http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0348

基于线性编码补偿方法的非固定丢包率下的分布式融合估计器

韩旭[1], 赵国荣[2,*], 王康[2]

(1. 中国人民解放军91001部队, 北京 100036; 2. 海军航空大学 岸防兵学院, 烟台 264001)

摘 要: 为解决无线信道非固定丢包率建模和丢包补偿问题,研究了具有非固定丢包率的网络化多传感器融合估计问题。假定无线信道丢包率是非固定的,利用对过去得到的有限个测量值进行线性编码的方法对丢包进行补偿,针对系统矩阵中存在的非高斯非白噪声随机干扰,首先设计了一种利用每一时刻数据包到达变量的局部最优估计器,其次推导出融合估计误差协方差与传感器传输概率之间的函数关系。最后通过算例仿真验证所提方法的有效性。

关 键 词: 线性编码; 非高斯噪声; 非固定丢包率; 丢包补偿; 分布式融合估计

中图分类号: TJ765.2

文献标志码: A **文章编号**: 1001-5965(2020)06-1229-08

网络化多传感器融合估计因其在航空航天、无人运载器导航和网络化控制等领域的重要应用,已经引起了国内外学者的广泛关注和研究[1-5]。在实际的应用系统中,不可避免地存在模型的不确定性、数据丢包问题,导致处理中心得不到正确完整的测量信息,使得融合估计性能受到严重损害。

学术界在设计状态估计器时就如何补偿丢包损失已经有了一系列成果[6-10]。文献[6]提出1种常增益的算法,用估计值反馈代替丢失的测量信息,避免了在线计算的负担。文献[7]提出1种线性预测器,对已经到达处理中心的测量值进行加权处理,并给出最优加权系数和最优阶数的获取方法。文献[8]提出1种指数衰减加权系数方法,通过调节加权系数得到满意的估计精度。然而文献[6-8]均考虑在处理中心处对丢包信息进行补偿,虽取得了不错的精度,但这些方法所用的补偿值均是对已经到达处理中心的测量信息进行组合,而没有重新利用已经丢失的数据,精度的好坏取决于系数的选取。对此,文献[9]指出无论是在单传感器估计还是在多传感器融合估计中,在传感器端计算得到状态估计并将其发送至远程中心,能够补偿之前所有丢失的测量值,但是状态估计值的维数往往高于测量值的维数,这就意味着传输估计值会占用更多的网络带宽或者网络资源,这可能会导致更高的丢包率。为了降低数据传输的维数并且严格补偿丢包损失,文献[10]研究单传感器状态估计问题时提出在发送数据之前对存储在传感器存储空间中的之前的有限个测量值进行线性组合,进而得到新的传输量后传输至处理中心,基于该传输量得到Kalman滤波器,提高了估计精度。然而当系统模型存在非高斯非白噪声随机干扰时,文献[10]中方法不再适用,并且文献[10]没有给出离线估计器的设计,其估计器增益和误差协方差均需根据每一时刻的丢包情况进行实时计算,若拓展到多传感器融合估计器,高维矩阵的实时求逆计算不利于实时性要求高的场景。

收稿日期: 2019-07-01; **录用日期**: 2019-08-23; **网络出版时间**: 2019-08-29 10:09

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20190829.0856.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(61473306)

* **通信作者**. E-mail: grzhao6881@163.com

引用格式: *韩旭, 赵国荣, 王康. 基于线性编码补偿方法的非固定丢包率下的分布式融合估计器[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(6): 1229-1236. HAN X, ZHAO G R, WANG K. A decentralized fusion estimator using linear coding compensation method with non-fixed dropout rates[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(6): 1229-1236 (in Chinese).*

另一方面,目前学术界在设计具有随机丢包的多传感器状态估计器时,均假设信道的丢包率是固定不变的。然而在某种实际网络环境中尤其是无线网络环境中,信道的丢包率与同时访问信道的传感器数量是相关的[11]。非固定丢包率目前在网络化多传感器状态估计中并没有得到广泛重视和研究。仅文献[11]以 CSMA/CA 标准通信协议为研究对象,给出无线信道丢包率与同时访问网络的传感器数量之间的函数关系,在集中式框架下给出了 2 种次优的融合估计器。该方法有如下不足:没有考虑模型不确定性;未对丢包损失进行有效补偿;集中式融合结构虽能保证现有测量信息精度损失最小,但是其容错能力较差,工程上难以实现;传感器传输概率优化需进行高维矩阵求逆,不利于实时性。

考虑到文献[11]的上述不足,本文在分布式融合框架下,研究具有模型不确定和非固定丢包率的多传感器融合估计器设计问题。其中模型的不确定性描述为系统矩阵受到非高斯非白噪声随机扰动,无线信道的丢包率与传输数据包的传感器数量成正比,为补偿丢包带来的损失同时降低网络带宽的占用,利用文献[10]中线性编码方法,每个传感器将过去测量得到的有限个测量数据进行线性组合,得到新的传输量后经无线信道传输至远程处理中心。针对随机到达的各个传感器对应的新的传输量,本文设计一种最小方差离线局部无偏估计器,该估计器便于离线计算并利用数据包到达变量,利用最优线性无偏估计方法[12]得到最小方差意义下的分布式融合估计器,建立融合估计误差协方差与各传感器每一时刻传输概率之间的关系,在编码参数确定的前提下,可通过设计各传感器的传输概率使得融合估计器达到满意的性能。

1 问题描述与分析

考虑如下离散不确定线性随机系统:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = (\boldsymbol{A}_k + g_k\hat{\boldsymbol{A}}_k)\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{w}_k \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态,系统初值 $\boldsymbol{x}_0$ 为白噪声,其均值和方差分别为 $\bar{\boldsymbol{x}}_0$ 和 $\boldsymbol{P}_0$;$\boldsymbol{A}_k$ 和 $\hat{\boldsymbol{A}}_k$ 为已知矩阵;系统噪声 $\boldsymbol{w}_k \in \mathbf{R}^n$ 为协方差矩阵为 $\boldsymbol{W}_k$ 的零均值白噪声;g_k 为乘性噪声,且已知 g_k 统计特性为 $E\{g_k\} = \bar{g}_k$,$E\{g_k^2\} = \tilde{g}_k$,$E\{\cdot\}$ 表示期望。

假设系统由 N 个传感器进行观测,第 i 个传感器测量方程描述为

$$\boldsymbol{y}_k^i = \boldsymbol{C}_k^i\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k^i \qquad i = 1,2,\cdots,N \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{y}_k^i \in \mathbf{R}^{m^i}$ 为第 i 个传感器的测量输出;$\boldsymbol{C}_k^i$ 为已知测量矩阵;测量噪声 $\boldsymbol{v}_k^i$ 为协方差矩阵为 $\boldsymbol{V}_k^i$ 的零均值白噪声。

