http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0215

两阶段变阈值关联竞争退化建模

王乾元, 袁宏杰*, 徐如远

(北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100083)

摘 要: 机电产品在使用过程中,存在磨损退化失效和环境引起的冲击失效。通常认为自身退化与冲击失效是相互独立的或存在冲击造成自身退化突增的局部关联现象。本文考虑冲击会影响退化过程,同时退化也会影响冲击,当自身退化量达到一定值后不仅会影响冲击失效的失效率,还会使产品冲击失效阈值降低,造成产品的抗冲击能力下降,使产品的冲击失效过程呈现两阶段现象,在自身退化与冲击失效相互关联相互竞争的情况下,建立了失效率与失效阈值改变的可靠性模型,解决了传统竞争退化建模考虑因素不完整的问题。

关 键 词: 自身退化; 随机冲击; 关联竞争失效; 随机过程; 变阈值; 两阶段模型
中图分类号: TB114.3
文献标志码: A **文章编号**: 1001-5965(2020)02-0398-09

机电产品在生产生活中得到了广泛应用[1],其可靠性研究越发重要,传统单一退化轨迹已经无法满足结构日益复杂且工作环境多样化的机电产品[2-3]。机电产品的失效存在内部失效机理和外部失效机理,内部失效机理通常为产品自身退化失效,而外部失效机理一般表现为外部环境等引发的冲击失效,即机电产品的失效是由自身退化与冲击失效两种失效模式相互竞争的结果[4-5]。传统的竞争失效研究忽略了2种失效模式的关联性问题[6-7],造成可靠性模型存在误差,故对相互关联的竞争失效模型研究具有重要意义[8]。

Liu 和 Tang[9]提出了相互独立的竞争失效退化模型,认为产品的自身退化与外界的随机冲击之间影响较少。Song 等[10]提出了多应力独立竞争模型,考虑产品在复杂的环境中同时遭受温度、湿度、振动等多种复杂应力的冲击,多应力之间相互独立,共同组成产品的失效机理,该方法可有效模拟产品在复杂环境中的退化情况,但考虑的失效机理全部为外界环境因素,未考虑产品自身退化的情况,同样不适合描述结构复杂的机电产品。Jiang 等[11]在关联失效过程与关联失效阈值的可靠性分析中考虑某微型发动机自身退化会受到冲击影响产生突增现象,同时当冲击值超过某一特定值时,认为冲击对发动机产生不可逆损伤,例如产生裂缝现象,造成其冲击阈值降低,该模型可以反映机电产品的竞争退化过程,但是考虑的冲击失效阈值改变问题仅考虑自身冲击原因,并未考虑自身退化对冲击产生的影响。Jiang 等[12]在具有变化失效阈值的关联竞争失效过程的可靠性和维护性建模分析中也认为环境产生的冲击失效阈值仅受自身因素影响,自身退化不会影响到其阈值变化,在此基础上增加了维修性的分析,同样没有考虑自身退化与冲击失效相互影响的情况。Rafiee 等[13]在变失效率关联竞争失效过程的可靠性建模中提出了失效率改变情况,没有从阈值角度分析关联竞争现象,而是认为自身退化对冲击失效的影响表现在冲击失效率的变化上,考虑冲击失效率满足泊松分布,失效率是一个随自身退化时间变化的值,该模型从失效率角度分析了

收稿日期: 2019-05-10; **录用日期**: 2019-07-05; **网络出版时间**: 2019-07-29 10:11
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20190726.1910.002.html
* **通信作者**. E-mail: 05938@buaa.edu.cn

引用格式: *王乾元, 袁宏杰, 徐如远. 两阶段变阈值关联竞争退化建模[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(2): 398-406.*
WANG Q Y, YUAN H J, XU R Y. Two-stage variable threshold correlative and competitive degradation modeling[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(2): 398-406 (in Chinese).

自身退化对冲击失效的影响,但没有进一步考虑冲击失效阈值阶段变化的情况。Guan 等[14]在具有变化硬故障阈值的关联竞争失效过程的多组件系统可靠性建模中,提出冲击失效阈值会受到自身退化的影响而变化,但该模型分析没有考虑自身退化对冲击失效率的影响,同时,该模型基于多组件系统,采用逻辑分析建模方法,不适合机电产品的单组件竞争可靠性建模分析。

上述学者在独立竞争模型的基础上,分析了外界冲击对自身退化产生的影响,使建立的竞争退化模型准确性更高,但忽略了自身退化对冲击失效的影响,该影响不仅表现在冲击失效率的变化,还表现在冲击失效阈值的分阶段变化。机电产品实际运行时,自身退化与冲击失效相互影响、相互竞争,自身退化对冲击的影响会直接影响到寿命估计结果。

本文在已有竞争失效模型研究基础上,使用 Wiener 过程进行退化建模。主要考虑相互关联情况下,自身退化对冲击失效产生影响,表现在当自身退化达到一定退化量值时,冲击过程受影响导致冲击的失效率以及冲击失效阈值改变的情况,以机电产品中的微型发动机作为研究对象,建立相互关联的变阈值竞争失效退化模型,将独立竞争失效、局部关联竞争失效以及相互关联竞争失效模型进行对比分析,表明相互关联竞争失效模型能更好地反映机电类产品的真实退化情况。

