http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2024.0301

碳基材料烧蚀传热问题的不确定性分析方法

刘挺[1]，刘骁[2,*]，郭磊[1,3]，曾磊[2]，国义军[2]

(1. 新疆大学 计算机科学与技术学院，乌鲁木齐 830000；2. 中国空气动力研究与发展中心，绵阳 621000；
3. 电子科技大学 计算机科学与工程学院，成都 610000)

摘　　要：针对烧蚀传热问题进行不确定性量化研究，烧蚀预测采用双平台模型，对烧蚀动边界下的传热过程使用有限元方法进行数值求解。使用正交试验研究参数对目标变量的影响，发现在2种典型加热条件(高热流、短时间和低热流、长时间)下，输入参数对烧蚀量的影响有所不同，而对背面温度的影响大小一致。为得到更精准的不确定性量化结果，进一步使用蒙特卡罗(MC)方法和多项式混沌(PC)方法对烧蚀传热问题进行不确定性分析，通过敏感度分析发现，在2种加热条件下，热流是影响烧蚀量较为关键的因素。而对背面温度的影响，状态1(高热流、短时间)中的热导率影响最大，状态3(低热流、长时间)中的热流影响相对较大。相比MC方法，PC方法能够有效减少计算成本，获得较为满意的计算结果。

关 键 词：碳基材料；双平台理论；不确定性；多项式混沌；正交试验
中图分类号：V19
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2026)06-2064-10

再入式高速飞行器(如返回舱等)在大气内飞行过程中，由于飞行速度极高，会受到严重的气动加热，必须采取热防护措施，碳基材料(包括普通碳/碳复合材料、碳酚醛等)是当前用于再入式飞行器热防护非常广泛的一类高温烧蚀型防热材料。再入飞行过程中，通过该类材料的烧蚀消耗，带走大量热量，从而达到保护飞行器内部结构和设备的目的。

对于烧蚀型热防护的设计而言，烧蚀后退量和防热层内壁面温度是必须重点关注并严格控制的2个变量[1-2]，因为前者产生的外形变化有可能导致过大的落点偏差甚至失稳坠毁，后者超限则会导致内部结构及仪器设备的损坏。而表面烧蚀反应和材料内部温度分布存在复杂的相互影响机制[3-4]，因此，建立同时考虑材料表面烧蚀后退-内部传热的耦合计算方法对于烧蚀热防护设计十分重要[5-6]。同时，受限于预测手段及生产工艺，作为烧蚀传热计算必要输入条件的气动加热热流及材料热物性参数，还存在一定难以避免的系统误差，对这些误差所带来的预测结果不确定性进行量化分析，同样对热防护设计具有重要的参考价值。对于热防护设计中的不确定性问题，Dec等[7]提出使用蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)方法来进行热防护系统安全余量概率设计。Chen等[8]在文献[7]的基础上，提出使用MC方法进行热防护概率设计及敏感度分析的通用流程，并展示了该方法在星尘号、火星巡游者及X-37热防护设计中的应用。此后，基于MC的热防护概率设计方法在飞行任务中得到了大量应用，包括火星科学实验室(Mars Science Laboratory, MSL)[9]、Orion Crew Exploration Vehicle[10]及高超声速充气式气动减速器(hypersonic inflatable aerodynamic decelerator, HIAD)[11]等。陈江涛等[12]使用多项式混沌(polynomial chaos, PC)方法开展炭化热解材料温度场预测中的不确定性分析，以提升不确

收稿日期：2024-05-09；录用日期：2024-07-05；网络出版时间：2024-08-19 15:57
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20240816.1613.002
基金项目：国家重点研发计划(2019YFA0405202)
*通信作者. E-mail：liuxiao8146@163.com

引用格式：刘挺，刘骁，郭磊，等. 碳基材料烧蚀传热问题的不确定性分析方法[J]. 北京航空航天大学学报，2026，52(6)：2064-2073.
LIU T，LIU X，GUO L，et al. Uncertainty analysis methods for heat transfer ablation in carbon-based materials[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2026，52(6)：2064-2073 (in Chinese).

定性分析的效率。

上述研究主要针对材料参数的不确定性对结构内部温度、应力等产生的影响开展研究, 对表面烧蚀考虑较少。针对碳基材料的表面烧蚀, 文献 [13] 提出了双平台理论, 建立了碳基材料在氧化速率控制区、过渡区、扩散控制区及碳氮反应和碳升华的通用烧蚀计算模型, 揭示了烧蚀反应控制机理。本文在其基础上, 建立烧蚀-传热耦合计算方法, 基于该方法, 对 2 种典型加热工况下的烧蚀规律及其背后的反应机理开展分析, 通过正交试验选取典型输入参数值进行计算分析结果, 综合利用 MC 方法和 PC 方法, 开展不同加热条件下的烧蚀传热问题不确定性分析研究。

1　烧蚀传热问题的数值模拟

本文的烧蚀传热问题计算基于碳基材料氧化烧蚀双平台模型[13], 该模型指出, 碳的表面氧化由 2 个基本过程组成:固体表面上的化学动力学过程和反应物向表面输送的过程, 且速率较慢的过程起主导作用。本文基于上述基本条件, 简单阐述碳基材料烧蚀模型。

在材料表面, 主要考虑如下反应[13]:

$$\mathrm{C(s)} \longrightarrow \mathrm{C_1} \tag{1}$$

$$2\mathrm{C(s)} \longrightarrow \mathrm{C_2} \tag{2}$$

$$3\mathrm{C(s)} \longrightarrow \mathrm{C_3} \tag{3}$$

$$4\mathrm{C(s)} \longrightarrow \mathrm{C_4} \tag{4}$$

$$5\mathrm{C(s)} \longrightarrow \mathrm{C_5} \tag{5}$$

$$\mathrm{C(s)}+\frac{1}{2}\mathrm{O_2} \longrightarrow \mathrm{CO}\cdots\cdots\dot{m}_{\mathrm{C_1}} \tag{6}$$

$$\mathrm{C(s)}+\frac{1}{2}\mathrm{N_2} \longrightarrow \mathrm{CN}\cdots\cdots\dot{m}_{\mathrm{C_2}} \tag{7}$$

$$2\mathrm{C(s)}+\frac{1}{2}\mathrm{N_2} \longrightarrow \mathrm{C_2N}\cdots\cdots\dot{m}_{\mathrm{C_3}} \tag{8}$$

$$\mathrm{CO}+\frac{1}{2}\mathrm{O_2} \Longleftrightarrow \mathrm{CO_2} \tag{9}$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{O_2} \Longleftrightarrow \mathrm{O} \tag{10}$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{N_2} \Longleftrightarrow \mathrm{N} \tag{11}$$