不失一般性,假设对于任意 i、j 和 k,$\boldsymbol{x}_0$、g_k、$\boldsymbol{w}_k$、$\boldsymbol{v}_k^i$ 和 $\boldsymbol{v}_k^j$ 均两两互不相关。

网络化分布式融合估计结构如图 1 所示。k 时刻第 i 个传感器传输量 $\boldsymbol{z}_k^i$ 封装于数据包中,数据包经无线信道向远程处理中心传输。为方便描述,本文以文献[11]所引用的 CSMA/CA 通信协议为例,在该协议下,由于网络资源有限,在同一采样周期内传输数据包的传感器数量越多,无线信道的丢包率越高。假设网络中同时进行数据传输的传感器数量为 M,此时无线信道的丢包率不妨记为 $0 \leqslant P_c(M) \leqslant 1$,且设定 $P_c(M)$ 为 M 的单调递增函数。用随机变量 s_k^i 表示 k 采样时刻第 i 个传感器是否传输 $\boldsymbol{z}_k^i$,其中 $s_k^i = 1$ 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 被传输,反之 $s_k^i = 0$ 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 未被传输,传输概率记为 $p_{k,\text{tran}}^i$。这里,每个传感器传输数据依据概率 $p_{k,\text{tran}}^i$ 间歇式发送,因而 k 时刻网络中同时传输数据的传感器数可以是 $1 \sim N$ 之间的任意一个随机数,不妨设为 M_k,不同时刻下同时传输数据的传感器数 M_k 并非固定值,因此丢包率 $P_c(M_k)$ 不是固定的。用随机变量 γ_k^i 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 是否丢失,其中 $\gamma_k^i = 1$ 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 未丢失,反之 $\gamma_k^i = 0$ 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 丢失,丢失概率记为 $p_{k,\text{loss}}^i$;默认当 $s_k^i = 0$ 时,$\gamma_k^i = 0$;用随机变量 ξ_k^i 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 是否到达远程处理中心,其中 $\xi_k^i = 1$ 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 到达远程处理中心,反之 $\xi_k^i = 0$ 表示 $\boldsymbol{z}_k^i$ 未到达远程处理中心,到达概率记为 $p_{k,\text{arr}}^i$。根据以上定义可得

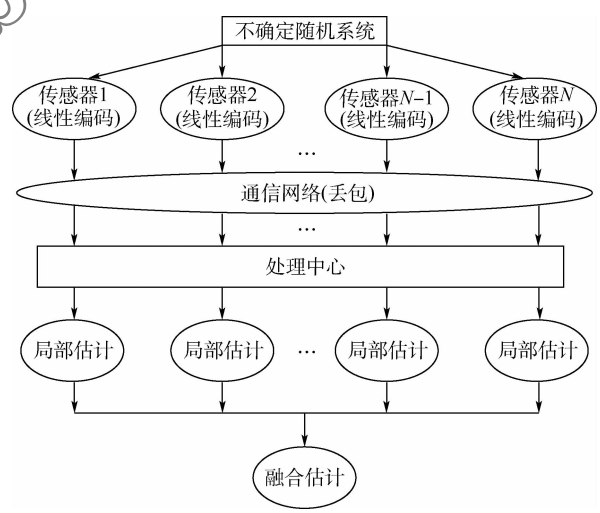


图 1 网络化分布式融合估计结构

Fig. 1 Networked decentralized fusion estimation structure

http://bhxb.buaa.edu.cn

$$\xi_k^i = 1 \Leftrightarrow s_k^i \gamma_k^i = 1 \tag{3}$$

$$P_c(M_k) = \text{Prob}\left\{ \gamma_k^i = 0 \,|\, s_k^i = 1, \sum_{i=1}^{N} s_k^i = M_k \right\} \tag{4}$$

$$p_{k,\text{arr}}^i = 1 - p_{k,\text{loss}}^i = p_{k,\text{tran}}^i \sum_{\hat{M}_k=0}^{N-1} [1 - P_c(\hat{M}_k + 1)] \pi_{\hat{M}_k}^i \tag{5}$$

式中:$\pi_{\hat{M}_k}^i$ 表示 $\hat{M}_k$ 个传感器(不包括传感器 i)同时传输数据包的概率,其计算公式为

$$\pi_{\hat{M}_k}^i = \sum_{|\Psi^i| = \hat{M}_k} \left(\prod_{d \in \Psi^i} p_{k,\text{tran}}^d \right) \left[\prod_{e \in \tilde{\Psi}^i} (1 - p_{k,\text{tran}}^e) \right] \tag{6}$$

其中:Ψ^i 为集合 $\{1,2,\cdots,N\}$ 的任意子集,且 Ψ^i 不包含 i,$\tilde{\Psi}^i = \{1,2,\cdots,N\} \setminus \{\Psi^i \cup i\}$,$|\Psi^i|$ 为 Ψ^i 的基数,d 和 e 分别表示 Ψ^i 和 $\tilde{\Psi}^i$ 中的任一元素;求和算子 $\sum_{|\Psi^i| = \hat{M}_k}(\cdot)$ 的作用对象是所有满足 $|\Psi^i| = \hat{M}_k$ 的 Ψ^i。

令 $p_{k,\text{arr}}^{i,j} = \text{Prob}\{\xi_k^i \xi_k^j = 1\}$,则可得

$$p_{k,\text{arr}}^{i,j} = p_{k,\text{tran}}^i p_{k,\text{tran}}^j \sum_{\breve{M}_k=0}^{N-2} [1 - P_c(\breve{M}_k + 2)] \pi_{\breve{M}_k}^{i,j} \tag{7}$$

式中:$\pi_{\breve{M}_k}^{i,j}$ 为 $\breve{M}_k$ 个传感器(不包括传感器 i 和 j)同时传输数据包的概率,其计算公式为

$$\pi_{\breve{M}_k}^{i,j} = \sum_{|\Psi^{i,j}| = \breve{M}_k} \left(\prod_{d \in \Psi^{i,j}} p_{k,\text{tran}}^d \right) \left[\prod_{e \in \tilde{\Psi}^{i,j}} (1 - p_{k,\text{tran}}^e) \right] \tag{8}$$

其中:$\Psi^{i,j}$ 为集合 $\{1,2,\cdots,N\}$ 的任意子集,且 Ψ^i 不包含 i 和 j,$\tilde{\Psi}^{i,j} = \{1,2,\cdots,N\} \setminus \{\Psi^i \cup \{i,j\}\}$,$|\Psi^{i,j}|$ 为 $\Psi^{i,j}$ 的基数;求和算子 $\sum_{|\Psi^{i,j}| = \breve{M}_k}(\cdot)$ 的作用对象为所有满足 $|\Psi^{i,j}| = \breve{M}_k$ 的 $\Psi^{i,j}$。

