http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0350

非线性多目标概率约束规划免疫优化算法

张仁崇[1], 张著洪[2,*]

(1. 贵州商学院 计算机与信息工程学院, 贵阳 550014; 2. 贵州大学 大数据与信息工程学院, 贵阳 550025)

摘 要: 针对噪声信息未知的一般非线性多目标概率约束规划(MOPCP)问题,探讨基于危险理论的多目标免疫优化算法(MOIOA)。算法设计中,借助自适应采样方法估计机会约束的概率和目标值;借助危险理论蕴含的应答模式分割进化种群为已感染、易感染和未感染子群;借助二进制交叉、自适应变异概率、多项式变异策略平衡种群的全局与局部搜索能力。与7种算法相比较获得的数值结果表明,所提算法的搜索效率有明显优势且搜索效果有一定的优越性,同时对复杂工程问题有应用潜力。

关 键 词: 多目标概率约束规划(MOPCP); 免疫优化; 危险理论; 自适应采样; 随机模拟

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A **文章编号**: 1001-5965(2020)05-0900-15

工程优化设计中,诸如水资源调度[1]、再制造加工[2]、电网[3]、养分负荷消减[4]等问题均可通过性能指标是相互冲突且满足概率约束限制的多目标概率约束规划(Multi-Objective Probabilistic Constrained Programming, MOPCP)加以描述。当随机变量的概率分布信息已知时,可将此类问题转化为等价的确定性多目标约束规划问题,进而可利用数学规划方法或静态多目标智能优化算法求解[5]。可是,在应用中,由于随机变量或噪声的分布常是未知的,导致模型的等价转换变得不可能。一旦赋予随机变量较大的样本容量,可经由静态多目标智能优化算法求解问题的解,但计算开销大,执行效率低。当随机变量的概率分布已知时,如正态分布或指数分布,机会约束可通过复杂的转换变为确定性的约束条件[6-10];与此同时,重要采样[11]、拉丁超立方采样[12]能被用于估计机会约束的概率,但效率低、估计偏差大。蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)随机模拟是一种易于实现且不受限于噪声先验信息的期望值估计方法。基于此,静态采样、动态采样[13]、自适应采样[14-17]已作为随机规划中估计目标函数值和处理机会约束的代表性方法。静态采样简单且易于应用,但计算开销大;动态采样使随机变量的样本大小随迭代次数动态变化,但个体的优劣辨析难;自适应采样要求个体的样本大小由其优劣程度决定,优于动态采样。

从智能优化角度,极为罕见有一般类型MOPCP的成果报道,但源于特定领域的MOPCP的研究已取得一定进展;主要研究集中于模型设计和基于权重系数法的智能优化算法[2,18-21]。张国新等[18]针对空降突破点的决策或供应商的选择问题[19],构建MOPCP模型,并借助权重系数法转化此模型为单目标决策模型,进而借助随机模拟或双重随机模拟、神经网络获得混合单目标遗传算法。另外,文献[2,20-23]借助隶属度函数设

收稿日期: 2019-07-03; **录用日期**: 2019-09-27; **网络出版时间**: 2019-10-16 10:25
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20191015.1739.005.html
基金项目: 国家自然科学基金(61563009); 贵州省教育厅青年科技人才成长项目(黔教合KY字[2018]276); 贵州省大数据应用工程研究中心(黔教合KY字[2017]022)

* **通信作者**. E-mail: zhzhang@gzu.edu.cn

引用格式: 张仁崇, 张著洪. 非线性多目标概率约束规划免疫优化算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(5): 900-914.
ZHANG R C, ZHANG Z H. Immune optimization algorithm for nonlinear multi-objective probabilistic constrained programming[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(5): 900-914 (in Chinese).

http://bhxb.buaa.edu.cn

计工程问题的多目标模糊机会约束规划模型,并利用权重系数法或模糊模拟将模型转化为单目标规划模型,进而设计改进型遗传算法或蝙蝠优化算法进行求解。对于 MOPCP 的多目标智能优化研究,Virivinti 和 Mitra[24] 针对含非线性相关不确定参数的工业磨削加工问题,提出一种基于非支配排序遗传算法(NSGA-Ⅱ)的多目标模糊机会约束规划方法;谢仕炜等[3] 针对电网最优负荷削减问题设计多目标多级机会约束规划模型,进而利用拉丁超立方采样处理性能指标和约束条件,并利用 NSGA-Ⅱ进行求解。Mehlawat 和 Gupta[25] 基于可靠性理论,构建表征 COTS 产品选择问题的多目标模糊机会约束规划模型,进而利用顺序偏好近似解方法将该模型转化为双目标规划模型,并利用补偿模糊方法求解此模型的有效解。

综上,探讨执行效率高、寻优效果好、噪声抑制能力强、应用潜力大的新型高性能智能优化算法,是求解 MOPCP 的关键,但研究成果极为匮乏。免疫优化作为人工免疫系统中极为重要的研究分支[26],因其具有较好的群体多样性且模块设计灵活,使得与几种经典智能算法相比,在解决多模态优化问题中具有独特的优势,且已获得一系列求解静态或动态多目标优化问题的研究成果[27-29],但很少触及多目标概率约束优化问题。至于免疫理论是否有助于解决 MOPCP 仍需深入探讨。危险理论作为不同于自我和非自我识别的免疫理论,解释了免疫应答如何被触发的过程。虽然可借鉴其设计算法解决异常检测、碰撞回避和动态规划问题[30-32],且求解不确定多目标期望值规划已呈现一定优势[14,33-34],但是否有助于解决多目标概率约束优化问题仍是悬而未决的。基于此,本文针对随机变量的概率分布未知的一般 MOPCP 问题,依据危险理论蕴涵的免疫应答机理,探讨多目标免疫优化算法(Multi-Objective Immune Optimization Algorithm,MOIOA)。

1　问题描述与概率估计

1.1　问题描述

一般类型的多目标机会约束规划模型可描述为

$$\min\ [\bar{f}_1(\boldsymbol{x}),\bar{f}_2(\boldsymbol{x}),\cdots,\bar{f}_J(\boldsymbol{x})]$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\Pr\{f_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}) \leqslant \bar{f}_i(\boldsymbol{x})\} \geqslant \alpha_i & 1 \leqslant i \leqslant I\\ p_j(\boldsymbol{x}) \equiv \Pr\{G_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}) \leqslant 0\} \geqslant \beta_j & 1 \leqslant j \leqslant J\\ g_k(\boldsymbol{x}) \leqslant 0, h_l(\boldsymbol{x}) = 0 & 1 \leqslant k \leqslant K, 1 \leqslant l \leqslant L\\ \boldsymbol{x} \in D = \prod_{i=1}^{p}[a_i,b_i]\end{cases}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 为决策向量;$D \in \mathbf{R}^p$ 为有界闭区域;a_i 和 b_i 为解向量的分量区间的左右端点;$\boldsymbol{\xi} \in \mathbf{R}^q$ 为分布信息未知的随机向量;$\Pr\{\cdot\}$ 为概率算子;$\alpha_i \in [0,1]$ 和 $\beta_j \in [0,1]$ 为置信水平;$f_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi})$ 和 $G_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi})$ 分别为关于 $\boldsymbol{x}$ 非线性且连续的随机目标和约束函数;$g_k(\boldsymbol{x})$ 和 $h_l(\boldsymbol{x})$ 为确定性约束函数;I、J、K 和 L 分别为目标向量维数、概率约束个数、不等式约束个数和等式约束个数。在候选解 $\boldsymbol{x}$ 处,当 $\boldsymbol{\xi}$ 的样本大小 $n(\boldsymbol{x})$(简称 $\boldsymbol{x}$ 的样本大小)给定后,借助 MC 随机模拟可确定子目标函数 $\bar{f}_i(\boldsymbol{x})$ 的估计值[35]。满足以上所有约束条件的候选解 $\boldsymbol{x} \in D$ 被称为可信解。引入如下约束违背量函数 $\Gamma(\boldsymbol{x})$:

$$\Gamma(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\max\{\beta_j - \hat{p}_j(\boldsymbol{x}),0\} + \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\max\{g_k(\boldsymbol{x}),0\} + \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}h_l^2(\boldsymbol{x}) \quad (1)$$

式中:

$$\hat{p}_j(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{n(\boldsymbol{x})}\sum_{k=1}^{n(\boldsymbol{x})}I\{G_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}^k) \leqslant 0\} \quad (2)$$

其中:$I\{\cdot\}$ 为指示函数,其若条件为真,则取 1,否则取 0。显然,当 $n(\boldsymbol{x})$ 较大时,由大数定律可获 $\boldsymbol{x}$ 的经验目标值 $\hat{f}_i(\boldsymbol{x})$ 和概率估计值 $\hat{p}_j(\boldsymbol{x})$。此时,若 $\Gamma(\boldsymbol{x})=0$,则称 $\boldsymbol{x}$ 为经验可信解,否则称为经验非可信解。借助文献[34],引入适用于经验可信解之间比较的支配概念以及 Pareto 最优解的概念。

定义 1　对于任意经验可信解 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y} \in D$,称 $\boldsymbol{x}$ 支配 $\boldsymbol{y}$(即 $\boldsymbol{x} \prec \boldsymbol{y}$),如果:

$$\begin{cases}\hat{f}_i(\boldsymbol{x}) \leqslant \hat{f}_i(\boldsymbol{y}) & 1 \leqslant i \leqslant I, \exists j\\ \text{s.t.}\ \hat{f}_j(\boldsymbol{x}) < \hat{f}_j(\boldsymbol{y}) & 1 \leqslant j \leqslant I\end{cases} \quad (3)$$

定义 2　给定经验可信解 $\boldsymbol{x}^* \in D$,若在 D 中不存在经验可信解 $\boldsymbol{x}$ 使得 $\boldsymbol{x} \prec \boldsymbol{x}^*$,则称 $\boldsymbol{x}^*$ 是 MOPCP 的经验 Pareto 最优解。

1.2　概率估计

机会约束概率估计法是借助候选解 $\boldsymbol{x}$ 的样本下限 M、样本上限 T_n 及绝对误差幅度[15] 自适应确定随机变量的样本大小,进而估计约束条件中概率函数的值。算法描述如下:

算法 1　机会约束概率估计法。

步骤 1　输入参数:候选解 $\boldsymbol{x} \in D$,样本大小 T_n、M、m,置信水平 β_j,参数 J、δ。

步骤 2　置 $j \leftarrow 1$。

步骤 3　置 $s \leftarrow M(m+1)$,依据样本大小 s,经由式(2)计算第 j 个机会约束函数的概率估计值 $\hat{p}_j(\boldsymbol{x})$。

