控制力矩陀螺驱动的空间机器人轨迹跟踪控制

贾英宏 赵 楠 徐世杰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 提出一种新的空间机器人设计概念,并研究其轨迹跟踪控制问题. 系统中的各机械臂以自由球铰连接,在机器人平台和每节机械臂上均安装有一组控制力矩陀螺(CMGs, Control Moment Gyroscopes)作为控制力矩执行机构. 采用改进的罗格里得斯参数(MRPs, Modified Rodrigues Parameters)描述平台和各节机械臂的姿态,利用 Kane 方程建立了系统的动力学模型. 在此基础上,用逆动力学方法设计了系统的轨迹跟踪控制律,用以实现卫星平台的位置/姿态和机械臂末端作用器位置的轨迹跟踪控制. 采用带有零运动的 CMGs 操纵律以使 CMGs 准确输出力矩并回避构型奇异. 基于两关节机械臂系统和金字塔构型 CMGs 的数值仿真结果验证了所设计的控制律和操纵律的有效性,以及自由球铰连接方式在提高末端作用器运动自由度和降低系统动力学耦合方面的优越性.

关 键 词: 空间机器人; 控制力矩陀螺; 球铰; 轨迹跟踪控制; Kane 方程

中图分类号: TP 242

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2014)03-0285-07

Trajectory tracking control of space robot actuated by control moment gyroscopes

Jia Yinghong Zhao Nan Xu Shijie

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A new design concept of space robotic system was proposed, as well as a trajectory tracking control approach. Unlike traditional manipulator arms, the space robot employs free ball joints as manipulator link connections. A group of control moment gyroscopes (CMGs), serving as torque actuators, was mounted on each link and the base. The modified Rodrigues parameters (MRPs) were employed to describe the attitude of the base and the links, and the equations of motion were derived by using Kane's equations. To accomplish trajectory tracking control of both the base position/attitude and the end effector position, a control law was designed using the inverse dynamics method. A steering law with null motion was adopted for each group of CMGs to achieve simultaneous desired torque output and singularity configuration avoidance. The simulation results based on a two-joint space robot system with pyramid-configuration CMGs demonstrate the effectiveness of the proposed control law and steering law, as well as the ball joint advantage in increasing the degrees of freedom of the end effector and decreasing the system dynamical coupling.

Key words: space robot; control moment gyro; ball joint; trajectory tracking control; Kane's equation

空间机器人在在轨服务中具有广阔的应用前景,其轨迹跟踪控制问题也一直是航天领域的热点问题[1]. 然而,目前工程上已应用的空间机器人均采用关节力矩驱动的方式,大多数理论研究也采用此类驱动方式. 利用关节力矩驱动时,关节处的作用力矩/反作用力矩特性使得系统的动力

收稿日期: 2013-05-14; **网络出版时间**: 2013-09-30 16:17; **DOI**: 10.13700/j.bh.1001-5965.2013.0259

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20130930.1617.003.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11272027)

作者简介: 贾英宏(1976 -),男,河北阳原人,副教授,jia_yingh@163.com.

http://bhxb.buaa.edu.cn

学耦合显著,进而增大了各运动体精确轨迹跟踪控制的难度[2].

为降低或消除系统的此类动力学耦合,国外有学者提出了"无反作用执行机构(reactionless actuator)"的概念,即机械臂连接采用自由铰接方式,在各机械臂上安装角动量交换装置(飞轮或CMGs,Control Moment Gyroscopes)作为执行机构.由于机械臂铰接处无需施加控制力矩,因而关节处不存在直接的作用力矩与反作用力矩.这一设计概念最早由文献[3]提出,方案中机械臂以单自由度自由柱铰连接,每节机械臂上安装有一个反作用飞轮作为力矩执行机构.文献[4-5]中,首先将CMGs应用于单自由度柱铰连接的刚性机械臂系统,指出使用飞轮和CMGs减小了机械臂对平台的干扰力矩,并且CMGs相对飞轮具有显著的功耗优势.之后,Carpenter设计了由两只V字构型CMGs驱动的三柱铰关节机械臂系统,作为高精度高灵敏度空间望远镜的基座[6],并初步研究了该系统的能量最优控制问题[7-8].此后,文献[2,9-10]对V字构型CMGs驱动的自由柱铰关节系统进一步分析了不同运动情况下系统的功耗和动力学耦合程度问题.

以上研究为空间机器人的设计提供了新的思路.然而,在上述研究中,各机械臂仍然以柱铰连接,每个关节只有一个转动自由度,且CMGs仅限于两只陀螺构成的V字构型.本文对无反作用执行机构概念进行进一步扩展,提出基于自由球铰连接的设计概念,因而可用更少的关节提供更多的运动自由度.此外,不限定CMGs的具体构型,因而研究具有更广的适用范围.

