http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0200

多阶段退化数据融合的伺服驱动单元可靠性建模

张忠文[1,2]，彭翀[1,*]，车众元[1]，王基坤[1]

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100191；2. 北京星航机电装备有限公司，北京 100074)

摘 要：为了精确评估数控系统伺服驱动单元的可靠性，提出了一种多阶段退化数据融合的可靠性建模方法。通过分析多种退化过程模型，针对不同伺服驱动单元之间存在的个体差异特点，引入随机效应并给出了考虑个体差异的可靠性模型建立方案；采用贝叶斯方法通过考虑多种退化过程，将不同退化的数据进行融合，建立了多阶段退化数据融合的伺服驱动单元可靠性模型，并采用马尔可夫链蒙特卡罗方法完成模型参数估计；在实验室环境下搭建伺服驱动单元加载测试平台，采集实验数据验证了模型的有效性。

关 键 词：退化过程；数据融合；贝叶斯方法；伺服驱动单元；可靠性建模

中图分类号：TP23; TG659

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2025)02-0692-13

数控系统是工业母机数控机床最核心的部件，被称为机床的大脑[1]。数控系统伺服驱动单元是执行数控机床动作的关键功能部件，其性能表现直接制约数控机床的质量。伺服驱动单元是一种典型的复杂机电产品，由于其工作环境复杂、承受应力耦合以及退化状态多样，难以适用传统的可靠性模型进行建模及评估。

为了实现伺服驱动单元等复杂机电系统产品的可靠性综合分析，很多学者开始考虑数据融合的方法，完成复杂机电系统产品的可靠性建模与综合评估。数据融合是涉及多学科领域交叉的研究方法，一般可以分为数据级融合、特征级融合以及决策级融合等[2]。数据级融合是指针对不同来源的数据(包括传感器采集以及设备运行数据)直接进行融合，然后将融合后的数据进行特征提取、可靠性建模、故障诊断等方法处理。该方法可以完整地保留原始数据的各种信息，得到更加精确的可靠性模型，但是由于此方法需要对大量数据进行处理，会产生计算量大与数据维度高等“数据爆炸”问题。特征级融合是指将不同来源的数据特征进行融合，需要先对各个数据源的信息进行提取，该融合方法可以解决数据计算量大以及数据维度高的问题，但是会造成部分数据的原始信息丢失，造成可靠性模型失准的问题。决策级融合是指针对具体的问题，先对各个数据源的数据进行决策，然后从具体决策问题出发根据一定的规则再将数据进行融合，该方法可以综合前2种方法的优点，但是决策规则一般依据专家先验方法确定，存在一定的局限性。数据融合的具体方法主要有贝叶斯方法[3]、专家系统方法[4]、模糊理论方法[5]、神经网络方法[6]以及证据理论方法[7]等。

贝叶斯理论是逻辑推理的里程碑也是统计推断的重大成果[8-9]，很多学者基于贝叶斯方法开展了机电系统产品的可靠性建模研究，Littlewood等[10]提出一个故障时间上随机变量表示的可靠性模型，该模型可以通过贝叶斯参数更新来描述产品可靠性的变化规律。Martz等[11]提出用于评估串联或者并联的复杂系统可靠性模型，确定子部件或系统的

收稿日期：2023-04-22；**录用日期**：2023-08-30；**网络出版时间**：2023-10-11 09:43

网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20231009.1511.005

基金项目：国家自然科学基金项目“基于部件退化动态耦合关系模型的数控系统多源信息融合可靠性研究”(51875029)；中央高校基本科研业务费专项资金资助(YWF-23-PTJH-0701)；广东省电子信息产品可靠性技术重点实验室开放基金

* **通信作者**. E-mail：pch@buaa.edu.cn

引用格式：*张忠文，彭翀，车众元，等. 多阶段退化数据融合的伺服驱动单元可靠性建模[J]. 北京航空航天大学学报，2025，51(2)：692-704. ZHANG Z W，PENG C，CHE Z Y，et al. Servo drive unit reliability modeling with multi-stage degradation data fusion[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2025，51(2)：692-704 (in Chinese).*

先验分布, 采用三源数据融合来计算后验分布。Pievatolo 等[12] 提出一种新的贝叶斯模型对可修复系统的可靠性进行描述。通过可交换和独立的泊松过程对系统组件进行建模, 基于蒙特卡罗方法进行参数估计并在典型可修复系统上进行了验证。Zaidi 等[13] 为了解决可靠性建模过程中的不确定系统无法采用传统建模方法进行建模的问题, 提出一种基于贝叶斯理论的可靠性建模方法, 将具有韦布尔故障分布特点的不确定系统引入到贝叶斯可靠性模型中, 解决了不确定系统可靠性建模的问题。Simon 等[14] 提出一种贝叶斯网络来计算复杂系统的可靠性, 给出可以定量计算可靠性的模型并引用 Dempster Shafer 理论分析可靠性过程中的不确定因素。Soroush 等[15] 采用贝叶斯分类、小波去噪和数据融合的方法来扩大识别范围。

在国内, 同样有很多学者基于贝叶斯模型开展机电系统产品的可靠性研究。徐兵等[16] 提出一种基于贝叶斯估计的不同类型多传感器复合测距方法以解决单一传感器在复杂条件下获得有效数据样本较差的问题, 利用贝叶斯方法进行了融合, 基于超声红外复合测距移动机器人的仿真实验表明符合设计要求。彭卫文等[17] 针对数控加工过程中铣头存在小样本数据以及试验成本高的难题, 提出了一种基于贝叶斯融合的可靠性建模方法, 融合试验现场的性能退化数据和故障时间数据, 得到了数控加工中心铣头的寿命模型、先验信息等, 完成了铣头的可靠性评价工作。陈红霞等[18] 为了提高重型数控机床的加工精度和可靠性采用具有双参数的韦布尔分布建立其可靠性模型, 基于贝叶斯理论和蒙特卡罗方法进行参数估计, 最终建立了拟合优度更好的可靠性模型。Guo 等[19] 基于复杂系统产品存在退化数据和故障时间数据样本较少的问题, 提出了三种新的贝叶斯模型来计算退化数据与故障时间数据之间的内在关系, 进一步获取异构数据在小样本量下得到准确的可靠性分析结果。基于多种退化过程, 建立合适的过程选择准则选取正确的模型, 采用蒙特卡罗方法估计了可靠性模型的参数, 通过实际算例验证所提贝叶斯信息融合方法的有效性。Zhao 等[20] 考虑到基于故障时间数据对在轨卫星进行可靠性分析, 收集历史寿命数据、退化数据、类似数据、专家信息等多种可靠性信息, 提出一种贝叶斯方法融合采集到的信息来估计在轨卫星部件的剩余寿命, 提出了基于样本的方法估计, 确定贝叶斯估计和可信区间并通过蒙特卡罗方法研究证明了该方法的精确性并基于卫星中的动量轮数据进行了验证。

但是, 对于伺服驱动单元这类具有高可靠长寿命的复杂机电系统产品, 传统的测试方法需要进行全生命周期的状态检测, 增加测试成本和数据处理及分析的时间。因此, 本文基于随机退化过程, 考虑到不同数控系统伺服驱动单元存在的个体差异, 引入随机效应, 建立了考虑个体差异的退化过程模型; 基于贝叶斯理论, 将考虑个体差异的模型进行融合, 建立了多阶段退化数据融合的伺服驱动单元可靠性模型, 并进行可靠性试验验证模型的有效性。

1　模型描述

1.1　随机过程退化模型分析

伺服驱动单元具有多种类型的退化数据, 其退化模型可以用维纳过程、伽马过程以及逆高斯过程来描述[21], 退化过程$\{X(t),t\geqslant 0\}$满足如下描述: ①初始退化量为 0, 即$X(0)=0$; ②退化增量$X(t_2)-X(t_1),\cdots,X(t_n)-X(t_{n-1})$对于任意时刻$t_1<t_2<\cdots<t_n$相互独立。

1.1.1　基于随机维纳过程的模型

假设伺服驱动单元的退化过程是随机过程, 基于维纳的退化过程可以描述其退化模型, 定义如下:

$$X(t)=\mu t+\sigma B(t) \tag{1}$$

式中: $X(t)$ 为性能退化量; μ为漂移系数且恒大于 0; σ为扩散系数; $B(t)$为标准的布朗运动过程。维纳过程的性能退化增量具有独立性且服从正态分布, 即$\Delta X(t)\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$。

假设 X_{m} 为退化量阈值, 对于维纳过程, 当退化量首次达到退化量阈值 X_{m} 时可认为该设备失效, 由文献 [22] 可知, 带漂移的维纳过程首次达到退化量阈值的时间服从逆高斯分布, 并假设时间为 T, 则维纳过程的概率分布函数$F_T(t;\mu,\sigma)$为

$$\begin{aligned}F_T(t;\mu,\sigma)=&\Phi\left(\sqrt{\frac{X_{\mathrm{m}}^2}{\sigma^2 t}}\left(\frac{\mu t}{X_{\mathrm{m}}}-1\right)\right)+\\&\mathrm{e}^{\frac{2\mu X_{\mathrm{m}}}{\sigma^2}}\Phi\left(-\sqrt{\frac{X_{\mathrm{m}}^2}{\sigma^2 t}}\left(\frac{\mu t}{X_{\mathrm{m}}}+1\right)\right)\end{aligned} \tag{2}$$