步骤 4　计算 $p_j(\boldsymbol{x})$ 与 $\hat{p}_j(\boldsymbol{x})$ 的绝对误差幅度:

http://bhxb.buaa.edu.cn

$$\Delta_j(\boldsymbol{x}) = u_{1-(1-\delta)/2}\sqrt{\hat{p}_j(\boldsymbol{x})(1-\hat{p}_j(\boldsymbol{x}))/s} \tag{4}$$

步骤 5 若 $s > T_n$ 或 $|\hat{p}_j(\boldsymbol{x}) - \beta_j| > \Delta_j(\boldsymbol{x})$，转步骤 6；否则，通过随机采样获取 $\boldsymbol{\xi}$，计算 $G_j(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi})$，依据式(5)更新 $\hat{p}_j(\boldsymbol{x})$：

$$\hat{p}_j(\boldsymbol{x}) \leftarrow (s\hat{p}_j(\boldsymbol{x}) + I\{G_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}) \leqslant 0\})/(s+1) \tag{5}$$

置 $s \leftarrow s+1$，转步骤 4。

步骤 6 置 $j \leftarrow j+1$，若 $j \leqslant J$，则转步骤 3；否则，依据式(1)计算并输出 $\boldsymbol{x}$ 的经验约束违背量。

注：$u_{1-(1-\delta)/2}$ 表示标准正态分布的 $1-(1-\delta)/2$ 分位数，$\delta \in (0,1)$ 为 B 细胞 $\boldsymbol{x}$ 的可信性判定参数。

算法 1 的算法设计中，T_n 和 M 为指定给随机变量的上下限样本大小，$M \leqslant T_n$；T_n 与当前时刻 n 有关。算法的计算复杂度由步骤 4、步骤 5 决定，且在最坏情形下，计算复杂度为 $O(JT_n + K + L)$。在算法初期，候选解 $\boldsymbol{x}$ 的采样规模 s 较小，计算效率高，此有助于快速确定经验可信区域；随着 s 的增大，$\boldsymbol{x}$ 是否为经验可信解能得到有效辨析。

目标值估计法是借助经验可信解 $\boldsymbol{x}$ 的样本下限 m 和上限 M_n 自适应确定采样大小，且通过加权方式估计目标值，算法描述如下：

算法 2 目标值估计法。

步骤 1 输入参数：经验可信解 $\boldsymbol{x}$，样本大小 M_n、m，置信水平 α_i，参数 I。

步骤 2 置 $i \leftarrow 1$。

步骤 3 置 $s \leftarrow m$。

步骤 4 依据 m 和 s，估计第 i 个子目标 $\bar{f}_i(\boldsymbol{x})$ 的估计值 $\hat{f}_i^s(\boldsymbol{x})$。

$$\hat{f}_i^s(\boldsymbol{x}) = \hat{f}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}^v) + \alpha_i(\hat{f}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}^{v+1}) - \hat{f}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}^v)) \tag{6}$$

式中：v 在 $\alpha_i > 0.5$ 时取 $\lfloor \alpha_i s \rfloor$，反之取 $\lceil \alpha_i s \rceil$；$\hat{f}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}^v)$ 为函数 $f_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi})$ 在样本大小 s 下的观测值升幂排列后的第 v 位置的值。

步骤 5 若 $s = m$，则 $\hat{f}_i(\boldsymbol{x}) = \hat{f}_i^s(\boldsymbol{x})$；否则 $\hat{f}_i(\boldsymbol{x})$ 依据式(7)更新：

$$\hat{f}_i(\boldsymbol{x}) = \frac{s-m}{s-m+2}\hat{f}_i(\boldsymbol{x}) + \frac{2}{s-m+2}\hat{f}_i^s(\boldsymbol{x}) \tag{7}$$

步骤 6 置 $s \leftarrow s+1$；若 $s \leqslant M_n$，转步骤 4；否则，转步骤 7。

步骤 7 置 $i \leftarrow i+1$，若 $i \leqslant I$，则转步骤 3；否则，输出 $\bar{f}(\boldsymbol{x})$ 的估计值。

算法 2 中，步骤 4 的计算复杂度为 $O(s^3)$。结合 $s \leqslant M_n$ 可知，该算法的计算复杂度为 $O(IM_n^3)$。在迭代初期，经验可信解 $\boldsymbol{x}$ 的样本大小小，搜索速度快；随着迭代次数 n 的增加，$\boldsymbol{x}$ 的目标估计值越逼近理论目标值。

2 危险理论与多目标免疫优化算法

2.1 危险理论

危险理论[36]是 Matzinger 于 1994 年率先提出的免疫学理论，其已突破传统的“自我-非自我”免疫应答的束缚。Matzinger 认为启动特异性免疫应答的关键是机体受损或非正常凋亡细胞释放的危险信号，并非是所有非自我物质。也就是说，当机体受损细胞或非正常凋亡细胞释放危险信号且抗原呈递细胞(APC)被激活后，免疫系统才进行特异性免疫应答，但对机体无害的非自我物质不作应答。具体而言，当机体的细胞因外来病毒物质而受损或者发生非正常凋亡时，免疫系统向辅助性 T 细胞释放信号 1，传达危害程度信息；APC/邻近细胞依据其健康状况释放信号 0 来激活 APC；APC 被激活后向辅助性 T 细胞传递信号 2，促使辅助性 T 细胞完全激活并产生淋巴因子，致使特异性免疫应答启动。从细胞感染角度，可将机体细胞分为已感染、易感染和未感染细胞；一旦有免疫细胞受到感染，免疫系统启动免疫应答并清除已感染细胞。

2.2 算法设计

鉴于 MOPCP 包含多个性能指标以及目标函数和约束条件存在随机变量，借助危险理论应答模式，设计算法 MOIOA 进行求解，如图 1 所示。

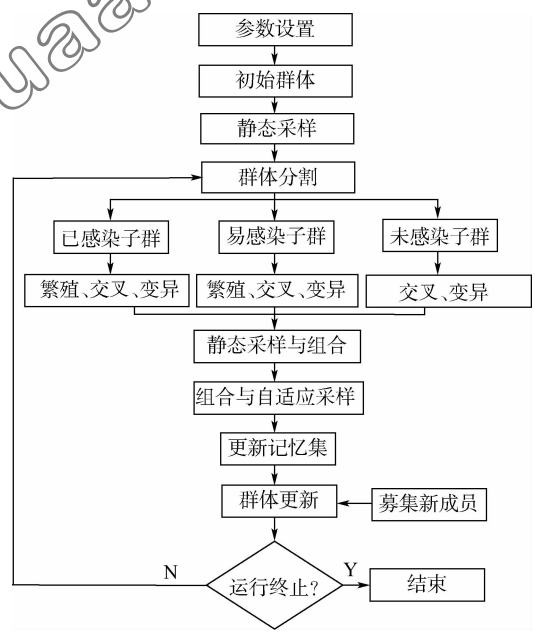


图 1 MOIOA 的流程图

Fig. 1 Flowchart of MOIOA

http://bhxb.buaa.edu.cn

图中,静态采样的作用是在随机变量的样本大小已知下,借助 MC 随机模拟,初步计算所有个体的经验约束违背量,同时估计经验可信个体的目标向量值。进一步,利用危险理论隐含的机理,将进化群体划分为已感染、易感染和未感染子群,其依次保存经验可信非支配个体、经验可信受支配个体和经验非可信个体。已感染、易感染子群经由繁殖、交叉和变异产生新个体,并借助静态采样将经验可信个体送入进化群,进而利用算法 1 重新评估群体中的个体是否是经验可信的,然后利用算法 2 估计个体的目标值。接着,利用群体中经验可信非支配个体更新记忆集;最后,借助记忆集和随机生成的个体更新进化群体。

为便于算法描述,将 MOPCP 视为危险信号,候选解被视为 B 细胞,获得的经验可信且是非支配的 B 细胞被视为记忆细胞。MOIOA 描述如下:

算法 3　多目标免疫优化算法。

步骤 1　输入参数:群体规模 N,初始样本大小 m 和 $M(m \leqslant M)$,交叉概率 p_c,记忆规模 $m_0(N \leqslant m_0)$,最大迭代数 $G_{\max}$,参数 η_m、λ。

步骤 2　置 $n \leftarrow 1$,记忆集 $M_{\text{set}} \leftarrow \varnothing$;随机产生规模为 N 的初始 B 细胞群 $A = \{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_N\}$,$M_{\text{set}} \leftarrow A$。

步骤 3　$T_n \leftarrow M(m+1)(\sqrt{1+n}^{1/2}+1)$,$M_n \leftarrow (m+M+1)(1+\mathrm{e}-\mathrm{e}^{n/G_{\max}})$;经由算法 1 计算群体 A 中每个 B 细胞的经验约束违背量 $\Gamma(\boldsymbol{x})$;经由算法 2 估计 A 中经验可信 B 细胞 $\boldsymbol{x}$ 的经验目标函数值 $\hat{f}(\boldsymbol{x}) = (\hat{f}_1(\boldsymbol{x}), \hat{f}_2(\boldsymbol{x}), \cdots, \hat{f}_l(\boldsymbol{x}))$。

步骤 4　A 中经验可信非支配 B 细胞构成已感染子群 B_1,经验可信受支配 B 细胞构成易感染子群 B_2,经验非可信 B 细胞构成未感染子群 B_3。

步骤 5　B_1 中各 B 细胞繁殖 3 个克隆,B_2 中各 B 细胞繁殖 2 个克隆。

步骤 6　B_1、B_2、B_3 中 B 细胞的变异概率如下:

$$p(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{G_{\max}}(1 - 1/p) & \boldsymbol{x} \in B_1 \\ 1 - \left(\dfrac{n}{G_{\max}}\right)^2 (1 - 1/p) & \boldsymbol{x} \in B_2 \\ 1 - \left(\dfrac{n}{G_{\max}}\right)^3 (1 - 1/p) \cdot \left[1 - \exp\left(\dfrac{\Gamma(\boldsymbol{x}) - \bar{g}_{\max}}{\bar{g}_{\max} - \bar{g}_{\min}}\right)\right] & \text{其他} \end{cases} \tag{8}$$

