG Hongli, HE Yiyang, YOU Sihai, FENG Lei*

(College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: Considering that the traditional extended Kalman filter (EKF) algorithm has to neglect the higher order terms of the measurement model because of linearization, which causes the problem of large truncation errors in X-ray pulsar navigation, an improved linear measurement equation suitable for pulsar navigation is proposed. First, the paper analyzes the physical meaning of annual parallax effect and Shapiro effect which cause the truncation error in the process of simplifying the measurement equation. The two higher order terms' mathematical models are established and numerical analysis is conducted. Then, using the method of Taylor expansion, the two higher order terms are linearized to establish an improved linear measurement equation. Finally, using the earth satellite orbit data, the two measurement equations are respectively applied to the EKF algorithm of the pulsar navigation to verify the validity of the improved measurement equation. The results show that the improved linear measurement equation can guarantee the position and velocity estimation error within 250 m and 2 m/s under the consideration of the higher order terms, and that the improved linear measurement equation has some robustness to the higher order term changes. However, the traditional simplified measurement equation can cause divergence.

Keywords: pulsar navigation; truncation error; annual parallax effect; Shapiro effect; linearization

Received: 2017-12-28; **Accepted**: 2018-03-23; **Published online**: 2018-03-26 17:45
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180326.1603.001.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61503391)
* **Corresponding author**. E-mail: fengl1983@126.com

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0706

基于柔性铰链的二自由度微动平台分析及优化

周睿[1,2], 周辉[1,2], 桂和利[1,3], 董虎[1,2], 曹毅[1,2,*]

(1. 江南大学 机械工程学院, 无锡 214122; 2. 江苏省食品先进制造装备技术重点实验室, 无锡 214122;
3. 无锡科技职业学院, 无锡 214151)

摘 要: 为改进微动平台的动态特性,提出了一种解耦的基于柔性铰链的二自由度微动平台。首先,综合考虑倒圆角直梁型柔性铰链与微动平台的结构特点,设计了一种新型的二自由度微动平台;其次,推导了该微动平台的等效刚度计算模型,并通过理论计算与有限元仿真分析对比,验证了理论模型的正确性;同时探讨了各结构参数对微动平台等效刚度的影响,并进行了灵敏度对比和分析;再次,以提高二自由度微动平台的等效刚度为目标,建立了其优化设计模型,并采用自适应粒子群优化算法对该微动平台的主要结构参数进行了优化。最后,理论计算了该微动平台的固有频率,并通过有限元仿真分析验证了其正确性。上述分析证明了该机构的可行性及有效性。

关 键 词: 二自由度微动平台; 倒圆角直梁型柔性铰链; 有限元分析; 参数优化; 固有频率

中图分类号: V414.5; TH122

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1982-09

随着微定位技术被不断地应用,精密微位移系统成为现代工业生产研究的重要领域。由于其部分可产生弹性变形[1],微动平台中的柔性结构具有结构紧凑、体积小、无机械摩擦、无间隙[2]等优点,常应用在微位移定位平台的结构中(如纳米制造技术[3]、纳米级切削[4]),电化学加工[5]及微雕刻[6],微机电系统中的加工、封装与装配[7],以及医疗领域中的显微手术[8]等。而在动平台的运动过程中[9-14],柔性铰链能够克服常见微定位平台具有的爬行、反向间隙和磨损等缺陷,进而提高微动平台的运动精度。国内外学者围绕柔性铰链在微动平台结构设计[15]中的应用已做了诸多研究。Li 等[16]基于柔性铰链的特性提出了一种新型的二自由度微动平台;田延岭等[17]设计出一种由弹性铰链作为其导向机构的串联微定位平台;崔玉国等[18]基于 Stewart 并联机构,研制出具有对称双圆弧薄板式弹性单元体的微动平台新构型;李仕华等[19]对微动平台进行静态分析,包括静态刚度、弱截面处最大应力,以及动态分析,例如固有频率的分析等,为微动平台的特性研究提供了一种参考。

柔性铰链微动平台的结构可分为串联式和并联式。并联式中的各支链互不影响,且共用一个动平台来实现各方向的运动,相比于串联式的优点是其有效台面更大,且各运动方向上的参数相同。

综上所述,本文以柔性铰链代替传统刚性运动副为理念,提出一种并联式微动平台的新构型,首先,建立了刚度模型并验证了其正确性;然后,分析了各结构参数对等效刚度的影响;最后,在此

收稿日期: 2017-11-13; **录用日期**: 2018-01-19; **网络出版时间**: 2018-03-15 14:14
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180315.0836.001.html
基金项目: 国家自然科学基金(50905075); 江苏省"六大人才高峰"计划(ZBZZ-012); 江苏省普通高校专业学位研究生实践创新计划(SJZZ16-0212)
* **通信作者**. E-mail: caoyi@jiangnan.edu.cn

引用格式: 周睿, 周辉, 桂和利, 等. 基于柔性铰链的二自由度微动平台分析及优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1982-1990. ZHOU R, ZHOU H, GUI H L, et al. Analysis and optimization of 2-DOF micro-positioning stage based on flexible hinges[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1982-1990 (in Chinese).

基础上对微动平台进行了结构参数优化设计[20-21],进一步提高了微动平台的固有频率,增强了其抗干扰能力,达到了改善微动平台动态特性的目的。

1　二自由度微动平台的刚度分析

1.1　二自由度微动平台的结构设计

本文二自由度微动平台应该满足工作范围大、结构简单以及固有频率高的要求。为此,设计出了一种正方形结构的微动平台,其通过柔性铰链连接平台 D 和四周的柔性铰链框架,如图 1 所示。

该微动平台沿 x 和 y 方向的位移是解耦的:以 x 方向受力为例,左右两侧对称的柔性铰链臂有效限制了 y 方向上的运动,减轻了 y 方向上的位移问题,提高了平台的定位精度。而二自由度微动平台的工作情况为:当 x 轴方向受到力 F 的作用时,柔性片段 A、B 向内发生弯曲变形,同时柔性铰链 C 起连接作用,将位移传递给平台 D。该微动平台 x、y 方向完全对称,因此 y 方向受力运动情况相同。

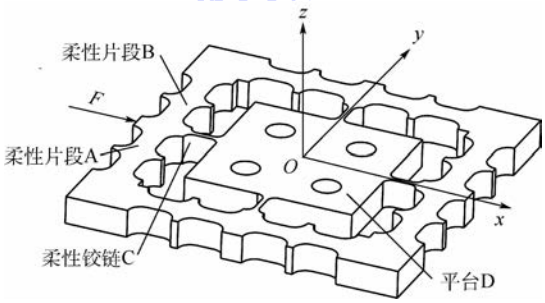


图 1　二自由度微动平台

Fig. 1　2-DOF micro-positioning stage

1.2　倒圆角直梁型柔性铰链的刚度分析

微动平台中常见的柔性铰链为圆弧型柔性铰链和直梁型柔性铰链,但它们分别存在运动范围小和切口处应力集中的缺陷。倒圆角直梁型柔性铰链避免了直角处严重的应力集中,并且具有更大的运动范围,同时兼顾两者优点,因此本文采用倒圆角直梁型的柔性铰链结构。如图 2 所示,其由4个垂直于端面的四分之一圆柱面和2个矩形块对称切割形成倒圆角直梁型柔性铰链。设置的结构参数:直梁宽度 t、直梁长度 m、平台厚度 h、倒圆角半径 r、悬臂梁宽度 c。

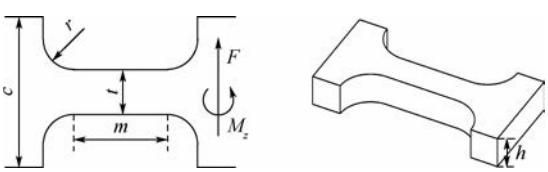


图 2　倒圆角直梁型柔性铰链

Fig. 2　Corner-filleted flexure hinge

由于倒圆角直梁型柔性铰链的结构较为复杂,为简化刚度的计算公式,提出如下假设[22]:

1)主要考虑柔性铰链的直梁和倒圆角部分的变形,忽略其他部分。

2)忽略柔性铰链发生变形的各部分之间的干涉。

3)以小变形悬臂梁理论[18]为理论基础,假定柔性铰链一端固定,另一端承受力或力矩。

图 3 中 M_z 表示为平台 z 方向所受弯矩,首先分析运动过程中位移方向上柔性铰链所受力与力矩作用,如图 3 所示。

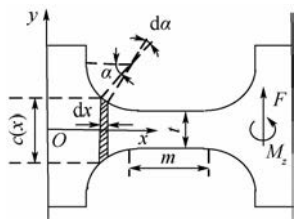


图 3　倒圆角直梁型柔性铰链的受力分析

Fig. 3　Force analysis of corner-filleted flexure hinge

当柔性铰链受力时,其实际角位移 θ 非常小,可近似等于[22]:

$$\theta \approx \tan\theta = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \tag{1}$$

柔性铰链中性面的曲率半径 ρ 计算式为

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EI(x)} \tag{2}$$

式中 $M(x)$ 为平台所受弯矩;$EI(x)$ 为梁的弯曲刚度,E 为弹性模量,I 为截面惯性矩。柔性铰链切口中 $2r$ 与 m 相比很小[10],因此忽略柔性铰链 $2r$ 长度上的弯矩变化,即 $M(x)$ 在每个微段 $\mathrm{d}x$ 上是相同的,因此可以假设 $M(x)$ 为常数 M_z。式(2)可改写为

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M_z}{EI(x)} \tag{3}$$

由图 3 可知,曲率半径和坐标 x 和 y 的关系为

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}}{\left[1+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2\right]^{3/2}} \tag{4}$$

在柔性铰链受力发生弯曲变形时其上的任意微段 $\mathrm{d}x$ 存在:$\mathrm{d}y/\mathrm{d}x \ll 1$,所以式(4)可简化为

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} \tag{5}$$

北航学报 赠阅

由式(3)和式(5)得

$$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=\frac{M_z}{EI(x)} \tag{6}$$

由式(1)和式(6)得

$$\theta=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\int_0^x\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{d}x=\int_0^x\frac{M_z}{EI(x)}\mathrm{d}x \tag{7}$$

考虑倒圆角直梁型柔性铰链的圆弧部分,将式(7)中直角坐标变换成极坐标,即

$$\mathrm{d}x=r\sin\alpha\mathrm{d}\alpha \tag{8}$$

$$c(x)=c(\alpha)=2r+t-2r\sin\alpha \tag{9}$$

式中:α 为极角。对于直梁部分,式(7)仍为直角坐标,且 $c(x)=t$。因而,倒圆角直梁型柔性铰链的弯曲刚度 k_θ 的表达式为

$$k_\theta=\frac{M_z}{\theta}=\frac{1}{\dfrac{12u_1}{Ehr^2}+\dfrac{12(r+m/2+s_1/2)}{Eht^3}} \tag{10}$$

$$u_1=\frac{2s^3(6s^2+4s+1)}{(4s+1)^2(2s+1)}+\frac{12s^4(2s+1)}{(4s+1)^{5/2}}\arctan\sqrt{4s+1}$$

$$s=\frac{r}{t}$$

$$s_1=\frac{b-8r-4m}{5}$$

本文中,确定微动平台为正方形结构。柔性铰链采用 65 Mn 弹簧钢,弹性模量 $E=1.986\times10^{10}$ Pa。

倒圆角直梁型柔性铰链的拉压刚度 k_s 的表达式[13]为

$$k_s=(Eh)^{-1}[\pi(r/t)^{1/2}-2.57] \tag{11}$$

1.3 微动平台 x 轴方向等效刚度分析

如 1.1 节中所述,因该微动平台关于 x 和 y 方向完全对称,故以 F 沿 x 轴作用为例,二自由度微动平台的受力情况如图 4 所示。

基于微动平台的结构,x 向的柔性铰链支链可简化为如图 5 所示的复合平行四杆机构,$L=r+m/2+s_1/2$。根据其存在的几何关系可知:x 向:$\delta=L\tan\gamma$,γ 很小,$\tan\gamma\approx\gamma$,所以 $\gamma=\delta/L$。

连杆的伸长量为

$$\Delta L_0=L(1-\cos\gamma)/\cos\gamma\approx L\gamma^2/2\approx\delta^2/(2L) \tag{12}$$

所以每个铰链的伸长量为

$$\Delta L=\Delta L_0/2=\delta^2/(4L) \tag{13}$$

由于柔性铰链受力作用会发生弯曲和拉伸变形,因此每个柔性铰链存储的弹性能为

$$U_1=k_\theta\gamma^2/2+k_s(\Delta L)^2/2 \tag{14}$$

而驱动力所作的功为

$$W=F\delta/2$$

该微动平台每一边有 4 个柔性铰链,由功能原理可得 $W=4U_1$,即

$$F\delta=4k_\theta\gamma^2+4k_s(\Delta L)^2 \tag{15}$$

综合可得该微动平台在 x 方向上的等效刚度为

$$k=4k_\theta/L^2+k_s/(4L^2) \tag{16}$$

为实现平台在各方向上的等效刚度最大,可优化各尺寸,而本文中微动平台在 x 和 y 方向上的等效刚度大小相同,均为

$$k=\frac{4}{\left(\dfrac{12u_1}{Ehr^2}+\dfrac{12L}{Eht^3}\right)L^2+\dfrac{(Eh)^{-1}[\pi(r/t)^{1/2}-2.57]}{4L^2}} \tag{17}$$

式中:

$$u_1=\int_0^\pi\frac{\sin\alpha}{(2+t/r-2\sin\alpha)^3}\mathrm{d}\alpha=\frac{2s^3(6s^2+4s+1)}{(4s+1)^2(2s+1)}+\frac{12s^4(2s+1)}{(4s+1)^{5/2}}\arctan\sqrt{4s+1}$$

$$L=r+m/2+s_1/2$$

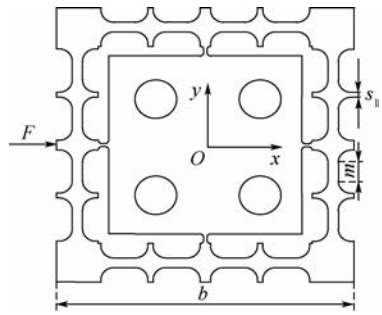


图 4 二自由度微动平台结构平面

Fig. 4 Structure plan of 2-DOF micro-positioning stage

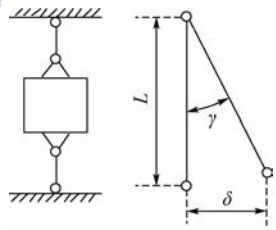


图 5 复合平行四杆机构

Fig. 5 Compound parallel four-bar mechanism

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

由以上的微动平台刚度分析过程可知,该刚度计算模型同样适用于其他柔性铰链微动平台的刚度计算。

1.4　微动平台等效刚度的有限元仿真与验证

为验证微动平台刚度理论模型的正确性,首先选取微动平台的材料,65 Mn 弹簧钢的弹性模量为 198.6 GPa,泊松比 ν 为 0.31,其为合适的微动平台材料,同时该微动平台的结构参数如表 1 所示。

微动平台所受力 F 与微动平台 x 轴方向柔性铰链支链位移 x 之间的关系可描述为

$$F = kx \tag{18}$$

式中:x 轴等效刚度 k 可以通过将表 1 中的数据代入式(17)求得,其值为 1.907×10^7 N/m。

利用式(18)即可得到在不同大小的力作用下的微动平台位移理论值,如表 2 所示。

为验证所推导等效刚度的正确性,在 ABAQUS 软件中建立如图 6 所示的微动平台仿真模型,并对其添加约束及不同大小的驱动力,所得 x 轴方向位移仿真值、理论值及其相对误差如表 2 所示。

为了更直观地表达微动平台 x 轴方向位移理论值与仿真值之间的关系,根据表 2 中的数据,绘制得到微动平台力与形变的关系如图 7 所示。由图 7 发现,微动平台的位移理论值与仿真值的相对误差不超过1.7%,两者高度吻合,且所施加的力与位移间具有良好的线性关系,即平台 x 轴方向上的等效刚度较稳定。因此所推导 x 轴转动等效刚度计算模型的正确性得到了验证。

表 1　二自由度微动平台结构参数

Table 1　Structural parameters of 2-DOF micro-positioning stage　mm

参　数	b	s_1	m	r	t	h
数　值	85	3.3	3.3	4	2	20

表 2　x 轴方向位移仿真值、理论值及其相对误差

Table 2　x-axis displacement simulation value, theoretical value and its relative error

力/N	x 轴方向位移		
	理论值/(10^{-7}m)	仿真值/(10^{-7}m)	相对误差/%
2	1.048 8	1.065 3	1.57
4	2.097 5	2.132 5	1.67
6	3.146 3	3.197 0	1.61
8	4.195 1	4.260 7	1.56
10	5.243 8	5.320 2	1.46
12	6.286 4	6.376 3	1.43
14	7.342 3	7.443 6	1.38
16	8.396 5	8.509 0	1.34
18	9.390 2	9.511 3	1.29
20	10.534 5	10.667 2	1.26

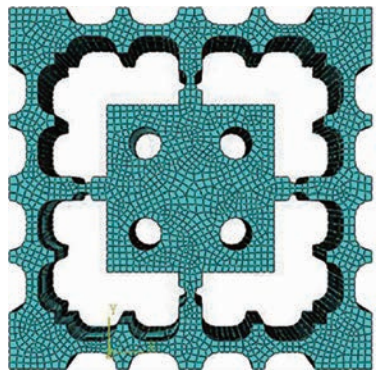


图 6　微动平台仿真模型

Fig. 6　Simulation model of micro-positioning stage

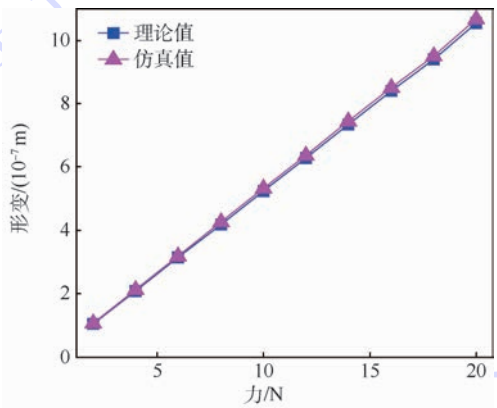


图 7　x 轴方向力-形变关系

Fig. 7　Relationship between x-axis force and displacement

1.5　微动平台结构参数灵敏度分析

若要根据所推导的 x 轴及 y 轴方向的等效刚度计算模型,设计满足性能要求的微动平台,仍需研究各结构参数与等效刚度之间的关系,以便有效地进行参数的修改与优化。

由式(4)、式(10)、式(11)及式(17)发现,要精确定性地分析微动平台的各结构参数对等效刚度的影响比较困难。因此利用 MATLAB 软件定量分析各结构参数对等效刚度的影响,基于对比和分析数据得到的各结构参数对等效刚度 k 的灵敏度关系,对微动平台进行结构优化。

采用弹簧钢作为该微动平台的材料。如图 4 所示,影响该微动平台等效刚度的结构参数包括 r, t, h, b, s_1, m。基于式(17),上述结构参数对该微动平台等效刚度 k 的灵敏度分析如图 8 所示,由图 8 可知:等效刚度 k 与 r 呈曲线递增,且增幅小幅度提升;等效刚度 k 与 t 呈曲线递增,且增幅趋于平稳;等效刚度 k 与 h 呈曲线递增,且

北航学报 赠阅

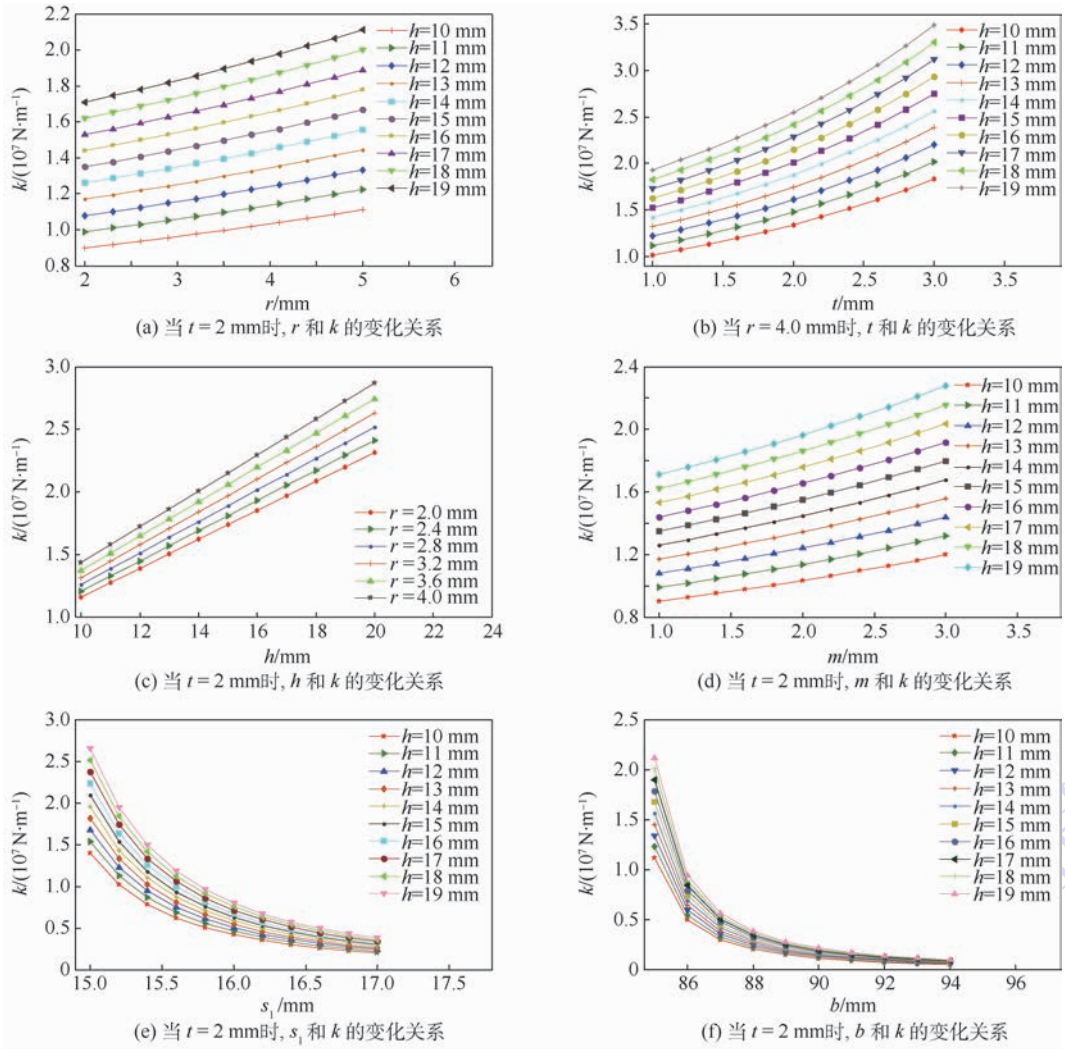


图 8 结构参数与等效刚度 k 的关系

Fig. 8 Relationship between structural parameters and equivalent stiffness k

增幅明显;等效刚度 k 与 m 呈曲线递增,且增幅趋于平稳;等效刚度 k 与 s_1 呈曲线递减,且减幅较大;等效刚度 k 与 b 呈曲线递减,且减幅幅度较大。

比较图 8(a)~(f)可以发现,h、s_1 和 b 对 k 的灵敏度影响比较大,r 和 t 对 k 的灵敏度影响较小。

2 二自由度微动平台优化模型

为使平台的动态特性得到改善,即在位移范围内,提高平台的固有频率,需对该微动平台进行尺寸优化。影响运动体固有频率的最主要因素是刚度,且由于上述灵敏度分析仅局限于各单参数对等效刚度的影响,并未考虑结构参数间相互间产生的干涉,因此有必要对微动平台进行全局优化。

2.1 设计变量的确定

由图 6 可知,柔性结构微动平台发生弹性变形的难易程度是受微动平台尺寸影响的,即边长 b、直梁宽度 t、直梁长度 m、平台厚度 h、倒圆角半径 r、铰链连接长度 s_1,于是,平台尺寸优化的设计变量为

$$\boldsymbol{X} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^{\mathrm{T}} = [r \quad t \quad h \quad b \quad s_1 \quad m]^{\mathrm{T}}$$