式中: t 为当前时刻; $\Phi(\cdot)$为标准正态分布的分布函数。

根据式 (2) 可得维纳分布的概率密度函数$f_T(t;\mu,\sigma)$为

$$f_T(t;\mu,\sigma)=\left(\frac{X_{\mathrm{m}}^2}{2\pi\sigma^2 t^3}\right)^{1/2}\exp\left[-\frac{(\mu t-X_{\mathrm{m}})^2}{2\sigma^2 t}\right] \tag{3}$$

可靠度函数$R(t)$为

$$R(t)=1-\Phi\left(\frac{X_{\mathrm{m}}-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right)-\mathrm{e}^{\frac{2\mu X_{\mathrm{m}}}{\sigma^2}}\Phi\left(\frac{-X_{\mathrm{m}}-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right) \tag{4}$$

为了针对多台伺服驱动单元进行研究, 将随机过程引入到维纳过程 $\omega=\sigma^{-2}\sim\mathrm{Ga}(r^{-1},\delta)$, $\mu\sim$

$N(1,\theta/\omega)$[23]，得到考虑个体差异的维纳过程的分布为：$\Delta X(t)\sim N\left(\mu\Delta t,\sigma^2\Delta t\right)$。由维纳过程的基本性质，给出故障时间分布为

$$F(t)=P(T\leqslant t)=F_{2\delta}\left[\sqrt{\frac{\delta}{r}}\frac{\tau(t)-X_{\mathrm{m}}}{\sqrt{\theta\tau(t)^2+\tau(t)}}\right] \tag{5}$$

式中：$\tau(t)$为表示一个区间内设备的退化路径，为单调递增函数；$F_{2\delta}$为自由度2δ的t分布函数；可以得到考虑个体差异的维纳过程的可靠度函数为

$$R(t)=1-F(t)=1-F_{2\delta}\left[\sqrt{\frac{\delta}{r}}\frac{\tau(t)-X_m}{\sqrt{\theta\tau(t)^2+\tau(t)}}\right] \tag{6}$$

1.1.2 基于随机伽马过程的模型

假设退化增量服从伽马分布，即$\Delta X(t)\sim \mathrm{Ga}(\Delta\alpha(t),\lambda)$，可得伽马分布的概率密度函数$f_x(t)$为

$$f_x(t)=\frac{\lambda^{\alpha(t)}}{\Gamma(\alpha(t))}\Delta X(t)^{\alpha(t)-1}\exp(-\Delta X(t)\lambda) \tag{7}$$

式中：$\Gamma(\alpha(t))$为伽马函数，$\Gamma(\alpha(t))=\int_0^{+\infty}x^{\alpha(t)-1}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$，当退化量阈值达到设定的失效阈值时，可判定产品可靠性达到失效阈值(即产品失效)，则伽马分布的可靠度函数为

$$R(t)=\int_0^{X_{\mathrm{m}}}\frac{\lambda^{\alpha(t)}}{\Gamma(\alpha(t))}x^{\alpha(t)-1}\exp(x\lambda)\mathrm{d}x \tag{8}$$

将随机过程引入到伽马过程，重新定义形状参数$\Delta\alpha(t)=\alpha\Delta t$，$\lambda=v^{-1}$，可得退化增量的新分布$\Delta X(t)\sim\mathrm{Ga}(\alpha\Delta t,v^{-1})$，通过尺度参数$v^{-1}$集成个体差异的影响使其满足新的伽马分布，新伽马分布的形状参数为γ^{-1}，尺度参数为σ_0，即$v\sim\mathrm{Ga}(\gamma^{-1},\sigma_0)$。因此可以得到$X(t)$的边缘概率密度函数$f(X)$为

$$f(X)=\frac{\gamma^{\sigma_0}X^{\alpha\Delta t-1}\int_0^{+\infty}v^{\alpha\Delta t+\sigma_0-1}\mathrm{e}^{-v}\mathrm{d}v}{(X+\gamma)^{\alpha\Delta t+\sigma_0}\int_0^{+\infty}v^{\alpha\Delta t-1}\mathrm{e}^{-v}\mathrm{d}v\int_0^{+\infty}v^{\sigma_0-1}\mathrm{e}^{-v}\mathrm{d}v} \tag{9}$$

式中：$\int_0^{+\infty}v^{\alpha\Delta t+\sigma_0-1}\mathrm{e}^{-v}\mathrm{d}v$、$\int_0^{+\infty}v^{\alpha\Delta t-1}\mathrm{e}^{-v}\mathrm{d}v$、$\int_0^{+\infty}v^{\sigma_0-1}\mathrm{e}^{-v}\mathrm{d}v$。

分别为伽马函数$\Gamma(\alpha\Delta t+\sigma_0)$、$\Gamma(\alpha\Delta t)$、$\Gamma(\sigma_0)$，且$\Gamma(\alpha\Delta t)\Gamma(\sigma_0)/\Gamma(\alpha\Delta t+\sigma_0)=\mathrm{B}(\alpha\Delta t,\sigma_0)$，$\mathrm{B}(\alpha\Delta t,\sigma_0)$为贝塔(Beta)函数。因此，式(9)可以化简为

$$f(X)=\frac{\gamma^{\sigma_0}X^{\alpha\Delta t-1}}{(X+\gamma)^{\alpha\Delta t+\sigma_0}}\mathrm{B}(\alpha\Delta t,\sigma_0)^{-1} \tag{10}$$

由式(10)可知，$X(t)/(X(t)+\gamma)\sim\mathrm{B}(\alpha\Delta t,\sigma_0)$服从Beta分布，$\sigma_0X(t)/\gamma\alpha\Delta t$满足$\sigma_0X(t)/\gamma\alpha\Delta t\sim F(2\alpha\Delta t,2\sigma_0)$服从F分布，式(10)可化简为$f(X)=(1-X)^{\sigma_0-1}\cdot X^{\alpha\Delta t-1}\mathrm{B}(\alpha\Delta t,\sigma_0)^{-1}$，因此可以得到故障时间分布为

$$F(t)=P(T\leqslant t)=1-F_{2\alpha t,2\sigma_0}\left(\frac{\sigma_0X(T)}{\gamma\alpha t}\right) \tag{11}$$

当伺服驱动单元产品首次达到退化阈值X_{m}时，可靠度函数为

$$R(t)=1-P(T\leqslant t)=F_{2\alpha t,2\sigma_0}\left(\frac{\sigma_0X_{\mathrm{m}}}{\gamma\alpha t}\right) \tag{12}$$

1.1.3 基于逆高斯过程的模型

对于伺服驱动单元假设退化增量服从逆高斯分布即$\Delta X(t)\sim\mathrm{IG}(\mu\Delta\alpha(t),\lambda\Delta\alpha(t)^2)$[24]，根据逆高斯过程可以得到退化过程增量$\Delta X(t)$的概率密度函数$g(\Delta X(t))$为

$$g(\Delta X(t))=\sqrt{\frac{\lambda\Delta\alpha(t)^2}{2\pi\Delta X(t)^3}}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2\Delta X(t)}\left(\frac{\Delta X(t)}{\mu}-\Delta\alpha(t)\right)^2} \tag{13}$$

假设设备退化过程符合逆高斯过程，当退化量阈值达到设定的失效阈值时，可判定产品可靠性达到失效阈值(即产品失效)。假设X_{m}为退化量阈值，则设备失效故障时间分布为

$$F_X(t)=\Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\left(\alpha(t)-\frac{X_{\mathrm{m}}}{\mu}\right)\right]-\exp\left(\frac{2\lambda\alpha(t)}{\mu}\right)\Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\left(\alpha(t)+\frac{X_{\mathrm{m}}}{\mu}\right)\right] \tag{14}$$

式中：t为当前时刻。根据式(14)可得出逆高斯分布的概率密度函数为

$$f_X(t)=\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\left(\alpha(t)-\frac{X_{\mathrm{m}}}{\mu}\right)\right]\alpha'(t)-\frac{2\lambda\alpha'(t)}{\mu}\exp\left(\frac{2\lambda\alpha(t)}{\mu}\right)\Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\left(\alpha(t)+\frac{X_{\mathrm{m}}}{\mu}\right)\right]+\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\alpha'(t)\exp(2\lambda\alpha(t))\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\left(\alpha(t)+\frac{X_{\mathrm{m}}}{\mu}\right)\right] \tag{15}$$

根据概率密度函数式(15)及逆高斯分布的性质，可得出服从逆高斯分布的设备的可靠度函数为

$$R(t)=\Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\left(\frac{X_{\mathrm{m}}}{\mu}-\alpha(t)\right)\right]-\exp\left(\frac{2\lambda\alpha(t)}{\mu}\right)\Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{X_{\mathrm{m}}}}\left(\alpha(t)+\frac{X_{\mathrm{m}}}{\mu}\right)\right] \tag{16}$$