式中:p 为决策向量的维数;$\bar{g}_{\max}$ 和 $\bar{g}_{\min}$ 分别表示 B_3 中 B 细胞的最大、最小约束违背量。

步骤 7　B_1、B_2 中克隆 $\boldsymbol{x}_i$ 分别与 M_{set}、B_1 中随机选取的 B 细胞,及 B_3 中 B 细胞 $\boldsymbol{x}_i$ 与 $B_1 \cup B_2$ 中随机选取的 B 细胞,均执行熟知的二进制交叉(SBX)。$\boldsymbol{x}_i$ 经 SBX 获得 $\boldsymbol{x}'_i$;若 $\boldsymbol{x}'_i$ 的分量 x'_{ij} 越界,则执行如下越界处理:

$$x'_{ij} = \begin{cases} a_j + (x_{ij} - a_j)(1 - 2u) & u < 0.5 \\ x_{ij} + (b_j - x_{ij})(2 - 2u) & \text{其他} \end{cases} \tag{9}$$

式中:x_{ij} 为 $\boldsymbol{x}_i$ 的第 j 个分量;u 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布。进一步,B_1、B_2 中 B 细胞生成的 $\boldsymbol{x}'_i$ 依据变异概率 $p(\boldsymbol{x}_i)$ 执行分布指数为 $\eta_m \sqrt{n/G_{\max}} + 1$ 的多项式变异;B_3 中 B 细胞生成的 $\boldsymbol{x}'_i$ 依据 $p(\boldsymbol{x}_i)$ 执行如下变异[37]:

$$x''_{ij} = x'_{ij} + (b_j - a_j) \cdot U(-1,1) \tag{10}$$

$\boldsymbol{x}'_i$ 经变异获得 $\boldsymbol{x}''_i$。若 $\boldsymbol{x}''_i$ 的分量越界,则执行以上越界处理。经 SBX、多项式变异获得 B_1、B_2 和 B_3 对应的子群 B'_1、B'_2 和 B'_3。

步骤 8　依据 T_1、M_1 及步骤 3,评价 B'_1、B'_2 和 B'_3 中 B 细胞。

步骤 9　依据步骤 4,将群体 $B'_1 \cup B'_2 \cup B'_3$ 划分为已感染子群 B''_1、易感染子群 B''_2 和未感染子群 B''_3。

步骤 10　依据 T_n、M_n 和步骤 3,评价 A 和 B''_1 中所有 B 细胞;将 $A \cup B''_1$ 中经验非可信 B 细胞加入 B''_3 中。

步骤 11　将 $A \cup B''_1$ 中经验可信非支配 B 细胞加入 M_{set} 中,并仅保留非支配的 B 细胞。

步骤 12　若 $|M_{\text{set}}| > m_0$,则基于快速非支配排序法和传统拥挤距离法[38]仅保留 M_{set} 中 m_0 个优质 B 细胞。

步骤 13　若 $|M_{\text{set}}| \geqslant (1-\lambda)N$,则基于二人联赛选择和拥挤距离法,从 M_{set} 中随机选取 $(1-\lambda)N$ 个相异的 B 细胞与 λN 个随机生成的 B 细胞组合成规模为 N 的新群体 A;反之,若 $\left|B_3 \cup B''_3\right| + |M_{\text{set}}| \geqslant (1-\lambda)N$,则基于约束违背量和二人联赛选择,将 M_{set} 中记忆细胞、$B_3 \cup B''_3$ 中随机选取的 $(1-\lambda)N - |M_{\text{set}}|$ 个相异的 B 细胞以及 λN 个随机生成的 B 细胞组合成群体 A;否则,将 M_{set} 中 B 细胞与 $N - |M_{\text{set}}|$ 个随机生成的 B 细胞组合成群体 A。

步骤 14　若满足终止条件,则结束,输出 M_{set} 中记忆细胞;否则,置 $n \leftarrow n+1$,转步骤 4。

以上算法设计中,步骤 4、步骤 5 将进化种群划分为子群,目的在于使不同质量 B 细胞的

http://bhxb.buaa.edu.cn

繁殖数不同且有区别地参与进化;步骤 6、步骤 7 通过二进制交叉获取多样性较好的 B 细胞且借助自适应突变概率开采高质量的个体。步骤 11 搜集进化中产生的优质 B 细胞,并通过步骤 12 仅保留分布及多样性均较好的记忆细胞。步骤 13经由记忆细胞和随机生成的新 B 细胞产生下一代进化种群。

2.3 计算复杂度

经由算法 3 的算法描述,MOIOA 的计算复杂度由步骤 5 ~ 步骤 8 及步骤 10 ~ 步骤 12 确定。步骤 5 ~ 步骤 7 中 B 细胞的克隆执行繁殖、交叉和变异,计算复杂度为 $O(pN)$;步骤 8 及步骤 10 ~ 步骤 12 的计算复杂度依次为 $O(N(IM_n^3 + JT_1 + K + L))$、$O(N(IM_n^3 + JT_n + K + L))$、$O((4N + m_0)^2)$ 及 $O(I(4N + m_0)^2)$。概括起来,MOIOA 在最坏情形下的计算复杂度为

$$O_n = O(pN) + O(N(IM_n^3 + JT_1 + K + L)) + O(N(IM_n^3 + JT_n + K + L)) + O((4N + m_0)^2) + O(I(4N + m_0)^2) = O(N(IM_n^3 + JT_n + K + L + p + IN + Im_0) + m_0^2) \quad (11)$$

经由以上分析获知,MOIOA 的计算复杂度由 N、I、J、K、L、p、m_0、M_n 和 T_n 确定,其主要依赖于 M_n 和 T_n。由于 M_n 和 T_n 随着迭代次数的增加逐渐增大,所以该算法的群体规模 N 被限定取较小的值。

3 评价准则与数值实验

3.1 评价准则

为测试 MOIOA 的搜索性能,在此引用如下 3 种评价准则[14,33]。设算法 A' 和 A'' 求解 MOPCP 获得的经验可信非支配解集依次为 X 和 Y。

1)覆盖率 CR。CR 用于度量解集 X 和 Y 的优劣关系,其定义如下:

$$\mathrm{CR}(A',A'') = \frac{|\{\boldsymbol{y} \in Y \mid \exists \boldsymbol{x} \in X, \mathrm{s.t.}\ \boldsymbol{x} \prec \boldsymbol{y}\}|}{|Y|} \quad (12)$$

此表明,$0 \leqslant \mathrm{CR}(A',A'') \leqslant 1$;如果 $\mathrm{CR}(A',A'') > \mathrm{CR}(A'',A')$,则算法 A' 获得的解质量优于算法 A'' 的解质量,即 $\mathrm{CR}(A',A'')$ 越大,算法 A' 获得的解质量越好。

2)覆盖密度 CD。CD 用于度量解集 X 的分布性,其设计如下:

$$\mathrm{CD} = \sqrt{\frac{1}{|X|-1}\sum_{1 \leqslant i \leqslant |X|}(d_i - \bar{d})^2} \quad (13)$$

式中:$d_i = \min\{\|\hat{f}(\boldsymbol{x}_i) - \hat{f}(\boldsymbol{x}_j)\|_1, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j \in X, 1 \leqslant i,j \leqslant |X| \wedge i \neq j\}$,$\bar{d} = \frac{1}{|X|}\sum_{i=1}^{|X|} d_i$。

此表明,$0 \leqslant \mathrm{CD} \leqslant 1$;若 CD 越小,则 X 的分布越均匀,反之越分散。

3)覆盖范围 CS。CS 用于度量解集 X 在目标空间中覆盖的宽度,其设计如下:

$$\mathrm{CS} = \max\{\|\hat{f}(\boldsymbol{x}_i) - \hat{f}(\boldsymbol{x}_j)\|_1, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j \in X, 1 \leqslant i,j \leqslant |X|\} \quad (14)$$

此表明,若 CS 越大,则 X 的覆盖范围越宽。

3.2 数值实验

在 Windows 7、配置为 CPU/3.50 GHz、RAM/4.00 GB 的 Visual C + + 环境下展开数值实验。选取 7 种具有代表性的多目标优化算法 AgMOPSO[39]、MOEA/DD[40]、CMIGA[41]、NNIA[27]、MOPSO[42]、NSGA-Ⅱ[38] 和 SPEA-Ⅱ[43] 参与比较。由于 NNIA 与 SPEA-Ⅱ 属于非约束多目标优化算法,因此在本文中,它们利用约束支配准则[38] 执行个体选择。测试算例包括 2 个理论测试问题和 2 个工程优化问题。算法的最大迭代次数均设置为 300。经由算法调试以及兼顾效率和效果等因素,参与比较的算法的个体样本大小设置为 300[44],其他参数的设置可参见相应的文献。为避免随机变量对算法的搜索效果的评判的影响,各算法对每个测试问题均独立运行 100 次,获得的解集被用于比较分析,得到的解均在样本大小 10^4 下重新评价,目的在于力求获得解的理论目标值和约束违背量。

MOIOA 主要含 5 个可调参数,即 M、N、δ、η_m 和 λ。M 为机会约束中随机变量的样本大小下界,取值在 5 ~ 10 之间。另外,若群体规模 N 偏小,算法所获解的质量偏低;若偏大,则解的质量高,但算法的效率低;N 在记忆规模 m_0 的 2/10 ~ 3/10 之间取值。δ 为第 2 节中算法 1 的可信性判定参数,取值大于或等于 0.99。η_m 为变异幅度调控参数;若 η_m 偏大,则算法易陷入局部搜索;若偏小,则算法的局部搜索能力弱;η_m 取值在 20 ~ 25 之间。λ 为募集新成员的比例,取值一般在 0.05 ~ 0.08 之间[45-46]。经算法调试后,MOIOA 的参数设置为 $N = 10$,$m = 2$,$M = 10$,$\delta = 0.99$,$p_c = 0.9$,$\eta_c = 20$,$\eta_m = 23$,$\lambda = 0.1$,$m_0 = 50$。

3.2.1 性能测试与分析

问题 1 TNK 问题。

http://bhxb.buaa.edu.cn

$$\min\ [\bar{f}_1(\boldsymbol{x}),\bar{f}_2(\boldsymbol{x})]$$

s. t.

$$\begin{cases}\Pr\{x_1+\varpi_1\leqslant\bar{f}_1(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\ \Pr\{x_2+\varpi_2\leqslant\bar{f}_2(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\ \Pr\{-x_1^2-x_2^2+1+0.1\cos\theta+\varpi_3\leqslant 0\}\geqslant\alpha\\ \Pr\{(x_1-0.5)^2+(x_2-0.5)^2-0.5+\varpi_4\leqslant 0\}\geqslant\alpha\\ \theta=16\arctan(x_1/x_2)\qquad 0\leqslant x_1,x_2\leqslant\pi\\ \varpi_i=\xi_i-\mu-\sigma\Phi^{-1}(\alpha)\\ \xi_i\sim N(\mu,\sigma^2),1\leqslant i\leqslant 4,\mu=0,\sigma=0.1\end{cases}$$