式 (1)～式 (5) 为碳的升华反应; 式 (6) 为非平衡反应; 式 (7)～式 (11) 为平衡反应。

按照上述反应, 反应气体混合物的平均分子质量为

$$\overline{M}_{\mathrm{w}}=\left(\sum_{j=1}^{11}\frac{C_{j,\mathrm{w}}}{M_j}\right)^{-1} \tag{12}$$

式中: $C_{j,\mathrm{w}}$为元素 j 在壁面的质量分数; M_j为元素 j 的摩尔质量; 下标 w 表示壁面。

对于式 (1)～式 (5) 的升华反应, 符合动力学升华过程, 反应消耗的碳速率为

$$\dot{m}_{\mathrm{C}_i,\mathrm{w}}=\beta_{\mathrm{C}_i}\frac{\overline{M}_{\mathrm{w}}P_{\mathrm{e}}}{\sqrt{2\pi\hat{R}M_{\mathrm{C}_i}T_{\mathrm{w}}}}\left(C_{\mathrm{C}_i,\mathrm{eq}}-C_{\mathrm{C}_i,\mathrm{w}}\right) \tag{13}$$

式中: β_{C_i}为无量纲系数, 通过查询相关数据库获得; P_{e}为边界层外缘压力; $\hat{R}$为气体常数; 下标 e 表示边界层外缘; 下标 eq 表示平衡常数; M_{C_i}为碳元素 i 的摩尔质量; T_{w}为壁面温度; C_{C_i}为组元的质量分数。

假设边界层内压力梯度为 0, 即边界层内气体压力等于边界层外缘压力, 可得

$$\dot{m}_{\mathrm{C}_i,\mathrm{w}}=\beta_{\mathrm{C}_i}\sqrt{\frac{M_{\mathrm{C}_i}}{2\pi\hat{R}T_{\mathrm{w}}}}\left(P_{\mathrm{C}_i,\mathrm{eq}}-P_{\mathrm{C}_i,\mathrm{w}}\right) \tag{14}$$

式中: P_{C_i}为碳元素 i 的分压; $P_{\mathrm{C}_i,\mathrm{eq}}=K_{\mathrm{p},\mathrm{C}_i}$为对应反应的平衡常数, 通过查询相关化学反应数据库获得。

引入无量纲质量损失系数:

$$B_{\mathrm{c}}=\frac{\dot{m}_{\mathrm{C,w}}}{\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}}St}=\frac{\dot{m}_{\mathrm{C,w}}}{\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}}C_{\mathrm{M}}}=\frac{\dot{m}_{\mathrm{C,w}}}{\psi q_{\mathrm{c}}/h_{\mathrm{r}}} \tag{15}$$

$$B_{\mathrm{p}}=\frac{\dot{m}_{\mathrm{gw}}}{\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}}C_{\mathrm{M}}}=\frac{\dot{m}_{\mathrm{gw}}}{\psi q_{\mathrm{c}}/h_{\mathrm{r}}} \tag{16}$$

$$B_{\mathrm{w}}=B_{\mathrm{c}}+B_{\mathrm{p}}=\frac{\dot{m}_{\mathrm{w}}}{\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}}C_{\mathrm{M}}}=\frac{\dot{m}_{\mathrm{w}}}{\psi q_{\mathrm{c}}/h_{\mathrm{r}}} \tag{17}$$

式中: ψ为质量引射系数, 为考虑烧蚀引射效应后对热流的修正系数, 可采用与引射相关的模型计算获得; ρ_{e}为边界层外缘密度; u_{e}为边界层外缘速度; St为斯坦顿数; C_{M}为传质系数; q_{c}为冷壁热流; h_{r}为恢复焓; $\dot{m}_{\mathrm{gw}}$为壁面气体质量流率; $\dot{m}_{\mathrm{w}}$为壁面处元素消耗速率。

组元 j 在壁面的扩散流率为

$$J_{j\mathrm{w}}=\rho_{\mathrm{e}}u_{\mathrm{e}}C_{\mathrm{M}}\left(C_{j,\mathrm{w}}-C_{j,\mathrm{e}}\right) \tag{18}$$

$$\dot{m}_{j,\mathrm{w}}=\left[C_{j,\mathrm{w}}(1+B_{\mathrm{w}})-C_{j,\mathrm{e}}\right]\psi\frac{q_{\mathrm{c}}}{h_{\mathrm{r}}} \tag{19}$$

式中: $\dot{m}_{j,\mathrm{w}}$为壁面处元素 j 消耗速率。

对于反应式 (6), 对不同的温度范围采用不同的反应动力学模型, 当$T_{\mathrm{w}}\leqslant 1\,700$ K时, 采用 1/2 级反应, 当$T_{\mathrm{w}}>1\,700$ K时, 采用 1 级反应:

$$\dot{m}_{\mathrm{C,w1}}=(1-f)\alpha_1P_{\mathrm{O_2,w}}^{1/2}+f\alpha_1'P_{\mathrm{O_2,w}} \tag{20}$$

式中: $f=0$, 采用 1/2 级反应模型, $f=1$, 采用 1 级反应模型; α_1和α_1'为反应速率系数; $P_{\mathrm{O_2}}$为 $\mathrm{O_2}$ 分压。反应动力学数据按照 Scala 提出的快反应模型给出[14]。再对 $\mathrm{O_2}$ 组元使用式 (19), 可得

$$\dot{m}_{\mathrm{O_2,w}}=\left[P_{\mathrm{O_2,w}}(1+B)-P_{\mathrm{O_2,e}}\right]\psi\frac{q_{\mathrm{c}}}{h_{\mathrm{r}}}\cdot\frac{M_{\mathrm{O_2}}}{\overline{M}_{\mathrm{w}}} \tag{21}$$

式中: B 为无因次烧蚀质量流率; $M_{\mathrm{O_2}}$为$\mathrm{O_2}$的摩尔

质量。

定义反应生成物CO与CO_2的分压比为δ，O与CO_2的分压比为γ，有

$$\dot{m}_{O_2,w}=-\frac{(2+\delta+\gamma)M_{O_2}}{(2+2\delta)M_C}\dot{m}_{C,w1} \tag{22}$$

式中：M_C为C的摩尔质量。

随后，可求得$P_{O_2,w}^{1/2}$，O元素当量质量分数为

$$\tilde{C}_{O,w}=C_{O,w}+C_{O_2,w}+\frac{M_O}{M_{CO}}C_{CO,w}+\frac{2M_O}{M_{CO_2}}C_{CO_2,w} \tag{23}$$