同样的当逆高斯分布满足$\Delta X(t)\sim\mathrm{IG}(\Delta\alpha(t),\lambda\Delta\alpha(t)^2)$，令$\Delta\alpha(t)=\alpha\Delta t$，引入随机效应使得$\lambda$满足伽马分布即：$\lambda\sim\mathrm{Ga}(\gamma^{-1},\sigma)$，则可靠度函数满足：

$$R(t)=\int_0^{+\infty}R(t|\alpha,\lambda)g(\lambda)\mathrm{d}\lambda \tag{17}$$

1.2 贝叶斯模型描述

定义$n_1,n_2,\cdots,n_N$来自N个数据源的样本总数，存在第i个信息源的样本向量$\boldsymbol{x}^{(i)}=\{\boldsymbol{x}_{i1},\boldsymbol{x}_{i2},\boldsymbol{x}_{i3},\cdots,\boldsymbol{x}_{inj}\}$，其中$i,j=1,2,\cdots,N$，满足各个信息源独立[25]，$\boldsymbol{x}_{inj}$为第$i$个信息源的数据向量。

假设多信息源分布函数$F_i(x;\theta_i,\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{ik})$，存在样本数据$\boldsymbol{x}^{(i)}=\{\boldsymbol{x}_{i1},\boldsymbol{x}_{i2},\cdots,\boldsymbol{x}_{inj}\}$，其中$i$为第$i$个数

据源, 关于θ_i的概率密度函数为$f_i(x;\theta_i,\hat{\mu}_{i1},\hat{\mu}_{i2},\cdots,\hat{\mu}_{ik})$记为$f_i(x;\theta_i)$, 利用极大似然估计可求出每个信息源分布的超参数$(\hat{\mu}_{i1},\hat{\mu}_{i2},\cdots,\hat{\mu}_{ik})$, 可以得出先验分布函数$\pi_i\left(\theta_i\left|x^{(i)}\right.\right)$[26]为

$$\pi_i\left(\theta_i|x^{(i)}\right)=\pi_i\left(\theta_i|\hat{\mu}_{i1},\hat{\mu}_{i2},\cdots,\ \hat{\mu}_{ik}\right) \tag{18}$$

令$\boldsymbol{x}=\{\boldsymbol{x}^{(1)},\ \boldsymbol{x}^{(2)},\ \cdots,\boldsymbol{x}^{(n)}\}$可得融合后参数$\theta$的联合后验密度函数$\pi(\theta|X)$为

$$\pi(\theta|X)=\frac{\pi(\theta)L(X|\theta)}{\int_{\Theta}\pi(\theta)L(X|\theta)\mathrm{d}\theta}\propto\pi(\theta)L(X|\theta) \tag{19}$$

式中: $L(X)$为似然函数; $\int_{\Theta}\pi(\theta)L(X|\theta)\mathrm{d}\theta$为正则化常数, 根据 Fisher 信息矩阵先验分布满足:

$$\pi(\theta)=-E\left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\ln L(X|\theta)\right) \tag{20}$$

因此取平方损失函数, 对多源信息数据进行融合后的贝叶斯估计$\hat{\theta}$为

$$\hat{\theta}=\int_{\Theta}\theta\pi(\theta|X)\mathrm{d}\theta \tag{21}$$

将其带入某一个信息源的分布函数中得到可靠度函数为

$$R(t)=1-\int_{\Theta}f_i(t;\hat{\theta})\mathrm{d}t \tag{22}$$

2　基于退化数据融合的可靠性建模方法

在进行可靠性模型分析过程中, 发现传统的数据融合模型往往是在试验完成后将所获取到的数据进行融合, 但是数控系统伺服驱动单元具备高可靠长寿命的特点, 存在耦合多变的环境应力以及工况应力, 不同运行阶段的工况应力作用对可靠性评估结果具备较大影响, 因此本文提出了一种多阶段融合的可靠性建模方法。

2.1　基于贝叶斯理论的退化模型确定方法

对于数控系统伺服驱动单元进行退化建模, 假设退化数据来源于 N 台伺服驱动单元, 并利用编号 i 表示 i=1, 2,⋯, N 进行表示。在伺服驱动单元可靠性试验周期中进行了 j 次退化数据的采集及分析, 其中: j=1, 2, ⋯, M, 定义 $X(t_{ij})$ 为样本 i 在第 j 次数据采集过程中获取的退化数据其中 t_{ij} 为当前获取数据的时刻, 则存在$\Delta x_{ij}=X(t_{ij})-X(t_{i(j-1)})$表示第 i 个样本的退化量, 为了将计算过程简化, 通常将初始退化状态视为 0, 即满足: $X(t_{i0})=0$。

对于维纳过程, 退化增量服从正态分布$\Delta x_{ij}\sim N\left(\mu\Delta t_{ij},\sigma^2\Delta t_{ij}\right)$, 则退化过程的似然函数$L(X)$为

$$L(X)=\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\Delta t_{ij}}}\exp\left(-\frac{\left(\Delta x_{ij}-\mu\Delta t_{ij}\right)^2}{2\sigma^2\Delta t_{ij}}\right) \tag{23}$$

假设联合先验分布满足: $\pi(\theta)=\pi(\mu,\sigma)$, 根据贝叶斯定理可得样本的联合后验分布为

$$\pi(\theta\mid X)\propto\pi(\mu,\sigma)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\Delta t_{ij}}}\exp\left(-\frac{\left(\Delta x_{ij}-\mu\Delta t_{ij}\right)^2}{2\sigma^2\Delta t_{ij}}\right) \tag{24}$$

根据式 (4) 和式 (24) 后验分布的可靠度函数为

$$R(\theta|X)=\int_{+\infty}^{+\infty}\int_{+\infty}^{+\infty}\pi(\theta|X)R(t)\mathrm{d}\sigma\mathrm{d}\mu \tag{25}$$

对于伽马过程, 退化增量服从伽马分布$\Delta x_{ij}\sim\mathrm{Ga}(\alpha\Delta t,\lambda)$, 似然函数为

$$L(X)=\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{\lambda^{\alpha\Delta t_{ij}}}{\Gamma(\alpha\Delta t_{ij})}\Delta x_{ij}^{\alpha\Delta t_{ij}}\exp(-\lambda\Delta x_{ij}) \tag{26}$$

假设联合先验分布满足: $\pi(\theta)=\pi(\alpha,\lambda)$, 根据贝叶斯定理可得样本的联合后验分布为

$$\pi(\theta\mid X)\propto\pi(\alpha,\lambda)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{\lambda^{\alpha\Delta t_{ij}}}{\Gamma(\alpha\Delta t_{ij})}\Delta x_{ij}^{\alpha\Delta t_{ij}}\exp\left(-\lambda\Delta x_{ij}\right) \tag{27}$$

后验分布的可靠度函数为

$$R(\theta|X)=\int_{+\infty}^{+\infty}\int_{+\infty}^{+\infty}\pi(\theta|X)R(t)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\lambda \tag{28}$$

对于逆高斯过程, 退化增量服从逆高斯分布$\Delta x_{ij}\sim\mathrm{IG}(\mu\alpha\Delta t_{ij},\lambda(\alpha\Delta t_{ij})^2)$, 似然函数为

$$L(X)=\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\sqrt{\frac{\lambda\left(\alpha\Delta t_{ij}\right)^2}{2\pi\left(\Delta x_{ij}\right)^3}}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2\Delta x_{ij}}\left(\frac{\Delta x_{ij}}{\mu}-\alpha\Delta t_{ij}\right)^2} \tag{29}$$

假设联合先验分布满足: $\pi(\theta)=\pi(\alpha,\lambda)$, 根据贝叶斯定理可得样本的联合后验分布为

$$\pi(\theta\mid X)\propto\pi(\alpha,\lambda)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\sqrt{\frac{\lambda\left(\alpha\Delta t_{ij}\right)^2}{2\pi\left(\Delta x_{ij}\right)^3}}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2\Delta x_{ij}}\left(\frac{\Delta x_{ij}}{\mu}-\alpha\Delta t_{ij}\right)^2} \tag{30}$$

联合后验分布的可靠度函数为

$$R(\theta|X)=\int_{+\infty}^{+\infty}\int_{+\infty}^{+\infty}\pi(\theta|X)R(t)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\lambda \tag{31}$$

2.2　基于退化数据融合的可靠性建模方法

为了实现对于伺服驱动单元的综合可靠性评价, 需要将多种退化数据进行融合, 假设存在不同源的退化数据 $X^1, X^2, \cdots, X^p$ 统一记为 X, 退化增量$\Delta x_{ij}=X(t_{ij})-X(t_{i(j-1)})$。

如果退化增量满足维纳过程, 将随机效应引入

到伺服驱动单元的可靠性评价中，存在退化增量 $\Delta x_{ij} \sim N(\mu\Delta t, \sigma^2\Delta t)$，似然函数为

$$L(X)=\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{\Gamma\left(\delta+\frac{1}{2}\right)\left[\frac{1+\left(\Delta x_{ij}-\Delta t_{ij}\right)^2}{2r\left(\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right)}\right]^{-\delta-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi r}\Gamma(\delta)\left[\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{32}$$

联合后验分布为

$$\pi(\mu,\sigma,\theta,\delta,r)\propto\pi(\mu,\sigma,\theta)L(X)=\pi(\mu,\sigma,\theta)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{\Gamma\left(\delta+\frac{1}{2}\right)\left[\frac{1+\left(\Delta x_{ij}-\Delta t_{ij}\right)^2}{2r\left(\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right)}\right]^{-\delta-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi r}\Gamma(\delta)\left[\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{33}$$

