http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2024.0491

基于无迹模型预测静态规划的可回收火箭着陆段鲁棒制导方法

张永华[1, 2, 3]，王铮[1, 2, 3, 4, 5, *]，王时雨[6]，白云飞[6]，仇理宽[7]

(1. 西北工业大学 无人系统技术研究院，西安 710072；2. 无人飞行器技术全国重点实验室，西安 710072；3. 无人机技术集成攻关大平台，西安 710072；4. 西北工业大学 航天飞行动力学技术重点实验室，西安 710072；5. 西北机电工程研究所，咸阳 712099；6. 中国运载火箭技术研究院，北京 100076；7. 上海机电工程研究所，上海 201109)

摘　　要：针对可回收火箭大气层内存在不确定风场难以完成定点垂直软着陆的问题，提出基于无迹模型预测静态规划（UMPSP）的着陆段鲁棒制导方法。建立火箭推力与姿态耦合的动力学模型，在考虑未知不确定风场的前提下，根据无迹最优控制与模型预测静态规划 (MPSP) 理论求解出一组对原系统不确定风场参数不敏感的控制解，从而减小终端状态的误差分布，提高着陆精度；结合 UMPSP 算法特点，设计了一种快速解析制导方法以生成初始控制指令，有效提高了算法的求解效率。仿真结果表明：所提基于 UMPSP 的着陆段鲁棒制导方法能够在保证可回收火箭终端着陆精度的同时，对各种不确定风场具有较强的鲁棒性和较高的计算效率。

关 键 词：模型预测静态规划；可回收火箭；不确定风场；制导与控制；鲁棒制导
中图分类号：V448.1
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2026)11-3929-12

可回收火箭技术聚焦于火箭组件的回收与再利用，因其可显著降低发射成本并提升任务执行的时效性，近年来已成为航天工程领域的研究热点[1]。该技术的核心优点及最终目的是减少一次性运载火箭在使用后抛弃昂贵箭体、发动机及电气设备所产生的资源浪费，通过复用这些关键部件来分摊成本，大幅度削减单次发射的开支[2]。在可回收火箭的动力着陆阶段，利用大气阻力和火箭发动机的反推力来减缓下降速度，从而确保火箭能够实现定点的垂直软着陆，这一阶段被认为是实现可回收火箭成功软着陆的关键技术挑战。然而，着陆过程中遭遇的环境干扰众多，特别是不可预知的风场变化，给着陆段制导算法设计与实施带来了复杂而严峻的挑战。

目前，大多数着陆段制导方法通过轨迹规划方法来完成制导任务，其通过综合考虑动力学模型、环境约束及目标函数等因素，生成满足多方面性能指标的最优或次优飞行路线，从而为复杂的着陆操作提供可靠指引。早期阿波罗登月[3]、嫦娥三号探月[4]等真实航天任务中多采用形式简洁直观且易于工程实现的解析制导方法，典型实例包括重力转弯制导方法[5]及近似最优解析制导[6]（如零控制位置/速度误差制导算法）。近年来，研究人员针对可回收火箭着陆段制导问题采用了更准确的动力学模型，同时，利用轨迹规划方法对其进行求解，取得了较大进展。凸优化方法作为轨迹规划方法中的重要分支，因其独特的理论优势和快速稳定的求解效率，逐渐在航天器动力下降领域获得了广泛应用，其对非凸问题进行凸化或近似凸化，将连续动态系统经离散化手段转化为有限维离散系统，继而利用

收稿日期：2024-06-28；**录用日期**：2024-08-16；**网络出版时间**：2024-09-14 17:07
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20240914.1142.001
基金项目：国家自然科学基金 (62303378)；测试物理与数值数学科学技术国家重点实验室基金 (JP2022-800006000107-237,08-YY-2023-R11)；上海航天科技创新基金 (SAST2022-114)
* **通信作者**. E-mail：wz_nwpu@126.com

引用格式：*张永华，王铮，王时雨，等. 基于无迹模型预测静态规划的可回收火箭着陆段鲁棒制导方法 [J]. 北京航空航天大学学报，2026，52（11）：3929-3940. Zhang Y H，Wang Z，Wang S Y，et al. A robust guidance method for reusable rocket landing phase based on UMPSP[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2026，52（11）：3929-3940（in Chinese）.*

成熟的求解工具实现高效求解[7-8]。文献[9-10]通过在每个迭代步骤中,对非线性系统动力学方程进行局部线性化或凸化,使原本的非凸优化问题转变为一系列凸优化问题,从而保证每个子问题都能在较短时间内找到全局最优解,显著减少了整个优化过程所需的迭代次数。文献[11-12]针对姿态与轨迹耦合下火箭的着陆问题,结合虚拟控制和信赖域方法,确保火箭在着陆过程中既稳定又精确地执行姿态调整和轨迹跟踪。文献[13]将导弹制导中经典的比例导引方法与凸优化相结合,简化了火箭着陆段的优化模型,提高了求解效率。目前,基于凸优化理论的轨迹规划方法已经被广泛应用于可回收火箭着陆段的制导规划中,然而上述方法普遍忽视了模型中不确定性因素的潜在影响,未能充分考虑外界扰动尤其是不确定风场对火箭着陆的干扰。此外,尽管凸优化方法提升了制导精度,满足了过程约束要求,但在求解效率方面仍存在一定的局限性。

模型预测静态规划(model predictive static programming, MPSP)算法[14]在解决带有终端约束的最优控制问题中有着较大的优势,其立足于数值积分,不需要直接对飞行器模型进行线性化,同时,算法收敛性较好,并不需要进行过多次积分运算,目前,在航天器变轨、飞行器轨迹跟踪及再入制导等领域,存在着广泛的研究和应用[15-18]。为提高MPSP算法在制导应用中的计算效率和精度,研究人员提出了多种改进算法:文献[19]针对导弹再入制导这一复杂问题,在连续时间框架内设计了一种广义MPSP算法,避免了传统MPSP算法对动力学方程的离散处理,从而提高了算法的求解精度。文献[20]则提出一种基于拟谱法的MPSP算法,用于导弹的制导,通过将控制变量表示为谱函数的形式,进一步降低了变量的维度。然而,以上MPSP算法均针对确定性问题,而没有考虑系统参数的不确定性,这在某些应用中可能限制了其发展[21]。为解决该问题,文献[22]提出无迹模型预测静态规划(unscented model predictive static programming, UMPSP)算法,将无迹最优控制思想与MPSP算法相结合,显著提升了终端状态的鲁棒性,已被应用于卫星的软着陆中[23-24]。

针对可回收火箭着陆段制导问题,现有方法多忽略绕质心运动,直接将火箭三轴加速度作为控制量进行规划设计。然而因火箭轨迹与姿态运动不能解耦,忽略火箭姿态动力学势必会对火箭的终端着陆精度与稳定性造成不利影响,与此同时,火箭着陆段由于未知不确定风场的存在,不考虑其影响会使系统存在模型偏差,当火箭接近目标着陆点时,在风干扰的影响下,终端状态无法稳定收敛,这可能导致控制量出现剧烈波动,从而无法可靠地实现定点垂直软着陆[25]。考虑到以上问题和需求,本文提出基于UMPSP的可回收火箭着陆段鲁棒制导方法。首先,建立火箭推力与姿态相互耦合的动力学模型,在考虑大气层内存在不确定风场和过程约束的前提下,根据无迹最优控制与MPSP算法理论求解出一组对原系统不确定风场参数不敏感的控制解;针对实际场景中的不确定风场完成Sigma点的构建;其次,结合UMPSP算法的特点,设计一种快速解析制导方法来为其提供初始控制解,进一步提高求解效率;最后,通过仿真表明,本文方法在未知且不确定的风场条件下提高了火箭的着陆精度,不仅展现了较强的鲁棒性,还保持了较高的计算效率。

