压电网络板的振动控制原理与控制效果

易凯军 李 琳

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 在给出压电网络板机电耦合动力学方程的基础上对其进行求解,将压电网络板的响应表示为子模态压电系统响应的线性组合.通过分析压电网络板在脉冲激励下子模态压电系统的响应行为,揭示压电网络板可以通过两种途径控制自身振动.基于对传递函数的分析进一步得到子模态压电系统的最优电学参数;在此基础上研究了针对某一阶子模态压电系统设计最优电学参数时,各阶子模态压电系统的响应行为以及压电网络板的多模态控制效果.研究结果表明,压电网络板具有多模态控制效果,特别地,当对板的某一阶次的振动控制具有较高要求时,通过对最优电学参数进行设计,电感电阻并联型压电网络板可满足要求.

关 键 词: 压电复合板; 压电网络; 传递函数; 最优电学参数; 多模态控制

中图分类号: TB 123

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2014)11-1629-08

Vibration-controlling mechanism and controlling effectiveness of plate with piezoelectric network

Yi Kaijun Li Lin

(School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The given electromechanical coupled kinetic equations of the plate with piezoelectric network were solved by decomposing the responses into linear combination of sub-modal piezoelectric systems' responses. Through the research of the response behaviors of sub-modal piezoelectric systems when the coupled system was stimulated by a pulse, it is found that there are two different ways for the coupled system to dominate their vibration. The optimal electrical parameters of sub-modal piezoelectric systems were found through the analysis of transfer functions. Based on that, one of the sub-modal piezoelectric systems was set optimally; In this condition, the response behaviors of all sub-modal piezoelectric systems and the multiple-mode controlling effectiveness of the system were studied. The results show that the plate with piezoelectric network has the capacity to suppress multimode vibration; Particularly, when one modal requires higher control effect, this system with parallel resistor and inductor can satisfy the aforementioned request.

Key words: piezoelectric composite plate; piezoelectric networks; transfer function; optimal electrical parameters; multiple-modal control; electromechanical coupling

基于压电材料的梁、板式结构的减振理论、方法与技术在近二十年期间已有了长足发展.在这些研究中,压电材料多用于设计成离散的传感器或驱动元件[1-3],而将其作为结构系统的一部分、综合考虑该结构系统机电耦合动力学特性的研究还不多见.2001 年 Dell'Isola 等人将分布在板上的压电片通过电路连接成网络,研究了其对板的减振效果[4-5];2003 年开始 Wang 等人将这种思想用于叶盘结构[6-7].他们的研究表明,压电网络可使结构系统中的能量重新分布,从而改善

收稿日期: 2013-11-06; **网络出版时间**: 2014-04-01 18:27; **DOI**: 10.13700/j.bh.1001-5965.2013.0641

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/doi/10.13700/j.bh.1001-5965.2013.0641.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(91016006)

作者简介: 易凯军(1988-),男,湖南长沙人,硕士生,ykjbuaa@126.com.

http://bhxb.buaa.edu.cn

失谐叶盘结构振动局部化现象. 文献[8]在机械场无关的结构之间构建压电网络,对自供能振动抑制进行了探索,研究结果进一步证明,即便没有机械关联,一种结构的振动能量也可以通过压电网络转移至另一种结构,并可以被利用对另一结构的振动进行抑制. 本文作者也对压电网络板的建模方法、频率特性以及机电耦合特性进行了深入的研究[9]. 本文在文献[9]的基础上进一步研究了压电网络板的振动控制原理和振动控制效果,为压电网络板的工程应用提供理论参考.

1 机电耦合动力学方程及其求解

压电网络板由图 1 所示的压电复合板和图 2 所示的电路网络两部分组成[9]. 电路网络将压电复合板上均匀分布的压电作动器连接成整体,其特点是连接各相邻压电作动器的电路完全相同.

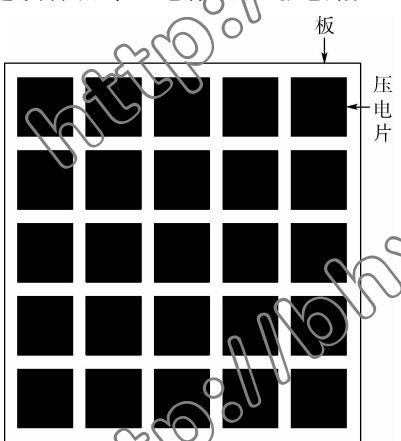


图 1 压电复合板[9]

Fig. 1 Piezoelectric composite plate[9]

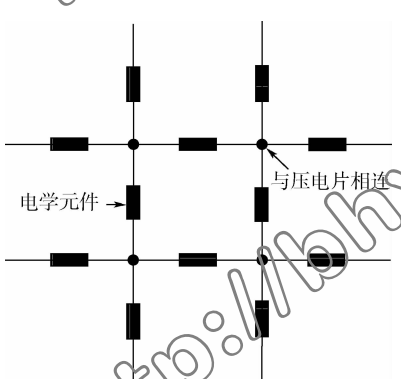


图 2 电路网络拓扑形式[9]

Fig. 2 Topology structure of circuit network[9]

压电网络板中,压电片之间可以选择不同的电路或电学元件,本文主要涉及图 3 所示 3 种情况. 图 3a 表示压电片之间的电路包含电感和电阻并且电感电阻并联,对应的压电网络板称为电感电阻并联型压电网络板,简写为 LR-PEM;图 3b 为电感型压电网络板的电路形式,即压电片之间的电路仅含电感,在本文中用 L-PEM 表示;图 3c 为电阻型压电网络板的电路形式,即压电片之间的电路仅含电阻,本文用 R-PEM 表示.

