

北京航空航天大学学报
Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics
ISSN 1001-5965,CN 11-2625/V

《北京航空航天大学学报》网络首发论文

题目：Cellular/MEMS-INS 组合系统的自适应 CKF 算法
作者：冯旭敏，金天
DOI：10.13700/j.bh.1001-5965.2026.0165
收稿日期：2026-03-20
网络首发日期：2026-10-29
引用格式：冯旭敏，金天．Cellular/MEMS-INS 组合系统的自适应 CKF 算法[J/OL]．北京航空航天大学学报. https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2026.0165



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

Cellular/MEMS-INS 组合系统的自适应 CKF 算法

冯旭敏，金天✉

（北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100191）

*通信作者 E-mail：jintian@buaa.edu.cn

摘要 针对复杂城市环境下蜂窝机会信号观测异常与噪声统计特性时变造成的车辆融合定位精度下降问题，对蜂窝机会信号（Cellular-SOP）与微机电惯性导航系统（MEMS-INS）的自适应融合定位方法进行了研究，提出一种基于最大相关熵准则（MCC）和变分贝叶斯（VB）推断的自适应容积卡尔曼滤波（CKF）算法。利用 MCC 降低异常蜂窝观测对状态估计的影响，并根据量测新息自适应调整核宽度；采用 VB 推断递归估计观测噪声协方差，以跟踪观测质量变化；同时引入车辆非完整性约束，增强 MEMS-INS 误差状态的可观测性。通过时变观测噪声和随机异常值条件下的 100 次 Monte Carlo 仿真及复杂城市环境现场试验，对所提算法进行了验证，结果表明：所提算法的水平定位均方根误差为 4.3 m，较标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF 和 VB-MCCKF 分别降低 58.7%、30.6%、33.8%和 23.3%，最大水平定位误差为 19.9 m。所提算法能够有效抑制异常观测影响并适应观测噪声变化，提高 Cellular-SOP/MEMS-INS 融合定位的准确性、稳定性与环境适应能力。

关键词 组合导航；容积卡尔曼滤波；最大相关熵；变分贝叶斯；自适应滤波

中图分类号 TP274；TN967.1 文献标志码 A DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2026.0165

Adaptive cubature Kalman filter for Cellular/MEMS-INS integrated system

FENG Xumin, JIN Tian✉

（School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China）

Abstract To address the degradation of vehicle positioning accuracy caused by abnormal cellular measurements and time-varying measurement noise in complex urban environments, an adaptive integrated positioning method using cellular signals of opportunity (Cellular-SOP) and a micro-electro-mechanical system inertial navigation system (MEMS-INS) is investigated. An adaptive cubature Kalman filter (CKF) based on the maximum correntropy criterion (MCC) and variational Bayesian (VB) inference is proposed. The MCC is employed to reduce the influence of abnormal cellular measurements on state estimation, while its kernel width is adaptively adjusted according to the measurement innovations. VB inference is used to recursively estimate the measurement noise covariance, enabling the filter to track variations in measurement quality. Vehicle nonholonomic constraints are also incorporated as auxiliary observations to enhance the observability of the MEMS-INS error states. The proposed algorithm is evaluated through 100 Monte Carlo simulations involving time-varying measurement noise and random outliers, as well as field experiments conducted in a complex urban environment. The results show that the proposed algorithm achieves a horizontal positioning root mean square error of 4.3 m, representing reductions of 58.7%, 30.6%, 33.8%, and 23.3% compared with the standard CKF, MCC-CKF, VB-CKF, and VB-MCCKF, respectively. The maximum horizontal positioning error is reduced to 19.9 m. These results demonstrate that the proposed algorithm can effectively suppress the influence of abnormal measurements and adapt to variations in measurement noise, thereby improving the accuracy, stability, and environmental adaptability of Cellular-SOP/MEMS-INS integrated positioning.

Key words integrated navigation; cubature Kalman filter; maximum correntropy; variational Bayesian; adaptive filtering

全球卫星导航系统（global navigation satellite system, GNSS）在定位与导航领域发挥着重要作用[1-2]，但在室内环境、城市峡谷等复杂场景下，卫星信号易受到遮挡与多径影响，可见卫星数量减

收稿日期：2026-03-20
网络首发时间：2026-10-29 15:41:54 网络首发地址：https://link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20261029.1331.001