2.2 目标函数的建立

由于本文优化的目的为提高平台的等效刚度,故平台尺寸优化的目标函数便通过其刚度来建立。

本文的目标是在给定的位移下,通过尺寸优化的方式实现平台在不同方向上的刚度最大。由该微动平台的结构可知其在 x 和 y 方向上完全对称,故 x 和 y 方向的等效刚度大小完全相等,设为 k_x 和 k_y,由上文可知 $k_x = k_y = k$。由于线性加权法在处理多目标优化问题时具有简单且易于实现的优点,故本文采用该方法来建立统一目标函数,该函数必须综合考虑微动平台的各方向刚度。本文微动平台在 x 和 y 方向上的刚度对弹性变形的难易程度影响相同,所以它们的权重值取为相等,即 $w_1 = w_2 = 0.5$,则统一目标函数可表示为

$$K = 0.5k_x + 0.5k_y = \frac{4}{\left(\frac{12u_1}{Ehr^2} + \frac{12L}{Eht^3}\right)L^2} + \frac{(Eh)^{-1}}{4L^2}[\pi(r/t)^{1/2} - 2.57]$$

2.3　约束条件的给出

1）x 向最大位移至少 20 μm。

本文要求平台沿 x(或 y)向的最大位移不小于 20 μm 即,$\delta = L\gamma \geqslant 20 \times 10^{-6}$。

2）x 向最大应力不超过许用应力。

平台沿 x 向输出最大位移时所产生的最大应力不得大于所用材料弹簧钢的许用应力 570 MPa,微动平台通过驱动输出位移时,基于悬臂曲梁变形理论[18]计算获得沿 x 向的弯曲正应力 σ_1,由 $\sigma = N/A + M_y/I_z$,N 为梁所受截面内力,A 为梁截面面积,M_y 为梁所受弯矩,I_z 为截面惯性矩,可得

$$\begin{cases} \dfrac{F}{ch} + \dfrac{12Fl_2}{c^3h} \cdot \dfrac{c}{2} \leqslant 570\ \text{MPa} \\ \dfrac{F}{th} + \dfrac{12Fl_1}{t^3h} \cdot \dfrac{t}{2} \leqslant 570\ \text{MPa} \end{cases} \tag{19}$$

式中:$l_1 = 4m + 3r$;$l_2 = b/2 - c$。

3）z 向最大位移不超过 1 μm。

设作用于单侧柔性铰链的重物的重力分力为 F_2。根据悬臂曲梁变形理论[18]计算倒圆角直梁型柔性铰链在 F_2 作用下所产生的弯矩 M_2 以及变形角 θ_2 为

$$\begin{cases} M_2 = F_2L \\ \theta_2 = \dfrac{F_2L^2}{2EI(x)} \end{cases} \tag{20}$$

动平台台面承受 100 N 重物的情况下,在垂直于台面方向(即 z 向)的最大位移 δ_2 应在 1 μm 以下。基于平台 z 向位移很小,采用其 z 向变形角 θ_2 来代替该位移。由于 $\delta_2 \leqslant 1$ μm,因此:

$$\delta_2 = \theta_2 = \frac{F_2l_2^2}{2E\dfrac{ch^3}{12}} \leqslant 1 \times 10^{-6}\ \text{m} \tag{21}$$

4）z 向最大应力不超过许用应力。

动平台在承受 100 N 的重物时,所产生的最大应力 σ_2 应小于等于所用材料 65Mn 弹簧钢的许用应力 570 MPa。I_2 为截面惯性矩,根据 $\sigma_2 \leqslant$ 570 MPa,可得

$$\sigma_2 = \frac{M_2h}{2I_2} = \frac{F_2l_2h}{2I_2} \leqslant 570\ \text{MPa} \tag{22}$$

2.4　平台多目标尺寸优化的求解

选用的压电陶瓷驱动器其最高输出力为 1 000 N,则驱动器单方向驱动动平台时,单个柔性铰链在驱动方向上所受的最大力为 125 N。在动平台承受 100 N 的重物的前提下,单侧柔性铰链所承受的垂直于台面方向上的最大力为 25 N。采用 MATLAB 来求解该平台尺寸优化的数学模型。

和遗传算法、蚁群算法等算法相比,自适应粒子群算法中不存在交叉和变异运算,而是利用粒子速度进行搜索,并且在迭代进化中通过最优的粒子传递信息,因此其搜索速度更快;且自适应粒子群算法能同时将粒子群体的历史最好位置传递给其他粒子;同时自适应粒子群算法需调整的参数较少,结构简单,更易于实现。

基于上述优点,本文采用自适应粒子群优化算法进行该微动平台的多目标尺寸优化,得到优化算法适应度曲线如图 9 所示,微动平台优化后的结构参数:$\boldsymbol{X} = [r\ \ t\ \ h\ \ b\ \ s_1\ \ m]^{\mathrm{T}} = [3.94\ \ 1.94\ \ 19.86\ \ 85\ \ 3.85\ \ 3.96]^{\mathrm{T}}$。

定义优化前的微动平台为前面所设计实例,即该微动平台的等效刚度为 1.907×10^7 N/m。

根据二自由度微动平台的结构参数将优化前后的等效刚度汇总于表 3。

由表 3 可知,经自适应粒子群算法优化之后,微动平台 x 轴方向等效刚度 k 上升了 10.96%,优化结果符合预期。

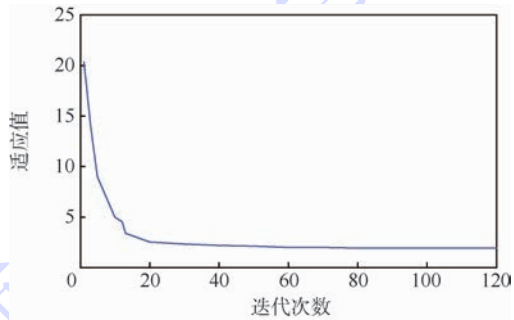


图 9　自适应粒子群优化算法适应度曲线

Fig. 9　Fitness curve of adaptive particle swarm optimization algorithm

表 3　优化前后二自由度微动平台等效刚度对比

Table 3　Comparison of equivalent stiffness of 2-DOF micro-positioning stage before and after optimization

等效刚度/(N·m^{-1})		优化率/%
优化前	优化后	
1.907×10^7	2.116×10^7	10.96

3　二自由度微动平台固有频率计算

为深入研究优化后微动平台的动态特性,需计算优化后的微动平台的固有频率。

北航学报 赠阅

该微动平台在其运动方向上的系统动能 T 为

$$T = \frac{1}{2}M_1\dot{x}^2 + 8\left(\frac{J\dot{\theta}^2}{2}\right) \tag{23}$$

式中：M_1 为平台的质量；x 为微动平台 x 方向上的位移；J 为 x 方向连杆对端点的转动惯量，$J = \frac{M_2 l^2}{12}$，其中 M_2 为柔性铰链连杆的质量。故可得系统的动能为

$$T = \frac{1}{2}M_1\dot{x}^2 + 8\left(\frac{J\dot{\theta}_3^2}{2}\right) = \frac{1}{2}M_1\dot{x}^2 + 4J\dot{\theta}_3^2 \tag{24}$$

式中：θ_3 为连杆转动角度。

由 1.3 节可知，微动平台机构在 x 方向上有 8 个同样的柔性铰链，因而系统的势能为

$$U = 8 \times \frac{1}{2}k_\theta\theta^2 + 4k_s\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 4k_\theta\theta^2 + k_s x^2 \tag{25}$$

对于自由度数为 n 的系统，在外力 F 作用下的运动方程满足拉格朗日方程：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = F \qquad j = 1,2 \tag{26}$$

式中：q_j 和 $\dot{q}_j$ 分别为系统所取广义坐标和广义速度。则将式(26)代入可得

$$\begin{cases} M_1\ddot{x} + 2k_s x = 0 \\ 8J\ddot{\theta} + 8k_\theta\theta = 0 \end{cases} \tag{27}$$

即

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & 8J \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k_s & 0 \\ 0 & 8k_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \tag{28}$$

主振动可设为

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{29}$$

式中：A 为振幅；ω 为振动角频率；φ 为初相位。

将式(29)代入式(28)，得代数齐次方程组为

$$(K - \omega^2 M)A = 0 \tag{30}$$

$$\begin{bmatrix} 2k_s - \omega^2 M_1 & 0 \\ 0 & 8k_\theta - 8\omega^2 J \end{bmatrix} = 0 \tag{31}$$

由式(31)可得：$\omega_1 = \sqrt{\frac{2k_s}{M_1}}$，$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_\theta}{J}}$。

4 二自由度微动平台模态分析

分析中采用 ABAQUS 软件建模，以限制运动方向平台两侧的运动为边界条件。图 6 为微动平台的有限元模型。将材料的性能参数代入式(31)，计算得 $\omega_1 = 108.96$ Hz，$\omega_2 = 147.53$ Hz。

基于以上模型进行微动平台的模态分析，得到微动平台的前 5 阶固有频率值如表 4 所示。图 10为微动平台的前 5 阶振型图。

模态分析得到微动平台的 1 阶固有频率为 116.04 Hz，由式(31)计算得到的 1 阶固有频率为 108.96 Hz，两者相对误差仅为 6.49%。

表 4 二自由度微动平台前 5 阶固有频率仿真值

Table 4 The first five natural frequency simulation values of 2-DOF micro-positioning stage

阶 数	固有频率仿真值/Hz
1 阶	116.04
2 阶	160.94
3 阶	232.65
4 阶	284.39
5 阶	358.20

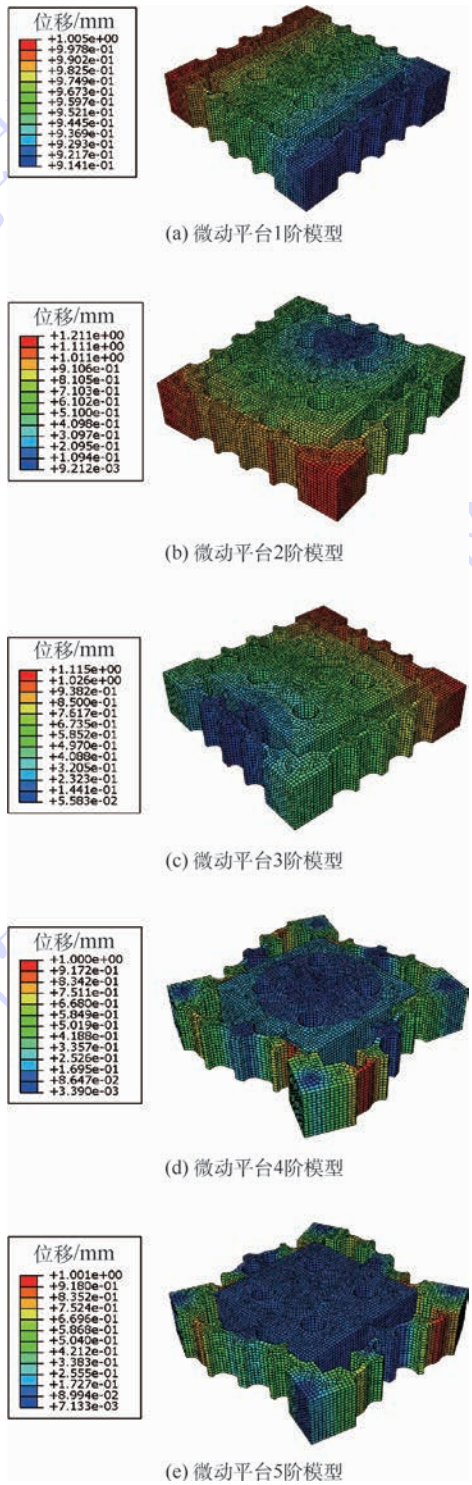


图 10 微动平台的各阶振型

Fig. 10 Various modes of vibration of micro-positioning stage

模态分析得到微动平台的 2 阶固有频率为 160.94 Hz,由式(31)计算得到的 2 阶固有频率为 147.53 Hz,两者相对误差为 8.33%。

由此可见,公式推导进行柔性铰链及微动平台的特性分析的方法具有较好的设计精度,是可行的。

5　结　论

1) 本文选用倒圆角直梁型柔性铰链,基于并联机构的思想,提出了一种新型二自由度微动平台,且实现该平台在 x 和 y 方向上位移解耦;其次建立了 x 方向刚度的理论计算模型,并利用有限元仿真分析验证了理论模型的正确性。

2) 分析了二自由度微动平台中各结构参数对等效刚度的灵敏度。

3) 以改善二自由度微动平台的动态性能为目标,建立其优化模型,并采用自适应粒子群优化算法对微动平台的结构参数进行了多目标优化,提高该微动平台的刚度和固有频率。优化结果表明,二自由度微动平台的动态性能得到了很大的提高,优化结果符合预期。

后续将建立二自由度微动平台的物理模型,并进行相关实验测试,做进一步完善。

参考文献(References)

[1] LIU P B,YAN P,ZHANG Z,et al. Flexure hinges guided nano-stage for precision manipultions: Design, modeling and control [J]. Precision Engineering and Manufacturing,2015,16(11): 2245-2254.

[2] 刘凯,曹毅,周睿,等. 二自由度平板折展柔性铰链的分析及优化[J]. 航空学报,2016,36(1):142-152.
LIU K,CAO Y,ZHOU R,et al. Analysis and optimization of a 2-DoF flexure hinge[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2016,36(1):142-152(in Chinese).

[3] CHOI E,KWON K,DAEJOONG K,et al. Tunable reverse electrodialysis with geometrically controlled self-assembled nanoparticle network[J]. Lab on A Chip,2015,15(1):168-178.

[4] 马立,谢炜,刘波,等. 柔性铰链微定位平台的设计[J]. 光学精密工程,2014,22(2):338-345.
MA L,XIE W,LIU B,et al. Design of flexible sources positioning platform[J]. Optics and Precision Engineering,2014,22(2):338-345(in Chinese).

[5] 王振华,陈立国,孙立宁. 集成式 6 自由度微动并联机器人系统[J]. 光学精密工程,2007,15(9):1391-1397.
WANG Z H,CHEN L G,SUN L N. Integrated 6-DoF micro-motion parallel robot system[J]. Optics and Precision Engineering,2007,15(9):1391-1397(in Chinese).

[6] LAI L J,GU G Y,ZHU L M. Design and control of a decoupled two degree of freedom translational parallel micro-positioning stage[J]. Review of Scientific Instruments,2012,83(4): 105-111.

[7] LI Y M,WU Z G. Design,analysis and simulation of a novel 3-DoF translational micro manipulator based on the PRB model [J]. Mechanism and Machine Theory,2016,100(3):235-258.

[8] 陶惠峰. 超精密微位移系统研究[D]. 杭州:浙江大学,2003:1-7.
TAO H F. Research on ultra-precision micro displacement system[D]. Hangzhou: Zhejiang University,2003: 1-7 (in Chinese).

[9] 刘庆玲,翁海珊,邱丽芳. 新型单边直圆椭圆混合柔性铰链的柔度计算及其性能分析[J]. 工程力学,2010,27(10): 52-56.
LIU Q L,WENG H S,QIU L F. Flexibility calculation and performance analysis of a new Unilateral elliptical hybrid flexure hinge[J]. Engineering Mechanics,2010,27(10):52-56(in Chinese).

[10] 任宁,田国豪,欧开良,等. 倒圆角直梁型柔性铰链刚度研究[J]. 机械强度,2012,34(3):366-370.
REN N,TIAN G H,OU K L,et al. Study on the stiffness of inverted fillet flexible hinge[J]. Mechanical Strength,2012,34(3):366-370(in Chinese).

[11] BHAGAT U,SHIRINZADEH B,CLARK L,et al. Design and analysis of a novel flexure-based 3-DOF mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory,2014,74(2):173-187.

[12] GUO Z L Tat J T,YANG G L,et al. Integrating mechanism synthesis and topological optimization technique for stiffness-oriented design of a three degrees-of-freedom flexure-based parallel mechanism[J]. Precision Engineering,2015,39(5):125-133.

[13] GAO P,SWEI S M,YUAN Z. A new piezodriven precision micropositioning stage utilizing flexure hinges[J]. Nanoteehnology,1999,10(4),394-398.

[14] 陈贵敏,贾建援,勾燕洁. 混合型柔性铰链研究[J]. 仪器仪表学报,2004,25(4):110-112.
CHEN G M,JIA J Y,GOU Y J. Study on hybrid flexible hinge [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2004,25(4): 110-112(in Chinese).

[15] 沈剑英,张海军,赵云. 压电陶瓷驱动器杠杆式柔性铰链机构放大率计算方法[J]. 农业机械学报,2013,44(9): 267-271.
SHEN J Y,ZHANG H J,ZHAO Y. Calculation method of magnification of lever-type flexible hinge mechanism of piezoelectric ceramic actuator[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery,2013,44(9):267-271(in Chinese).

[16] LI Y M,XIAO S L,XI L Q,et al. Design,modeling,control and experiment for a 2-DOF compliant micro-motion stage[J]. Precision Engineering and Manufacturing,2014,15(4):735-744.

[17] 田延岭,张大卫,闫兵. 二自由度微定位平台的研制[J]. 光学精密工程,2006,14(1):94-99.
TIAN Y L,ZHANG D W,YAN B. Development of 2-DOF micro positioning platform [J]. Optics and Precision Engineering, 2006,14(1):94-99(in Chinese).

[18] 崔玉国,阮超,马剑强,等. 2-DoF 并联柔性结构微动平台的新构型及尺寸优化[J]. 机器人,2016,38(3):352-359.

CUI Y G, RUAN C, MA J Q, et al. New configuration and dimension optimization of jogging parallel flexible structure platform[J]. Robot, 2016, 38(3): 352-359(in Chinese).

[19] 李仕华,韩雪艳,马琦翔,等. 新型并联柔性铰链微动精密平台的研究[J]. 中国机械工程,2016,27(7):888-893.
LI S H, HAN X Y, MA Q X, et al. Research on jogging precision platform of new type of parallel flexible hinge[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(7): 888-893(in Chinese).

[20] 徐刚,瞿金平,杨智韬. 一种改进的自适应粒子群优化算法[J]. 华南理工大学学报,2008,36(9):6-10.
XU G, QU J P, YANG Z T. An improved self-adaptive particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of South China University of Technology, 2008, 36(9): 6-10(in Chinese).

[21] 李宝磊,施心陵,苟常兴,等. 多元优化算法及其收敛性分析[J]. 自动化学报,2015,41(5):949-959.
LI B L, SHI X L, GOU C X, et al. Multivariate optimization algorithm and its convergence analysis[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(5): 949-959(in Chinese).

[22] 郭明陆. 压电陶瓷驱动的微纳定位平台系统研究[D]. 沈阳:东北大学,2014:21-35.
GUO M L. Study on micro-nano positioning platform driven by piezoelectric ceramics[D]. Shenyang: Northeastern University, 2014: 21-35(in Chinese).

作者简介:

周睿 女,硕士研究生。主要研究方向:柔性铰链及其应用。

曹毅 男,博士,教授,硕士生导师。主要研究方向:机器人机构学及机器人技术。

Analysis and optimization of 2-DOF micro-positioning stage based on flexible hinges

ZHOU Rui[1,2], ZHOU Hui[1,2], GUI Heli[1,3], DONG Hu[1,2], CAO Yi[1,2,*]

(1. School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;
2. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Food Manufacturing Equipment and Technology, Wuxi 214122, China;
3. Wuxi Vocational College of Science and Technology, Wuxi 214151, China)

Abstract: In order to improve the dynamic characteristics of the micro-positioning stage, a decoupled two-degree-of-freedom (2-DOF) parallel flexure-hinge micro-positioning stage is proposed. First, a new type of 2-DOF micro-positioning stage is designed based on the structure characteristics of the corner-filleted flexure hinge and micro-positioning stage. Second, the equivalent stiffness model of the micro-positioning stage is deduced, and the correctness of the theoretical model is verified by comparing the theoretical results with the finite element simulation. And at the same time, the influence of different structural parameters on micro-positioning stage is discussed, and the sensitivity comparison and analysis are conducted. Then, to improve the 2-DOF micro-positioning platform equivalent stiffness as the goal, the optimization model is established, and the adaptive particle swarm optimization algorithm is used to optimize the main structure parameters of the micro-positioning stage. Finally, the natural frequency of the stage is calculated, and its correctness is verified by finite element simulation. The above analysis proves the feasibility and effectiveness of the mechanism.

Keywords: 2-DOF micro-positioning stage; corner-filleted flexure hinge; finite element analysis; parameter optimization; natural frequency

Received: 2017-11-13; **Accepted**: 2018-01-19; **Published online**: 2018-03-15 14:14

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180315.0836.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (50905075); the Six Talent Peaks Project in Jiangsu Province (ZBZZ-012); the Research and the Innovation Project for College Graduates of Jiangsu Province (SJZZ16-0212)

* **Corresponding author**. E-mail: caoyi@jiangnan.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0746

基于构形平面的冗余机械臂轨迹规划方法

王安琪，魏延辉*，韩寒，徐丽学
（哈尔滨工程大学 自动化学院，哈尔滨 150001）

摘 要：针对冗余机械臂在空间轨迹规划过程中构形多样但不唯一的问题，提出了一种快速求解冗余机械臂在空间轨迹规划过程中的最优构形的方法。受机械臂关节约束和空间障碍的限制，冗余机械臂的轨迹规划是一个复杂的过程。而为了保证机械臂运动的平稳性，冗余机械臂工作构形由多个机械臂关节轴线依次连接形成的构形平面组成。从构形平面入手，利用空间几何的方法，对冗余机器人进行空间轨迹规划，通过空间矢量引导、避障路径的比较，快速找到空间优化的路径，实现多目标轨迹规划方法。该方法用于一个7自由度冗余机械臂，结果表明该技术能够快速直观解决路径规划问题，不依赖具体的机械臂工作构形，适用于更多自由度的冗余机械臂。

关 键 词：冗余机械臂；构形平面；空间几何；轨迹规划；空间避障
中图分类号：TP242
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-1991-07

冗余机械臂具有比空间维数更多的自由度，在空间轨迹规划和空间避障方面具有更多的选择和灵活度，具有很大的应用前景和巨大的研究意义，成为研究的热点。

文献[1-2]提出了构型空间，即C空间的概念，将机械臂的工作空间分为自由空间和障碍空间，并在自由空间内利用启发式搜索算法寻找机械臂的运动路径。在众多启发式算法中，快速扩展随机树(RRT)算法[3]特别适合多自由度机器人的运动规划问题。Bertram等[4]提出了一种新的在路径规划过程中的目标选择方法，该方法保证了新生长的节点不断向着目标点生长。Stilman[5]对RRT算法进行了改进，使得末端轨迹能够满足特定的约束条件。但是RRT算法搜索效率较低，不具有实时性。

在机器人运动轨迹规划时，还需要综合考虑各种约束条件。一些学者利用基于多项式的伪逆路径规划算法对路径进行规划[6-7]。Haddad等[8]在用机械臂拦截快速飞行的物体时，对机械臂的运动轨迹施加关节速度约束和力矩约束。Shimizu等[9]推导出了具有特殊关节配置的7R机械臂的解析逆解，并且使所有的关节满足其关节角度限制。Tian等[10]将工作空间划分成一个个小格，得到每个小格内拟人的关节角度，建立查找表，根据要求的末端位置，在查找表中找到冗余角q_3，根据解析逆解求出其他关节角。Tran等[11]利用运动元的方式实现拟人运动。然而，此类方法没有将躲避障碍物考虑在内。

文献[12]采用的是关节角优化控制方法，在关节角的速度层面下，建立回避障碍物的指标函数，将指标函数的梯度加入到运动学逆解过程中进行求解。贠超等[13]利用二次规划技术替代雅可比矩阵伪逆的方法，描述机械臂受到的约束，并建立单层RBF(Radical Basis Function)神经网络

收稿日期：2017-11-29；**录用日期**：2018-04-08；**网络出版时间**：2018-05-17 12:57
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180515.0935.001.html
基金项目：国家科学技术部国际科技合作项目(2014DFR10010)；国防基础科研项目(A0420132202)；十三五海军预研(J040717005)；黑龙江省自然科学基金(E2017024)
* **通信作者**. E-mail: wyhhit@163.com

引用格式：王安琪，魏延辉，韩寒，等. 基于构形平面的冗余机械臂轨迹规划方法[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：1991-1997. WANG A Q，WEI Y H，HAN H，et al. Trajectory planning method for redundant manipulator based on configuration plane [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：1991-1997 (in Chinese).