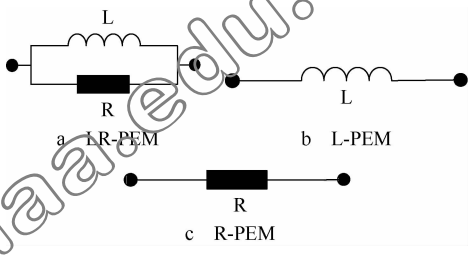


图 3 压电片之间的电路形式

Fig. 3 Circuit between two different PZT

参照文献[9]中建立压电网络板动力学方程的过程,可建立如下压电网络板在任意机械场激励下的无量纲机电耦合动力学方程[10-11]:

$$\left.\begin{aligned}\alpha_{\mathrm{m}}\nabla^4\bar{w}+\ddot{\bar{w}}+\beta\nabla^2\dot{\bar{\varphi}}&=f(\bar{x},\bar{y},\tau)\\ \alpha_{\mathrm{e}}\nabla^2\bar{\varphi}-\ddot{\bar{\varphi}}+\gamma\nabla^2\dot{\bar{\varphi}}+\beta\nabla^2\dot{\bar{w}}&=0\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中

$$\gamma=\frac{1}{R\omega_0 l_0^2 C_t}$$

$$f(\bar{x},\bar{y},\tau)=\frac{F(x,y,t)}{\rho_t l_0\omega_0^2}$$

其中,$F(x,y,t)$ 表示任意机械场激励,其他参数具体见文献[9].

压电网络板的受迫振动响应与边界条件直接相关,本文以四边简支板为例,对压电网络板的振动控制原理及控制效果进行研究.

压电网络板的响应函数 $\bar{w}$ 和 $\bar{\varphi}$ 可分别表示为方程(1)中 $\beta=0$ 时的两个解耦微分方程(无阻尼)的特征解函数 ϕ_r^{m} 和 ϕ_r^{e} 之线性组合,即

$$\left.\begin{aligned}\bar{w}&=\sum_r\phi_r^{\mathrm{m}}\xi_r^{\mathrm{m}}\\ \bar{\varphi}&=\sum_r\phi_r^{\mathrm{e}}\xi_r^{\mathrm{e}}\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

将其代入方程(1),并利用特征函数的正交性,可得一系列互相独立的机电耦合方程组:

$$\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{\xi}_r^{\mathrm{m}}\\ \ddot{\xi}_r^{\mathrm{e}}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}0&\beta C_{rr}\\-\beta C_{rr}&-\gamma\lambda_r^{\mathrm{e}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{\xi}_r^{\mathrm{m}}\\ \dot{\xi}_r^{\mathrm{e}}\end{Bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix}\alpha_{\mathrm{m}}\lambda_r^{\mathrm{m}}&0\\0&-\alpha_{\mathrm{e}}\lambda_r^{\mathrm{e}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\xi_r^{\mathrm{m}}\\ \xi_r^{\mathrm{e}}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}f_r^{\mathrm{m}}(\tau)\\0\end{Bmatrix}$$

$$r=1,2,\cdots\tag{3}$$

其中,λ_r^{m} 和 λ_r^{e} 分别为特征解函数 ϕ_r^{m} 和 ϕ_r^{e} 对应的特征值;$f_r^{\mathrm{m}}(\tau)=2\int_S\phi_r^{\mathrm{m}}f(\bar{x},\bar{y},\tau)\,\mathrm{d}s$;$C_{rr}=-\pi^2(p^2+q^2)$,$p$,$q$ 分别表示沿板面 x 和 y 方向的半波数.

http://bhxb.buaa.edu.cn

给定 r 值,方程组(3)表示相同阶次的板和电路网络的模态组成的等效压电系统,简称为(第 r 阶)子模态压电系统. 分别(独立)求解方程组(3),可得到系数 ξ_r^m 和 ξ_r^e(子模态压电系统的响应),再将其代入到式(2)中,即可得到压电网络板的响应解.

式(2)和式(3)表明压电网络板的响应为子模态压电系统响应的线性叠加,因此压电网络板的响应分析主要是子模态压电系统响应的分析.

2　压电网络板控制振动的原理

没有外接电源的压电网络板的振动控制属于被动控制,被动控制方法主要是通过消耗(或转移)被控结构中的振动能量来达到减振的目的. 下面将通过分析压电网络板在脉冲激励下,其子模态压电系统的响应-时间曲线以及能量-时间曲线来分析压电网络板中机械能-电能的转换以及能量耗散规律. 本节及后文 3.2 节的响应以计算时域内子模态压电系统机械场最大响应为 1 作归一化处理.

电感型压电网络板 L-PEM 在脉冲激励下(第 r 阶)子模态压电系统的响应幅值随时间的变化如图 4 所示. 图 4 表明此时振幅成周期变化.

