

北京航空航天大学学报
Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics
ISSN 1001-5965,CN 11-2625/V

《北京航空航天大学学报》网络首发论文

题目：动态邻域优化的异质三维模型簇对应关系计算
作者：杨军，马彦坤
DOI：10.13700/j.bh.1001-5965.2026.0125
收稿日期：2026-03-04
网络首发日期：2026-08-24
引用格式：杨军，马彦坤．动态邻域优化的异质三维模型簇对应关系计算[J/OL]．北京航空航天大学学报. https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2026.0125



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

动态邻域优化的异质三维模型簇对应关系计算

杨军[1,2,✉]，马彦坤[1]

（1. 兰州交通大学 电子与信息工程学院，兰州 730070；2. 兰州交通大学 测绘与地理信息学院，兰州 730070）

*通信作者 E-mail： yangj@mail.lzjtu.cn

摘要 针对现有方法对异质三维模型簇高频特征提取能力不足的问题，提出了一种基于动态邻域优化与流形积分结构回归的对应关系计算新方法。首先，采用动态邻域策略计算顶点邻域，提取局部邻域特征；其次，通过空间注意力机制融合扩散网络的全局特征与几何感知层次网络的局部特征，构建双通道特征表示；最后，利用多尺度流形积分结构回归模块构建的初步映射和图聚类算法实现异质三维模型簇的对应关系构建。在 SHREC'20、TOSCA、SHREC'19、TOPKIDS、FAUST 和 SCAPE 等数据集上进行了定性和定量对比实验，本算法在 SHREC'20 和 TOSCA 数据集上较基准方法 G-msm 平均测地误差分别降低 25.6%和 14.7%。实验结果表明，所提方法不仅能准确构建异质三维模型簇的对应关系，而且具有较强的跨数据集泛化性能。

关键词 三维模型簇对应关系；异质模型；扩散网络；动态邻域优化；特征融合

中图分类号 TP391.4 文献标志码 A DOI: DOI：10.13700/j.bh.1001-5965.2026.0125

Correspondence Calculation for Heterogeneous 3D Shape Via Dynamic Neighborhood-optimized

YANG Jun[1,2]，MA Yankun[1]

（1. School of Electronic and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;

2. Faculty of Geomatics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China）

*E-mail： yangj@mail.lzjtu.cn

Abstract To address the issue of insufficient high-frequency feature extraction capability of existing methods for heterogeneous 3D shape collections, a new correspondence calculation method based on dynamic neighborhood-optimized and manifold integral structure regression is proposed. First, a dynamic neighborhood strategy is used to compute vertex neighborhoods and extract local neighborhood features; second, a spatial attention mechanism is employed to fuse the global features from DiffusionNet and the local features from GHLN, constructing a dual-channel feature representation; finally, the preliminary mapping constructed by the multi-scale manifold integral structure regression module and a graph clustering algorithm are used to achieve correspondence construction for heterogeneous 3D shape collections. Qualitative and quantitative comparative experiments were conducted on datasets such as SHREC'20, TOSCA, SHREC'19, TOPKIDS, FAUST, and SCAPE. Our algorithm reduces the average geodesic errors by 25.6% and 14.7% compared to the baseline method G-msm on the SHREC'20 and TOSCA datasets, respectively. The experimental results show that the proposed method not only accurately constructs correspondences for heterogeneous 3D shape collections but also exhibits strong cross-dataset generalization performance.

Key words 3D shape collections correspondence; heterogeneous shapes; DiffusionNet; dynamic neighborhoods-optimized; feature fusion

收稿日期：2026-03-04

基金项目：国家自然科学基金（42261067）；甘肃省省级人才重点项目 (2025RCXM031)

Fund：Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 42261067); the 2025 Key Talent Project of Gansu Province (No. 2025RCXM031)

网络首发时间：2026-08-24 16:36:47 网络首发地址：https://link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20260824.1250.002

三维模型簇对应关系计算是数字孪生、虚拟现实等领域的底层关键技术，对实现跨模型的精准分析与操作至关重要[1-3]。然而，在处理几何与拓扑结构差异显著的异质模型簇时，现有方法面临根本性困境：固定尺度的特征提取机制难以动态处理模型表面高频与低频区域，易造成局部特征失真[4-5]；同时，缺乏一个能保持微分同胚不变性的统一特征空间与优化策略，导致在结构复杂区域建立的对应关系易于不连续甚至错误[6-7]。因此，如何动态处理多尺度几何特征，并在保持微分同胚不变性的统一空间中构建连续、准确的异质三维模型簇对应关系，是一个极具挑战性的问题。

异质三维模型簇指在语义或功能上相关联，却在几何与拓扑形态上呈现出显著多样性的三维模型集合。此类簇的“异质性”具体体现于两个层面：在几何层面，模型间不仅存在整体的非刚性形变，更包含局部尺度的剧烈变化、曲面曲率与细节密度的显著不同，以及特征部位的发育或形态差异；在拓扑层面，异质性可表现为局部连接关系的改变，例如组件数量的增减、孔洞的生成或消失，以及部件间连接方式的不同。当前三维形状对应领域的研究焦点与核心挑战，主要集中于处理拓扑结构保持同胚或近似同胚，但表面几何细节存在大幅度、非均匀差异的模型簇间的稠密对应关系计算。这类问题之所以困难，在于需要在保持整体拓扑一致性的约束下，精准匹配局部剧烈变化的几何特征，其在计算机图形学、视觉与医学图像分析中应用广泛。而对于拓扑结构本身完全不同的模型之间的对应问题，其本质是寻求更高层次的语义部件映射，通常需结合语义分割、部件标注等先验知识，构成了一个更具跨域性的独立研究方向。

近年来，两个三维模型间对应关系计算得到深入研究和广泛应用。早期的三维模型对应关系研究主要集中于两两模型间的对应[8-11]。ZoomOut 方法[12]通过谱上采样优化了非刚性对应计算，但其性能在处理稠密模型对应时会因谱基一致性被破坏而下降。为提升三维模型稠密对应泛化性，在函数映射框架下沿不同路径进行改进[13-16]，引入有监督深度学习以提升精度，但面临着模型拓扑结构变化时应用潜力受限的挑战。杨军等人[17]提出结合特征序列注意力机制的无监督学习框架，提升了对应关系准确率。但其注意力机制未能充分考虑三维几何关系，在异质三维模型时会出现局部对应失真。

模型簇的一致性对应在处理异质模型、大尺度形变及噪声干扰时稳健性不足。Kim 等人[18]利用加权关联网络处理模糊对应，Huang 等人[19]通过半正定规划与循环一致性约束进行全局优化，以及 Attaiki 等人[20]采用深度函数映射进行监督式匹配。这些方法在提升特定场景下的对应精度和一致性方面取得了进展，但普遍存在计算复杂度高、对初始对应或训练数据依赖较强等问题，影响了其在异质模型或大规模数据上的效率与泛化能力。

在无监督学习，Eisenberger 等人[21]与 Cao 等人[22]的有效降低了对人工标注数据的依赖，但二者均因依赖强几何先验和正则化约束，在处理拓扑结构差异显著的异质三维模型簇时，泛化能力有限。

此外，杨军等人[23-24]分别通过混合注意力机制与耦合映射方法来提升模型簇对应的准确性与泛化性，并尝试处理拓扑噪声。然而，前者在非流形数据中依赖测地距离而易受噪声影响，后者则因依赖虚拟模板假设而对异质模型簇适应性有限。Eisenberger 等人[7]通过显式建立三维流形和图结构传播，提升了异质三维模型对应关系计算的准确率；然而，其计算复杂度和对初始映射的依赖限制了该方法的泛化能力。

综上所述，现有方法在局部几何特征提取方面存在不足，尤其对高频细节的捕捉能力有限，导致非等距形变或拓扑异构情况下的对应关系准确率下降。对应关系计算过程中的权重分配机制往往缺乏动态调整，难以平衡不同几何区域的重要性，从而在复杂场景中易产生偏差。

1 DN-MISR 算法

基于动态邻域优化与流形积分结构回归(Dynamic Neighborhood-optimized Manifold Integral Structure Regression，DN-MISR)的异质三维模型簇对应关系计算方法，结合 DiffusionNet 和几何感知层次网络(Geometric-aware Hierarchical Layered Network，GHLN)来增强对异质三维模型簇的特征提取能力，并设计流形积分结构回归模块(Manifold Integral Structure Regression，MISR)来降低异质三维模型簇对应关系的测地距离误差。