这里需要解释说明的是,计算 $p_{k,\text{arr}}^i$ 时,由式(3)可知传感器 i 的数据包到达处理中心有 2 个条件:一是传感器 i 发送数据,即 $s_k^i = 1$;二是数据包不丢失,即 $\gamma_k^i = 1$。因此可以得到

$$p_{k,\text{arr}}^i = \text{Prob}\{\gamma_k^i = 1, s_k^i = 1\} = \text{Prob}\{s_k^i = 1\} \text{Prob}\{\gamma_k^i = 1 \,|\, s_k^i = 1\} = p_{k,\text{tran}}^i \text{Prob}\{\gamma_k^i = 1 \,|\, s_k^i = 1\}$$

接下来计算 $\text{Prob}\{\gamma_k^i = 1 \,|\, s_k^i = 1\}$。用 Ψ^i 表示集合 $\{1,2,\cdots,N\}$ 的任意子集,且 Ψ^i 不包含 i,$\tilde{\Psi}^i = \{1,2,\cdots,N\} \setminus \{\Psi^i \cup i\}$,同时发送数据的传感器数为 M_k,当 $s_k^i = 1$ 时,其他 $N-1$ 中会有 $M_k - 1$ 个传感器在同时发送数据。用 $|\Psi^i|$ 表示 Ψ^i 的基数,当 $|\Psi^i| = M_k - 1 = \hat{M}_k$ 时,则这 $M_k - 1$ 个传感器同时发送数据的概率为

$$\pi_{M_k-1}^i = \pi_{\hat{M}_k}^i = \sum_{|\Psi^i| = \hat{M}_k} \left(\prod_{d \in \Psi^i} p_{k,\text{tran}}^d \right) \left[\prod_{e \in \tilde{\Psi}^i} (1 - p_{k,\text{tran}}^e) \right]$$

则可得

$$\text{Prob}\{\gamma_k^i = 1 \,|\, s_k^i = 1, \sum_{i=1}^{N} s_k^i = M_k\} = [1 - P_c(\hat{M}_k + 1)] \pi_{\hat{M}_k}^i$$

而 $\hat{M}_k$ 可以是 0 ~ $N-1$ 之间的任意一个随机数,则可以得到

$$\text{Prob}\{\gamma_k^i = 1 \,|\, s_k^i = 1\} = p_{k,\text{tran}}^i \sum_{\hat{M}_k=0}^{N-1} (1 - P_c(\hat{M}_k + 1)) \pi_{\hat{M}_k}^i$$

同理,令 $\breve{M}_k = M_k - 2$,$\pi_{\breve{M}_k}^{i,j}$ 表示 $\breve{M}_k$ 个传感器(不包括传感器 i 和 j)同时传输数据包的概率,则可得到 $\pi_{\breve{M}_k}^{i,j}$ 和 $p_{k,\text{arr}}^{i,j}$ 的计算公式,即式(7)和式(8)。

本文假设若远程处理中心未接收到数据包,则其相应的存储信息将置 0,因此处理中心接收到的与传感器 i 相对应数据包值可表示为

$$\breve{z}_k^i = \xi_k^i y_k^i \tag{9}$$

为了补偿丢包引起的估计精度损失且不占用额外的网络资源,本文采用类似文献[10]所提出的有限长度线性编码补偿方法。具体为:在传感器端设置长度为 L 的存储空间,在 k 时刻将 k 时刻之前(包括 k 时刻)的 L 个测量值进行存储,并进行线性组合。记 $\bar{\zeta}_L^i = [1, \zeta_1^i, \cdots, \zeta_{L-1}^i]^{\mathrm{T}}$,则 z_k^i 可表示为

$$z_k^i = y_k^i + \zeta_1^i y_{k-1}^i + \cdots + \zeta_{L-1}^i y_{k-L+1}^i = (\bar{\zeta}_L^{i\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{I}_{m^i}) \mathbf{col}_L(y_k^i) \tag{10}$$

式中:$\bar{\zeta}_L^i$ 为编码组合系数;$\boldsymbol{I}_{m^i} \in \mathbf{R}^{m^i}$ 为单位矩阵;符号 $\otimes$ 表示 Kronecker 积;$\mathbf{col}_L(y_k^i) = [y_k^{i\mathrm{T}}, y_{k-1}^{i\mathrm{T}}, \cdots, y_{k-L+1}^{i\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。

文献[10]所采用的编码系数每一时刻均是随机产生的,而本文所用的编码系数是设定好的常数,此举便于后文中局部估计器的离线设计,避免分布式融合估计方法中高维矩阵求逆的在线计算,增强了融合估计器的实时性。

显然通过组合序列 $\{z_k^i, z_{k-1}^i, \cdots, z_{k-L+1}^i\}$ 可得到测量值序列 $\{y_k^i, y_{k-1}^i, \cdots, y_{k-L+1}^i\}$,因此当 $\xi_k^i = 1$ 时编码组合值能够完整保留原始传感器测量信息。

组合值 z_k^i 所包含的噪声与 $z_{k-1}^i, \cdots, z_0^i$ 所包含的噪声是相关联的,为了方便设计估计器,需要建立以 z_k^i 为测量的系统方程和测量方程。定义变量 $\eta_k^i = \mathbf{col}_{L-1}(y_{k-1}^i) \in \mathbf{R}^{(L-1)m^i}$,可以得到

$$\eta_{k+1}^i = \boldsymbol{F}_k^i \eta_k^i + \boldsymbol{G}_k^i y_k^i \tag{11}$$

式中:$\boldsymbol{F}_k^i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{I}_{(L-2)m^i} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(L-1)m^i \times (L-1)m^i}$,$L \geqslant 2$;

http://bhxb.buaa.edu.cn

$\boldsymbol{G}_k^i=[\boldsymbol{I}_{m^i}\quad\boldsymbol{0}\quad\cdots\quad\boldsymbol{0}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{(L-1)m^i\times m^i}$;$\boldsymbol{I}_{(L-2)m^i}$ 为$(L-2)m^i$ 维单位阵。特别地,当 $L=2$ 时,$\boldsymbol{F}_k^i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}\end{bmatrix}$。

令变量 $\boldsymbol{\mu}_k^i=[\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\eta}_k^{i\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{(L-1)m^i+n}$,可以得到

$$\boldsymbol{\mu}_{k+1}^i=\boldsymbol{\Phi}_k^i\boldsymbol{\mu}_k^i+\boldsymbol{\Gamma}_k^i\boldsymbol{W}_k^i \tag{12}$$

$$\boldsymbol{z}_k^i=\boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{\mu}_k^i+\boldsymbol{v}_k^i \tag{13}$$