1 火箭着陆段分析和建模

1.1 火箭动力学模型

为描述火箭预期着陆点的位置,建立以该点为原点的惯性参考坐标系。在该坐标系中,x轴位于当地的水平面内,并指向预先设定的方向;y轴在当地铅垂面内,以向上为正方向;z轴同样位于水平面内,其方向遵循右手法则确定。假设火箭的推力始终沿着其自身的轴体方向作用,并忽略地球的自转及地球的扁率,在火箭着陆阶段,考虑到推力与姿态之间的耦合关系,其运动方程可以表述为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v} \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{g} + \dfrac{T}{m}\begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi \\ \sin\varphi\cos\psi \\ -\sin\psi \end{bmatrix} + \dfrac{\boldsymbol{D}}{m} \\ \dot{m} = -T/V_{\mathrm{ex}} \\ \dot{\varphi} = \omega_{\varphi} \\ \dot{\psi} = \omega_{\psi} \end{cases} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{r}=[r_x,r_y,r_z]^{\mathrm{T}}$为位置矢量;$\boldsymbol{v}=[v_x,v_y,v_z]^{\mathrm{T}}$为速度矢量;$\boldsymbol{g}$为重力加速度矢量;$T$为发动机推力;$m$为火箭质量;$\varphi$为俯仰角;$\psi$为偏航角;$\boldsymbol{D}$为气动阻力矢量;$V_{\mathrm{ex}}$为发动机排气速度,一般为常值;$\omega_{\varphi}$为俯仰角速度;$\omega_{\psi}$为偏航角速度。

气动阻力矢量$\boldsymbol{D}$可表示为

$$\boldsymbol{D} = -\frac{1}{2}\rho S C_D \|\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_{\mathrm{w}}\|_2 (\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_{\mathrm{w}}) \tag{2}$$

式中:ρ为大气密度;S为火箭气动等效面积;C_D为火箭阻力系数;$\boldsymbol{v}_{\mathrm{w}}$为风场速度矢量。

在火箭着陆规划过程中,选取状态向量为$\boldsymbol{x}=[r_x,r_y,r_z,v_x,v_y,v_z,m,\varphi,\psi]^{\mathrm{T}}$,控制向量为$\boldsymbol{u}=[T,\omega_{\varphi},\omega_{\psi}]^{\mathrm{T}}$。着陆段制导任务的初始时刻$t_0$给定,初始状态需满足相应的约束条件:

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}(t_0)=\boldsymbol{r}_0 \\ \boldsymbol{v}(t_0)=\boldsymbol{v}_0 \\ m(t_0)=m_0 \\ \varphi(t_0)=\varphi_0 \\ \psi(t_0)=\psi_0 \end{cases} \tag{3}$$

火箭需要在给定的终端时刻t_f完成定点垂直软着陆, 终端状态需满足以下约束条件:

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}(t_f)=\boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{v}(t_f)=\boldsymbol{0} \\ \varphi(t_f)=\dfrac{\pi}{2} \\ \psi(t_f)=0 \end{cases} \tag{4}$$

1.2　风场不确定性与过程约束分析

在可回收火箭着陆段的实际任务中, 大气风场条件展现出了显著的随机性和复杂性。为在数学模型层面充分量化和表征这种不确定性, 利用文献 [26] 中的方法, 在风场模型中引入不确定参数, 这种不确定性可以通过定义随机变量或采用概率分布模型来表征, 从而更好地反映风场对火箭动态特性的影响。假设风场在z轴方向存在不确定性, 不确定风场 z 轴方向风速 $v_{w_z}=v_{w_z}(r_y,\boldsymbol{s})$, r_y 为 y 方向高度, $\boldsymbol{s}=[s_1,s_2,\cdots,s_d]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^d$为未知参数, d为未知参数的维度。具体有

$$v_{w_z}(r_y,\boldsymbol{s})=s_1 r_y^{*d-1}+s_2 r_y^{*d-2}+\cdots+s_d \tag{5}$$

式中: $r_y^*=(r_y-\mu)/\sigma$为标准化后的高度; μ和σ分别为实测风场数据中高度的均值和标准差, 均为已知的统计参数。

此外, 由于实际场景中y轴方向的风速对火箭着陆过程的动态响应和轨迹规划几乎不构成实质性影响, 因此, 假设y轴方向不存在风。对于x轴方向的风场, 假设风场参数已知, 满足:

$$v_{w_x}(r_y)=Kr_y+b \tag{6}$$

式中: v_{w_x}为 x 轴方向风速; K、b均为已知参数。

在火箭着陆过程中, 还需要考虑以下几种过程约束条件:

1) 推力幅值约束。如果设计的制导规划方法超出了火箭的控制能力和物理限制, 将无法满足安全和精确着陆的要求。为确保火箭能够在预定的着陆点实现稳定的垂直软着陆, 必须在制导规划的过程中对推力幅值施加严格的约束, 以适应火箭的实际状态, 即

$$0\leqslant T_{\min}\leqslant T\leqslant T_{\max} \tag{7}$$

式中: $T_{\min}$和$T_{\max}$分别为火箭推力的最小值与最大值, 在整个着陆阶段, 推力的设计值必须保持在这一限定范围内, 以确保火箭能够在可控状态下完成着陆任务。

该约束条件有助于避免因推力过大或过小而导致的不稳定情况, 从而保证火箭能够按照预定计划平稳着陆。

2) 最大角速度约束。在着陆段, 为降低对火箭姿态控制系统的要求, 需对姿态变化速度进行限幅, 以实现控制系统的稳定, 即

$$\begin{cases} |\omega_\varphi|\leqslant\omega_{\varphi\max} \\ |\omega_\psi|\leqslant\omega_{\psi\max} \end{cases} \tag{8}$$

式中: $\omega_{\varphi\max}$为最大俯仰角速度; $\omega_{\psi\max}$为最大偏航角速度。

3) 燃料剩余量约束。由于火箭在进入着陆阶段之前已经经历了包括起飞、加速及轨道调整在内的多个飞行阶段, 其剩余燃料量已显著减少。因此, 在制定着陆段的制导规划时, 为确保火箭有足够的燃料来进行精确的着陆控制, 同时, 避免因燃料不足而导致的任何潜在风险, 需要考虑燃料剩余量的约束:

$$\begin{cases} m(t_0)=m_{\mathrm{wet}} \\ m(t_f)\geqslant m_{\mathrm{dry}} \end{cases} \tag{9}$$

式中: $m(t_0)$为着陆段制导任务开始时刻火箭的总质量; m_{wet}为包含燃料的总质量; $m(t_f)$为着陆段制导任务结束时刻火箭的总质量; m_{dry}为在极限情况下火箭完全耗尽燃料后的总结构质量, 为着陆段制导任务过程中的质量下限。

从上述轨迹规划问题模型中可以看出, 着陆段制导任务的核心目标是在不确定风场的干扰作用下, 确保火箭能够同时满足过程约束和终端状态约束, 从而实现可回收火箭的垂直软着陆。这不仅要求火箭系统具有抵抗由外部环境引入的非确定性干扰的能力, 还需确保在整个着陆过程中, 火箭的各项参数(如速度、位置和姿态等)都严格遵守既定的约束条件, 才能保障火箭安全、精准地在预定地点实现垂直软着陆, 从而为后续的重复使用奠定坚实的基础。

2　UMPSP 数学推导

2.1　无迹最优控制

为解决系统参数的不确定性, 文献 [22] 提出了无迹最优控制的概念, 将无迹变换与最优控制概念相结合, 降低了系统不确定性对控制解的影响。

连续时间下的一般非线性系统可定义为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=f(\boldsymbol{X},\boldsymbol{U},\boldsymbol{p},t) \tag{10}$$

$$\boldsymbol{Y}(t)=h(\boldsymbol{X},t) \tag{11}$$

式中: $\boldsymbol{X}\in\mathbf{R}^n$、$\boldsymbol{U}\in\mathbf{R}^l$、$\boldsymbol{Y}\in\mathbf{R}^o$、$\boldsymbol{p}\in\mathbf{R}^{n_p}$分别为状态、

控制、输出和系统参数，n、l、o、n_p为参数维度。$t\in[t_0,t_{\mathrm{f}}]$为时间。

系统的状态被定义为

$$\boldsymbol{X}\triangleq[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n \tag{12}$$

无迹最优控制的目标是设计一种对原系统不确定参数不敏感的控制解，从而减小输出的误差散布，提高鲁棒性。根据无迹变换理论，可以通过有限的Sigma点来估计对概率分布函数应用非线性变换的结果。通过考虑参数的均值μ_p和协方差矩阵$\boldsymbol{P}_p$，Sigma点可以表示为

$$\begin{cases}p_0=\mu_p\\ p_j=\mu_p+\left(\sqrt{|\boldsymbol{P}_p|}\right)_j & j=1,2,\cdots,n_p\\ p_j=\mu_p-\left(\sqrt{|\boldsymbol{P}_p|}\right)_{j-n_p} & j=n_p+1,n_p+2,\cdots,2n_p\end{cases} \tag{13}$$