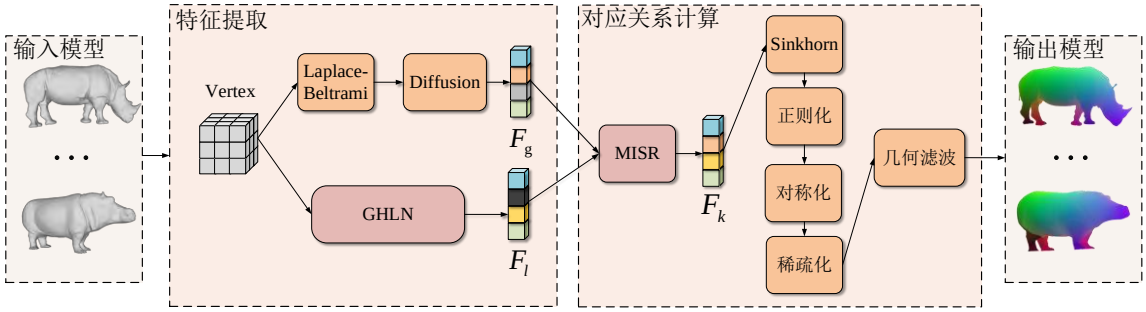


图 1 DN-MISR 算法框架
Fig.1 Overall framework of DN-MISR

1.1 DN-MISR 算法框架

DN-MISR 方法的整体流程依次包含三个阶段，分别由三个核心模块实现，如图 1 所示。阶段一由 Diffusion 模块完成，在谱域求解热扩散方程，提取模型的全局拓扑特征。阶段二由 GHLN 模块完成，基于动态邻域优化，通过几何感知的层次化网络提取模型的局部几何细节特征。阶段一与阶段二以双分支形式并行执行。阶段三由 MISR 模块完成，对前两阶段输出的特征进行融合与回归优化，以构建异质三维模型簇间的稠密对应关系。整个框架通过一个层次化损失函数进行端到端优化，该函数融合了逐点对应损失与模型簇拓扑一致性损失，并以可学习权重系数加权，旨在提升最终对应关系计算的精度。

1.2 Diffusion 模块

基于动态邻域优化与流形积分结构回归(Dynamic Neighborhood-optimized Manifold Integral Structure Regression，DN-MISR)的异质三维模型簇对应关系计算方法，结合 DiffusionNet 和几何感知层次网络(Geometric-aware Hierarchical Layered Network，GHLN)来增强对异质三维模型簇的特征提取能力，并设计流形积分结构回归模块(Manifold Integral Structure Regression，MISR)来降低异质三维模型簇对应关系的测地距离误差。

第一分支基于谱域分析方法提取模型的全局几何特征 $F_g \in \mathbb{R}^{N\times d}$，其中，$N$ 表示顶点总数，d 表示特征维度。首先计算离散拉普拉斯算子，并利用其构建模型的特征基空间。由公式(1)计算：

$$\boldsymbol{L} = diag(\sum\nolimits_j \boldsymbol{A}_{ij}) - \boldsymbol{A} \quad (1)$$

式中，$A \in \mathbb{R}^{N\times N}$ 为邻接矩阵，$diag(\sum_j \boldsymbol{A}_{ij})$ 为度矩阵。离散拉普拉斯算子 L 作为 DiffusionNet 的输入，通过其内在的几何特征传播机制实现深度特征学习。利用谱域变换处理拓扑差异显著的三维模型簇，通过微分几何算子构建统一的谱域表征，借助动态调整的扩散核函数抑制高频噪声，有效提升异质模型对应关系的泛化能力。该扩散过程可表示为：

$$\boldsymbol{H}^{(l+1)} = \sigma(\sum_{k=0}^{K} \theta_k^{(l)} \boldsymbol{L}^k \boldsymbol{H}^{(l)} \boldsymbol{W}^{(l)}) \quad (2)$$

式中，$H^{(l)}$表示第 l 层的特征，$\theta_k^{(l)}$ 为可学习的扩散系数，$W^{(l)}$为变换矩阵，σ 为非线性激活函数，K 为卷积的阶数。

1.3 动态邻域

第二个分支专注于提取模型的局部拓扑特征 $F_l \in \mathbb{R}^{N\times d}$，并通过动态邻域构建策略计算顶点邻域。首先，基于局部密度分析计算任意顶点 v 的动态邻域半径 m，有效解决异质模型在高曲率区域顶点密集导致的邻域选择失准问题。其次，采用分层注意力机制实现多尺度特征融合。最后，通过底层网络几何感知注意力权重筛选关键邻域点，中层网络构建三角面片的邻接关系，利用图卷积传递结构约束。如图 2 所示，首先利用中心点与邻域点计算出该顶点的局部密度 ρ_i：

$$\rho_i = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} \| v_i - s_j \| \quad (3)$$

式中，v_i 为第 i 个中心点，s_j 为中心点的第 j 个邻域点，m 为中心点周围邻域点的初始数量。文中设定 m 为 5，根据中心点与邻域点之间的距离计算出该中心点的平均局部密度。则所有中心点的局部密度的平均密度 $\bar{\rho}$ 可由下式得出：

$$\bar{\rho} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} \rho_i \quad (4)$$

式中，M 表示该三维模型的所有中心点数目。通过局部密度和平均密度的比值乘以原始 m 值并向下取整，可计算出每个中心点的邻域大小动态值 m_i，当邻域大小 $m_i = 0$ 时，局部邻域点缺失将导致几何特征失真，从而无法有效构建局部特征。为此，动态邻域大小定义为:

$$m_i = \max\left(\left\lfloor \frac{\rho_i}{\bar{\rho}} \times m \right\rfloor, 1 \right) \quad (5)$$

式中，$\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整符号。当局部密度 ρ_i 显著低于全局平均密度 $\bar{\rho}$ 时，理论计算得到的邻域规模可能小于 1，而 max(,1)约束使得 $m_i \geq 1$，从而解决局部邻域为空所导致几何特征失真的问题。该性质保证即使在特征高度稀疏的区域中，每个点仍可基于其最近邻点构建最小有效的局部结构，为后续特征对应奠定局部无失真的基础。

公式(5)通过 max(,1)约束确保了动态邻域的理论完备性，避免了因局部密度过低而导致邻域为空的情形，从而为每个顶点构建了一个最小候选集。然而，在特征分布极度稀疏的区域，据此选取的单一邻域点可能在几何上与中心点不相关，若直接使用会引入噪声。为此，GHLN 模块中引入的几何感知注意力机制成为应对此情况的关键设计。

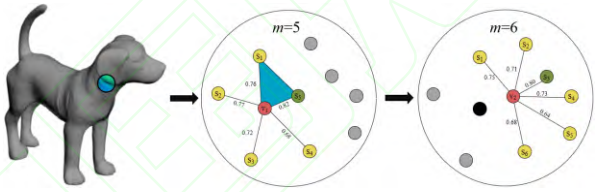


图 2 动态邻域
Fig.2 Dynamic neighborhood

1.4 几何感知层次网络

由于三维模型在高频区域顶点密集，低频区域顶点稀疏，通过计算动态邻域点数，可同时缓解三维模型在高频区域因顶点密集导致的特征计算失真，以及在低频区域因顶点稀疏产生的计算冗余问题。通过计算初始顶点与邻域点的初始权重，选择权重最大值的点作为下个邻域中心点。如图 3 所示，由于中心点与邻域点存在明显的差异性，需通过计算两点之间的注意力分数 e_{ij}，得出下一轮的中心点。

$$\boldsymbol{e_{ij}} = \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\mathrm{LeakyReLU}(\mathcal{W}[v_i \| s_j]) \quad (6)$$

式中， 为权重矩阵，a 表示可学习参数向量，$[v_i \| s_j]$表示中心点与目标顶点进行的拼接操作，激活函数 LeakyReLU 对权重矩阵进行非线性变换，以增强模型表达能力并缓解梯度消失。权重矩阵与可学习参数经反向传播优化后，计算出可学习注意力分数 δ_{ij} 以增强关键特征表述。

$$\delta_{ij} = \mathrm{softmax}(\boldsymbol{e_{ij}}) = \frac{\exp(\boldsymbol{e_{ij}})}{\sum_{k \in V(i)} \exp(\boldsymbol{e_{ib}})} \quad (7)$$

式中，$V(i)$为第 i 个中心点周围邻域点的集合，加权聚合通过动态分配节点间的注意力权重，实现多维度特征的融合并增强上下文感知能力，b 为求和索引。针对异质三维模型中不同语义类型的节点，构建基于动态关系感知的异质局部特征传递层，通过可学习注意力分数 δ_{ij} 在结构上动态调节语