针对不同物理维度（数据来源）与时间维度的数据进行融合，获取联合后验分布，具体过程为

$$\begin{aligned}
&\pi_0\left(\mu,\sigma,\theta,\delta,r\mid X^0\right)\propto\pi(\mu,\sigma,\theta)L\left(X^0\right)=\\
&\quad\pi(\mu,\sigma,\theta)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{\Gamma\left(\delta+\frac{1}{2}\right)\left[1+\left(\Delta x_{ij}^0-\Delta t_{ij}\right)^2/2r\left(\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right)\right]^{-\delta-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi r}\Gamma(\delta)\left[\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right]^{\frac{1}{2}}}\\
&\pi_1\left(\mu,\sigma,\theta,\delta,r\mid X^1,X^0\right)\propto\pi_0\left(\mu,\sigma,\theta,\delta,r\mid X^0\right)L\left(X^1\right)=\\
&\quad\pi_0\left(\mu,\sigma,\theta,\delta,r\mid X^0\right)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{\Gamma\left(\delta+\frac{1}{2}\right)\left[1+\left(\Delta x_{ij}^1-\Delta t_{ij}\right)^2/2r\left(\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right)\right]^{-\delta-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi r}\Gamma(\delta)\left[\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right]^{\frac{1}{2}}}\\
&\qquad\vdots\\
&\pi_p\left(\mu,\sigma,\theta,\delta,r\mid X^p,\cdots,X^0\right)\propto\pi_{p-1}\left(\mu,\sigma,\theta,\delta,r\mid X^{p-1},\cdots,X^0\right)L\left(X^p\right)=\\
&\quad\pi_{p-1}\left(\mu,\sigma,\theta,\delta,r\mid X^{p-1},\cdots,X^0\right)\frac{\Gamma\left(\delta+\frac{1}{2}\right)\left[1+\left(\Delta x_{ij}^n-\Delta t_{ij}\right)^2/2r\left(\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right)\right]^{-\delta-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi r}\Gamma(\delta)\left[\left(\Delta t_{ij}\right)^2\theta+\Delta t_{ij}\right]^{\frac{1}{2}}}
\end{aligned} \tag{34}$$

同理，可得伽马过程与逆高斯过程的融合模型为

$$\begin{aligned}
&\pi_p\left(\alpha,v,\gamma,\sigma\mid X^p,\cdots,X^0\right)\propto\pi_{p-1}\left(\alpha,v,\gamma,\sigma\mid X^{p-1},\cdots,X^0\right)L\left(X_p\right)=\\
&\quad\pi_{p-1}\left(\alpha,v,\gamma,\sigma\mid X^{p-1},\cdots,X^0\right)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{v_i^{\alpha\Delta t_{ij}+\sigma-1}\gamma^{\sigma}}{\Gamma(\alpha\Delta t_{ij})\Gamma(\sigma)}(\Delta x_{ij}^p)^{\alpha\Delta t_{ij}-1}\exp\left(-v_i(\gamma+\Delta x_{ij}^p)\right)
\end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
&\pi_p\left(\alpha,\lambda,\gamma,\sigma\mid X^p,\cdots,X^0\right)\propto\pi_{p-1}\left(\alpha,\lambda,\gamma,\sigma\mid X^{p-1},\cdots,X^0\right)L\left(X^p\right)=\\
&\quad\pi_{p-1}\left(\alpha,\lambda,\gamma,\sigma\mid X^{p-1},\cdots,X^0\right)\prod_{i=1}^{N}\prod_{j=2}^{M}\frac{\Gamma\left(\sigma+\frac{1}{2}\right)\gamma^{\sigma}\left[\gamma+\left(\Delta x_{ij}^p-\alpha\Delta t\right)^2/2\Delta x_{ij}^p\right]^{-\sigma-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\sigma)\sqrt{2\pi}}\alpha\Delta t\left(\Delta x_{ij}^p\right)^{-\frac{3}{2}}
\end{aligned} \tag{36}$$

假设模型的超参数为$\bar{\theta}$，$\bar{\theta}$为模型中参数θ的后验均值，则融合模型后的可靠度函数为

$$R(\bar{\theta}\mid X)=\oint_{\theta}\pi(\bar{\theta}\mid X)R(t)\mathrm{d}\bar{\theta} \tag{37}$$

2.3 退化模型的确定及参数评估

2.3.1 退化模型的确定

本文分析了多种退化过程，在进行退化数据建模时需要确定一个最优模型进行建模。由于不同的退化模型服从不同的分布，且含有的参数个数也不尽相同，因此需要综合信息熵等数学方法选择完善的退化数据模型。常用的模型选择方案主要包含以下3种：AIC准则（Akaike information criterion）、BIC准则（Bayesian information criterion）和DIC准则（Deviance information criterion）。

AIC准则又称最小信息量准则，是1974年由日本学者Akaike[27]提出的模型选择准则，通过利用信息熵的原则对模型复杂程度和拟合优度进行估计，计算式为

$$H_{\mathrm{AIC}}=2k-2\ln L \tag{38}$$

式中: H_{AIC}为 AIC 准则估计值; k 为参数的个数; L 为似然函数。

BIC 准则又称贝叶斯准则, 是 1978 年由 Schwarz[28] 基于贝叶斯理论所提出的模型选择准则, 该准则可以在模型的复杂度和数据的拟合优度之间实现最佳平衡, 该准则的计算式为

$$H_{\mathrm{BIC}}=k\ln(n)-2\ln(L) \tag{39}$$

式中: H_{BIC}为 BIC 准则估计值; n 为样本数量; L 为似然函数。

DIC 准则又称偏差信息量准则, 当存在参数空间无法选择时, 可以利用该准则来选择模型, 计算式为

$$H_{\mathrm{DIC}}=\overline{D}-K \tag{40}$$

式中: H_{DIC}为 DIC 准则估计值; $\overline{D}=E(-2\ln(L(D|\theta)))$; $K=E(-\ln(L(D|\overline{\theta})))$; $\overline{\theta}$为模型中参数θ的后验均值。

当进行多种模型的选择时, 对比上述 3 种准则, 可以认为准则的计算值越小, 模型的拟合效果越好, 具体模型选择需要综合考虑以上准则。

2.3.2　模型参数的评估

贝叶斯理论通过将联合先验分布中的信息与未知参数统计公式进行结合而获得参数后验分布, 但贝叶斯方法的后验分布积分求解较为困难, 无法直接通过数学积分获得参数求解结果, 因此使用马尔可夫链蒙特卡罗方法(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)对融合后的贝叶斯模型求解[29]。其中, 蒙特卡罗仿真又称随机抽样或统计模拟方法, 是一种依据统计理论, 利用计算机来研究随机事件发生概率的数值计算方法。其应用广泛, 且仿真结果较为精确。本文针对模型进行参数估计时采用 MCMC 方法开展参数估计分析, 该参数估计方法需要从未知参数样本的分布中进行抽样, 在抽样之前需要构建对应的马尔可夫链, 构建马尔可夫链的主要方法包括: Metropolis-Hastings(M-H)和 Gibbs 抽样算法。但是 M-H 算法中选择的概率密度函数必须和评估参数后验分布的真实的概率密度函数接近才能保证迭代结果准确性, 在实际迭代过程中概率密度函数选择十分困难。若选择的函数“过宽”, 可能会导致迭代次数结束较早, 只有少量可用的样本, 若选择的函数“过窄”, 可能会导致抽样结果关联性较大, 样本难以收敛停止迭代抽样。Gibbs 抽样实质是 H-M 算法的一个特例, 其概率密度函数选择会导致接受概率为 1, 使得产生的候选值在迭代过程中均需要接受而不用比较。因此本文选择了该方法抽样, 具体步骤如下:

步骤 1　设置迭代初始值θ^0。

步骤 2　设置迭代次数 n_{iter} ($n_{\mathrm{iter}}=1,2,\cdots,N_{\mathrm{iter}}$), 进行迭代优化。

步骤 3　令 $\theta=\theta^{n_{\mathrm{iter}}-1}$, 对 θ_j进行更新, 其中 $\theta_j\sim f(\theta_j|\theta^*,y)$, $j=1,2,\cdots,d$。

步骤 4　令$\theta^{n_{\mathrm{iter}}}=\theta$并在算法迭代 n_{iter}+1 次后将其保存。

其中, 通过设定$\theta^{n_{\mathrm{iter}}}$的特定数值即可通过公式生成新的迭代数值。

$$f(\theta_j|\theta^*,y)=f(\theta_j|\theta_1^{n_{\mathrm{iter}}},\cdots,\theta_{j-1}^{n_{\mathrm{iter}}},\theta_{j+1}^{n_{\mathrm{iter}}},\cdots,\theta_p^{n_{\mathrm{iter}}-1},y) \tag{41}$$

采用 Gibbs 抽样方法的 MCMC 方法主要过程如下:

步骤 1　假设存在随机变量 x, 在随机变量 x 的状态空间上构造一个满足遍历定理的马尔可夫链使其分布为 $p(x)$。

步骤 2　从状态空间上的初始点 x_0 出发, 用步骤 1 所构造的马尔可夫链进行随机遍历, 获取样本数组 $x_0, x_1, \cdots, x_t$。

步骤 3　应用马尔可夫链的遍历定理, 确定正整数 m 和 n(其中 $m<n$), 得到样本集合 $\{x_{m+1}, x_{m+2},\cdots, x_n\}$, 可得到函数 $f(x)$ 的均值为

$$E\left[f(x)\right]=\frac{1}{n-m}\sum_{i=m+1}^{n}f(x_i) \tag{42}$$

3　实例验证

3.1　伺服驱动单元加载平台及原始数据处理

为了针对数控系统伺服驱动单元进行可靠性研究与分析, 在北京航空航天大学的数控系统可靠性实验室开展某型号国产数控系统可靠性测试与分析, 针对数控系统伺服驱动单元, 搭建伺服驱动单元加载试验台如图 1 所示, 研发伺服驱动单元加载装置如图 2 所示(从左至右分别为样本 1、样本 2 以及样本 3), 开展了两阶段加载测试, 对数控系统伺服驱动单元的退化过程开展研究, 期间基于电涡流传感器与磁环编码器获取了伺服驱动单元的 x 方向(水平)与 y 方向(竖直)振动数据以及伺服轴转速数据, 将海量的原始数据进行处理, 保留振动数据的统计学特征, 获取了两阶段振动退化数据如表 1 和表 2 所示。水平及竖直振动退化累积曲线如图 3 所示。

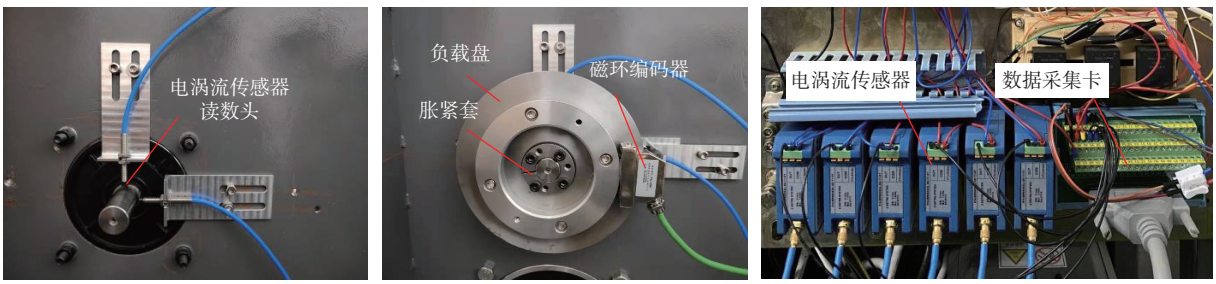
3.2　退化过程模型的选择及结果

对于维纳退化过程, 假设未知参数的先验分布均为 0～100 均匀分布, 伺服驱动单元的退化数据使用 MCMC 方法计算样本的联合后验分布, 利用 OpenBUGs 软件生成 30 000 组样本用于实现参数



图 1 伺服驱动单元加载试验台

Fig. 1 Servo drive unit loading test bench



(a) 传感器安装图 (样本1) (b) 负载盘安装图 (样本2) (c) 数据采卡连接图 (样本3)

图 2 伺服驱动单元加载装置

Fig. 2 Servo drive unit loading device

表 1 伺服驱动单元初期试验退化数据

Table 1 Initial test degradation data of servo drive unit

时间/h	水平退化/g	竖直退化/g	时间/h	水平退化/g	竖直退化/g	时间/h	水平退化/g	竖直退化/g
0	0	0	0	0	0	0	0	0
493	0.080	0.095	574	0.053	0.059	488	0.058	0.053
806	0.125	0.150	996	0.090	0.101	958	0.116	0.103
1 218	0.190	0.227	1 554	0.143	0.156	1 439	0.169	0.155
1 544	0.246	0.276	1 972	0.184	0.202	2 044	0.240	0.222
1 998	0.320	0.396	2 498	0.234	0.257	2 399	0.282	0.261
2 685	0.446	0.556	3 115	0.294	0.323	2 961	0.353	0.327
3 279	0.569	0.696	3 529	0.338	0.370	3 362	0.405	0.377

估计及模型 DIC 值的计算，选取第 10 500 至 30 000 组样本给出了维纳过程参数后验分布的概率密度函数与参数的自相关性，如图 4 所示。由图 4 计算可知，DIC 值为 78.37。

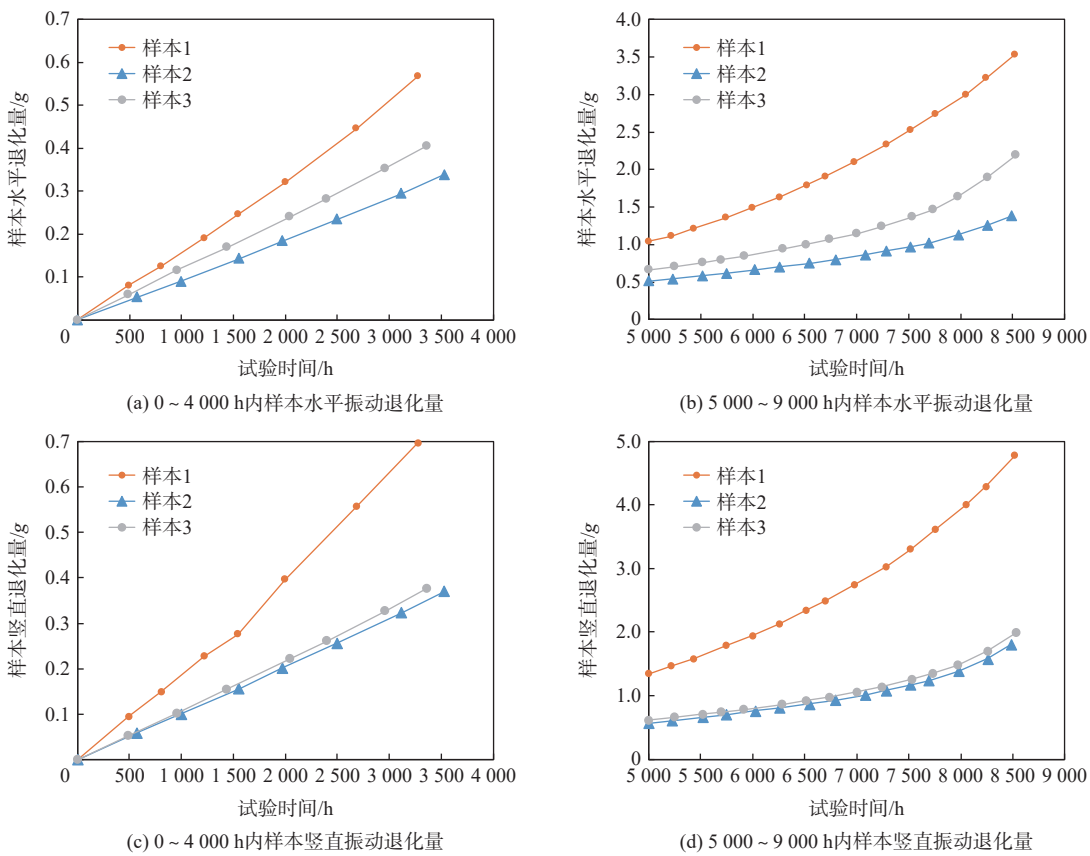
对于伽马退化过程，假设未知参数的先验分布均为 0～100 的均匀分布，数控系统的退化数据使用 MCMC 方法计算样本的联合后验分布，生成 30 000 组样本用于实现参数估计及模型 DIC 值的计算，选取 19 500 组样本，给出伽马过程参数后验分布的概率密度函数与参数的自相关性，如图 5 所示。由图 5 计算可知，DIC 值为 88.21。

对于逆高斯过程，假设未知参数的先验分布均为 0～100 的均匀分布，对于数控系统的退化数据使用 MCMC 方法计算样本的联合后验分布，样本生成方法同上，给出了逆高斯过程参数后验分布的概率密度函数与参数的自相关性，如图 6 所示。由

表 2　伺服驱动单元后期试验退化数据

Table 2　Post-test degradation data of servo drive unit

时间/h	水平退化/g	竖直退化/g	时间/h	水平退化/g	竖直退化/g	时间/h	水平退化/g	竖直退化/g
5 000	1.045	1.346	5 000	0.512	0.570	5 000	0.666	0.614
5 215	1.113	1.466	5 226	0.542	0.609	5 246	0.706	0.660
5 434	1.214	1.580	5 518	0.586	0.662	5 517	0.760	0.706
5 742	1.361	1.785	5 748	0.619	0.704	5 693	0.796	0.741
5 998	1.492	1.943	6 021	0.664	0.759	5 914	0.849	0.785
6 259	1.632	2.128	6 256	0.702	0.808	6 285	0.941	0.865
6 517	1.794	2.346	6 543	0.749	0.871	6 514	0.999	0.922
6 698	1.911	2.492	6 796	0.799	0.933	6 738	1.069	0.977
6 979	2.102	2.750	7 081	0.865	1.010	7 002	1.148	1.056
7 284	2.333	3.029	7 286	0.914	1.085	7 240	1.244	1.140
7 518	2.529	3.303	7 518	0.971	1.173	7 532	1.368	1.261
7 752	2.737	3.615	7 693	1.017	1.236	7 733	1.469	1.353
8 048	2.999	4.003	7 978	1.131	1.389	7 969	1.640	1.482
8 244	3.222	4.293	8 258	1.258	1.582	8 259	1.899	1.700
8 517	3.534	4.780	8 488	1.384	1.811	8 529	2.196	1.987