式中：p_j为第j个系统参数。

将这些Sigma点代入系统，则增广系统可以被定义为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{X}}}=\begin{bmatrix}f(\boldsymbol{\chi}_1,\boldsymbol{U},t)\\ f(\boldsymbol{\chi}_2,\boldsymbol{U},t)\\ \vdots\\ f(\boldsymbol{\chi}_{n_\sigma},\boldsymbol{U},t)\end{bmatrix}=\hat{f}(\hat{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{U},t) \tag{14}$$

式中：“^”表示估计值；Sigma点的个数$n_\sigma=2n_p+1$；$\boldsymbol{\chi}_{j+1}$对应每个特定的Sigma点，例如，$\boldsymbol{\chi}_1$表示$(\boldsymbol{X}(t_0),p_0)$。

需要特别指出的是，无迹最优控制中的“无迹”与无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)中的“无迹”有相似之处，都是为处理非线性系统的状态估计问题。但无迹最优控制更侧重于依据不确定状态来求解出一组满足终端状态的控制解，而UKF则主要用于状态估计。

2.2 UMPSP推导过程

依据MPSP设计理念[27]，非线性系统动力学以离散时间形式进行表示，可写为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1}=F(\hat{\boldsymbol{X}}_k,\boldsymbol{U}_k) \tag{15}$$

式中：$k=1,2,\cdots,N$为离散的时间步。

利用式(12)和式(14)将每一步的输出$\hat{\boldsymbol{Y}}_k$定义为增广状态的平均值，有

$$\hat{\boldsymbol{Y}}_k=H\left(\hat{\boldsymbol{X}}_k\right)=\frac{1}{n_\sigma}\left[\sum_{i=1}^{n_\sigma}x_{1_i}(k),\sum_{i=1}^{n_\sigma}x_{2_i}(k),\cdots,\sum_{i=1}^{n_\sigma}x_{n_i}(k)\right]^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

根据式(16)，增广系统在终端时间的输出可定义为

$$\hat{\boldsymbol{Y}}_N=\frac{1}{n_\sigma}\left[\sum_{i=1}^{n_\sigma}x_{1_i}(N),\sum_{i=1}^{n_\sigma}x_{2_i}(N),\cdots,\sum_{i=1}^{n_\sigma}x_{n_i}(N)\right]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

UMPSP本质为设计出一系列的控制解$\boldsymbol{U}_k(k=1,2,\cdots,N-1)$，使系统的终端输出$\hat{\boldsymbol{Y}}_N$等于终端期望值$\hat{\boldsymbol{Y}}_N^*$，这是规划过程中需满足的硬约束。给定一组初始猜测控制解$\boldsymbol{U}^i(i=0)$，通过计算系统动态方程可以得出该组控制解下的终端时刻输出误差，MPSP的基本思想是在每个时间步找到与先前控制解相比的控制增量$\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k$以实现期望的目标。

为建立终端输出误差$\Delta\hat{\boldsymbol{Y}}_N=\hat{\boldsymbol{Y}}_N^*-\hat{\boldsymbol{Y}}_N$与控制增量$\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k$之间的关系，使用泰勒展开并舍去高阶项(假设输出误差很小)，$\Delta\hat{\boldsymbol{Y}}_N$可表示为

$$\Delta\hat{\boldsymbol{Y}}_N\cong\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{Y}}_N=\left(\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Y}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right)\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}_N \tag{18}$$

将第N步的误差扩展到第$N-1$步：

$$\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{Y}}_N=\left(\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Y}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right)\left\{\left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_{N-1}}\right)\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}_{N-1}+\left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial\boldsymbol{U}_{N-1}}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{N-1}\right\} \tag{19}$$

继续该过程直到$k=1$，则终端的输出误差可表示为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{Y}}_N=&\left(\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Y}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right)\left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_{N-1}}\right)\cdots\left(\frac{\partial F_1}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_1}\right)\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}+\\ &\left(\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Y}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right)\left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_{N-1}}\right)\cdots\left(\frac{\partial F_1}{\partial\boldsymbol{U}_1}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{U}_1+\cdots+\\ &\left(\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Y}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right)\left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial\boldsymbol{U}_{N-1}}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{N-1}\end{aligned} \tag{20}$$

由于绝大多数情况下系统的初始条件均已知$\left(\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{0}\right)$，因此，式(20)可化简为

$$\begin{cases}\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{Y}}_N=\sum_{i=1}^{N-1}\boldsymbol{B}_i\mathrm{d}\boldsymbol{U}_i\\ \boldsymbol{B}_i=\begin{cases}\left(\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Y}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right)\left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_{N-1}}\right)\cdots\left(\frac{\partial F_1}{\partial\boldsymbol{U}_1}\right) & i=1,2,\cdots,N-2\\ \left(\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Y}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right)\left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial\boldsymbol{U}_{N-1}}\right) & i=N-1\end{cases}\end{cases} \tag{21}$$

下一步目标为最小化终端时刻下协方差矩阵的迹$\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{P}_{\hat{\boldsymbol{X}}(t_{\mathrm{f}})}\right)$，从而减小终端状态的总体误差散布，提高制导方法对不确定参数的鲁棒性。

为用控制增量$\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k$表示增广系统协方差矩阵的迹，定义新变量$\hat{\boldsymbol{Z}}_N$表示终端时刻下系统的增广状态$\hat{\boldsymbol{X}}_N$和增广状态的平均值$\overline{\boldsymbol{X}}_N$之间的误差：

$$\hat{\boldsymbol{Z}}_N=[\hat{\boldsymbol{X}}_N-\overline{\boldsymbol{X}}_N] \tag{22}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{X}}_N\triangleq[\boldsymbol{\chi}_1(N),\boldsymbol{\chi}_2(N),\cdots,\boldsymbol{\chi}_{n_\sigma}(N)]^{\mathrm{T}}$；$\overline{\boldsymbol{X}}(N)\triangleq\sum_{i=1}^{n_\sigma}\boldsymbol{\chi}_i(N)/n_\sigma$，将$\overline{\boldsymbol{X}}_N\triangleq\left[\overline{\boldsymbol{X}}(N),\overline{\boldsymbol{X}}(N),\cdots,\overline{\boldsymbol{X}}(N)\right]^{\mathrm{T}}$，因此，终端时间处增广系统的协方差矩阵迹可表示为

$[\hat{\boldsymbol{Z}}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\hat{\boldsymbol{Z}}_N]/n_\sigma^2$, $\boldsymbol{Q}$为正定矩阵。

为建立终端时刻下$\hat{\boldsymbol{Z}}_N$与控制增量$\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k$之间的关系, 使用泰勒展开并舍去高阶项, $\hat{\boldsymbol{Z}}_N$可表示为

$$\hat{\boldsymbol{Z}}_N = \hat{\boldsymbol{Z}}_N^* + \Delta\hat{\boldsymbol{Z}}_N \simeq \hat{\boldsymbol{Z}}_N^* + \left[\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Z}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right]\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}_N \tag{23}$$

式中: "*" 表示期望值。

由于 UMPSP 的目标是使终端时刻的协方差矩阵的迹达到最小, 因此, 将期望值$\hat{\boldsymbol{Z}}_N^*$设为 0, 式 (23) 化简为

$$\hat{\boldsymbol{Z}}_N = \left[\frac{\partial\hat{\boldsymbol{Z}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right]\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}_N \tag{24}$$

与式 (21) 的处理方式类似, 最终可将$\hat{\boldsymbol{Z}}_N$表示为

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{Z}}_N = \displaystyle\sum_{i=1}^{N-1}\hat{\boldsymbol{B}}_i\mathrm{d}\boldsymbol{U}_i \\ \hat{\boldsymbol{B}}_i = \begin{cases}\left[\dfrac{\partial\hat{\boldsymbol{Z}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right]\left[\dfrac{\partial\boldsymbol{F}_{N-1}}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_{N-1}}\right]\cdots\left[\dfrac{\partial\boldsymbol{F}_1}{\partial\boldsymbol{U}_1}\right] & i=1,2,\cdots,N-2 \\ \left[\dfrac{\partial\hat{\boldsymbol{Z}}_N}{\partial\hat{\boldsymbol{X}}_N}\right]\left[\dfrac{\partial\boldsymbol{F}_{N-1}}{\partial\boldsymbol{U}_{N-1}}\right] & i=N-1\end{cases}\end{cases} \tag{25}$$

为最小化系统的控制$\boldsymbol{U}^{i+1}=\boldsymbol{U}^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U}$和终端时刻协方差矩阵的迹$[\hat{\boldsymbol{Z}}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\hat{\boldsymbol{Z}}_N]/n_\sigma^2$, 根据最优控制理论, 将代价函数设计为