义关联强度，并据此对邻域点特征进行加权融合，如公式（8）所示：

$$f_i^{'} = \sigma(\sum_{j\in\mathcal{N}(i)} \delta_{ij} W f_j) \quad (8)$$

式中，f_j 表示第 j 个邻域点的原始特征向量，最终输出融合了自身特征与邻域特征上下文信息的特征表示 $f_i^{'}$。通过动态权重机制，将局部邻域信息与非线性变换相结合，生成更具判别力的高阶表示。最后通过 softmax 激活函数，筛选出最优的 $f_i^{'}$。综上，利用几何感知层次网络，可有效解决传统方法对三维模型高频信息提取不足的问题。

在异质三维模型对应关系计算中，主要面临三个挑战：传统固定邻域难以有效提取几何变化的关键特征、局部与全局信息融合困难，以及局部特征聚合效果不佳。针对这些问题，GHLN 模块通过动态邻域机制自适应选取邻域并生成注意力权重，借助分层注意力协同学习局部与全局特征，并采用加权聚合策略优化特征整合，从而提取鉴别力更强的特征。

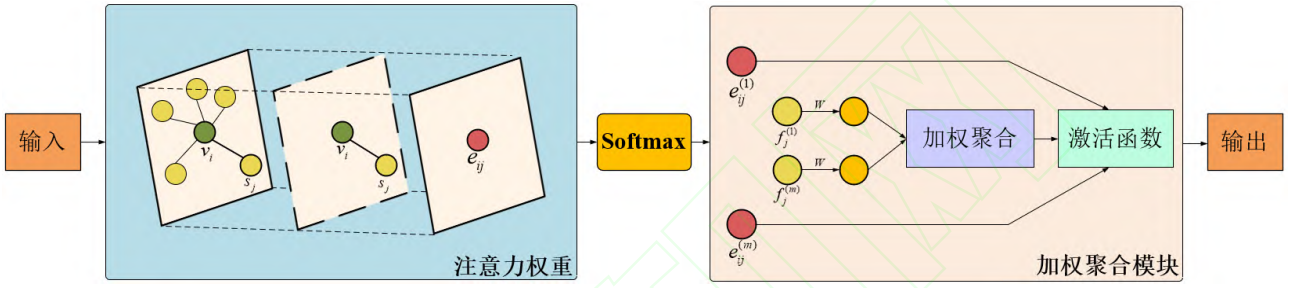


图 3 GHLN 模块
Fig. 3 GHLN module

1.5 流形积分结构回归模块

流形积分结构回归(MISR)模块是本算法实现特征融合与对应关系优化的核心，其输入来自于前两个特征提取阶段：其一是由阶段一的 DiffusionNet 提取的、表征模型全局拓扑结构的特征；其二是由阶段二的 GHLN 提取的、蕴含动态邻域聚合信息的局部特征。全局特征 F_g 与局部特征 F_l 将分别通过可学习的投影矩阵映射至统一的隐空间，并通过注意力机制加权的形式进行融合，该过程可表示为：

$$\boldsymbol{F}_k = \psi(\boldsymbol{F}_g, \boldsymbol{F}_l) = \kappa \boldsymbol{W}_g \boldsymbol{F}_g + (1-\kappa)\cdot(\boldsymbol{W}_l \cdot \boldsymbol{F}_l) \quad (9)$$

式中，$\boldsymbol{W}_g \in \mathbb{R}^{d_g \times h}$ 与 $\boldsymbol{W}_l \in \mathbb{R}^{d_l \times h}$ 为投影矩阵，d_g 为全局特征维度，d_l 为局部特征维度，h 为隐空间统一维度，$\psi(F_g, F_l)$表示全局与局部融合后的特征，κ 为曲率空间注意力因子。

MISR 模块采用由粗到精的对应关系构建策略。该策略始于粗对齐阶段，在较低尺度上利用具有较高平滑性的代价矩阵进行全局拓扑结构的概率性匹配，以获取整体一致的粗略对应关系。随后，通过跨尺度先验约束将粗尺度的匹配信息传递至更细尺度，引导后续优化。在更细的尺度上，算法通过降低代价矩阵的平滑性约束并利用蕴含更精细几何细节的特征，在粗对齐提供的良好初始解基础上进行局部寻优，逐步修正错误匹配并提升对应关系的精度与平滑度。基于上述渐进式优化过程，模块最终提取的融合特征为 $\boldsymbol{F}_k \in \mathbb{R}^{n_k \times d}$，其代价矩阵 C_k 由几何距离与特征相似度联合构成：

$$\boldsymbol{C}_k^{ij} = \left\|v_i - v_j\right\|_2^2 + \lambda \left\|\boldsymbol{F}_k^i - \boldsymbol{F}_k^j\right\|_2^2 (i, j \in \{1, \ldots, N\}) \quad (10)$$

式中，$\|\cdot\|_2^2$ 为 L2 范数的平方 $\left\|v_i - v_j\right\|_2^2$ 为几何项，v 表示中心顶点信息，i 表示源模型第 i 个顶点，j 表示目标模型第 j 个顶点，N 为模型的总顶点数，该式表示为源顶点与目标顶点在三维空间中的欧氏距离的平方。$\lambda \left\|\boldsymbol{F}_k^i - \boldsymbol{F}_k^j\right\|_2^2$ 为特征项，表示源顶点的特征与目标顶点的特征在高维特征空间中的差异，超参数 λ 设置为 0.5。

利用公式（9）实现全局特征与局部特征融合，公式（10）生成代价矩阵，该代价矩阵的投影确

保在微分同胚变换 Y：$\mathcal{M}_s \to \mathcal{M}_t$ 下满足局部等距不变性，$\mathcal{M}_s$ 表示微分同胚变换前的矩阵，$\mathcal{M}_t$ 表示微分同胚变换后的矩阵，即对任意 $x \in \mathcal{M}_s$，存在流形空间上的局部邻域 $U_\varepsilon(x)$，使得：

$$\left\| \psi(Y(\boldsymbol{F}_g), Y(\boldsymbol{F}_l)) - Y(\psi(\boldsymbol{F}_g, \boldsymbol{F}_l)) \right\|_{L^2(U_\varepsilon)} \le R \cdot \varepsilon^2 \quad (11)$$

式中，R 为当前点的主曲率半径，反映了曲面在该点的弯曲程度，在极小区间内被视为定值。ε 为邻域半径，用于界定局部邻域的范围。L^2（U_ε）表示在邻域 $U_\varepsilon(x)$内计算的平方可积函数空间范数，流形空间上的局部邻域 $U_\varepsilon(x)$ 为评估特征融合的一致性提供了无穷小范围。通过在该邻域内利用切空间对流形进行线性近似，将特征融合算子 ψ 对微分同胚变换 Y 转化为局部欧氏空间中的问题，从而有效控制了全局测地距离误差的传播，确保了融合结果在变换下的稳定性。

MISR 模块构建了一个能够在微分同胚变换下保持稳定的特征融合框架。为了将上述理论框架转化为一个可求解的优化问题，并实现对三维模型对应关系的精确计算，DN-MISR 算法构建多目标优化能量函数 $E(Y)$以计算准确的对应关系：

$$\begin{aligned} E(Y) = & \alpha \left\| \psi(\boldsymbol{F}_g^s) - \psi(\boldsymbol{F}_g^t \circ Y) \right\|^2 \\ & + \beta \sum_{U_\varepsilon} G(\boldsymbol{F}_l^s, \boldsymbol{F}_l^t \circ Y) \\ & + \gamma \left\| \log(Y^* g_t - g_s) \right\|_H^2 \end{aligned} \quad (12)$$

式中，$\alpha \left\| \psi(\boldsymbol{F}_g^s) - \psi(\boldsymbol{F}_g^t \circ Y) \right\|^2$ 为全局特征对齐项，通过马氏距离约束整体模型一致性，强制形变后目标模型全局特征 $\psi(\boldsymbol{F}_g^t \circ Y)$逼近源模型特征 $\psi(\boldsymbol{F}_g^s)$，符号$\circ$表示形变场对特征的复合映射，s 表示源模型，t 表示目标模型，α 为全局特征对齐权重，该项在形变场 Y 的作用下，确保了模型之间在整体拓扑结构上的一致性；$\beta \sum_{B_\varepsilon} G(\boldsymbol{F}_l^s, \boldsymbol{F}_l^t \circ Y)$ 为局部几何相似项，采用 Gromov-Wasserstein 距离度量局部邻域 U_ε 的几何相似性，β 为局部几何相似性权重，该项确保了模型之间在局部几何细节上的一致性；$\gamma \left\| \log(Y^* g_t - g_s) \right\|_H^2$ 是度量失真惩罚项，其基于拉回度量 $Y^* g_t$ 与源度量 g_s 的对数差异惩罚非刚性形变，g_s 表示源模型的度量张量，g_t 表示目标模型的度量张量，γ 为度量失真惩罚权重，H 为 Frobenius 范数，Y^*是 Y 的推前映射，允许在源模型坐标系中直接比较形变前后的几何属性，避免因坐标系差异导致的度量失真。优化过程采用两阶段策略：粗对应阶段利用 Kabsch 算法求解初始刚性变换 $N_0 = \arg\min \left\| \boldsymbol{F}_g^s - \boldsymbol{F}_g^t \right\|$，精对应阶段则通过黎曼流形上的共轭梯度法迭代更新形变参数，其选代公式为:

$$Y_{k+1} = \exp_{Y_k}(-\eta_k \cdot (\nabla E(Y_k) - \mu \cdot Ric(Y_k))) \quad (13)$$