北航学报 赠阅

模型,通过调整其输出权值,使得机械臂达到最佳构型,同时避开关节极限和障碍物。然而,此类方法精度不高,稳定性较差,不适用于精度要求较高的场合。王俊龙等[14]采用改进人工势场法,当局部极小值产生时,添加一个虚拟障碍以使机械臂逃离局部极小点。汪首坤等[15]利用三维空间投影求出碰撞临界值,然后采用导航势函数法逃离局部极小值,进而实现冗余机械臂避障。此种方法未将机械臂运动的平稳性的因素考虑其中。

针对以上问题,本文采用构形平面方法,对冗余机械臂在空间的运动轨迹以机械臂构形的方式进行规划,能够极大提高规划的效率。

1 机械臂的构形平面

1.1 构形平面的划分

构形平面的示意图如图 1 所示。构形平面内的第 1 个关节是回转关节,最后一个关节是摆动关节或者移动关节。第 1 个构形平面的第 1 个关节可以不是回转关节。假如串联机器人的最后一个关节是回转关节,则把此关节单独看作一个构形平面。

平面构形中回转关节对构形末端和构形中心之间的距离关系无影响,与连杆作用相同,只有摇摆关节和移动关节会改变构形末端和构形中心位置关系,因此,摇摆关节和移动关节的数量是构形平面中的自由度数目。

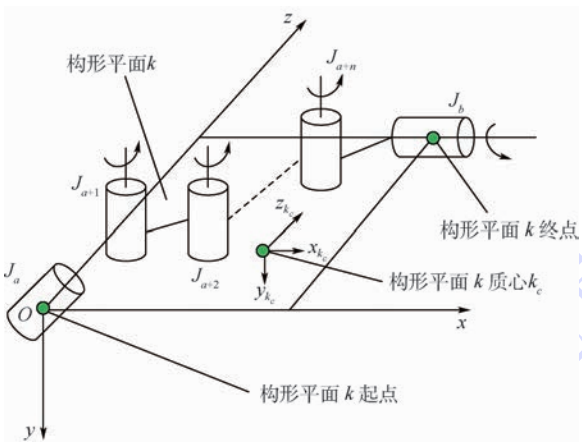


图 1 构形平面示意图

Fig. 1 Schematic diagram of configuration plane

1.2 构形平面的运动学表达形式

为便于构形平面匹配,需简化其运动学模型。构形平面以角度连杆和回转关节进行区分,其中角度连杆的连接角度为固定角度,可通过虚拟构形平面的方式处理,使构形平面都变成统一的形式,便于进行匹配。

一个通用形式构形平面如图 2 所示,O 为该构形平面的中心;P 为工作构形通过虚拟构形平面处理后第 1 个回转关节的起始点,若无需进行虚拟构形平面处理,O 与 P 重合;该构形平面由 n 个关节组成,$J_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为第 i 个关节的旋转轴线。

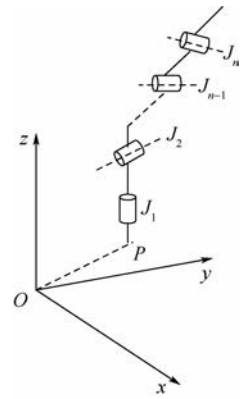


图 2 构形平面的运动学模型

Fig. 2 Kinematic model of configuration plane

图 2 中 J_2 为摇摆关节,与 y 轴平行,J_1 为回转关节,与 z 轴平行。构形平面末端点在二维空间运动学简化模型表达为

$$T_{cp}=\begin{bmatrix}1&0&0&p_x\\0&1&0&p_y\\0&0&1&p_z\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta&-\sin\theta&0&0\\\sin\theta&\cos\theta&0&0\\0&0&1&p_z''\\0&0&0&1\end{bmatrix}\cdot$$

$$\begin{bmatrix}\cos\beta&0&\sin\beta&p_x'\\0&1&0&0\\-\sin\beta&0&\cos\beta&p_z'\\0&0&0&1\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\cos\beta\cos\theta&-\sin\theta&\sin\beta\cos\theta&m_x\\\cos\beta\sin\theta&\cos\theta&\sin\beta\sin\theta&m_y\\-\sin\beta&0&\cos\beta&m_z\\0&0&0&1\end{bmatrix}\quad(1)$$

式中:等式右边第 1 个转换矩阵为通过简化和平面化处理后的附加矩阵,p_x、p_y 和 p_z 分别为构形平面化处理后的构形平面中心补偿的三维空间坐标值;第 2 个矩阵中,θ 为构形平面中包含的回转关节转动角度,p_z'' 为回转关节的结构参数;第 3 个转换矩阵为构形平面中依次相连摇摆关节和移动关节转换矩阵,$\beta=\beta_2+\beta_3+\cdots+\beta_{n-1}$,$\beta_i(i=2,3,\cdots,n-1)$ 为第 i 个摇摆关节转动角度,若第 i 个关节是移动关节,则 β_i 为零,p'_x 和 p'_z 为转换矩阵相乘后的参数;得到的构形平面转换矩阵中 m_x、m_y 和 m_z 为连乘后的简化。

2　冗余机械臂轨迹规划

2.1　问题提出

冗余机械臂通过在轨迹规划中增加系统的优化目标,可以使得冗余机械臂满足更多的要求,如:空间避障、能量优化等。轨迹规划的基本要求如下:

1) 空间避障要求:空间避障常用的方法是对空间障碍物用简单三维图形进行包覆,避免空间机械臂本体发生干涉和碰撞。

2) 运动轨迹:按照任务要求进行机械臂末端运动,同时运动要求平稳快速,常用的方法是在关节空间内对机械臂关节进行多次样条曲线插补,实现运动轨迹平滑和运动平稳。

3) 能量优化:在众多的运动规划中,通常要求机械臂各关节的运动角度、运动速度和运动加速度的指标最优,常用的方法是通过对机械臂各关节的运动量(角度、速度和加速度)进行叠加统计,在这样的方法中往往容易忽略各关节在相同运动角度和速度条件下消耗的能量不同,靠近基座的关节消耗的能量相对靠近机械臂末端的关节消耗的能量要大很多。

基于上述问题本文采用构形平面的方法,并采用构形平面的动力学方法评价规划的成效。

为了更加详细介绍这种规划方法,本文以空间 7 自由度的冗余机械臂为例进行介绍。

2.2　空间障碍物检测方法

为了进行空间避障检测,首先需要检测机械臂在进行空间运动时是否与空间物体发生运动干涉。通常空间机械臂与障碍物的碰撞检测是通过三维空间的方式,采用物体空间的碰撞和图形学的碰撞检测作为空间域内碰撞检测的 2 种主要方法。一般将空间障碍物用常用空间规范几何体进行表示。几何体的表示是否得当决定了在有空间障碍物的条件下能否求得机械臂的运动空间。

本文研究的空间障碍物的描述方法是基于构形平面方法进行的。基于构形平面的空间障碍物的碰撞检测是在冗余机械臂完成机械臂末端轨迹规划后进行的,组成机械臂的构形平面的空间位置和表达式已经确定,需要进行该构形平面的位形和障碍物之间的干涉检测。

构形平面内的机械臂关节与障碍物之间不干涉有 2 种情况:一种是机械臂关节所在的构形平面与障碍物不相交;另一种是机械臂关节所在的构形平面与障碍物相交,但机械臂关节本身不与障碍物干涉。由于第 1 种情况较为简单,不做讨论,本节重点讨论第 2 种情况。

这种情况下的构形平面的中心和末端点的位置是已知的,如图 3 所示的 O 点和 P 点,构形平面与机械臂基坐标系的相互关系,可以用式(1)表示。

如图 3 所示,三维空间障碍物被构形平面所在二维平面横切成截面图形,这个截面图形可能很不规则,采用较为简单的依次相连的直线段进行包覆。考虑到机器人连杆具有的外形尺寸和安全距离,因此在障碍物区域 1 外扩距离 h,这样障碍物的实际区域就变为区域 2 的状态。

设安全避障区域由 m 段线段组成,则第 i 段线段可由式(2)表示:

$$z_a = \frac{(z_i - z_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} + z_{i-1} \tag{2}$$

机器人构形由 n 段线段组成,则第 j 段线段由式(3)表示:

$$z_b = \frac{(z_j - z_{j-1})(x_j - x_{j-1})}{x_j - x_{j-1}} + z_{j-1} \tag{3}$$

在平面几何中,2 条直线要么平行要么相交。因此,为了提高判断过程的效率,首先比较式(2)和式(3)所表示的 2 个线段的斜率是否相等,不等则需求解 2 条线段所在直线的交点,那么这交点是否在这 2 条线段之间就容易判断了。

按照冗余机械臂轨迹规划的过程,构形平面的中心和末端不能够在障碍区域内,否则冗余机械臂就不能完成工作了。因此,机器人关节部分与组成安全障碍区域的边界线段存在干涉状况。为了提高整体机器人规划计算效率,也无须将所有的机器人关节和组成安全障碍区域的所有线段之间都进行判断,只需对在该构形平面中的干涉关节进行重新调整,对干涉关节与安全障碍区域在靠近机器人基座一侧的边界线段之间进行判断。

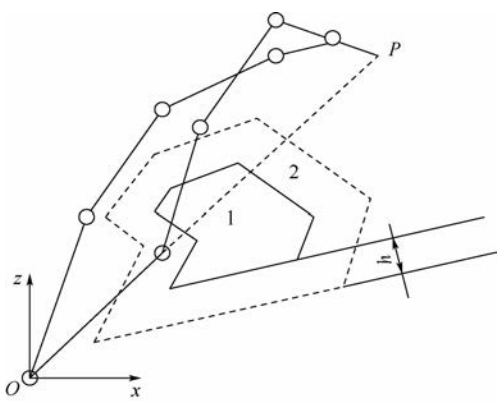


图 3　构形平面内的障碍物干涉检测

Fig. 3　Interference detection of obstacles within configuration planes

北航学报 赠阅

2.3 机械臂关节约束

基于构形平面的轨迹规划过程力求快速简洁,避免复杂计算过程。在已知机械臂关节约束、机械臂末端轨迹和空间障碍物位置的条件下,通过组成冗余机械臂的构形平面规划机械臂的空间轨迹。

空间关节约束如式(4)所示:

$$\begin{cases} \theta_{i\min} \leqslant \theta_i \leqslant \theta_{i\max} \\ |\dot{\theta}_i| \leqslant \nu_{i\max} \\ |\ddot{\theta}_i| \leqslant \alpha_{i\max} \\ |\tau_i| \leqslant \tau_{i\max} \\ \quad i = 1,2,\cdots,n \end{cases} \tag{4}$$

式中:θ_i 为机械臂的第 i 个关节角度;$\theta_{i\min}$ 为第 i 个关节角度的最小值;$\theta_{i\max}$ 为第 i 个关节角度的最大值;n 为机械臂中的关节数量;$\dot{\theta}_i$ 为机械臂的第 i 个关节速度;$\nu_{i\max}$ 为机械臂的第 i 个关节最大速度;$\ddot{\theta}_i$ 为机械臂的第 i 个关节加速度;$\alpha_{i\max}$ 为机械臂的第 i 个关节最大加速度;τ_i 为机械臂的第 i 个关节力矩;$\tau_{i\max}$ 为机械臂的第 i 个关节最大力矩。

2.4 冗余机械臂的构形平面空间位置确定

机械臂末端轨迹在很多情况下是由所承担的任务决定的,其空间轨迹是已知的,如点焊机器人末端轨迹通常是由焊接件的焊缝位置决定,或直线,或圆弧;喷涂机器人也要根据喷涂面的空间角度进行喷涂。对于一些如直线、圆弧等确定的轨迹,通过给定起始点和末端点的位置和姿态矩阵,采用插补的方式即可确定每一轨迹上空间点的位姿。

构形平面空间位置的确定采用加权空间矢量法,如图4所示,图中 P_i 为机械臂末端轨迹规划中的第 i 点,连接 P_i 和 O_0,$k_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为构形平面 j 的起点到末端点的连线。

以 $\overrightarrow{P_iO_0}$ 向量为导向,规划构形平面的 $k_j(j=1,2,\cdots,n)$。k_1 的值与初始关节有关,通常其空间矢量方向是已知的,而 k_n 与机械臂末端关节有关,其空间矢量的方向和大小都是固定的。在保证机械臂工作空间的条件下,规划 $k_j(j=1,2,\cdots,n-1)$。由于 $k_j(j=1,2,\cdots,n-1)$ 不是实际机械臂关节中心轴线,因此 $k_j(j=1,2,\cdots,n-1)$ 可能与空间障碍物发生重叠干涉。对构形平面与障碍物发生重叠干涉的部分,运用 2.1 节介绍的方法对该构形平面中机械臂关节与障碍物进行干涉判断检查。实际运算中不会这样复杂,因为构形平面已经简化机械臂中具有冗余功能的关节,组成机械臂的构形平面数量较少,通常在 3 ~ 5 个左右,在规划少量构形平面后,剩余的 2 个构形平面就可通过解析的方式确定其空间位置。

在空间障碍物对机械臂工作空间占用不多的情况下,机械臂的构形平面空间位置有了更多的选择。如图 5 所示,左侧图和右侧图分别是在相同的轨迹条件下的 2 种状态,由于运动轨迹的要求,机械臂最后关节所在的构形平面 CP_n 是确定的,故 2 种状态下的构形平面 CP_n 是相同的。

这种情况下,要对机械臂的空间轨迹规划进行整体考虑。以上一个轨迹点的工作构形为参考,建立评价函数:

$$f = \sum_{i=1}^{n} u_i(\theta_t^i - \theta_{t-1}^i) \tag{5}$$

式中:下标 t 表示当前时刻;θ_t^i 为当前 t 时刻第 i 个

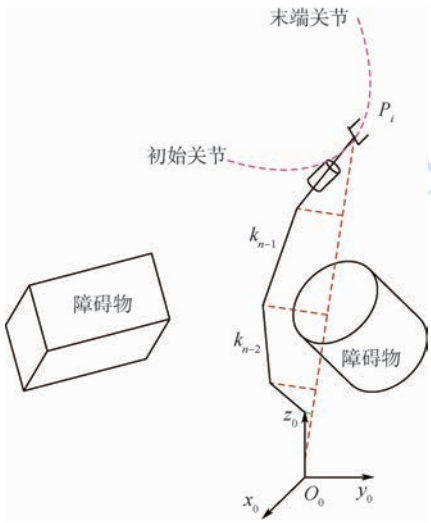


图 4 空间构形平面位置确定

Fig. 4 Determining space position of configuration planes

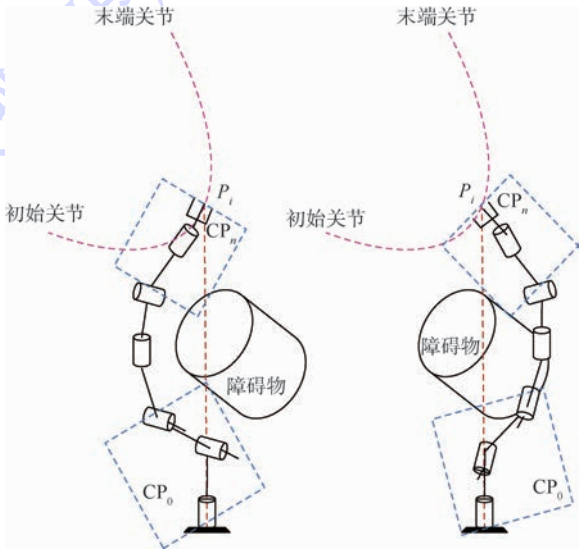


图 5 已知轨迹点的构形平面规划

Fig. 5 Configuration plane planning based on known trajectory points

关节角度;$u_i(i=1,2,\cdots,n)$为加权值,该加权值与第 i 关节的功率和位置有关,功率越大和靠近基座越近的关节,该加权值越大。在多种选择条件下,通过该加权值可使得功率大的关节运动幅度增大,提高机械臂的动力学功能;f 用来评价当前轨迹点与上一个轨迹点的工作构形的差别,在多种选择条件下力求最小。

为保证机械末端运动平稳,采用 B 样条曲线进行轨迹规划。使用 B 样条曲线的方法,使得机器人的速度、加速度、加加速度以及机器人的起始点和终止点的位置能够稳定且符合要求。

3　仿真实例

以 7 自由度冗余机械臂为例进行仿真,介绍冗余机械臂的轨迹规划方法。

3.1　7 自由度机械臂建模

冗余机械臂的关节参数如表 1 所示,冗余机械臂的运动学模型如图 6 所示。

表 1　关节参数

Table 1　Joint parameters

关节名称	运动范围/(°)	关节参数尺寸/mm
关节 1	$-180\leqslant\theta_1\leqslant180$	$d_1=350$
关节 2	$-190\leqslant\theta_2\leqslant10$	$d_2=450$
关节 3	$-100\leqslant\theta_3\leqslant100$	$d_3=350$
关节 4	$-100\leqslant\theta_4\leqslant100$	$d_4=150$
关节 5	$-150\leqslant\theta_5\leqslant150$	$d_5=145$
关节 6	$-100\leqslant\theta_6\leqslant100$	$d_6=150$
关节 7	$-180\leqslant\theta_7\leqslant180$	$d_7=160$

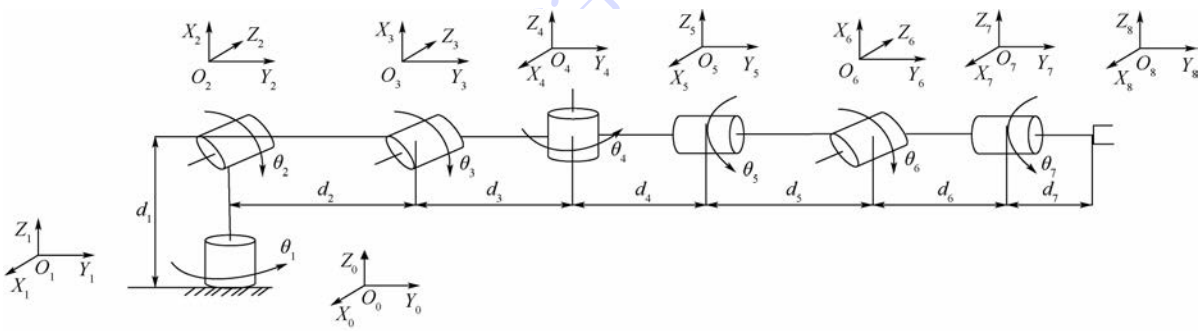


图 6　7 自由度冗余机械臂运动模型

Fig. 6　Kinematic model of a 7-DOF redundant manipulator

3.2　构形平面划分

按照构形平面定义,如图 7 所示,将该冗余机械臂划分为 3 个构形平面:关节 1 为回转关节,关节 2 和关节 3 为非偏置型的摇摆关节,无论 3 个关节如何运动,关节 1 的回转中心轴线、连接关节 2的 2 个连杆中心轴线和连接关节 3 的 2 个连杆中心轴线始终在同一个几何平面上,并将其定义为构形平面 1;关节 6 为非偏置型的摇摆关节,关节 5 为回转关节,连接关节 6 的 2 个连杆中心轴线和关节 5 的回转中心轴线组成构形平面 2;关节 7 为回转关节,需要满足机械臂手爪抓取物体的姿态要求,关节 7 的回转中心轴线与垂直手爪开合方向组合为构形平面 3。而关节 4 为非偏置型的摇摆关节,其旋转轴线与关节 3 的关节轴线垂直,构形平面 1 和构形平面 2 相交于关节 4 的旋转轴线上,连接关节 4 两个连杆的中心轴线分别在构形平面 1 和构形平面 2 内。

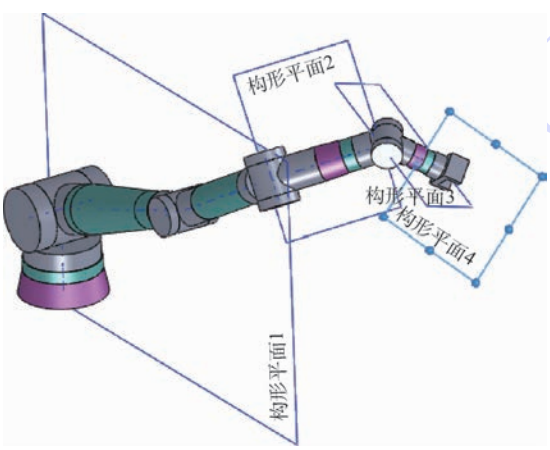


图 7　冗余机械臂构形平面划分

Fig. 7　Division of configuration plane of a redundant manipulator

3.3　规划任务

本例中的机械臂轨迹规划任务要求机械臂末端点轨迹为一条直线段,机械臂运动过程中,手爪夹持面垂直该直线轨迹,且在机械臂工作空间中存在空间障碍物。运动过程为加速—匀速—减速。

线段起始点位姿矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0.9511 & -0.3089 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 140.5 \\ -0.3089 & -0.9511 & 0 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

北航学报 赠阅

线段终点位姿矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0.7279 & -0.6487 & -0.2161 & -68.6079 \\ 0.5703 & 0.4030 & 0.7158 & 92.2059 \\ -0.3773 & -0.6456 & 0.6640 & 93.2544 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

根据任务轨迹的起点和终点的空间位置，进行空间轨迹插补计算，整体分成 10 段，共 11 个空间轨迹点，轨迹点的空间坐标如图 8 所示。

根据图 8 所示的空间轨迹点的坐标，按照构形平面轨迹规划方法，通过构形平面的匹配，同时计算机械臂和空间障碍物的干涉检测，从起点起始，确定冗余机械各关节角在各插补点的关节角度数值曲线，如图 9 所示。

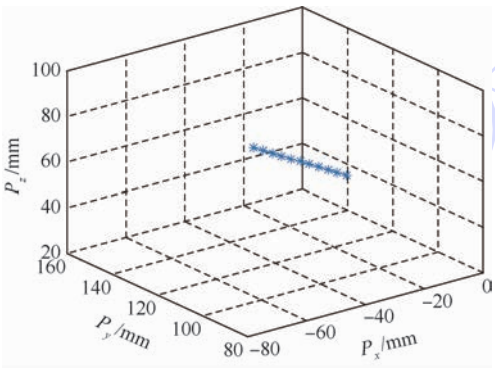


图 8 机械臂插补轨迹点的坐标

Fig. 8 Coordinates of trajectory interpolation points of manipulator

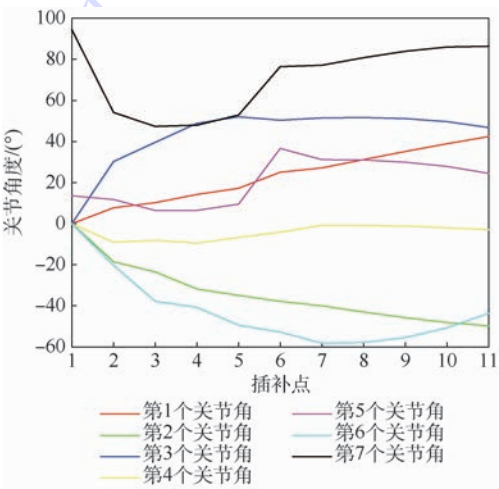


图 9 机械臂各关节在插补点的角度

Fig. 9 Joint angles of manipulator when end-effector is located in trajectory points

4 结 论

本文介绍了一种新颖的冗余机械臂轨迹规划方法，利用构形平面的方法实现空间避障、关节约束和轨迹优化的多目标冗余机械臂空间轨迹规划，得到如下结论：

1）总结串联形式的机器人结构特点和工作方式，引出构形平面概念，建立了构形平面表达式。该方法能够分解复杂的冗余机械臂拓扑结构，为运动学求解、轨迹规划、空间避障工作奠定基础。

2）以构形平面为基础，通过空间矢量引导的方式对构形平面进行空间位置确定，进而确定较为合理的冗余机械臂空间位形。该方法避免了采用传统解析方法即依赖机器人构形形式和自由度，也避免了数值方法中求解精度和求解速度问题，具有实用性和通用性。

参考文献（References）

[1] LOZANO-PEREZ T. Automatic planning of manipulator transfer movements[J]. IEEE Transaction on Systems Man and Cybermetics, 1980, 11(10): 681-698.

[2] LOZANO-PEREZ T. Spatial planning: A configuration space approach[J]. IEEE Transactions on Computers, 2006, 32(2): 108-120.

[3] LAVALLE S. Rapidly-exploring random trees: Progress and prospects[C]// Procceedings of the 2000 Fourth International Workshop on Algorithmic Foundations on Robotics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000: 1-19.

[4] BERTRAM D, KUFFNER J, DILLMANN R, et al. An integrated approach to inverse kinematics and path planning for redundant manipulators[C]// Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 1874-1879.

[5] STILMAN M. Global manipulation planning in robot joint space with task constraints[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(3): 576-584.

[6] 陈撼，裴甲瑞，陆智俊，等. 空间冗余机械臂的路径规划算法研究[J]. 上海航天，2017，34(5)：30-39.
CHEN H, PEI J R, LU Z J, et al. Research on path planning algorithm for spatially redundant manipulator[J]. Shanghai Aerospace, 2017, 34(5): 30-39(in Chinese).