针对所提出的设计概念,本文建立了适用于任意关节数系统的动力学模型,并研究了其轨迹跟踪控制问题.研究结果表明,两关节系统即可在平台位置/姿态稳定控制的条件下实现末端作用器三维位置轨迹跟踪,且平台姿态稳定控制力矩明显小于关节驱动系统,验证了自由球铰连接方式在提高机械臂运动自由度以及降低系统动力学耦合方面的优越性,同时也验证了所设计的系统控制律的有效性.

1 系统概念描述

本文所提出的空间机器人设计概念如图1所示.

系统由刚性平台和n节刚性机械臂构成,各机械臂之间以及机械臂与平台之间均以自由球铰连接.平台内部以及各机械臂上均安装有一组数量不少于3的CMGs,作为力矩执行机构.为描述方便,平台记为B_0,各节机械臂由内而外依次记为$B_1,B_2,\cdots,B_n$.后续研究中对系统作如下合理假设[11]:

1)各CMG绕其框架轴转动时,CMG本身的质心位置不变,即运动体$B_i(i=0,1,\cdots,n)$相对其任一固连坐标系的静矩为常值;

2)各CMG绕其框架转动时,CMG转动对其安装运动体转动惯量的影响为小量,可以忽略,即运动体$B_i(i=0,1,2,\cdots,n)$相对其上任一固连坐标系的惯量矩阵为常值.

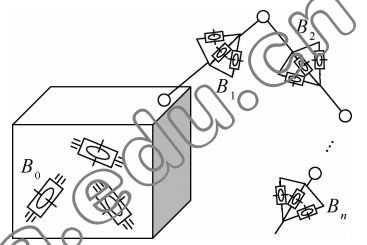


图1 系统设计概念示意图

此外,假定CMG框架伺服机构具有理想性能,因而研究系统级的动力学模型时研究对象为由平台和各节机械臂构成的多体系统,无需考虑CMG自身的动力学特性.在广义惯性力建模时每组CMGs视为相应的运动体的一部分,由假设条件可知,每一运动体均具有常值静矩和惯量.

2 系统运动学与动力学方程

为描述由平台和机械臂构成的系统运动,建立如图2所示的如下坐标系:

1)惯性坐标系$F_I(Oxyz)$,原点O可位于惯性空间任意一点,各坐标轴固连于惯性空间;

2)平台本体坐标系$F_0(o_0\text{-}x_0y_0z_0)$,原点$o_0$可位于平台中任意一点,各轴与平台本体固连;

3)机械臂B_i体坐标系$F_i(o_i\text{-}x_iy_iz_i)$,原点$o_i$位于$B_i$与其内接体的铰接点处,各轴与$B_i$固连.

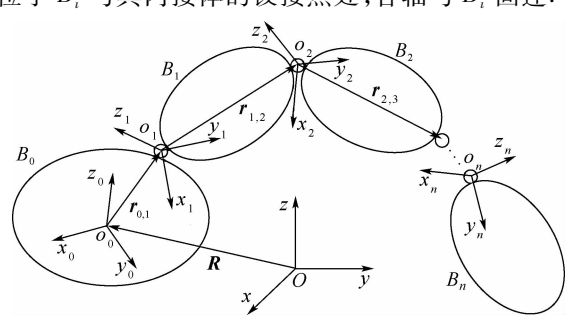


图2 系统坐标系与位置矢量

将坐标系$F_*(*=I,0,1,\cdots,n)$的各坐标轴单位矢量记为矢阵形式$\boldsymbol{e}_*=[\boldsymbol{e}^{\mathrm{v}}_{*x}\quad\boldsymbol{e}^{\mathrm{v}}_{*y}\quad\boldsymbol{e}^{\mathrm{v}}_{*z}]^{\mathrm{T}}$,其中$\boldsymbol{e}^{\mathrm{v}}_{*x}$,$\boldsymbol{e}^{\mathrm{v}}_{*y}$和$\boldsymbol{e}^{\mathrm{v}}_{*z}$分别为坐标系$F_*$三轴方向的单

http://bhxb.buaa.edu.cn

位矢量.利用矢阵的定义,任一三维向量 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{v}}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{v}} = \boldsymbol{e}_{*}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$$

式中 $\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^{3\times 1}$ 为 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{v}}$ 在坐标系 F_{*} 中的分量列阵.

定义 $\boldsymbol{R}^{\mathrm{v}} = \boldsymbol{e}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}$ 为 O 到 o_0 的位置矢量,$\boldsymbol{r}_{i,i+1}^{\mathrm{v}} = \boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}_{i,i+1}$,$(i=0,1,\cdots,n-1)$ 为 o_i 到 o_{i+1} 的位置矢量,$\boldsymbol{\omega}_i^{\mathrm{v}} = \boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_i$ 表示 $F_i(i=0,1,\cdots,n)$ 相对惯性系 F_{I} 的角速度矢量.