1　问题描述

对产品进行可靠性研究时往往需要对产品退化过程进行分析建模。机电产品的失效是由自身退化失效与外界环境引发的冲击失效共同作用的结果。自身退化失效是指随着产品工作时间的增加,产品的性能逐渐丧失,当超过一定阈值时,产品彻底失效的现象,比如飞机发动机的老化、汽车轮胎的疲劳裂纹扩展、电机齿轮的磨损等;冲击失效是指产品在运行过程中因外界环境造成的工作能力突然丧失的失效,例如电路板短路、材料断裂、发热烧穿等。自身退化失效与冲击失效的产品性能随时间的变化分别如图 1 和图 2 所示。

由图 1 可知,当产品退化到时间 T 时,性能退化量达到阈值 D,认为产品自身退化失效。产品的失效阈值通常只与自身性质有关,但存在一种特定情况,当产品退化受到环境影响时,失效阈值变成一个随机变量,此类失效阈值为变化的失效阈值。对于产品因外界环境引发的冲击失效过程,认为只存在 2 种状态,即正常工作与冲击失效。如图 2 所示,在时间 T 之前,产品冲击量 I 一直处于正常工作状态;到达时间 T 后,产品彻底丧失工作能力,即发生冲击失效。

产品在自身退化的情况下,因受到外界环境冲击,同时产生一个冲击失效机制,两者共同组成产品的失效机理,如图 3 所示。自身退化失效与冲击失效两者相互竞争,任何一个失效的发生都将导致产品彻底失效,即为竞争失效,同时,产品自身退化失效与冲击失效存在一定关系。

传统研究认为外界冲击会使产品自身退化量发生突增现象,如图 4 所示,但没有考虑自身退化对冲击失效产生的反馈影响,导致建立的模型

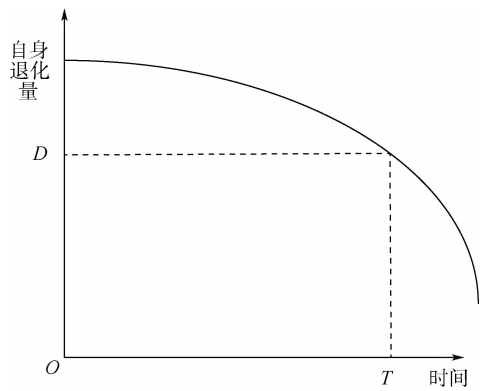

图 1　自身退化失效示意图

Fig. 1　Schematic diagram of self-degradation failure

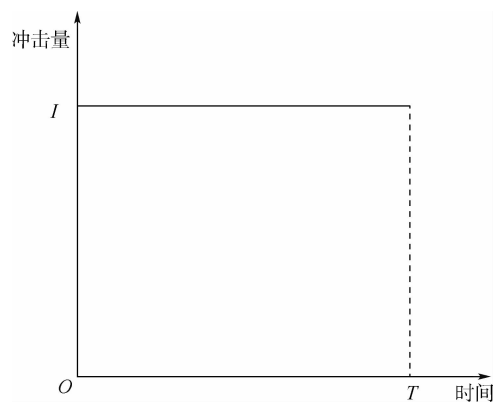

图 2　冲击失效示意图

Fig. 2　Schematic diagram of shock failure

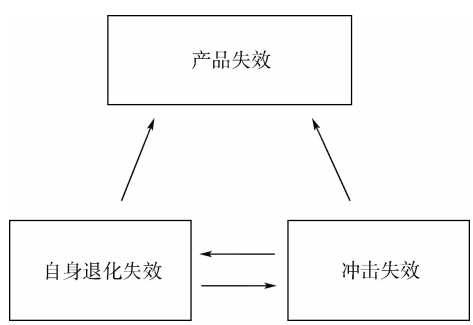

图 3　产品失效机理关系

Fig. 3　Relationship in product failure mechanism

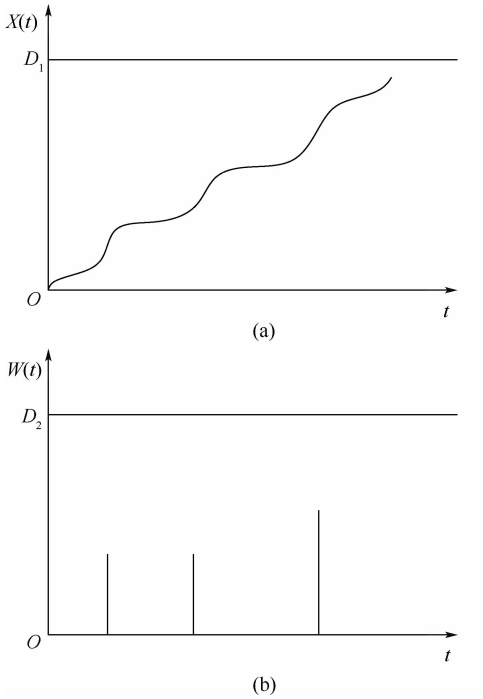

图 4 局部竞争失效示意图

Fig. 4 Schematic diagram of local competition failure

只是局部关联模型。

图 4(a)为产品自身退化量 $X(t)$ 随时间 t 变化的示意图，D_1 为退化失效阈值，当退化总量 $X(t)$ 超过退化失效阈值时，产品失效。图 4(b)为产品受环境冲击产生冲击失效过程，$W(t)$ 表示冲击量，D_2 为冲击失效阈值，当冲击幅值大于冲击失效阈值时，产品失效。