式中:ϖ_1、ϖ_2、ϖ_3、ϖ_4、ξ_i 为随机变量;x_1、x_2 为决策向量 $\boldsymbol{x}$ 的分量;$N(\mu,\sigma^2)$ 为正态分布;$\Phi^{-1}(\alpha)$为正态分布函数的反函数;μ、σ 和 α 分别为均值、标准差和置信水平。

问题 1 经由 TNK[47] 扩展获之。TNK 的目标函数的取值范围小,约束函数是非线性的,非支配面是分段连续的。取 $\alpha=0.9$。在 3.1 节的评价指标下,各算法获得的统计结果如表 1 所示,表中:IAE、FR 和 AR 分别为平均约束违背量、可信解所占比例的均值和平均执行时间。各执行一次获得的非支配面和箱线图如图 2 所示,其中,图 2(a)~2(d)为理论非支配面 PFtrue 和 2 个算法获得的非支配面,图 2(e)~2(f)为 CD 和 CS 值的箱线图。

经由表 1 的 IAE、FR 可知,以上 8 种算法均可找到可信解且平均约束违背量较小,其中 MOIOA 的平均约束违背量最小,获得可信解的概率最高(80.21%)。这些算法均能处理以上问题的约束条件,但 MOIOA 的约束处理能力最强,原因在于:①MOIOA 利用自适应采样策略处理约束条件,这不仅能提高的搜索效率,而且能使优质个体获得的样本大小较大,差的个体获得的样本大小较小;②参与比较的算法均采用静态采样方法处理优化问题的随机因素,同时一个较大的样本大小(300)能使个体的评价值接近理论值。由 CD、CS 的均值可知,各算法的覆盖密度、覆盖范围的均值之间的差值较小,说明以上算法获得的解分布的差异性较小。由表 1 中 CR 均值可知,以上算法获得的解质量视乎没有明显差异,但由平均约束违背量指标 IAE 可知,MOIOA 具有一定的优势。进一步,由图 2(f)可知,NNIA、NSGA-Ⅱ、SPEA-Ⅱ的 CS 箱线图出现异常值,且异常值较小,因此它们获取的部分解属于局部最优解。

此外,经由 AR 的均值可知,MOIOA 的执行效率具有明显优势,且至少是 MOEA/DD、MOPSO、NSGA-Ⅱ、SPEA-Ⅱ的 6 倍,NNIA 的 8 倍,CMIGA 的 8 倍,以及是 AgMOPSO 的 15 倍。

问题 2　BNH 问题。

$$\min\ [\bar{f}_1(\boldsymbol{x}),\bar{f}_2(\boldsymbol{x})]$$

s. t.

$$\begin{cases}\Pr\{4x_1^2+4x_2^2+\varpi_1\leqslant\bar{f}_1(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\ \Pr\{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+\varpi_2\leqslant\bar{f}_2(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\ \Pr\{(x_1-5)^2+x_2^2-25+\varpi_3\leqslant 0\}\geqslant\alpha\\ \Pr\{7.7-(x_1-8)^2-(x_2+3)^2+\varpi_4\leqslant 0\}\geqslant\alpha\qquad -15\leqslant x_1,x_2\leqslant 30\\ \varpi_i=\xi_i-\mu-\sigma\Phi^{-1}(\alpha)\\ \xi_i\sim N(\mu,\sigma^2),1\leqslant i\leqslant 4,\mu=0,\sigma=1\end{cases}$$

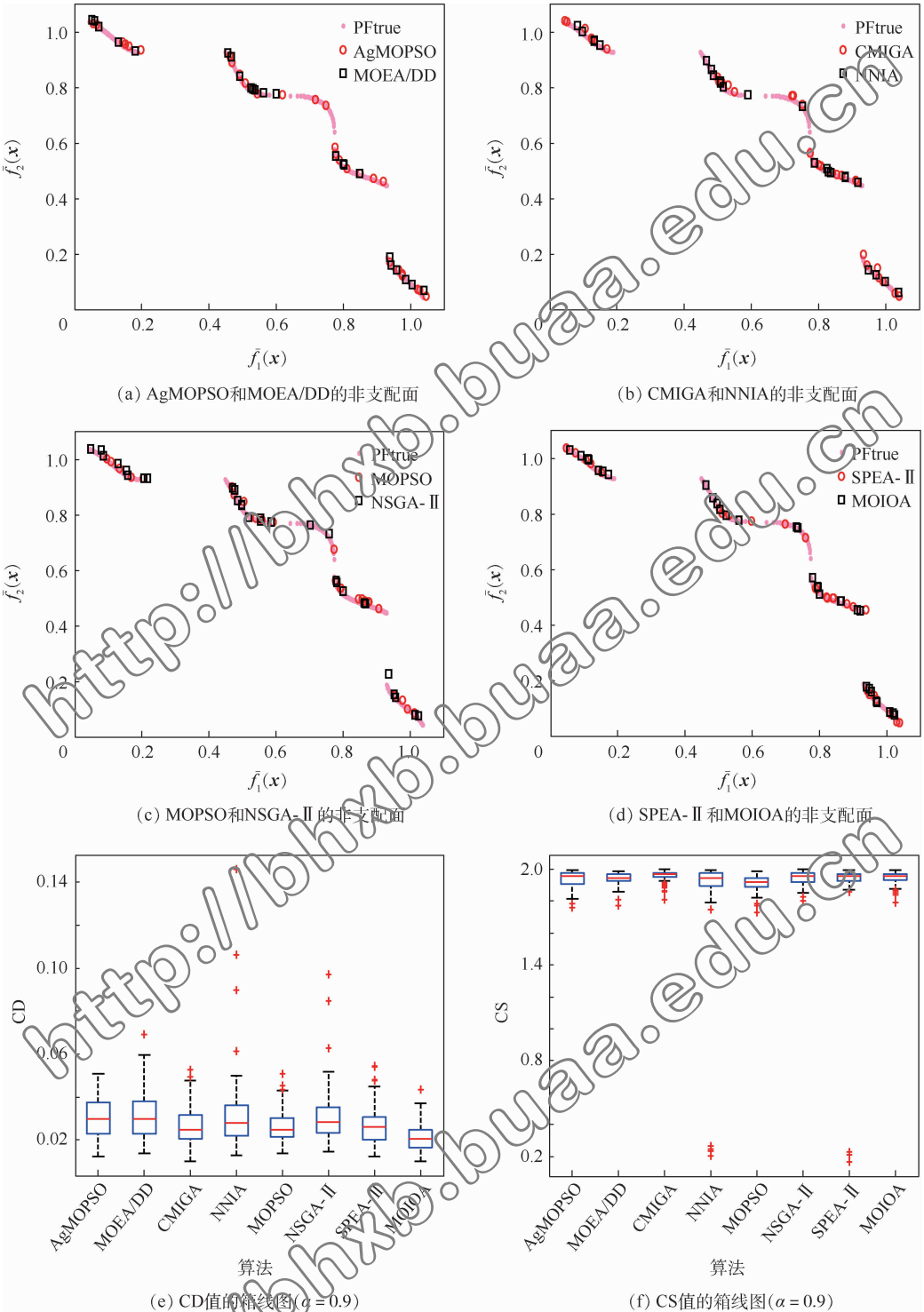
此问题是经扩展 BNH 问题[47] 而获之,其可信解存在的区域是非凸的,部分 Pareto 最优解位于此区域的边界上。加之,随机变量影响概率约束函数的概率估计和优质解的辨析,求解难度较大。取置信水平 $\alpha=0.9$。依据以上评价准则,各算法获得的统计结果和平均运行时间如表 2 所示,箱线图和一次运行得到的非支配面如图 3 所示。

表 1　不同算法在 $\alpha=0.9$ 下求解问题 1 获得的统计结果比较

Table 1　Comparison of statistical results of different algorithms for Problem 1 with $\alpha=0.9$

算法	CR 均值/%								CD 均值	CS 均值	IAE 均值/10^{-3}	FR 均值/%	AR 均值/s
	AgMOPSO	MOEA/DD	CMIGA	NNIA	MOPSO	NSGA-Ⅱ	SPEA-Ⅱ	MOIOA					
AgMOPSO	0	14.69	16.47	14.29	20.49	15.67	15.89	18.68	0.031	1.94	5.59	63.32	19.82
MOEA/DD	14.99	0	16.73	14.44	20.61	14.38	15.72	18.14	0.031	1.94	4.05	69.34	9.24
CMIGA	16.10	17.18	0	15.66	21.02	15.60	15.60	20.69	0.027	1.96	3.98	70.83	15.02
NNIA	13.27	14.13	15.40	0	19.83	13.56	12.77	17.61	0.032	1.82	5.82	59.50	11.13
MOPSO	12.64	13.92	14.11	12.69	0	13.28	12.49	17.57	0.026	1.91	3.90	71.96	8.63
NSGA-Ⅱ	14.21	15.41	15.89	14.81	21.20	0	14.27	19.68	0.031	1.95	4.82	64.73	8.73
SPEA-Ⅱ	13.86	14.78	16.55	14.71	20.38	14.11	0	20.00	0.027	1.89	4.03	68.73	9.38
MOIOA	14.46	14.78	15.29	12.05	20.35	13.44	14.24	0	0.021	1.94	2.33	80.21	1.22

http://bhxb.buaa.edu.cn



(a) AgMOPSO和MOEA/DD的非支配面　(b) CMIGA和NNIA的非支配面

(c) MOPSO和NSGA-Ⅱ的非支配面　(d) SPEA-Ⅱ和MOIOA的非支配面

(e) CD值的箱线图($\alpha=0.9$)　(f) CS值的箱线图($\alpha=0.9$)

图2　问题1的非支配面比较与CD、CS值的箱线图比较

Fig. 2　Comparison of Pareto fronts and comparison of box plots on CD and CS for Problem 1

经由表2的IAE、FR均值可知,MOIOA和参与比较的算法均能高概率地找到可信解,且平均约束违背量均小,此表明以上算法都能处理该问题的约束条件。由CR的均值可知,AgMOPSO的平均覆盖率最高,NNIA和MOIOA次之,而SPEA-Ⅱ获得的解最差。由CD、CS的均值及图3(e)~3(f)可知,AgMOPSO、CMIGA、NNIA、NSGA-Ⅱ、MOIOA获得的解分布较好且覆盖范围较宽,SPEA-Ⅱ次之。由图3(a)~3(d)可知,各算法均能稳定地获得近似最优解。总之,所有算法均能以较高概率发现可信解,但它们的性能有明显差异。综合解质量、解分布和算法产生的约束违背量,MOIOA具有一定的优势,而SPEA-Ⅱ求解以上问题的能力较弱。