[7] 高涵，张明路，张小俊. 冗余机械臂空间轨迹规划综述[J]. 机械传动，2016，40(10)：176-180.
GAO H, ZHANG M L, ZHANG X J. A survey of space trajectory planning for redundant manipulators[J]. Mechanical Transmission, 2016, 40(10): 176-180(in Chinese).

[8] HADDAD M, KHALIL W, LEHTIHET H E. Trajectory planning of unicycle mobile robots with a trapezoidal-velocity constraint [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(5): 954-962.

[9] SHIMIZU M, KAKUYA H, YOON W K, et al. Analytical inverse kinematic computation for 7-DOF redundant manipulators with joint limits and Its application to redundancy Resolution [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(5): 1131-1142.

[10] TIAN Y, CHEN X, HUANG Q, et al. Kinematic analysis and solution of the natural posture of a 7-DOF humanoid manipulator[C]// Proceedings of the 2010 IEEE International Confer-

ence on Automation and Logistics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 156-162.

[11] TRAN M T, SOUERES P, TAIX M, et al. Humanoid human-like reaching control based on movement primitives[C]// Proceedings of the 2010 19th IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 546-551.

[12] MARTIN D P, BAILLIEUL J, HOLLERBACH J M. Resolution of kinematic redundancy using optimization techniques[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1989, 5(4): 529-533.

[13] 贠超,刘刚,王刚,等. 基于 RBF 神经网络和二次规划的冗余机械臂避障问题研究[J]. 机电工程,2016,33(1):1-7.
YUN C, LIU G, WANG G, et al. Research on obstacle avoidance of redundant manipulator based on RBF neural network and quadratic programming[J]. Electrical and Mechanical Engineering, 2016, 33(1): 1-7(in Chinese)

[14] 王俊龙,张国良,羊帆,等. 改进人工势场法的机械臂避障路径规划[J]. 计算机工程与应用,2013,49(21):266-270.
WANG J L, ZHANG G L, YANG F, et al. Improved artificial potential field method for manipulator obstacle avoidance path planning[J]. Computer Engineering and Applications, 2013, 49(21): 266-270(in Chinese).

[15] 汪首坤,朱磊,王军政. 基于导航势函数法的六自由度机械臂避障路径规划[J]. 北京理工大学学报,2015,35(2):186-191.
WANG S K, ZHU L, WANG J Z. Obstacle avoidance path planning based on navigation potential function method for six degrees of freedom manipulator[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2015, 35(2): 186-191(in Chinese).

作者简介:

王安琪　女,硕士研究生。主要研究方向:水下机器人控制、冗余机械臂。

魏延辉　男,博士,硕士生导师。主要研究方向:水下机器人控制、冗余机械臂。

Trajectory planning method for redundant manipulator based on configuration plane

WANG Anqi, WEI Yanhui*, HAN Han, XU Lixue

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: This paper proposes a novel method for solving the problem of multi-goal redundant manipulator trajectory planning. Specifically, Specifically, the trajectory planning path for a redundant manipulator is a complicated process with the joint constraint and the limit of spatial obstacle. First, to ensure stability of the manipulator motion, the work configuration of a redundant manipulator can be composed of multiple joint axes, which are connected in sequence. Second, by using the spatial geometry method, spatial trajectory planning for a redundant manipulator can be performed based on the configuration plane. Third, the optimized spatial path can be quickly obtained, which achieves multi-goal trajectory planning using the method of spatial vector leading, obstacle avoidance path comparing and choosing. Finally, a simulation using a 7-DOF redundant manipulator is conducted. The simulation result shows that the path planning problem can be solved quickly and intuitively by this method. Further, it does not depend on the work configuration of the manipulator and can be applied to redundant manipulators with more degrees of freedom.

Keywords: redundant manipulator; configuration plane; space geometry; trajectory planning; space obstacle avoidance

Received: 2017-11-29; **Accepted**: 2018-04-08; **Published online**: 2018-05-17 12:57

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180515.0935.001.html

Foundation items: National Science and Technology Department International Science and Technology Cooperation Project (2014DFR10010); Defense Industrial Technology Development Program (A0420132202); Thirteen Five Navy Pre-research (J040717005); Natural Science Foundation of Heilongjiang Province of China (E2017024)

* **Corresponding author**. E-mail: wyhhit@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0181

基于改进相关向量机的锂电池寿命预测方法

王春雷[1], 赵琦[2,*], 秦孝丽[2], 冯文全[2]

(1. 北京科技大学 计算机与通信工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 锂电池具有轻便安全、循环寿命长和安全性能好等优点,作为一个被广泛应用的储能电源,锂电池健康管理和寿命预测是国内外研究的热点。建立锂电池寿命预测方法和模型,基于实验历史数据,建立电池衰减模型从而对整个电池的工作状态进行评估,及时对设备进行维护和替换,以确保电池工作的稳定。对相关向量机(RVM)的核函数进行了组合改进,优化了 RVM 的性能,减小了锂电池寿命预测的偏差度,提高了预测精度。

关 键 词: 锂电池; 剩余寿命; 预测; 相关向量机(RVM); MATLAB
中图分类号: TM912.9
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-1998-06

全下文载

锂电池不仅便于携带,而且续航时间长于镍镉电池,工作中的安全等级大于氢电池,已成为现今电池的支柱。锂电池不仅促进了新能源和新型环保技术的更新换代,而且推动了当今信息时代的快速发展[1]。

锂电池寿命预测技术主要有 2 种方法,分别为直接测量和间接测量。无论是脉冲快速充电,还是以恒定电流或恒定电压进行分段式充放电实验,锂电池的容量随着电池使用时间和充放电循环次数的增加而不断减少,当其下降到某个阈值时,必须终止放电,停止使用,否则会对使用设备造成较大的永久性损害,增加危险因素和不稳定程度。电池的容量是反映电池健康程度的重要指标之一[2]。

通过对国内外研究现状进行分析,常见的寿命预测可分为 3 类:基于统计分布、数据驱动和模型驱动的预测方法[3]。其中,数据驱动是锂电池寿命预测的主要方法,其在统计学和数据挖掘等理论指导下,借助神经网络和支持向量机(Support Vector Machine, SVM)等机器学习算法,总结输出变量间的关系,建立输入与输出变量间的关系模型[4]。神经网络有着收敛速率慢、训练时间长的缺点,SVM 的核函数必须满足 Mercer 条件[5]。相关向量机(Relevance Vector Machine, RVM)是一种基于贝叶斯框架下的模型,其泛化能力强,具有不确定表达能力,与 SVM 相比,核函数不需要满足 Mercer 条件。因此本文采用 RVM 进行锂电池寿命预测并对结果进行分析,一般 RVM 模型使用单一的核函数,其泛化能力较弱。针对这一问题,本文提出了基于组合核函数的 RVM 锂电池寿命预测模型,该模型泛化能力更强,进而提高了锂电池剩余寿命的预测精度。

1 相关向量机

在数学研究领域中,RVM[6]是一种在已有数据上进行建模的技术,是 Tipping[7]在 SVM 的基础上改进提出的。虽然 RVM 和 SVM 拥有相同的函数形式的模型,但是两者的理论基础完全不同,SVM 是利用最小化原则构造风险最小的模型结

收稿日期: 2018-04-04; **录用日期**: 2018-05-11; **网络出版时间**: 2018-07-10 15:15
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180710.1111.001.html
* **通信作者**. E-mail: zhaoqi@buaa.edu.cn

引用格式: 王春雷, 赵琦, 秦孝丽, 等. 基于改进相关向量机的锂电池寿命预测方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1998-2003. WANG C L, ZHAO Q, QIN X L, et al. Life prediction method of lithium battery based on improved relevance vector machine[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 1998-2003 (in Chinese).

北航学报 赠阅

构,而 RVM 是利用贝叶斯框架来训练和构建学习机,在原理上建立高斯过程模型[8]使得协方差最小。

RVM 考虑从一组输入样本$\{\boldsymbol{x}_i\}_{i=1}^N$与对应的目标$\{t_i\}_{i=1}^N$进行建模,当遇到新样本$\boldsymbol{x}_*$利用得到的模型,预测目标$t_*$,由于退化数据往往带有噪声,通常在模型中加入不确定项来反映噪声影响。一般建立的非线性模型形式为[9]

$$t_i = y(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{w}) + \varepsilon_i \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{w}$ 为权值向量;$y(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{w})$为一个未知的非线性函数;$\varepsilon_i$ 表示服从均值为 0 且方差为 σ^2 的独立同分布高斯噪声。未知函数 $y(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{w})$可以表述为一组基函数的线性组合:

$$y(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{w}) = \sum_{n=0}^{N} w_n\phi_n(\boldsymbol{x}_i) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\phi(\boldsymbol{x}_i) \tag{2}$$

式中:w_n 为权值;$\phi(\boldsymbol{x}_i) = [\phi_0(\boldsymbol{x}_i),\phi_1(\boldsymbol{x}_i),\cdots,\phi_N(\boldsymbol{x}_i)]^{\mathrm{T}}$ 为非线性基函数,式(1)向量形式为

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{\Phi w} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{t}$ 为假定的目标值;$\boldsymbol{\Phi}$ 为 $\phi(\boldsymbol{x}_i)$的向量形式,$\phi(\boldsymbol{x}_i) = [1,K(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_1),K(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_2),\cdots,K(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_N)]^{\mathrm{T}}$,$K(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$表示核函数;$\boldsymbol{\Phi}$ 为对每个训练样本定义的基函数。

由贝叶斯推理得

$$p(t_i|\boldsymbol{x}_i) \sim N(t_i|y(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{w}),\sigma^2) \tag{4}$$

式中:$N(t_i|y(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{w}),\sigma^2)$表示均值为 $y(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{w})$,方差为 σ^2。一般可以直接使用最大似然估计来求解未知参数 $\boldsymbol{w}$ 和 σ^2,但这样会导致过拟合问题,RVM 模型中,为了确保模型具有较好的泛化能力,首先为每个权重赋予一个高斯先验分布 $p(\boldsymbol{w}|\alpha)$,α 为超参数,$p(\boldsymbol{w}|\alpha) = \prod_{i=0}^{N} N(w_i|0,\alpha_i^{-1})$,其中每个超参数 α_i 对应权重 w_i,负责调整权重大小。则使用历史数据估计目标 t_* 可表示为

$$p(t_*|\boldsymbol{t}) = \int p(t_*|\boldsymbol{w},\alpha,\sigma^2)\,p(\boldsymbol{w},\alpha,\sigma^2|\boldsymbol{t})\,\mathrm{d}\boldsymbol{w}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\sigma \tag{5}$$

由贝叶斯公式可以得

$$p(\boldsymbol{w},\alpha,\sigma^2|\boldsymbol{t}) = p(\boldsymbol{w}|\alpha,\sigma^2,\boldsymbol{t})\,p(\alpha,\sigma^2|\boldsymbol{t}) \tag{6}$$

$$p(\boldsymbol{t}|\alpha,\sigma^2) = \int p(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{w},\sigma^2)\,p(\boldsymbol{w}|\alpha)\,\mathrm{d}\boldsymbol{w} \tag{7}$$

$$p(\boldsymbol{w}|\alpha,\sigma^2,\boldsymbol{t}) = \frac{p(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{w},\sigma^2)\,p(\boldsymbol{w}|\alpha)}{\int p(\boldsymbol{t}|\boldsymbol{w},\sigma^2)\,p(\boldsymbol{w}|\alpha)\,\mathrm{d}\boldsymbol{w}} \tag{8}$$

式(7)是由 2 个高斯分布卷积得到,所以式(7)仍服从高斯分布,因此式(8)也为高斯分布,具体形式为

$$p(\boldsymbol{w}|\alpha,\sigma^2,\boldsymbol{t}) = (2\pi)^{-(N+1)/2}|\boldsymbol{\Sigma}|^{-1/2}\cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{w}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{w}-\boldsymbol{\mu})\right] \tag{9}$$

该后验概率的协方差 $\boldsymbol{\Sigma}$ 和均值 $\boldsymbol{\mu}$ 分别为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Sigma} = (\sigma^{-2}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{A})^{-1}\\ \boldsymbol{\mu} = \sigma^{-2}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}\end{cases} \tag{10}$$

式中:$\boldsymbol{A} = \mathrm{diag}(\alpha_0,\alpha_1,\cdots,\alpha_N)$。

$$p(\alpha,\sigma^2|\boldsymbol{t}) \propto p(\boldsymbol{t}|\alpha,\sigma^2)\,p(\alpha)\,p(\sigma^2) \tag{11}$$

现认为求 $p(\alpha,\sigma^2|\boldsymbol{t})$最大后验概率估计等价于求 $p(\boldsymbol{t}|\alpha,\sigma^2)$的最大后验概率估计,由式(7)可知,$p(\boldsymbol{t}|\alpha,\sigma^2)$服从高斯分布,$p(\boldsymbol{t}|\alpha,\sigma^2)$的均值为 0,协方差为 $\boldsymbol{\Sigma} = \sigma^2\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}$。

使用迭代法确定参数 α,σ^2 迭代公式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Sigma} = (\sigma^{-2}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{A})^{-1}\\ \boldsymbol{\mu} = \sigma^{-2}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}\\ \alpha_i^{\mathrm{new}} = \dfrac{1-\alpha_i\Sigma_{ii}}{\mu_i^2}\\ (\sigma^2)^{\mathrm{new}} = \dfrac{\|\boldsymbol{t}-\boldsymbol{\Phi\mu}\|^2}{N-\sum_i(1-\alpha_i\Sigma_{ii})}\end{cases} \tag{12}$$

预测过程:对于新的输入 $\boldsymbol{x}_*$,相应的预测输出 t_* 的概率分布为

$$p(t_*|\boldsymbol{x}_*,\alpha_{mp},\sigma_{mp}^2) \sim N(y_*,\sigma_*^2)n \tag{13}$$

$$y_* = \boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\phi(\boldsymbol{x}_*) \tag{14}$$

$$\sigma_*^2 = \sigma_{mp}^2 + \phi(\boldsymbol{x}_*)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}\phi(\boldsymbol{x}_*) \tag{15}$$

式中:y_* 为 t_* 的预测值;α_{mp} 和 σ_{mp}^2 为式(12)取得的收敛值;当参数 α_i 不趋于 0 时,对应的基函数矢量 $\phi(\boldsymbol{x}_i)$则称为相关向量[10]。

2　核函数的选择

已知被广泛使用的高斯核函数为

$$G(p_i,q_j) = \exp\left[-\frac{\|p_i-q_j\|}{2\delta^2}\right]^2 \tag{16}$$

式中:p 为空间中任一点;q 为核函数中心;δ 为带宽。

高斯核函数是基于距离方程的核函数,可以满足在测试点附近有较快的衰减,但是在无限远处却不能保证有一定的衰减速率,所以需要构建一个核函数来满足无限远处的衰减。

高斯核函数具有一定的缺陷,因此通过改进高斯核函数来进一步提高核函数性能,将距离方程放到指数的分母上,这样函数的特性曲线能使其在远离测试点的时候仍有一定的衰减速率[11]。因此初步构建的核函数为

$$G(p_i,q_j) = 2^{\frac{\delta^2}{\|p_i-q_j\|}} \tag{17}$$

从函数的特性曲线来看,函数满足在测试点附近有较快的衰减速率,在无限远处仍能保持适

北航学报 赠阅

当的衰减,为了获得更好的预测性能,在此加入了位移参数 γ,函数微调变量 λ 和幅度调节参数 G,则最终修正的高斯核函数为

$$G(p_i,q_j) = G \cdot 2^{\frac{\delta^2}{\|p_i-q_j\|^2+\gamma}+\lambda} \tag{18}$$

式中:δ^2 为带宽变量;γ 为位移参数;λ 为函数微调变量。最关键的核参数依旧是带宽 δ 和位移参数 γ。

由于高斯核函数是典型的局部性核函数,其只能保证在测试点附近极小的范围内对数据点有影响,多项式核函数是应用最广泛的全局核函数,其表达式为

$$P(p_i,q_j) = (p_iq_j + 1)^2 \tag{19}$$

为了兼顾局部核函数与全局核函数的优势,本文选取了多项式核函数和改进的高斯核函数相结合的核函数使之具有有更好的特性[11]。其表达式为

$$K(p_i,q_j) = mP(p_i,q_j) + (1-m)G(p_i,q_j) \tag{20}$$

式中:m 为调节多项式核函数和高斯核函数的参数,其取值范围为 $0 \leqslant m \leqslant 1$。当 $m=0$ 时,核函数退化为改进高斯核函数;当 $m=1$ 时,核函数退化为多项式核函数。

本文计算 RVM 预测结果的偏差度、标准差、拟合程度以及运行时间,用来评价预测结果的精准度[12],其中运行时间由 MATLAB 系统函数给出。

预测结果偏差度:

$$R_{\text{error}} = \text{RUL}_{\text{predict}} - \text{RUL}_{\text{true}} \tag{21}$$

式中:$\text{RUL}_{\text{predict}}$ 为预测结果值;RUL_{true} 为电池实际电容值。

预测结果标准差:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(f(u_i) - f'(u_i))^2}{n}} \tag{22}$$

预测结果拟合程度:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(f(u_i) - f'(u_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(f(u_i) - \overline{f(u_i)})} \tag{23}$$

式中:R^2 越接近 1 表示拟合程度越好;$f(u_i)$ 为锂电池的真实电容值;$f'(u_i)$ 为预测的剩余电容值;$\overline{f(u_i)}$ 为所有预测剩余电容值的平均值;n 为样本数量。

3 锂电池寿命预测

3.1 锂电池剩余寿命预测框架

健康状态的可直接对在线运行的锂电池而言,电池充放电可能并不完全,使用安时法得到的容量并不准确,并且一般的传感器也无法监测电池内部的状态。要进行锂电池在线剩余寿命预测需要提取能反映电池健康状态的可直接在线测量的间接健康因子;构建出在线可测量的间接健康因子后,结合已有的历史电池容量退化数据,建立在线可测量的间接健康因子与电池容量的关系模型;将在线采集到的间接健康因子数据作为输入,通过得到的关系模型计算出对应使用周期下的电池容量的估计值。经分析发现当给定一定电压范围时,等电压放电时间间隔会随着循环使用周期增加而逐渐减小,与电池容量有着相似的退化趋势。

本文首先将等电压放电时间间隔作为锂电池的间接健康因子,然后使用 RVM 模型建立间接健康因子与电池容量的关系模型,最后通过得到的关系模型预测出锂电池的容量和剩余寿命。锂电池的剩余寿命预测流程图如图 1 所示。

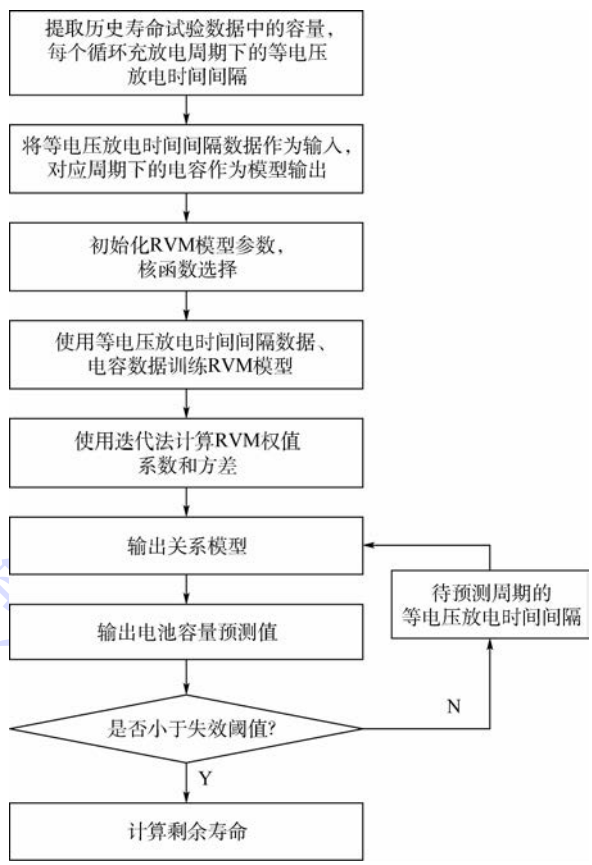


图 1 RVM 预测方法流程

Fig. 1 RVM predictive method process

3.2 锂电池数据分析

本实验所用的原始数据来源于 NASA 公布的 Battery Data Set 中的 B0005、B0006、B0007 和 B0018 这 4 组电池的充放电循环数据。

通过对这 4 组电池的电池容量进行对比分

北航学报 赠阅

析,可得出 4 组电池的大概退化趋势近似(见图 2)[13],但是电池的电池容量上下限和实验充放电循环次数有所不同,因此实验中对不同型号的电池失效阈值和实验预测起点的选择不同,对于 B0005、B0006 和 B0018 这 3 个电池选取 1.38 A·h 作为电池的失效阈值,对于 B0007 则选取 1.2 A·h作为失效阈值。

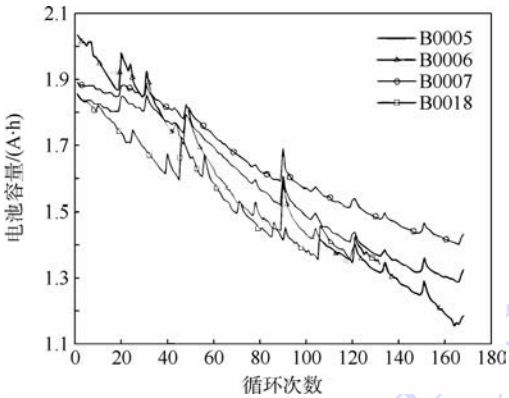


图 2　4 组电池容量退化趋势

Fig. 2　Four groups of battery capacity degradation trends

3.3　预测结果

利用组合核函数对 B0005、B0006、B0007 和 B0018 这 4 组锂电池样本数据进行预测,并与使用单一的高斯核函数的 RVM 预测模型进行对比。在此过程中经过多次实验,发现在组合核函数的参数 $G=1, m=0.55, \gamma=0.8, \lambda=2$ 时,实验结果最好。其预测结果的偏差度、标准差、拟合程度和运行时间见表 1 ~ 表 4。

表 1　B0005 电池预测结果

Table 1　B0005 battery prediction results

预测方法	预测起点	偏差度	标准差	拟合程度	运行时间/s
组合核函数	70	0.003 365 5	0.013 604	0.979 43	3.221
高斯核函数	70	0.010 356	0.013 678	0.979 42	2.938

表 2　B0006 电池预测结果

Table 2　B0006 battery prediction results

预测方法	预测起点	偏差度	标准差	拟合程度	运行时间/s
组合核函数	80	0.006 954 2	0.016 442	0.972 59	3.634
高斯核函数	80	0.008 217	0.017 83	0.967 837	3.718

3.4　结果分析

本文采用组合核函数,使用等电压放电时间间隔及其对应的电容值作为样本集,使用迭代循环优化预测模型的超参数[14],对 B0005、B0006、B0007 和 B0018 这 4 组电池继续预测剩余电容值,根据总的循环次数选取适当的预测起点得到以下结果:

表 3　B0007 电池预测结果

Table 3　B0007 battery prediction results

预测方法	预测起点	偏差度	标准差	拟合程度	运行时间/s
组合核函数	80	0.000 959 2	0.010 576	0.974 3	3.71
高斯核函数	80	0.002 875 8	0.011 009	0.972 19	3.593

表 4　B0018 电池预测结果

Table 4　B0018 battery prediction results

预测方法	预测起点	偏差度	标准差	拟合程度	运行时间/s
组合核函数	60	−0.000 522	0.008 783	0.975 64	2.188
高斯核函数	60	−0.026 622	0.029 332	0.777 98	1.954

本文对传统的高斯核函数进行了改进,增强了其性能,并将学习能力强、泛化能力弱的改进高斯核函数和泛化能力强、学习能力弱的多项式核函数组合起来形成组合核函数,改进了 RVM 的性能[15]。

在实验预测中可以很清楚地发现组合核函数相比传统的高斯核函数有着更好的性能,偏差度大幅度减小,B0005、B0006、B0007 和 B0018 电池预测结果的偏差度分别减小了 67.5%、15.4%、66.6% 和 98.0%。

由于传统的高斯核函数是局部核函数[16],对部分电池的预测结果有较好的拟合程度,但是其泛化能力很弱,并不适用于所有电池。从实验结果可以看出,组合核函数在保证了预测精度的条件下,泛化能力也明显优于高斯核函数。B0005 电池预测结果的拟合程度并没有很大的改观,B0006、B0007 和 B0018 电池预测结果的拟合程度分别提高了 0.5%、0.2% 和 25.4%。此次改进实验对 B0018 号电池的预测精度提高最为明显。

4　结　论

本文对传统的高斯核函数进行了改进,应用改进的 RVM 对锂电池寿命进行预测实验,得到了以下结论:

1)使用组合核函数的 RVM 模型预测结果的偏差度大幅度减小,预测精度得到了提高,其中 B0006、B0007 和 B0018 电池的预测精度分别提高了 0.5%、0.2% 和 25.4%。

2)4 种电池的预测结果表明使用组合核函数的 RVM 模型泛化能力好于使用单一高斯核函数的 RVM 模型。

北航学报 赠阅

参考文献（References）

[1] 张卓识. 锂离子电池建模与故障预测方法研究[D]. 大连：大连海事大学，2016.
ZHANG Z S. Study of lithium-ion battery modeling and prognostics method[D]. Dalian: Maritime Affairs University of Dalian, 2016(in Chinese).