针对关联性不足问题，本文研究由桑迪亚国家实验室研发的一种微型发动机系统[15]的退化过程。作为薄弱环节的旋转齿轮由正交线性梳状驱动器组成，机械连接到旋转装置，梳齿驱动器的线性位移通过连接头转换为齿轮的旋转，齿轮绕毂旋转，毂固定在基座上。通电带动齿轮旋转进而带动微型发动机系统工作，各部件表面的摩擦是导致系统发生自身退化失效的主要原因，系统工作的同时会出现齿轮与连接口之间摩擦导致销钉断裂的现象；微型发动机的冲击试验显示会产生一定碎屑，当振动的幅度超过一定的水平时，齿轮毂发生断裂现象，即发生冲击失效现象。因此微型发动机要经历 2 个相互竞争的失效过程：由自身退化产生的销钉断裂以及冲击造成的齿轮毂断裂现象。在齿轮毂断裂之前，磨损退化可能引起齿轮毂老化，这种现象降低了齿轮毂材料进一步承受冲击的强度，表现在齿轮毂冲击失效阈值的降低，同时磨损加剧会导致更多碎屑的产生，使齿轮毂遭受的冲击频率加大，表现在冲击失效率的增加，两者具体关系如图 5 所示。

图 5(a)为产品总退化量 $X(t)$ 随时间 t 变化的示意图，D 为退化失效阈值，当退化量 $X(t)$ 超过退化失效阈值时，产品失效，H 为性能退化水平，当退化量达到 H 时，产品不发生失效，但冲击失效阈值降低。图 5(b)为产品受环境冲击失效过程，D_1、D_2 为冲击失效阈值，当冲击量 $W(t)$ 大于冲击失效阈值时，产品失效，在 τ 时刻，产品自身退化量达到 H，此时产品抗冲击能力降低，冲击阈值从 D_1 降低到 D_2。

本文设计的相互关联竞争失效模型在考虑传统随机冲击造成自身退化过程产生突增现象的基础上，提出了退化对冲击反馈影响的 2 点创新：自身退化达到一定退化量 H 时，产品抗冲击能力下降，表现在冲击失效阈值的降低；冲击失效率受退化程度影响，表现为一个随退化量变化的值。产品的自身退化与随机冲击任何一个过程达到阈值都将造成失效，两者相互关联、相互竞争，共同组成产品的失效机理。

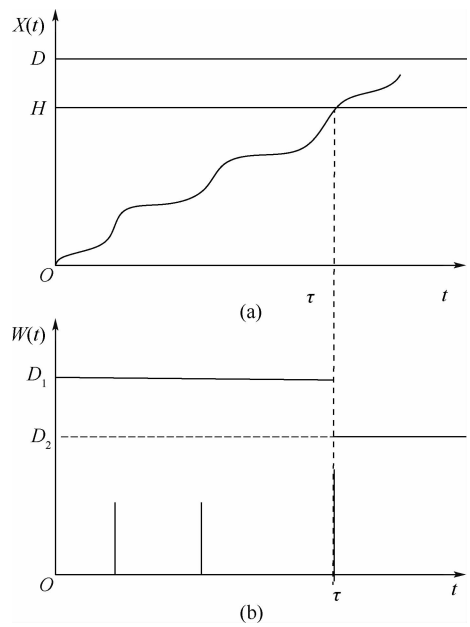

图 5 相互关联竞争失效关系

Fig. 5 Relationship in correlative competition failure

2 不完全关联竞争失效可靠性模型

2.1 自身退化失效过程建模

逆高斯过程起源于有正漂移的 Wiener 过程或 Brown 运动中的首达时分布，其与概率论和统计学都有着密切的联系。逆高斯过程具有十分自然、优良的概率与统计性质，在寿命试验、卫生科学、精算学、生态学、昆虫学等众多领域得到了极为广泛的应用。假设产品的自身退化满足逆高斯

过程,其性能退化量用 $X(t)$ 表示,退化量 $X(t)$ 是关于时间 t 的递增函数,其退化增量 $\Delta X(t)=X(t+\Delta t)-X(t)$ 满足逆高斯过程 $\mathrm{IG}(\mu t,\lambda t^2)$。其中 μ、λ 分别为均值与尺度参数,其具有以下性质:

1) 在任意不同的时间 $[t_1,t_2]$ 与 $[t_3,t_4]$ 内,其中 2 个时间段不存在相交且 $t_1<t_2<t_3<t_4$,退化增量 $\Delta X_1(t)=X(t_2)-X(t_1)$ 与 $\Delta X_2(t)=X(t_4)-X(t_3)$ 相互独立。

2) $\Delta X(t)\sim \mathrm{IG}(\mu t,\lambda t^2)$,概率密度函数为

$$f(X)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\mu^2\Lambda(t)}}\exp\left[-\frac{(Y-\lambda\Lambda(t))^2}{2\mu^2\Lambda(t)}\right]\cdot \exp\left(\frac{2\lambda D}{\mu^2}\right)\exp\left[-\frac{(Y-2D-\lambda t)^2}{2\mu^2\Lambda(t)}\right] \tag{1}$$

式中:Y 为退化量;$\Lambda(t)$ 为时间 t 的函数,定义其退化阈值为 D,其退化过程为递增过程,可靠度表达式为

$$R_{\mathrm{IG}}(t)=P(T_{\mathrm{IG}}\geqslant t)=P(X(t)\leqslant D)=\int_0^D\sqrt{\frac{\lambda(\Delta t)^2}{2\pi x^3}}\exp\left[-\frac{\lambda(x-\mu\Delta t)^2}{2x\mu^2}\right]\mathrm{d}x \tag{2}$$