以 $\boldsymbol{\sigma}_i = [\sigma_{i1} \quad \sigma_{i2} \quad \sigma_{i3}]^{\mathrm{T}}$ 表示 F_i 相对惯性系 F_{I} 的 MRPs(Modified Rodrigues Parameters),则 $\boldsymbol{\sigma}_i$ 与 $\boldsymbol{\omega}_i$ 存在如下的运动学关系[12]:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i = \boldsymbol{H}_i\boldsymbol{\omega}_i \tag{1}$$

式中

$$\boldsymbol{H}_i = \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{E}_3 + \boldsymbol{\sigma}_i^{\times} + \boldsymbol{\sigma}_i\boldsymbol{\sigma}_i^{\mathrm{T}} - \left(\frac{1}{2}(1+\boldsymbol{\sigma}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}_i)\right)\boldsymbol{E}_3\right] \tag{2}$$

其中,右上标"×"表示列阵的叉乘反对称阵;$\boldsymbol{E}_n$ 为 $n\times n$ 的单位阵.

选取系统的广义速度列阵为

$$\boldsymbol{u} = [\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\omega}_0^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\omega}_1^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{\omega}_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

广义坐标列阵为

$$\boldsymbol{q} = [\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\sigma}_0^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\sigma}_1^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{\sigma}_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

则广义速度与广义位移的运动学关系为

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{u} \tag{5}$$

式中

$$\boldsymbol{H} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{E}_3 \quad \boldsymbol{H}_0 \quad \boldsymbol{H}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{H}_n)$$

运动体 $B_i(i=0,1,\cdots,n)$ 的质量参考点速度矢量 $\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{v}}$ 以及运动体 B_i 的角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_i^{\mathrm{v}}$ 可写为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{v}} &= \boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_i\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{\omega}_i^{\mathrm{v}} &= \boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{u}\end{aligned}\right\} \quad i = 0,1,\cdots,n \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{G}_i \in \mathbf{R}^{3\times(3n+6)}$ 为运动体 B_i 的偏速度矩阵;$\boldsymbol{W}_i \in \mathbf{R}^{3\times(3n+6)}$ 为运动体 B_i 的偏角速度矩阵.对 $\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{v}}$ 求时间导数,可得 B_i 的质量参考点的加速度矢量为

$$\boldsymbol{a}_i^{\mathrm{v}} = \boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a}_i = \boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{a}_{i0} + \boldsymbol{a}_{it}) \quad i = 0,1,\cdots,n \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{a}_{i0} = \boldsymbol{G}_i\dot{\boldsymbol{u}}$;$\boldsymbol{a}_{it} = \boldsymbol{\omega}_0^{\times}\boldsymbol{G}_i\boldsymbol{u} + \dot{\boldsymbol{G}}_i\boldsymbol{u}$.

根据矩阵形式的 Kane 方程[13],系统的广义惯性力可写为

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}^{*} = -\sum_{i=0}^{n}\int_{B_i}\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a}_i\,\mathrm{d}m = -\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{u}} - \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{u}) \tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) = \sum_{i=0}^{n}\int_{B_i}\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_i\,\mathrm{d}m$ 为系统的质量阵;$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{u}) = \sum_{i=0}^{n}\int_{B_i}\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\omega}_0^{\times}\boldsymbol{G}_i\boldsymbol{u} + \dot{\boldsymbol{G}}_i\boldsymbol{u})\,\mathrm{d}m$ 为系统的非线性耦合惯性力.

系统的主动力包括:作用于平台的作用力主矢 $\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{v}} = \boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_0^0$,陀螺群 i 作用于 $B_i(i=0,1,\cdots,n)$ 的力矩 $\boldsymbol{T}_i^{\mathrm{v}} = \boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_i^0$.系统的广义主动力可写为

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}}^{*} = (\boldsymbol{G}_0^{o_0})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_0^{B_0} + \sum_{i=0}^{n}\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_i^{B_0} = [(\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{T}_0^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{T}_1^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{T}_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

式中,$\boldsymbol{G}_0^{o_0}$ 为点 o_0 的偏速度矩阵;$\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{I}}$ 为平台作用力主矢 $\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{v}}$ 在 F_{I} 中的分量列阵;$\boldsymbol{T}_i$ 为 CMGs 作用于 B_i 的力矩 $\boldsymbol{T}_i^{\mathrm{v}}$ 在 F_i 中的分量列阵,这一力矩由 CMG 转子角动量的方向改变而引起.若 B_i 上安装有 n_i 个 CMG,称为陀螺群 i,其中每个 CMG 转子具有相同的角动量 h_i,则 $\boldsymbol{T}_i$ 可写为如下形式[11]:

$$\boldsymbol{T}_i = -h_i\boldsymbol{A}_{ti}\dot{\boldsymbol{\gamma}}_i - \boldsymbol{\omega}_i^{\times}\boldsymbol{A}_{si}\boldsymbol{h}_i \tag{10}$$