少甚至不可见，难以保证连续可靠定位[3-5]。蜂窝（Cellular）移动通信信号作为一种典型的机会信号，具有覆盖范围广、信号功率高、终端成本低等优势，在 GNSS 受限环境下展现出良好的定位潜力[6-8]。与此同时，微机电惯性导航系统（micro-electronic mechanical system-inertial navigation system, MEMS-INS）具备短时间自主导航能力，可在外部信号短暂中断时维持系统连续运行[9]。因此，蜂窝信号与 MEMS-INS 的紧组合定位方法逐渐成为 GNSS 受限环境下车辆定位的重要研究方向[10]。本文主要面向复杂城市环境下的车辆定位应用，车辆通常沿道路平面运动，因此可利用车辆非完整性约束构造辅助观测以提高组合定位系统的稳定性。

近年来，学者们围绕蜂窝机会信号与惯性导航系统的紧组合定位开展了大量研究。Kassas 等融合蜂窝机会信号、惯性测量单元（inertial measurement unit, IMU）与 GNSS 接收机，在复杂城市环境下实现车辆位置、速度及姿态的联合估计，并显著提升了定位性能[11]。Abdallah 等提出了一种长期演进信号（long-term evolution, LTE）/INS 紧组合定位系统，并在多种室内场景中验证了其有效性[12]。Morales 等基于同时定位与建图技术，将蜂窝机会信号与惯性导航系统进行融合，在 GNSS 不可用情况下实现飞行器状态与未知发射机参数的联合估计[13]。上述研究表明，蜂窝信号与惯性导航系统融合能够有效提升 GNSS 受限环境下的定位性能。

现有蜂窝机会信号与 MEMS-INS 组合定位系统通常采用扩展卡尔曼滤波（extended Kalman filter, EKF）进行状态估计。当车辆处于复杂城市环境时，蜂窝距离量测的非线性、基站几何分布以及状态预测误差等因素可能增加 EKF 一阶线性化近似误差，从而影响滤波精度与数值稳定性[14]。因此，针对蜂窝距离观测与 MEMS-INS 紧组合定位场景，有必要采用能够更好处理非线性量测传播的非线性滤波方法。容积卡尔曼滤波（cubature Kalman filter, CKF）基于高斯积分理论，通过容积点传播实现统计线性化，在保持计算复杂度可控的同时提高了对非线性系统的逼近精度[15]。此外，蜂窝距离量测与 GNSS 伪距量测在数学形式上均属于距离类观测，已有 GNSS/INS 紧组合研究采用 CKF 处理此类非线性伪距量测模型，并取得了较好的估计效果[14,16]。基于上述分析，本文采用 CKF 作为 Cellular/MEMS-INS 紧组合定位的基础非线性滤波框架。

在复杂城市环境中，蜂窝信号传播易受到遮挡、多径等因素影响产生异常量测。当滤波算法仍基于最小均方误差准则进行估计时，大残差观测会对滤波更新产生较大影响，从而降低系统定位精度甚至导致滤波不稳定。针对异常量测对滤波估计的不利影响，学者们提出了多种鲁棒滤波方法，例如，基于 Huber 函数的鲁棒估计方法[17]、基于重尾分布（如 Student-t 分布、Laplace 分布）的概率建模方法[18-19]，以及基于最大相关熵准则（maximum correntropy criterion, MCC）的鲁棒滤波方法[20]。MCC 通过引入核函数构建局部相似度度量，对大残差观测具有较好的抑制能力，因此近年来在鲁棒状态估计领域受到广泛关注。MCC-CKF 算法将 MCC 与 CKF 结合，能够有效抑制异常量测的干扰，但传统 MCC 方法的性能在很大程度上依赖于核函数宽度参数的选取，固定核宽度难以适应复杂环境中量测误差统计特性的变化，从而可能影响鲁棒估计效果。

此外，蜂窝信号传播环境变化较为复杂，其量测噪声统计特性往往难以准确建模。传统滤波方法通常假设量测噪声协方差为固定常数，但在实际环境中，受传播条件变化、信号遮挡以及多径效应等因素影响，量测噪声方差可能随环境变化而发生变化。当滤波器采用与真实环境不匹配的噪声统计参数时，容易导致滤波增益失配，从而影响状态估计精度，严重时甚至可能引起滤波发散。学者们提出了多种自适应滤波方法，例如 Sage－Husa 自适应滤波[21]、协方差匹配方法[22]等，利用创新序列或残差统计信息对量测噪声协方差进行递推修正。然而，上述方法大多依赖经验参数或启发式调节策略，在复杂环境下难以保证噪声统计参数估计的一致性与稳定性。VB-CKF 算法通过将变分贝叶斯（variational Bayesian, VB）推断引入 CKF，通过对量测噪声协方差进行概率建模与在线估计，实现了噪声参数的自适应调整，有效改善了噪声失配问题，但该算法未考虑异常量测的影响，在复杂城市环境中鲁棒性不足[23]。