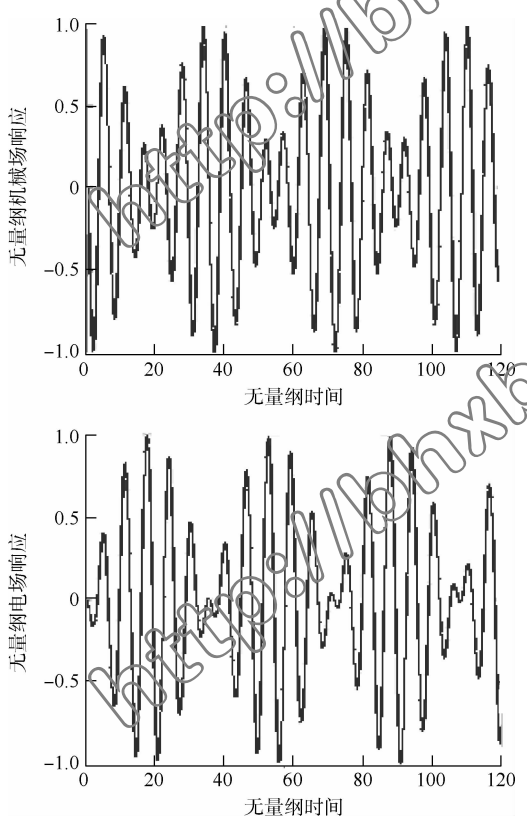


图 4　L-PEM 子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 4　Response-time curves of L-PEM's sub-modal piezoelectric system

图 5 表示 L-PEM 在脉冲激励下子模态压电系统中机械能与电能随时间的变化规律. 这里机械能为动能和弹性势能之和;电能为电容能和电感能之和. 从图中可以看出系统中的部分能量在机械能和电能之间来回转换,其转换周期明显大于系统的振动周期;由于系统无阻尼,子模态压电系统的总能量保持不变.

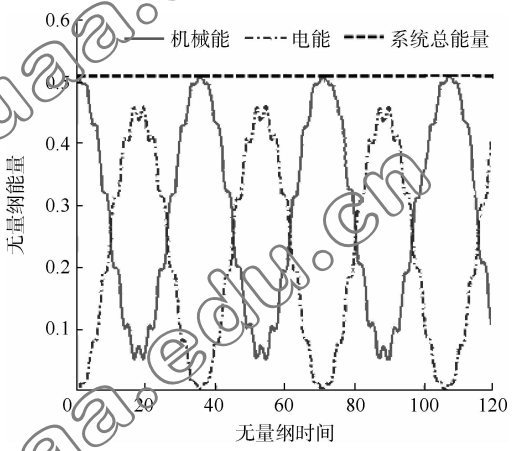


图 5　L-PEM 子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 5　Energy-time curves of L-PEM's sub-modal piezoelectric system

图 4 和图 5 表明:L-PEM 振动时部分振动能量将在压电复合板和电路网络中交替出现从而影响结构的振动幅值.

图 6 表示电阻型压电网络板 R-PEM 在脉冲激励下(第 r 阶)子模态压电系统的响应幅值随时间的变化规律:从图中可以看出振幅呈衰减趋势.

图 7 表示 R-PEM 在脉冲激励下子模态压电系统的机械能与电能随时间的变化规律. 此时电能仅包括电容能. 从图中可以看出电能在总能量中占的比重很小;电能在电路中被消耗从而导致系统总能量减少.

图 6 和图 7 表明:R-PEM 振动时能量在电路网络中被电阻消耗从而导致结构振动幅值呈衰减趋势.

电感电阻并联型压电网络板 LR-PEM 在脉冲激励下(第 r 阶)子模态压电系统的响应幅值随时间的变化规律如图 8 所示. 从图中可以看出,响应幅值周期波动的同时呈衰减趋势.

图 9 表示 LR-PEM 在脉冲激励下子模态压电系统的机械能与电能随时间的变化规律. 从图中可以看出部分能量在机械场和电路中来回转换的同时在电路中被消耗,系统总能量快速降低.

http://bhxb.buaa.edu.cn

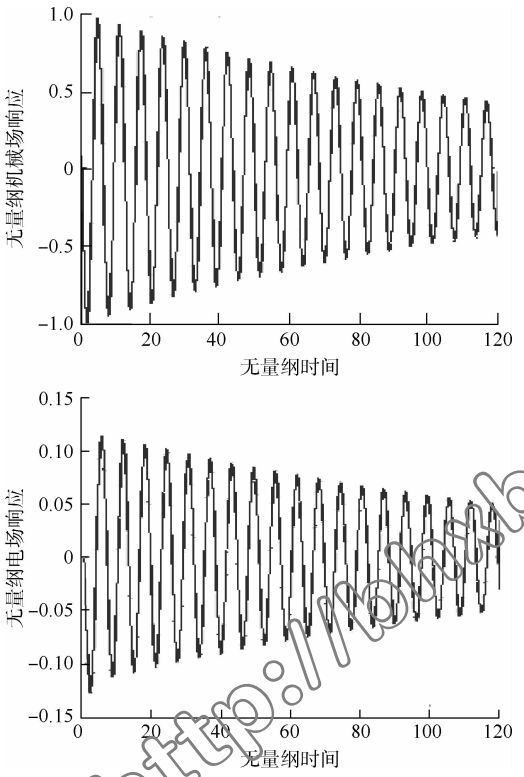


图 6 R-PEM 子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 6 Response-time curves of R-PEM's sub-modal piezoelectric system