式中:$\boldsymbol{\Phi}_k^i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_k+g_k\hat{\boldsymbol{A}}_k & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{G}_k^i\boldsymbol{C}_k^i & \boldsymbol{F}_k^i\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{W}_k^i=[\boldsymbol{w}_k^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{v}_k^{i\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{\Gamma}_k^i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_n & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{G}_k^i\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{I}_n$ 为 n 维单位阵;$\boldsymbol{H}_k^i=[\boldsymbol{C}_k^i\quad\zeta_1^i\boldsymbol{I}_{m^i}\quad\cdots\quad\zeta_{L-1}^i\boldsymbol{I}_{m^i}]$。

接下来本文基于式(9)、式(12)和式(13)设计局部最优估计器。目前在研究模型不确定性的文献中,大多假设系统矩阵中的随机噪声为高斯乘性白噪声,并且可以将系统矩阵中的白噪声转化为系统噪声,因而可直接利用文献[10]中标准 Kalman 滤波方法得到状态估计。而在方程(12)中,因为矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_k^i$ 中存在乘性随机噪声 g_k,使得每一时刻系统矩阵不再是确定的,并且未假设 g_k 是白噪声,所以标准的 Kalman 滤波方法不再适合解决系统方程式(12)、式(13)的最优估计问题,需要设计估计方法。为此本文采用如下估计器形式:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^i=\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1}^i+\boldsymbol{L}_k^i(\breve{\boldsymbol{z}}_k-\xi_k^i\boldsymbol{H}_k^i\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1}^i) \tag{14}$$

式中:$\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_k+\bar{g}_k\hat{\boldsymbol{A}}_k & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{G}_k^i\boldsymbol{C}_k^i & \boldsymbol{F}_k^i\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{L}_k^i$ 表示局部估计增益。设局部估计误差协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}=E[(\boldsymbol{\mu}_k^i-\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^i)(\boldsymbol{\mu}_k^i-\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^i)^{\mathrm{T}}]$,局部估计误差交叉协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j}=E[(\boldsymbol{\mu}_k^i-\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^i)(\boldsymbol{\mu}_k^j-\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^j)^{\mathrm{T}}]$。

利用数学归纳法易证估计器(14)是无偏的,这里不再赘述。

由 $\boldsymbol{\mu}_k^i$ 与 $\boldsymbol{x}_k$ 的关系可得,$\boldsymbol{x}_k$ 的局部最优估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^i$ 及其相应的估计误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_k^{i,i}$ 和估计误差交叉协方差 $\boldsymbol{P}_k^{i,j}$ 可由式(15)~式(17)得到。

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^i=[\boldsymbol{I}_n\quad\boldsymbol{0}]\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^i \tag{15}$$

$$\boldsymbol{P}_k^{i,i}=[\boldsymbol{I}_n\quad\boldsymbol{0}]\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}[\boldsymbol{I}_n\quad\boldsymbol{0}]^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{P}_k^{i,j}=[\boldsymbol{I}_n\quad\boldsymbol{0}]\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j}[\boldsymbol{I}_n\quad\boldsymbol{0}]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

定义运算符号 $\mathbf{col}(\boldsymbol{D}_i)=[\boldsymbol{D}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{D}_N^{\mathrm{T}}]$,采用文献[12-14]中最优线性无偏估计方法,最优分布式融合估计器计算式为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{o}}=(\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k^{-1}\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}})^{-1}\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k^{-1}\boldsymbol{X}_k^{\mathrm{o}} \tag{18}$$

式中:$\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{o}}$ 表示融合估计值;$\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}}=\mathbf{col}_i(\boldsymbol{I}_n)$;$\boldsymbol{X}_k^{\mathrm{o}}=\mathbf{col}_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k^i)$;$\boldsymbol{P}_k=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_k^{1,1} & \cdots & \boldsymbol{P}_k^{1,N}\\ \vdots & & \vdots\\ \boldsymbol{P}_k^{N,1} & \cdots & \boldsymbol{P}_k^{N,N}\end{bmatrix}$。最优融合估计误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{o}}=E\{(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{o}})(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{o}})^{\mathrm{T}}\}$ 的计算式为

$$\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{o}}=(\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k^{-1}\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}})^{-1} \tag{19}$$

$\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{o}}$ 和 $\boldsymbol{P}_k^{i,i}$ 的迹满足如下关系:

$$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{o}})\leqslant\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k^{i,i})\quad i=1,2,\cdots,N \tag{20}$$

至此,本文要解决的问题是:

1)设计局部估计器增益 $\boldsymbol{L}_k^i$,使得 $\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}$ 最小,即 $\boldsymbol{P}_k^{i,i}$ 最小。

2)基于所设计的估计增益 $\boldsymbol{L}_k^i$,得到分布式融合估计器的表达式,并建立融合估计误差与传感器传输概率 $p_{k,\mathrm{tran}}=\{p_{k,\mathrm{tran}}^1,p_{k,\mathrm{tran}}^2,\cdots,p_{k,\mathrm{tran}}^N\}$ 之间的函数关系,通过设计 $p_{k,\mathrm{tran}}$ 使得融合估计器到达满意的效果。

2 局部估计增益设计

首先定义变量 $\boldsymbol{S}_k^{i,j}=E[\boldsymbol{\Gamma}_k^i\boldsymbol{W}_k^i\boldsymbol{W}_k^{j\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_k^{j\mathrm{T}}]$,$\boldsymbol{R}_k^{i,j}=E[\boldsymbol{\Gamma}_k^i\boldsymbol{W}_k^i\boldsymbol{v}_k^{j\mathrm{T}}]$,$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{A}}_k & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}$,$\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_k^i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_k & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{G}_k^i\boldsymbol{C}_k^i & \boldsymbol{F}_k^i\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{U}_k^{i,j}=E\{\boldsymbol{\mu}_k^i\boldsymbol{\mu}_k^{j\mathrm{T}}\}$。

定理 1 对于第 i 个子系统式(9)、式(12)和式(13),使得局部估计器误差协方差 $\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}$ 最小的局部估计增益的递推式为

$$\boldsymbol{L}_k^i=(\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}\boldsymbol{H}_k^{i\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k^{i,i})(\boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}\boldsymbol{H}_k^{i\mathrm{T}}+\boldsymbol{V}_k^i)^{-1} \tag{21}$$

局部最优估计误差协方差递推式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_{k+1}^{i,i}=&\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^{i\mathrm{T}}+\boldsymbol{S}_k^{i,i}+(\tilde{g}_k-\bar{g}_k^2)\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k\boldsymbol{U}_k^{i,i}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k^{\mathrm{T}}-\\&p_{k,\mathrm{arr}}^i(\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}\boldsymbol{H}_k^{i\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k^{i,i})(\boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}\boldsymbol{H}_k^{i\mathrm{T}}+\boldsymbol{V}_k^i)^{-1}\cdot\\&(\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}\boldsymbol{H}_k^{i\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k^{i,i})^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{22}$$