式中：$C_{O,w}$、$C_{O_2,w}$、$C_{CO,w}$、$C_{CO_2,w}$分别为O、O_2、CO、CO_2在壁面的质量分数；M_O、M_{CO}、M_{CO_2}分别为O、CO、CO_2的摩尔质量。

根据边界层内的传质过程：

$$P_O+2P_{O_2}+P_{CO}+2P_{CO_2}=\frac{\tilde{C}_{O,e}}{1+B_w}\cdot\frac{\overline{M}_wP_e}{M_O} \tag{24}$$

式中：P_O、P_{O_2}、P_{CO}、P_{CO_2}分别为O、O_2、CO、CO_2的分压。

根据反应式(10)的平衡条件，有

$$K_{p,O}=\frac{P_{O,w}}{P_{O_2,w}^{1/2}}=10^{3.518-13\,392/T_w} \tag{25}$$

式中：$K_{p,O}$为O的化学平衡常数。

由式(25)可求出P_O。根据反应式(9)的平衡条件，进一步可得

$$P_{CO}=\frac{\dfrac{\tilde{C}_{O,e}}{1+B_w}\cdot\dfrac{\overline{M}_wP_e}{M_O}-P_{O,w}-2P_{O_2,w}}{1+2P_{O_2,w}^{1/2}K_{p,CO_2}} \tag{26}$$

式中：K_{p,CO_2}为CO_2的化学平衡常数。

对氮元素有

$$K_{p,N}P_{N_2,w}^{1/2}+2P_{N_2,w}+K_{p,CN}P_{N_2,w}^{1/2}+K_{p,C_2N}P_{N_2,w}^{1/2}=\frac{P_e\overline{M}_w}{M_N}\cdot\frac{\tilde{C}_{N,e}}{1+B_w} \tag{27}$$

式中：$K_{p,N}$为N的化学平衡常数。

至此，壁面所有组分的分压均可求得。进一步可求出壁面气体混合物中碳元素的质量浓度为

$$\tilde{C}_{C,w}=\sum_{i=1}^{3}C_{C_i,w}+\frac{M_C}{M_{CO}}C_{CO,w}+\frac{M_C}{M_{CO_2}}C_{CO_2,w}+\frac{M_C}{M_{CN}}C_{CN,w}+\frac{2M_C}{M_{C_2N}}C_{C_2N,w} \tag{28}$$

并得到B_c和$\dot{m}_C$。

各组分质量分数与无量纲参数B_w、质量引射系数ψ及壁面气体混合物平均分子质量$\overline{M}_w$为隐式关系，通过牛顿迭代可实现求解。

基于以上阐述的双平台模型，结合烧蚀动边界技术，给出烧蚀传热问题在动坐标下的控制方程表达式为

$$\rho c_p\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{x_s,y_s,z_s}=\rho c_p\nabla T|_t\cdot v_m+\nabla(\kappa\nabla T)|_t \tag{29}$$

式中：ρ为密度；c_p为比热容；T为温度；x_s、y_s、z_s分别为动坐标下x、y、z方向；∇表示求梯度；v_m为计算单元内任意位置处的微分控制体速度；κ为热传导系数。

式(29)为对流-扩散型方程，采用一般有限元方法结合二阶Euler后差进行时间积分，并使用Newton-GMRES迭代求解大型稀疏矩阵，即可实现其求解。所采用的数值算法详见文献[15]，不再详述。

对于烧蚀热边界条件，可通过表面能量平衡计算获得。温度场计算所需的热流边界条件为

$$-\kappa\left.\frac{\partial T}{\partial|\boldsymbol{n}|}\right|_w=q_{cond}=\rho_eu_eC_H(h_r-h_w)-\varepsilon_w\sigma(T_w^4-T_\infty^4)+\dot{m}_C''h_C+\dot{m}_g''h_g \tag{30}$$

式中：q_{cond}为导热进入固体的净热流；$\boldsymbol{n}$为表面边界单元的单位法向量；C_H为传热系数；$\dot{m}_C''$、$\dot{m}_g''$分别为碳元素、气体质量流率；$\dot{m}_C''h_C$为碳烧蚀引起的能量流动；$\dot{m}_g''h_g$为流入表面的热解气体携带的能量；σ为斯蒂芬-玻尔兹曼常数；ε_w为表面发射系数；T_∞为环境温度；h_w为壁面焓；h_C为烧蚀产物的焓；h_g为热解气体的焓。

至此，本文采用的烧蚀传热问题计算方法介绍完毕。本文计算方法在以往研究中得到了验证。使用碳/碳复合材料试验件开展电弧加热器烧蚀试验。试验件为构型为ϕ15 mm×40 mm的平头圆柱，材料物性详见文献[16]。表1为碳/碳材料模型试验状态及烧蚀测量结果。

表1 碳/碳材料模型试验状态及烧蚀测量结果

Table 1 Carbon/carbon material model test status and ablation measurement results

状态	烧蚀前尺寸/mm	烧蚀后尺寸/mm	焓值/(MJ·kg^{-1})	热流/(MW·m^{-2})	烧蚀时间/s
状态1	40.12	36.5	10	30	15
状态2	40.06	38.5	5	10	15
状态3	40.05	33.5	5	10	45

计算出3种工况下的烧蚀后退量，并与试验结果对比，如图1所示。可以看出，计算值与试验值的偏差在0.11～0.53 mm范围内。考虑到烧蚀后的模型表面本身具有一定的不平整度(0.1 mm量级)，且计算给定的理想状态热环境与试验过程中实际热环境尚有一定偏差，可以认为，计算结果与试验值达到了较好的吻合度。

研究中发现，烧蚀、热流及结构温度存在复杂的相互作用关系，如图2所示。状态1和状态3分别属于“高热流、短时间”和“低热流、长时间”。可以看出，温度在持续升高，而烧蚀速率的变化并