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N-1}\left(\boldsymbol{U}_k^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k\left(\boldsymbol{U}_k^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)+\frac{1}{2}\left(\hat{\boldsymbol{Z}}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\hat{\boldsymbol{Z}}_N\right) \tag{26}$$

式中: $\boldsymbol{R}_k$为正定矩阵。

将式 (25) 代入式 (26) 可得:

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N-1}\left(\boldsymbol{U}_k^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k\left(\boldsymbol{U}_k^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)+\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{N-1}\hat{\boldsymbol{B}}_k\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\left(\sum_{k=1}^{N-1}\hat{\boldsymbol{B}}_k\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right) \tag{27}$$

同时, 利用式 (21) 将终端状态误差$\Delta\hat{\boldsymbol{Y}}_N=\hat{\boldsymbol{Y}}_N^*-\hat{\boldsymbol{Y}}_N$作为等式约束, 写为

$$\sum_{k=1}^{N-1}\boldsymbol{B}_k\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k = \mathrm{d}\hat{\boldsymbol{Y}}_N \tag{28}$$

最终构造增广状态下的拉格朗日函数为

$$\overline{J} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N-1}\left(\boldsymbol{U}_k^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k\left(\boldsymbol{U}_k^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)+\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{N-1}\hat{\boldsymbol{B}}_k\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\left(\sum_{k=1}^{N-1}\hat{\boldsymbol{B}}_k\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right)+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\left(\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{Y}}_N-\sum_{k=1}^{N-1}\boldsymbol{B}_k\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k\right) \tag{29}$$

针对变量$\mathrm{d}\boldsymbol{U}_1,\mathrm{d}\boldsymbol{U}_2,\cdots,\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{N-1}$和$\boldsymbol{\lambda}$, 其最优必要条件为

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\overline{J}}{\partial\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k}=\boldsymbol{0} \\ \dfrac{\partial\overline{J}}{\partial\boldsymbol{\lambda}}=\boldsymbol{0}\end{cases} \tag{30}$$

将式 (30) 展开为

$$-\boldsymbol{R}_j\boldsymbol{U}_j^i = \boldsymbol{R}_j\mathrm{d}\boldsymbol{U}_j+\sum_{k=1}^{N-1}\hat{\boldsymbol{B}}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\hat{\boldsymbol{B}}_k\mathrm{d}\boldsymbol{U}_k-\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda} \tag{31}$$

式中: $j=1,2,\cdots,N-1$。

将其改写为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11}+\boldsymbol{R}_1 & \cdots & \boldsymbol{A}_{1(N-1)} & -\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{A}_{(N-1)1} & \cdots & \boldsymbol{A}_{(N-1)(N-1)}+\boldsymbol{R}_{(N-1)} & -\boldsymbol{B}_{N-1}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}_1 & \cdots & \boldsymbol{B}_{(N-1)} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{d}\boldsymbol{U}_1^i \\ \mathrm{d}\boldsymbol{U}_2^i \\ \vdots \\ \mathrm{d}\boldsymbol{U}_{N-1}^i \\ \boldsymbol{\lambda}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}_1 \\ \boldsymbol{b}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{b}_{N-1} \\ \mathrm{d}\hat{\boldsymbol{Y}}_N\end{bmatrix} \tag{32}$$

式中:

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}_{jk}=\hat{\boldsymbol{B}}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\hat{\boldsymbol{B}}_k \\ \boldsymbol{b}_k=-\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{U}_k^i\end{cases} \tag{33}$$

通过求解式 (32) 可以得到控制增量$\mathrm{d}\boldsymbol{U}$, 从而更新下一次迭代的控制解:

$$\boldsymbol{U}^{i+1}=\boldsymbol{U}^i+\mathrm{d}\boldsymbol{U} \tag{34}$$

以上是一个完整的控制更新过程。为保证 UMPSP 算法中保留泰勒展开一阶项, 忽略高次项, 不会造成模型失真, 从而影响控制效果, 通常情况下要求控制解$\boldsymbol{U}_k$的步长取值较小, 从而保证用$\mathrm{d}\boldsymbol{Y}$代替$\Delta\boldsymbol{Y}$时误差较小。正因如此, UMPSP 算法通常需要迭代一定次数才可确保最终轨迹在允许误差范围内达到期望值。

3　着陆段制导律设计

3.1　快速解析制导方法

利用 UMPSP 算法进行制导律设计时, 需要对初始控制解进行猜测, 由火箭在动力下降阶段的运动方程式 (1) 可知, 火箭推力与姿态不能解耦, 因此, 现有解析制导方法均不能在严格满足终端约束的条件下实现着陆段制导。由于 UMPSP 算法较为

高效，对终端大偏差具有一定的鲁棒性，因此，并不需要严格满足终端位置、姿态约束的全程控制量初值，只需要提供大致的控制解形式使火箭尽可能满足终端约束。

针对以上问题，结合 UMPSP 算法自身特点，设计一种快速解析制导方法以生成初始控制指令。

根据火箭初始位置与初始速度计算出待飞时间t_{go}，将其定义为

$$t_{\mathrm{go}}=\sqrt{|\boldsymbol{r}_0^2|}\Big/\left(2\sqrt{|\boldsymbol{v}_0^2|}\right) \tag{35}$$

为优先使终端火箭满足姿态要求，将俯仰角速度ω_φ和偏航角速度ω_ψ设计为

$$\begin{cases}\omega_\varphi=\dfrac{\pi-\varphi_0}{2t_{\mathrm{go}}}\\ \omega_\psi=\dfrac{\psi_0}{t_{\mathrm{go}}}\end{cases} \tag{36}$$

通过以上设计，控制向量$\boldsymbol{u}$简化为只与推力T相关，利用近似最优解析制导方法[28]得出推力加速度矢量为

$$\begin{cases}\boldsymbol{a}=k_{\mathrm{r}}\dfrac{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{em}}}{t_{\mathrm{go}}^2}-k_{\mathrm{v}}\dfrac{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{ev}}}{t_{\mathrm{go}}}\\ \boldsymbol{Z}_{\mathrm{em}}=\boldsymbol{0}-\left(\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}t_{\mathrm{go}}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{g}t_{\mathrm{go}}^2\right)\\ \boldsymbol{Z}_{\mathrm{ev}}=\boldsymbol{0}-(\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{g}t_{\mathrm{go}})\end{cases} \tag{37}$$

式中：k_{r}与k_{v}为增益系数；$\boldsymbol{a}$为推力加速度矢量，最终令推力$T=m\|\boldsymbol{a}\|_2/3$。

3.2 不确定风场 Sigma 点构建

针对实际场景中的不确定风场，一般可将式 (5) 写为二次多项式形式：

$$v_{w_z}(r_y,\boldsymbol{s})=s_1r_y^{*2}+s_2r_y^*+s_3 \tag{38}$$

利用事先测量的风场数据得到z轴风场的标称值$\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{w}}$与方差$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{w}}^2$，同时，根据无迹变换理论可以完成风场不确定参数的表示：

$$\begin{cases}s_{11}=\mu_{\mathrm{w}1}\\ s_{12}=\mu_{\mathrm{w}1}+\sqrt{\sigma_{\mathrm{w}1}^2}\\ s_{13}=\mu_{\mathrm{w}1}-\sqrt{\sigma_{\mathrm{w}1}^2}\\ s_{21}=\mu_{\mathrm{w}2}\\ s_{22}=\mu_{\mathrm{w}2}+\sqrt{\sigma_{\mathrm{w}2}^2}\\ s_{23}=\mu_{\mathrm{w}2}-\sqrt{\sigma_{\mathrm{w}2}^2}\\ s_{31}=\mu_{\mathrm{w}3}\\ s_{32}=\mu_{\mathrm{w}3}+\sqrt{\sigma_{\mathrm{w}3}^2}\\ s_{33}=\mu_{\mathrm{w}3}-\sqrt{\sigma_{\mathrm{w}3}^2}\end{cases} \tag{39}$$

式中：$\mu_{\mathrm{w}1}$、$\mu_{\mathrm{w}2}$、$\mu_{\mathrm{w}3}$分别为s_1、s_2、s_3的标称值，$\sigma_{\mathrm{w}1}^2$、$\sigma_{\mathrm{w}2}^2$、$\sigma_{\mathrm{w}3}^2$分别为s_1、s_2、s_3的方差。