[2] 朱亮标. 基于数据驱动的锂离子电池剩余寿命预测模型及软件实现[D]. 广州：华南理工大学，2014.
ZHU L B. Remaining life prediction model and Software implementation for lithium-ion battery based on data-driven[D]. Guangzhou: Institutes of Technology of South China, 2014(in Chinese).

[3] 艾力，房红征，于功敬，等. 基于数据驱动的卫星锂离子电池寿命预测方法[J]. 计算机测量与控制，2015，23(4)：1262-1265.
AI L, FANG H Z, YU G J, et al. Research on data-driven life prediction methods of satellite lithium-ion battery[J]. Computer Measurement & Control, 2015, 23(4): 1262-1265(in Chinese).

[4] 郑方丹. 基于数据驱动的多时间尺度锂离子电池状态评估技术研究[D]. 北京：北京交通大学，2017.
ZHENG F D. Multi-time scale state estimation of lithium-ion batteries using data driven method[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017(in Chinese).

[5] 赵春辉，张燚. 相关向量机分类方法的研究进展与分析[J]. 智能系统学报，2012，7(4)：294-301.
ZHAO C H, ZHANG Y. Research progress and analysis on methods for classification of RVM[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2012, 7(4): 294-301(in Chinese).

[6] 杨树仁，沈洪远. 基于相关向量机的机器学习算法研究与应用[J]. 计算机技术与自动化，2010，29(1)：43-47.
YANG S R, SHEN H Y. Research on data-driven life prediction methods of satellite lithium-ion battery[J]. Computer Measurement & Control, 2010, 29(1): 43-47(in Chinese).

[7] TIPPING M. The relevance vector machine, 2000[C]// Advances in Neural Information Processing Systems. Cambridge: MIT Press, 2000: 652-658.

[8] 黄海. 锂离子动力电池老化特性研究与循环寿命预测[D]. 济南：山东大学，2016.
HUANG H. Research on aging performances and cycle-life predictions of Li-ion battery[D]. Jinan: Shandong University, 2016(in Chinese).

[9] 王立昆，杨新峰. 一种基于 RVM 回归的分类方法[J]. 电子科技，2011，24(5)：14-16.
WANG L K, YANG X F. A classification method based on RVM regression[J]. Electronic Science and Technology, 2011, 24(5): 14-16(in Chinese).

[10] 周建宝. 基于 RVM 的锂离子电池剩余寿命预测方法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2013：20-23.
ZHOU J B. Research on lithium-ion battery remaining useful life estimation with relevance vector machine[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013: 20-23(in Chinese).

[11] 杨柳，张磊，张少勋，等. 单核和多核相关向量机的比较研究[J]. 计算机工程，2010，36(12)：195-197.
YANG L, ZHANG L, ZHANG S X, et al. Comparison research of single kernel and multi-kernel relevance vector machine[J]. Computer Engineering, 2010, 36(12): 195-197(in Chinese).

[12] 豆金昌. 锂离子电池健康评估及剩余使用寿命预测方法研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2013.
DOU J C. Health assessment and remaining useful life prediction of Li-ion battery[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013(in Chinese).

[13] 李晗，萧德云. 基于数据驱动的故障诊断方法综述[J]. 控制与决策，2011，26(1)：1-9.
LI H, XIAO D Y. Survey on data fault diagnosis methods[J]. Control and Decision, 2011, 26(1): 1-9(in Chinese).

[14] 张金，魏影，韩裕生，等. 一种改进的锂离子电池剩余寿命预测算法[J]. 电子技术应用，2015，41(8)：110-112.
ZHANG J, WEI Y, HAN Y S, et al. An improved particle filter algorithm for lithium-ion battery remaining useful life prediction[J]. Application of Electronic Technique, 2015, 41(8): 110-112(in Chinese).

[15] 李柱. 锂离子电池寿命预测方法研究[D]. 淮南：安徽理工大学，2017.
LI Z. Study on remaining useful life prediction method for lithium-ion batteries[D]. Huainan: Anhui University of Science and Technology, 2017(in Chinese).

[16] 杨丽. 基于模型驱动的锂离子电池剩余寿命预测方法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2016.
YANG L. Research on lithium-ion battery rul model driven prognosis method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016(in Chinese).

作者简介：

王春雷 男，硕士研究生。主要研究方向：机器学习。

赵琦 女，博士，副教授，硕士生导师。主要研究方向：通信与信息系统、航天器健康管理等。

秦孝丽 女，硕士研究生。主要研究方向：故障诊断与预测。

冯文全 男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：卫星综合测试与仿真、遥测遥控、卫星导航。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Life prediction method of lithium battery based on improved relevance vector machine

WANG Chunlei[1], ZHAO Qi[2,*], QIN Xiaoli[2], FENG Wenquan[2]

(1. School of Computer and Communication Engineering, University of Science & Technology Beijing, Beijing 100083, China;
2. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Lithium batteries have the advantages of light weight and safety, long cycle life, and good safety performance. As a widely-used energy storage power supply, lithium battery health management and life prediction are hot topics both at home and abroad. Lithium battery life assessment methods and prediction models were established. Battery decay models were established based on experimental historical data to evaluate the working status of the entire battery, and the equipment was maintained and replaced in time to ensure stable battery operation. In this paper, the kernel function of the relevance vector machine (RVM) was mainly improved, the performance of the relevance vector machine was optimized, the lithium battery life prediction bias was reduced, and the prediction accuracy was improved.

Keywords: lithium battery; remaining useful life; prediction; relevance vector machine (RVM); MATLAB

北京航空航天大学学报

Received: 2018-04-04; **Accepted**: 2018-05-11; **Published online**: 2018-07-10 15:15
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180710.1111.001.html

* **Corresponding author**. E-mail: zhaoqi@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0047

基于 HCKS-EM 的战斗机蛇形机动目标跟踪算法

卢春光，周中良*，刘宏强，寇添，杨远志
（空军工程大学 航空工程学院，西安 710038）

摘 要：针对有色量测噪声背景下战斗机蛇形机动模式转弯角速度辨识问题，考虑到目标状态与转弯角速度之间相互耦合的特性，基于期望最大化（EM）算法框架，提出了一种带有色量测噪声的联合估计与辨识算法。通过采用量测差分法实现了有色噪声白化，从而将有色量测噪声背景下的转弯角速度辨识问题转换成具有一步状态延迟的转弯角速度辨识问题。基于 EM 算法实现了战斗机蛇形机动目标状态与转弯角速度的联合估计与辨识：在 E-step，通过利用有色量测噪声背景下的高阶容积卡尔曼平滑（HCKS）算法，获得了目标状态的后验估计；在 M-step，通过极大化条件似然函数，进而获得转弯角速度的解析解。通过仿真验证了本文算法的目标状态估计与角速度辨识的精度均优越于传统的扩维法以及交互多模型法。而且又从窗口长度以及最大迭代次数 2 个方面评估分析了算法的性能，仿真结果表明，窗口长度以及最大迭代次数越大，精度越高。

关 键 词：蛇形机动；有色量测噪声；量测差分法；期望最大化（EM）；联合估计与辨识
中图分类号：V19
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)09-2004-09

蛇形机动是战斗机飞行员在隐蔽接敌、机动规避及协同探测等战术动作中经常采用的战术机动类型。在一定的空战态势下，飞行员进行蛇形机动反映了其战术意图，因此在空战中如何快速而又准确地识别出目标的蛇形机动模式对于明确其战术意图以及评估当前的战场态势具有十分重要的意义。目前，机动模式的识别主要从机动模式的几何特征（宏观）以及运动参量特征（微观）2 个方面着手：文献[1]通过将战术机动进行分割并按时间序列进行编码，采用隐马尔可夫模型进行训练、识别；文献[2]通过提取目标航向角变化率、高度变化率等运动参量特征，设计了一个 2 级识别方案，采用模糊推理和时间自动机方法实现了机动模式的识别。对于蛇形机动目标而言，转弯角速度是其最为关键的运动参量，因此通过载机雷达的量测数据精确辨识出转弯角速度对于提高战斗机蛇形机动模式的识别率具有重要意义。

目前，机动目标转弯角速度辨识的问题已经得到了许多学者的关注。文献[3-5]将转弯角速度作为目标状态变量，通过重新构造状态方程，分别使用扩展卡尔曼滤波（EKF）/无迹卡尔曼滤波（UKF）、基于 5 阶球径容积规则的高阶容积卡尔曼滤波（HCKF）等非线性滤波算法估计角速度和其他状态变量，其缺点是角速度估计的精度依赖于目标初始状态及协方差、过程噪声等因素。文献[6]根据角速度与目标速度方向角之间的物理关系，通过采用滤波算法对目标速度方向角进行估计，间接求出了角速度的估计值，该方法的缺点是采用方向角等中间变量间接地估计角速度，将引入新的估计误差。文献[7]将角速度当作系统

收稿日期：2018-01-18；**录用日期**：2018-04-13；**网络出版时间**：2018-05-18 10:48
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180515.1929.003.html
基金项目：国家自然科学基金（61472443）
* **通信作者**. E-mail：zzl_panda@163.com

引用格式：卢春光，周中良，刘宏强，等. 基于 HCKS-EM 的战斗机蛇形机动目标跟踪算法[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(9)：2004-2012. LU C G，ZHOU Z L，LIU H Q，et al. Fighter zigzag maneuver target tracking algorithm using HCKS-EM[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(9)：2004-2012 (in Chinese).

北航学报 赠阅

的未知参数,采用期望最大化(EM)算法将角速度与目标状态进行联合估计与辨识,该方法的缺点是使用的是全量测数据,算法运行时间长,不能满足空战中实时识别的要求。

在实际空战中,目标的角速度是未知且时变的,并且与目标状态相互耦合,因此在进行联合状态估计与角速度辨识时,为了获得角速度辨识的解析解,需要解除这种耦合关系。对在传统意义上的状态估计与参数辨识中,通常认为量测噪声之间是相互独立的,但是在实际跟踪过程中,雷达的采样频率过高[8],使得相邻量测噪声之间的相关性往往不能够被忽略,因此,在对角速度辨识和目标状态估计的过程中必须考虑这种相关性。针对上述问题,本文基于 EM 算法框架提出一种带有色量测噪声的联合估计与辨识算法,并引入滑窗思想,以提高辨识的实时性:E-step 利用当前估计的角速度以及经过带有色量测噪声的高阶容积卡尔曼平滑(HCKS)获得的后验平滑概率密度和联合概率密度,计算完备数据似然函数的条件期望;M-step 通过使期望最大化进而更新获得下一次迭代的角速度估计量。

1　问题描述

蛇形机动可以分解成若干个具有不同转弯角速度的圆弧转弯机动,因此蛇形机动目标转弯角速度的辨识问题转化成圆弧转弯机动的角速度辨识问题。在有色量测噪声背景下,假设目标在二维平面中运动,转弯机动模型状态方程及量测方程为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_{k+1}=f(\boldsymbol{x}_k,\Omega_k)+\boldsymbol{w}_k\\ \boldsymbol{z}_k=h(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{v}_k\end{cases}\tag{1}$$

$$f(\boldsymbol{x}_k,\Omega_k)=\begin{bmatrix}1 & \dfrac{\sin(\Omega_kT)}{\Omega_k} & 0 & \dfrac{\cos(\Omega_kT)-1}{\Omega_k}\\ 0 & \cos(\Omega_kT) & 0 & -\sin(\Omega_kT)\\ 0 & \dfrac{1-\cos(\Omega_kT)}{\Omega_k} & 1 & \dfrac{\sin(\Omega_kT)}{\Omega_k}\\ 0 & \sin(\Omega_kT) & 0 & \cos(\Omega_kT)\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{x}_k$$

式中:T 为采样间隔;Ω_k 为待辨识的转弯角速度;$\boldsymbol{x}_k=[x_k\quad \dot{x}_k\quad y_k\quad \dot{y}_k]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{x}_k\in\mathbf{R}^n$ 为状态变量;$\boldsymbol{z}_k\in\mathbf{R}^m$ 为系统量测向量;$h(\cdot)$ 为非线性量测函数;$\boldsymbol{w}_k$ 为零均值高斯白噪声,协方差为 $\boldsymbol{Q}$;$\boldsymbol{v}_k$ 为高斯有色噪声,满足一阶自回归(AR)方程[9]:

$$\boldsymbol{v}_k=\boldsymbol{\psi}_{k,k-1}\boldsymbol{v}_{k-1}+\boldsymbol{\zeta}_{k-1}\tag{2}$$

其中:$\boldsymbol{\psi}_{k,k-1}$ 为已知的常数矩阵;$\boldsymbol{\zeta}_k\in\mathbf{R}^m$ 为零均值高斯白噪声,协方差为 $\boldsymbol{R}$。$\boldsymbol{w}_k$ 和 $\boldsymbol{\zeta}_k$ 互不相关。初始状态 $\boldsymbol{x}_0$ 与 $\boldsymbol{w}_k$ 和 $\boldsymbol{\zeta}_k$ 无关,并且满足 $\boldsymbol{x}_0\sim N(\hat{\boldsymbol{x}}_0,\boldsymbol{P}_0)$。

由式(1)可知,蛇形机动目标的转弯角速度 Ω_k 这一未知参数耦合在状态转移矩阵之中,为了获取转弯角速度的解析解,需要解除转弯角速度与状态转移矩阵之间的非线性耦合关系,从而将状态方程等价转换成如式(3)形式:

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=F(\boldsymbol{x}_k)\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{w}_k\tag{3}$$

式中:

$$F(\boldsymbol{x}_k)=\begin{bmatrix}\dot{x}_k & -\dot{y}_k & 0 & 0\\ 0 & 0 & \dot{x}_k & -\dot{y}_k\\ \dot{y}_k & \dot{x}_k & 0 & 0\\ 0 & 0 & \dot{y}_k & \dot{x}_k\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta}=[\theta_1\quad\theta_2\quad\theta_3\quad\theta_4]^{\mathrm{T}}$$

$$\theta_1=\sin(\Omega_kT)/\Omega_k$$

$$\theta_2=(1-\cos(\Omega_kT))/\Omega_k$$

$$\theta_3=1-\cos(\Omega_kT)$$

$$\theta_4=\sin(\Omega_kT)$$

则通过辨识出参数 $\boldsymbol{\theta}$,进而根据 $\hat{\Omega}_k=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k,4}/\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k,1}$ 可以求得蛇形机动目标的转弯角速度 Ω_k。

由于在有色噪声条件下,传统的高斯近似滤波器和平滑器估计性能不佳,进而影响 EM 算法的辨识效果,所以为了实现目标状态的精确估计和转弯角速度的准确辨识,需要解除相邻量测之间相互耦合的关系,实现有色量测噪声的白化[10]。本文采取量测差分的方法实现有色量测噪声的白化,重新构造量测方程如下:

$$\boldsymbol{z}^*_{k+1}=\boldsymbol{z}_{k+1}-\boldsymbol{\psi}_{k+1,k}\boldsymbol{z}_k\tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{z}^*_{k+1}$ 为重新构造的白色量测。

依据式(1)和式(2)可以得到具有一步状态延迟的量测方程:

$$\boldsymbol{z}^*_{k+1}=\begin{cases}h_{k+1}(\boldsymbol{x}_{k+1})-\boldsymbol{\psi}_{k+1,k}h_k(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{\zeta}_k\\ \boldsymbol{z}^*_1=h_1(\boldsymbol{x}_1)+\boldsymbol{\zeta}_1\end{cases}\tag{5}$$

定理 1[11]　如果 $p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_s\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})$ 服从高斯分布,$p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_s\mid\boldsymbol{Z}_1^k)$ 也服从高斯分布,则在最小均方差意义下满足:

$$\begin{cases}E(\boldsymbol{x}_s\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})=E(\boldsymbol{x}_s\mid\boldsymbol{Z}_1^k)\\ \mathrm{Var}(\boldsymbol{x}_s\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})=\mathrm{Var}(\boldsymbol{x}_s\mid\boldsymbol{Z}_1^k)\end{cases}$$

也就是说在最小均方差误差意义下,基于白化后的量测 $\boldsymbol{Z}_1^{*k}$ 的状态估计与基于有色量测 $\boldsymbol{Z}_1^k$ 的状态估计是等价的。

2　基于 HCKS-EM 的联合估计与辨识算法

基于极大似然估计准则,本文提出了一种带

北航学报 赠阅

有色量测噪声的联合估计与辨识算法对未知角速度进行辨识,具体的算法框架如图 1 所示。在第 t 次迭代时,通过将带有色噪声的量测序列经过 HCKS,获得目标状态的平滑估计量,并采用 EM 算法进行参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的辨识,辨识后的参数 $\boldsymbol{\theta}$ 用于第 $t+1$ 次的状态估计,不断迭代直到满足设定的要求为止[12-13]。

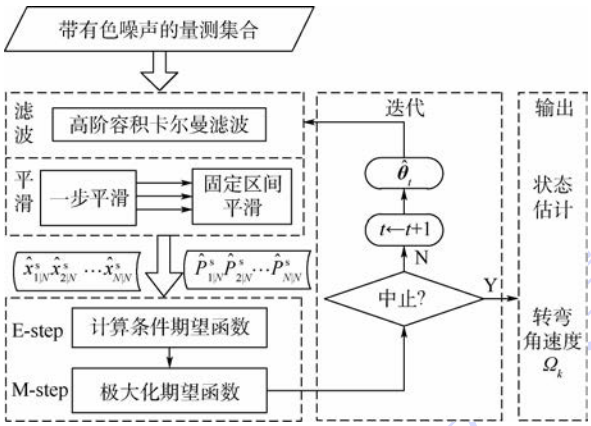


图 1 联合估计与辨识算法

Fig. 1 Joint estimation and identification algorithm

在系统状态 $\boldsymbol{X}_1^k=\{\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_k\}$ 缺失,量测序列 $\boldsymbol{Z}_1^{*k}=\{\boldsymbol{z}_1^*,\boldsymbol{z}_2^*,\cdots,\boldsymbol{z}_k^*\}$ 已知的前提下,k 为当前时刻量测数据样本数,则可知完备数据似然函数为[14-15]

$$L_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{X}_{k-l-1}^k,\boldsymbol{Z}_{k-l}^{*k}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k-l-1})=\lg(p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_{k-l-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k-l-1}))+\sum_{i=0}^{l}\lg(p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_{k-i}\mid\boldsymbol{x}_{k-i-1}))+\sum_{i=0}^{l}\lg(p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z}_{k-i}^*\mid\boldsymbol{x}_{k-i})) \tag{6}$$

给定第 t 次迭代后得到的参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_t$,则完备数据似然函数的关于概率密度函数 $p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-l-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})$ 的期望为

$$Q(\boldsymbol{\theta},\hat{\boldsymbol{\theta}}_t)=I_1+I_2+I_3 \tag{7}$$

式中:

$$I_1=\int\lg p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_{k-l-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k-l-1})p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-l-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-l-1} \tag{8}$$

$$I_2=\sum_{i=0}^{l}\iint\lg p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_{k-i}\mid\boldsymbol{x}_{k-i-1})p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1} \tag{9}$$

$$I_3=\sum_{i=0}^{l}\iint\lg p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z}_{k-i}^*\mid\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1})\cdot p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1} \tag{10}$$

其中:l 为滑动窗口的长度,其长度大小可依据实际需求自行设定。当 $l=k-1$ 时,I_1 是一个常数,与待辨识量 $\boldsymbol{\theta}$ 无关;当 $0\leqslant l<k-1$ 时,I_1 与 $\boldsymbol{\theta}$ 相关性较弱,而且为了满足实时性的要求,辨识算法应尽量关注当前时刻的数据或者邻近时刻的数据,所以本文仅仅考虑 I_2 和 I_3 对条件期望函数的影响。

假设先验概率密度函数 $p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_{k-i}\mid\boldsymbol{x}_{k-i-1})$ 和 $p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z}_{k-i}^*\mid\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1})$ 均服从高斯分布,并且满足

$$p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_{k-i}\mid\boldsymbol{x}_{k-i-1})\sim N(\boldsymbol{x}_{k-i};F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{x}_{k-i-1},\boldsymbol{Q}) \tag{11}$$

$$p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z}_{k-i}^*\mid\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1})\sim N(\boldsymbol{z}_{k-i}^*;h(\boldsymbol{x}_{k-i})-\boldsymbol{\psi}h(\boldsymbol{x}_{k-i-1}),\boldsymbol{R}) \tag{12}$$

则将式(11)和式(12)分别代入 I_2 和 I_3 当中,可知 I_3 与未知参数 $\boldsymbol{\theta}$ 无关,所以,在辨识参数 $\boldsymbol{\theta}$ 时,仅仅考虑 I_2 对条件期望函数的影响,即条件期望函数 $Q(\boldsymbol{\theta},\hat{\boldsymbol{\theta}}_t)$ 的大小仅取决于 I_2 的大小。

EM 算法通过不断迭代求得 $Q(\boldsymbol{\theta},\hat{\boldsymbol{\theta}}_t)$ 的极大似然估计,每次迭代包含 2 个部分:E-step 和 M-step。

2.1 E-step

E-step 的主要任务是根据先验概率密度、后验平滑概率密度以及 $\boldsymbol{x}_{k-i}$ 和 $\boldsymbol{x}_{k-i-1}$ 的联合概率密度进行确定性采样计算条件期望函数 $Q(\boldsymbol{\theta},\hat{\boldsymbol{\theta}}_t)$。

通过上述的分析可知,条件期望函数 $Q(\boldsymbol{\theta},\hat{\boldsymbol{\theta}}_t)$ 大小仅取决于 I_2 的大小,故在此仅仅考虑 I_2 的计算。将式(11)代入到式(9)中,可求解得到 I_2 关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的解析表达式为

$$\begin{aligned}I_2=&\sum_{i=0}^{l}\iint\lg p_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}_{k-i}\mid\boldsymbol{x}_{k-i-1})p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\cdot\\&\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}=C_2+\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{l}\iint(\boldsymbol{x}_{k-i}-\\&\boldsymbol{x}_{k-i-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})\cdot\\&p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}\boldsymbol{\theta}+\\&\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\sum_{i=0}^{l}\iint F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}(\boldsymbol{x}_{k-i}-\boldsymbol{x}_{k-i-1})\cdot\\&p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}-\\&\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\sum_{i=0}^{l}\int F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})\cdot\\&p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}\boldsymbol{\theta}\end{aligned} \tag{13}$$

式中:后验平滑概率密度和基于滑窗内数据的 $\boldsymbol{x}_{k-i}$ 和 $\boldsymbol{x}_{k-i-1}$ 的联合概率密度满足如下分布:

$$p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\sim N(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-i-1}^{\mathrm{s}},\boldsymbol{P}_{k-i-1}^{\mathrm{s}})$$

$$p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\sim N(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-i}^{\mathrm{ss}},\boldsymbol{P}_{k-i}^{\mathrm{ss}})$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k-i}^{\mathrm{ss}}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-i-1}^{\mathrm{s}}\\\hat{\boldsymbol{x}}_{k-i}^{\mathrm{s}}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_{k-i}^{\mathrm{ss}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{k-i-1}^{\mathrm{s}}&\boldsymbol{A}_{k-i-1}\boldsymbol{P}_{k-i}^{\mathrm{s}}\\\boldsymbol{P}_{k-i}^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{A}_{k-i-1})^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{P}_{k-i}^{\mathrm{s}}\end{bmatrix}$$

北航学报 赠阅

其中:平滑量 $\hat{\boldsymbol{x}}^{s}_{k-i-1}$、$\boldsymbol{P}^{s}_{k-i-1}$ 和 $\boldsymbol{P}^{s}_{k-i}$ 可通过带有色量测噪声的高阶容积平滑获得[10];$\boldsymbol{A}_{k-i-1}$ 为固定区间平滑增益。