(a) 0 ~ 4 000 h内样本水平振动退化量

(b) 5 000 ~ 9 000 h内样本水平振动退化量

(c) 0 ~ 4 000 h内样本竖直振动退化量

(d) 5 000 ~ 9 000 h内样本竖直振动退化量

图 3　水平及竖直振动退化累积曲线

Fig. 3　Horizontal and vertical vibration degradation accumulation curves

图 6 可知, 由于逆高斯过程的迭代模型收敛效果较差, 可以认为数控系统退化数据难以拟合该模型, 因此无需计算具体的 DIC 值即可认为该模型不适合选作数控系统退化数据分析模型。

由图 4～图 6 可知, 维纳过程样本自相关性收敛速度较伽马过程和逆高斯过程更快, 且结果更为

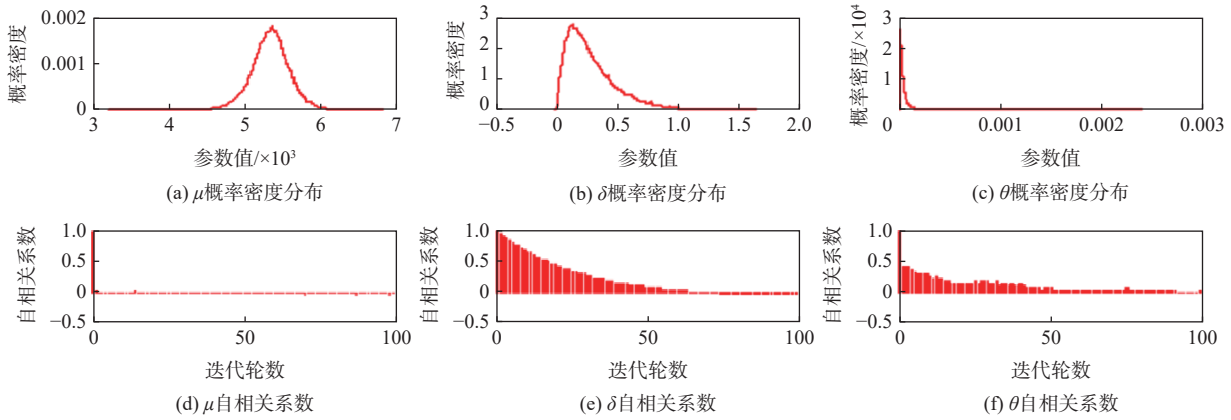


图 4 维纳过程参数后验分布概率密度函数及自相关性

Fig. 4 Probability density function and auto-correlation of posterior distribution of Wiener process parameters

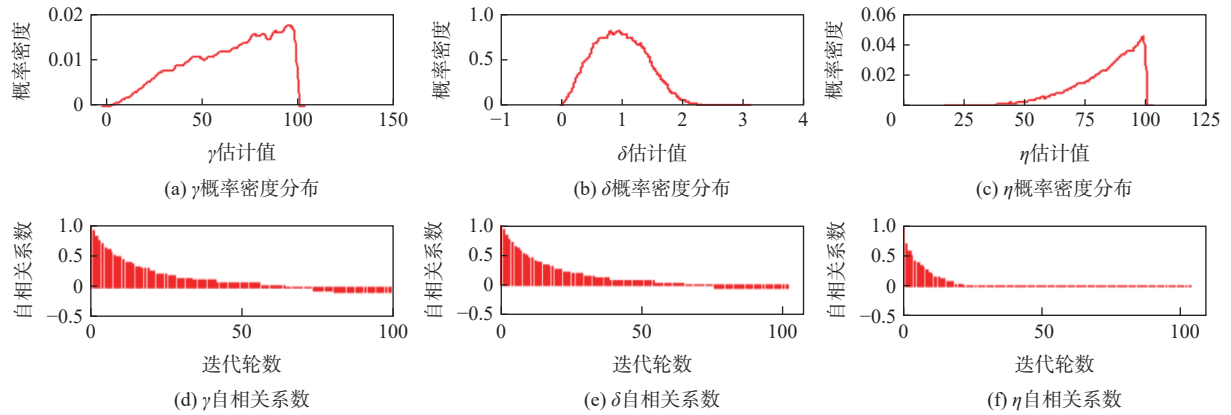


图 5 伽马过程参数后验分布概率密度函数及自相关性

Fig. 5 Probability density function and auto-correlation of posterior distribution of gamma process parameters

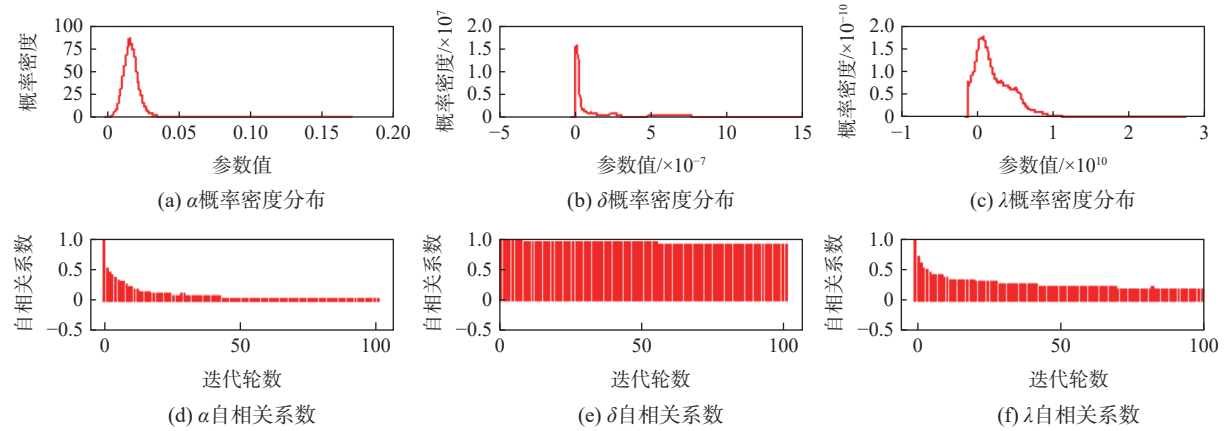


图 6 逆高斯过程参数后验分布概率密度函数自相关性

Fig. 6 Probability density function and auto-correlation of posterior distribution of inverse Gaussian process parameters

稳定。

3 种模型的相关参数估计结果如表 3 所示。

维纳过程、伽马过程、逆高斯过程参数的历史迭代轨迹分别如图 7、图 8、图 9 所示，其中横坐标为迭代次数，纵坐标为参数估计值。

由图 7～图 9 可知，在使用 MCMC 方法进行模拟过程中，维纳过程参数收敛快并且波动范围较小，伽马过程参数波动范围大，逆高斯过程参数存在突变。此外伽马过程 DIC 值较小，因此本文选择维纳过程对伺服驱动单元进行可靠性综合评价分析。

3.3 多阶段退化过程的可靠性评价

基于 3.2 节中对维纳过程、伽马过程以及逆高斯过程的分析，综合考虑维纳过程为本研究退化数据的融合方法，将表 1 的先期试验退化数据作为模型的 x、y 振动两源数据，表 2 后期试验退化数据作为模型的 x、y 振动两源数据，总共四源数据，完成

表 3　3 种模型的相关参数估计结果

Table 3　Three model parameter estimation results

模型	参数	均值	标准差	MCMC误差
维纳退化过程	δ	0.283	0.210	0.007 58
	μ	5.336×10^{3}	261.000	2.020
	θ	3.757×10^{-5}	5.831×10^{-5}	1.425×10^{-6}
伽马退化过程	δ	1.018	0.445	0.011 9
	η	83.470	13.920	0.258
	γ	66.560	23.580	0.612
逆高斯退化过程	α	0.027 4	0.183	0.008 77
	δ	8.439×10^{-4}	0.022 7	8.463×10^{-4}
	λ	4.613×10^{9}	3.385×10^{9}	1.534×10^{8}

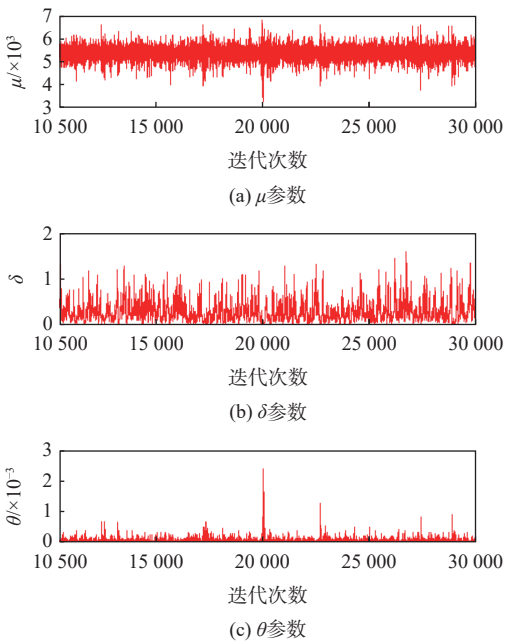


图 7　维纳过程参数的历史迭代轨迹图

Fig. 7　Historical iterative trajectory of Wiener process parameters

了数据融合并给出了数据融合(由于 y 方向的振动量要远大于方向,因此本研究主要考虑 y 方向的数据),得到模型参数后验分布的概率密度函数如图 10 所示,参数的自相关性如图 11 所示,模型参数估计结果如表 4 所示。