利用这些风场参数，以确定形式表达风场参数不确定的初始条件，则火箭着陆问题的 Sigma 点可构建为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\chi}_1\triangleq(\boldsymbol{X}_0,s_{11},s_{21},s_{31})\\ \boldsymbol{\chi}_2\triangleq(\boldsymbol{X}_0,s_{12},s_{21},s_{31})\\ \boldsymbol{\chi}_3\triangleq(\boldsymbol{X}_0,s_{13},s_{21},s_{31})\\ \boldsymbol{\chi}_4\triangleq(\boldsymbol{X}_0,s_{11},s_{22},s_{31})\\ \boldsymbol{\chi}_5\triangleq(\boldsymbol{X}_0,s_{11},s_{23},s_{31})\\ \boldsymbol{\chi}_6\triangleq(\boldsymbol{X}_0,s_{11},s_{21},s_{32})\\ \boldsymbol{\chi}_7\triangleq(\boldsymbol{X}_0,s_{11},s_{21},s_{33})\end{cases} \tag{40}$$

对于不同 Sigma 点下的火箭动力学模型，控制解$\boldsymbol{U}$都相同，因此，可以找到针对不确定风场参数最具鲁棒性的$\boldsymbol{U}$，与此同时，终端的状态误差被定义为

$$\hat{\boldsymbol{Y}}_N=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}\boldsymbol{\chi}_i(N)\to\hat{\boldsymbol{Y}}_N^* \tag{41}$$

通过代价函数 (26) 的设计，UMPSP 算法会在终端时刻协方差矩阵的迹最小的同时，最小化控制解。

图 1 为基于 UMPSP 的火箭着陆段鲁棒制导方法的实现流程。

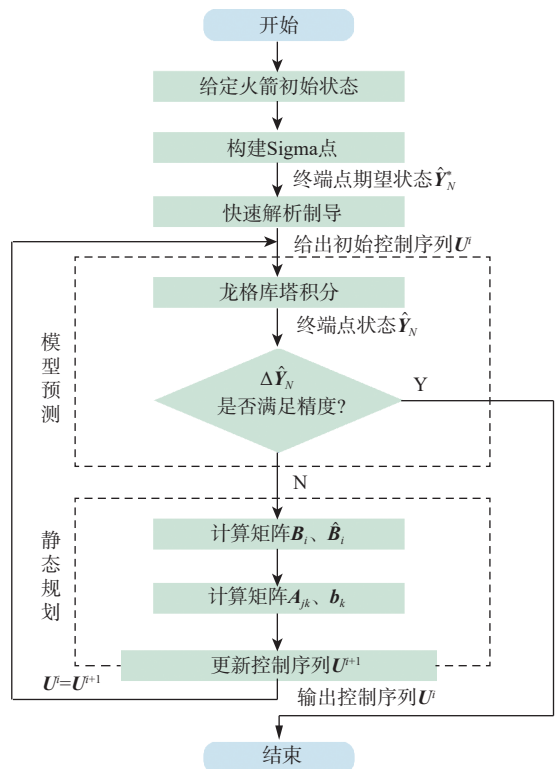

图 1 基于 UMPSP 的火箭着陆段鲁棒制导实现流程

Fig. 1 Implementation process of robust guidance for rocket landing phase based on UMPSP

4 仿真结果与分析

为验证本文方法的有效性，进行了 2 种算例仿真。仿真平台相关参数为：AMD 7840HS 3.80 GHz 处理器，Window11 操作系统，matlab23b 作为仿真

软件。仿真算例参照文献 [29], 选择 Falcon9 V1.2 发射 600 km 圆轨道任务场景, 假设发动机具有连续任意大小可调节的推力, 最大俯仰角速度 $\omega_{\varphi\max}=10(^\circ)/\mathrm{s}$; 最大偏航角速度 $\omega_{\psi\max}=10(^\circ)/\mathrm{s}$。

对仿真所使用的风场模型进行说明, 风场的不确定性模型采用文献 [26] 实际测量的风场数据, 风场均值 $\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{w}}=[-0.073,4.460,5.230]^{\mathrm{T}}$, 风场方差 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{w}}^2=[0.83,1.20,2.66]^{\mathrm{T}}$, 用于高度标准化的高度数据均值 $\mu=2\,234$, 标准差 $\sigma=1\,635$, x轴风场参数 $K=2.16\times10^{-3}$, $b=0.35$, 最终火箭一子级着陆段仿真参数设置如表 1 所示, 仿真所采用的标称风场与 Sigma 点风场如图 2 所示。

表 1　仿真参数值

Table 1　Simulation parameter values

最大推力/kN	发动机排气速度/(m·s^{-1})	火箭含燃料总质量/kg	火箭完全耗尽燃料的总结构质量/kg	火箭气动参考面积/m^2	大气密度/(kg·m^{-3})	火箭阻力系数	终端收敛精度
845.2	2 765.475	38 963	27 215	10.51	1.29	0.3	[2 m,2 m,2 m/s,2 m/s,2 m/s,1°,1°]

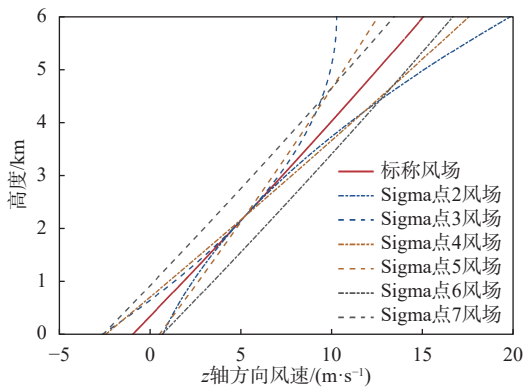

图 2　z方向标称风场与 Sigma 点风场

Fig. 2　Nominal wind field and Sigma point wind field in the z direction

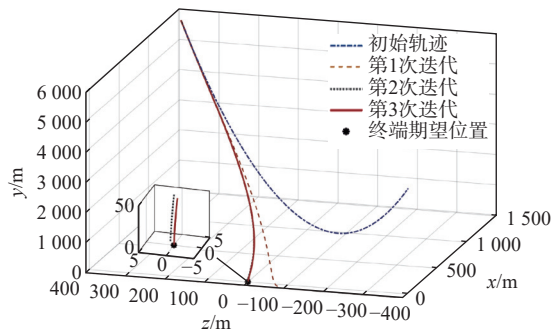

图 3　基于 UMPSP 制导方法的火箭着陆段迭代轨迹

Fig. 3　Iterative trajectory of rocket landing phase based on UMPSP guidance method

4.1　算例 1

对本文基于 UMPSP 与基于 MPSP 的制导方法进行对比, 分别进行仿真验证。火箭的初始位置设为 $\boldsymbol{r}_0=[1\,530,5\,673,400]^{\mathrm{T}}$ m, 火箭的初始速度设为 $\boldsymbol{v}_0=[-140,-353,-40]^{\mathrm{T}}$ m/s, 初始俯仰角设为 $\varphi=72^\circ$, 偏航角设为 $\psi=-3^\circ$, 由于着陆段的高度较低且变化范围较小, 重力加速度被设定为一个常值矢量 $\boldsymbol{g}=[0,-9.806\,65,0]^{\mathrm{T}}$ m/s^2, 控制解 $\boldsymbol{U}_k$ 与龙格库塔积分步长设为 0.1 s, 权重矩阵 $\boldsymbol{R}_k$ 根据控制量推力与角速度之间的数值大小关系设置为 $\boldsymbol{R}_k=\mathrm{diag}\{1\times10^{-7},1\times10^{7},1\times10^{7}\}$, 推力大小约束、最大角速度约束均在积分过程中实现, 得到基于 UMPSP 的仿真结果如图 3～图 6 所示。

从仿真结果曲线可以看出, 控制曲线、状态曲线平滑连续, 对火箭执行机构压力较小。如图 4 所示, 利用快速解析制导方法计算出的初始控制解, UMPSP 算法仅迭代 3 次便满足了终端约束要求, 单次迭代仅需 0.803 s, 计算效率优秀; 着陆段火箭质量、俯仰角、偏航角如图 5 所示、速度如图 6 所示, 在火箭飞行末端姿态为垂直状态, 速度降为 0, 实现了火箭的定点垂直软着陆。

根据风场数据的统计特性生成 100 组随机风场, 如图 7 所示, 分别利用 UMPSP 和 MPSP 生成的控制解进行仿真, 仿真结果如图 8～图 10 与表 2 和表 3 所示。