为同时兼顾异常量测抑制和量测噪声自适应估计，已有研究将 VB 推断与 MCC 鲁棒准则结合，形成 VB-MCC-CKF 算法[24]。与 MCC-CKF 相比，VB-MCC-CKF 能够在线估计量测噪声协方差，提

高对噪声统计特性变化的适应能力；与 VB-CKF 相比，其通过 MCC 对大残差量测进行降权，增强了异常量测抑制能力。然而，现有 VB-MCC-CKF 通常采用固定核宽度，鲁棒加权强度难以随当前残差分布和量测环境变化进行调整，仍可能影响复杂城市环境下的滤波性能。

因此，如何在 Cellular/MEMS-INS 紧组合定位的递推估计过程中，同时提升非线性系统的估计精度、抑制异常量测的不利影响，并实现量测噪声统计参数的在线自适应推断，是当前亟须解决的关键问题。为此，本文提出一种基于自适应核宽度最大相关熵与变分贝叶斯推断的 Cellular/MEMS-INS 自适应 CKF 算法（Adaptive VB-MCC-CKF）。该方法基于 CKF 实现 Cellular/MEMS-INS 非线性误差状态递推估计，并在此框架下引入最大相关熵准则，通过自适应机制在线调整核函数宽度，以增强滤波器对异常量测的鲁棒性。同时利用变分贝叶斯推断对量测噪声协方差进行概率建模与在线自适应估计，从而提高组合定位系统在复杂环境下的稳定性与定位精度。

1Cellular/MEMS-INS 系统模型

1.1 状态模型

INS 误差状态向量可以表示为

$$\delta \boldsymbol{x}=[(\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{n}})^{\mathrm{T}},(\delta \boldsymbol{p}^{\mathrm{n}})^{\mathrm{T}},(\delta \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}})^{\mathrm{T}},(\boldsymbol{b}_{\mathrm{g}})^{\mathrm{T}},(\boldsymbol{b}_{\mathrm{a}})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \quad (1)$$

式中：$(\cdot)^{\mathrm{n}}$ 表示当前物理量在导航坐标系下的值；$\boldsymbol{\phi}=[\phi_e,\phi_n,\phi_u]^{\mathrm{T}}$、$\delta \boldsymbol{p}=[\delta p_e,\delta p_n,\delta p_u]^{\mathrm{T}}$ 和 $\delta \boldsymbol{v}=[\delta v_e,\delta v_n,\delta v_u]^{\mathrm{T}}$ 分别为当地东北天坐标系（east－north－up, ENU）下的姿态误差、位置误差和速度误差；$\boldsymbol{b}_{\mathrm{g}}$ 和 $\boldsymbol{b}_{\mathrm{a}}$ 分别代表陀螺仪和加速度计的偏差。

INS 误差状态动力学模型可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{n}}=-(\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{n}}+(\delta\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\delta\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}) \\ \qquad -\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}\boldsymbol{b}_{\mathrm{g}} \\ \delta\dot{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{n}}=-\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}\times\delta\boldsymbol{p}^{\mathrm{n}}+\delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} \\ \delta\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}}=\boldsymbol{f}^{\mathrm{n}}\times\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{n}}-(2\delta\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\delta\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} \\ \qquad -(2\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}\boldsymbol{b}_{\mathrm{a}} \\ \dot{\boldsymbol{b}}_{\mathrm{g}}=-\tau_{\mathrm{gb}}^{-1}\boldsymbol{b}_{\mathrm{g}}+\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{gb}} \\ \dot{\boldsymbol{b}}_{\mathrm{a}}=-\tau_{\mathrm{ab}}^{-1}\boldsymbol{b}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{ab}} \end{cases} \quad (2)$$

式中：$\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}$、$\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}$ 和 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}$ 分别为地球自转角速率、导航坐标系相对于地球坐标系的旋转速率和坐标变换矩阵；τ_{gb} 和 τ_{ab} 分别为陀螺仪和加速度计偏差的相关时间；$\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{gb}}$ 和 $\boldsymbol{\eta}_{\mathrm{ab}}$ 为一阶马尔可夫过程对应的驱动白噪声；$\boldsymbol{f}^{\mathrm{n}}$ 为加速度计输出在导航系下的值。