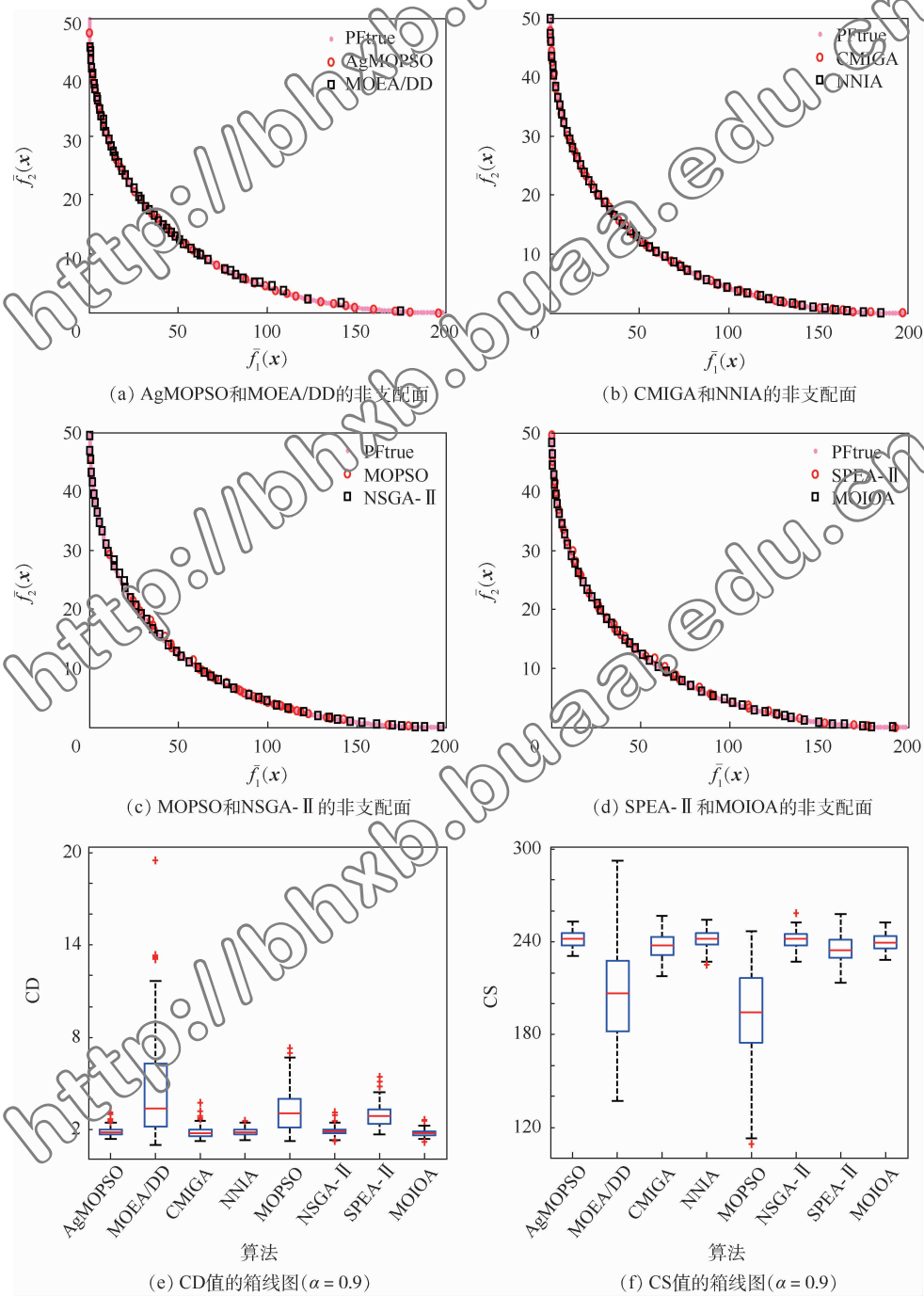
此外,经由AR的均值可知,MOIOA的执行效率有明显优势且至少是参与比较的算法的

http://bhxb.buaa.edu.cn

表 2　不同算法在 $\alpha=0.9$ 下求解问题 2 获得的统计结果比较

Table 2　Comparison of statistical results of different algorithms for Problem 2 with $\alpha=0.9$

算法	CR 均值/%								CD 均值	CS 均值	LAE 均值/10^{-5}	FR 均值/%	AR 均值/s
	AgMOPSO	MOEA/DD	CMIGA	NNIA	MOPSO	NSGA-Ⅱ	SPEA-Ⅱ	MOIOA					
AgMOPSO	0	11.77	12.99	9.09	12.89	13.01	24.37	9.07	1.92	241.73	0.39	99.96	20.31
MOEA/DD	3.51	0	10.94	7.08	11.51	11.22	21.44	7.01	4.60	206.70	0.33	99.98	11.35
CMIGA	4.85	10.22	0	7.55	10.27	10.69	21.01	7.17	1.86	237.76	0.48	99.98	17.44
NNIA	4.87	10.97	11.22	0	10.85	11.08	21.79	7.62	1.86	241.21	0.84	99.94	12.36
MOPSO	2.76	9.37	8.63	5.80	0	9.09	17.09	5.76	3.30	192.67	0.30	99.96	11.24
NSGA-Ⅱ	4.49	9.59	9.94	7.39	10.17	0	19.28	7.94	1.91	241.74	0.38	99.96	11.19
SPEA-Ⅱ	2.66	8.07	7.14	4.73	7.93	7.83	0	4.78	2.93	234.86	0.55	99.98	11.30
MOIOA	4.89	10.75	11.30	7.96	11.02	11.40	22.35	0	1.79	239.55	0	100	1.80



(a) AgMOPSO和MOEA/DD的非支配面　(b) CMIGA和NNIA的非支配面

(c) MOPSO和NSGA-Ⅱ的非支配面　(d) SPEA-Ⅱ和MOIOA的非支配面

(e) CD值的箱线图($\alpha=0.9$)　(f) CS值的箱线图($\alpha=0.9$)

图 3　问题 2 的非支配面比较与 CD、CS 值的箱线图比较

Fig. 3　Comparison of Pareto fronts and comparison of box plots on CD and CS for Problem 2

http://bhxb.buaa.edu.cn

5倍;MOEA/DD、MOPSO、NSGA-Ⅱ和SPEA-Ⅱ的效率相近且略高于NNIA和CMIGA的效率;AgMOPSO的求解所需时间最长。

3.2.2 工程应用

问题3 盘式制动器设计问题。

$$\min\ [\bar{f}_1(\boldsymbol{x}),\bar{f}_2(\boldsymbol{x})]$$

s.t.

$$\begin{cases}
\Pr\{4.9\times10^{-5}(x_2^2-x_1^2)(x_4-1)+\xi_1\leqslant\bar{f}_1(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{9.82\times10^{6}[x_3x_4\tau(\boldsymbol{x})]^{-1}+\xi_2\leqslant\bar{f}_2(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{20+x_1-x_2+\xi_3\leqslant0\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{2.5(x_4+1)-30+\xi_4\leqslant0\}\geqslant\alpha\\
\Pr\left\{\dfrac{x_3}{3.14(x_2^2-x_1^2)^2}-0.4+\xi_5\leqslant0\right\}\geqslant\alpha\\
\Pr\left\{\dfrac{2.22\times10^{-3}x_3(x_2^3-x_1^3)}{(x_2^2-x_1^2)^2}-1+\xi_6\leqslant0\right\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{900-2.66\times10^{-2}x_3x_4\tau(\boldsymbol{x})+\xi_7\leqslant0\}\geqslant\alpha\\
\tau(\boldsymbol{x})=(x_2^3-x_1^3)(x_2^2-x_1^2)^{-1}\\
55\leqslant x_1\leqslant80,75\leqslant x_2\leqslant110,\\
1\,000\leqslant x_3\leqslant3\,000,2\leqslant x_4\leqslant20,\\
\xi_i\sim N(0,1),1\leqslant i\leqslant7
\end{cases}$$

该问题经扩展盘式制动器设计问题[48]而获之,其包含4个决策变量(内径、外径、啮合作用力、摩擦表面的个数),5个机会约束函数,目标函数是制动时间、盘式制动器的质量函数。由于此问题的目标函数、约束函数均是高度非线性的,各决策变量的取值范围较大,因此在噪声环境下求解的难度极大。取置信水平$\alpha=0.6$。各算法获得的统计结果和平均运行时间如表3所示,得到的箱线图和1次运行生成的非支配面如下图4所示,图4(a)~4(d)为MOIOA和比较算法获得的非支配面,图4(e)~4(f)为CD和CS值的箱线图。

经由表3的IAE、FR均值可知,各算法均能高概率找到可信解,其中CMIGA和MOIOA的平均约束违背量较小。由CR的均值可知,CMIGA平均覆盖率高,MOIOA和MOEA/DD次之。经由CD、CS和图4,以上算法获得的解的覆盖宽度与分布没有明显差异;相对而言,CMIGA的解分布相对较差且出现部分解明显偏离Pareto面。由AR均值获知,MOIOA的搜索效率最高,其是MOEA/DD、MOPSO、NSGA-Ⅱ、SPEA-Ⅱ的3.7倍以上;NNIA的运行速度较慢,但快于CMIGA;AgMOPSO的搜索效率最低。

问题4 焊接梁设计问题。

$$\min\ [\bar{f}_1(\boldsymbol{x}),\bar{f}_2(\boldsymbol{x})]$$

s.t.

$$\begin{cases}
\Pr\{1.10471h^2l+0.04811tb(14.0+t)+\xi_1\leqslant\bar{f}_1(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{2.1952/(t^3b)+\xi_2\leqslant\bar{f}_2(\boldsymbol{x})\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{\tau(\boldsymbol{x})-13\,600+\xi_3\leqslant0\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{\sigma(\boldsymbol{x})-30\,000+\xi_4\leqslant0\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{h-b+\xi_5\leqslant0\}\geqslant\alpha\\
\Pr\{6\,000-P_c(\boldsymbol{x})+\xi_6\leqslant0\}\geqslant\alpha\\
\boldsymbol{x}=(h,b,l,t)\\
0.125\leqslant h,b\leqslant5.0,\\
0.1\leqslant l,t\leqslant10.0,\xi_2\sim N(0,0.01),\\
\xi_i\sim N(0,1),i=1,3,4,5,6
\end{cases}$$