由图 10 可知,后验参数均符合所对应的分布,可以认为后验参数的估计值符合数据融合模型。由图 11 可知,每个模型参数的自相关性均迅速减小并且在较小的范围之间波动,可以认为模型迅速收敛,能够满足数据融合的可靠性模型参数估计需求。

将得到参数代入到可靠性模型中,假设伺服驱动单元退化阈值为 $5g$,其中 g 为重力加速度,产品首次达到退化阈值,当退化量首次达到退化阈值时可认为产品失效,得到伺服驱动单元可靠性曲线如

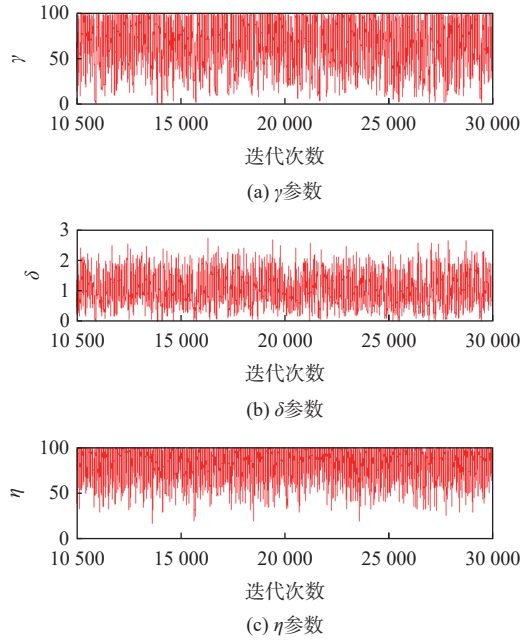


图 8　伽马过程参数的历史迭代轨迹图

Fig. 8　Historical iterative trajectory of Gamma process parameters

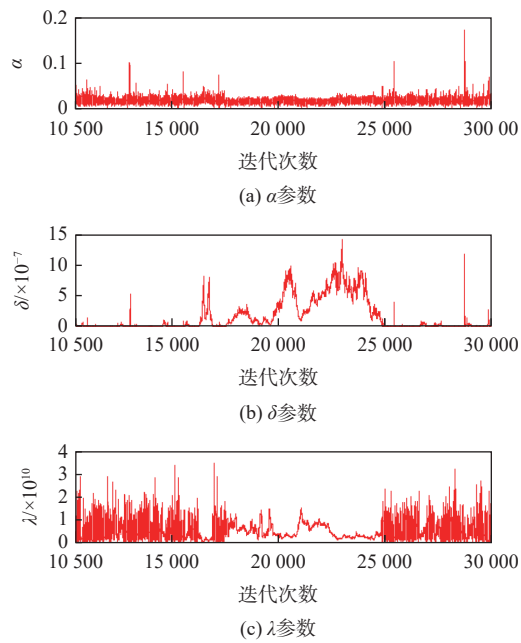


图 9　逆高斯过程参数的历史迭代轨迹图

Fig. 9　Historical iterative trajectory of inverse Gaussian process parameters

图 12 所示。

由图 12 可知,当退化量没有达到退化阈值时,伺服驱动单元可以可靠有效的运行,在退化量首次达到退化阈值时,伺服驱动单元可靠性迅速衰减,由于不同伺服驱动单元样本产品特性和前期测试时间并不相同,因此考虑个体差异的可靠性退化数据融合模型准确描述了伺服驱动单元的可靠度变化过程。

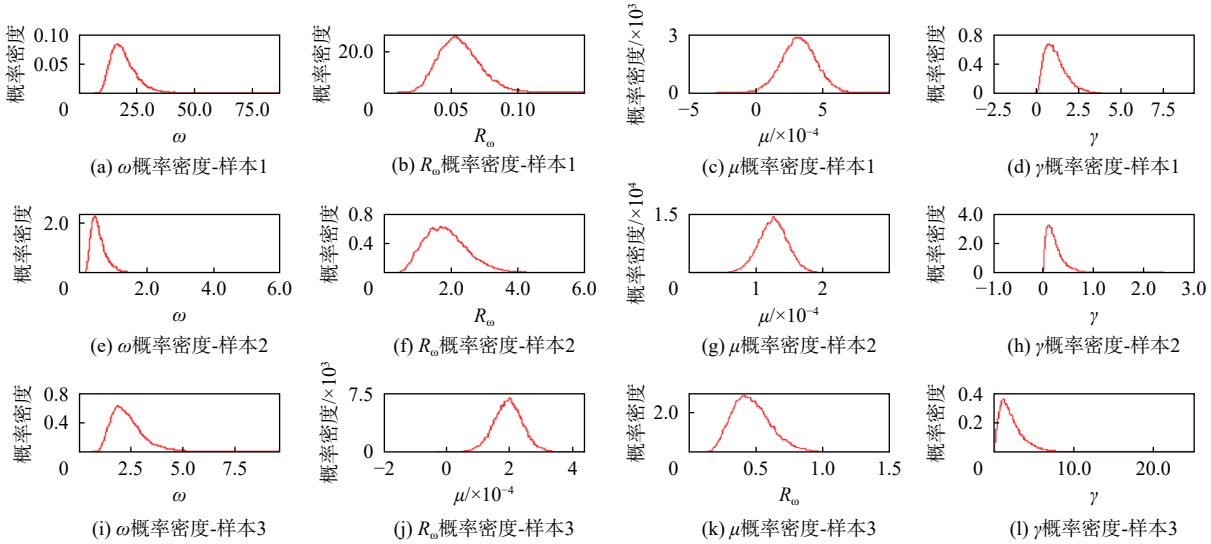


图 10 融合多阶段退化数据后模型后验分布概率密度函数

Fig. 10 Probability density function of posterior distribution of model after fusing multi-stage degradation data

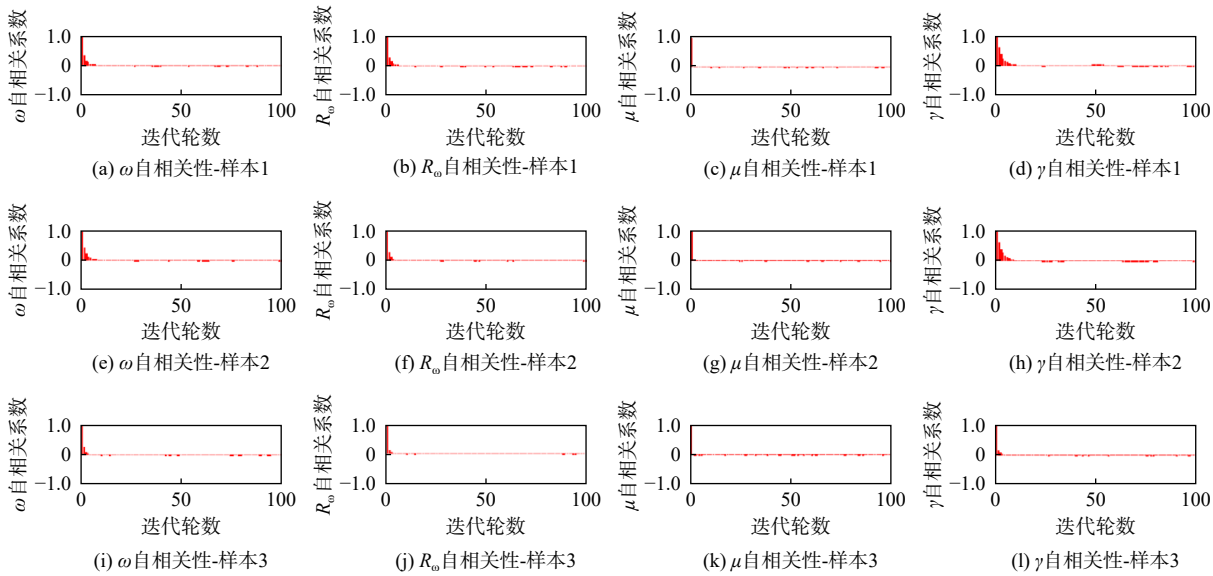


图 11 融合多阶段退化数据后模型关键参数自相关性

Fig. 11 Auto-correlation of key model parameters after fusing multi-stage degradation data

表 4 融合模型参数估计结果

Table 4 Results of fusion model parameter estimation

参数	均值	标准差	MCMC误差	95%置信区间
ω(样本1)	19.3	5.87	0.065 95	[11.09,33.54]
ω(样本2)	0.614 6	0.262 4	0.003 225	[0.294 6,1.257 0]
ω(样本3)	2.366	0.821 3	0.007 614	[1.238,4.403]
R_ω(样本1)	0.056 16	0.015 54	1.677×10^{-4}	[0.029 81,0.090 16]
R_ω(样本2)	1.871	0.672 8	0.006 91	[0.795 2,3.394 0]
R_ω(样本3)	0.469 2	0.148 7	0.001 214	[0.227 1,0.807 5]
μ(样本1)	3.286×10^{-4}	1.32×10^{-4}	9.051×10^{-7}	$[6.723\times10^{-5},5.883\times10^{-4}]$
μ(样本2)	1.252×10^{-4}	2.279×10^{-5}	1.668×10^{-7}	$[8.0\times10^{-5},1.702\times10^{-4}]$
μ(样本3)	1.922×10^{-4}	4.661×10^{-5}	2.767×10^{-7}	$[9.719\times10^{-5},2.848\times10^{-4}]$
δ	0.231 4	0.179 6	0.002 692	[0.026 94,0.704 20]
γ	1.242	0.770 1	0.011 49	[0.273 5,3.156 0]
θ	2.284	1.672	0.014 65	[0.334,6.557]