式中，$\nabla E(Y_k)$指导形变场向降低全局特征误差、局部几何差异和度量失真的方向更新，exp(.)为指数映射，$\exp_{Y_k}(\cdot)$将定义在 Y_k 处切空间中的一个向量映射回流形，从而得到一个新的微分同胚变换 Y_{k+1}。以 Y_k 为基点的指数映射，将切空间中的向量映射回流形上的新形变场 Y_{k+1}，保持微分同胚性质。$Ric(Y_k)$ 为 Ricci 曲率正则项，防止形变过程中出现局部坍缩或撕裂，μ=0.1 为平衡参数，用于控制 Ricci 曲率正则化项 $Ric(Y_k)$在总梯度中的权重，η_k 为步长。该公式描述了形变场 Y 的迭代优化过程，结合了能量函数项与曲率正则项，求解最优形变场 Y。能量函数 $E(Y)$在紧致流形上存在唯一全局极小解，且收敛速率满足:

$$\left\| Y_{k+1} - Y_{\text{opt}} \right\| \le \omega \cdot \left\| Y_k - Y_{\text{opt}} \right\| \quad (14)$$

式中，Y_{opt} 表示全局最优形变场，$\omega = O\left(\frac{1}{\sqrt{\chi(\mathcal{M})}} \right)$为收敛因子，$\omega$ 越小，意味着每次迭代误差缩减得越快，算法收敛性能越好。$O(\cdot)$表示渐进上界，χ 表示流形 的欧拉示性数，在代数拓扑和微分几何中用于描述流形的拓扑性质。公式（14）是一个线性收敛定理，其从数学上严格保证了算法生成

的序列 Y_k 将以线性速率收敛至全局最优形变场 Y_{opt}，其收敛速率由因子 ω 控制。

为提升特征对应质量，引入 Sinkhorn 算法构建双重随机矩阵，通过熵正则化迭代实现特征点间的全局最优匹配，在保持几何一致性的同时平衡多尺度权重，最终构建几何意义明确的稠密对应关系，其实现过程如下:

$$\boldsymbol{P_k} = \arg\min_{\boldsymbol{q}\in u_{n_k}} \langle \boldsymbol{q}, \boldsymbol{C_k} \rangle - \varepsilon_k H(\boldsymbol{q}) + \mu \left\| \boldsymbol{q} - \phi(\boldsymbol{P_{k-1}}) \right\| \quad (15)$$

式中，P_k 表示源模型上的采样点与目标模型的对应关系概率矩阵，编码了尺度 k 下的模型对应关系，矩阵中对角线元素反映关键点的对应置信度；$\arg\min_{\boldsymbol{q}\in u_{n_k}} \langle \boldsymbol{q}, \boldsymbol{C_k} \rangle$ 表示从满足双重随机约束 u_{n_k} 的分配矩阵中，寻找一个最优矩阵 q 作为解 P_k，使得目标函数最小，C_k 为代价矩阵；$\langle \boldsymbol{q}, \boldsymbol{C_k} \rangle = \sum_i \sum_j \boldsymbol{q_{ij}} \boldsymbol{C_{k_{ij}}}$ 为弗罗贝尼乌斯内积，表示在候选最优矩阵 q 下所需承担的对应关系总成本；$\varepsilon_k H(q)$为熵正则化项，值较大时对应关系结果更平滑，能增强对噪声的适应性，值较小时能获得更高的对应关系准确率，但会因抑制平滑性而加剧过拟合风险；$\mu \|q-\phi(P_{k-1})\|$为先验项，用于约束当前最优矩阵 q 与上一尺度最优解 P_{k-1} 之间距离，以此保证迭代解序列的平滑性和稳定性，μ 为先验项的强度系数，ϕ 为变换函数。

在异质三维模型对应关系计算中，特征优化通过归一化、对称化与稀疏化形成闭环。归一化借助熵正则化最优传输实现概率分布的标准化，以协调不同分辨率模型间的特征尺度差异；对称化采用矩阵均值运算消除网格采样导致的非对称偏差，增强几何一致性；稀疏化则基于显著性准则筛选具有明确几何意义的稳定特征对应，有效抑制噪声。此外，几何滤波基于曲率一致性与法向对齐准则施加局部微分约束，筛选出满足流形结构连续性的可靠对应关系，有效提升稀疏对应结果的拓扑合理性，为后续图计算奠定一定的基础。

2　实验结果与分析

2.1 实验数据集和评估标准

2.1.1 实验环境及参数设置

实验的软件环境为 Linux Ubuntu 18.04 操作系统，硬件为 Intel i7 处理器和 NVIDIA GeForce RTX3080 Ti GPU(22GB 显存)处理器，运算平台为 CUDA-Toolkit 10.1 版本，采用 Cudnn 7.6.1 作为网络的 GPU 加速器，深度学习框架为 Pytorch 1.6.0，编程语言为 Python 3.8.10。

在实验中设置 Batch Size 大小为 1，初始学习率为 0.0001，使用 AdamW 优化器，权重衰减为 0.0001，学习率衰减率为 0.1，输入通道数为 3，输出通道数为 32，隐藏层数为 512。

2.1.2 数据集

选取 SHREC'20[25]、TOSCA[26]、SHREC'19、TOPKIDS、FAUST 和 SCAPE 六个公开数据集进行实验验证。SHREC'20 与 TOSCA 侧重异质模型与非等距形变，包含多类别三维模型及局部拉伸、弯曲等非刚性变换；SHREC'19 和 TOPKIDS 侧重近似非等距形变，包含尺度不一、拓扑结构多变的三维模型；FAUST 和 SCAPE 为经典人体数据集，强调真实姿态变化下的对应精度。

2.1.3 定量评估标准

为量化不同算法在非等距三维模型对应关系计算中的性能，依据普林斯顿基准协议的标准化评估框架，采用测地距离误差作为核心定量评价指标[27]。给定源模型 X 上的任意点 x，通过待评估算法生成其在目标模型 Z 上的对应点 z，而 z^*表示通过真实几何映射得到的基准对应点，则测地距离误差 $D(x)$计算公式为：

$$D(x) = \frac{d_z(z, z^*)}{\sqrt{Q_{area}(Z)}} \quad (16)$$

式中，d_z 表示模型 Z 上的点 z 与 z^*之间的测地距离，$Q_{area}(Z)$表示模型 Z 的面积。

2.2 实验结果与分析

将 DN-MISR 算法与最新的针对异质三维模型的对应关系计算方法进行定性和定量对比，包括 UFM、NM、DS 和 G-msm 方法。

2.2.1 定性实验

在 SHREC'20 数据集上，以长颈鹿为源模型、大象等为目标的异质模型簇对应关系构建实验如图 4 所示。DN-MISR 算法在对应关系准确性与平滑性上均优于对比算法。具体而言，UFM[28]因全局正则化难以捕捉局部变形，出现大范围对应错误；NM[21]的全局池化忽视细节，导致躯干外对应错误；DS[29] 在局部几何差异区域对参数敏感，准确率下降；G-msm[7]在头部曲率剧变处匹配不连续。相比之下，DN-MISR 算法的动态邻域流形积分回归方法通过有效提取局部细节，提升了对应性能。