式中 $\boldsymbol{\gamma}_i = [\gamma_{i1} \quad \gamma_{i2} \quad \cdots \quad \gamma_{in_i}]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{n_i\times 1}$ 为陀螺群 i 的框架角列阵;$\boldsymbol{h}_i = [h_i \quad h_i \quad \cdots \quad h_i]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{n_i\times 1}$ 为陀螺群 i 的转子角动量列阵;$\boldsymbol{A}_{si} \in \mathbf{R}^{3\times n_i}$ 为陀螺群 i 各转子角动量在 F_i 中的方向矩阵;$\boldsymbol{A}_{ti} \in \mathbf{R}^{3\times n_i}$ 为陀螺群 i 中各 CMG 的横轴方向(即 CMGs 力矩输出轴的反方向)在 F_i 中的方向矩阵.$\boldsymbol{A}_{si}$ 和 $\boldsymbol{A}_{ti}$ 都是框架角 $\boldsymbol{\gamma}_i$ 的函数.式(10)中,第 1 项为 CMG 的可控力矩输出项,记为

$$\boldsymbol{T}_{ci} = -\boldsymbol{h}_i\boldsymbol{A}_{ti}\dot{\boldsymbol{\gamma}}_i \tag{11}$$

第 2 项为 B_i 的角速度引起的力矩输出项,记为

$$\boldsymbol{T}_{ai} = -\boldsymbol{\omega}_i^{\times}\boldsymbol{A}_{si}\boldsymbol{h}_i \tag{12}$$

根据 Kane 方程,系统动力学方程为

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}^{*} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{A}}^{*} = \boldsymbol{0} \tag{13}$$

将式(8)~式(10)代入式(13),系统动力学方程可整理为如下形式:

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{u}} + \hat{\boldsymbol{Q}}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{F} \tag{14}$$

式中

$$\hat{\boldsymbol{Q}}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{u}) - \boldsymbol{F}_{\mathrm{a}}$$

$$\boldsymbol{F} = [(\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{T}_{c0}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{T}_{c1}^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{T}_{cn}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

其中

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{a}} = [\boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{T}_{a0}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{T}_{a1}^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{T}_{an}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

式(14)和式(5)共同构成了系统的运动方程.

3　系统控制律设计

为实现末端作用器的位置轨迹跟踪控制,同时考虑平台的位置/姿态控制,定义系统输出为

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\sigma}_0^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

式中 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}$ 为末端作用器在惯性空间中的位置.记 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}} = [\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\sigma}_{0\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{R}_{\mathrm{td}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为二阶可微的系统期望输

http://bhxb.buaa.edu.cn

出轨迹，$\Delta \boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}}=[\Delta \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \quad \Delta \boldsymbol{\sigma}_0^{\mathrm{T}} \quad \Delta \boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为轨迹跟踪误差，则轨迹跟踪控制律设计目的可描述为 $\Delta \boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{0}, \Delta \dot{\boldsymbol{X}} \rightarrow \boldsymbol{0}$.

对式(15)求导可得

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{q}} \tag{16}$$

式中 $\boldsymbol{J} \in \mathbf{R}^{9 \times(3 n+6)}$ 为雅可比矩阵. 将式(5)代入式(14)，经变换可得

$$\boldsymbol{M}^* \ddot{\boldsymbol{q}}-\boldsymbol{M}^* \dot{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{H}^{-1} \dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{H}^{-\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{Q}}=\boldsymbol{H}^{-\mathrm{T}} \boldsymbol{F} \tag{17}$$

式中 $\boldsymbol{M}^*=\boldsymbol{H}^{-\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \boldsymbol{H}^{-1}$. 系统控制律取为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}^*\left[-\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}\left(\dot{\boldsymbol{q}}-\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}\right)+\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}-\dot{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{H}^{-1} \dot{\boldsymbol{q}}\right]+\dot{\boldsymbol{Q}} \tag{18}$$

式中 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}$ 为正定阵，为可选控制参数；$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}$ 为 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 的参考轨迹，取为

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{J}^{+}\left(\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\Lambda} \Delta \boldsymbol{X}\right) \tag{19}$$

式中，$\boldsymbol{J}^{+}=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{J} \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}$；$\boldsymbol{\Lambda}$ 为正定阵，为控制参数.

需要指出的是，在式(19)中已假定 $n \geqslant 2$，即关节数不少于 2. 尽管理论上单关节球铰连接也可实现机械臂末端的三维轨迹跟踪(此时，式(19)的 $\boldsymbol{J}^{+}$ 改为 $\boldsymbol{J}^{-1}$，即 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 的参考轨迹仅具有唯一解)，但其可达轨迹仅限定为以球铰为圆心的球面，不具一般性，因此一般情况下球铰连接系统也至少需要两个关节.