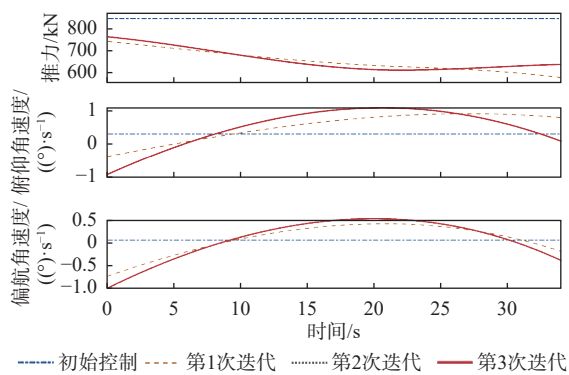

图 4　算例 1 基于 UMPSP 制导方法的火箭着陆段控制-时间曲线

Fig. 4　Control-time curves of rocket landing phase based on UMPSP guidance method in example 1

图 8～图 10 展示了 2 种方法下控制对比和终端状态偏差对比。表 2 和表 3 分别列出了 2 种方法下终端状态偏差的均值对比和标准差对比。其中, 图 9 和图 10 右侧标注的数值为 2 种制导方法在 100 组随机风场条件下的最大终端偏差。UMPSP 与 MPSP 制导方法的最大位置偏差分别为 8.041 3 m 和 15.058 2 m, 最大速度偏差分别为 0.290 8 m/s 和

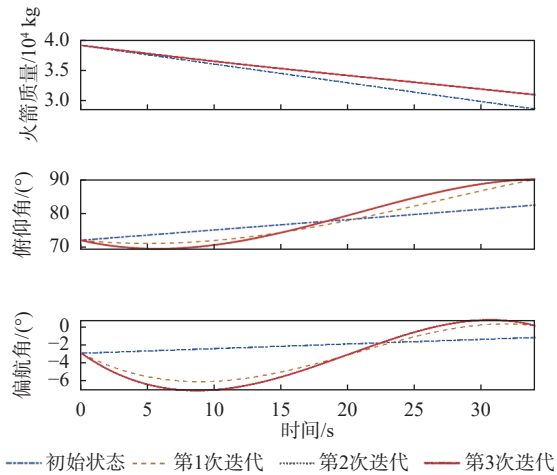

图5 算例1基于UMPSP制导方法的火箭着陆段状态-时间曲线

Fig. 5 State-time curves of rocket landing phase based on UMPSP guidance method in example 1

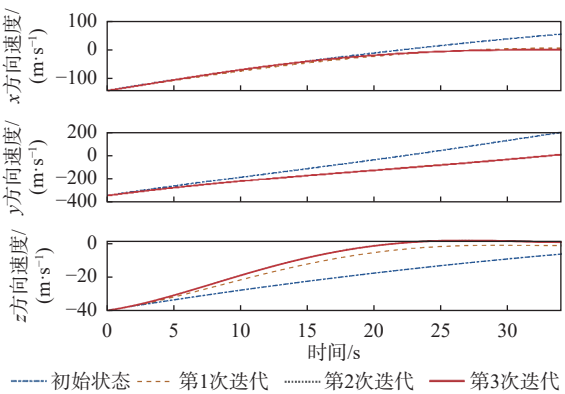

图6 算例1基于UMPSP制导方法的火箭着陆段速度-时间曲线

Fig. 6 Velocity-time curves of rocket landing phase based on UMPSP guidance method in example 1

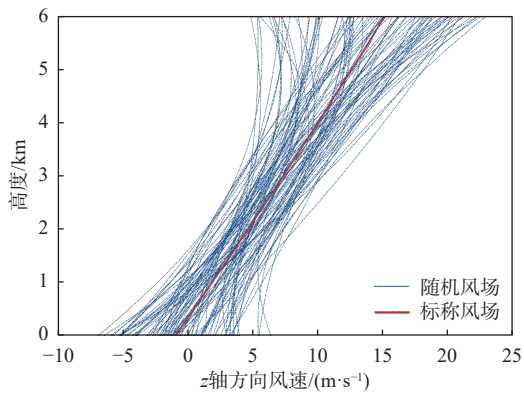

图7 z方向标称风场与100组随机风场

Fig. 7 Nominal wind field and 100 sets of random wind fields in the z direction

0.777 6 m/s。可以看出，基于UMPSP的制导方法相比于MPSP制导方法，显著减小了火箭终端状态偏差，且表现出更小的误差分布，从而提高了着陆精

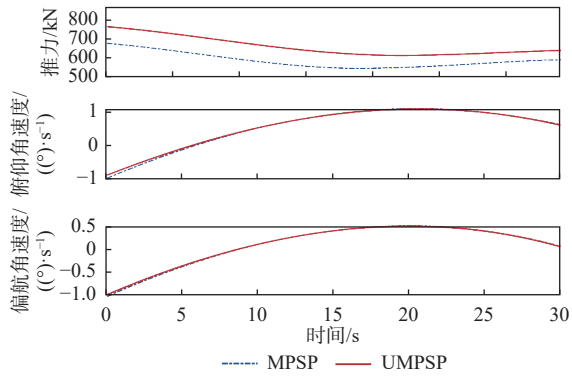

图8 UMPSP制导方法与MPSP制导方法的控制-时间对比曲线

Fig. 8 Control-time comparison curves between UMPSP guidance method and MPSP guidance method

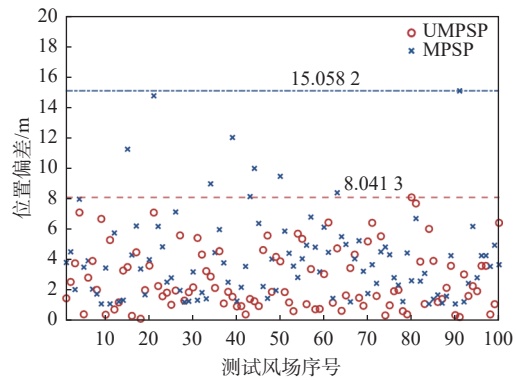

图9 随机风场下终端位置偏差对比

Fig. 9 Comparison of terminal position deviations under random wind fields

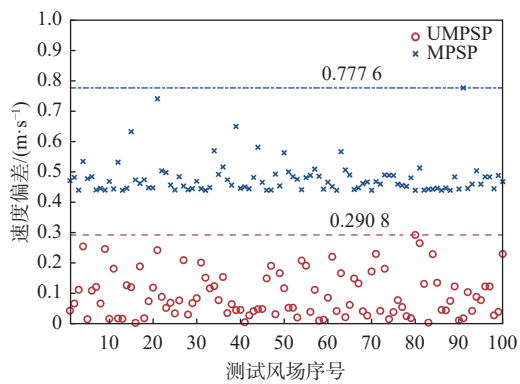

图10 随机风场下终端速度偏差对比

Fig. 10 Comparison of terminal velocity deviations under random wind fields

表2 随机风场下终端偏差均值对比

Table 2 Comparison of mean terminal deviation under random wind fields

制导方法	终端位置偏差均值/m	终端速度偏差均值/(m·s⁻¹)
UMPSP	2.665 2	0.092 0
MPSP	4.007 4	0.478 2

表 3　随机风场下终端偏差标准差对比

Table 3　Comparison of standard terminal deviation under random wind fields

制导方法	终端位置偏差标准差/m	终端速度偏差标准差/(m·s^{-1})
UMPSP制导方法	2.012 4	0.072 9
MPSP制导方法	2.820 4	0.056 7

度, 验证了基于 UMPSP 制导方法的有效性。

进一步验证基于 UMPSP 制导方法的鲁棒性, 考虑测量到的风场统计特性存在10%的偏差: 风场均值$\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{w}}=[-0.080,4.906,5.753]^{\mathrm{T}}$, 风场方差$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{w}}^{2}=[0.91,1.32,2.93]^{\mathrm{T}}$, 分别利用 UMPSP 和 MPSP 生成的控制解进行仿真, 仿真结果如图 11 和图 12 与表 4 和表 5 所示。

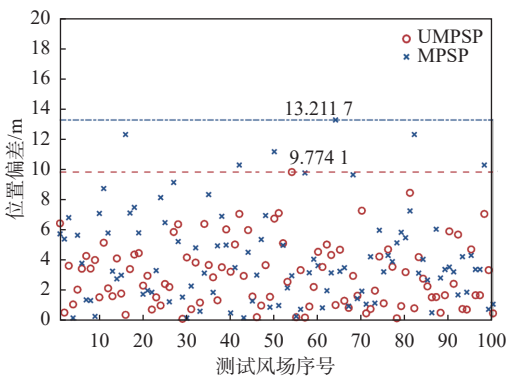

图 11　随机风场存在统计偏差下终端位置偏差对比

Fig. 11　Comparison of terminal position deviations under statistical bias in random wind fields