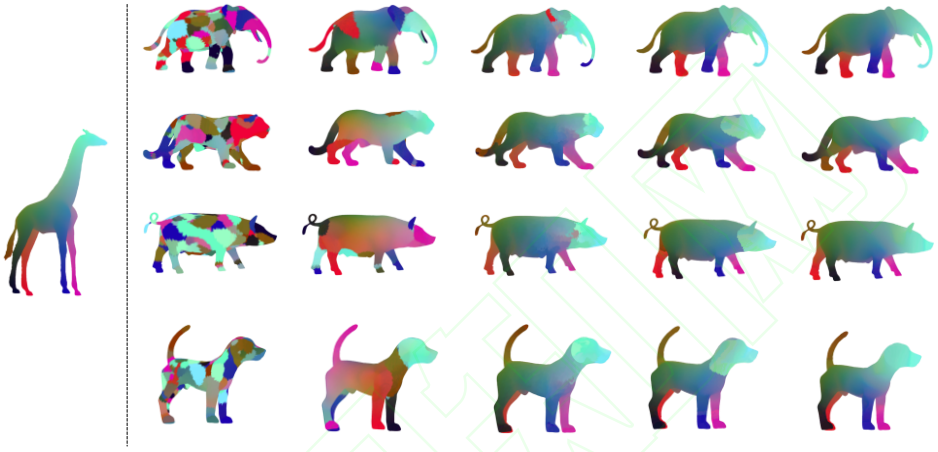


图 4 SHREC'20 数据集上异质三维模型簇对应关系构建对比实验

Fig.4 Comparative experiment on correspondence construction for heterogeneous 3D shape collections on the SHREC'20

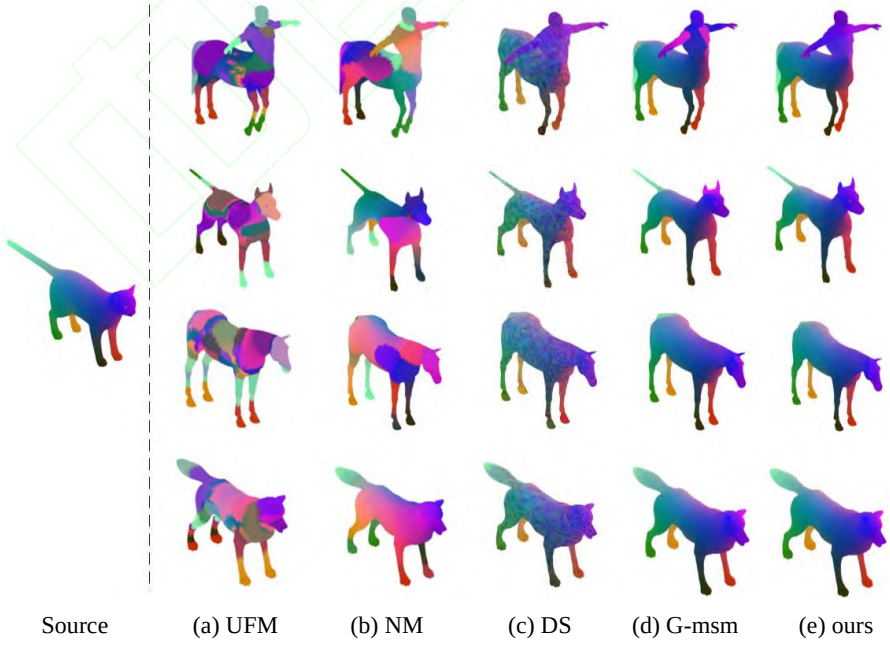


图 5 TOSCA 数据集上异质三维模型簇对应关系构建对比实验

Fig.5 Comparative experiment on correspondence construction for heterogeneous 3D shape collections on the TOSCA dataset



图 6 SHREC'19 数据集上异质三维模型簇对应关系构建对比实验
Fig.6 Comparative experiment on correspondence construction for heterogeneous 3D shape collections on the SHREC'19

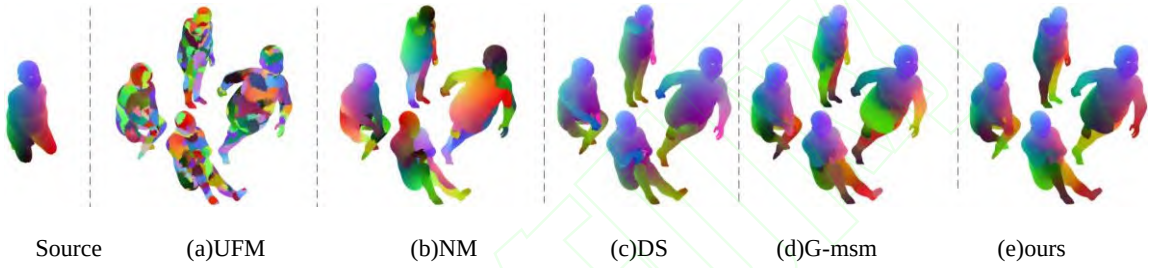


图 7 TOPKIDS 数据集上三维模型簇对应关系构建对比实验
Fig.7 Comparative experiment on correspondence construction for 3D shape collections on the TOPKIDS dataset

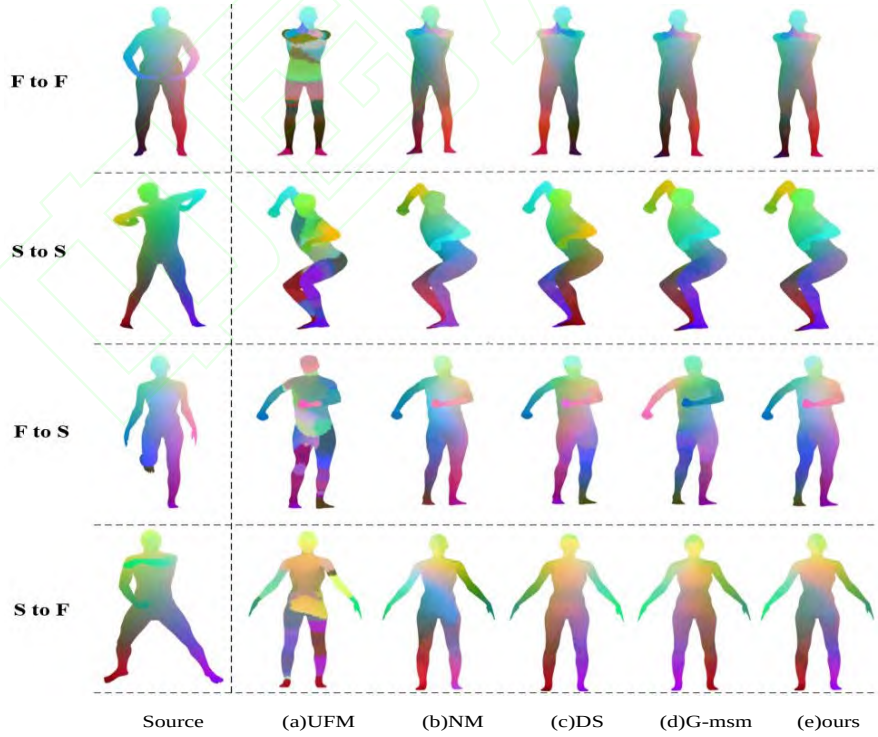


图 8 跨数据集的三维模型对应关系构建对比实验. 从上至下分别为：FAUST-to-FAUST, SCAPE-to-SCAPE, FAUST-to-SCAPE 和 SCAPE-to-FAUST 对应结果
Fig.8 Comparative evaluation of 3D shape correspondence construction across datasets. Results are shown from top to bottom for the following pairs: FAUST-to-FAUST, SCAPE-to-SCAPE, FAUST-to-SCAPE, and SCAPE-to-FAUST

为进一步评估本算法在三维模型簇对应任务中的性能，在 TOSCA 数据集上进行了对应关系构建对比实验，结果如图 5 所示。选取具有代表性的猫模型作为源模型，目标模型选取人头马模型、狗模型、马模型和狼模型，可以看出 UFM[28]算法对应关系准确率较低；NM[21]算法虽然在狼模型的匹配平滑度较好，但对应关系准确率较低；DS[29]算法对应准确率高，但匹配平滑度较低；G-msm[7]算法在局部细节匹配上表现较差；DN-MISR 算法在对应关系准确率和匹配平滑性上都达到最优。

DN-MISR 算法在 SHREC'19 数据集上对异质三维模型簇进行了对应关系泛化验证，如图 6 所示。UFM[28]算法存在大量匹配不连续区域且准确率低；NM[21]算法在男性为源模型时匹配不连续且不准确，以女性为源模型时虽较对应平滑但准确性仍不足；DS[29]算法匹配平滑性较好，然准确率较低，尤其在男性模型作为目标时脸部出现颜色突变；G-msm[7]算法对应准确率较高，但其匹配平滑性欠佳；相比之下，DN-MISR 算法有效提高了对应准确性。