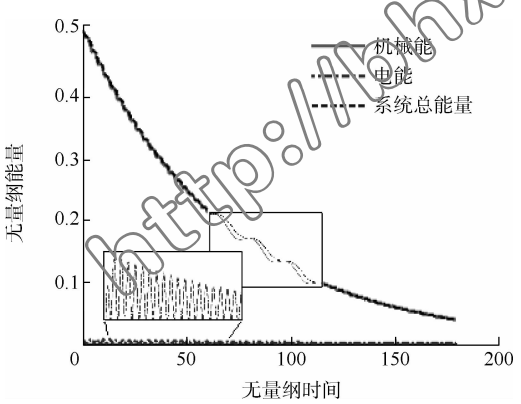


图 7 R-PEM 子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 7 Energy-time curves of R-PEM's sub-modal piezoelectric system

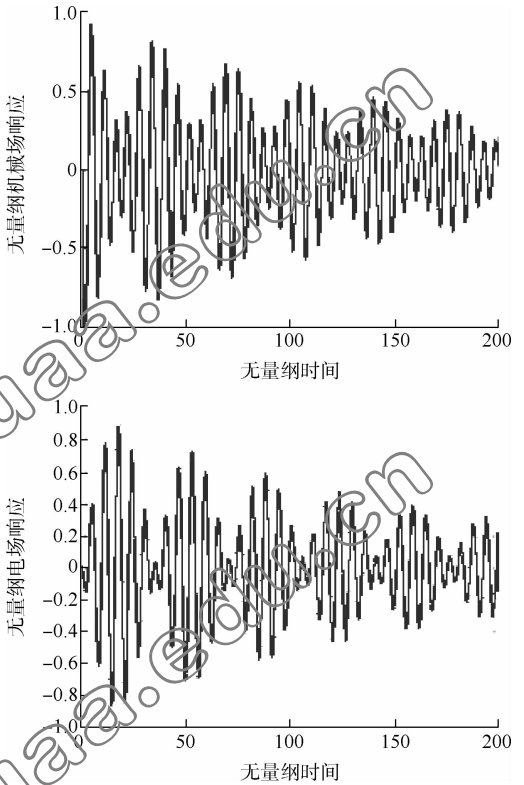


图 8 LR-PEM 子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 8 Response-time curves of LR-PEM's sub-modal piezoelectric system

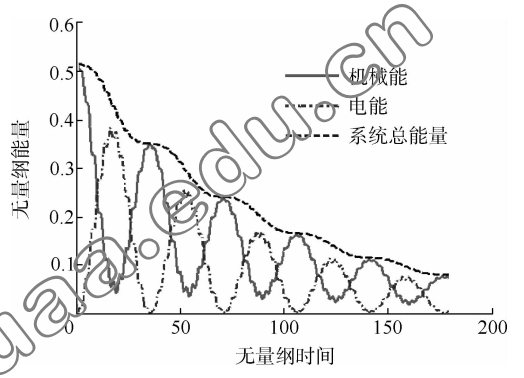


图 9 LR-PEM 子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 9 Energy-time curves of LR-PEM's sub-modal piezoelectric system

图 8 和图 9 表明:LR-PEM 振动时部分振动能量在压电复合板和电路网络中交替出现,并在电路网络中被消耗,从而导致结构振动幅值在波动的同时呈衰减趋势.

对图 4~图 9 的综合分析表明,压电网络板可以通过以下两种途径来控制振动:

1)通过能量在压电复合板和压电网络中来回转换影响结构振动幅值;

2)通过电阻消耗电能,降低系统振动能量从而降低结构振动幅值.

L-PEM 通过第 1 种途径控制振动,由于没有耗能元件,振动不会随着时间衰减;R-PEM 通过第 2 种途径控制振动,由于没有储能元件,单位时间内可消耗的电能少;LR-PEM 同时利用途径 1 和途径 2 控制振动,电路中既有储能元件又有耗能元件,储能元件增加了耗能元件单位时间内可消耗的电能.

根据压电网络板控制振动的途径,影响压电网络板振动控制效果的因素主要有:机械能-电能转换能力;阻尼大小. 机械能-电能转换能力由电感值决定,阻尼大小由电阻值决定.

http://bhxb.buaa.edu.cn

3　压电网络板的振动控制效果

3.1　最优电学参数

3.1.1　LR-PEM

简谐激励下方程(3)的解可以直接假设为

$$\begin{Bmatrix}\xi_r^{\mathrm{m}}\\ \xi_r^{\mathrm{e}}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}B_r^{\mathrm{m}}\\ B_r^{\mathrm{e}}\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda\tau} \tag{4}$$