式中:焊缝长度l、焊缝厚度h、梁的宽度t、梁的厚度b为决策变量;$P_c(\boldsymbol{x})$为梁的容许屈曲荷载,其表达式为

$$P_c(\boldsymbol{x})=64\,764.022(1-0.028\,234\,6t)tb^3$$

$$\tau(\boldsymbol{x})=\sqrt{(\tau')^2+(\tau'')^2+\frac{l\tau'\tau''}{\sqrt{0.25(l^2+(h+t)^2)}}}$$

$$\tau''=\frac{6\,000(14.0+0.5l)\sqrt{0.25(l^2+(h+t)^2)}}{2[0.707hl((l^2/12)+0.25(l^2+(h+t)^2))]}$$

$$\tau'=\frac{6\,000}{\sqrt{2}hl}$$

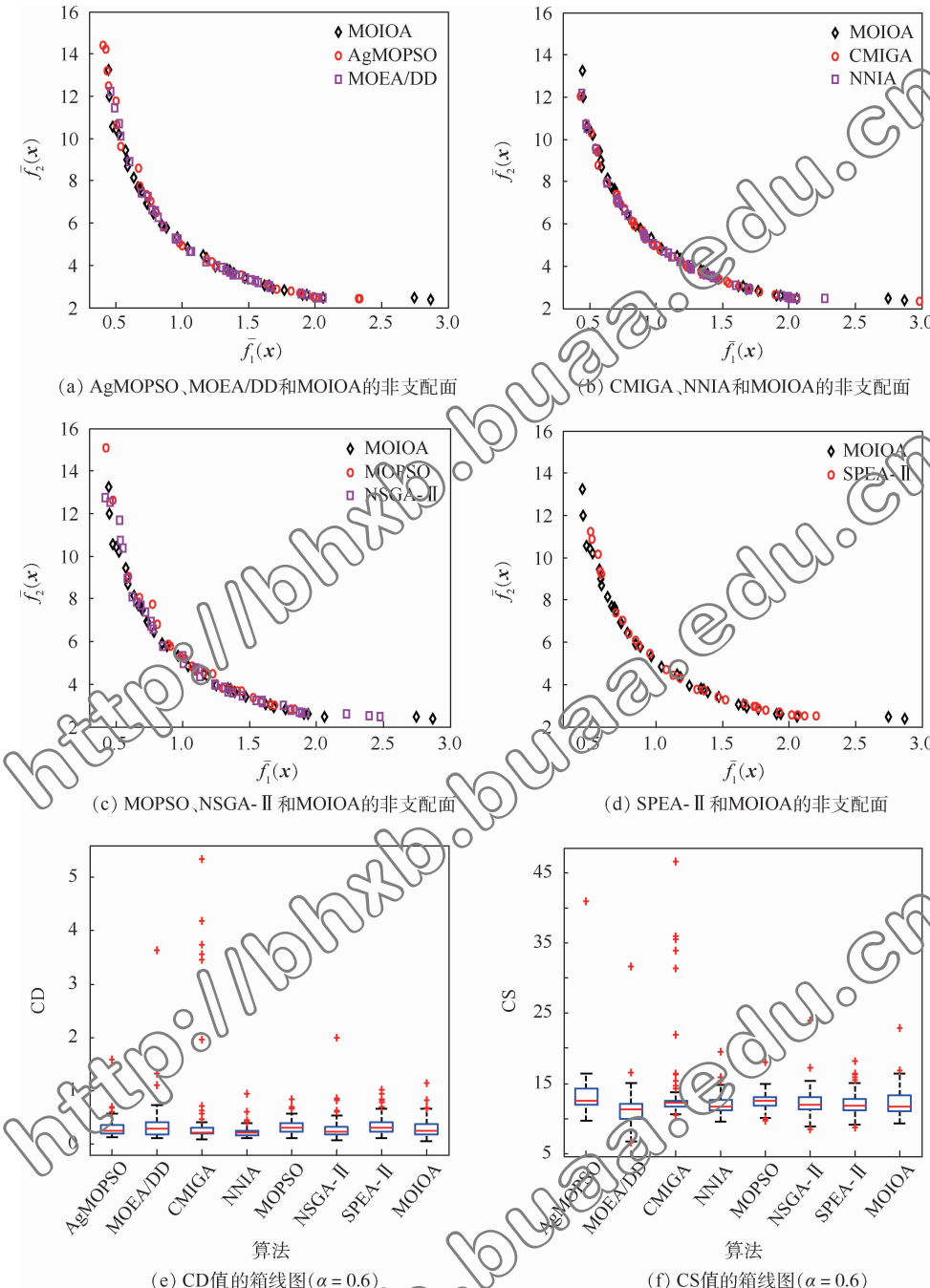
$$\sigma(\boldsymbol{x})=\frac{504\,000}{t^2b}$$

表3 不同算法在$\alpha=0.6$下求解问题3获得的统计结果比较

Table 3 Comparison of statistical results of different algorithms for Problem 3 with $\alpha=0.6$

算法	CR均值/%								CD均值	CS均值	IAE均值/10^{-4}	FR均值/%	AR均值/s
	AgMOPSO	MOEA/DD	CMIGA	NNIA	MOPSO	NSGA-Ⅱ	SPEA-Ⅱ	MOIOA					
AgMOPSO	0	15.61	8.54	18.39	34.82	18.91	21.89	17.39	0.32	13.22	6.61	96.07	26.04
MOEA/DD	24.41	0	9.39	21.02	40.11	21.33	25.70	21.82	0.37	11.26	4.50	97.46	12.20
CMIGA	39.40	30.80	0	34.64	58.93	35.43	41.33	33.28	0.46	13.54	1.70	98.80	20.26
NNIA	25.46	18.23	10.43	0	42.59	21.80	27.97	22.05	0.24	12.06	5.39	96.87	15.19
MOPSO	12.65	7.73	2.75	8.57	0	8.90	11.15	10.12	0.33	12.49	4.80	97.72	11.84
NSGA-Ⅱ	25.38	17.63	9.61	21.25	41.64	0	26.49	21.43	0.29	12.25	4.65	97.28	11.68
SPEA-Ⅱ	20.32	14.28	5.97	17.14	34.82	16.37	0	16.95	0.36	12.17	5.09	97.02	12.69
MOIOA	27.48	20.02	11.06	23.03	42.77	23.89	29.08	0	0.31	12.36	2.18	98.58	2.48

http://bhxb.buaa.edu.cn



(a) AgMOPSO、MOEA/DD和MOIOA的非支配面　(b) CMIGA、NNIA和MOIOA的非支配面

(c) MOPSO、NSGA-Ⅱ和MOIOA的非支配面　(d) SPEA-Ⅱ和MOIOA的非支配面

(e) CD值的箱线图($\alpha=0.6$)　(f) CS值的箱线图($\alpha=0.6$)

图 4　问题 3 的非支配面与 CD、CS 值的箱线图比较

Fig. 4　Comparison of Pareto fronts and comparison of box plots on CD and CS for Problem 3

此问题经扩展焊接梁设计问题[48]而获之，其包含 4 个设计变量和 4 个非线性概率约束函数，且以建造费用、端梁的挠度为目标函数；加之第 2 个目标函数的取值较小、对噪声极其敏感，因此求解该问题较难。取置信水平 $\alpha=0.9$。各算法获得的统计结果和平均运行时间如表 4 所示，算法获得的 CD、CS 值箱线图和一次运行产生的非支配面如图 5 所示。

经由表 4 的 IAE 和 FR 值可知，以上算法均能以高概率获得可信解；AgMOPSO 获得可信解的能力相对较弱。由 CR 均值得知，MOIOA 的平均覆盖率远高于其他算法的平均覆盖率，CMIGA 次之。经 CD、CS 的均值及图 5 可知，各算法获得的解的分布相似；MOIOA 的解分布较宽。因此，MOIOA 获得的解分布较好、覆盖范围较宽且解的质量较好。由 AR 可知，MOIOA 具有较高的运算效率，且至少是参与比较的算法的 5 倍，MOEA/DD、MOPSO、NSGA-Ⅱ、SPEA-Ⅱ次之，AgMOPSO 的效率最低。

3.2.3　灵敏度分析

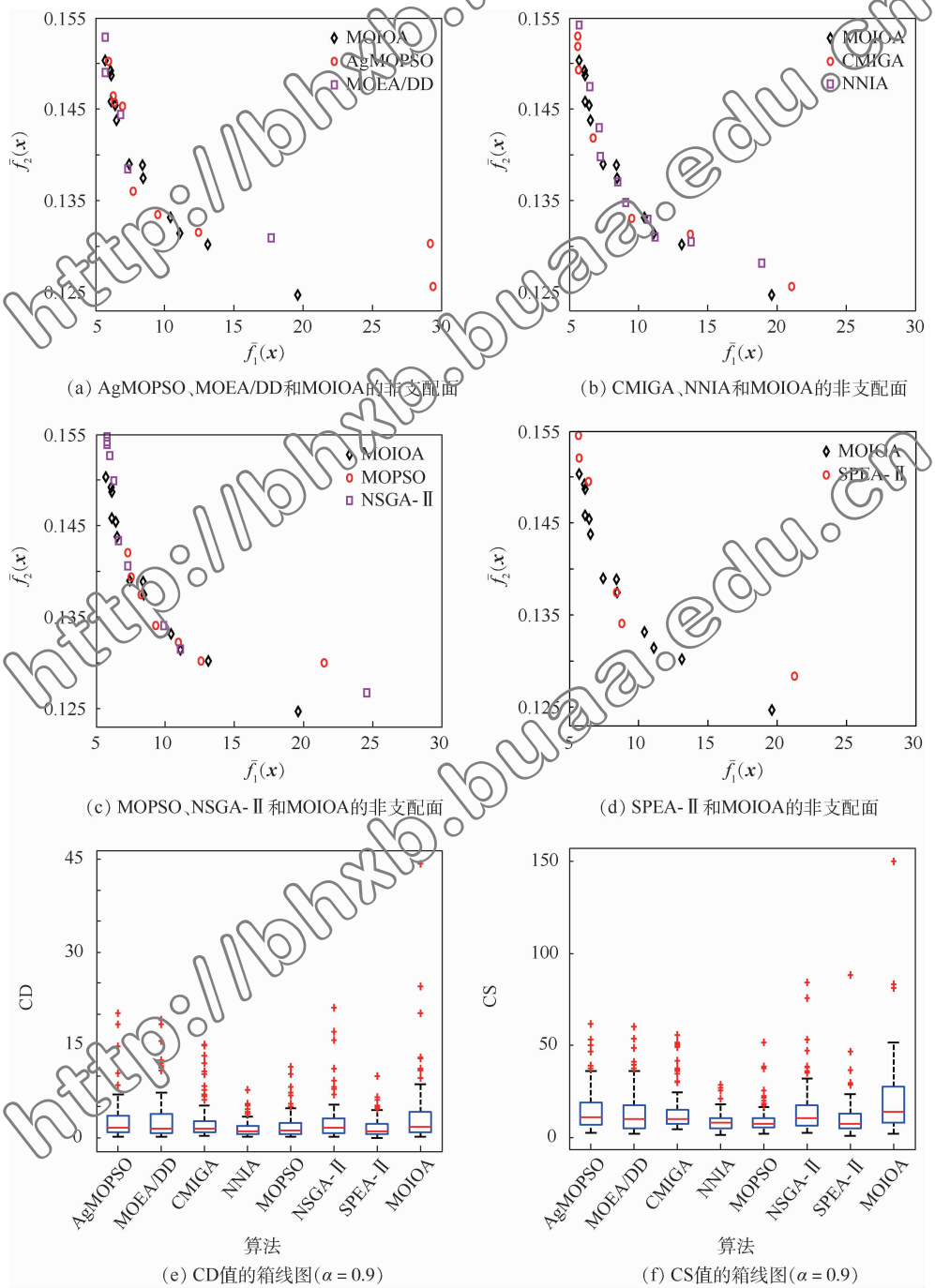
选取 TNK 测试问题检测 MOIOA 的搜索性能受参数设置的影响程度。该算法的主要参数包括 N、M、λ、p_c、η_m 及 δ。给定 $\alpha=0.1$；N、M、λ、p_c、η_m