为验证控制律的稳定性，将式(18)代入式(17)，并在方程两端同时乘以 $\left(\boldsymbol{M}^*\right)^{-1}$ 可得

$$\ddot{\boldsymbol{q}}-\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}\left(\dot{\boldsymbol{q}}-\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}\right)=\boldsymbol{0} \tag{20}$$

由 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}$ 的正定性可知有 $\boldsymbol{s}=\dot{\boldsymbol{q}}-\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}} \rightarrow \boldsymbol{0}$. 由式(16)和式(19)有 $\boldsymbol{J} \boldsymbol{s}=\Delta \dot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{\Lambda} \Delta \boldsymbol{X}$，因而有 $\Delta \dot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{\Lambda} \Delta \boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{0}$. 由于 $\boldsymbol{\Lambda}$ 为正定阵，因此有 $\Delta \boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{0}$ 和 $\Delta \dot{\boldsymbol{X}} \rightarrow \boldsymbol{0}$，系统是渐近稳定的.

若系统中某输出(如平台位置/姿态)的期望轨迹设定为常值，则控制律使得系统的该输出收敛于期望值，即进行稳定控制.

4 CMGs 操纵律

假定陀螺群 i 中的陀螺数量 $n_i>3$，为有效回避构型奇异，操纵律采用如下带有零运动的广义逆操纵律[14]：

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}_i=\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathrm{T}i}+\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathrm{N}i} \tag{21}$$

式中

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathrm{T}i}=-\frac{1}{\boldsymbol{h}_i} \boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i} \boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} \boldsymbol{T}_{\mathrm{c}i} \tag{22}$$

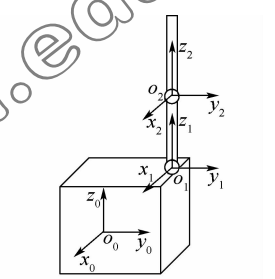
用以输出指令控制力矩，而

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathrm{N}i}=\lambda_i\left[\boldsymbol{E}_{n_i}-\boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i} \boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} \boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i}\right] \frac{\partial \xi_i}{\partial \boldsymbol{\gamma}_i} \tag{23}$$

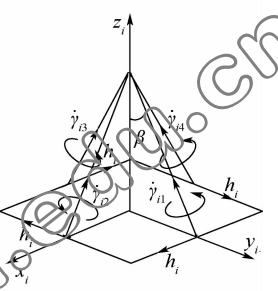
为零运动，用以回避奇异. 式中 λ_i 为正的标量参数，$\xi_i=\det\left(\boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i} \boldsymbol{A}_{\mathrm{t}i}^{\mathrm{T}}\right)$ 为陀螺群 i 的构型奇异度量.

5 数值仿真

数值仿真中所取的模型为如图 3a 所示的两关节模型. 平台为边长为 1.5 m 的立方体，机械臂 B_1 和 B_2 长度均为 1.5 m. 坐标系 F_0 原点位于立方体几何中心，各轴分别与立方体棱线平行. 各臂的体坐标系 z 轴与臂杆的轴线方向一致. 当 F_0 与各臂体坐标系各轴指向一致时，系统构型如图 3a 所示. 平台和各机械臂上均安装有 4 只 CMG 构成的金字塔构型力矩陀螺群，金字塔顶轴沿各体坐标系的 z 轴方向，每只 CMG 框架轴与塔顶轴夹角为 $\beta=53.1°$，如图 3b 所示.



a 平台与机械臂构型



b CMGs构型

图 3 仿真系统构型示意图

系统的质量特性参数如表 1 所示，其中各运动体的静矩和惯量均相对于其体坐标系定义.

表 1 系统质量特性参数

运动体编号	质量/kg	静矩/(kg·m)	惯量/(kg·m²)
B_0	3 000	$[0 \quad 150 \quad 0]^{\mathrm{T}}$	diag [1 500 1 800 2 000]
B_1	60	$[0 \quad 0 \quad 45]^{\mathrm{T}}$	diag [50 50 5.5]
B_2	60	$[0 \quad 0 \quad 45]^{\mathrm{T}}$	diag [50 50 5.5]

系统中各安装点位置参数为

$$\boldsymbol{r}_{0,1}=[0 \quad 0.75 \quad 0.75]^{\mathrm{T}} \mathrm{m}$$

$$\boldsymbol{r}_{1,2}=[0 \quad 0 \quad 1.5]^{\mathrm{T}} \mathrm{m}$$

末端作用器位置参考点取为 B_2 的端点，即

$$\boldsymbol{r}_{2\mathrm{t}}=[0 \quad 0 \quad 1.5]^{\mathrm{T}} \mathrm{m}$$

系统各广义速度初始值均取为零；各广义坐标初始值如表 2 所示.

http://bhxb.buaa.edu.cn

表 2　系统广义坐标初始值

广义坐标	初始值
$\boldsymbol{R}$	$[0.2 \quad -0.3 \quad 0.5]^{\mathrm{T}}$ m
$\boldsymbol{\sigma}_0$	$[0.0219 \quad 0.0758 \quad 0.0379]^{\mathrm{T}}$
$\boldsymbol{\sigma}_1$	$[0.2679 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$
$\boldsymbol{\sigma}_2$	$[-0.2679 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$