局部最优估计误差交叉协方差递推式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_{k+1}^{i,j}=&\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j}\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^{j\mathrm{T}}+(\tilde{g}_k-\bar{g}_k^2)\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k\boldsymbol{U}_k^{i,j}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k^{\mathrm{T}}-\\&p_{k,\mathrm{arr}}^i\boldsymbol{L}_k^i\boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j}\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^{j\mathrm{T}}-p_{k,\mathrm{arr}}^j\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j}\boldsymbol{H}_k^{j\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_k^{j\mathrm{T}}+\\&p_{k,\mathrm{arr}}^{i,j}\boldsymbol{L}_k^i\boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j}\boldsymbol{H}_k^{j\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_k^{j\mathrm{T}}+\boldsymbol{S}_k^{i,j}\end{aligned} \tag{23}$$

变量 $\boldsymbol{U}_k^{i,j}$ 的递推式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_k^{i,j}=&\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}^i\boldsymbol{U}_{k-1}^{i,j}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}^{j\mathrm{T}}+\tilde{g}_{k-1}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}\boldsymbol{U}_{k-1}^{i,j}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}^{\mathrm{T}}+\\&\bar{g}_{k-1}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}^i\boldsymbol{U}_{k-1}^{i,j}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}^{\mathrm{T}}+\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}\boldsymbol{U}_{k-1}^{i,j}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1}^{j\mathrm{T}})+\boldsymbol{S}_{k-1}^{i,j}\end{aligned} \tag{24}$$

证明 下面证明式(21)。由式(9)、式(12)、式(13)和式(14)可得

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{k+1}^i=&\boldsymbol{\mu}_{k+1}^i-\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k+1}^i=\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\tilde{\boldsymbol{\mu}}_k^i+(g_k-\bar{g}_k)\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k\boldsymbol{\mu}_k^i+\\&\boldsymbol{\Gamma}_k^i\boldsymbol{W}_k^i-\boldsymbol{L}_k^i(\breve{\boldsymbol{z}}_k^i-\xi_k^i\boldsymbol{H}_k^i\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^i)\end{aligned} \tag{25}$$

由 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_k^i\perp\boldsymbol{W}_k^i$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_k^i\perp\boldsymbol{v}_k^i$ 可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_{k+1}^{i,i}=&E[\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{k+1}^i\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{k+1}^{i\mathrm{T}}]=\\&\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^i\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,i}\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k^{i\mathrm{T}}+(\tilde{g}_k-\bar{g}_k^2)\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k\boldsymbol{U}_k^{i,i}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k^{\mathrm{T}}-\end{aligned}$$

http://bhxb.buaa.edu.cn

$$p^i_{k,\mathrm{arr}}\boldsymbol{L}^i_k\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\overline{\boldsymbol{\Phi}}^{i\mathrm{T}}_k - p^i_{k,\mathrm{arr}}\overline{\boldsymbol{\Phi}}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k\boldsymbol{L}^{i\mathrm{T}}_k + p^i_{k,\mathrm{arr}}\boldsymbol{L}^i_k\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k\boldsymbol{L}^{i\mathrm{T}}_k + p^i_{k,\mathrm{arr}}\boldsymbol{L}^i_k\boldsymbol{V}^i_k\boldsymbol{L}^{i\mathrm{T}}_k - p^i_{k,\mathrm{arr}}\boldsymbol{L}^i_k\boldsymbol{R}^{i,i\mathrm{T}}_k - p^i_{k,\mathrm{arr}}\boldsymbol{R}^{i,i}_k\boldsymbol{L}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{S}^{i,i}_k \tag{26}$$

将式(26)变形得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_{k+1} = {}& \overline{\boldsymbol{\Phi}}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\overline{\boldsymbol{\Phi}}^{i\mathrm{T}}_k + p^i_{k,\mathrm{arr}}[\boldsymbol{L}^i_k(\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{V}^i_k) - (\overline{\boldsymbol{\Phi}}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{R}^{i,i}_k)](\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{V}^i_k)^{-1}\cdot\\ & [\boldsymbol{L}^i_k(\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{V}^i_k) - (\overline{\boldsymbol{\Phi}}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{R}^{i,i}_k)]^{\mathrm{T}} - p^i_{k,\mathrm{arr}}(\overline{\boldsymbol{\Phi}}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{R}^{i,i}_k)(\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{V}^i_k)^{-1}\cdot\\ & (\overline{\boldsymbol{\Phi}}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{R}^{i,i}_k)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{S}^{i,i}_k + (\tilde{g}_k - \bar{g}^2_k)\hat{\boldsymbol{\Phi}}_k\boldsymbol{U}^{i,i}_k\hat{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}_k\end{aligned} \tag{27}$$

令 $\boldsymbol{L}^i_k = (\overline{\boldsymbol{\Phi}}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{R}^{i,i}_k)(\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{\Sigma}^{i,i}_k\boldsymbol{H}^{i\mathrm{T}}_k + \boldsymbol{V}^i_k)^{-1}$,即式(21),此时式(27)最小,即得到式(22)。同理可得到式(23)。　**证毕**

需要说明的是:一方面,与文献[10]中线性编码后的 Kalman 估计器相比,本文设计的局部估计器(式(14))处理了模型不确定性,并且得到的局部估计器增益(式(21))及局部估计误差协方差矩阵(式(22))均可离线计算,从而使得融合估计器(式(19))可离线计算,提高了实时性。另一方面,式(14)中$(\breve{\boldsymbol{z}}^i_k - \xi^i_k\boldsymbol{H}^i_k\hat{\boldsymbol{\mu}}^i_{k-1})$一项可视为局部新息项,该局部新息项引入了随机变量 ξ^i_k。其意义在于:当 $\boldsymbol{z}^i_k$ 并未达到处理中心即 $\xi^i_k = 0$ 时,新息项为 0,离线估计增益不起作用。若按照文献[14]中在设计估计器的新息项将丢包变量用其概率代替,其后果是当 $\xi^i_k = 0$ 时,局部新息项不为 0,而局部估计增益不为 0,则此时反而引入了局部估计误差。

3　次优传输概率设计

由式(19)、式(22)和式(23)可知,分布式融合估计器估计误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}^{\mathrm{o}}_k$ 依赖于概率 $p^i_{k,\mathrm{arr}}$ 和 $p^{i,j}_{k,\mathrm{arr}}$。由式(5)和式(7)可知,$p^i_{k,\mathrm{arr}}$ 和 $p^{i,j}_{k,\mathrm{arr}}$ 依赖于传输概率 $p^i_{k,\mathrm{tran}}$ 和 $p^j_{k,\mathrm{tran}}$,进而得到 $\boldsymbol{P}^{\mathrm{o}}_k$ 与各传感器传输概率 $p_{k,\mathrm{tran}} = \{p^1_{k,\mathrm{tran}}, p^2_{k,\mathrm{tran}}, \cdots, p^N_{k,\mathrm{tran}}\}$ 之间的函数关系。