将等式（2）改写成矩阵形式可以得到

$$\delta\dot{\boldsymbol{x}}_k=\boldsymbol{F}\delta\boldsymbol{x}+\boldsymbol{w} \quad (3)$$

式中：$\boldsymbol{F}$ 为状态转移矩阵；$\boldsymbol{w}$ 为系统过程噪声，通常假设为零均值高斯随机过程。

将式（3）进行离散化可以得到

$$\delta\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}\delta\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{w}_{k-1} \quad (4)$$

式中：$\delta\boldsymbol{x}_k$ 为离散化后的 INS 误差状态向量；$\boldsymbol{w}_{k-1}$ 为离散化后的系统噪声，满足 $\mathrm{E}(\boldsymbol{w}_k\boldsymbol{w}_k^{\mathrm{T}})=\boldsymbol{Q}$。

离散化后的状态转移矩阵可以通过一阶泰勒展开近似为

$$\boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}\approx\boldsymbol{F}t_{\mathrm{update}}+\boldsymbol{I} \quad (5)$$

式中：t_{update} 为 INS 更新时间间隔；$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。

1.2 观测模型

根据文献[25]，蜂窝机会信号的异步性可以通过差分操作去除，时钟偏差可以假设为一阶多项式进而消除，最终第 i 个蜂窝基站对应的观测量可以表示为

$$z_k^i = h_i(\boldsymbol{x}_k) + \upsilon_k^i = \sqrt{(p_{e,k}-a_i)^2+(p_{n,k}-b_i)^2+(p_{u,k}-c_i)^2} + \upsilon_k^i \tag{6}$$

式中：$h(\cdot)$ 为距离相关的观测函数；$(p_{e,k}, p_{n,k}, p_{u,k})$ 为第 k 个历元用户位置；(a_i, b_i, c_i) 为第 i 个蜂窝基站在同一坐标系下的位置坐标；υ_k^i 为量测噪声，满足 $\mathrm{E}(\boldsymbol{\upsilon}_k\boldsymbol{\upsilon}_k^{\mathrm{T}}) = \boldsymbol{R}$ 且不同基站之间的量测噪声相互独立。

利用预测误差状态均值 $\delta\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$ 及其对应协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k-1}$ 生成 $2n$ 个容积点：

$$\mathbf{X}_{j,k|k-1} = \boldsymbol{U}_{k|k-1}\boldsymbol{\xi}_j + \delta\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} \tag{7}$$

式中：$j = 1, 2, \cdots 2n$，n 为状态变量的维度；$\boldsymbol{\xi}_j = \sqrt{n}[\boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{I}_n]_j$，$\boldsymbol{I}_n$ 为单位矩阵，且 $[\cdot]_j$ 表示矩阵的第 j 列；$\boldsymbol{U}_{k|k-1}$ 为 $\boldsymbol{P}_{k|k-1}$ 经过 Cholesky 分解得到的平方根矩阵，满足 $\boldsymbol{P}_{k|k-1} = \boldsymbol{U}_{k|k-1}\boldsymbol{U}_{k|k-1}^{\mathrm{ú}}$。

来自第 i 个信号源的量测预测值可以计算为

$$\hat{z}_{k|k-1}^i \approx \frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{2n}\mathrm{Z}_{j,k|k-1}^i \tag{8}$$

式中：$\mathrm{Z}_{j,k|k-1}^i = h_i(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} \oplus \mathbf{X}_{j,k|k-1})$。

因此，量测新息可以表示为

$$\delta z_k^i = z_k^i - \hat{z}_{k|k-1}^i \approx (\boldsymbol{H}_k)_i\delta\boldsymbol{x}_k + \upsilon_k^i \tag{9}$$

式中：$(\cdot)_i$ 表示矩阵第 i 行；$\boldsymbol{H}_k$ 为通过统计线性化得到的量测矩阵，满足 $\boldsymbol{H}_k = (\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{\mathbf{xz}})^{\mathrm{ú}}\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{-1}$，其中，互协方差矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{\mathbf{xz}} = \frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{2n}\left(\mathrm{X}_{j,k|k-1} - \delta\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}\right)\left(\mathrm{Z}_{j,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}\right)^{\mathrm{T}}$$