代入式(3)得输入输出关系为

$$\begin{bmatrix}\lambda^2-\alpha_{\mathrm{m}}\lambda_r^{\mathrm{m}} & -\mathrm{i}\beta C_{rr}\lambda\\ \mathrm{i}\beta C_{rr}\lambda & \lambda^2+\mathrm{i}\gamma\lambda_r^{\mathrm{e}}\lambda+\alpha_{\mathrm{e}}\lambda_r^{\mathrm{e}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}B_r^{\mathrm{m}}\\ B_r^{\mathrm{e}}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F_r^{\mathrm{m}}\\ 0\end{Bmatrix}$$
$$r=1,2,3,\cdots \tag{5}$$

由式(5)可以得到 LR-PEM 子模态压电系统的位移传递函数:

$$H_{\mathrm{LR}}(\lambda,\gamma)=\frac{\lambda^2+\mathrm{i}\gamma\lambda_r^{\mathrm{e}}\lambda+\alpha_{\mathrm{e}}\lambda_r^{\mathrm{e}}}{(\lambda^2-\alpha_{\mathrm{m}}\lambda_r^{\mathrm{m}})(\lambda^2+\mathrm{i}\gamma\lambda_r^{\mathrm{e}}\lambda+\alpha_{\mathrm{e}}\lambda_r^{\mathrm{e}})-\lambda^2\beta^2C_{rr}^2} \tag{6}$$

含电感的机电耦合系统频响曲线在共振频率附近存在两个特殊点 S:$(\lambda_S,|H_{\mathrm{LR}}(\lambda_S,\gamma)|)$ 和 T:$(\lambda_T,|H_{\mathrm{LR}}(\lambda_T,\gamma)|)$,它们的位置及响应值与电阻无关[11].易知当这两个点的响应幅值相等且为响应峰值时,系统在共振频率附近有最小的响应峰值,此时对应的电感、电阻为最优电学参数.确定 LR-PEM 最优电学参数的方法如下.

首先,通过下面的等式确定与电阻无关的 S 点和 T 点对应的频率 λ_S 和 λ_T:

$$|H_{\mathrm{LR}}(\lambda,0)|=|H_{\mathrm{LR}}(\lambda,\infty)| \tag{7}$$

其中,$|H_{\mathrm{LR}}(\lambda,0)|$ 表示耦合系统中只有电感时的位移传递函数幅值;$|H_{\mathrm{LR}}(\lambda,\infty)|$ 表示耦合系统中压电片短路时的位移传递函数幅值.

然后,令 S 点和 T 点响应幅值相等可以确定最优电感值:

$$|H_{\mathrm{LR}}(\lambda_S,0)|=|H_{\mathrm{LR}}(\lambda_T,0)| \tag{8}$$

最后,以 S 点和 T 点为响应峰值可以确定最优电阻值:

$$\left.\begin{aligned}\left.\frac{\partial H_{\mathrm{LR}}(\lambda,\gamma)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda_S}&=0\\ \left.\frac{\partial H_{\mathrm{LR}}(\lambda,\gamma)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda_T}&=0\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

若 S 和 T 不同时为峰值,取两个电阻的平均值作为最佳电阻.

通过式(7)~式(9)确定针对不同子模态压电系统的最佳电感和最佳电阻 $(L^{\mathrm{opt}},R^{\mathrm{opt}})_r$,如图 10 所示.从图中可以看出,不同子模态压电系统的最佳电感值随着阶次的升高逐渐变小.值得注意的是针对不同子模态压电系统的最佳电阻相同.

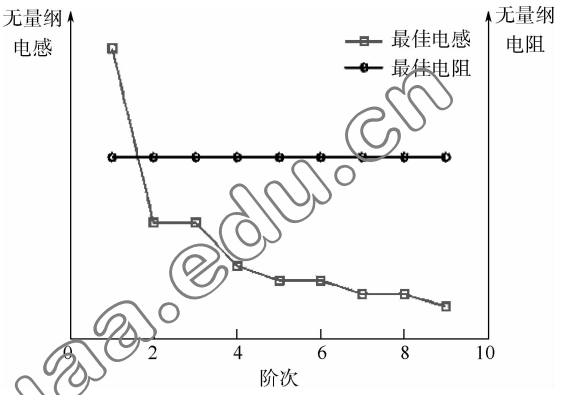


图 10　不同子模态压电系统的最佳电学参数

Fig. 10　Optimal electric parameters of different submodal piezoelectric systems

3.1.2　R-PEM

将电感设置为无穷大,R-PEM 子模态压电系统的位移传递函数可由式(6)得到:

$$|H_{\mathrm{R}}(\lambda,\gamma)|=\frac{\lambda^2+\mathrm{i}\gamma\lambda_r^{\mathrm{e}}\lambda}{(\lambda^2-\alpha_{\mathrm{m}}\lambda_r^{\mathrm{m}})(\lambda^2+\mathrm{i}\gamma\lambda_r^{\mathrm{e}}\lambda)-\lambda^2\beta^2C_{rr}^2} \tag{10}$$

此时,系统频响曲线中仅存在一个不随电阻变化的特殊点 F:$(\lambda_F,H_{\mathrm{R}}(\lambda_F,\gamma))$.$F$ 点为响应峰值点时系统在共振频率附近有最小的响应峰值[11],此时对应的电阻为最优电阻值.确定R-PEM最优电阻的过程如下.