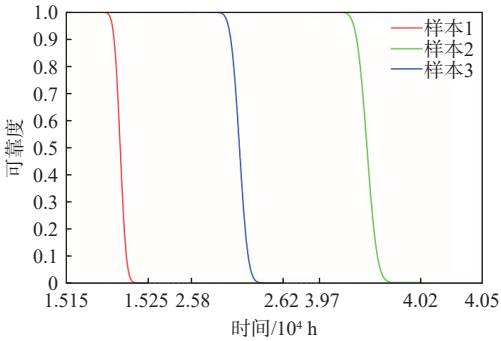


图 12　伺服驱动单元可靠度曲线

Fig. 12　Reliability curve of servo drive unit

4　结　论

本文提出一种多阶段退化数据融合的伺服驱动单元可靠性建模方法, 并利用实验室平台进行了验证, 可得以下结论:

1) 通过分析多种退化过程的特性, 考虑随机效应, 建立考虑个体差异的可靠性模型, 解决了多个样本试验过程中由于样本个体特性造成的误差。

2) 利用贝叶斯方法将退化数据进行有效融合, 建立多数据融合的可靠性模型, 该模型可以融合异构数据, 也可以将同类数据在不同测试时间的结果进行融合, 并利用实验室 3 个伺服驱动单元样本采用两阶段数据进行了融合验证, 并基于 MCMC 方法进行参数估计, 给出不同样本的可靠度曲线, 验证了模型的有效性。

参考文献（References）

[1] 李丽, 张根保. “高档数控机床的高端制造模式”(二): 国产数控机床的竞争格局研究[J]. 计算机集成制造系统, 2023, 29(4): 1346-1356.
LI L, ZHANG G B. The competitive pattern of domestic CNC machine tools[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2023, 29(4): 1346-1356 (in Chinese).

[2] CASTANEDO F. A review of data fusion techniques[J]. The Scientific World Journal, 2013, 2013(1): 704504.

[3] LO D, GOUBRAN R A, DANSEREAU R M. Robust joint audio-video talker localization in video conferencing using reliability information-II: Bayesian network fusion[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2005, 54(4): 1541-1547.

[4] 司景萍, 马继昌, 牛家骅, 等. 基于模糊神经网络的智能故障诊断专家系统[J]. 振动与冲击, 2017, 36(4): 164-171.
SI J P, MA J C, NIU J H, et al. An intelligent fault diagnosis expert system based on fuzzy neural network[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(4): 164-171 (in Chinese).

[5] MAJUMDER S, PRATIHAR D K. Multi-sensors data fusion through fuzzy clustering and predictive tools[J]. Expert Systems with Applications, 2018, 107: 165-172.

[6] CHEN Y, MA S, WEN X. Application of natural gradient algorithm for the aircraft engine vibration signal separation and fault diagnosis[J]. Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(12): 382-388.

[7] 孙伟超, 李文海, 李文峰. 融合粗糙集与 D-S 证据理论的航空装备故障诊断[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(10): 1902-1909.
SUN W C, LI W H, LI W F. Avionic devices fault diagnosis based on fusion method of rough set and D-S theory[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(10): 1902-1909 (in Chinese).

[8] INSUA D R, RUGGERI F, SOYER R, et al. Advances in Bayesian decision making in reliability[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 282(1): 1-18.

[9] JEFFREYS H. Theory of probability[M]. 3d ed. Oxford: Clarendon Press, 1961.

[10] LITTLEWOOD B, VERRALL J L. A Bayesian reliability model with a stochastically monotone failure rate[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1974, R-23(2): 108-114.

[11] MARTZ H F, WALLER R A. Bayesian reliability analysis of complex series/parallel systems of binomial subsystems and components[J]. Technometrics, 1990, 32(4): 407-416.

[12] PIEVATOLO A, RUGGERI F. Bayesian reliability analysis of complex repairable systems[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2004, 20(3): 253-264.

[13] ZAIDI A, OULD BOUAMAMA B, TAGINA M. Bayesian reliability models of Weibull systems: state of the art[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2012, 22(3): 585-600.

[14] SIMON C, WEBER P, EVSUKOFF A. Bayesian networks inference algorithm to implement Dempster Shafer theory in reliability analysis[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(7): 950-963.

[15] SOROUSH H, RASOULI V, TOKHMECHI B. A combined Bayesian–wavelet–data fusion approach for borehole enlargement identification in carbonates[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, 47(6): 996-1005.

[16] 徐兵, 姜艳青, 周志杰, 等. 基于贝叶斯估计的超声红外复合测距系统[J]. 解放军理工大学学报 (自然科学版), 2013, 14(4): 365-371.
XU B, JIANG Y Q, ZHOU Z J, et al. Ultrasonic infrared composite range system based on Bayesian estimation[J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2013, 14(4): 365-371 (in Chinese).

[17] 彭卫文, 黄洪钟, 李彦锋, 等. 基于数据融合的加工中心功能铣头贝叶斯可靠性评估[J]. 机械工程学报, 2014, 50(6): 185-191.
PENG W W, HUANG H Z, LI Y F, et al. Bayesian information fusion method for reliability assessment of milling head[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(6): 185-191 (in Chinese).

[18] 陈红霞, 张俊峰, 马爱博, 等. 基于改进贝叶斯的重型数控机床可靠性研究[J]. 电子科技大学学报, 2023, 52(1): 140-145.
CHEN H X, ZHANG J F, MA A B, et al. Reliability research of heavy CNC machine tools based on improved Bayesian[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2023, 52(1): 140-145 (in Chinese).

[19] GUO J Y, LI Y F, PENG W W, et al. Bayesian information fusion method for reliability analysis with failure-time data and degrada-

tion data[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2022, 38(4): 1944-1956.

[20] ZHAO Q, JIA X, CHENG Z J, et al. Bayesian estimation of residual life for weibull-distributed components of on-orbit satellites based on multi-source information fusion[J]. Applied Sciences, 2019, 9(15): 3017.

[21] CHEN Z, XIA T B, LI Y P, et al. Random-effect models for degradation analysis based on nonlinear tweedie exponential-dispersion processes[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2022, 71(1): 47-62.

[22] 杨家鑫, 唐圣金, 李良, 等. 基于隐含非线性维纳退化过程的剩余寿命预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2024, 50(1): 328-340.
YANG J X, TANG S J, LI L, et al. Remaining useful life prediction based on implicit nonlinear Wiener degradation process[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2024, 50(1): 328-340(in Chinese).

[23] WANG X. Wiener processes with random effects for degradation data[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2010, 101(2): 340-351.

[24] PENG C Y. Inverse Gaussian processes with random effects and explanatory variables for degradation data[J]. Technometrics, 2015, 57(1): 100-111.

[25] EDWARDS K D, KONOLD T R. Impact of informative priors on model fit indices in Bayesian confirmatory factor analysis[J]. Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 2023, 30(2): 272-283.

[26] BARIBAULT B, COLLINS A G E. Troubleshooting Bayesian cognitive models[J]. Psychological Methods, 2023: 10.1037/met0000554.

[27] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6): 716-723.

[28] SCHWARZ G. Estimating the dimension of a model[J]. The Annals of Statistics, 1978, 6(2): 461-464.

[29] PANDEY A, SINGH A, GARDONI P. A review of Information Field Theory for Bayesian inference of random fields[J]. Structural Safety, 2022, 99: 102225.

Servo drive unit reliability modeling with multi-stage degradation data fusion

ZHANG Zhongwen[1, 2], PENG Chong[1, *], CHE Zhongyuan[1], WANG Jikun[1]

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Beijing Xinghang Mechanical and Electrical Equipment Co., Ltd., Beijing 100074, China)

Abstract: In order to accurately evaluate the reliability of the servo drive unit of a computer numerical control (CNC) system, a reliability modeling method with multi-stage degradation data fusion was proposed. Firstly, by analyzing multiple degradation process models, random effects were introduced, and a reliability model building scheme considering individual differences was given for the characteristics of individual differences existing between different servo drive units. Then, a Bayesian approach was adopted to fuse different degradation data by considering multiple degradation processes, and a reliability model of servo drive units with multi-stage degradation data fusion was established. Moreover, a Markov chain Monte Carlo (MCMC) method was used to complete the model parameter estimation. Finally, a servo drive unit loading test platform was built in the laboratory environment to collect experimental data and verify the validity of the model.

Keywords: degradation process; data fusion; Bayesian approach; servo drive unit; reliability modeling

Received: 2023-04-22; **Accepted**: 2023-08-30; **Published Online**: 2023-10-11 09:43

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20231009.1511.005

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51875029); Supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-23-PTJH-0701); Open Foundation of the Guangdong Provincial Key Laboratory of Electronic Information Products Reliability Technology

* **Corresponding author**. E-mail: pch@buaa.edu.cn