式中:$x>0$,$\mu>0$,$\lambda>0$;T_{IG} 为退化失效时间。考虑 $X(0)=0$,逆高斯过程具有可加性,故退化过程 $X(t)\sim\mathrm{IG}(\mu t,\lambda t^2)$。使用变量替换法可得产品可靠度函数表达式为

$$R_{\mathrm{IG}}(t)=\Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda t^2}{D}}\left(\frac{D}{\mu t}-1\right)\right)+\exp\left(\frac{2\lambda t}{\mu}\right)\Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda t^2}{D}}\left(\frac{D}{\mu t}+1\right)\right) \tag{3}$$

2.2　冲击失效过程建模

考虑典型的产品冲击失效的时间一般满足泊松分布,即 $T\sim\pi(\lambda)$。假设在退化过程中,产品退化量用 x 表示,冲击失效时间为 T_1,在冲击失效情况下,产品的故障率是确定的,其可靠度函数表达式为

$$R_1(t)=R_1(t\mid x)=P(T_1\geqslant t)=\exp\left[-\int_0^t\lambda(t'\mid x)\,\mathrm{d}t'\right] \tag{4}$$

式中:t' 为时间 t 的积分变量。

2.3　独立竞争失效过程建模

考虑冲击失效与自身退化相互独立的情况,用 $T=\min\{T_1,T_{\mathrm{IG}}\}$ 表示产品总的失效时间,其中 T_1 和 T_{IG} 分别为冲击失效时间和满足逆高斯过程的自身退化失效时间,则在竞争失效的情况下,产品在时间 t 不发生失效的概率可表示为

$$R(t)=P\{T\geqslant t\}=P\{T_1\geqslant t,T_{\mathrm{IG}}\geqslant t\}=P\{T_1\geqslant t\mid T_{\mathrm{IG}}\geqslant t\}P\{T_{\mathrm{IG}}\geqslant t\} \tag{5}$$

当冲击失效与自身退化失效相互独立时,冲击失效的失效率不受性能退化量影响,其只与时间 t 有关,故 $\lambda(t\mid x)=\lambda(t)$,根据式(3)和式(4),产品的可靠度表达式为

$$R(t)=R_1R_{\mathrm{IG}}(t)=P(T_1\geqslant t)P(T_{\mathrm{IG}}\geqslant t)=\exp\left[-\int_0^t\lambda(t')\,\mathrm{d}t'\right]\cdot\int_0^D\sqrt{\frac{\lambda(\Delta t)^2}{2\pi x^3}}\exp\left[-\frac{\lambda(x-\mu\Delta t)^2}{2x\mu^2}\right]\mathrm{d}x=\exp\left[-\int_0^t\lambda(t')\,\mathrm{d}t'\right]\left[\Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda t^2}{D}}\left(\frac{D}{\mu t}-1\right)\right)+\exp\left(\frac{2\lambda t}{\mu}\right)\Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda t^2}{D}}\left(\frac{D}{\mu t}+1\right)\right)\right] \tag{6}$$

式(6)即为冲击失效与自身退化失效在相互独立时的竞争失效模型的可靠度表达式。

2.4　退化影响冲击失效率的可靠性建模

考虑冲击失效与自身退化存在局部关联的情况,即冲击失效率随退化量变化。

作如下假设:

1) 产品的初始退化量为零,其自身退化失效阈值为 D_1,冲击失效阈值为 D_2,任何一个失效模式达到自身失效阈值都认为产品彻底失效。

2) 产品性能逐渐下降,为不可逆退化,其退化量为一个单调递增的连续函数,且其自身退化与冲击失效都为固定退化模式,退化分布不会随时间变化。

3) 冲击失效与自身退化失效存在联系,冲击失效率与退化量有关,退化量与时间 t 有关。冲击失效率可表示为

$$\lambda(t\mid y)=\lambda(y(t)) \tag{7}$$

式中:y 为退化量;$y(t)$ 为退化量与时间 t 的递增函数。假设在退化过程中,冲击失效时间为 T_2,在冲击失效情况下,产品的失效率是与退化量有关的函数,则冲击失效可靠度函数表达式为

$$R_2(t)=R_2(t\mid y)=R_2(y(t))=P(T_2\geqslant t)=\exp\left[-\int_0^t\lambda(y(t'))\,\mathrm{d}t'\right] \tag{8}$$

用 $T=\min\{T_2,T_{\mathrm{W}}\}$ 表示产品总的失效时间,其中 T_2 和 T_{W} 分别为冲击失效时间和自身退化失效时间,则在竞争失效的情况下,产品在时间 t 不发生失效的概率可表示为

$$R(t)=P(T\geqslant t)=P(T_2\geqslant t)P(T_{\mathrm{W}}\geqslant t)=\exp\left[-\int_0^t\lambda(y(t'))\,\mathrm{d}t'\right]\cdot\int_0^D\sqrt{\frac{\lambda(\Delta t)^2}{2\pi y^3}}\exp\left[-\frac{\lambda(y-\mu\Delta t)^2}{2y\mu^2}\right]\mathrm{d}y=\exp\left[-\int_0^t\lambda(y(t'))\,\mathrm{d}t'\right]\left[\Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda t^2}{D}}\left(\frac{D}{\mu t}-1\right)\right)+\exp\left(\frac{2\lambda t}{\mu}\right)\Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda t^2}{D}}\left(\frac{D}{\mu t}+1\right)\right)\right] \tag{9}$$

式(9)即为自身退化失效对冲击失效产生局部影响时的竞争失效模型的可靠度表达式。

3 相互关联竞争失效可靠性模型

本节考虑冲击失效与自身退化失效存在相互联系,即冲击失效率以及失效阈值都发生变化的情况。将冲击失效分为阈值变化前后2个阶段分别进行研究,构建基于随机过程的变阈值两阶段相互关联竞争失效模型,具体关系如图5所示,首先作如下假设:

1)系统的总退化量为自身退化与外界冲击产生的突增性能退化量之和。

2)冲击失效过程对自身退化失效过程有一定影响,即外界环境冲击会造成自身退化量出现短暂突增现象。

3)自身退化过程也会对冲击失效过程造成影响,当自身退化量达到一定水平 $H(H<D)$ 时,产品自身抵抗外界冲击的能力降低,直接造成冲击失效阈值降低,产品的冲击失效过程变成一个两阶段的过程;同时冲击失效率也会随退化量变化。

3.1 自身退化失效过程建模

考虑产品的自身退化过程满足随机过程,其性能退化量用 $Z(t)$ 表示,退化量 $Z(t)$ 是关于时间 t 的递增函数,定义其退化阈值为 D。用布朗运动表示退化轨迹为

$$Z(t)=\alpha+\beta t \tag{10}$$

式中:α 为产品的初始退化量;β 为性能退化率的随机变量,服从正态分布 $N(\mu_\beta,\sigma_\beta^2)$。

当外界冲击对产品没有造成冲击失效时,产品的性能退化量会因为冲击而增加。令 $Z_i'(i=1,2,\cdots)$ 表示第 i 次冲击产生的退化量,$Z_i'(i=1,2,\cdots)$ 是独立同分布随机变量,假设冲击退化量满足正态分布,$Z_i'\sim N(\mu_Z,\sigma_Z^2)$,在时间 t 内,外界冲击产生的冲击退化量为 Z_i' 的求和,假设在时间 t 内冲击次数服从泊松分布 $j(t)\sim\pi(\lambda)$,其中 $j(t)$ 为时间 t 内的冲击次数。则总的退化量可表示为

$$Z=Z(t)+\sum_{i=1}^{j(t)}Z_i' \tag{11}$$

产品在时间 t 内的可靠度为

$$R=P(Z<D)=\sum_{i=0}^{\infty}P(Z(t)+\sum_{i=1}^{j(t)}Z_i'<D\,|\,j(t)=i)P(j(t)=i)=\sum_{i=0}^{\infty}\Phi\left(\frac{D-(\mu_\beta t+i\mu_Z)}{\sqrt{\sigma_\beta^2t^2+i\sigma_Z^2}}\right)\frac{\mathrm{e}^{(-\lambda t)(\lambda t)^i}}{i!} \tag{12}$$

式(12)即为自身退化失效过程的可靠度表达式。

3.2 变阈值竞争失效过程建模

考虑冲击引发的冲击失效现象,假设第 i 次冲击产生的冲击量为 W_i,不同冲击次数下的冲击量为随机变量且独立同分布。当自身退化量没有达到 H 时,冲击失效阈值为 D_1;当自身退化量 $H<Z<D$ 时,定义其冲击失效阈值为 D_2,则产品不发生冲击失效概率为

$$P(W_i<D_k)=F_W(D_k)\qquad i=1,2,\cdots;k=1,2 \tag{13}$$

式中:$F_W(D_k)$ 为冲击量的概率分布函数,假设 $W_i\sim N(\mu_w,\sigma_w^2)$,则

$$F_W(D_k)=\Phi\left(\frac{D_k-\mu_w}{\sigma_w}\right) \tag{14}$$

根据式(12),产品自身退化过程的不失效概率可表示为

$$P=\sum_{i=0}^{\infty}R(t\,|\,j(t)=i)P(j(t)=i) \tag{15}$$

考虑如下3种情况:

1)当在时间 t 内未发生冲击时,此时 $j(t)=i=0$,根据式(15),产品可靠度为

$$R_1(t)=R(t\,|\,j(t)=0)P(j(t)=0)=P(Z(t)<D\,|\,j(t)=0)P(j(t)=0)=\Phi\left(\frac{D-\mu_\beta t}{\sigma_\beta t}\right)\mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{16}$$

2)当在时间 t 内发生冲击时,且此时的退化量没有达到 H,根据式(14)和式(15),产品可靠度函数可表示为

$$R_2(t)=\sum_{i=1}^{\infty}P(Z<H\,|\,j(t)=i)P(j(t)=i)\cdot F_W(D_1)=\sum_{i=0}^{\infty}P\left(Z(t)+\sum_{i=1}^{j(t)}Z_i'<D\,|\,j(t)=i\right)\cdot P(j(t)=i)F_W(D_1)=\sum_{i=0}^{\infty}\Phi\left(\frac{D-(\mu_\beta t+i\mu_Z)}{\sqrt{\sigma_\beta^2t^2+i\sigma_Z^2}}\right)\cdot\frac{\mathrm{e}^{(-\lambda t)(\lambda t)^i}}{i!}\Phi\left(\frac{D_1-\mu_w}{\sigma_w}\right) \tag{17}$$

3)当在时间 t 内发生冲击时,且此时的性能退化量超过了 H,但未达到 D,令 $R_i(t\,|\,j(t)=i)$ 表示在时间 t 内冲击次数 $j(t)=i$ 时产品不发生冲击失效的概率,根据式(15),产品可靠度函数可表示为

$$R_3(t)=\sum_{i=1}^{\infty}P(H<Z<D\,|\,j(t)=i)\cdot P(j(t)=i)R_i(t\,|\,j(t)=i) \tag{18}$$