。

本文采用 Cellular/MEMS-INS 紧组合定位结构，即 LTE 伪距/距离观测直接进入 CKF 量测方程，而非先解算为蜂窝定位坐标后再进行位置级融合。滤波器利用 INS 预测位置计算理论距离，并由实际观测与理论距离的残差构造量测创新，在量测更新环节估计并反馈修正 INS 误差状态。此外，MEMS-INS 的精度相对较低，因此对于地面车辆平台可利用车辆运动学特性引入非完整性约束（nonholonomic constraint, NHC）。由于车辆在正常行驶过程中侧向和垂向速度接近于零，因此可将其作为伪观测引入滤波器更新过程。设车体坐标系下的侧向和垂向速度分别为 0，通过姿态变换矩阵可将导航坐标系速度转换至车体坐标系，从而构造相应的观测方程为

$$\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{NHC}} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{C}_{\mathrm{n},k}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\upsilon}_k^{\mathrm{NHC}} \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{NHC}}$ 为 NHC 伪观测量；$\boldsymbol{\upsilon}_k^{\mathrm{NHC}}$ 为 NHC 观测噪声。该辅助观测参与滤波更新，以提高组合导航系统的稳定性和精度。

2 基于最大相关熵的 Cellular/MEMS-INS 自适应 CKF 算法

2.1 改进后基于最大相关熵的鲁棒滤波方法

为增强滤波器对异常量测的鲁棒性，本文在 CKF 量测更新阶段引入 MCC 准则，通过构建基于核函数的相似度度量，对异常量测进行抑制。最大相关熵定义为随机变量 X 和 Y 在核空间的相关性，即

$$V(X,Y) = E\left[\kappa_a(X-Y)\right] \tag{11}$$

式中：$E[\cdot]$ 表示数学期望；κ_a 表示核宽度为 a 的核函数，其表达式为

$$\kappa_a(e)=\exp\left(-\frac{e^2}{2a^2}\right) \quad (12)$$

其中：$e=X-Y$ 为误差变量，可以看出，当误差较小时核函数数值接近于 1，当误差增大时核函数值迅速减小，因此能够降低异常观测对滤波估计的影响。

在实际滤波问题中，最大相关熵准则通过最大化核函数期望实现鲁棒估计，其优化目标可以表示为

$$\max J=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\exp\left(-\frac{e_i^2}{2a^2}\right) \quad (13)$$

式中：m 为量测维度。

利用半二次优化理论，引入辅助变量后上述问题可以等价为

$$\min\sum_{i=1}^{m}b_i e_i^2 \quad (14)$$

式中：b_i 为误差相关的权重，分别计算式（12）和（13）的梯度可以得到 b_i 的具体形式。

传统 MCC 方法通常采用固定核宽度参数，但是在实际环境中固定核宽度难以同时兼顾鲁棒性与估计精度，因此本文采用迭代方式自适应更新核宽度。为了消除不同量测分量量纲和尺度差异的影响，引入标准化新息

$$r_{k,i}=\frac{\delta z_k^i}{\sqrt{S_{k,ii}}} \quad (15)$$

式中：$S_{k,ii}$ 表示新息协方差矩阵 $\boldsymbol{S}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^T+\boldsymbol{R}_k$ 的第 i 个对角元素。

在给定当前核宽度参数 $a^{(l)}$ 的条件下，第 l 次迭代对应的相关熵权值可以表示为

$$b_{k,i}^{(l)}=\exp\left(-\frac{r_{k,i}^2}{2(a^{(l)})^2}\right) \quad (16)$$

式中：$b_{k,i}^{(l)}$ 为第 i 个量测分量第 l 次迭代下的权值。

核宽度按照下式进行更新：

$$(a^{(l+1)})^2=\frac{\sum_{i=1}^{m}b_{k,i}^{(l)}r_{k,i}^2}{\sum_{i=1}^{m}b_{k,i}^{(l)}} \quad (17)$$

相邻两次迭代输出的核宽度差值小于门限值：

$$\left|a^{(l+1)}-a^{(l)}\right|<\varepsilon \quad (18)$$

或者迭代次数达到预设的最大值则结束迭代过程。经过相关熵权值调整后的量测噪声协方差可以表示为

$$\boldsymbol{R}_k^*=\mathrm{diag}\left(\frac{R_{k,11}}{b_{k,1}},\frac{R_{k,22}}{b_{k,2}},\cdots,\frac{R_{k,mm}}{b_{k,m}}\right) \quad (19)$$

其中，MCC 加权过程中所采用的量测噪声协方差由上一时刻 VB 估计结果给出，在初始时刻由先验噪声统计参数初始化。

2.2 基于变分贝叶斯的噪声自适应估计

复杂城市环境中蜂窝机会信号的量测噪声统计特性会发生变化，将量测噪声协方差矩阵假设为固定常数容易导致滤波增益失配，从而影响状态估计精度。为此，本文在 CKF 框架下引入变分贝叶斯