在 TOPKIDS 数据集上，以 kid19 为源模型对四个目标模型（kid13 跪姿变坐姿、kid14 腿部展开双手交替、kid21 站姿、kid23 跑姿）进行泛化验证。如图 7 所示，UFM[28]算法呈现大面积斑点，NM[21]算法对应准确性较低，DS[29]算法在腿部存在局部偏差，G-msm[7]算法右腿对应错误，而本文 DN-MISR 算法整体对应关系准确率最高，但在 kid14 中误将左侧小腿识别为大腿，导致局部对应错误。

DN-MISR 算法分别在 FAUST（F）和 SCAPE（S）数据集上进行了训练与测试，结果如图 8 所示。在 F to F 与 S to S 条件下，DN-MISR 均表现最佳，而 UFM[28]、NM[21]、DS[29]、G-msm[7]分别存在斑点、不连续、错误对应或平滑性差等问题。跨域场景 F to S 中，DN-MISR 在准确性与平滑性上仍保持最优。但在 S to F 中，由于 SCAPE 训练数据单一，而 FAUST 结构复杂，DN-MISR 在胳膊处对应细节略逊于 DS[29]算法。

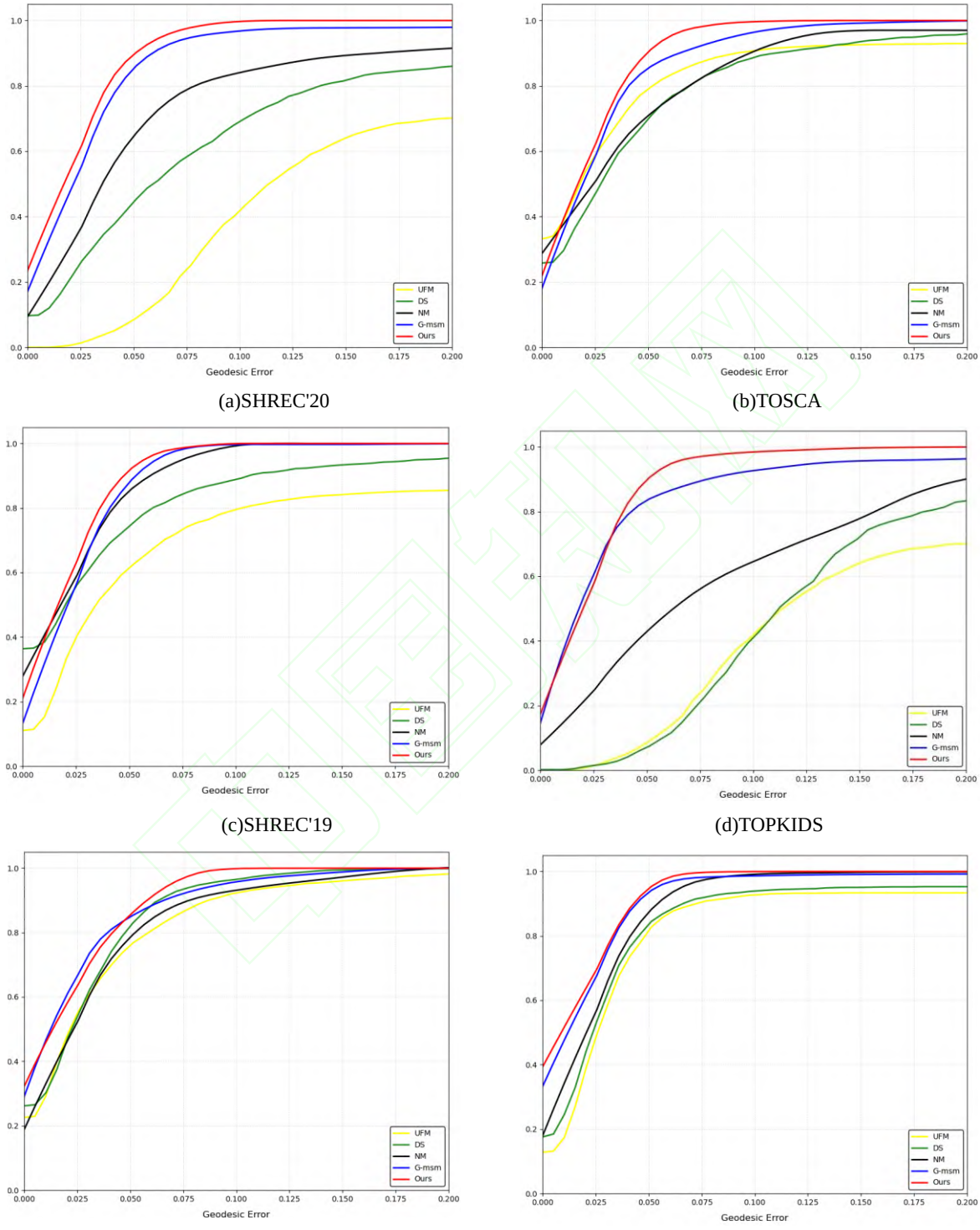
2.2.2 定量实验

测地误差曲线是一种累积分布曲线，用于评估对应关系计算的准确率，其越靠近坐标系左上角表明算法在更低误差阈值下能达到更高准确率，性能越优。图 9 展示了 DN-MISR 算法与 UFM[28]、DS[29]、NM[21]及 G-msm[7]算法在各数据集上的测地误差曲线对比结果，图中横轴表示误差阈值，纵轴表示对应准确率。可以看出，DN-MISR 算法在所有数据集上的曲线均最接近左上角，且在相同误差阈值下始终保持着最高的准确率，表现显著且一致地优于其他所有对比算法，这充分验证了 DN-MISR 算法在不同数据分布与形变类型下均具有更高的对应精度与稳健性。

如表 1 所示，在涵盖多种形变类型与拓扑结构的六类数据集上进行综合测地误差对比，DN-MISR 算法在对应关系的计算准确性上均具有显著优势。具体而言，UFM[28]方法因其内嵌的等距变形假设，在处理具有大尺度拓扑变化的异质模型时泛化能力明显不足，所构建的对应关系存在较大偏差，且常需依赖复杂的后处理步骤进行误差修正；DS[29]方法的性能在面对模型间拓扑差异过大的情况时，对初始匹配或参数设置较为敏感，导致其对应准确性在复杂场景下有所下降；NM[21]方法受限于其基础匹配机制的理论约束，在异质模型上易出现匹配失真与不一致性；而作为基线的 G-msm[7]方法，尽管其采用的 DiffusionNet 框架能够有效捕获模型的全局谱域特征，但在提取与保持局部细微几何结构方面存在明显短板，因此在曲面曲率剧烈变化或相对平缓的区域，常出现特征丢失或冗余，影响对应精度。相比之下，DN-MISR 算法所提出的动态邻域优化，通过动态聚焦并处理局部区域内复杂多变的几何特征，有效弥补了现有方法在局部细节建模与全局一致性保持方面的不足，从而在多个具有挑战性的数据集上实现了测地误差的显著且稳定的降低。

如表 2 所示，DN-MISR 算法在 FAUST 和 SCAPE 数据集上分别训练并加以验证。可以看出,当在 FAUST 数据集上训练，无论在 FAUST 数据集上测试，还是在 SCAPE 数据集上测试时，DN-MISR 算均为最优性能；当在 SCAPE 数据集上训练，在 SCAPE 数据集上测试时，与基线算法 G-msm[7]持平；当在 SCAPE 数据集上训练，在 FAUST 数据集上测试时，其性能虽优于部分算法，但未能达到最优。该性能差异主要源于两类数据集的本质不同，SCAPE 数据集主要为计算机生成的合成数据，其几何分布相对理想与简化；而 FAUST 数据集则包含真实三维扫描数据，具有更复杂的几何分布。

因此，在 SCAPE 数据集上训练的模型难以充分适应 FAUST 数据集的复杂分布，反映出 DN-MISR 算法对训练集的数据质量存在一定依赖性。相比之下，FAUST 数据集本身具有更丰富的真实形态多样性，使其训练出的模型具备更强的泛化能力，从而在迁移至 SCAPE 数据集时表现更优。