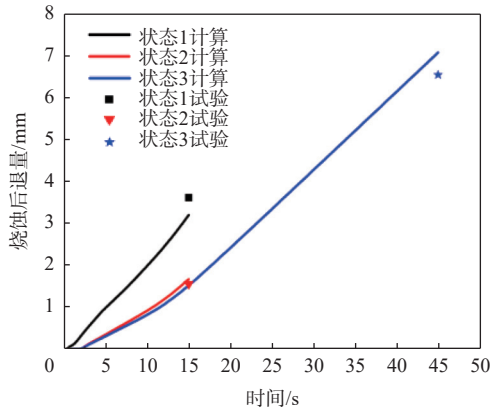


图 1　烧蚀后退量随时间变化

Fig. 1　Change in ablation retreat over time

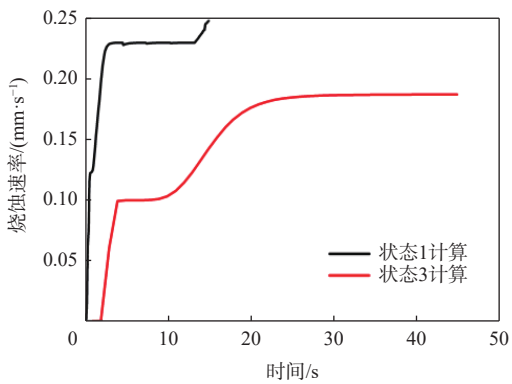


图 2　状态 1 和状态 3 烧蚀速率随时间变化

Fig. 2　The ablation velocity of state 1 and state 3 changes over time

没有规律，2 种状态下的烧蚀速率曲线呈现出比较复杂、有显著分段平台特征的变化规律。与状态 1 相比，状态 3 的烧蚀速率曲线爬升段更缓，在第 1 个平台停留的时间更长，且末端没有出现显著的爬升。由于反应温度的上升，反应速率分别受到反应动力学控制、反应动力学和反应物扩散共同控制、反应控制 3 个过程。从图 3 和图 4 可以看到，状

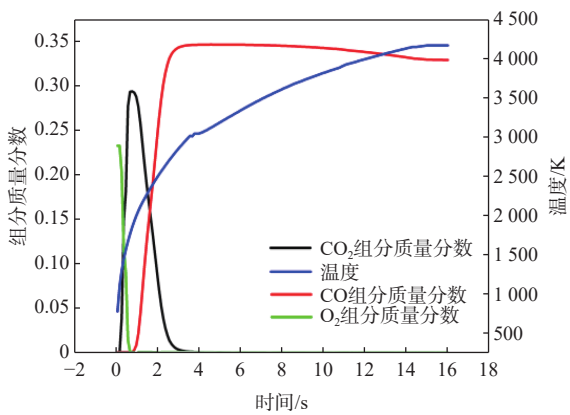


图 3　状态 1 碳-氧反应相关组分质量分数曲线及表面温升曲线

Fig. 3　Concentration curve and surface temperature rise curve of carbon oxygen reaction related components in state 1

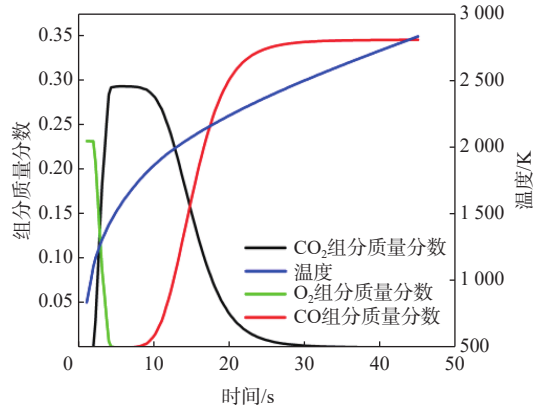


图 4　状态 3 碳-氧反应相关组分质量分数曲线及表面温升曲线

Fig. 4　Concentration curve and surface temperature rise curve of carbon oxygen reaction related components in state 3

态 3 为低热流，材料表面的温升更慢，因此，反应速率上升相较状态 1 也更慢。状态 1 反应后期温度达到 3 000 K 以上，发生碳-氮反应，致使烧蚀速率再次上升。

2　烧蚀传热问题的不确定性分析方法

由第 1 节分析可知，烧蚀量与温度有着复杂的关系，烧蚀量的变化不仅与温度有关，还受来流条件的影响。温度的变化受所用材料物性参数的影响。飞行器飞行过程中，来流条件频繁变化及材料物性由于工艺问题存在误差，因此，对于表面烧蚀传热问题，需要进行大量计算研究，进行敏感性分析，得到不同参数对输出变量的影响规律。

采用 PC 方法作为烧蚀传热问题的不确定性分析方法，其不确定性传播分析流程如图 5 所示。

通过与大量 MC 确定性计算进行对比，验证 PC 代理模型精度，本文不确定性输入参数的分布类型均为均匀分布。

PC 方法通过多项式基组合成随机空间，描述和传播随机变量的不确定性。响应变量 $Q(\boldsymbol{\xi})$，即不确定性分析中输出参数表示为

$$Q(\boldsymbol{\xi}) = q_0 I_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} q_{i_1} I_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^{\infty}\sum_{i_2=1}^{i_1} q_{i_1 i_2} I_2(\xi_{i_1},\xi_{i_2}) + \sum_{i_1=1}^{\infty}\sum_{i_2=1}^{i_1}\sum_{i_3=1}^{i_2} q_{i_1 i_2 i_3} I_3(\xi_{i_1},\xi_{i_2},\xi_{i_3}) + \cdots \tag{31}$$

式中：$\boldsymbol{\xi}$为随机向量，即不确定性输入参数；I_0 和 q_0 分别为多项式混沌展开中的基准多项式和常数项系数；$I_m(\xi_{i_1},\xi_{i_2},\cdots,\xi_{i_m})$为 m 阶多元正交多项式；$q_{i_1 i_2 \cdots i_p}$为未知待求系数。由于阶数过大会造成计算量的增加，式(31)中的 PC 模型通常在 P 阶被截

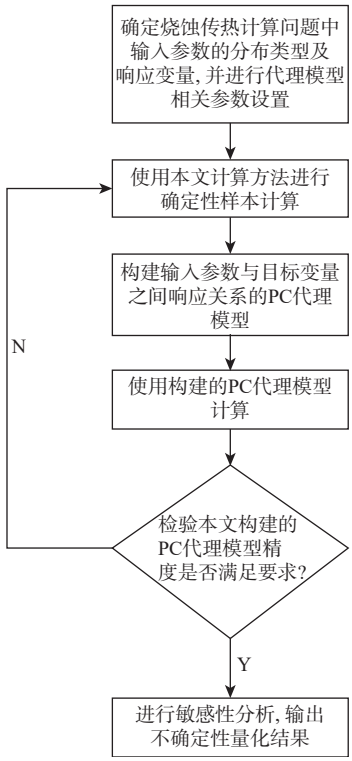


图5 不确定性传播分析流程

Fig. 5 Uncertainty propagation analysis flowchart

断。对应 P 阶 PC 模型表示为

$$Q(\boldsymbol{\xi}) \approx \sum_{i=0}^{P} b_i \Phi_i(\boldsymbol{\xi}) \tag{32}$$