推断方法，对量测噪声协方差进行概率建模，实现量测噪声统计参数的自适应估计。

量测噪声通常被假设满足高斯分布，其协方差矩阵可以被视为随机变量，引入逆 Wishart 分布对其进行建模。由于各基站量测之间相互独立，量测噪声协方差矩阵可以表示为对角形式

$$\boldsymbol{R}_k = \mathrm{diag}(\sigma_{k,1}^2, \sigma_{k,2}^2, \ldots, \sigma_{k,m}^2) \tag{20}$$

由于各量测噪声之间相互独立，因此可以分别对每个量测噪声方差进行概率建模。原本用于协方差矩阵建模的逆 Wishart 分布在该情况下可退化为逆 Gamma 分布。在贝叶斯框架下，需要估计状态变量 $\delta \boldsymbol{x}_k$ 和量测噪声方差 $\sigma_{k,i}^2$ 的联合后验分布为 $p(\delta \boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{\sigma}_k^2 \mid \boldsymbol{z}_{1:k})$，由于该联合分布难以直接求解，采用变分贝叶斯方法进行近似推断。VB 方法通过最小化 Kullback－Leibler 散度，将联合后验分布近似分解为

$$p(\delta \boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{\sigma}_k^2 \mid \boldsymbol{z}_{1:k}) \approx q(\delta \boldsymbol{x}_k) \prod_{i=1}^{m} q(\sigma_{k,i}^2) \tag{21}$$

式中：$q(\delta \boldsymbol{x}_k)$ 为误差状态变量的近似后验分布；$q(\sigma_{k,i}^2)$ 为各基站量测噪声方差的近似后验分布。

通过固定点迭代可以得到误差状态变量后验分布为

$$q(\delta \boldsymbol{x}_k) = \mathrm{N}(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{P}_k) \tag{22}$$

噪声方差后验分布仍然为逆 Gamma 分布，即

$$q(\sigma_{k,i}^2) = \mathrm{IG}(\alpha_{k,i}, \beta_{k,i}) \tag{23}$$

式中：$\alpha_{k,i}$ 为形状参数；$\beta_{k,i}$ 为尺度参数。

形状参数按照下式进行更新

$$\alpha_{k,i} = \alpha_{k|k-1,i} + 1/2 \tag{24}$$

尺度参数更新满足：

$$\beta_{k,i} = \beta_{k|k-1,i} + \frac{1}{2} E[(\delta z_k^i - (\boldsymbol{H}_k)_i \delta \boldsymbol{x}_k)^2] \tag{25}$$

进而可得到量测噪声方差的估计值为

$$\hat{\sigma}_{k,i}^2 = \beta_{k,i} / \alpha_{k,i} \tag{26}$$

则可以根据式（19）构造量测噪声协方差矩阵。

2.3 完整滤波算法流程

结合上述自适应核宽度的最大相关熵鲁棒估计方法与基于变分贝叶斯的噪声自适应估计方法，本文构建了一种适用于 Cellular/MEMS-INS 组合系统的自适应 CKF 算法，具体步骤如下：

1）时间更新。根据式（4）和式（5）对误差状态进行预测，得到预测状态均值为 $\delta \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} = \boldsymbol{\Phi}_{k|k-1} \delta \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}$，协方差矩阵更新为

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1} = \boldsymbol{\Phi}_{k|k-1} \boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k-1} \tag{27}$$

逆 Gamma 分布先验参数 $\boldsymbol{\alpha}_{k|k-1} = \lambda \boldsymbol{\alpha}_{k-1}$，$\boldsymbol{\beta}_{k|k-1} = \lambda \boldsymbol{\beta}_{k-1}$，其中，遗忘因子 $\lambda \in [0,1)$；

2）统计线性化。根据式（7）生成容积点，计算各容积点对应的预测量测，并得到预测量测均值为 $\hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}$，进而计算量测新息 $\delta \boldsymbol{z}_k$，并通过统计线性化得到 $\boldsymbol{H}_k$。

3）MCC 鲁棒权值计算。根据式（14）得到各基站量测分量对应的标准化新息 $r_{k,i}$，在给定初始核宽度参数 $a^{(0)}$ 的条件下根据式（15）计算相关熵权值，并根据式（16）对核宽度进行更新得到 $a^{(l)}$，重复上述过程直到满足收敛条件，并按照式（18）构造鲁棒量测噪声协方差矩阵。