(a)SHREC'20　(b)TOSCA

(c)SHREC'19　(d)TOPKIDS

(e)FAUST　(f)SCAPE

图 9 不同数据集测地误差曲线

Fig.9 Geodesic error curves of different datasets

在 TOSCA 数据集上，DN-MISR 算法及对比算法通过同一类别簇内的对应关系计算，对比分析了不同算法的测地误差，以评估其泛化能力。如表 3 所示，DN-MISR 算法在多数类别上均表现出稳定的性能提升，且提升程度因模型自身的几何与拓扑特性而异。具体而言，在局部几何结构复杂的猫模型类别上，DN-MISR 算法性能提升最为明显，这归因于算法核心的“动态邻域优化”机制与几何感知层次网络的设计。猫模型具有耳部、面部等高曲率变化剧烈的区域，其顶点分布非均匀，对固定邻域的特征提取方法构成挑战。DN-MISR 的 GHLN 模块通过动态计算每个顶点的邻域密度，自适应调整感受野大小，有效避免了在高频细节区域因邻域过宽导致的特征模糊，或在平坦区域因邻域过窄导致的信息不足。进而，通过邻域内的注意力机制筛选与加权关键几何点，使特征聚焦于耳朵边缘、眼眶等判别性强的局部结构。对于拓扑结构高度近似的半人马、马模型类别，由于基线算法在此类模型上的对应关系计算已趋于稳定，DN-MISR 算法的提升幅度相对有限。在形变尺度较大的人类模型类别上，DN-MISR 算法亦表现出性能提升，表明其具备处理复杂非刚性形变的良好鲁棒性。在狼模型类别中，DN-MISR 算法因其对局部特征的适应性，有效处理了其细微形变。综合分析证实，DN-MISR 算法对不同几何特性的模型均具备良好的适应性与泛化能力。

本文依据模型对之间在语义与拓扑结构上的相似性来划分其异质性程度：将语义相近、拓扑结构高度相似的类别（如“猫、狗、狼、马”等四足动物）定义为低异质性模型对；将语义或拓扑结构存在显著差异的类别（如“人类”与“动物”、或“半人马”等混合形体）定义为高异质性模型对。基于此框架的分析表明，DN-MISR 在低异质性类别上已能取得优异性能，而在高异质性类别上其性能增益最为突出。这表明，对于异质性更高的对应任务，算法所采用的动态邻域优化与 MISR 融合机制能更有效地实现跨尺度特征对齐，从而在处理复杂异质对应时展现出更强的相对优势。

表1 各方法在6个数据集上的对应关系计算的平均测地误差对比

Table 1 Comparison of average geodesic errors for correspondence calculation by various methods on six datasets

方法	SH'20↓	TOSCA↓	SH'19↓	TOPKIDS↓	FAUST↓	SCAPE↓
UFM[28]	39.8	33.5	15.5	38.5	5.7	10.0
DS[29]	35.0	6.2	12.1	13.7	1.7	2.5
NM[21]	10.0	14.4	2.8	13.8	1.5	4.0
G-msm[7]	9.0	3.4	2.7	7.9	1.5	2.1
ours	6.7	2.9	2.5	7.3	1.4	2.1

注：加粗表示最优值，“↓”表示数值越低，对应精度越高

表2 跨数据集三维模型簇对应关系计算的测地误差对比

Table 2 Comparison of geodesic errors for cross-dataset correspondence calculation of 3D shape collections

Train	FAUST		SCAPE	
Test	FAUST↓	SCAPE↓	FAUST↓	SCAPE↓
UFM[28]	5.7	12.0	9.3	10.0
DS[29]	1.7	5.4	2.7	2.5
NM[21]	1.5	6.7	2.0	4.0
G-msm[7]	1.5	2.1	1.5	2.1
ours	1.4	1.9	1.9	2.1

注：加粗表示最优值，“↓”表示数值越低，对应精度越高

表3 TOSCA数据集上同一类别簇的对应关系计算测地误差对比

Table 3 Comparison of geodesic errors for correspondence calculation on clusters of the same category in the TOSCA dataset

Method	Cat↓	Dog↓	Centaur↓	Horse↓	Human↓	Wolf↓
UFM[28]	39.4	37.5	39.2	34.1	49.6	4.4
DS[29]	7.6	5.5	9.1	2.5	10.1	2.1
NM[21]	16.8	14.6	12.7	11.2	29.7	1.5
G-msm[7]	5.2	1.5	2.0	2.2	8.3	1.4
ours	4.3	1.2	1.7	1.8	7.3	1.1

注：加粗表示最优值，“↓”表示数值越低，对应精度越高

2.3 消融实验

为系统验证 DN-MISR 各模块的有效性及其贡献，DN-MISR 在 SHREC'20、TOSCA、SHREC'19、TOPKIDS、FAUST、SCAPE 等六个具有不同形变特性与拓扑结构的公开数据集上，进行了消融实验。这些数据集在形变类型、姿态变化、拓扑结构及模型异质性方面具有显著差异。通过逐步引入不同的模型组件，定量评估了各个模块对算法整体性能的影响。实验结果如表 4 所示，在仅使

用基础框架时，各数据集的平均测地误差普遍较高；单独引入 GHLN 模块后，凭借其动态邻域感知能力，在局部几何变化显著的异质数据集上误差下降尤为明显；进一步引入 MISR 模块后，该模块通过多尺度特征融合与由粗到精的优化策略，增强了全局一致性与局部对准能力；当同时引入 GHLN 与 MISR 模块时，二者形成互补，在特征提取与融合层面实现了全局与局部信息的有效整合，从而在所有数据集上取得了最优性能。

表4 在6个数据集上的消融实验结果

Table 4 Ablation experiment results on six datasets

GHLN	MISR	SH'20↓	TOSCA↓	SH'19↓	TOPKIDS↓	FAUST↓	SCAPE↓
-	-	9.03	3.43	2.70	7.95	1.54	2.10
√	-	8.13	3.32	2.65	7.59	1.53	2.10
-	√	7.50	3.05	2.55	7.47	1.48	2.09
√	√	6.75	2.87	2.51	7.32	1.43	2.07

注：加粗表示最优值，“↓”表示数值越低，对应精度越高

2.4 超参数敏感性分析

为评估动态邻域优化中初始邻域大小 m 的鲁棒性，并确定最优的参数配置，本文在六个基准数据集上对 m 进行了敏感性分析。实验中，将 m 的取值定为{3, 5, 7, 9}，并以测地误差作为评价指标进行对比。实验结果如表 5 所示，当 m=3 时，由于初始邻域过小，对局部几何结构的估计在高曲率或细节丰富区域易出现信息不足，导致平均测地误差显著上升。当 m=7 或 9 时，过大的初始邻域会将较远或不相关的顶点纳入局部密度计算，从而引入了噪声与无关几何上下文，致使在多数数据集上的性能出现可观测的下降，尤其是在模型自身结构复杂或异构程度高的任务上。相比之下，当 m=5 时，能够在确保局部几何信息充分性的同时，最大限度地维持邻域内计算的相关性，从而实现了二者之间的最优权衡。

表5 动态领域初始大小m的敏感性分析

Table 5 Sensitivity analysis of the initial neighborhood size m in dynamic neighborhood optimization

初始邻域 m	SH'20↓	TOSCA↓	SH'19↓	TOPKIDS↓	FAUST↓	SCAPE↓
m=3	7.35	3.44	2.55	7.66	1.50	2.17
m=5	6.75	2.87	2.51	7.32	1.43	2.07
m=7	6.97	3.19	2.53	7.51	1.47	2.08
m=9	7.02	3.30	2.61	7.65	1.51	2.14

注：加粗表示最优值，“↓”表示数值越低，对应精度越高

在前述参数敏感性分析的基础上，本文选取代表性静态配置作为对比基线，以验证动态邻域优化策略相较静态策略的必要性与优越性。如表 6 所示，即便采用经敏感性分析确定的平均性能最优静态配置（m=5），其表现仍全面落后于所提动态策略。具体而言，在强异质性的 SHREC'20 与 TOSCA 数据集上，动态策略取得了最显著的性能提升；在弱异质性的 SHREC'19 与 TOPKIDS 数据集上表现出稳定的增益；即便在几何同质性较高的 FAUST 与 SCAPE 数据集上，动态策略依然保持领先。这证明，静态策略依赖的全局固定参数难以适应模型表面几何复杂度的局部差异，而动态邻域机制通过为每个顶点自适应确定最优邻域，从本质上克服了这一固有缺陷。实验结果表明，该策略的性能优势源于其数据驱动的自适应能力，充分验证了设计的必要性与优越性。

表6 动态与静态邻域策略性能对比

Table 6 Comparison of performance between dynamic and static neighborhood strategies

策略	SH'20↓	TOSCA↓	SH'19↓	TOPKIDS↓	FAUST↓	SCAPE↓
静态(m=3)	10.63	3.98	2.91	8.44	1.63	2.20
静态(m=5)	9.03	3.43	2.70	7.95	1.54	2.10
静态(m=7)	9.91	3.77	2.82	8.26	1.59	2.13
动态(DN-MISR)	6.75	2.87	2.51	7.32	1.43	2.07