在 t 时刻,产品的退化量 $H<Z<D$,令 τ 为退化量达到 H 的时刻,$\tau<t$,在 $[0,\tau]$ 上外界冲击次

数用 k_1 表示,在[τ,t]上外界冲击次数用 k_2 表示,根据假设,在时间 t 内冲击次数服从泊松分布 $j(t)\sim\pi(\lambda)$,故上述现象表示成概率形式为

$$P(j(\tau)=k_1,j(t-\tau)=k_2)=P(j(\tau)=k_1)\cdot P(j(t-\tau)=k_2)=\frac{(\lambda\tau)^{k_1}}{k_1!}e^{-\lambda t}\frac{[\lambda(t-\tau)]^{k_2}}{k_2!}e^{-\lambda(t-\tau)}=\frac{(\lambda\tau)^{k_1}}{k_1!}\cdot\frac{[\lambda(t-\tau)]^{k_2}}{k_2!}e^{-\lambda(t-\tau)}=\frac{(\lambda\tau)^{k_1}}{k_1!}e^{-\lambda\tau}\frac{[\lambda(t-\tau)]^{k_2}}{k_2!}e^{-\lambda(t-\tau)}=\frac{(\lambda\tau)^{k_1}}{k_1!}\cdot\frac{[\lambda(t-\tau)]^{k_2}}{k_2!}e^{-\lambda t} \tag{19}$$

外界冲击次数 $j(t)=k_1$ 且产品的退化量小于 z 的概率可表示为

$$P\left[Z(t)+\sum_{i=1}^{j(t)}Z_i'<z\,|\,j(t)=k_1\right]=\Phi\left(\frac{z-(\mu_\beta t+k_1\mu_Z)}{\sqrt{\sigma_\beta^2t^2+k_1\sigma_Z^2}}\right) \tag{20}$$

退化量在 $H<Z<D$ 时的概率为

$$\Phi\left(\frac{D-H-[\mu_\beta(t-\tau)+(k_2-k_1)\mu_Z]}{\sqrt{\sigma_\beta^2(t-\tau)^2+(k_2-k_1)\sigma_Z^2}}\right) \tag{21}$$

此时的可靠度表达式为

$$R_3(t)=\sum_{k_2=1}^{\infty}\sum_{k_1=0}^{k_2}\int_0^t\frac{(\lambda\tau)^{k_1}}{k_1!}e^{-\lambda\tau}\Phi\left(\frac{D_1-\mu_w}{\sigma_w}\right)^{k_1}\cdot\Phi\left(\frac{D-H-[\mu_\beta(t-\tau)+(k_2-k_1)\mu_Z]}{\sqrt{\sigma_\beta^2(t-\tau)^2+(k_2-k_1)\sigma_Z^2}}\right)\cdot\frac{[\lambda(t-\tau)]^{k_2-k_1}}{k_2-k_1}e^{-\lambda(t-\tau)}\cdot\Phi\left(\frac{D_2-\mu_w}{\sigma_w}\right)^{k_2-k_1}d\tau \tag{22}$$

产品在运行时为上述 3 种状态的任意一种,故根据式(16)、式(17)和式(22),产品可靠度表达式为

$$R(t)=R_1(t)\cdot R_2(t)\cdot R_3(t) \tag{23}$$

式(23)即为变阈值的相互关联竞争失效模型的可靠度表达式。

4　案例分析

根据文献[15]提出的一种机电产品,该微型发动机由美国桑迪亚国家实验室设计,可靠性各项指标数据均已公开。该微型发动机主要结构组成如图 6 所示,任何部件失效都将造成微型发动机停止工作。

微型发动机工作时,压气机将燃料与空气从进气孔压入旋转型腔中,燃烧产生热量对叶片做功,产生机械能带动轴承系统运行,进而带动整个发动机运行。

对该微型发动机进行失效模式分析,该微型发动机与常规发动机的主体结构和工作原理相似。

考虑微型发动机结构较小,通常只有普通发动机的百分之一,压气机主要由硅基材料制成,可靠性较高。工作时,磨损以及外界环境对其产生的影响相对较少,旋转型腔体积缩小,燃料在腔内停留时间较短,接触表面积不大,对耐高温合金材料的热腐蚀不大,但是产生的内能在狭小空间内可以转化成大量机械能,导致微型发动机转速很高;轴承作为能量传动装置,在微型发动机中,直径较小,转速相对很大,故更容易造成磨损;在轴承内部,齿轮与销接头连接处的磨损最为严重,在磨损的同时,产生碎屑,碎屑加速了磨损的程度,同时对齿轮毂产生冲击,易造成齿轮毂产生裂缝,裂缝的产生造成齿轮毂抗冲击能力下降。

通过分析,轴承系统作为其薄弱环节相比于其他长寿命部件在使用过程中往往最先发生故障,其中轴承系统主要包括:齿轮、销接头、齿轮毂等,任何一个部件失效都将导致轴承失效,轴承系统内部的各部件满足关联竞争退化关系。该微型发动机系统各项参数如表 1 所示。

将上述参数分别代入式(6)、式(9)、式(23)即可得 3 种不同情况下的可靠度函数与系统运转

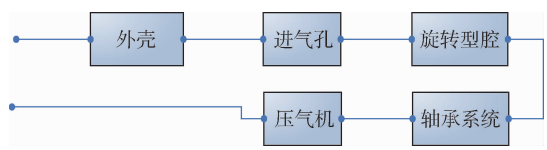

图 6　微型发动机各部件可靠性串联系统

Fig. 6　Micro-engine part reliability series system

表 1　某型电机可靠性分析参数

Table 1　Reliability analysis parameters for a certain type of motor

参数	数值
$D/\mu m^3$	0.5
D_1/GPa	1.55
D_2/GPa	1.4
μ_Z	1×10^{-4}
σ_Z	2×10^{-5}
μ_w	1.2
σ_w	0.2
$H/\mu m^3$	7×10^{-4}
λ/转	5×10^{-5}
μ_β	2.59×10^{-5}
σ_β	2.29×10^{-5}