为了求解 I_2,首先定义如下 2 种积分函数:

$$\Gamma(\boldsymbol{x}_{k-i-1}) = \int F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})\cdot p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1} \tag{14}$$

$$\Delta(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}) = \iint F(\boldsymbol{x}_{k-i-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}(\boldsymbol{x}_{k-i}-\boldsymbol{x}_{k-i-1})\cdot p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i} \tag{15}$$

然后分别将 $F(\boldsymbol{x}_i)$ 和 $\boldsymbol{x}_i$ 按 $\boldsymbol{x}_i$ 的分量进行分解,可得

$$F(\boldsymbol{x}_i) = \sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j\boldsymbol{x}_i^j$$

$$\boldsymbol{x}_i = \sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{\Psi}_j\boldsymbol{x}_i^j$$

式中:$\boldsymbol{\Lambda}_j$ 为常数矩阵;$\boldsymbol{x}_i^j$ 表示 $\boldsymbol{x}_i$ 的第 j 个分量;$\boldsymbol{\Psi}_j$ 表示 $n\times n$ 单位矩阵的第 j 列;n 为 $\boldsymbol{x}_i$ 的维数。

$\Gamma(\boldsymbol{x}_{k-i-1})$ 和 $\Delta(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1})$ 可分别表示为

$$\Gamma(\boldsymbol{x}_{k-i-1}) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_d\int(\boldsymbol{x}_{k-i-1}^{j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_{k-i-1}^{d}\cdot p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1} \tag{16}$$

$$\Delta(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_d\iint(\boldsymbol{x}_{k-i-1}^{j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_{k-i}^{j}\cdot p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i} - \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_d\iint(\boldsymbol{x}_{k-i-1}^{j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_{k-i-1}^{j}\cdot p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i} \tag{17}$$

根据状态平滑 $\hat{\boldsymbol{x}}^{s}_{k-i-1}$ 的误差协方差 $\boldsymbol{P}^{s}_{k-i-1}$($i=0,1,\cdots,l$)相关定义可进一步推导出:

$$\boldsymbol{\Xi}_{k-i-1} = \int\boldsymbol{x}_{k-i-1}\boldsymbol{x}_{k-i-1}^{\mathrm{T}}p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1} = \boldsymbol{P}^{s}_{k-i-1}+\hat{\boldsymbol{x}}^{s}_{k-i-1}(\hat{\boldsymbol{x}}^{s}_{k-i-1})^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}_{k-i,k-i-1} = \iint\boldsymbol{x}_{k-i-1}\boldsymbol{x}_{k-i}^{\mathrm{T}}p_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t}(\boldsymbol{x}_{k-i-1},\boldsymbol{x}_{k-i}\mid\boldsymbol{Z}_1^{*k})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i-1}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-i} = \boldsymbol{P}^{s}_{k-i-1}(\boldsymbol{f}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}_t})^{\mathrm{T}}+\hat{\boldsymbol{x}}^{s}_{k-i-1}(\hat{\boldsymbol{x}}^{s}_{k-i})^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

则

$$\Gamma(\boldsymbol{x}_{k-i-1}) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_d\boldsymbol{\Xi}_{k-i-1}(j,d) \tag{20}$$

$$\Delta(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_d\boldsymbol{\Upsilon}_{k-i,k-i-1}(j,d) - \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_d\boldsymbol{\Xi}_{k-i-1}(j,d) \tag{21}$$

2.2 M-step

M-step 的主要任务是解决 I_2 的极大化问题,即求解使 I_2 满足极大值时所对应的 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t+1}$ 值,用于 EM 算法的下一次迭代更新,$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t+1}$ 表达式为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t+1} = \arg\max_{\boldsymbol{\theta}} I_2 \tag{22}$$

当 I_2 取得极大值时满足

$$\frac{\partial I_2}{\partial\boldsymbol{\theta}} = \sum_{i=0}^{l}\Delta(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}) - \left(\sum_{i=0}^{l}\Gamma(\boldsymbol{x}_{k-i-1})\right)\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{0} \tag{23}$$

则可求得参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的迭代表达式为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t+1} = \left(\sum_{i=0}^{l}\Gamma(\boldsymbol{x}_{k-i-1})\right)^{-1}\sum_{i=0}^{l}\Delta(\boldsymbol{x}_{k-i},\boldsymbol{x}_{k-i-1}) = \left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_d\boldsymbol{\Xi}_{k-i-1}(j,d)\right)^{-1}\cdot\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_d\boldsymbol{\Upsilon}_{k-i,k-i-1}(j,d) - \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_d\boldsymbol{\Xi}_{k-i-1}(j,d)\right) \tag{24}$$

通过不断迭代最终求得 k 时刻参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$,通过反解参数 $\boldsymbol{\theta}$ 与参数 $\boldsymbol{\Omega}_k$ 之间的函数关系,可以求得 k 时刻目标的转弯角速度的辨识结果。

2.3 带有色量测噪声的 HCKS 算法的设计

由于 $\boldsymbol{v}_k$ 为高斯有色噪声,通过白化有色噪声 $\boldsymbol{v}_k$ 而获得的量测 $\boldsymbol{z}^{*}_{k+1}$ 与 $\boldsymbol{x}_{k+1}$ 和 $\boldsymbol{x}_k$ 相关,为方便后续的计算,在此将目标状态进行扩维,表示为

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{a}}_{k+1} = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}_{k+1}\quad\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}_{k}]^{\mathrm{T}}$$

在最小均方误差意义下,扩维状态的一步预测 $\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{a}}_{k+1\mid k}$ 及误差协方差 $\boldsymbol{P}^{\mathrm{a}}_{k+1\mid k}$ 为

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{a}}_{k+1\mid k} = [\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}_{k+1\mid k}\quad\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}_{k}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{a}}_{k+1\mid k} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{k+1\mid k} & \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}_{k,k+1\mid k}\\ \boldsymbol{P}_{k,k+1\mid k} & \boldsymbol{P}_k\end{bmatrix}$$

众所周知,平滑是在滤波的基础之上进行的,因此首先设计一种带有色量测噪声的 HCKF 算法,算法如下:

算法 1　带有色量测噪声的高斯滤波算法框架。

步骤 1　状态预测。

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k} = \int f_k(\boldsymbol{x}_k)N(\boldsymbol{x}_k;\hat{\boldsymbol{x}}_k,\boldsymbol{P}_k)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k\\ \boldsymbol{P}_{k+1\mid k} = \int f_k(\boldsymbol{x}_k)\,f_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_k)N(\boldsymbol{x}_k;\hat{\boldsymbol{x}}_k,\boldsymbol{P}_k)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}_{k+1\mid k}+\boldsymbol{Q}\\ \boldsymbol{P}_{k,k+1\mid k} = \int f_k(\boldsymbol{x}_k)\,f_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_k)N(\boldsymbol{x}_k;\hat{\boldsymbol{x}}_k,\boldsymbol{P}_k)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}_{k+1\mid k}\end{cases} \tag{25}$$

步骤 2　状态修正。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}+\boldsymbol{K}_{k+1}(\boldsymbol{z}_{k+1}^{*}-\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1\mid k}^{*})\\ \boldsymbol{K}_{k+1}=\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{xz*}(\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{zz*})^{-1}\\ \boldsymbol{P}_{k+1}=\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}-\boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{zz*}\boldsymbol{K}_{k+1}^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{26}$$

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1\mid k}^{*}=\int h_{k+1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})N(\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}};\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}},\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}}\\ \boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{xz*}=\int\boldsymbol{x}_{k+1}[h_{k+1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})]^{\mathrm{T}}\cdot\\ \quad N(\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}};\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}},\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}(\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1\mid k}^{*})^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{zz*}=\int h_{k+1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})[h_{k+1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})]^{\mathrm{T}}\cdot\\ \quad N(\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}};\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}},\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}}-\\ \quad\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1\mid k}^{*}(\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1\mid k}^{*})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_{k}\end{cases}\tag{27}$$

式中：$h_{k+1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})=h_{k+1}(\boldsymbol{x}_{k+1})-\boldsymbol{\psi}_{k+1,k}h_{k}(\boldsymbol{x}_{k})$。

带有色量测噪声的 HCKS 算法是一类前向后向平滑器，其主要包括 2 个部分：前向一步平滑和后向固定区间平滑，具体算法如下：

算法 2 带有色量测噪声的高斯平滑算法框架。

步骤 1 前向一步平滑。

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{k\mid k+1}=\hat{\boldsymbol{x}}_{k}+\boldsymbol{K}_{k}^{s}(\boldsymbol{z}_{k+1}^{*}-\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1\mid k}^{*})\\ \boldsymbol{K}_{k}^{s}=\boldsymbol{P}_{k,k+1\mid k}^{xz*}(\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{z*})^{-1}\\ \boldsymbol{P}_{k\mid k+1}=\boldsymbol{P}_{k}-\boldsymbol{K}_{k}^{s}\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{z*}(\boldsymbol{K}_{k}^{s})^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{P}_{k,k+1\mid k}^{xz*}=\int\boldsymbol{x}_{k}[h_{k+1}^{*}(\boldsymbol{x}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})]^{\mathrm{T}}\cdot\\ \quad N(\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}};\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}},\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{\mathrm{a}})\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k+1}^{\mathrm{a}}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k}(\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1\mid k}^{*})^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{28}$$

步骤 2 后向固定区间平滑。

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{k\mid N}^{s}=\hat{\boldsymbol{x}}_{k\mid k+1}+\boldsymbol{A}_{k}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1\mid N}^{s}-\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1})\\ \boldsymbol{A}_{k}=\boldsymbol{P}_{k,k+1\mid k+1}\boldsymbol{P}_{k+1}^{-1}\\ \boldsymbol{P}_{k\mid N}^{s}=\boldsymbol{P}_{k\mid k+1}+\boldsymbol{A}_{k}(\boldsymbol{P}_{k+1\mid N}^{s}-\boldsymbol{P}_{k+1})\boldsymbol{A}_{k}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{P}_{k,k+1\mid k+1}=\boldsymbol{P}_{k,k+1\mid k}-\boldsymbol{K}_{k}^{s}\boldsymbol{P}_{k+1\mid k}^{z*}\boldsymbol{K}_{k+1}^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{29}$$

2.4 带有色量测噪声的 HCKS 算法的实现

本文中采用了 Jia 等[5]提出的 5 阶球径容积规则计算式(25)、式(27)和式(28)中的非线性高斯积分：

$$I[g]=\int g(\boldsymbol{x})\omega(\boldsymbol{x})\mathrm{d}\boldsymbol{x}=\int g(\boldsymbol{x})N(\boldsymbol{x};\bar{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{P}_{x})\mathrm{d}\boldsymbol{x}\approx\sum_{i=0}^{2n^{2}}\omega_{i}g(\boldsymbol{\xi}_{i}^{\mathrm{HCKF}})\tag{30}$$

式中：$\boldsymbol{P}_{x}=\boldsymbol{S}_{x}\boldsymbol{S}_{x}^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{\xi}_{i}^{\mathrm{HCKF}}=\boldsymbol{\xi}_{i}\boldsymbol{S}_{x}+\bar{\boldsymbol{x}}$。

$$\boldsymbol{\xi}_{i}=\begin{cases}[0\quad 0\quad\cdots\quad 0]^{\mathrm{T}} & i=0\\ \sqrt{n+2}\boldsymbol{s}_{i}^{+} & i=1,2,\cdots,n(n-1)/2\\ -\sqrt{n+2}\boldsymbol{s}_{i-n(n-1)/2}^{+} & i=n(n-1)/2+1,n(n-1)/2+2,\cdots,n(n-1)\\ \sqrt{n+2}\boldsymbol{s}_{i-n(n-1)}^{-} & i=n(n-1)+1,n(n-1)+2,\cdots,3n(n-1)/2\\ -\sqrt{n+2}\boldsymbol{s}_{i-3n(n-1)/2}^{-} & i=3n(n-1)/2+1,3n(n-1)/2+2,\cdots,2n(n-1)\\ \sqrt{n+2}\boldsymbol{e}_{i-2n(n-1)} & i=2n(n-1)+1,2n(n-1)+2,\cdots,n(2n-1)\\ -\sqrt{n+2}\boldsymbol{e}_{i-n(2n-1)} & i=n(2n-1)+1,n(2n-1)+2,\cdots,2n^{2}\end{cases}\tag{31}$$

式中：$\boldsymbol{e}_{i}$ 为 n 维单位向量，且其第 i 个元素为 1。

$$\begin{cases}\{\boldsymbol{s}_{j}^{+}\}\triangleq\left\{\sqrt{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{e}_{k}+\boldsymbol{e}_{l}):k<l,k,l=1,2,\cdots,n\right\}\\ \{\boldsymbol{s}_{j}^{-}\}\triangleq\left\{\sqrt{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{e}_{k}-\boldsymbol{e}_{l}):k<l,k,l=1,2,\cdots,n\right\}\end{cases}\tag{32}$$

容积点所对应的权重 ω_{i} 为

$$\omega_{i}=\begin{cases}2/(n+2) & i=0\\ 1/(n+2)^{2} & i=1,2,\cdots,2n(n-1)\\ (4-n)/2(n+2)^{2} & i=2n(n-1)+1,2n(n-1)+2,\cdots,2n^{2}\end{cases}\tag{33}$$

可将本文算法总结如下：

算法 3 基于 HCKS-EM 的联合估计与辨识算法

初始化：给定量测集合 $\boldsymbol{Z}_{1}^{*k}$，目标初始状态 $\boldsymbol{x}_{0}$ 和协方差 $\boldsymbol{P}_{0}$，角速度初始值为 $\boldsymbol{\Omega}_{0}$，最大迭代次数为 5。

步骤 1 E-step。已知第 t 次迭代后参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值为 $\boldsymbol{\theta}_{t}$，由式(28)和式(29)可以求得后验平滑概率密度和基于滑窗内数据的 $\boldsymbol{x}_{k-i}$ 和 $\boldsymbol{x}_{k-i-1}$ 的联合概率密度，进而可以求解得到 I_{2} 的值。

步骤 2 M-step。通过式(23)和式(24)可求解得到参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t+1}$ 用于下一次迭代。

步骤 3 迭代终止。给定一个阈值 ε，如果 $I_{2}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t+1},\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t})-I_{2}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t},\hat{\boldsymbol{\theta}}_{t})>\varepsilon$ 或者 $t\leqslant 5$ 则 $t\rightarrow t+1$，

北航学报 赠阅

否则，立即终止迭代。

递归：$t=0$，$k \leftarrow k+1$，并将参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的初值设为上次迭代结束时的辨识值，进入下一轮迭代。

3　仿真分析

本文利用水平方向上的转弯机动非线性动态模型，仿真出一条蛇形机动轨迹。假设机动目标在 1 ~ 80 s 以 $\Omega_1 = -2(°)/s$ 作转弯运动，在 $k=81$ s时转弯角速度突变为 $\Omega_2 = 2(°)/s$ 并持续到 300 s。设置转弯角速度初始值为 $\Omega_0 = -1(°)/s$，采样周期 $T=1$ s，$q_1 = 0.1\ m^2/s^3$，过程噪声 $\boldsymbol{w}_k$ 的协方差为 $\boldsymbol{Q}$。

$$\boldsymbol{Q} = \mathrm{diag}(q_1\boldsymbol{M}, q_1\boldsymbol{M})$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix}$$

通过载机雷达可以获得目标与载机之间的相对距离 r、方向角 φ 的信息，则可获得系统的非线性量测方程为

$$\boldsymbol{z}_k = h(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k = \begin{bmatrix} \sqrt{\boldsymbol{x}_k^2 + \boldsymbol{y}_k^2} \\ \arctan(\boldsymbol{y}_k/\boldsymbol{x}_k) \end{bmatrix} + \boldsymbol{v}_k$$

式中：$\boldsymbol{v}_k$ 为高斯有色噪声，与其对应的 $\boldsymbol{\zeta}_k$ 是零均值高斯白噪声，协方差为 $\boldsymbol{R}_k = [\sigma_r^2 \quad \sigma_\varphi^2]$，$\sigma_r = 10$ m，$\sigma_\varphi = \sqrt{10} \times 10^{-3}$ rad，量测噪声相关系数为 $\boldsymbol{\psi}_{k+1,k} = \mathrm{diag}[0.2 \quad 0.1]$。

基于 HCKS-EM 联合估计与辨识算法和扩维法的初始状态以及协方差分别为

$$\boldsymbol{x}_0 = [7\ \mathrm{km} \quad 0.3\ \mathrm{km/s} \quad 7\ \mathrm{km} \quad 0.3\ \mathrm{km/s}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{P}_0 = \mathrm{diag}[100\ \mathrm{m}^2 \quad 10\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \quad 100\ \mathrm{m}^2 \quad 10\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2]$$

扩维法初始状态和协方差的分别设置为

$$\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{a}} = [7\ \mathrm{km} \quad 0.3\ \mathrm{km/s} \quad 7\ \mathrm{km} \quad 0.3\ \mathrm{km/s} \quad -1(°)/\mathrm{s}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{P}_0^{\mathrm{a}} = \mathrm{diag}[100\ \mathrm{m}^2 \quad 10\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \quad 100\ \mathrm{m}^2 \quad 10\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \quad 100\ \mathrm{mrad/s}]$$

为了评估分析本文联合估计和辨识算法的性能，设置了如下 3 组仿真：

仿真 1　窗口长度 l 分别设置为 5、10、15、20，最大迭代次数均为 5 次，各执行 100 次蒙特卡罗仿真。图 2 为不同窗口长度下角速度辨识结果，图 3 为不同窗口长度下角速度辨识均方根误差（RMSE）。从图 2 和图 3 可以看出，随着窗口长度的增大，该算法在第一阶段收敛于真实值的时刻就越早，精度越高，并且越稳定，但是当角速度发生突变时，对于突变的角速度反应的就越慢。并且从图 4 和表 1 可以看出，窗口长度越大，该算

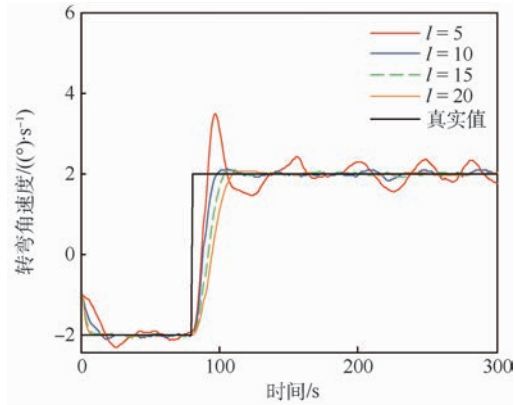


图 2　不同窗口长度下转弯角速度辨识结果

Fig. 2　Turn rate identification results with different window lengths

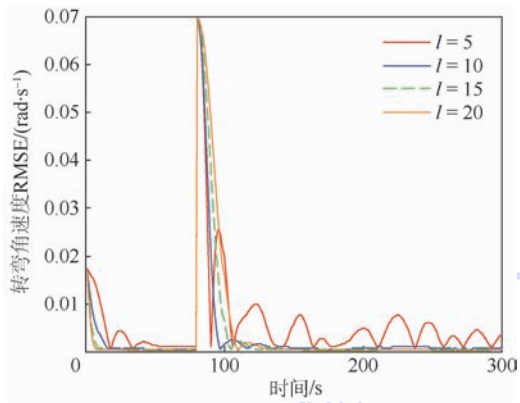


图 3　不同窗口长度下转弯角速度辨识的均方根误差

Fig. 3　RMSE of turn rate identification with different window lengths

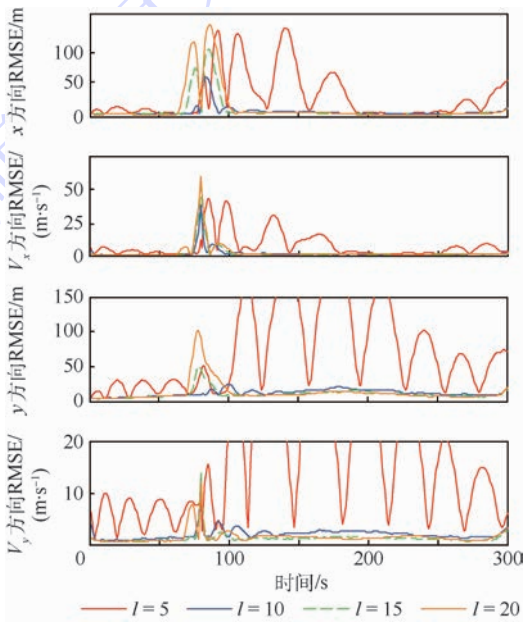


图 4　不同窗口长度下位置和速度估计均方根误差

Fig. 4　RMSE of position and velocity estimation with different window lengths

北航学报 赠阅

表 1 $k=50$ s 时的角速度和状态所耗费的时间

Table 1 Turn rate and state calculation time when $k=50$ s

滑动窗口长度	时间/s
5	0.046 5
10	0.104 8
15	0.122 2
20	0.164 9

法估计的目标状态整体精度就越高，但是消耗的时间越长，这显然是时间与精度之间的“博弈”问题，当窗口大于 10 时，由窗口长度即量测数据带来的精度收益优势不太明显，相反运算时间的增加确实比较可观的，也就是说算法的执行效率降低了。并且在角速度发生突变时刻及其附近，窗口长度为 10 时的估计效果明显好于其他 3 个窗口。

仿真 2 窗口长度设置为 10，最大迭代次数 r 分别设置为 3、5、10、15，各执行 100 次蒙特卡罗仿真。从图 5 和图 6 可以看出，随着迭代次数的增加，该算法在初始时刻收敛于真实值的时刻就越早，并且对于角速度突变反应的也比较灵敏。从图 7 目标状态 4 个分量的 RMSE 可以看出，迭代次数越大，该算法估计的目标状态整体精度

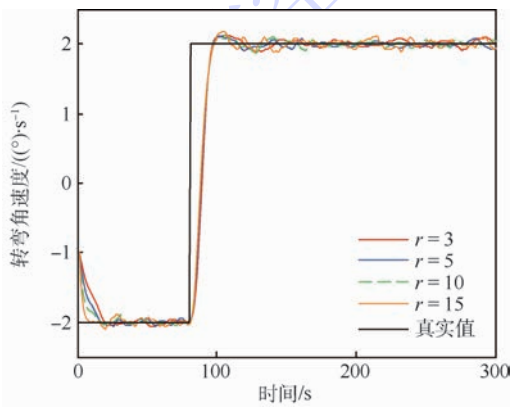


图 5 不同最大迭代次数下转弯角速度辨识结果

Fig. 5 Turn rate identification result with different numbers of maximum iterations

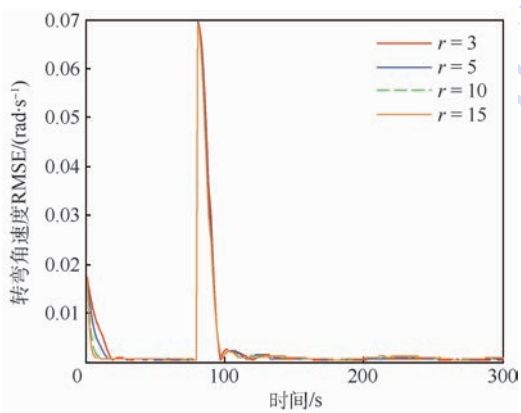


图 6 不同迭代次数下转弯角速度辨识的均方根误差

Fig. 6 RMSE of turn rate identification with different numbers of iterations

就越高，但是根据表 2 中的运算时间可知花费的时间也会相应地增大。尤其是当最大迭代次数大于 5 时，最大迭代次数增加所带来的精度收益越发的不明显。

仿真 3 将本文联合估计与辨识算法窗口长度设置为 10，最大迭代次数设置为 5，将该算法与带有色的 UKF 算法和带有色的 HCKF 算法各执行 100 次蒙特卡罗仿真。从图 8 和图 9 可以看出，

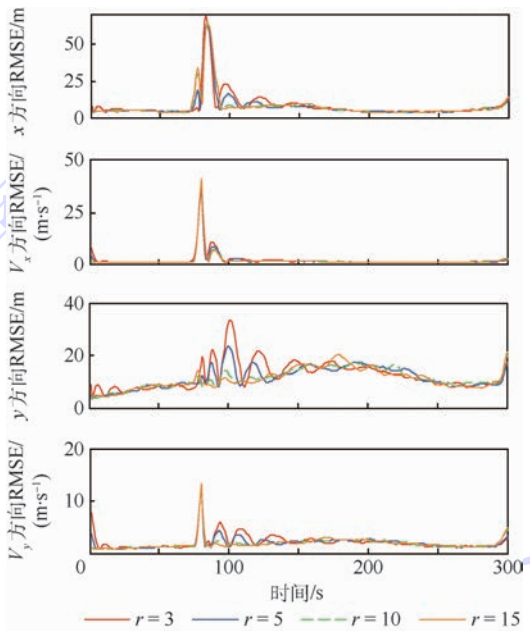


图 7 不同迭代次数下位置和速度估计均方根误差

Fig. 7 RMSE of position and velocity estimation with different numbers of iterations