通过下式确定 F 点的位置 λ_F:

$$|H_{\mathrm{R}}(\lambda,0)|=|H_{\mathrm{R}}(\lambda_F,\infty)| \tag{11}$$

解得 F 点频率 λ_F 为

$$\lambda_r=\sqrt{\alpha_{\mathrm{m}}\lambda_r^{\mathrm{m}}+\frac{\beta^2C_{rr}^2}{2}}\qquad r=1,2,3,\cdots \tag{12}$$

通过下式确定最佳电阻:

$$\left.\frac{\partial H_r^{\mathrm{m}}(\lambda,\gamma)^{\mathrm{R}}}{\partial\lambda}\right|_{\lambda_F}=0 \tag{13}$$

由式(13)得到无量纲形式的最佳电阻为

$$\gamma^{\mathrm{opt}}=\frac{\lambda_F}{|\lambda_r^{\mathrm{e}}|}\qquad r=1,2,3,\cdots \tag{14}$$

将式(12)代入式(14)得到无量纲形式的最佳电阻:

$$\gamma^{\mathrm{opt}}=\sqrt{\alpha_{\mathrm{m}}+\frac{\beta^2}{2}} \tag{15}$$

式(15)表明 R-PEM 的最佳电阻同样与频率无关.

3.2　子模态压电系统响应行为

3.1 节指出压电网络板振动控制具有最优电学参数并给出了确定最优电学参数的方法.本小

http://bhxb.buaa.edu.cn

节研究针对压电网络板的某一阶子模态压电系统给出最优电学参数时,各阶子模态压电系统的响应行为.不失一般性,本节研究针对第1阶子模态压电系统设计最优电学参数的情况.

图11和图12分别表示单位脉冲激励下LR-PEM的第1阶子模态压电系统的响应-时间曲线和能量-时间曲线.结果表明,在一个机械能-电能转换周期内,大量机械能被转换到电路中消耗掉(见图12),子模态压电系统的振幅很快衰减到较小值(见图11).

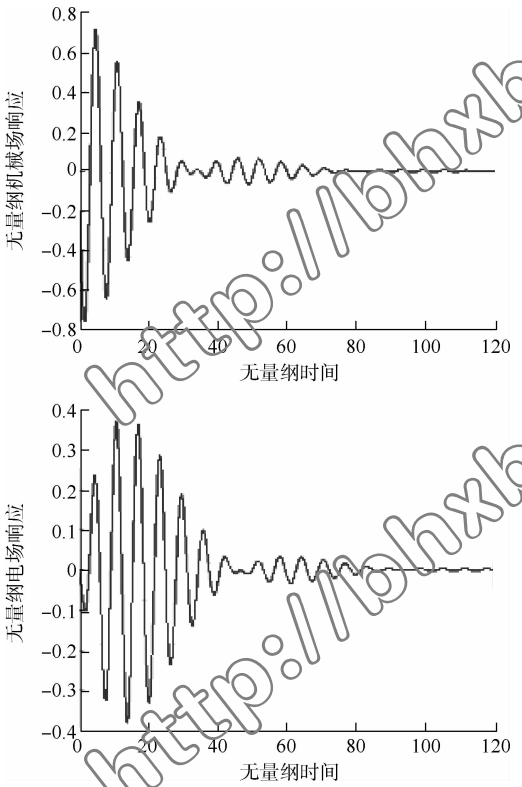


图11 LR-PEM第1阶子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 11 Response-time curves of LR-PEM's 1st sub-modal piezoelectric system

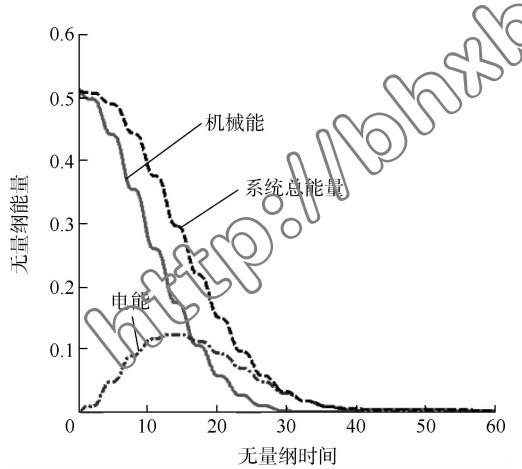


图12 LR-PEM第1阶子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 12 Energy-time curves of LR-PEM's 1st sub-modal piezoelectric system

图13和图14分别表示相同工况下第2阶子模态压电系统的响应-时间曲线和能量-时间曲线.很明显,其机械能-电能转换效率不高,图13中响应振幅衰减形式明显区别于第1阶子模态压电系统,且衰减速率比之较低.