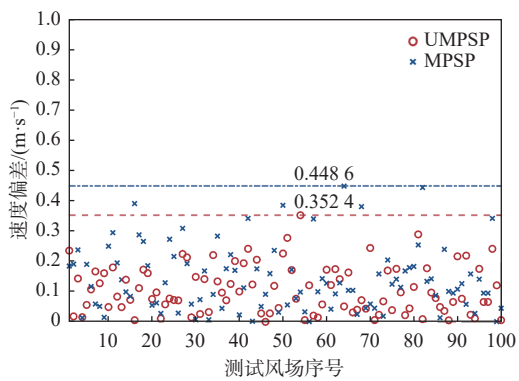

图 12　随机风场存在统计偏差下终端速度偏差对比

Fig. 12　Comparison of terminal velocity deviations under statistical bias in random wind fields

表 4　随机风场存在统计偏差下终端偏差均值对比

Table 4　Comparison of mean terminal deviation under statistical bias in random wind fields

制导方法	终端位置偏差均值/m	终端速度偏差均值/(m·s^{-1})
UMPSP	3.000 7	0.106 6
MPSP	4.802 2	0.492 2

表 5　随机风场存在统计偏差下终端偏差标准差对比

Table 5　Comparison of standard terminal deviation under statistical bias in random wind fields

制导方法	终端位置偏差标准差/m	终端速度偏差标准差/(m·s^{-1})
UMPSP	2.134 8	0.078 1
MPSP	3.242 3	0.062 1

图 11 和图 12 展示了 2 种方法下的终端状态偏差对比。表 4 和表 5 分别列出了 2 种方法在终端状态偏差的均值对比和标准差对比。其中, 图 11 和图 12 右侧标注的数值为风场统计特性存在 10% 偏差时 2 种制导方法的最大终端偏差。UMPSP 与 MPSP 制导方法的最大位置偏差分别为 9.774 1 m 和 13.211 7 m, 最大速度偏差分别为 0.352 4 m/s 和 0.448 6 m/s。从上述仿真结果可以看出, 在不确定风场存在统计偏差下, 基于 UMPSP 的制导方法相比于 MPSP 制导方法, 终端位置和速度的最大偏差分别减少了 26.0% 和 21.4%, 平均偏差分别减少了 37.5% 和 78.3%, 证明了本文方法具有较强的鲁棒性及对不确定风场的统计特性偏差具有较强的适应性。

4.2　算例 2

为进一步验证基于 UMPSP 制导方法的计算效率, 以标称风场进行仿真条件设计, 采用与文献 [30] 一致的初始状态, 火箭的初始位置$\boldsymbol{r}_0=[2\,100,5\,582,450]^{\mathrm{T}}$ m, 火箭的初始速度$\boldsymbol{v}_0=[-190,-353,-40]^{\mathrm{T}}$ m/s, 其余条件与算例一保持一致, 得到仿真结果如图 13 和图 14 所示。

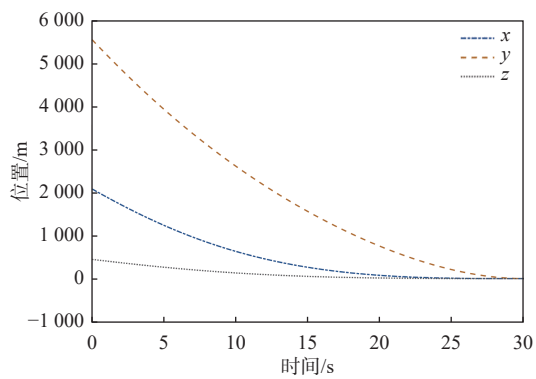

图 13　算例 2 基于 UMPSP 制导方法的火箭着陆段位置-时间曲线

Fig. 13　Position-time curves of rocket landing phase based on UMPSP guidance method in example 2

从仿真结果曲线可以看出, 火箭精准实现了定点软着陆, 终端位置与速度均满足终端约束要求。表 6 为基于 UMPSP 的制导方法与文献 [29] 中的凸优化制导方法对比。可以看出, 基于 UMPSP 的制导方法在计算效率方面领先于凸优化制导方法, 在

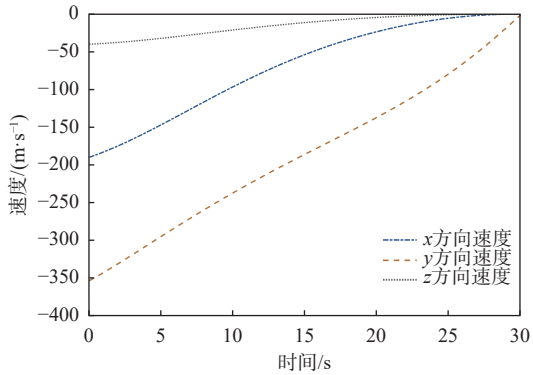

图 14 算例 2 基于 UMPSP 制导方法的火箭着陆段速度-时间曲线

Fig. 14 Velocity-time curves of rocket landing phase based on UMPSP guidance method in example 2

表 6 基于 UMPSP 的制导方法与凸优化制导方法对比

Table 6 Comparison between UMPSP guidance method and convex optimization guidance approach

制导方法	算法收敛时间/s	终端位置偏差/m	终端速度偏差/(m·s^{-1})
UMPSP	2.41	1.264	0.543
凸优化[29]	6.72	0.451	12.137

终端位置偏差相近的条件下速度偏差也大幅优于凸优化制导方法。

进一步地，为验证快速解析制导方法与基于 UMPSP 制导方法的鲁棒性，在算例二仿真条件的基础上，进行蒙特卡罗打靶仿真。假设火箭初始位置$\boldsymbol{r}_0$和$\boldsymbol{v}_0$的标准差分别为$[350,930,75]^{\mathrm{T}}$ m和$[15,30,3]^{\mathrm{T}}$ m/s，仿真次数为 50。打靶统计结果如表 7 和图 15 所示。

表 7 蒙特卡罗仿真统计结果

Table 7 Monte Carlo simulation statistical results

统计量	终端位置/m	终端速度/(m·s^{-1})	终端姿态/(°)	迭代次数
均值	[0.523,0.790,0.117]	[0.049,0.312,0.010]	[90.018,0.001]	3.185
标准差	[2.652,0.849,0.926]	[0.180,0.491,0.061]	[0.056,0.013]	0.622

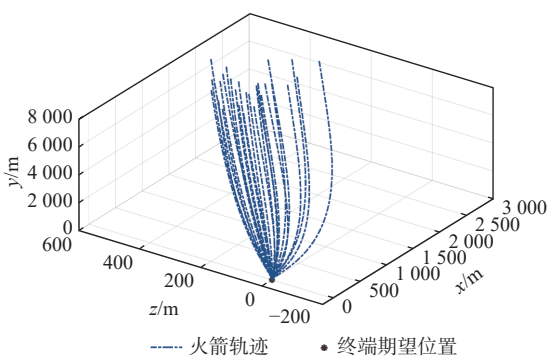

图 15 不同初始状态下火箭着陆段三维轨迹

Fig. 15 3D trajectory of rocket landing phase under different initial conditions

可以看出，在不同初始状态下，UMPSP 算法依然很好地满足了终端约束，大多数情况下 UMPSP 算法仅迭代 3～4 次便实现了收敛，验证了快速解析制导方法为 UMPSP 制导提供初始控制解的高效性与鲁棒性。

5 结 论

针对不确定风场中可回收火箭着陆段鲁棒制导问题，考虑火箭推力与姿态的耦合，提出基于 UMPSP 的可回收火箭着陆段鲁棒制导方法，利用快速解析制导方法提供初始控制解，结合 UMPSP 算法高效完成可回收火箭的定点垂直软着陆。主要结论如下：

1）建立火箭推力与姿态耦合的动力学方程，在考虑大气层内存在不确定风场的前提下，根据无迹最优控制与 MPSP 算法理论求解出一组对原系统不确定风场参数不敏感的控制解，减小了终端状态的误差分布。

2）针对实际场景中的不确定风场完成火箭着陆段 Sigma 点的构建，结合 UMPSP 算法特点，设计一种快速解析制导方法以生成初始控制指令，进一步提高了求解效率。

3）相比于 MPSP 制导方法和凸优化制导方法，本文基于 UMPSP 的可回收火箭鲁棒制导方法提高了火箭的着陆精度，对随机风场具有较强鲁棒性的同时，具有较高的计算效率。

参考文献（References）

[1] Blackmore L. Autonomous precision landing of space rockets [C]//Proceedings of the Frontiers of engineering: reports on leading-edge engineering from the 2016 symposium. Washington, D. C. : The National Academies Press, 2016: 57-64.