注：加粗表示最优值，“↓”表示数值越低，对应精度越高

2.5 时间复杂度与计算效率

图 10 对比了本文算法与 UFM[28]算法、DS[29]算法、NM[21]算法以及 G-msm[7]算法在计算效率上的表现。实验选取了涵盖多种形变与拓扑结构的数据集，以计算一对模型间对应关系的平均运行时间

为效率指标。

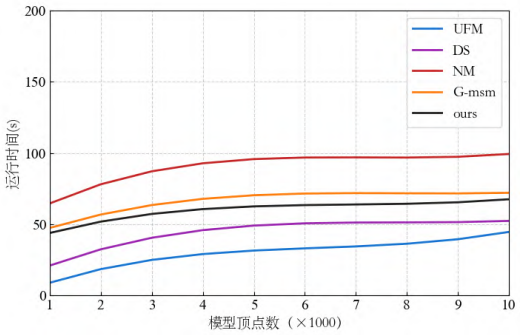


图 10 DN-MISR 算法与对比算法的运行时间对比
Fig.10 Running time comparison between DN-MISR algorithm and comparative algorithms

UFM[28]算法依赖复杂的迭代优化与后处理步骤来修正其等距变形假设带来的偏差，DS[29]算法在推理阶段需对参数设置进行敏感的自适应优化，二者均涉及较高的计算复杂度，运行时间随问题复杂性增加而显著增长。NM[21]算法受其基础匹配机制约束，G-msm[7]算法 DiffusionNet 框架需在谱域进行全局特征提取与对齐，二者的计算流程均较为繁复，导致整体运行效率较低。相比之下，本文提出的 DN-MISR 算法通过动态邻域优化聚焦局部几何特征，其计算复杂度虽高于某些不进行精细化局部建模的方法，但整体复杂度仍显著低于 NM[21]与 G-msm[7]方法，在计算效率与对应精度之间取得了良好平衡。

3 结 论

DN-MISR 算法在异质三维模型簇对应关系计算研究中取得的主要结论可归纳如下：（1）DN-MISR 算法在 SHREC'20 等多个标准数据集上的定量与定性评估中均优于主流对比算法，显著降低了平均测地误差，验证了其更高的计算精度。（2）DN-MISR 算法在应对非等距形变、拓扑结构差异大的异质模型时表现出优异的鲁棒性，且跨数据集实验证实了其在不同数据分布下具有良好的泛化能力。综上，本研究提出的方法在关键性能上实现了有效提升，然而针对同质模型和部分残缺场景的优化仍有进一步探索空间，这将成为未来工作的重点方向之一。

参考文献:

[1] GAMLEN A, GOODWIN S, HO X. Variable mapper: developing, implementing, and evaluating an online tool for multidimensional spatial data visualization[J]. Journal of Geovisualization and Spatial Analysis, 2025, 9(1): 18-35.
[2] TONG S, Li S. Design of VGG structured U-Net model for remote sensing green space information extraction[J]. Journal of Geovisualization and Spatial Analysis, 2025, 9(1): 5-17.
[3] ZHAO Y, WANG G, YANG J, et al. AU3-GAN: a method for extracting roads from historical maps based on an attention generative adversarial network[J]. Journal of Geovisualization and Spatial Analysis, 2024, 8(2): 26-38.
[4] BICKEL B, BACHER M, OTADUY M A, et al. Capture and modeling of non-linear heterogeneous soft tissue[J]. ACM transactions on graphics, 2009, 28(3): 1-9.
[5] BRACHA A, DAGES T, KIMMEL R. On unsupervised partial shape correspondence[C]//Proceedings of the Asian Conference on Computer Vision. Hanoi: Springer, 2024: 4488-4504.
[6] XIE Y, EHM V, ROETZER P, et al. EchoMatch: partial-to-partial shape matching via correspondence reflection[C]//Proceedings of the Computer Vision and Pattern Recognition Conference. Nashville: IEEE, 2025: 11665-11675.
[7] EISENBERGER M, TOKER A, LEAL-TAIXE L, et al. G-msm: unsupervised multi-shape matching with graph-based affinity priors[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Vancouver: IEEE, 2023: 22762-22772.
[8] CHETVERIKOV D, SVIRKO D, STEPANOV D, et al. The trimmed iterative closest point algorithm[C]//2002 International Conference on Pattern Recognition. Quebec: ICPR, 2002, 3: 545-548.
[9] OVSIANIKOV M, BEN-CHEN M, SOLOMON J, et al. Functional maps: a flexible representation of maps between shapes[J]. ACM Transactions on Graphics, 2012, 31(4): 1-11.
[10] NOGNENG D, OVSIANIKOV M. Informative descriptor preservation via commutativity for shape matching[J]. Computer Graphics Forum, 2017, 36(2): 259-267.
[11] VESTNER M, LAHNER Z, BOYARSKI A, et al. Efficient deformable shape correspondence via kernel matching[C]//2017 International Conference on 3D Vision. SG: IEEE, 2017: 517-526.
[12] MELZI S, REN J, RODOLA E, et al. Zoomout: spectral upsampling for efficient shape correspondence[EB/OL]. arXiv preprint arXiv:1904.07865, 2019.
[13] LITANY O, REMEZ T, RODOLA E, et al. Deep functional maps: structured prediction for dense shape correspondence[C]//Proceedings of

the IEEE International Conference on Computer vision. Venice: IEEE, 2017: 5659-5667.
[14] ROUFOSSE J M, SHARMA A, OVSIANIKOV M. Unsupervised deep learning for structured shape matching[C]//Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Seoul: IEEE, 2019: 1617-1627.
[15] MARIN R, RAKOTOSAONA M J, MELZI S, et al. Correspondence learning via linearly-invariant embedding[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2020, 33: 1608-1620.
[16] ATTAIKI S, OVSIANIKOV M. Understanding and improving features learned in deep functional maps[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Vancouver: IEEE, 2023: 1316-1326.
[17] 杨军， 高志明， 李金泰， 等．基于注意力机制的三维点云模型对应关系计算[J]．西南交通大学学报， 2024，59（05）： 1184-1193．
YANG Jun, GAO Zhiming, Li Jintai,et al. Correspondence calculation of three-dimensional point cloud model based on attention mechanism[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2024, 59(05): 1184-1193(in Chinese).
[18] KIM V G, LI W, MITRA N J, et al. Exploring collections of 3D models using fuzzy correspondences[J]. ACM Transactions on Graphics, 2012, 31(4): 1-11.
[19] HUANG Q X, Guibas L. Consistent shape maps via semidefinite programming[J]. Computer Graphics Forum. Oxford, UK: Blackwell Publishing Ltd, 2013, 32(5): 177-186.
[20] ATTAIKI S, PAI G, OVSIANIKOV M. DPFM: deep partial functional maps[C]//2021 International Conference on 3D Vision. London: IEEE, 2021: 175-185.
[21] EISENBERGER M, NOVOTNY D, KERCHENBAUM G, et al. Neuromorph: unsupervised shape interpolation and correspondence in one go[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Nashville: IEEE, 2021: 7473-7483.
[22] CAO D, BERNARD F. Unsupervised deep multi-shape matching[C]//European Conference on Computer Vision. Cham: Springer Nature Switzerland, Tel Aviv: Springer, 2022: 55-71.
[23] 杨军， 张思洋， 吴衍． 混合注意力机制的非刚性三维点云模型对应关系计算[J]． 计算机辅助设计与图形学学报， 2024， 36（10）： 1636-1646．
YANG Jun, ZHANG Siyang, WU Yan. Correspondence calculation of non-rigid 3D point shapes by mixed attention[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2024, 36(10): 1636-1646(in Chinese).
[24] 杨军， 薛又中． 耦合映射的非等距三维模型簇对应关系计算[J]．模式识别与人工智能， 2025， 38（02）： 116-131．
YANG Jun, XUE Youzhong. Correspondence calculation for non-isometric 3D shape collection via coupled maps[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2025, 38(02): 116-131(in Chinese).
[25] DYKE R M, LAI Y K, ROSIN P L, et al. SHREC'20: shape correspondence with non-isometric deformations[J]. Computers & Graphics, 2020, 92: 28-43.
[26] BRONSTERIN A M, BRONSTERIN M M, KIMMEL R. Numerical geometry of non-rigid shapes[M]. Springer Science & Business Media, 2008.
[27] KIMMEL R, SETHIAN J A. Computing geodesic paths on manifolds[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.
[28] HALIMI O, LITANY O, RODOLA E, et al. Unsupervised learning of dense shape correspondence[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. California: IEEE, 2019: 4370-4379.
[29] EISENBERGER M, TOKER A, LEAL-TAIXE L, Cremers D. Deep shells: unsupervised shape correspondence with optimal transport[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2020, 33: 10491-10502.