设计最优传输概率 $\{\breve{p}^1_{k,\mathrm{tran}}, \breve{p}^2_{k,\mathrm{tran}}, \cdots, \breve{p}^N_{k,\mathrm{tran}}\}$ 使得 $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}^{\mathrm{o}}_k)$ 最小,可通过求解如下优化问题得到

$$\begin{aligned}&\min_{\{p^1_{k,\mathrm{tran}}, p^2_{k,\mathrm{tran}}, \cdots, p^N_{k,\mathrm{tran}}\}} \mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}^{\mathrm{o}}_k)\\ &\mathrm{s.t.}\ 0 \leqslant p^i_{k,\mathrm{tran}} \leqslant 1 \qquad i = 1,2,\cdots,N\end{aligned} \tag{28}$$

然而由式(19)可知,为得到 $\boldsymbol{P}^{\mathrm{o}}_k$ 需计算高维矩阵 $\boldsymbol{P}_k = \begin{bmatrix}\boldsymbol{P}^{1,1}_k & \cdots & \boldsymbol{P}^{1,N}_k\\ \vdots & & \vdots\\ \boldsymbol{P}^{N,1}_k & \cdots & \boldsymbol{P}^{N,N}_k\end{bmatrix}$ 的逆,当传感器数量增加时,计算复杂度大大增加,并且 $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}^{\mathrm{o}}_k)$ 的优化需要处理局部估计误差之间的交联,因此很难满足实时性要求。为有效降低计算量,可用一个简单实用的判定原则来得到一组次优的传输概率,从而避免 $\boldsymbol{P}_k$ 的求逆计算和处理局部估计误差之间的交联。

定义 $J(\boldsymbol{P}_k) = (\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{o}}\boldsymbol{P}^{-1}_k\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}}) > 0$,可以得到 $\dfrac{\partial\mathrm{Tr}(J^{-1}(\boldsymbol{P}_k))}{\partial J(\boldsymbol{P}_k)} = -J^{-2}(\boldsymbol{P}_k) < 0$,$\dfrac{\partial\mathrm{Tr}(J(\boldsymbol{P}_k))}{\partial\boldsymbol{P}_k} = -(\boldsymbol{P}^{-1}_k\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}})(\boldsymbol{P}^{-1}_k\boldsymbol{I}_{\mathrm{o}})^{\mathrm{T}} \leqslant 0$,可知函数 $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{P}_k))$ 和 $\mathrm{Tr}(J(\boldsymbol{P}_k))$ 分别是单调递减的,由此可得到

$$\begin{cases}\min\ \mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}^{\mathrm{o}}_k) =\\ \qquad \min\ \mathrm{Tr}(J^{-1}(\boldsymbol{P}_k)) \Leftrightarrow \max\ \|J(\boldsymbol{P}_k)\|_2\\ \max\ \mathrm{Tr}(J(\boldsymbol{P}_k)) \Leftrightarrow \min\ \|\boldsymbol{P}_k\|_2\end{cases} \tag{29}$$

对于矩阵 $\boldsymbol{P}_k \in \boldsymbol{R}^{n\times n}$,有如下不等式成立:

$$\frac{1}{n}\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k) \leqslant \|\boldsymbol{P}_k\|_2 \leqslant \mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k) \tag{30}$$

由式(29)可知,在松弛条件式(30)下,优化问题式(28)可以转化为如下形式:

$$\begin{aligned}&\min_{\{p^1_{k,\mathrm{tran}}, p^2_{k,\mathrm{tran}}, \cdots, p^N_{k,\mathrm{tran}}\}} \mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k)\\ &\mathrm{s.t.}\ 0 \leqslant p^i_{k,\mathrm{tran}} \leqslant 1 \qquad i = 1,2,\cdots,N\end{aligned} \tag{31}$$

显然,优化问题式(31)的最优解并不是式(28)的最优解,而是式(28)的一组次优解,但是这样处理的好处是避免了对 $\boldsymbol{P}_k$ 进行求逆计算和处理局部估计误差之间的交联,有效降低了计算复杂度,提高了实时性。

因为 $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k) = \sum_{i=1}^{N}\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}^{i,i}_k)$,因此优化问题式(31)可转化为如下形式:

$$\begin{aligned}&\min_{\{p^1_{k,\mathrm{tran}}, p^2_{k,\mathrm{tran}}, \cdots, p^N_{k,\mathrm{tran}}\}} \sum_{i=1}^{N}\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}^{i,i}_k)\\ &\mathrm{s.t.}\ 0 \leqslant p^i_{k,\mathrm{tran}} \leqslant 1 \qquad i = 1,2,\cdots,N\end{aligned} \tag{32}$$

优化问题式(32)相比于式(28)避免了高维矩阵的求逆,降低了求解的计算复杂度。通过求解式(32)可得到一组次优的传输概率 $\{p^{1*}_{k,\mathrm{tran}}, p^{2*}_{k,\mathrm{tran}}, \cdots, p^{N*}_{k,\mathrm{tran}}\}$。

4　算例仿真

本文考虑由 3 个传感器观测某不间断电源系统[15],系统矩阵 $\boldsymbol{A}_k = \begin{bmatrix}0.9226 & -0.6330 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$,$\hat{\boldsymbol{A}}_k = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$,测量矩阵 $\boldsymbol{C}^1_k = \begin{bmatrix}0.02 & 0.02 & 0.01\\ 0 & 0.03 & 0.01\end{bmatrix}$,