表 2 $k=120$ s 时的角速度和状态所耗费的时间

Table 2 Turn rate and state calculation time when $k=120$ s

最大迭代次数	时间/s
3	0.049 5
5	0.082 7
10	0.159 9
15	0.257 7

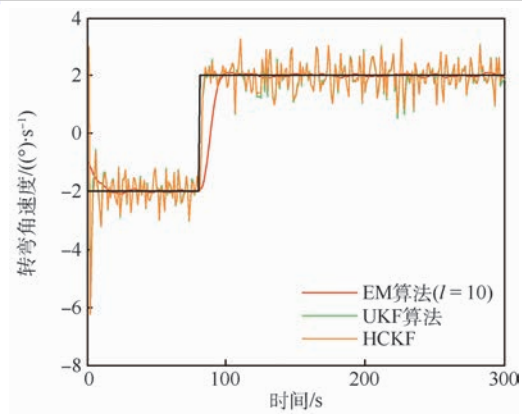


图 8 EM 算法与扩维法之间的对比

Fig. 8 Comparison between EM algorithm and augmentation method

北航学报 赠阅

本文 EM 算法收敛于角速度真实值的时刻比带有色的 UKF 算法和带有色的 HCKF 算法都要早,并且稳定、精度高,但是当角速度发生突变时,对于突变的角速度反应的速度比较慢。从图 10 目标状态 4 个分量的 RMSE 可以看出,除了在角速度突变时刻及其邻近时刻之外,本文 EM 算法估计的精度都要明显高于带有色的 UKF 算法和带有色的 HCKF 算法估计的精度,带有色的 HCKF 算法比带有色的 UKF 算法估计的精度要高。

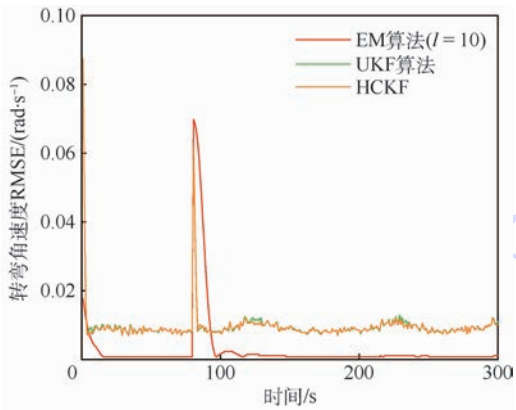


图 9　转弯角速度辨识均方根误差

Fig. 9　RMSE of turn rate identification

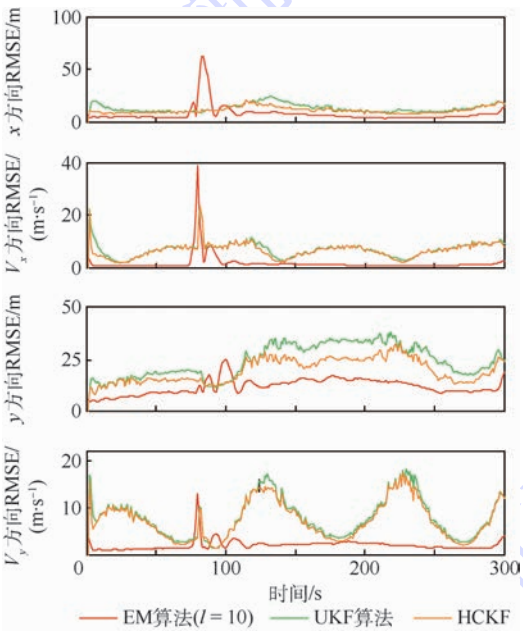


图 10　位置和速度估计均方根误差

Fig. 10　RMSE of position and velocity estimation

4　结　论

针对蛇形机动目标角速度辨识与目标状态联合估计的问题,基于 EM 算法框架提出一种带有色量测噪声的联合估计与辨识算法。主要结论有:

1) EM 算法设计:在 E-Step,通过将完备似然函数进行分解,从而将其转换成带参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的解析表达式,提高了辨识与估计的精度,降低了由状态扩维法扩维所带来的复杂性;在 M-Step,通过极大化完备似然函数求得高精度的解析解。

2) 带有色量测噪声的 HCKS 算法的设计:考虑到在实际空战中,相邻噪声序列之间的相关性对于目标状态估计与转弯角速度辨识的影响,设计了带有色量测噪声的 HCKS 算法用于消除这种影响,提高了联合辨识与估计的精度。

参考文献(References)

[1] 宋华,章新华,许林周. 基于离散隐马尔科夫模型的空中目标战术机动识别[J]. 仪器仪表学报,2007,28(4):588-592.
SONG H,ZHANG X H,XU L Z. Aerial combat maneuver identification based on discrete hidden Markov model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2007,28(4):588-592(in Chinese).

[2] 钟友武,柳嘉润,申功璋. 自主近距空战中敌机的战术动作识别方法[J]. 北京航空航天大学学报,2007,33(9):1056-1059.
ZHONG Y W,LIU J R,SHEN G Z. Recognition method for tactica maneuver of target in autonomous close-in air combat[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2007,33(9):1056-1059(in Chinese).

[3] ROTH M,HENDEBY G,GUSTAFSSON F. EKF/UKF maneuvering target tracking using coordinatd turn models with polar/Cartesian velocity[C]// 17th International Conference on Information Fusion (FUSION). Piscataway,NJ:IEEE Press,2014:1-8.

[4] ARASARATNAM I,HAYKIN S. Cubature Kalman smoother[J]. Automatica,2011,47(10):2245-2250.

[5] JIA B,XIN M,CHENG Y. High-degree cubature Kalman filter[J]. Automatica,2013,49(2):510-518.

[6] 黄伟平,徐毓,王杰. 基于改进"当前"统计模型的转弯机动跟踪算法[J]. 控制与决策,2011,26(9):1412-1416.
HUANG W P,XU Y,WANG J. Algorithm based on modified current statistic mode fo turn maneuver[J]. Control and Decision,2011,26(9):1412-1416(in Chinese).

[7] SONG B,WANG X X,LIANG Y,et al. Analytical identification of system parameter nonlinearly coupled in dynamic transition matrix[C]// American Control Conference(ACC). 2016:1832-1837.

[8] 王小旭,梁彦,潘泉,等. 带有色量测噪声的非线性系统 Unscented 卡尔曼滤波器[J]. 自动化学报,2012,38(6):986-998.
WANG X X,LIANG Y,PAN Q,et al. Unscented Kalman filter for nonlinear systems with colored measurement noise[J]. Acta Automatica Sinica,2012,38(6):986-998(in Chinese).

[9] WANG X X,LIANG Y,PAN Q,et al. Nonlinear Gaussian smoothers with colored measurement noise[J]. IEEE Trasactions on Automatic Control,2015,60(3):870-876.

北航学报 赠阅

[10] 黄玉龙,张勇刚,李宁,等.一种带有色量测噪声的非线性系统辨识方法[J].自动化学报,2015,41(11):1877-1892.
HUANG Y L,ZHANG Y G,LI N,et al. An identification method for nonlinear systems with colored measurement noise[J]. Acta Automatica Sinica,2015,41(11):1877-1892(in Chinese).

[11] WANG X X,LIANG Y,PAN Q,et al. Nonlinear Gaussian smoothers with colored measurements noise[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2015,60(3):870-876.

[12] NOBUHIRO Y. Parameter estimation of aircraft dynamics via unscented smoother with expectation-maximization algorithm[J]. Journal of Guidance,Control,and Dynamics,2011,34(2):426-436.

[13] LAN H,LIANG Y,YANG F,et al. Joint estimation and identification for stochastic systems with unknown inputs[J]. IET Control Theory & Appications,2013,7(10):1377-1386.

[14] SCHON T,WILLS A,NINNESS B. System identification of nonlinear state-space models[J]. Automatica,2011,47(1):39-49.

[15] HUANG Y,ZHANG Y G,LI N,et al. Latency probability estimation of non-linear systems with one-step randomly delayed measurements[J]. IET Control Theory & Appications,2016,10(7):843-852.

作者简介:

卢春光 男,硕士研究生。主要研究方向:目标跟踪与识别。

周中良 男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:目标跟踪与识别、作战效能与任务规划。

刘宏强 男,博士研究生。主要研究方向:目标跟踪与识别。

寇添 男,博士研究生。主要研究方向:目标跟踪与识别。

杨远志 男,博士研究生。主要研究方向:目标跟踪与识别。

Fighter zigzag maneuver target tracking algorithm using HCKS-EM

LU Chunguang, ZHOU Zhongliang*, LIU Hongqiang, KOU Tian, YANG Yuanzhi

(Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Motivated by identifying the turn rate of fighter zigzag maneuver under the background of colored measurement noise, the joint estimation and identification algorithm with colored measurement noise is proposed based on expectation maximization (EM) algorithm by considering the characteristics of the coupling between the target state and the turn rate. The colored noise whitening is realized by using the measurement difference scheme, and thus, the turn rate identification problem with colored measurement noise is transformed into the turn rate identification problem with one-step delayed state. The joint estimation and identification of both fighter zigzag maneuver target states and turn rate are achieved by EM algorithm: in the E-step, the target state posteriori estimation is achieved accurately using the high-degree cubature Kalman smoothers (HCKS) algorithm with colored measurement noise; in the M-step, the analytical identification result of turn rate is obtained by maximizing the conditional likelihood function. It is verified in the final simulation that the proposed algorithm performs better in terms of target state estimation and turn rate identification accuracy than the traditional augmentation method and interacting multi-model algorithm. Furthermore, the performance of the proposed algorithm is evaluated and analyzed from two aspects of window length and maximum number of iterations. The simulation results show that the larger the window length and the maximum number of iterations are, the higher the precision is.

Keywords: zigzag maneuver; colored measurement noise; measurement difference scheme; expectation maximization (EM); joint estimation and identification

Received: 2018-01-18; **Accepted**: 2018-04-13; **Published online**: 2018-05-18 10:48

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180515.1929.003.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61472443)

* **Corresponding author**. E-mail: zzl_panda@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0685

基于本征正交分解的平流层风场建模与预测

李魁, 邓小龙, 杨希祥*, 侯中喜, 周新
(国防科技大学 航天科学与工程学院, 长沙 410073)

摘 要: 平流层风场环境对临近空间低动态飞行器设计和轨迹控制具有重要影响。针对平流层风场建模,提出一种基于本征正交分解(POD)的风场数据降阶方法,在此基础上,提出一种可以对平流层风场进行预测的 Fourier 模型。以长沙地区 2005—2009 年风场为例,采用提出的 POD 方法与 Fourier 预测模型对风场进行建模与预测,并对 Fourier 预测精度进行分析。研究结果表明,采用 POD 方法可以对东西方向风场进行高效率高精度降阶建模;通过 Fourier 预测模型可以对东西方向风场进行准确预测,预测精度与实际风场随时间变化的规律性有关,风场数据越紧凑,周期性越明显,预测精度越高。

关 键 词: 平流层风场; 本征正交分解方法; 降阶建模; Fourier 预测模型; 预测精度
中图分类号: V321.2
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)09-2013-08

临近空间是介于传统航空与航天区域之间、尚未为人类所开发利用大气层,由于其独特的资源优势成为人们关注的焦点[1]。临近空间底部的平流层具有气流稳定,空气流动相对缓慢的特点,特别是在一定时间内,存在风速较小的准零风层(Quasi-Zero Wind Layer, QZWL)[2]。准零风层一般是指平流层下层 20 km 高度附近的大气层,上下层纬向风风向相反,同时经向风分量亦很小,是由于平流层风场中上下层纬向风逆转形成的,是存在于平流层风场的一种特殊现象。该区域可用于部署长时间驻空低动态飞行器进行高分辨率对地观测、通信中继等任务。平流层风场对低动态临近空间飞行器总体设计与飞行控制有重要影响[3]。

风场环境的建模与预测,需要对大量历史数据进行处理和分析,有效提高建模与预测效率和精度值得深入研究[4]。本征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)是风场建模中常用的一种方法,将风场数据通过特征值分解为本征模态和主坐标的组合,其中本征模态主要与空间因素相关,主坐标主要与时间因素相关,物理意义明确,通过模态截断还能提高计算的效率[5]。

目前,POD 方法已被广泛地应用于解决实际问题数值模拟的降维问题中。Holmes 等[6]采用气动平均的方法对双坡屋盖的表面压力进行测量,指出 POD 方法是描述钝体风压的有效途径。Fic 等[7]将 POD 方法的离散形式应用于线性和非线性瞬态热传导的降阶模型中。Tan 等[8]应用 POD 结合三次样条插值方法对流场压力系数进行预测。对于风场建模,胡亮[9]利用 POD 方法对具有桥塔风效应的风场进行了简化模拟,将 POD 型谱表示法取代原型谱表示法,物理意义明确且可通过模态截断节省计算量。陶青秋[10]将 POD 方法用于分析在大跨屋面和高层建筑物上的风致响应,利用 POD 与结构模态相结合的双模态方法来分析结构的动态响应,表明 POD 方法是一种有效分析多激励响应的方法。邹垚等[11]通过对

收稿日期: 2017-11-06; **录用日期**: 2018-04-08; **网络出版时间**: 2018-04-18 15:40
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180416.1756.002.html
基金项目: 国家部委基金资助项目(GFZX0X0201-1)
* **通信作者**. E-mail: nkyangxixiang@163.com

引用格式: 李魁, 邓小龙, 杨希祥, 等. 基于本征正交分解的平流层风场建模与预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 2013-2020. LI K, DENG X L, YANG X X, et al. Modeling and prediction of stratospheric wind field based on proper orthogonal decomposition[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(9): 2013-2020 (in Chinese).

北航学报 赠阅

POD 原理进行修正后用于风洞实验风场的重建，主要通过修正第一个本征模态值，对偏差较大测点的风压场重建进行改进，使重建风场的方差值与实际风场方差值的差距大大缩小。Chen 和 Kareem[12] 利用 POD 方法对建筑结构的数值风场进行了模拟并提出了状态空间建模方案，建立了风载荷与建筑结构共振响应在物理意义上的联系，有助于更好地了解结构随时空变化的动态负载响应。

本文基于适用于平流层风场环境的 POD 方法，以长沙地区风场数据为例，研究平流层风场随高度和时间的变化特点，通过 POD 方法对风场数据进行降阶处理，实现在特定时间范围内快速准确计算出风场轮廓线。鉴于所选地区平流层 20 km附近东西方向风速呈现明显的空间相关性和周期性，在 POD 方法的基础上，提出了一种可以对风场进行预测的 Fourier 模型。

1 基于 POD 方法的风场建模

POD 方法是指从一组庞大的数据中获得一组低维最优基，而这组低维最优基是一种能够表示原复杂系统的降阶模型。也就是说 POD 方法是一种降维的方法，对给定的数据进行最优的低维逼近，用较小的维数将原物理模型的主要特征表现出来[13]。本文通过 POD 方法获得风场信息的最优标准正交基，将风场数据中的每个风场信息投影到标准正交基上，获得每个风场数据在标准正交基上的投影系数[14]。并通过最优标准正交基与相对应的投影系数计算出一组新的数据，将原风场数据的主要特征表现出来。

1.1 瞬像矩阵的生成

瞬像也称为快照，由 Sirovich 提出[15]，是指物理场的数值解在不同时刻的空间分布值。建立海拔高度 h_1 至 h_L 的风场模型，取瞬像矩阵为

$$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{V}(h_L)\quad\cdots\quad\boldsymbol{V}(h_2)\quad\boldsymbol{V}(h_1)] \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{V}$ 为风速；下标 L 为瞬像时刻数或快照数。假设风场模型统计天数为 M，则 $\boldsymbol{A}\in\mathbf{R}^{L\times M}$，一般由试验、经验、统计等方法获得，通常 $M\gg L$。

1.2 POD 模态的获取

POD 模态又称为 POD 基。POD 方法的目的是寻找一组最优的 POD 基 $\boldsymbol{\varphi}_1,\boldsymbol{\varphi}_2,\cdots,\boldsymbol{\varphi}_r$（$\boldsymbol{\varphi}_i$ 为列向量），使得数据模型中任意一天特定时刻的风场可以表示为 POD 基的线性组合[16]，即

$$\boldsymbol{V}(t)=\alpha_1(t)\boldsymbol{\varphi}_1+\alpha_2(t)\boldsymbol{\varphi}_2+\cdots+\alpha_r(t)\boldsymbol{\varphi}_r \tag{2}$$

式中：$\alpha_i(t)$ 为 POD 基的系数，$i=1,2,\cdots,r$。为了寻求满足式(2)的最优 POD 基，定义相关矩阵：

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A} \tag{3}$$

则 $\boldsymbol{R}\in\mathbf{R}^{L\times L}$，求取相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的非零特征值以及特征向量 $\boldsymbol{\phi}_i$：

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{\phi}_i=\lambda_i\boldsymbol{\phi}_i$$
$$i=1,2,\cdots,n;\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_n>0;n\leqslant L \tag{4}$$

将特征向量化为最优 POD 基：

$$\boldsymbol{\varphi}_i=\frac{1}{\sqrt{\lambda_i}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{\phi}_i\qquad i=1,2,\cdots,n;n\leqslant L \tag{5}$$

且 $\boldsymbol{\varphi}_i(i=1,2,\cdots,n;n\leqslant L)$ 是一组标准正交基，即

$$\boldsymbol{\varphi}_i\boldsymbol{\varphi}_j=\delta_{ij}=\begin{cases}0 & i\neq j\\ 1 & i=j\end{cases} \tag{6}$$

只选取前 r 阶模态，POD 模态矩阵[17]记为

$$\boldsymbol{\Phi}=[\boldsymbol{\varphi}_1\quad\boldsymbol{\varphi}_2\quad\cdots\quad\boldsymbol{\varphi}_r]\in\mathbf{R}^{L\times r} \tag{7}$$

投影系数矩阵记为

$$\boldsymbol{\Omega}=[\boldsymbol{\alpha}_1\quad\boldsymbol{\alpha}_2\quad\cdots\quad\boldsymbol{\alpha}_r]^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\alpha_{11} & \cdots & \alpha_{1M}\\ \vdots & & \vdots\\ \alpha_{r1} & \cdots & \alpha_{rM}\end{bmatrix} \tag{8}$$

则降阶模型矩阵 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Omega}\in\mathbf{R}^{L\times M}$。

1.3 降阶模型误差评估

POD 模态表示捕获物理场的主要特征，截断后的前 r 阶 POD 模态较全阶模态所捕获的能量比为

$$I(r)=\frac{\sum_{i=1}^{r}\lambda_i}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} \tag{9}$$

故定义相对截断误差[18]为

$$\varepsilon=\frac{\sum_{i=r+1}^{n}\lambda_i}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} \tag{10}$$

2 基于 Fourier 级数的风场预测模型

通过第 1 节的 POD 方法够获得风场数据在最优 POD 基上的投影系数，若具有明显的空间相关性和周期性，可以使用 Fourier 级数直接进行表示。通过最优 POD 基与 Fourier 级数所表示的投影系数计算出特定高度的风速随时间变化情况[19]。其方程表示如下：

$$\boldsymbol{V}(t)=\sum_{i=1}^{r}\boldsymbol{\varphi}_i\alpha_i(t)=\sum_{i=1}^{r}\left[\sum_{k=0}^{m}\left(a_{ki}\cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right)+b_{ki}\sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right)\right)\right]\boldsymbol{\varphi}_i \tag{11}$$

式中：t 为时间，d；m 为 Fourier 级数展开的项数；

a_{ki}和 b_{ki}为 Fourier 系数;T 为投影系数的振荡周期。

3　实例分析与结果

以长沙地区为例,采用 2005 年 1 月 1 日—2009 年 12 月 31 日每天 00:00 所测量的风场数据,风场数据由国防科技大学气象海洋学院提供,数据记录了长沙地区 00:00 和 12:00(世界时)的风速、湿度、温度、气压等气象要素,数据覆盖海拔高度 0 ~ 60 km 之间每隔 0.5 km 所对应的天气数据。考虑到临近空间低动态飞行器驻空期间的工作高度范围,本文针对海拔高度 10 ~ 30 km 的范围进行研究,并通过 3 次样条对风场数据进行了插值处理。

3.1　风场建模与预测

相对模态能量分布主要用于识别数据降阶处理所需的模态数量。图 1(a)给出了东西方向风场各阶 POD 模态的相对模态能量,前 5 种模态能量所占的比重相对于其他模态能量具有明显的区别,可以捕获到风场总特征性的 98.9%。同时,由图1(b)可知,南北方向风场的相对模态能量分布除前 2 种模态之外,其余模态能量呈逐渐下降的趋势,若只选取前 2 种模态进行降阶处理,不足以表现出风场的主要特征。因此,南北方向风场不能高效地进行降阶建模。

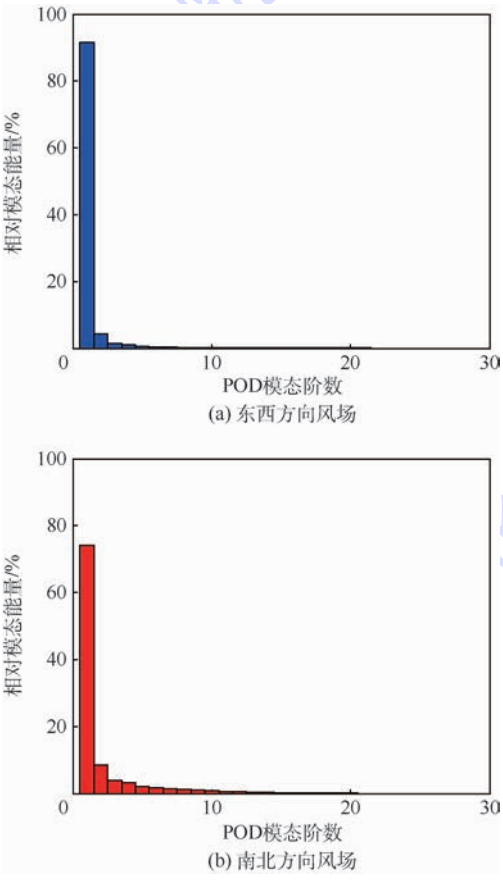


图 1　相对模态能量分布

Fig. 1　Relative mode energy distribution

通过选用多种 POD 模型分别对 2007 年11 月 6 日 0:00 时刻东西方向和南北方向的风场进行建模。由图 2(a)可知,10 阶和 15 阶 POD 模型较好地表示出东西方向风场的实际数据,5 阶 POD 模型能体现出东西方向风场的主要特征。图 2(b)中实际风场模型清楚地表明南北方向风速随空间的变化是极其不规则的,导致南北方向风场的低阶重建性较差。因此,低阶的 POD 模型(比如 5 阶)在捕获东西方向风场数据的总体趋势上是有效的。

经过 POD 方法降阶处理后可以得到相对应的投影系数。以第一阶 POD 模态的投影系数 Ck1 为例,通过 Fourier 级数拟合,可以得出其 Fourier 预测模型,分别从东西方向(见图 3)和南北方向(见图 4)进行分析。从图 3(a)和图 4(a)可看出,两者的投影系数 Ck1 都具有周期性和规律性,都能够通过 Fourier 级数将其拟合(分别见图3(b)和图4(b))。但相对于南北方向风场,

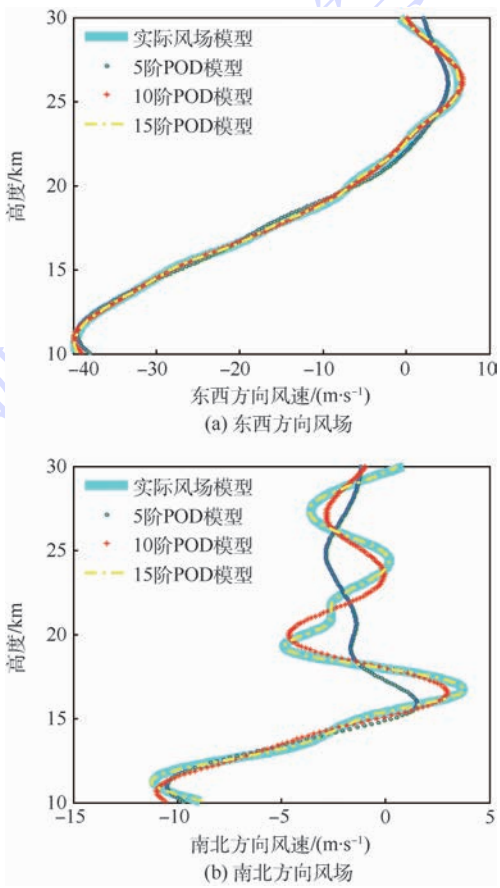


图 2　采用 POD 方法重建风场

Fig. 2　Reconstruction of wind field using POD method

北航学报 赠阅

东西方向风场的投影系数更紧密,周期性更强,Fourier级数的拟合程度更高,说明东西方向风场更适用于建立Fourier预测模型。

利用东西方向风场的Fourier预测模型,可以获得某一天特定时刻下的投影系数,能对该时刻下平流层20 km附近的东西方向风速随高度的变化情况进行预测。如图5所示,以2008年11月7日为例,5阶POD模型能够捕获到实际风场