http://bhxb.buaa.edu.cn

表4 不同算法在$\alpha=0.9$下求解问题4获得的统计结果比较

Table 4 Comparison of statistical results of different algorithms for Problem 4 with $\alpha=0.9$

算法	CR均值/%								CD均值	CS均值	IAE均值/10^{-3}	FR均值/%	AR均值/s
	AgMOPSO	MOEA/DD	CMIGA	NNIA	MOPSO	NSGA-Ⅱ	SPEA-Ⅱ	MOIOA					
AgMOPSO	0	25.95	21.47	36.51	36.93	32.80	32.84	18.10	2.82	14.94	4.32	71.46	19.07
MOEA/DD	21.79	0	21.66	35.11	36.69	30.20	31.52	17.44	2.99	13.28	0.72	92.35	8.89
CMIGA	25.36	32.19	0	44.98	40.99	34.27	37.27	21.84	2.69	14.30	0.63	90.18	15.34
NNIA	13.89	22.31	13.93	0	23.90	20.88	20.60	10.41	1.50	8.51	1.13	89.42	10.69
MOPSO	11.42	16.62	11.97	27.90	0	22.47	22.90	11.31	1.85	9.33	1.38	86.03	8.83
NSGA-Ⅱ	16.58	21.04	15.69	32.40	30.78	0	24.92	15.61	2.77	14.84	0.70	92.61	9.01
SPEA-Ⅱ	16.00	20.58	18.07	34.25	32.22	28.31	0	15.07	1.66	10.70	0.94	90.15	9.68
MOIOA	29.50	36.62	30.45	49.04	45.93	41.06	40.74	0	3.78	20.12	0.80	90.04	1.30



(a) AgMOPSO、MOEA/DD和MOIOA的非支配面 (b) CMIGA、NNIA和MOIOA的非支配面

(c) MOPSO、NSGA-Ⅱ和MOIOA的非支配面 (d) SPEA-Ⅱ和MOIOA的非支配面

(e) CD值的箱线图($\alpha=0.9$) (f) CS值的箱线图($\alpha=0.9$)

图5 问题4的非支配面与CD、CS值的箱线图比较

Fig. 5 Comparison of Pareto fronts and comparison of box plots on CD and CS for Problem 4

http://bhxb.buaa.edu.cn

及 δ 的取值的 13 种不同组合如折线图 6(a)所示。MOIOA 在此每种参数设置下,独立运行 100 次,获得的统计结果如折线图 6(b)~6(c)所示。图 6(b)中 CM 表示算法获得的解的目标值与 Pareto 面的距离的均值。

由图 6 可知,MOIOA 的解质量对参数设置的敏感度不高。当群体规模 N、样本大小 M 增大时,CM 的均值略小,但运行效率有所下降。算法平均执行时间 AR 均值随 λ、p_c 的增大而减小,CD、IAE 均值随 δ 增大而减小。因此,尽管参数的设置发生变化,MOIOA 也能得到满意的搜索效果,且得到的解的质量差异较小。但是,群体规模、样本大小的设置影响算法的运行效率;参数 δ 的取值影响算法搜索可信解的性能。

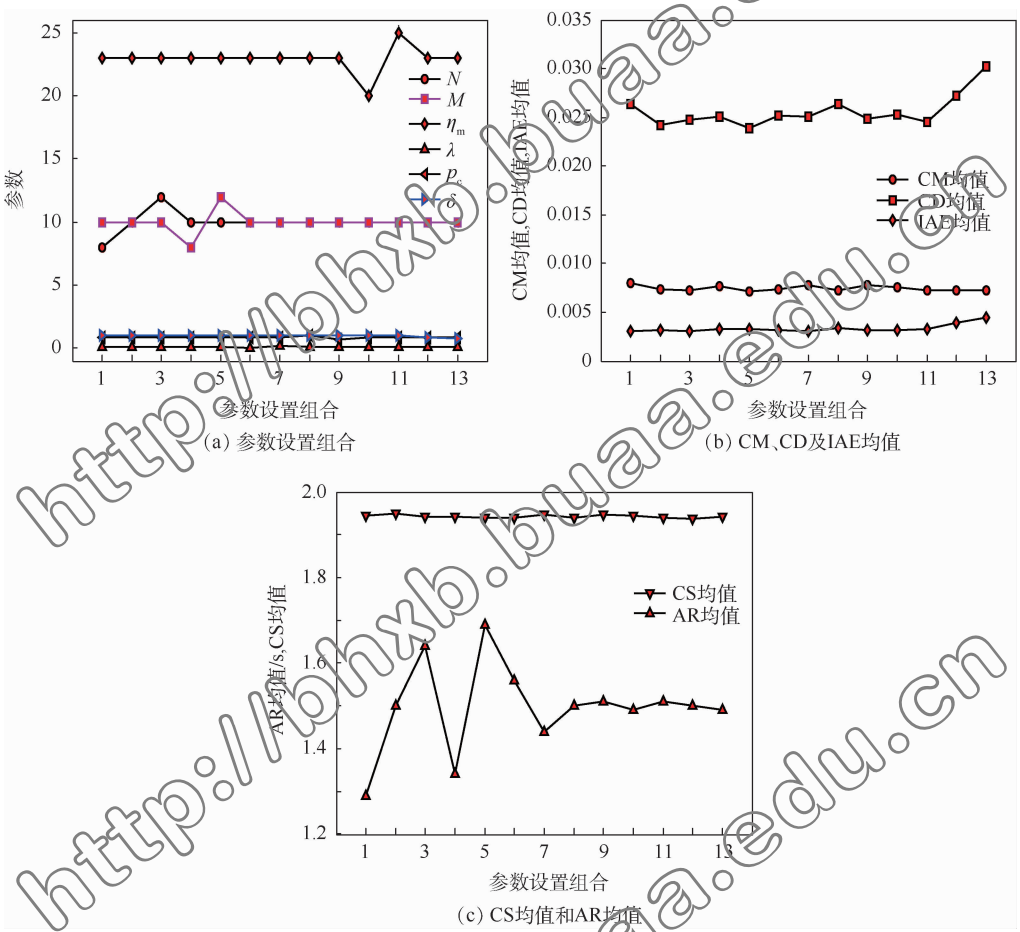


图 6　MOIOA 的不同参数设置及统计结果比较

Fig. 6　Different parameter settings of MOIOA and comparison of statistical results

4　结　论

1)多目标概率约束规划是一类具有广泛工程应用背景且也是具有挑战性的随机规划问题。基于此,从免疫学界极为关注的危险理论所蕴含的应答机理出发,设计适用于该类问题的 MOIOA。

2)MOIOA 中,机会约束概率估计法和目标值估计法通过自适应获取样本大小,分别被用来检测候选解是否为经验可信解以及估计经验可信解的目标值;基于危险理论,设计算法的进化框架,并借助 SBX、多项式变异、均匀变异产生多样且高质量的解。

3)计算复杂度分析表明,算法进化初期,个体采样规模小,搜索速度快,此有助于快速获取可信解所在的区域;算法进化后期,通过使采样大小逐渐增大,提高算法的噪声抑制能力,进而有助于获取 Pareto 最优解。

4)多种具有竞争性的算法参与比较的数值实验表明,尽管 MOIOA 求解多目标概率约束规划问题在寻优效果方面约占一定的优势,但搜索效率方面有明显优势。

参考文献(References)

[1] 李晓娜. 不确定环境下城市需水量预测及多水源联合供水调度研究[D]. 邯郸:河北工程大学,2018.
LI X N. Study on urban water demand forecast and multiple water sources optimization allocation under uncertainty[D]. Handan:Hebei University of Engineering,2018(in Chinese).

http://bhxb.buaa.edu.cn

[2] 张铭鑫,张玺,彭建刚,等. 不确定环境下再制造加工车间多目标调度优化方法[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2016,39(4):433-439.
ZHANG M X,ZHANG X,PENG J G,et al. Multi-objective optimization method of remanufacturing processing workshop scheduling under uncertain conditions[J]. Journal of Hefei University of Technology(Natural Science),2016,39(4):433-439(in Chinese).

[3] 谢仕炜,胡志坚,宁月. 考虑最优负荷削减方向的电网多目标分层随机机会约束规划[J]. 电力自动化设备,2017,37(8):35-42.
XIE S W,HU Z J,NING Y. Multi-objective hierarchical stochastic chance-constrained programming considering optimal load-shedding direction[J]. Electric Power Automation Equipment,2017,37(8):35-42(in Chinese).

[4] LIU X J,ZHANG M M,SU H,et al. A multi-objective chance-constrained programming approach for uncertainty-based optimal nutrients load reduction at the Watershed Scale[J]. Water,2017,9(5):322.