式中：b_i和$\Phi_i(\boldsymbol{\xi})$对应式(31)中的$q_{i_1 i_2 \cdots i_p}$和$I_m(\xi_{i_1},\xi_{i_2},\cdots,\xi_{i_m})$。$\Phi_i(\boldsymbol{\xi})$的形式根据输入参数的概率分布类型确定，目前较为常用的是 Askey 方案[17]。关键在于 PC 待求系数b_i的求解。

采用 Galerkin 投影法进行 PC 系数求解，将式(32)两边依次投影到各正交多项式$\Phi_i(\boldsymbol{\xi})$上：

$$< Q(\boldsymbol{\xi})\Phi_i(\boldsymbol{\xi}) >=< \sum_{i=0}^{P} b_i \Phi_i(\boldsymbol{\xi})\Phi_i(\boldsymbol{\xi}) > \tag{33}$$

根据内积定义，整理得到

$$b_i = E[Q(\boldsymbol{\xi})\Phi_i(\boldsymbol{\xi})]/E\left[\Phi_i(\boldsymbol{\xi})\Phi_i(\boldsymbol{\xi})\right] \tag{34}$$

式中：“$<\cdot>$”表示内积；$E[\cdot]$表示期望。

待求 PC 系数可通过式 (34) 依次得到。式 (34) 中分母的求解通过对正交多项式求期望，分子的求解需要调用一定次数的输出响应函数，本文通过数值方法进行求解。

3 正交试验设计

正交试验设计是用来研究多因素多水平的试验方法，从全部试验中挑选出具有代表性的样本点进行试验，从而分析不同因素对输出变量的影响程度。基于此，本文选取几组具有代表性的组合，使用正交试验进行计算极差结果分析，初步对烧蚀传热问题中输入变量对目标变量的影响进行分析。

使用标准正交设计表计算第 2 节中 2 种典型状态下的结果，如表 2 所示，表中，110% 表示原有状态数值的 110%。选取一维表面烧蚀算例，长方体(1 mm×1 mm×40 mm, 100 个网格)的表面烧蚀后退量和背面(40 mm 处)温度变化作为目标变量，选取状态 1 和状态 3 这 2 种典型状态进行计算。

表 2 正交试验结果

Table 2 Orthogonal test results

分组	热导率水平/%	比热容水平/%	密度水平/%	热流水平/%	烧蚀量/mm		背面温度/K	
					状态1	状态3	状态1	状态3
1	110	110	110	110	−3.064 4	−6.368 7	910.949 7	1 429.159 3
2	110	120	120	120	−3.097 5	−6.309 6	807.627 7	1 293.738 2
3	110	130	130	130	−2.998 4	−6.255 8	725.752 9	1 174.807 5
4	120	110	120	130	−3.556 0	−7.788 1	920.596 1	1 457.903 8
5	120	120	130	110	−2.839 5	−5.188 8	790.248 6	1 241.390 9
6	120	130	110	120	−2.812 7	−5.734 4	858.475 4	1 357.617 1
7	130	110	130	120	−3.352 1	−6.612 7	895.940 7	1 395.975 0
8	130	120	110	130	−3.300 6	−7.054 7	974.781 1	1 515.508 0
9	130	130	120	110	−2.696 7	−4.700 4	829.174 3	1 287.565 8

表 3 为烧蚀量的极差分析结果。可知，在状态 1 下，比热容对烧蚀量的影响最大，其次为热流，热导率和密度的影响较小，也比较接近；在状态 3 下，对烧蚀量的影响次序分别为热流、比热容、密度、热导率。

表 4 给出在 2 个典型状态下背面温度的极差分析结果。可以看到，在状态 1 下，密度、比热容、热导率和热流对背面温度的影响依次降低；在状态 3 下，密度对背面温度的影响最大，其次为比热容、热导率，热流的影响最小。

表 3　烧蚀量的极差分析结果

Table 3　Range analysis results of ablation amount

状态	因素	k_1/mm	k_2/mm	k_3/mm	极差/mm
状态1	热导率	−3.053	−3.069	−3.116	0.063
	比热容	−3.324	−3.079	−2.836	0.488
	密度	−3.059	−3.117	−3.063	0.058
	热流	−2.867	−3.087	−3.285	0.418
状态3	热导率	−6.311	−6.237	−6.064	0.189
	比热容	−6.923	−6.184	−5.505	1.360
	密度	−6.386	−6.208	−6.019	0.367
	热流	−5.361	−6.219	−7.033	1.614

注: k_1、k_2、k_3分别为因素在110%、120%、130%水平下对结果的影响。

表 4　背面温度的极差分析结果

Table 4　Range analysis results of back temperature

状态	因素	k_1/K	k_2/K	k_3/K	极差/K
状态1	热导率	814.777	856.44	899.965	85.188
	比热容	909.162	857.552	804.468	104.694
	密度	914.735	852.466	803.981	110.754
	热流	843.458	854.015	873.71	30.252
状态3	热导率	1 299.235	1 352.304	1 375.694	100.448
	比热容	1 427.679	1 350.212	1 249.341	154.349
	密度	1 434.095	1 322.414	1 270.724	163.370
	热流	1 295.383	1 349.11	1 382.74	63.368

4　不确定性方法量化分析

由于上述正交试验未考虑因素之间相互影响, 所选样本点仅是个别因素水平的组合, 并未考虑所有可能因素水平下的可能性。为获得更加精准的敏感性分析, 采用 MC 方法和 PC 代理模型对上述算例进行烧蚀传热问题的不确定性量化分析, 表 2 中的 4 种实验因素作为不确定性输入参数, 输入参数变化范围如表 5 所示。

表 5　输入随机变量及其变化范围

Table 5　Input random variables and their variation range

输入参数	不确定度/%
热导率	±20
比热容	±10
密度	±10
热流	±30

对表 5 中输入参数构成的随机空间进行 MC 抽样计算。由于 MC 方法非常依赖样本空间大小, 使用 MC 方法分别计算 1 000 个、10 000 个和 100 000 个样本点。由此得到 100 000 次 MC 计算目标变量的最值, 如表 6 所示。