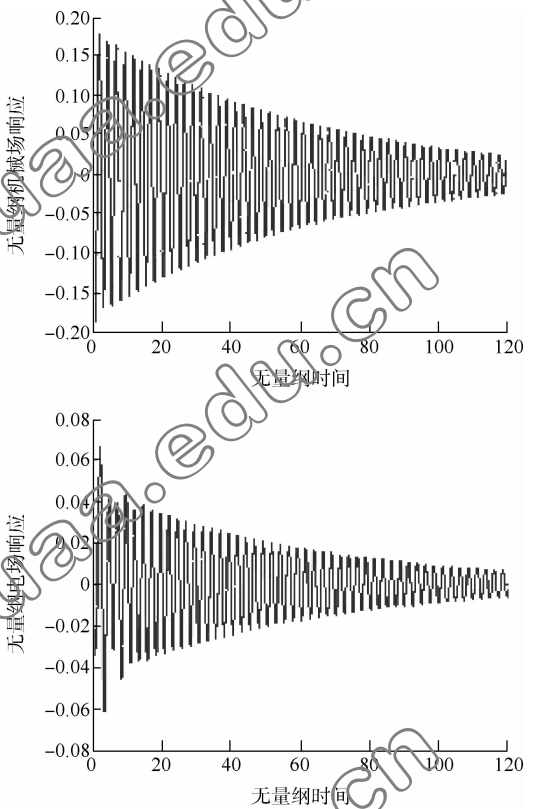


图13 LR-PEM第2阶子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 13 Response-time curves of LR-PEM's 2nd sub-modal piezoelectric system

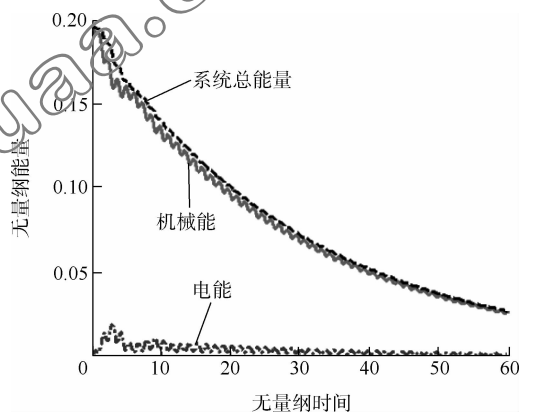


图14 LR-PEM第2阶子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 14 Energy-time curves of LR-PEM's 2nd sub-modal piezoelectric system

上述分析表明,针对LR-PEM的某一阶子模态压电系统给出最优电学参数时,这一阶子模态压电系统的振动能量能够被很快地转换到电路中消耗掉,降低响应幅值;其他子模态压电系统中机械能-电能转换不明显,振动响应衰减较慢.

http://bhxb.buaa.edu.cn

3.3　多模态控制效果

压电网络板的响应为子模态压电系统响应的线性组合,各阶子模态压电系统的共振峰值将出现在压电网络板频响曲线的不同频段,主导振动.本小节研究针对压电网络板的某一阶子模态压电系统给出最优电学参数时,压电网络板在一个较宽频带内的减振效果.响应以计算频带内压电网络板短路工况下的最大响应为 1 作归一化处理.

图 15 表示 LR-PEM 在简谐激励下的振动控制效果.LR-PEM 具有针对第 1 阶子模态压电系统的最优电学参数,从图中可以看出,压电网络板除了在最优设计的共振频率附近有很好的减振效果外,在其他阶共振频率附近也有不同程度的减振效果.

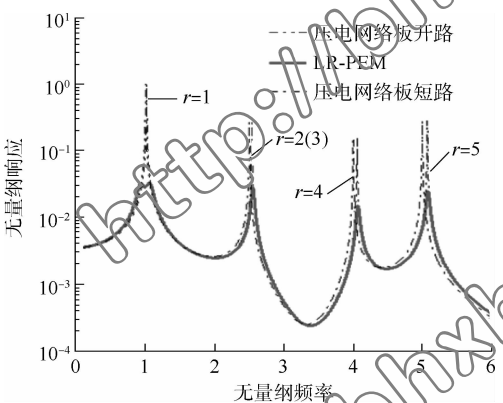


图 15　LR-PEM 振动控制效果

Fig. 15　Effectiveness of LR-PEM in vibration control

图 16 表示 R-PEM 在简谐激励下的振动控制效果.可以看出,R-PEM 在各阶共振频率附近都有一定的减振效果.

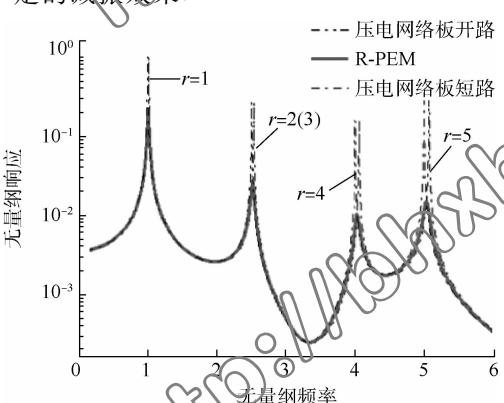


图 16　R-PEM 振动控制效果

Fig. 16　Effectiveness of R-PEM in vibration control

图 17 对比了部分共振频率附近 LR-PEM 与 R-PEM 的减振效果.从图中可以看出,在最优设计的共振频率附近($r=1$),LR-PEM 的减振效果明显优于 R-PEM;随着共振频率远离最优设计点,R-PEM 的减振效果更好.