各陀螺群的 CMG 初始框架角均取为零,图 3b 所示即为 CMGs 框架角为零的初始状态. 各陀螺群的 CMG 转子角动量为

$$h_0 = 50\ \mathrm{N \cdot m}$$
$$h_1 = 15\ \mathrm{N \cdot m}$$
$$h_2 = 15\ \mathrm{N \cdot m}$$

平台的位置/姿态期望输出轨迹取为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}} = [0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{m} \qquad \boldsymbol{\sigma}_{0\mathrm{d}} = [0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

即希望平台位置/姿态保持稳定控制. 末端作用器的期望位置轨迹取为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{td}} = \begin{bmatrix} R_{\mathrm{tdx}} \\ R_{\mathrm{tdy}} \\ R_{\mathrm{tdz}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\cos(\omega_{\mathrm{c}} t + b) + x_0 \\ r\sin(\omega_{\mathrm{c}} t + b)\cos\alpha + y_0 \\ r\sin(\omega_{\mathrm{c}} t + b)\sin\alpha + z_0 \end{bmatrix}$$

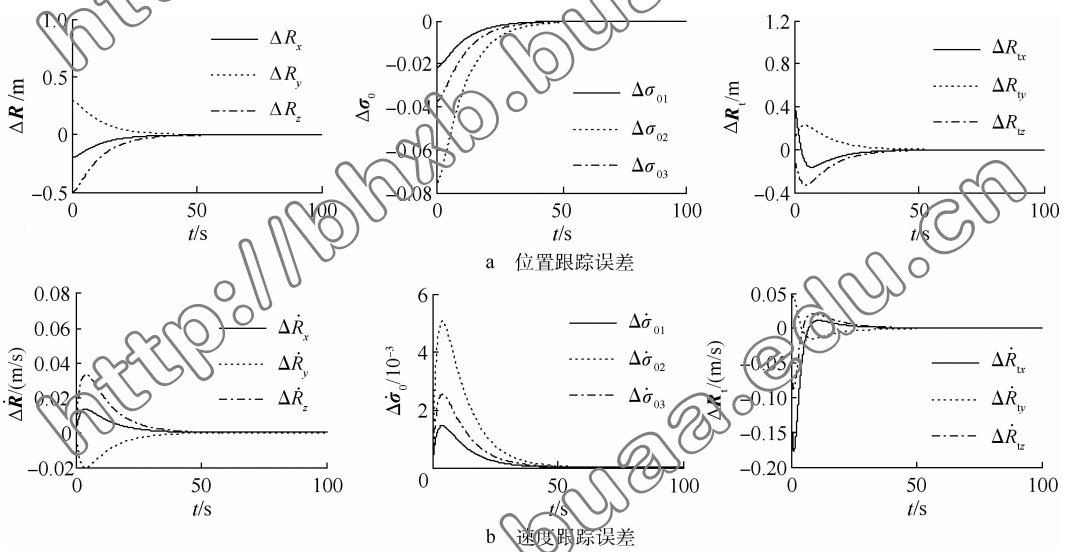
其中

$$r = 0.5\ \mathrm{m} \qquad x_0 = 0.5\ \mathrm{m}$$
$$y_0 = 0.2\ \mathrm{m} \qquad z_0 = 3\ \mathrm{m}$$
$$\omega_{\mathrm{c}} = \frac{\pi}{20}\ \mathrm{rad/s} \qquad \alpha = -\frac{\pi}{4} \qquad b = \frac{\pi}{3}$$

期望位置轨迹为一个圆心位于$[z_0 \quad y_0 \quad z_0]$,半径为 r 的圆轨迹. 系统的控制参数取为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}} = \begin{bmatrix} 0.1\boldsymbol{E}_6 & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E}_6 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{\Lambda} = 0.5\boldsymbol{E}_{12} \qquad \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

图 4 给出了系统位置跟踪误差 $\Delta\boldsymbol{X}$ 以及速度跟踪误差 $\Delta\dot{\boldsymbol{X}}$ 的仿真结果,二者均在有限时间内收敛,且保持为零,验证了控制律的稳定性. 图 5 给出了平台指令控制力 $\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{I}}$ 以及平台与各机械臂的指令控制力矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{c}0}$. 由于机械臂末端作用器需要持续跟踪期望轨迹,因此平台姿态稳定后其指令控制力矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{c}0}$ 并不为零. 平台指令控制力 $\boldsymbol{F}_0^{\mathrm{I}}$ 虽然是大小连续可变的推力,但可通过脉宽调制的方法由推力器实现.