http://hbxb.buaa.edu.cn

$\boldsymbol{C}_k^2=\begin{bmatrix}0.02 & 0.05 & 0.09\\ 0.01 & 0.05 & 0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{C}_k^3=\begin{bmatrix}0 & 0.01 & 0.01\\ 0.01 & 0.05 & 0.1\end{bmatrix}$，系统噪声 $\boldsymbol{w}_k=\begin{bmatrix}0.02\\ 0.06\\ 0.01\end{bmatrix}p_k$，测量噪声 $\boldsymbol{v}_k^1=\begin{bmatrix}0.12\\ 0.02\end{bmatrix}q_k^1$，$\boldsymbol{v}_k^2=\begin{bmatrix}0.03\\ 0.02\end{bmatrix}q_k^2$，$\boldsymbol{v}_k^3=\begin{bmatrix}0.01\\ 0.04\end{bmatrix}q_k^3$，$p_k$、$q_k^1$、$q_k^2$ 和 q_k^3 为互不相关的零均值白噪声，其协方差均为 1。设乘性噪声 g_k 在区间 $\boldsymbol{D}_g=[-0.1,0.1]$ 上服从均匀分布，$\boldsymbol{D}_g$ 表示区间。系统初值 $\boldsymbol{x}_0$ 的 3 个状态分量服从均值为 0 方差为 1 的正态分布，状态估计初值 $\hat{\boldsymbol{x}}_0=[2\quad 2]^{\mathrm{T}}$，$\hat{\boldsymbol{x}}_0^{\mathrm{o}}=\hat{\boldsymbol{x}}_0^1=\hat{\boldsymbol{x}}_0^2=\hat{\boldsymbol{x}}_0^3=\hat{\boldsymbol{x}}_0$，$\boldsymbol{P}_0^{\mathrm{o}}=\boldsymbol{P}_0^{1,1}=\boldsymbol{P}_0^{2,2}=\boldsymbol{P}_0^{3,3}=\begin{bmatrix}0.19 & 0 & 0\\ 0 & 0.09 & 0\\ 0 & 0 & 0.08\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{P}_0^{1,2}=\boldsymbol{P}_0^{2,3}=\boldsymbol{P}_0^{1,3}=\begin{bmatrix}0.07 & 0.02 & 0.03\\ 0.07 & 0.09 & 0.05\\ 0.01 & 0.08 & 0.12\end{bmatrix}$，线性编码组合系数取为 $\boldsymbol{\zeta}_L^1=\boldsymbol{\zeta}_L^2=\boldsymbol{\zeta}_L^3=[1,0.5,0.5]^{\mathrm{T}}$，丢包率 $P_c(1)=0.10$，$P_c(2)=0.38$，$P_c(3)=0.42$。根据式(18)计算出每一时刻分布式融合估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{o}}$。

分布式融合估计值和各传感器局部最优估计值的计算结果如图 2 所示。5 条曲线分别表示系统真实状态 $\boldsymbol{x}_k$、融合估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{o}}$、局部最优估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^1$、$\hat{\boldsymbol{x}}_k^2$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^3$。由图 2 可以看出，融合估计和局部估计均能较好地跟踪系统真值。图 3 表示融合估计和各传感器局部估计的估计误差协方差矩阵的迹的仿真结果。由图 3 可以看出，融合估计误差协方差矩阵的迹小于每一个局部估计误差协方差矩阵的迹，从而验证了式(20)。图 4 表示每一时刻计算得到的次优传输概率 $\{p_{k,\mathrm{tran}}^{1*},p_{k,\mathrm{tran}}^{2*},p_{k,\mathrm{tran}}^{3*}\}$ 的计算结果。图 4 可以看出，次优传输概率在最开始随着各局部误差协方差矩阵的变化而变化，最终随着误差协方差矩阵的稳定而稳定，其稳定值为 $\{0.06,0.999,0.999\}$，由式(22)和式(33)可知次优传输概率的计算是离线进行的。表 1 为不同传输概率下所得到的融合估计误差协方差矩阵的迹趋于稳定的计算结果。由表 1 可以看出，传感器传输概率增大并不意味着融合估计精度会提高，计算出的稳定传输概率 $\{0.06,0.999,0.999\}$ 虽不是全局最优解，但是次优解的精度损失不大，更重要的是其计算过程简单，避免了高维矩阵的求逆，能够有效提高实时性。图 5 表示，当乘性噪声分别在区间 $D_g=[-0.1,0.1]$、$D_g=[-0.3,0.3]$ 和 $D_g=[-0.5,0.5]$ 上服从均匀分布时，得到的融合估计误差协方差矩阵的迹 $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{o}})$ 的计算结果。由图 5 可以看出，g_k 的方差越大，即区间 $\boldsymbol{D}_g$ 的宽度越大，代表模型的不确定性越大，对应的 $\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{o}})$ 越大，即融合估计误差越大，这符合实际情况。图 6 表示是否应用线性编码对原始测量数据进行处理得到的融合估计误差对比情况。由图 6 可知，应用线性编码后得到的融合估计误差更小，这是因为线性编码方法有效补偿了丢失的原始测量数据信息，并且新的传输量与原始测量值维数相同，并未引入额外的计算负担。

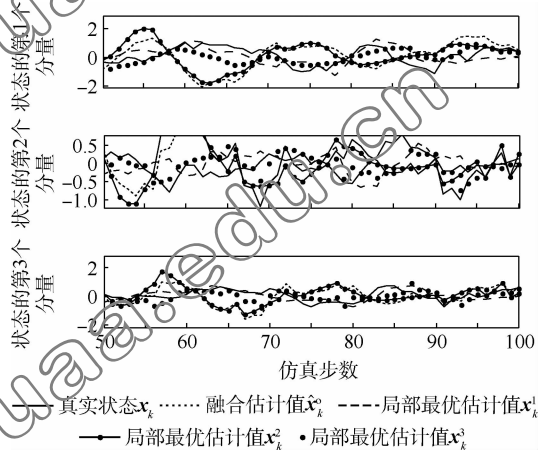


图 2 真实状态、融合及局部最优估计值计算结果

Fig. 2 Calculation results of true state, fusion and locally optimal estimates

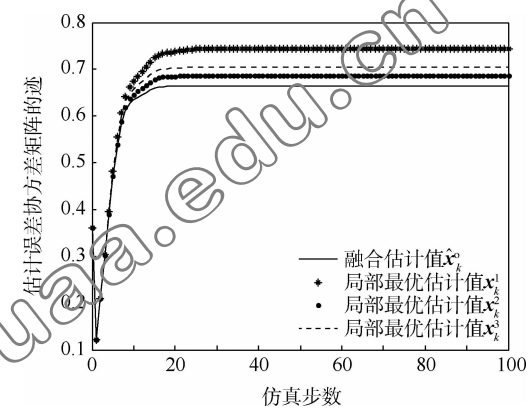


图 3 估计误差协方差矩阵的迹计算结果

Fig. 3 Calculation results of trace of estimation error covariance matrixes

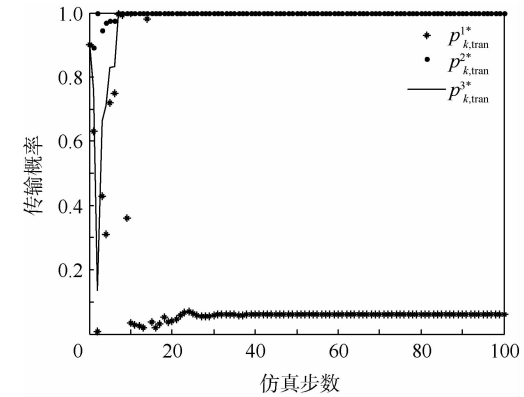


图 4 次优传输概率计算结果

Fig. 4 Calculation results of suboptimal transmission rates

http://bhxb.buaa.edu.cn

表 1　不同传输概率下的融合估计精度

Table 1　Fusion estimation accuracy with different transmission rates

$p^*_{k,\mathrm{tran}}$	$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}^o_{200})$
{0.06,0.999,0.999}	0.7077
{1,1,1}	0.7130
{0.9,0.9,0.9}	0.7152
{0.5,0.5,0.5}	0.7244