[5] 李整. 基于粒子群优化算法的机组组合问题的研究[D]. 北京:华北电力大学(北京),2016.
LI Z. Unit commitment via particle swarm optimization algorithm[D]. Beijing:North China Electric Power University(Beijing),2016(in Chinese).

[6] QIN X S,HUANG G H,LIU L. A genetic-algorithm-aided stochastic optimization model for regional air quality management under uncertainty[J]. Air Repair,2010,60(1):63.

[7] BISWAL M P,BISWAL N P,LI D. Probabilistic linear programming problems with exponential random variables:A technical note[J]. European Journal of Operational Research,1998,111(3):589-597.

[8] GOICOECHEA A,DUCKSTEIN L. Nonnormal deterministic equivalents and a transformation in stochastic mathematical programming[J]. Applied Mathematics & Computation,1987,21(1):51-72.

[9] 韩其恒,唐万生,李光泉. 机会约束下的投资问题[J]. 系统工程学报,2002,17(1):87-92.
HAN Q H,TANG W S,LI G Q. Chance-constrained portfolio problem[J]. Journal of Systems Engineering,2002,17(1):87-92(in Chinese).

[10] AĞPAK K,GÖKCEN H. A chance-constrained approach to stochastic line balancing problem[J]. European Journal of Operational Research,2007,180(3):1098-1115.

[11] HESTERBERG T. Weighted average importance sampling and defensive mixture distributions[J]. Technometrics,1995,37(2):185-194.

[12] LOUGHLIN D H,RANJITHAN S R. Chance-constrained genetic algorithms[C]// Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference. San Francisco:Morgan Kaufmann Publishers Inc.,1999:369-376.

[13] ZHANG Z H. Noisy immune optimization for chance-constrained programming problems[J]. Applied Mechanics and Materials,2011,48:740-744.

[14] YANG K,ZHANG Z H,LU J X. Adaptive racing ranking-based immune optimization approach solving multi-objective expected value programming[J]. Soft Computing,2018,22(7):2139-2158.

[15] ZHANG Z H,WANG L,LIAO M. Adaptive sampling immune algorithm solving joint chance-constrained programming[J]. Journal of Control Theory and Applications,2013,11(2):237-246.

[16] YANG K,ZHANG Z H. Adaptive sampling detection based immune optimization approach and its application to chance constrained programming[M]// SUN H,YANG C Y,LIIN C W,et al. Genetic and evolutionary computing. Berlin:Springer,2015:19-28.

[17] ZHANG Z H,YANG K,ZHANG D M. Sample bound estimate based chance-constrained immune optimization and its applications[J]. International Journal of Automation and Computing,2016,13(5):468-479.

[18] 张国新,王瑜,沈田双. 空降地面作战突破点决策模型[J]. 火力与指挥控制,2010,35(11):54-57.
ZHANG G X,WANG Y,SHEN T S. A study on breakthrough point decision model of airborne ground operation[J]. Fire Control & Command Control,2010,35(11):54-57(in Chinese).

[19] XU J P,DING C. A class of chance constrained multiobjective linear programming with birandom coefficients and its application to vendors selection[J]. International Journal of Production Economics,2011,131(2):709-720.

[20] 白牧可,唐巍,张璐,等. 基于机会约束规划的 DG 与配电网架多目标协调规划[J]. 电工技术学报,2013,28(10):346-354.
BAI M K,TANG W,ZHANG L,et al. Multi-objective coordinated planning of distribution network incorporating distributed generation based on chance constrained programming[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2013,28(10):346-354(in Chinese).

[21] DU H,MA H,LI X. Fuzzy bi-objective chance-constrained programming model for timetable optimization of a bus route[C]// UK Workshop on Computational Intelligence. Berlin:Springer,2017:312-324.

[22] 刘文学,梁军,负志皓,等. 基于可信理论的多目标模糊机会约束无功优化[J]. 电工技术学报,2015,30(21):82-89.
LIU W X,LIANG J,FU Z H,et al. Multi-objective chance constrained optimal reactive power flow based on credibility theory[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2015,30(21):82-89(in Chinese).

[23] 裴文杰,汪泓,谭阳红,等. 含光伏分布式电源配电网的电动汽车充电站机会约束规划[J]. 电力系统及其自动化学报,2017,29(6):45-52.
PEI W J,WANG F,TAN Y H,et al. Chance-constrained programming for electric vehicle charging stations in distribution network containing photovoltaic distributed generations[J]. Proceedings of the CSU-EPSA,2017,29(6):45-52(in Chinese).

[24] VIRIVINTI N,MITRA K. Intuitionistic fuzzy chance constrained programming for handling parametric uncertainty:An industrial grinding case study[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research,2015,54(24):6291-6304.

http://bhxb.buaa.edu.cn

[25] MEHLAWAT M K, GUPTA P. COTS products selection using fuzzy chance-constrained multiobjective programming[J]. Applied Intelligence, 2015, 43(4): 732-751.

[26] TIMMIS J, HONE A, STIBOR T, et al. Theoretical advances in artificial immune systems[J]. Theoretical Computer Science, 2008, 403(1): 11-32.

[27] GONG M, JIAO L, DU H, et al. Multiobjective immune algorithm with nondominated neighbor-based selection[J]. Evolutionary Computation, 2008, 16(2): 225-255.

[28] MARTINEZ-PENALOZA M, MEZURA-MONTES E. Immune generalized differential evolution for dynamic multi-objective environments: An empirical study[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 142: 192-219.

[29] XIA X, ZHOU Y. On the effectiveness of immune inspired mutation operators in some discrete optimization problems[J]. Information Sciences, 2018, 426: 87-100.

[30] SALMON H M, DE FARIASB C M, LOUREIRO R, et al. Intrusion detection system for wireless sensor networks using danger theory immune-inspired techniques[J]. International Journal of Wireless Information Networks, 2013, 20(1): 39-66.

[31] XU Q Y. Collision avoidance strategy optimization based on danger immune algorithm[J]. Computers & Industrial Engineering, 2014, 76: 268-279.

[32] ZHANG Z H, YUE S G, LIAO M, et al. Danger theory based artificial immune system solving dynamic constrained single-objective optimization[J]. Soft Computing, 2014, 18(1): 185-206.

[33] ZHANG Z H, WANG L, LONG F. Immune optimization approach solving multi-objective chance-constrained programming[J]. Evolving Systems, 2013, 6(1): 41-53.

[34] ZHANG Z H, TU X. Probabilistic dominance-based multi-objective immune optimization algorithm in noisy environments[J]. Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 2007, 4(7): 1380-1387.

[35] LIU B D. Theory and practice of uncertain programming[M]. 2nd ed. Berlin: Springer, 2009: 50-53.

[36] MATZINGER P. Tolerance, danger, and the extended family[J]. Annual Review of Immunology, 1994, 12(1): 991-1045.

[37] LIN Q Z, CHEN J Y, ZHAN Z H, et al. A hybrid evolutionary immune algorithm for multiobjective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(5): 711-729.

[38] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-Ⅱ[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

[39] ZHU Q L, LIN Q Z, CHEN W N, et al. An external archive-guided multiobjective particle swarm optimization algorithm[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(9): 2794-2808.

[40] LI K, DEB K, ZHANG Q F, et al. An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(5): 694-716.

[41] QIAN S Q, YE Y Q, JIANG B, et al. Constrained multiobjective optimization algorithm based on immune system model[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(9): 2056-2069.

[42] COELLO C A C, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.

[43] ZITZLER E, LAUMANNS M, THIELE L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[C]// Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems. Berlin: Springer, 2002: 95-100.

[44] POOJARI C A, VARGHESE B. Genetic algorithm based technique for solving chance constrained problems[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 185(3): 1128-1154.

[45] 张著洪,黄席樾. 一种新的免疫算法及其在多模态函数优化中的应用[J]. 控制理论与应用, 2004(1): 17-21.
ZHANG Z H, HUANG X Y. Novel immue algorithm and its application to multi-modal function optimization[J]. Control Theory & Applications, 2004(1): 17-21(in Chinese).

[46] DE CASTRO L N, VON ZUBEN F J. The clonal selection algorithm with engineering applications[C]// Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference. San Fransisco: Morgan Kaufman Publishers Inc., 2000: 36-37.

[47] DEB K. Constrained multi-objective evolutionary algorithm[M]// BANSAL J C, SINGH P K, PAL N R. Evolutionary and swarm intelligence. Berlin: Springer, 2019: 85-118.

[48] SADOLLAH A, ESKANDAR H, KIM J H. Water cycle algorithm for solving constrained multi-objective optimization problems[J]. Applied Soft Computing, 2015, 27: 279-298.

作者简介:

张仁崇　男,硕士,助教。主要研究方向:智能优化算法。

张著洪　男,教授,博士,博士生导师。主要研究方向:控制理论与计算智能。

http://bhxb.buaa.edu.cn

Immune optimization algorithm for nonlinear multi-objective probabilistic constrained programming

ZHANG Renchong[1], ZHANG Zhuhong[2,*]

(1. Computer and Information Engineering College, Guizhou University of Commerce, Guiyang 550014, China;
2. College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: This paper investigates a Multi-Objective Immune Optimization Algorithm (MOIOA) based on danger theory to solve the problem of nonlinear Multi-Objective Probabilistic Constrained Programming (MOPCP) with unknown noise information. In the design of the algorithm, adaptive sampling methods are used to estimate each chance constraint's probability and objective values, while each evolving population is divided into infected, susceptible and uninfected sub-populations in terms of one specific immune response mechanism contained by danger theory. The capability of global and local search can be enhanced, relying upon simulated binary crossover, adaptive mutation probability and polynomial mutation strategy. Numerical experiment results show that the proposed multi-objective algorithm has high efficiency and has some advantages over seven comparative methods with regard to solution quality. It has application potential to complex engineering problems.

Keywords: Multi-Objective Probabilistic Constrained Programming (MOPCP); immune optimization; danger theory; adaptive sampling; stochastic simulation

http://bhxb.buaa.edu.cn

Received: 2019-07-03; **Accepted**: 2019-09-27; **Published online**: 2019-10-16 10:25

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20191015.1739.005.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61563009); Youth Science and Technology Talent Development Project of Education Department in Guizhou Province (QJH KY Zi[2018] No.276); Guizhou Big Data Application Engineering Research Center in Guizhou Province (QJH KY Zi[2017] No.022)

* **Corresponding author**. E-mail: zhzhang@gzu.edu.cn