a　位置跟踪误差

b　速度跟踪误差

图 4　系统跟踪误差

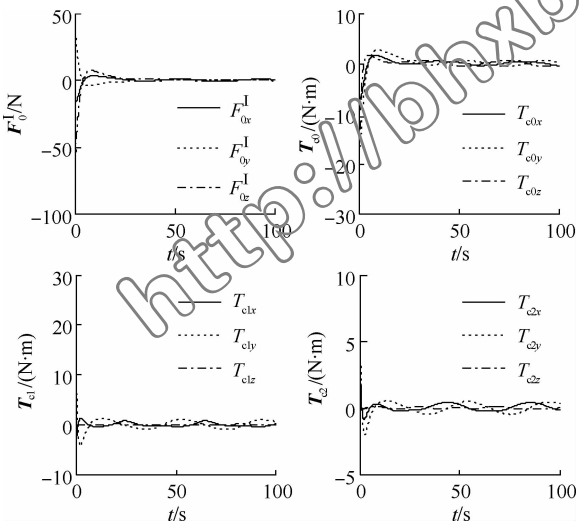


图 5　系统指令控制力/力矩

仿真结果还表明,无论 CMGs 的操纵律中是否加入零运动,CMGs 均能准确输出指令力矩,但 CMGs 的构型奇异度量不同.

图 6 给出了各组 CMGs 的构型奇异度量值. 可见零运动可以有效增大奇异度量值,使 CMGs 远离构型奇异.

图 7 为系统在惯性空间中不同时刻的位置与构型状态.

图 7 中圆形轨迹为末端作用器期望轨迹,轨迹上的点为当前时刻末端作用器的期望位置. 由所示运动过程可见,在平台本体位置/姿态稳定控制的同时,末端作用器逐渐接近期望位置. 在 30 s 时系统控制已基本稳定,平台控制到了期望的零

http://bhxb.buaa.edu.cn

位置/零姿态状态,末端作用器也到达期望位置并跟踪期望轨迹.若利用传统的单自由度柱铰连接方式,则实现上述控制任务至少需要 3 个关节,因而球铰连接方式可有效减少关节数.

为验证 CMG 驱动系统相比关节驱动系统在降低动力学耦合方面的优越性,将两类系统进行了对比仿真,考察机械臂运动对平台的姿态干扰.仿真中平台初始位置/姿态均取为零,机械臂仍跟踪前述的位置轨迹,平台位置/姿态不控(即在控制律中将平台当前的位置/姿态作为其期望的位置/姿态).

由 MRPs 的定义可以得知,可定义一个标量指标 $\sigma_0=\sqrt{\boldsymbol{\sigma}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}}$ 来直观地表征平台姿态偏差的大小.

图 8 给出了 CMG 驱动系统与关节驱动系统在控制过程中的 σ_0 值,可见在相同的机械臂跟踪运动下,CMG 驱动系统的平台姿态偏差明显小于关节驱动系统,验证了 CMG 驱动系统可以有效减小反作用力矩,降低系统动力学耦合.