结合图 3 和图 4 可知, 尽管状态 1 的表面温度高于状态 3, 但通过表 6 可以看到, “低热流、长时间”情况下的烧蚀情况比“高热流、低时间”要严重, 在状态 3 条件下, 最大烧蚀量达到 10.73 mm, 背面温度达到 1 986.703 22 K。由此, 在长时间的烧蚀条件下, 即使飞行器遭受的气动加热热流不高, 也需要较厚的防热层, 防止被烧穿及内部热传导致防热层内壁温度过高。

表 6　100 000 次 MC 计算目标最值

Table 6　100 000 MC calculations target most value

状态	烧蚀量/mm		背面温度/K	
	最小值	最大值	最小值	最大值
状态1	−4.58	−2	716.342 7	1 404.276 78
状态3	−10.73	−2.97	1 120.521 57	1 986.703 22

进一步, 为获得 2 种典型状态下目标变量的分布情况, 计算目标变量的概率密度曲线, 如图 6 所示。可以看到, 背面温度的概率密度分布曲线重合度很高。从烧蚀量的概率密度分布来看, 1 000 次 MC 计算出的烧蚀量概率密度与 10 000 次和 100 000 次计算出的曲线存在差距, 其中, 状态 3 下差距尤为明显。总的来说, 2 种状态下 MC 计算 10 000 次的结果与 100 000 次的结果差距极小, 可以认为, 10 000 次样本数据能够较好反映烧蚀传热问题。

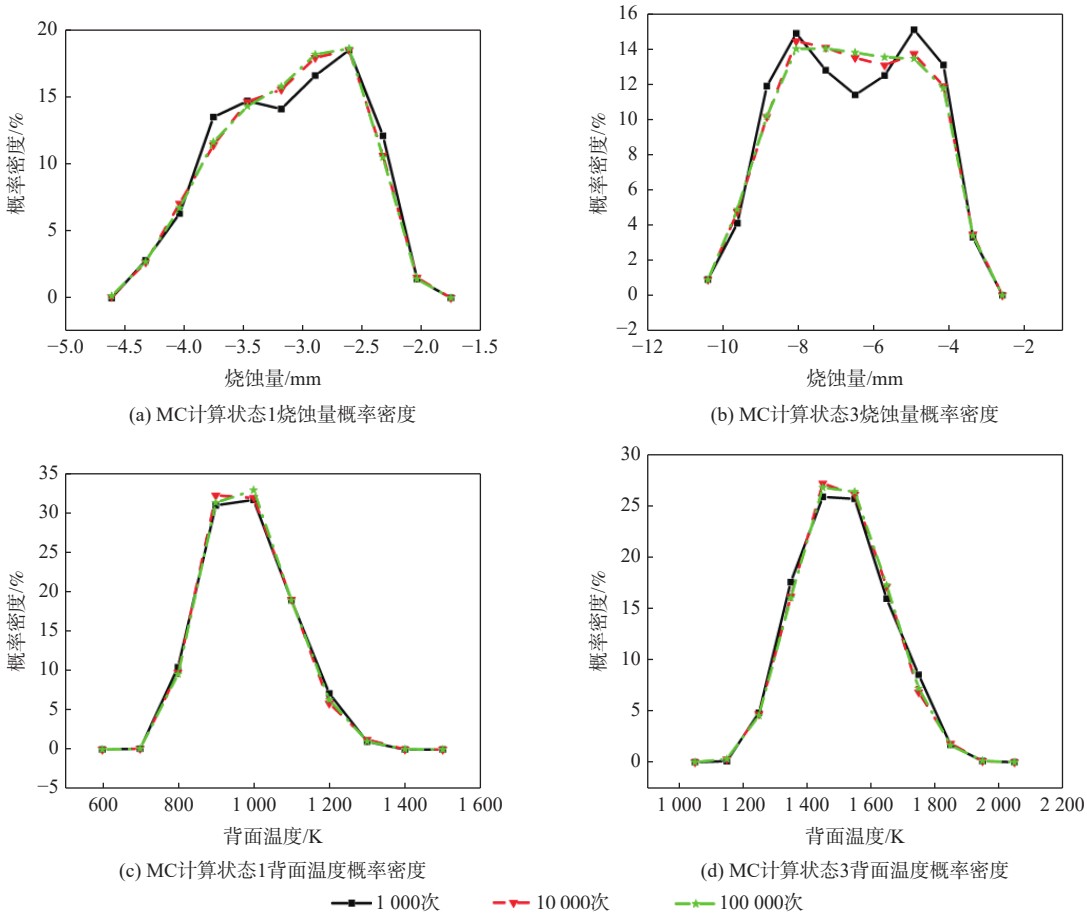


图 6 2 种状态下不同 MC 计算次数下目标变量的概率密度

Fig. 6 Probability density of target variable under different MC calculation times in two states

由于 MC 方法计算成本较大，选取 256 个样本点训练 PC 方法构建目标变量与输入参数之间的响应关系，以分析目标变量的统计特性。同时，为验证 PC 方法的精度，将 10 000 次 MC 计算所得的样本点与 256 次样本数据训练出的 PC 代理模型计算 10 000 次结果的统计结果对比。

从表 7 统计结果来看，2 个典型状态下，目标变量均值和标准差的差距均不大。烧蚀量均值误差为 0，背面温度的均值最大误差为 0.021% 左右。说明 PC 方法能够较为精准地刻画出目标变量的统计特性。为验证 PC 方法的精度，在 10 000 个样本点上进行评估，参考文献 [12] 定义的决定系数 R^2 来评估代理模型的准确性：

$$R^2=1-\frac{\sum_{k=0}^{n_{\text{sample}}-1}(y_k-\hat{y}_k)^2}{\sum_{k=0}^{n_{\text{sample}}-1}(y_k-\bar{y})^2} \tag{35}$$

式中：y_k 为 MC 计算的确定性样本值；$\bar{y}$ 为确定性样本均值；$\hat{y}_k$ 为 PC 计算的目标值；n_{sample} 为样本数量。该算例中，状态 1 下烧蚀量的 R^2=0.986 914 129，状态 1 下背面温度的 R^2=0.983 278 774，状态 3 下烧蚀量的 R^2=0.997 049 814，状态 3 下背面温度的 R^2=0.989 142 669。说明本文构建的 PC 方法能够很好地预测样本点的目标变量。