4）VB 量测噪声方差更新。在变分贝叶斯框架下，根据式（23）和式（24）更新逆 Gamma 分布参数，并根据式（25）得到量测噪声方差估计，从而构造自适应更新的量测噪声协方差矩阵；

5）状态更新。根据 CKF 量测更新公式计算卡尔曼增益：

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1} \quad (28)$$

随后完成误差状态更新

$$\delta\hat{\boldsymbol{x}}_k = \delta\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} + \boldsymbol{K}_k\delta\boldsymbol{z}_k \quad (29)$$

协方差矩阵更新为

$$\boldsymbol{P}_k = \boldsymbol{P}_{k|k-1} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{S}_k\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}} \quad (30)$$

3 实验与结果分析

为了评估所提出 Cellular/MEMS-INS 自适应 CKF 算法的性能，在城市环境中开展了基于蜂窝机会信号与 MEMS-INS 的现场测试实验。通过实际采集的 LTE 信号与惯性测量数据，对所提出算法的定位性能进行验证，并与传统方法进行对比分析，从而评估该方法在复杂环境下抑制异常量测和自适应估计量测噪声方面的有效性。

3.1 实验设备

图 1 展示了实验平台。该平台主要由计算机、通用软件无线电外设、GNSS 接收机、MEMS-INS 以及两根接收天线组成。其中，通用软件无线电外设根据 LTE 信号的不同频率与带宽等参数进行混频与采样。两根天线，分别用于接收 GNSS 信号与 LTE 信号，GNSS 定位结果作为实验参考真值。本文使用型号为 STIM300 的 MEMS-INS，其陀螺仪和加速度计的零偏稳定性分别为 10 °/h 和 0.05 mg。



图 1 实验硬件平台
Fig.1 Experimental hardware setup

3.2 实验场景

本文使用的基站信息如表 1 所示。由于实验过程中车辆高度变化较小，且蜂窝基站高度相对固定，因此可以忽略垂直方向误差，仅对二维水平定位性能进行分析。为此，所有观测量均投影到二维平面进行处理。另外，所有基站以及每一个运动轨迹点都转换为以第一个基站位置为原点的东北天坐标系中。基站与用户运动轨迹的相对位置如图 2 所示。

表 1 实测LTE基站设置
Table 1　LTE base station configuration for field test

	经纬高 坐标	载波 频率	传输 带宽	小区 ID
1	(116.342125,39.980318,81)	2644.4 MHz	20 MHz	368
2	(116.338495,39.980117,77)	2017.5 MHz	15 MHz	7
3	(116.342420,39.978120,73)	2330 MHz	20 MHz	290

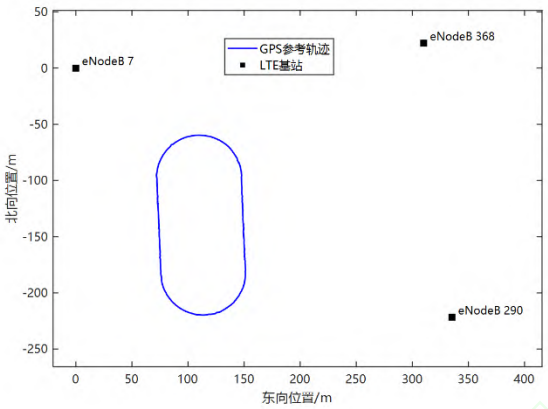


图 2 实验场景
Fig.2 Experimental environment

3.3 实验结果

本文对原始采样数据文件进行处理后提取出上述 3 个基站的 TOA 观测量，结果如图 3 所示。

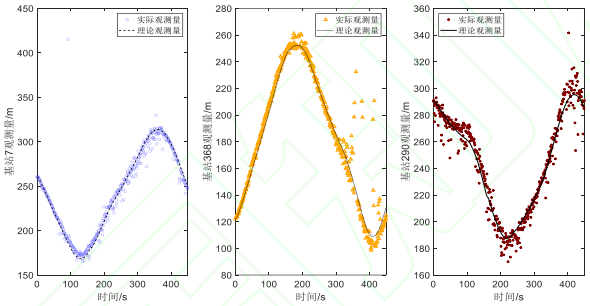
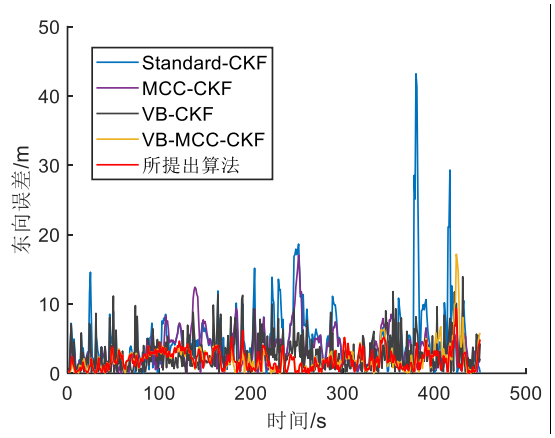