时间关系,在自身退化对冲击产生失效率改变的案例中,假设冲击失效故障率与退化量存在 2 次方关系。

计算结果如图 7、图 8 所示。图 7 为自身退化与冲击失效相互独立时的可靠性与时间关系。图 8 为关联竞争失效与独立竞争失效可靠性的对比。其中蓝色曲线为自身退化与冲击失效相互独立的情况下可靠性与时间关系曲线(曲线 1);红色曲线为退化影响冲击失效率的局部关联竞争失效可靠性与时间关系曲线(曲线 2),通过对比可得当自身退化对冲击失效过程有一定影响时,产品失效速度加快,符合逻辑。

在冲击失效与自身退化局部关联竞争失效基础上,考虑自身退化对冲击失效阈值的影响,其可靠性与时间关系如图 9 所示。

将上述 3 种情况的可靠性随时间变化曲线相互对比,结果如图 10 所示。

图 10 中,情形1为变阈值相互关联竞争失效

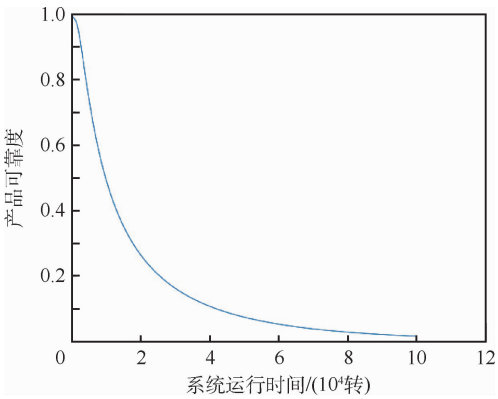

图 7 独立竞争失效模型可靠性与时间关系

Fig. 7 Relationship between reliability and time of independent competition failure model

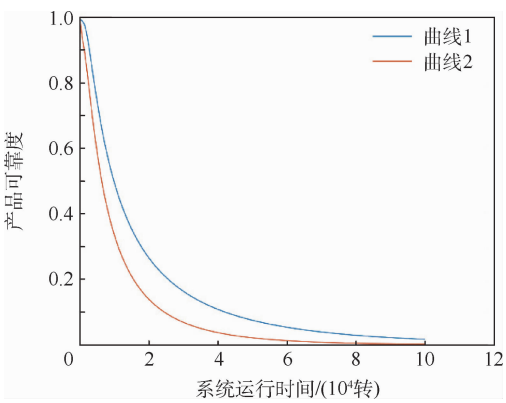

图 8 退化影响冲击失效率竞争与独立竞争可靠性对比

Fig. 8 Comparison of reliability between competition with degradation impacting shock failure rate and independent competition

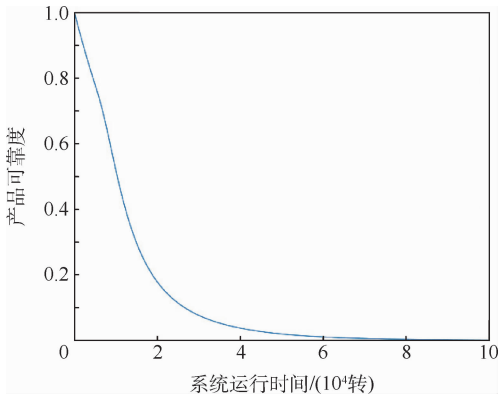

图 9 变阈值相互关联竞争模型可靠性与时间关系

Fig. 9 Relationship between reliability and time of variable threshold correlative and competitive model

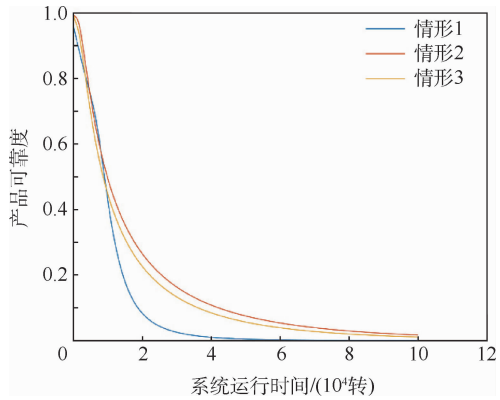

图 10 不同情形下可靠性与时间关系对比

Fig. 10 Relationship between reliability and time in different situations

模型可靠性与时间关系曲线;情形 2 为退化影响冲击失效率的可靠性与时间关系曲线;情形 3 为独立竞争失效模型可靠性与时间关系曲线。根据实验室提供的信息,该微型发动机的可靠度为0.9 时,可靠寿命为 10^7 转,此时情形 1 的可靠寿命为 1.25×10^7 转,情形 2 的可靠寿命为 2.16×10^7 转,情形 3 的可靠寿命为 2.67×10^7 转,情形 1更接近实际可靠寿命,故认为两阶段变阈值关联竞争退化模型能更好地反映机电产品的退化轨迹。