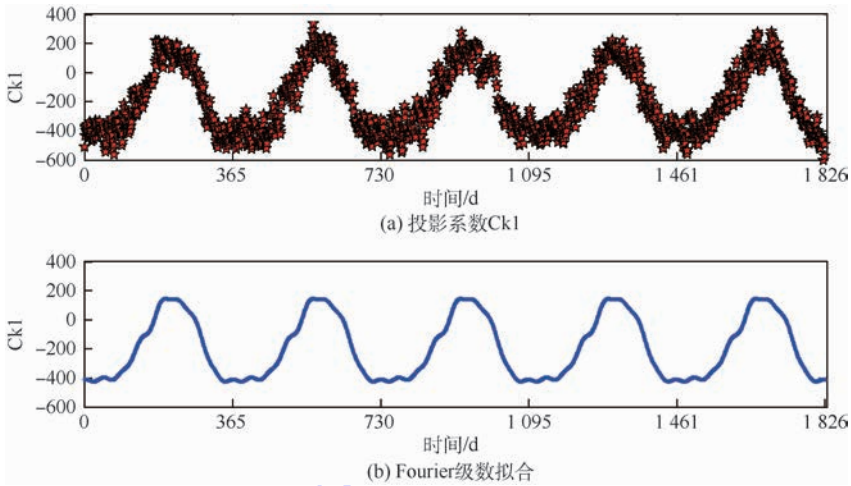


图3 系数拟合(东西方向)

Fig. 3 Coefficient fitting (east-west direction)

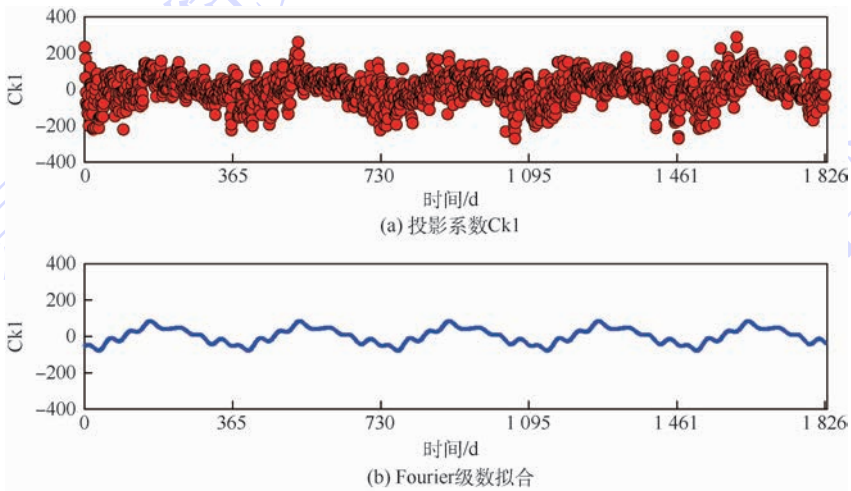


图4 系数拟合(南北方向)

Fig. 4 Coefficient fitting (north-south direction)

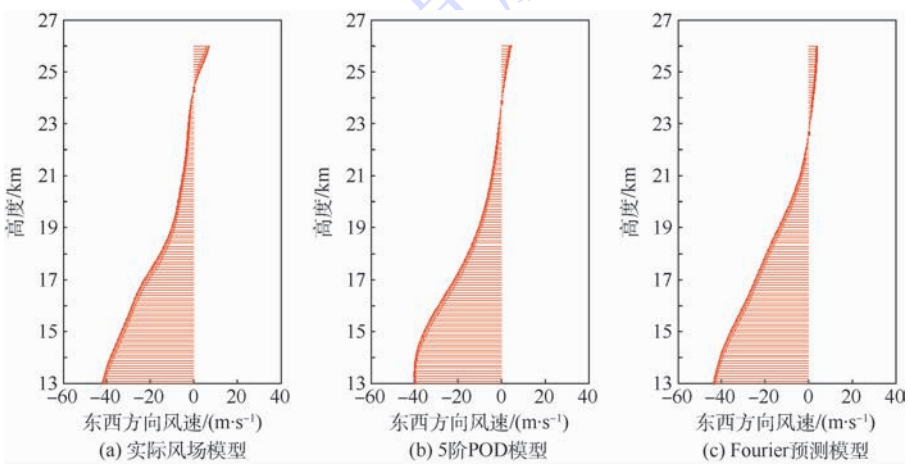


图5 各种方法下风矢量图的比较

Fig. 5 Comparison of wind vector plots for various methods

北航学报 赠阅

的主要特征,Fourier 预测模型能够体现出 5 阶 POD 模型的整体变化趋势状况。

将 Fourier 预测模型向外延伸和扩展,可以对未来特定时刻下的风场进行预测。通过 2005—2009 年风场数据的统计和分析,对 2010 年 10 月 30 日 0:00 平流层 20 km 附近的东西方向风速进行预测,结果如图 6 所示,Fourier 预测模型能预测到风速随高度的变化情况,并且能够体现出平流层低速风带所在的位置高度。

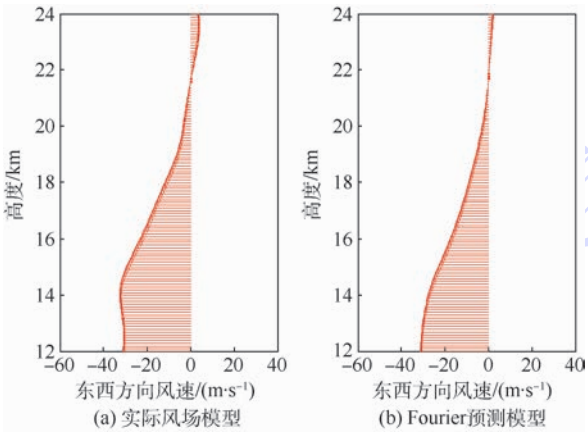


图 6　实际风矢量图与预测风矢量图的对比

Fig. 6　Comparison of actual wind vector with predicted wind vector plots

3.2　Fourier 预测精度分析

由图 5、图 6 可知,针对不同的高度,Fourier 预测模型与实际风场模型之间存在不同的偏差,说明 Fourier 预测精度与空间分布有关,下面通过模型之间的比较,对 Fourier 预测精度进行分析。

将图 5 中 3 种风场模型分别进行比较,如图 7(a) 所示,其中 POD 降阶残差表示 5 阶 POD 风场模型与实际风场之差,Fourier 拟合残差表示 Fourier 级数进行拟合时与 5 阶 POD 模型之差,Fourier 预测残差表示 Fourier 预测模型与实际风场之差。由图 7(a)可知,3 种残差的绝对值都小于 5,其中 POD 降阶残差曲线的差波动性最小,说明 5 阶 POD 模型与实际风场模型数据很接近。由于 Fourier 预测模型是基于 POD 方法降阶处理后建立的,所以 Fourier 预测残差等于 POD 降阶残差与 Fourier 拟合残差两者之和,说明 Fourier 预测精度不仅与 POD 降阶模型所捕获到的能量有关,而且和 Fourier 级数的拟合程度有关。将图 6中 Fourier 预测模型与实际风场模型进行比较,如图 7(b) 所示,Fourier 预测残差曲线的波动范围较小,在海拔高度 19 ~ 22 km 之间的残差接近于 0,说明在此范围内,Fourier 预测精度较高,而在 15 km 附近波动最大,说明预测精度较低。

由图 7 可知,在 20 km 处 Fourier 预测精度相对较高,在 15 和 24 km 处的预测精度较低。分别对 15、20 和 24 km,3 个高度的东西方向风速随时间的变化情况进行分析,并分别计算出实际风场模型、5 阶 POD 模型与 Fourier 预测模型两两之间的残差,结果如图 8、图 9 所示。由图 9 可知,在这 3 个高度位置上,POD 降阶残差都接近于零,说明对于 5 阶 POD 模型,在任意高度上都能够捕获到实际风场的主要特征;对于 Fourier 预测模型,如图 8 所示,在 20 km 处东西方向的风场数据相对于其他 2 个高度的数据更加紧凑、平稳,Fourier级数的拟合程度也更高,说明 Fourier 预测模型与实际风场随时间变化的紧凑性与规律性有着密切联系,风场数据越紧凑,周期性越明显,Fourier 预测精度就越高。

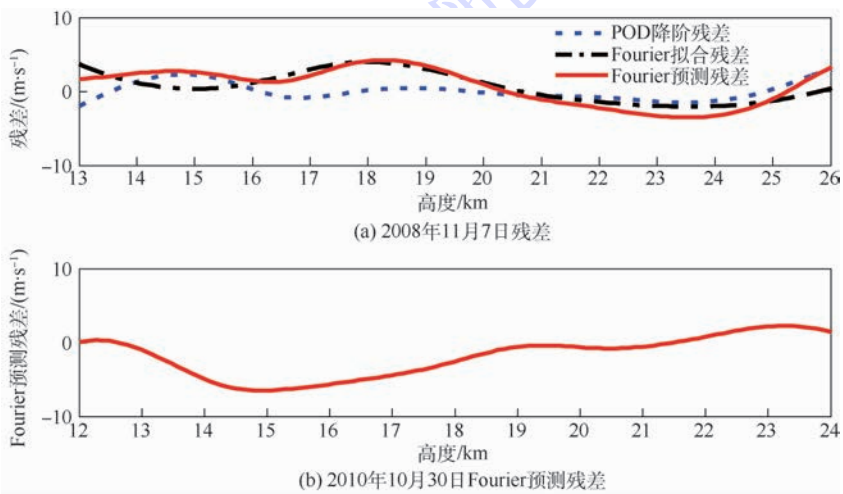


图 7　残差分析

Fig. 7　Residual analysis

北航学报 赠阅

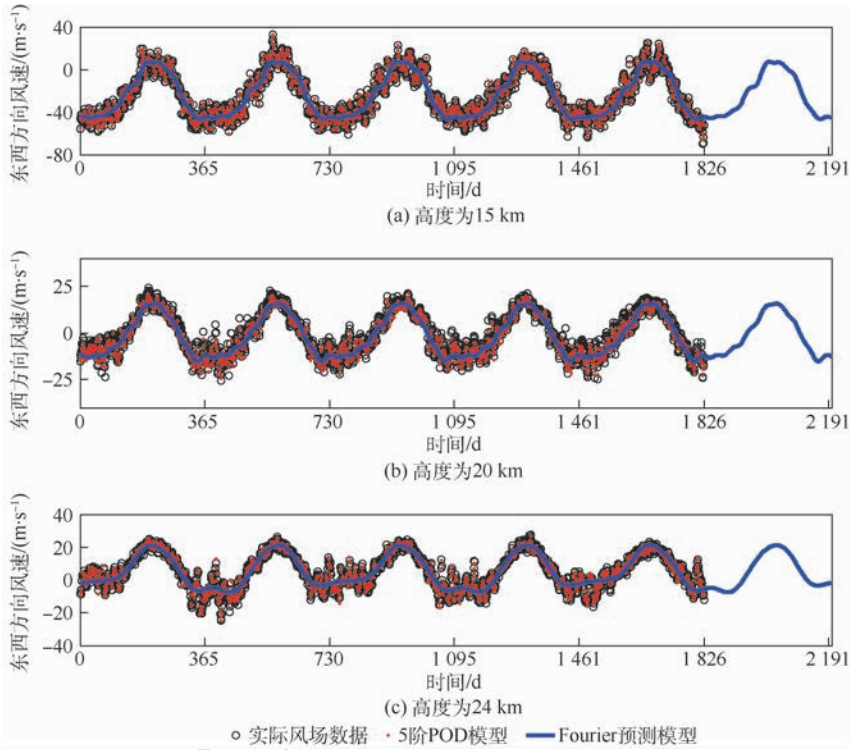


图8 不同高度的风速变化情况

Fig. 8 Change of wind speed at different altitudes

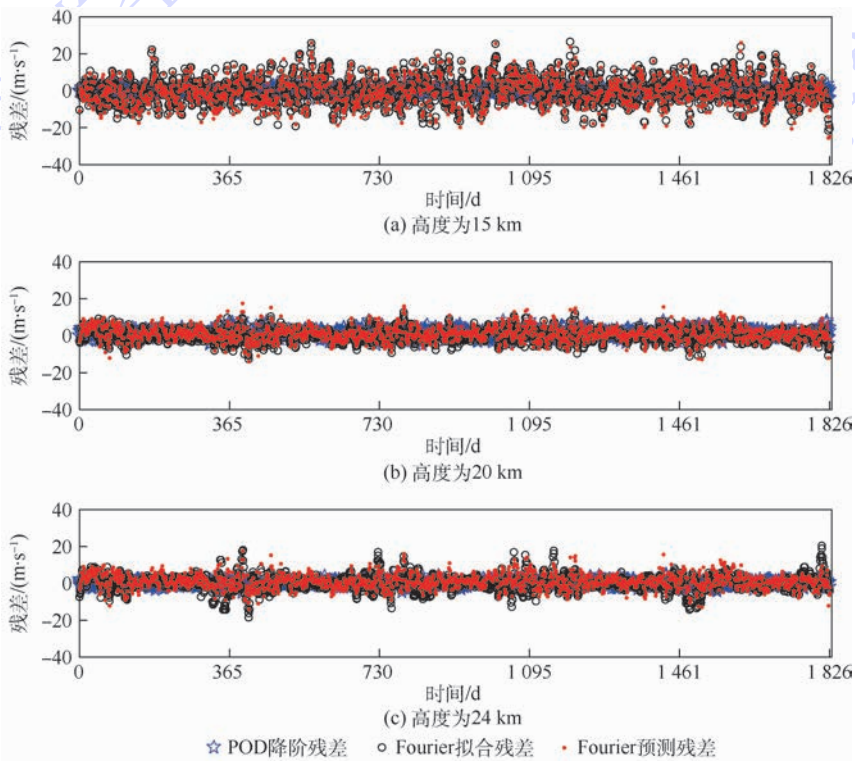


图9 不同高度的残差分析

Fig. 9 Residual analysis at different altitudes

4 结 论

本文通过POD方法将平流层风场数据进行高精度高效率降阶处理后,为Fourier预测模型对风场进行预测节省了大量的计算时间,大大提高了计算效率,得到:

1)提出了一种对平流层风场数据进行降阶处理的POD方法,在POD方法的基础上,提出了

北航学报 赠阅

一种可以对平流层风场进行预测的 Fourier 预测模型。

2）以长沙地区为例,选取海拔高度 10 ~ 30 km的 5 年风场数据,采用提出的 POD 方法与 Fourier 预测模型对风场进行了建模与预测,并对 Fourier 预测精度进行了分析。

3）研究结果表明:采用 POD 方法可以对东西方向风场进行高效高精度的降阶建模,由于南北方向风场变化极其不规则,不可以采用低阶的 POD 模型进行建模;通过 Fourier 预测模型能对东西方向风场进行准确预测,预测精度与实际风场随时间变化的规律性有关,风场数据越紧凑,周期性越明显,Fourier 预测精度越高。

参考文献（References）

[1] 王彦广,李健全,李勇,等. 近空间飞行器的特点及其应用前景[J]. 航天器工程,2007,16(1):50-57.
WANG Y G,LI J Q,LI Y,et al. The characteristics of spacecraft and its application prospect[J]. Spacecraft Engineering,2007,16(1):50-57(in Chinese).

[2] 陶梦初,何金海,刘毅. 平流层准零风层统计特征及准两年周期振荡对其影响分析[J]. 气候与环境研究,2012,17(1):92-102.
TAO M C,HE J H,LIU Y. Study on the statistical characteristics of the quasi-zero wind stratosphere and the influence of quasi-two-year periodic oscillations on the stratosphere[J]. Climate and Environment Research,2012,17(1):92-102(in Chinese).

[3] SHANG L,LIU Y,WANG Y,et al. Seasonal distribution of ozone and radiation field at the stratosphere[J]. Chinese Journal of Space Science,2015,504(3):213-217.

[4] 王文龙. 大气风场模型研究及应用[D]. 长沙:国防科学技术大学,2009.
WANG W L. Study and application of atmospheric wind field model[D]. Changsha:National University of Defense and Technology,2009(in Chinese).

[5] DAN R,HUA H,CASTAÑÓN D A,et al. Normalized proper orthogonal decomposition (NPOD) for building pressure data compression[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics,2006,94(6):447-461.

[6] HOLMES J D,SANKARAN R,KWOK K C S,et al. Eigenvector modes of fluctuating pressures on low-rise building models[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics,1997,69-71:697-707.

[7] FIC A,BIALECKI R A,KASSAB A J. Solving transient nonlinear heat conduction problems by proper orthogonal decomposition and the finite-element method[J]. Numerical Heat Transfer Part B Fundamentals,2005,48(2):103-124.

[8] TAN B T,DAMODARAN M,WILLCOX K E. Aerodynamic data reconstruction and inverse design using proper orthogonal decomposition[J]. AIAA Journal,2004,42(8):1505-1516.

[9] 胡亮. 基于特征正交分解的桥梁风场随机模拟[D]. 武汉:华中科技大学,2007.
HU L. Study on stochastic simulation of bridge wind field based on characteristic orthogonal decomposition[D]. Wuhan:Huazhong University of Science and Technology,2007(in Chinese).

[10] 陶青秋. 本征正交分解(POD)方法在建筑风荷载及其动态响应中的应用研究[D]. 汕头:汕头大学,2002.
TAO Q Q. Application of the proper orthogonal decomposition (POD) method in building wind load and its dynamic response[D]. Shantou:Shantou University,2002(in Chinese).

[11] 邹垚,梁枢果,邹良浩. 基于本征模态修正的 POD 法在风场重建中的应用[J]. 土木工程学报,2010,43(s1):305-309.
ZOU Y,LIANG S G,ZOU L H. Application of POD method based on eigen modification in wind field reconstruction[J]. China Civil Engineering Journal,2010,43(s1):305-309(in Chinese).

[12] CHEN X,KAREEM A. Proper orthogonal decomposition-based modeling,analysis,and simulation of dynamic wind load effects on structures[J]. Journal of Engineering Mechanics,2005,131(4):325-339.

[13] CHATTERJEE A. An introduction to the proper orthogonal decomposition[J]. Current Science,2000,78(7):808-817.

[14] EVERSON R,SIROVICH L. Karhunen-Loeve procedure for gappydata[J]. Journal of the Optical Society of America A,1995,12(8):1657-1664.

[15] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures Part I:Coherent structures[J]. Quarterly of Applied Mathematics,1986,45(3):561-571.

[16] KUNISCH K. Galerkin proper orthogonal decomposition methods for a general equation in fluid dynamics[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis Archive,2002,40(2):492-515.

[17] 胡金秀,郑保敬,高效伟. 基于特征正交分解降阶模型的瞬态热传导分析[J]. 中国科学:物理学力学天文学,2015,45(1):014602.
HU J X,ZHENG B J,GAO X W. Virtual overtemperature analysis based on reduced order model of characteristic orthogonal decomposition[J]. Chinese Science:Physics,Astronomy,2015,45(1):014602(in Chinese).

[18] 杜娟. 流体力学方程基于 POD 方法的降维数值解法研究[D]. 北京:北京交通大学,2011.
DU J. Research on decreasing numerical solution of fluid dynamics equations based on POD method[D]. Beijing:Beijing Jiaotong University,2011(in Chinese).

[19] HEIKKILÄU,SHI X,PHIPPS S J,et al. 10Be in late deglacial climate simulated by ECHAM5-HAM-Part 2:Isolating the solar signal from 10Be deposition[J]. Climate of the Past Discussions,2013,9(5):5627-5657.

作者简介:

李魁　男,硕士研究生。主要研究方向:临近空间飞行器动力学与控制。

杨希祥　男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:临近空间飞行器总体设计、动力学与控制。

北航学报 赠阅

Modeling and prediction of stratospheric wind field based on proper orthogonal decomposition

LI Kui, DENG Xiaolong, YANG Xixiang*, HOU Zhongxi, ZHOU Xin

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The stratospheric wind field has an important influence on the design and trajectory control of the near-space low dynamic aerostat. Focused on the modeling of the stratospheric wind field, this paper proposes a reduced order analysis method of the wind field data based on the proper orthogonal decomposition (POD) method. On this basis, a Fourier model which can predict the stratospheric wind field is proposed in this paper. This paper takes the wind field in Changsha from 2005 to 2009 as an example, uses the proposed POD method and Fourier prediction model to model and predict the wind field, and analyzes the accuracy of Fourier prediction model. The results show that the POD method can be used to model the east-west wind field efficiently and accurately. The Fourier prediction model can be used to predict the east. west wind field accurately and the prediction accuracy is closely related to the regularity of the actual wind field. The more compact the wind field data are, the more obvious the periodicity is, the higher the prediction accuracy is.

Keywords: stratospheric wind field; proper orthogonal decomposition method; reduced order modeling; Fourier prediction model; prediction accuracy

北京航空航天大学学报

Received: 2017-11-06; **Accepted**: 2018-04-08; **Published online**: 2018-04-18 15:40

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180416.1756.002.html

Foundation item: National Ministries and Commissions Foundation Item of China (GFZX0X0201-1)

* **Corresponding author**. E-mail: nkyangxixiang@163.com

《北京航空航天大学学报》征稿简则

北航学报
赠 阅

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市 、邮政编码(作者顺序始终不得更改),中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5 ~ 8 个),中图分类号,引言,正文,参考文献,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词。首、末页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100083 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部
办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间
电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426
E-mail:jbuaa@ buaa. edu. cn
http://bhxb. buaa. edu. cn
http://www. buaa. edu. cn

北京航空航天大学学报

北航学报
赠 阅

《北京航空航天大学学报》
第五届编辑委员会

主　任（主　编）：赵沁平

（以下按姓氏笔划为序）

副主任（副主编）：丁希仑　王少萍　孙志梅　李秋实　李焕喜　杨嘉陵
苗俊刚　相　艳　徐立军　钱德沛　曹晋滨

编　委：马殿富　王　琪　王　聪　邓小燕　王青云　王荣明　刘　宇
刘　红　江　洁　刘　强　闫　鹏　朱天乐　刘铁钢　齐铂金
陈万春　邹正平　苏东林　杨世春　沈成平　邱志平　宋知人
杨树斌　张晓林　杨晓奕　杨继萍　李惠峰　吴新开　张瑞丰
杨照华　宋凝芳　周　锐　林宇震　林贵平　战　强　姚仰平
胡庆雷　赵秋红　段海滨　赵巍胜　席　平　郭　宏　徐　洁
徐世杰　郭洪波　康　锐　翟　锦　熊华钢

北京航空航天大学学报
Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao
（原《北京航空学院学报》）
（月刊　1956 年创刊）
第 44 卷 第 9 期　2018 年 9 月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS (JBUAA)
(Monthly, Started in 1956)
Vol.44 No.9 September 2018

主管单位　中华人民共和国工业和信息化部
主办单位　北京航空航天大学
主　　编　赵沁平
编辑出版　《北京航空航天大学学报》编辑部
邮　　编　100083
地　　址　北京市海淀区学院路 37 号
印　　刷　北京科信印刷有限公司
发　　行　北航文化传媒集团
发行范围　国内外发行
联系电话　(010) 82315594 82338922 82314839
电子信箱　jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information Technology of the People's Republic of China
Sponsored by Beijing University of Aeronautics and Astronautics (BUAA)
(Beijing 100083, P. R. China)
Chief Editor ZHAO Qinping
Edited and Published by Editorial Board of JBUAA
Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.
Distributed by BUAA Culture Media Group Limited
Telephone (010) 82315594 82338922 82314839
E-mail jbuaa@buaa.edu.cn
http://bhxb.buaa.edu.cn

刊　　号　ISSN 1001-5965 / CN 11-2625/V
国内定价　50.00 元／期

ISSN 1001-5965
09>
9 771001 596182