[2] 徐大富, 张哲, 吴克, 等. 垂直起降重复使用运载火箭发展趋势与关键技术研究进展[J]. 科学通报, 2016, 61(32): 3453-3463.
Xu D F, Zhang Z, Wu K, et al. Recent progress on development trend and key technologies of vertical take-off vertical landing re-usable launch vehicle[J]. Chinese Science Bulletin, 2016, 61(32): 3453-3463(in Chinese).

[3] Klumpp A R. Apollo lunar descent guidance[J]. Automatica, 1974, 10(2): 133-146.

[4] 张洪华, 关轶峰, 黄翔宇, 等. 嫦娥三号着陆器动力下降的制导导航与控制[J]. 中国科学 (技术科学), 2014, 44(4): 377-384.
Zhang H H, Guan Y F, Huang X Y, et al. Guidance navigation and control for Chang'E-3 powered descent[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2014, 44(4): 377-384(in Chinese).

[5] Mcinnes C R. Direct adaptive control for gravity-turn descent[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(2): 373-375.

[6] Zhou L Y, Xia Y Q. Improved ZEM/ZEV feedback guidance for Mars powered descent phase[J]. Advances in Space Research, 2014, 54(11): 2446-2455.

[7] Acikmese B, Ploen S R. Convex programming approach to powered descent guidance for Mars landing[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(5): 1353-1366.

[8] Açıkmeşe B, Blackmore L. Lossless convexification of a class of optimal control problems with non-convex control constraints[J]. Automatica, 2011, 47(2): 341-347.

[9] Szmuk M, Acikmese B, Berning A W. Successive convexification for fuel-optimal powered landing with aerodynamic drag and non-convex constraints[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston: AIAA, 2016: 0378.

[10] 王劲博, 崔乃刚, 郭继峰, 等. 火箭返回着陆问题高精度快速轨迹优化算法[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(3): 389-398.
Wang J B, Cui N G, Guo J F, et al. High precision rapid trajectory optimization algorithm for launch vehicle landing[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(3): 389-398(in Chinese).

[11] Szmuk M, Reynolds T P, Açıkmeşe B. Successive convexification for real-time six-degree-of-freedom powered descent guidance with state-triggered constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2020, 43(8): 1399-1413.

[12] Reynolds T P, Szmuk M, Malyuta D, et al. Dual quaternion-based powered descent guidance with state-triggered constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2020, 43(9): 1584-1599.

[13] 安泽, 熊芬芬, 梁卓楠. 基于偏置比例导引与凸优化的火箭垂直着陆制导[J]. 航空学报, 2020, 41(5): 242-255.
An Z, Xiong F F, Liang Z N. Landing-phase guidance of rocket using bias proportional guidance and convex optimization[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(5): 242-255(in Chinese).

[14] Padhi R, Kothari M. Model predictive static programming: a computationally efficient technique for suboptimal control design[J]. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2009, 5(2): 399-411.

[15] Maity A, Padhi R, Mallaram S, et al. A robust and high precision optimal explicit guidance scheme for solid motor propelled launch vehicles with thrust and drag uncertainty[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(13): 3078-3097.

[16] Sachan K, Padhi R. Waypoint constrained multi-phase optimal guidance of spacecraft for soft lunar landing[J]. Unmanned Systems, 2019, 7(2): 83-104.

[17] Banerjee A, Padhi R, Vatsal V. Optimal guidance for accurate lunar soft landing with minimum fuel consumption using model predictive static programming[C]//Proceedings of the 2015 American Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1861-1866.

[18] Wang Y, Topputo F. Robust Bang-off-Bang low-thrust guidance using model predictive static programming[J]. Acta Astronautica, 2020, 176: 357-370.

[19] Maity A, Oza H B, Padhi R. Generalized model predictive static programming and angle-constrained guidance of air-to-ground missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(6): 1897-1913.

[20] Mondal S, Padhi R. Constrained quasi-spectral MPSP with application to high-precision missile guidance with path constraints[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2021, 143(3): 031001.

[21] Wang X, Dai P, Cheng X M, et al. An online generation method of ascent trajectory based on feedforward neural networks[J]. Aerospace Science and Technology, 2022, 128: 107739.

[22] Mathavaraj S, Padhi R. Unscented MPSP for optimal control of a class of uncertain nonlinear dynamic systems[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2019, 141(6): 065001.

[23] Mathavaraj S, Padhi R. Quasi-spectral unscented MPSP guidance for robust soft-landing on asteroid[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2021, 191(2): 823-845.

[24] Padhi R, Banerjee A, Mathavaraj S, et al. Computational guidance using model predictive static programming for challenging space missions: an introductory tutorial with example scenarios[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2024, 44(2): 55-80.

[25] Lu P, Callan R. Propellant-optimal powered descent guidance revisited[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2023, 46(2): 215-230.

[26] 冯子鑫, 薛文超, 张冉, 等. 可回收火箭大气层内动力下降的多阶段鲁棒优化制导方法[J]. 自动化学报, 2024, 50(3): 505-517.
Feng Z X, Xue W C, Zhang R, et al. A multi-stage robust optimization guidance method for endoatmospheric powered descent of reusable rockets[J]. Acta Automatica Sinica, 2024, 50(3): 505-517(in Chinese).

[27] Halbe O, Raja R G, Padhi R. Robust reentry guidance of a reusable launch vehicle using model predictive static programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(1): 134-148.

[28] Simplício P, Marcos A, Bennani S. Guidance of reusable launchers: improving descent and landing performance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(10): 2206-2219.

[29] 张志国, 马英, 耿光有, 等. 火箭垂直回收着陆段在线制导凸优化方法[J]. 弹道学报, 2017, 29(1): 9-16.
Zhang Z G, Ma Y, Geng G Y, et al. Convex optimization method used in the landing-phase on-line guidance of rocket vertical recovery[J]. Journal of Ballistics, 2017, 29(1): 9-16(in Chinese).

[30] 陈星伦, 张冉, 张晓燕. 大气层内动力下降段的组合干扰补偿制导[J]. 航空学报, 2023, 44(23): 156-171.
Chen X L, Zhang R, Zhang X Y. Combined disturbance compensation guidance for powered descent in atmosphere[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(23): 156-171(in Chinese).

A robust guidance method for reusable rocket landing phase based on UMPSP

ZHANG Yonghua[1, 2, 3], WANG Zheng[1, 2, 3, 4, 5, *], WANG Shiyu[6], BAI Yunfei[6], QIU Likuan[7]

(1. Unmanned System Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. National Key Laboratory of Unmanned Aerial Vehicle Technology, Xi'an 710072, China;
3. Integrated Research and Development Platform of Unmanned Aerial Vehicle Technology, Xi'an 710072, China;
4. National Key Laboratory of Aerospace Flight Dynamics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
5. Northwest Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Xianyang 712099, China;
6. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China;
7. Shanghai Electro-Mechanical Engineering Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: This paper presents a robust guidance approach for the landing phase, based on unscented model predictive static programming (UMPSP). It seeks to solve the problem of reusable rockets making accurate vertical soft landings in the face of unpredictable atmospheric wind fields. Firstly, the dynamic equation of rocket thrust and attitude coupling is established. Under the consideration of an unknown uncertain wind field, a set of control strategies insensitive to the uncertain wind field parameters of the original system is derived using unscented optimal control and model predictive static programming (MPSP) theories. This aims to minimize the terminal state error dispersion and enhance landing precision. Secondly, capitalizing on the features of the UMPSP algorithm, a rapid analytical guidance methodology is proposed to initialize the control strategy, thereby further boosting solution efficiency. The results of the simulation show that the suggested UMPSP-based robust guidance approach for the landing phase exhibits excellent robustness and superior computing efficiency against a variety of uncertain wind field conditions, while guaranteeing high-precision landing of reusable rockets.

Keywords: model predictive static programming; reusable rocket; uncertain wind field; guidance and control; robust guidance

Received: 2024-06-28; **Accepted**: 2024-08-16; **Published Online**: 2024-09-14 17:07

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20240914.1142.001

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (62303378); Foundation of China National Key Laboratory of Science and Technology on Test Physics & Numerical Mathematics (JP2022-800006000107-237,08-YY-2023-R11); Foundation of Shanghai Astronautics Science and Technology Innovation (SAST2022-114)

* **Corresponding author**. E-mail: wz_nwpu@126.com