对比可得,在开始阶段,产品较新,冲击对自身退化影响较小,3 种情形退化轨迹基本一致,当产品工作一段时间后,产品自身退化与冲击失效相互影响变大,退化速率变大,即情形 1 中相互关联竞争模型的可靠性随时间变化曲线斜率最大,其次为情形 2 的局部关联的竞争曲线,最后为独立竞争曲线,可见传统独立竞争模型的可靠度与时间关系曲线存在误差,通常产品的使用寿命比预期的要短,在设计竞争失效模型时要充分考虑 2 个阶段的相互作用关系。

5　结　论

考虑竞争失效模式的 3 种情况,并进行可靠性建模与对比。

1）分析产品失效由自身退化与冲击失效相互竞争共同组成,在此基础上分析了两者关系,考虑自身退化与冲击失效相互独立情况,基于随机过程建立退化模型。

2）在自身退化对冲击产生影响的基础上,考虑自身退化过程对冲击失效率造成影响,建立可靠性模型,与独立竞争模型比较,退化速率更快,说明 2 个阶段存在关联性。

3）考虑冲击失效与自身退化相互影响,自身退化对冲击失效的影响表现在冲击失效率以及失效阈值的改变,对每个阶段分别研究,建立相互关联两阶段变阈值竞争失效模型的可靠性与时间关系图,并与独立竞争模型以及局部关联竞争模型对比,表明产品在竞争退化过程中,自身退化与冲击失效之间存在竞争与关联,两者相互影响共同组成产品的失效机理。

参考文献（References）

[1] MIKI D, HONZUMI M, SUZUKI Y, et al. Large-amplitude MEMS electret generator with nonlinear spring[C]// International Conference on Micro Electro Mechanical Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 176-179.

[2] KUMAR D, JULIET A V. Design, electrostatic and eigen frequency analysis of fixed-fixed beam MEMS resonator[J]. IOSR Journal of Electronics and Communication Engineering, 2013, 5(6): 19-23.

[3] SATO S, JOVANOVIC S, LANG J, et al. Demonstration of a palm-sized 30 W air-to-power turbine generator[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2011, 133(10): 102301.

[4] ZHAO X, XU J, LIU B, et al. Accelerated degradation tests planning with competing failure modes[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2018, 67(1): 142-155.

[5] HAGHIGHI F, BAE S J. Reliability estimation from linear degradation and failure time data with competing risks under a step-stress accelerated degradation test[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2015, 64(3): 960-971.

[6] CHEN Y, ZHANG Q, CAI Z, et al. Storage reliability assessment model based on competition failure of multi-components in missile[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2017, 28(3): 606-616.

[7] YE Z, TANG L C, XU H, et al. A distribution-based systems reliability model under extreme shocks and natural degradation[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2011, 60(1): 246-256.

[8] WANG Q, HE Z, LIN S, et al. Failure modeling and maintenance decision for GIS equipment subject to degradation and shocks[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2017, 32(2): 1079-1088.

[9] LIU X, TANG L. Accelerated life test plans for repairable systems with multiple independent risks[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2010, 59(1): 115-127.

[10] SONG S S, COIT D W, FENG Q, et al. Reliability analysis for multi-component systems subject to multiple dependent competing failure processes[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2014, 63(1): 331-345.

[11] JIANG L, FENG Q, COIT D W, et al. Reliability analysis for dependent failure processes and dependent failure threshold[C]// International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 30-34.

[12] JIANG L, FENG Q, COIT D W, et al. Reliability and maintenance modeling for dependent competing failure processes with shifting failure thresholds[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(4): 932-948.

[13] RAFIEE K, FENG Q, COIT D W, et al. Reliability modeling for dependent competing failure processes with changing degradation rate[J]. IIE Transactions, 2014, 46(5): 483-496.

[14] GUAN X M, ZHAO G Y, XUAN J. Reliability modeling for multi-component systems subject to multiple dependent competing failure processes with shifting hard failure threshold[C]// Prognostics and System Health Management Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2017: 1-7.

[15] TANNER D M, DUGGER M T. Wear mechanisms in a reliability methodology[C]// Conference on Reliability, Testing, and Characterization of MEMS/MOEMS Ⅱ. Bellingham: SPIE, 2003: 22-40.

作者简介：

王乾元　男,硕士研究生。主要研究方向:可靠性与退化试验。

袁宏杰　男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:可靠性评估与验证、环境试验等。

徐如远　男,硕士研究生。主要研究方向:软硬件可靠性联合测试。

Two-stage variable threshold correlative and competitive degradation modeling

WANG Qianyuan, YUAN Hongjie*, XU Ruyuan

(School of Reliability and Systems Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: During the use of mechanical and electrical products, there are degradation failures and shock failures caused by the environment. It is often considered that self-degeneration and impact failure are independent of each other, or there is an incomplete phenomenon of the correlation, that is, the impact of the shock results in a sudden increase in self-degeneration. Considering that the impact will affect the degradation process, at the same time, the degradation will also affect the impact. When the amount of self-degradation reaches a certain value, it will not only affect the failure rate of impact failure, but also reduce the impact failure threshold of the product. As a result, the impact resistance of the product is reduced, and the impact failure process of the product shows a two-stage phenomenon. in the case of self-degeneration and shock failure, which is related and competitive, a reliability model for changing the failure rate and failure threshold has been established, which solves the problem of the incompleteness of the traditional competition model.

Keywords: self-degradation; random shock; associated competition failure; stochastic process; variable threshold; two-stage model

Received: 2019-05-10; **Accepted**: 2019-07-05; **Published online**: 2019-07-29 10:11

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20190726.1910.002.html

* **Corresponding author**. E-mail: 05938@buaa.edu.cn