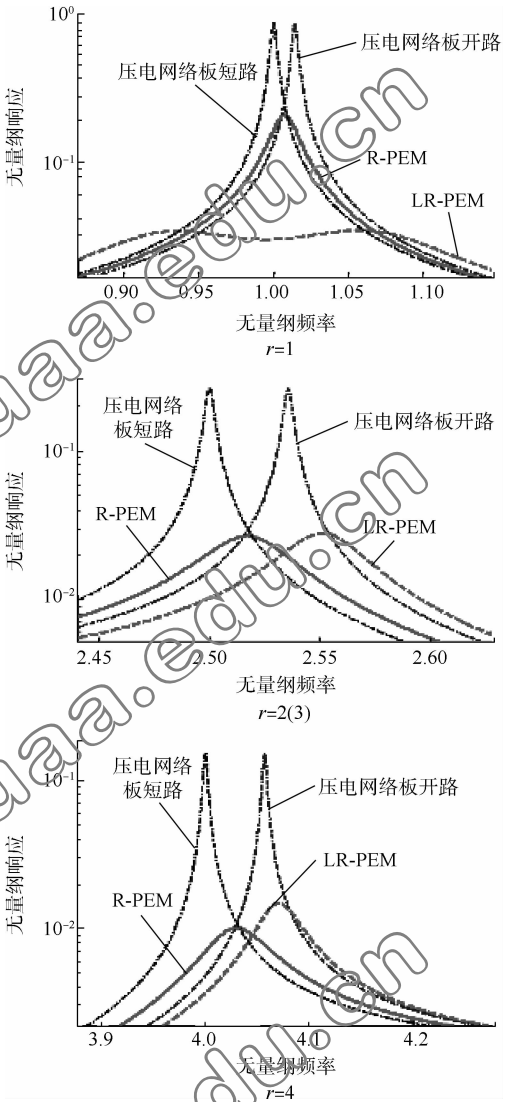


图 17　LR-PEM 与 R-PEM 振动控制效果对比

Fig. 17　Comparison of effectiveness in vibration control between LR-PEM and R-PEM

综上所述,压电网络板具有如下振动控制效果:

1)针对某一阶共振频率设计最优电学参数,可使 LR-PEM 在该共振频率附近有很好的振动控制效果,同时对临近的共振峰依然有一定的阻尼减振效果.

2)R-PEM 能同时在所有共振峰处获得最佳的阻尼减振效果.

3)LR-PEM 与 R-PEM 相比,LR-PEM 在设计点附近振动控制效果更好;随着共振峰位置远离设计点,R-PEM 具有更好的振动控制效果.

4　结　论

本文将压电网络板的响应表示为子模态压电系统响应的线性组合,通过对子模态压电系统响

http://bhxb.buaa.edu.cn

应行为的分析,揭示了压电网络板的振动控制原理,在此基础上分析了压电网络板的振动控制效果.本文主要获得以下结论:

1)压电网络板通过两种途径控制振动.压电网络使得部分能量在板和网络中来回转化;压电网络中电阻消耗振动能量.

2)LR-PEM 最佳电感随频率变化,最佳电阻与频率无关;R-PEM 最佳电阻同样与频率无关.

3)LR-PEM 和 R-PEM 都具有多模态控制效果;LR-PEM 在设计点附近更有优势.

参考文献(References)

[1] Park C H, Inman D J. Enhanced piezoelectric shunt design[J]. Shock and Vibration, 2003, 10(2): 127 – 133

[2] De Marneffe B, Preumont A. Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment[J]. Smart Materials and Structures, 2008, 17(3): 035015

[3] 刘学. 基于压电材料的多模态振动控制方法研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2012
Liu Xue. Research on multimode vibration control method based on piezoelectric material[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012(in Chinese)

[4] Dell'Isola F, Henneke E G, Porfiri M. Synthesis of electrical networks interconnecting PZT actuators to damp mechanical vibrations[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2001, 14(1-4 SPEC): 417 – 424

[5] Vidoli S, Dell'Isola F. Vibration control in plates by uniformly distributed PZT actuators interconnected via electric networks[J]. European Journal of Mechanics, A/Solids, 2001, 20(3): 435 – 456

[6] Tang J, Wang K W. Vibration delocalization of nearly periodic structures using coupled piezoelectric networks[J]. Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, 2003, 125(1): 95 – 108

[7] Yu H, Wang K W, Zhang J. Piezoelectric networking with enhanced electromechanical coupling for vibration delocalization of mistuned periodic structures—theory and experiment[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 295(1/2): 246 – 265

[8] 范雨. 基于压电材料的自供能振动抑制系统研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2011
Fan Yu. Research on self-powered vibration-suppress systems based on piezoelectric material[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011(in Chinese)

[9] 李琳, 易凯军. 压电网络板的机电耦合动力学特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(7): 873 – 880
Li Lin, Yi Kaijun. Electromechanical coupled dynamic characteristics of the plate with piezoelectric network[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(7): 873 – 880(in Chinese)

[10] Dell'Isola F, Maurini C, Porfiri M. Passive damping of beam vibrations through distributed electric networks and piezoelectric transducers: prototype design and experimental validation[J]. Smart Materials and Structures, 2004, 13(2): 299 – 308

[11] Challagulla K S, Georgiades A V, Kalamkarov A L. Asymptotic homogenization modeling of thin composite network structures[J]. Composite Structures, 2007, 79(3): 432 – 444

http://bhxb.buaa.edu.cn