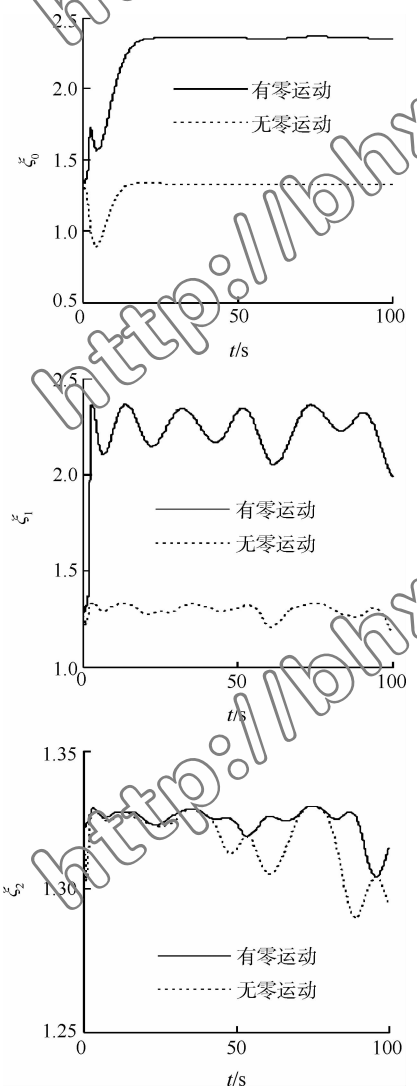


图 6 各组 CMGs 的构型奇异度量

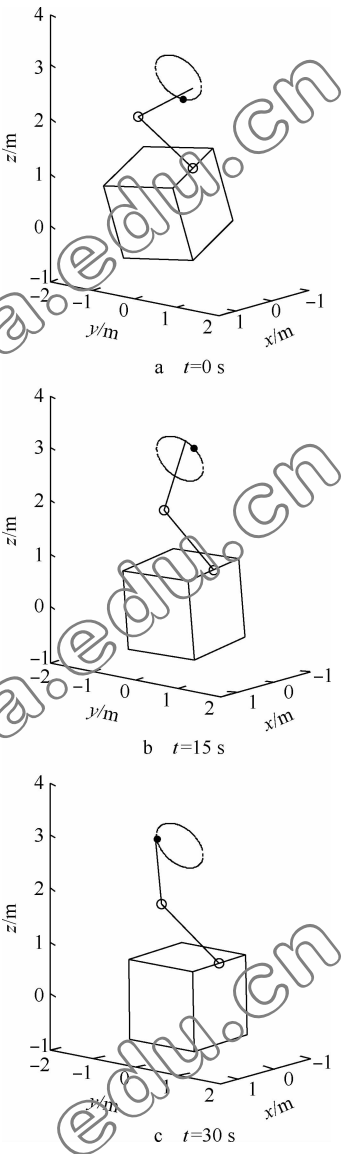


图 7 不同时刻系统位置与构型状态

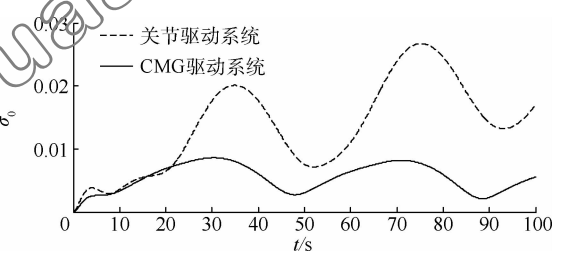


图 8 CMG 驱动与关节驱动系统的姿态偏差对比

6 结束语

为减小空间机器人系统的动力学耦合,同时利用较少的关节为机械臂提供更多的运动自由度,本文提出了一种 CMG 驱动的自由球铰连接空间机器人的设计概念.针对球铰关节具有 3 个旋转自由度且存在大范围旋转运动的特点,放弃传统的关节角的角位移描述方式,采用 MRPs 描述机械臂以及平台的姿态,并利用 Kane 方程建立了

http://bhxb.buaa.edu.cn

系统的动力学模型. 在此基础上以平台位置/姿态和机械臂末端作用器位置为系统输出,利用逆动力学方法设计了轨迹跟踪控制器. 采用带有零运动的 CMGs 操纵律来实现指令力矩和回避构型奇异. 数值仿真结果验证了系统在提高机械臂运动自由度和降低系统动力学耦合方面的优越性,以及所设计的控制律和操纵律的有效性.

参考文献（References）

[1] Xu W F, Liang B, Xu Y S. Survey of modeling, planning, and ground verification of space robotic systems[J]. Acta Astronautica, 2011, 68(11/12): 1629 – 1649

[2] Brown D, Peck M A. Energetics of control moment gyroscopes as joint actuators[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(6): 1871 – 1883

[3] Osuka K, Yoshida K, Ono T. New design concept of space manipulator-a proposal of torque-unit manipulator[C]//Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control. Lake Buena Vista, FL: IEEE, 1994: 1823 – 1825

[4] Peck M A, Paluszek M A, Thomas S J, et al. Control-moment gyroscopes for joint actuation: a new paradigm in space robotics [C]//1st Space Exploration Conference: Continuing the Voyage of Discovery. Orlando, FL: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2005: 204 – 233

[5] Peck M A. Low-power, high-agility space robotics[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2005. San Francisco, CA: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2005: 3759 – 3770

[6] Carpenter M D, Peck M A. Dynamics of a high-agility, low-power coelostat telescope[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2006. Keystone, CO: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2006: 4175 – 4191

[7] Carpenter M D, Peck M A. Minimum-power robotic maneuvering using control-moment gyroscopes[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2007. Hilton Head, SC: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2007: 210 – 222

[8] Carpenter M D. Power-optimal steering of a space robotic system driven by control-moment gyroscopes[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Honolulu, HI: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2008: 7270-1 – 7270-15

[9] Brown D, Peck M A. Scissored-pair control-moment gyros: a mechanical constraint saves power[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2008, 31(6): 1823 – 1826

[10] Carpenter M D, Peck M A. Reducing base reactions with gyroscopic actuation of space robotic systems[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(6): 1262 – 1270

[11] Yoon H, Tsiotras P. Adaptive spacecraft attitude tracking control with actuator uncertainties[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2005. San Francisco, CA: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2005: 5311 – 5322

[12] 宿敬亚,张瑞峰,蔡开元. 基于 MRP 的全局稳定的 PID 刚体姿态控制[J]. 航空学报, 2011, 32(4): 710 – 719
Su Jingya, Zhang Ruifeng, Cai Kaiyuan. Globally stabilization PID attitude control of rigid body based on MRP[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(4): 710 – 719(in Chinese)

[13] Banerjee A K, Kane T R. Large motion dynamics of a spacecraft with a closed-loop, articulated, flexible appendage[C]//25th AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Palm Springs, CA: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 1984: 1 – 37

[14] 汤亮,贾英宏,徐世杰. 使用单框架控制力矩陀螺的空间站姿态控制系统建模与仿真[J]. 宇航学报, 2003, 24(2): 126 – 131
Tang Liang, Jia Yinghong, Xu Shijie. Modeling and simulation of attitude control for space station with SGCMG system[J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(2): 126 – 131(in Chinese)

http://bhxb.buaa.edu.cn