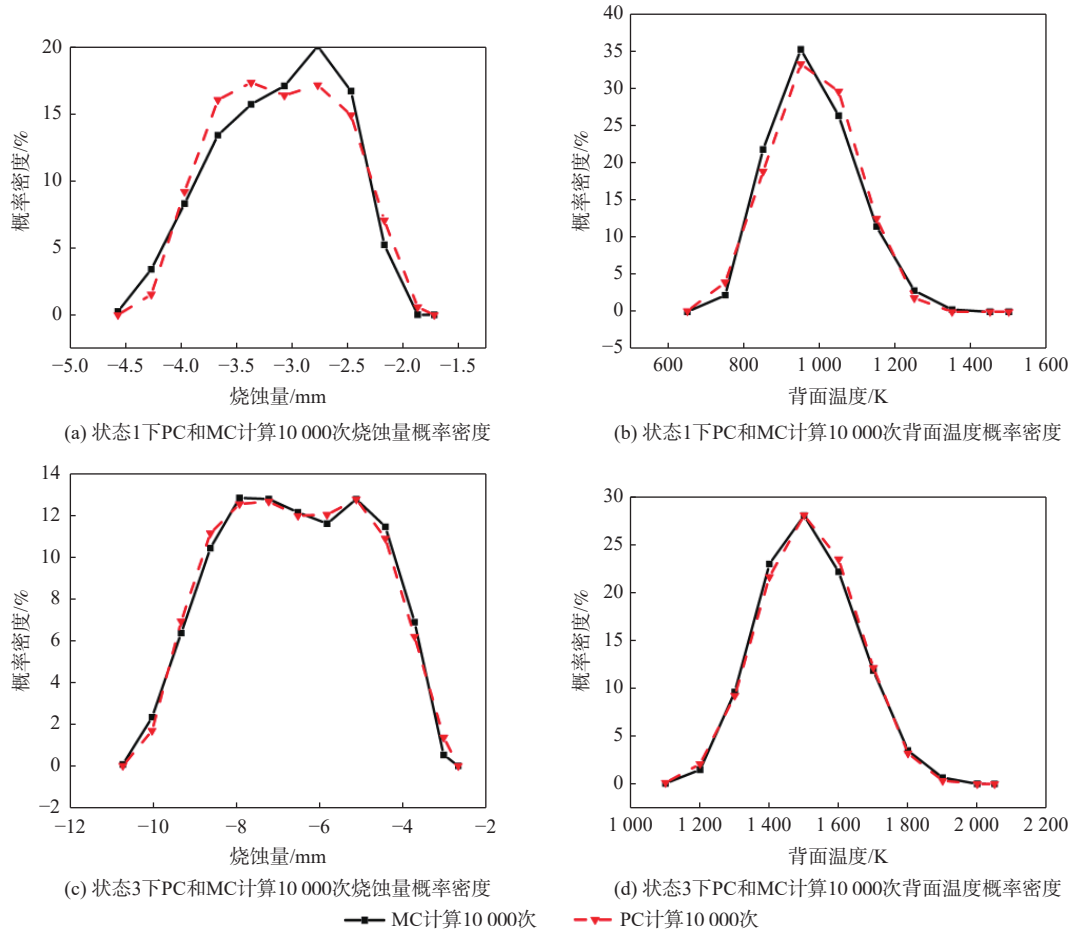
表 7 目标变量统计矩

Table 7 Target variable statistical moment

方法	烧蚀量均值/mm	烧蚀量标准差/mm	背面温度均值/K	背面温度标准差/K
MC计算状态1	−3.11	0.545 479	982.902 6	106.781 9
PC计算状态1	−3.11	0.543 199	983.108 55	105.953 02
MC计算状态3	−6.56	1.72	1 512.022 63	133.025 74
PC计算状态3	−6.56	1.71	1 512.319 66	132.358 31

进一步，将 PC 代理模型与 MC 方法均计算 10 000 次的目标变量的概率密度进行对比，如图 7 所示。可以看到，除状态 1 下的烧蚀量概率密度曲线相差较大外，其他数据曲线吻合较好。状态 1 的拟合差值较大，但在数值上仅有 4% 左右的差距。敏感性分析作为不确定性量化中重要的一步，研究随机输入变量对目标变量的贡献度。采用 Sobol 指标来分析每个输入变量对输出结果的影响大小，结果如表 8 所示。

由表 8 可以看到，2 种典型状态下，热流对烧蚀



(a) 状态1下PC和MC计算10 000次烧蚀量概率密度　(b) 状态1下PC和MC计算10 000次背面温度概率密度

(c) 状态3下PC和MC计算10 000次烧蚀量概率密度　(d) 状态3下PC和MC计算10 000次背面温度概率密度

图 7　2 种状态下 PC 和 MC 计算 10 000 次目标变量概率密度

Fig. 7　PC and MC calculate the probability density of target variables 10 000 times in two states

表 8　目标变量 Sobol 指标

Table 8　Target variable Sobol index

因素	烧蚀量Sobol指标		背面温度Sobol指标	
	状态1	状态3	状态1	状态3
热导率	1.41×10^{-5}	0.005 923 237	0.512 097 066	0.300 210 835
密度	0.109 554 085	0.077 289 485	0.191 548 295	0.182 521 824
比热容	1.19×10^{-5}	0.003 586 252	0.209 484 497	0.205 598 757
热流	0.890 419 977	0.913 201 026	0.086 870 142	0.311 668 585

量的影响尤为显著, 密度、热导率和比热容对烧蚀量的影响依次降低。计算背面温度 Sobol 指标, 状态 1 条件下, 热导率对背面温度的影响最大, 其次是比热容、密度和热流。而在状态 3 条件下, 热流对背面温度的影响最大, 热导率相比热流, 影响较低, 随后为比热容和密度的影响。

5　结　论

1) 在烧蚀传热问题中, 烧蚀速率与温度之间的变化并不是简单的函数关系, 在 2 种典型加热状态(高热流、短时间和低热流、长时间)下, 烧蚀速率曲线呈现出比较复杂、有显著分段平台特征的变化规律。

2) 在 2 种典型加热状态下, 分别使用正交试验设计、MC 方法和 PC 方法对烧蚀传热问题的关键输入参数进行敏感性分析, 发现在典型加热状态下, 热流对烧蚀量的影响较为突出, 而背面温度方面, “高热流、短时间”状态下, 热导率的影响较大, 而“低热流、长时间”状态下, 热流的影响相对较大。

3) 对烧蚀传热问题进行不确定性量化计算, 传统的 MC 方法需要大量样本, 而 PC 方法不仅可以减少样本数据, 节约计算时间, 而且能得到较为精准的计算结果。

参考文献（References）

[1] 杨琼梁, 史晓鸣, 许斌, 等. 烧蚀防热层与结构耦合热传导分析的交替计算法[J]. 宇航学报, 2011, 32(8): 1854-1858.

YANG Q L, SHI X M, XU B, et al. Alternative algorithm for heat transfer analysis of ablative protection layer coupled with structure[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(8): 1854-1858(in Chinese).