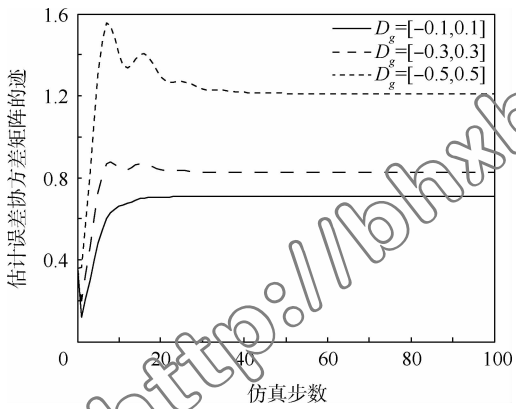


图 5　乘性噪声与融合估计精度的关系

Fig. 5　Relationship between multiplicative noise and fusion estimation accuracy

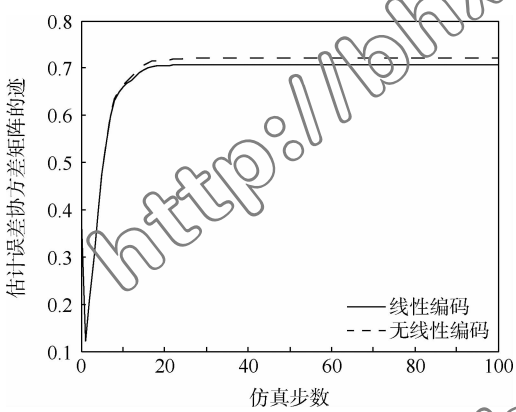


图 6　线性编码对融合估计精度的影响

Fig. 6　Effects of linear coding on fusion estimation accuracy

5　结 束 语

本文利用线性编码方法对非固定丢包在发送端进行补偿,降低了信息损失;建立了分布式融合估计误差协方差与各传感器传输概率的关系,在融合精度损失不大的前提下,得到一组次优的传感器传输概率,避免了高维矩阵的求逆计算和处理局部估计误差之间的交联,有效提高了实时性。结果表明,模型的不确定性越大,融合估计误差越大。因此,在实际中可通过减小建模的不确定性来提高融合估计精度。

参考文献(References)

[1] MA J, SUN S. Optimal linear estimators for multi-sensor stochastic uncertain systems with packet losses of both sides[J]. Digital Signal Processing, 2012, 6(9): 839-848.

[2] HAN C, ZHANG H, FU M. Optimal estimation for networked systems with Markovian communication delays[J]. Automatica, 2013, 49(10): 3098-3104.

[3] CHEN B, YU L, ZHANG W A. Distributed fusion estimation with missing measurements, random transmission delays and packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(7): 961-967.

[4] ZHANG W A, YU L, FENG G. Optimal linear estimation for networked systems with communication constraints[J]. Automatica, 2011, 47(9): 1992-2000.

[5] SUN S L. Optimal linear filters for discrete-time systems with randomly delayed and lost measurements with/without time stamps[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(6): 1551-1556.

[6] SILVA E, SOLIS M. An alternative look at the constant-gain Kalman filter for state estimation over erasure channels[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(12): 3259-3265.

[7] NAEEM K, SAJJAD F, GU D W. Improvement on state estimation for discrete-time LTI systems with measurement loss[J]. Measurement, 2010, 43(10): 1609-1622.

[8] ZHANG L J, YANG L X, GUO L D, et al. Optimal estimation for multiple packet dropouts systems based on measurement predictor[J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11(9): 1943-1950.

[9] SCHENATO L. Optimal estimation in networked control systems subject to random delay and packet drop[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(5): 1311-1317.

[10] SUI T J, YOU K Y, FU M Y, et al. Stability of MMSE state estimators over lossy networks using linear coding[J]. Automatica, 2015, 51: 167-174.

[11] SUI T J, YOU K Y, FU M Y. Optimal sensor scheduling for state estimation over lossy channel[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(16): 2458-2465.

[12] 赵国荣,韩旭,卢建华. 一种基于数据驱动传输策略的带宽受限的分布式融合估计器[J]. 自动化学报, 2015, 41(9): 1649-1658.
ZHAO G R, HAN X, LU J H. A decentralized fusion estimator using data-driven communication strategy subject to bandwidth constraints[J] Acta Automatica Sinca, 2015, 41(9): 1649-1658(in Chinese).

[13] BATTISTELLI G, BENAVOLI A, CHISCI L. Data-driven communication for state estimation with sensor networks[J]. Automatica, 2012, 48(5): 926-935.

[14] LI N, SUN S L, MA J. Multi-sensor distributed fusion filtering for networked systems with different delay and loss rates[J]. Digital Signal Processing, 2014, 34: 29-38.

[15] SUN S L, WANG G. Modeling and estimation for networked systems with multiple random transmission delays and packet losses[J]. Systems & Control Letters, 2014, 73(12): 6-16.

http://bhxb.buaa.edu.cn

作者简介：

韩旭 男，博士，助理研究员。主要研究方向：飞行器制导与控制、飞行器任务规划。

赵国荣 男，博士，教授。主要研究方向：飞行器控制与导航技术。

王康 男，博士，助理研究员。主要研究方向：飞行器故障检测。

A decentralized fusion estimator using linear coding compensation method with non-fixed dropout rates

HAN Xu[1], ZHAO Guorong[2]*, WANG Kang[2]

(1. Unit 91001 of the PLA, Beijing 100036, China; 2. Coast Guard College, Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

Abstract: The networked multi-sensor fusion estimation problem is investigated in the paper for a class of networked system with non-fixed packet loss rates, which aims to solving the problem of modeling of non-fixed packet loss rates in wireless channel and the problem of dropout compensation. The dropout rate of the wireless channel is assumed to be non-fixed. A linear coding method is used at the sensor by combining the past several measurements to get a new measurement, which compensates the data. First, a recursive locally optimal estimator is designed by minimizing the mean square error accounting for the non-Gaussian non-white noise random disturbance of the system matrix and making good use of the real-time arrival information based on the received measurement. Second, the functional relationship between the fusion estimation error covariance and sensor transmitting probability is derived. Finally, simulation example is given to confirm the effectiveness of the proposed method.

Keywords: linear coding; non-Gaussian noise; non-fixed dropout rate; dropout compensation; decentralized fusion estimation

http://bhxb.buaa.edu.cn

Received: 2019-07-01; **Accepted**: 2019-08-23; **Published online**: 2019-08-29 10:09

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20190829.0856.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61473306)

* **Corresponding author**. E-mail: grzhao6881@163.com