[2] 孟松鹤, 疏浩, 易法军, 等. 烧蚀防热材料在线后退测试技术研究进展[J]. 宇航学报, 2023, 44(7): 957-972.
MENG S H, SHU H, YI F J, et al. Research progress of online recession test technology for ablative thermal protection materials[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(7): 957-972(in Chinese).

[3] 杨驰, 刘娜, 孔维萱, 等. 高超声速再入热环境下防热复合材料烧蚀传热计算及影响因素分析[J]. 玻璃钢/复合材料, 2017(4): 35-41.
YANG C, LIU N, KONG W X, et al. Study on ablation heat transfer calculation and influencing factors of thermal protection materials under hypersonic thermal environment[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 2017(4): 35-41(in Chinese).

[4] 高铁锁, 江涛, 丁明松, 等. 再入体碳基防热材料烧蚀流场红外辐射模拟[J]. 红外与激光工程, 2023, 52(5): 20220606.
GAO T S, JIANG T, DING M S, et al. Simulation of flow field infrared radiation over reentry vehicle with ablation of carbon-based thermal protection material[J]. Infrared and Laser Engineering, 2023, 52(5): 20220606(in Chinese).

[5] 周印佳, 张志贤, 付新卫, 等. 再入飞行器烧蚀热防护一体化计算方法[J]. 航空学报, 2021, 42(7): 202-211.
ZHOU Y J, ZHANG Z X, FU X W, et al. Integrated computing method for ablative thermal protection system of reentry vehicles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(7): 202-211 (in Chinese).

[6] 周述光, 国义军, 贺立新, 等. 再入弹头三维非对称烧蚀外形模拟[J]. 航空学报, 2017, 38(12): 114-125.
ZHOU S G, GUO Y J, HE L X, et al. Simulation of 3D asymmetric ablation shape of reentry missile[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(12): 114-125(in Chinese).

[7] DEC J A, MITCHELTREE R A. Probabilistic design of a Mars Sample Return Earth entry vehicle thermal protection system[C]//Proceedings of the 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. Reston: AIAA, 2002: 910.

[8] CHEN Y K, SQUIRE T, LAUB B, et al. Monte Carlo analysis for spacecraft thermal protection system design[C]//Proceedings of the 9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference. Reston: AIAA, 2006: 2951.

[9] SEPKA S, WRIGHT M. A Monte Carlo approach to fiat uncertainties-improvements and results for MSL[C]//Proceedings of the 41st AIAA Thermophysics Conference. Reston: AIAA, 2009: 4234.

[10] DEC J A, BRAUN R D. Three-dimensional finite element ablative thermal response and design of thermal protection systems[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2013, 50(4): 725-734.

[11] TOBIN S A, DEC J A. Probabilistic design demonstration of a flexible thermal protection system for a hypersonic inflatable aerodynamic decelerator[C]//Proceedings of the 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting. Reston: AIAA, 2015: 1895.

[12] 陈江涛, 章超, 刘骁, 等. 基于稀疏多项式混沌方法的不确定性量化分析[J]. 航空学报, 2020, 41(3): 123382.
CHEN J T, ZHANG C, LIU X, et al. Uncertainty quantification analysis with sparse polynomial chaos method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(3): 123382(in Chinese).

[13] 国义军, 代光月, 桂业伟, 等. 碳基材料氧化烧蚀的双平台理论和反应控制机理[J]. 空气动力学学报, 2014, 32(6): 755-760.
GUO Y J, DAI G Y, GUI Y W, et al. A dual platform theory for carbon-based material oxidation with reaction-diffusion rate controlled kinetics[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2014, 32(6): 755-760 (in Chinese).

[14] SCALA S M. The ablation of graphite in dissociated air: part 1: theory: R62SD72[R]. Philadelphia: General Electric, 1962.

[15] 刘骁. 烧蚀热防护系统三维热响应有限元计算方法研究[D]. 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2016.
LIU X. Study on three-dimensional finite element thermal response calculation method applied to ablative thermal protection system[D]. Mianyang: China Aerodynamics Research and Development Center, 2016(in Chinese).

[16] 王臣, 梁军, 吴世平, 等. 高温烧蚀条件下 C/C 材料热力耦合场模拟[J]. 复合材料学报, 2006, 23(5): 143-148.
WANG C, LIANG J, WU S P, et al. Numerical simulation of C/C composites coupled thermo-mechanical field under the condition of high temperatures and ablation[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(5): 143-148(in Chinese).

[17] ASKEY R A, WILSON J. Some basic hypergeometric orthogonal polynomials that generalize Jacobi polynomials[M]. Providence: American Mathematical Society, 1985.

Uncertainty analysis methods for heat transfer ablation in carbon-based materials

LIU Ting[1]，LIU Xiao[2,*]，GUO Lei[1,3]，ZENG Lei[2]，GUO Yijun[2]

(1. School of Computer Science and Technology，Xinjiang University，Urumqi 830000，China；
2. China Aerodynamics Research and Development Center，Mianyang 621000，China；
3. College of Computer Science and Engineering，University of Electronic Science and Technology of China，Chengdu 610000，China)

Abstract: A quantitative study on the uncertainty of ablation heat transfer is conducted, in which a dual platform model is used for ablation prediction, and the heat transfer process under the ablation dynamic boundary is numerically solved using the finite element method. Firstly, an orthogonal experimental study was conducted to analyze the influence of parameters on the target variable. It was discovered that while the input parameters had consistent impacts on the backside temperature, they had distinct effects on the ablation quantity under two common heating situations (high heat flow, short time and low heat flow, long time). In order to obtain more accurate uncertainty quantification results, Monte Carlo (MC) and polynomial chaos (PC) methods were further used to conduct uncertainty analysis on the ablation heat transfer problem. Through sensitivity analysis, it was found that under two heating conditions, heat flux was the key factor affecting the ablation amount. The back temperature is most affected by the material's thermal conductivity in state 1 (high heat flow, short time), but heat flow in state 3 (low heat flow, long time) has a comparatively bigger effect. Compared to the MC method, the PC method can effectively reduce computational costs and obtain satisfactory computational results.

Keywords: carbon-based materials; dual platform theory; uncertainty; polynomial chaos; orthogonal test

Received：2024-05-09；**Accepted**：2024-07-05；**Published Online**：2024-08-19 15：57

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20240816.1613.002

Foundation item：National Key Research and Development Program of China (2019YFA0405202)

* **Corresponding author**. E-mail：liuxiao8146@163.com