图 3 各基站观测量提取结果
Fig.3 Extracted observations from different base stations

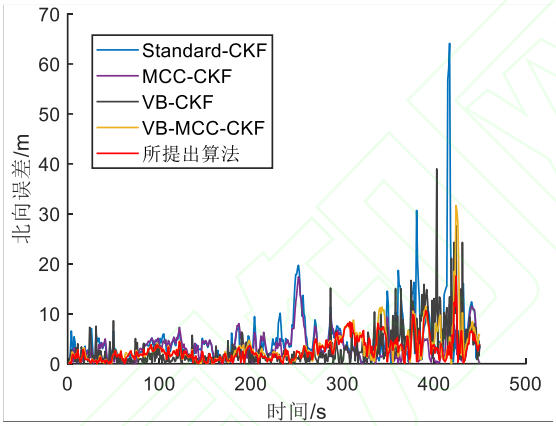
为验证所提算法在复杂环境下的定位性能，选取标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF 以及 VB-MCC-CKF 与本文提出的 Adaptive VB-MCC-CKF 算法进行对比。为定量评价不同算法的定位性能，本文计算水平定位误差并统计其均方根误差（Root Mean Square Error, RMSE）、最大水平误差（MAX）以及水平定位误差标准差（Standard Deviation, STD）作为评价指标。k 历元的水平定位误差定义为 $e_k=\sqrt{(\hat{p}_{e,k}-p_{e,k}^{ref})^2+(\hat{p}_{n,k}-p_{n,k}^{ref})^2}$，其中，$(\hat{p}_{e,k},\hat{p}_{n,k})$ 为算法输出的位置结果，$(p_{e,k}^{ref},p_{n,k}^{ref})$ 为 GNSS 参考位置。图 4 给出了不同算法得到的东向、北向定位误差变化情况，并通过箱线图进一步展示了各算法水平定位误差的整体分布特征。图 5 展示了对应的二维定位轨迹对比。

从误差产生原因来看，蜂窝量测容易受到多径传播、遮挡和 NLOS 等因素影响，导致量测噪声统计特性发生变化，并可能出现突发异常观测。在该情况下，标准 CKF 采用固定量测噪声协方差，难以准确反映实际量测可信度的变化，因此当量测噪声增大或异常量测出现时，容易产生滤波增益失配，使异常观测直接影响状态估计结果。可以看出，标准 CKF 在异常量测和噪声失配的共同影响下，定位轨迹出现明显偏差，定位 RMSE 达到 10.4 m。引入最大相关熵准则后，MCC-CKF 能够在一定程度上抑制异常量测引起的突发误差，定位性能较标准 CKF 明显改善，定位 RMSE 降低至 6.2 m。VB-CKF 虽可通过自适应估计量测噪声协方差提升滤波性能，但其估计过程依赖量测残差，当异常量测导致残差突增时，噪声估计的稳定性仍可能受到影响，存在异常量测时仍难以有效抑制其不利影响，定位 RMSE 为 6.5 m。进一步将 MCC 鲁棒加权与 VB 噪声估计相结合后，VB-MCC-CKF 的定位 RMSE 降低至 5.6 m，低于 MCC-CKF 和 VB-CKF，说明鲁棒加权与噪声协方差自适应估计的结合能

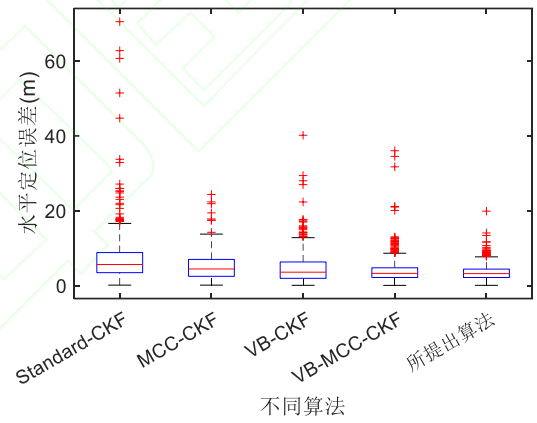
够改善整体定位精度。然而，VB-MCC-CKF 仍采用固定核宽度，其鲁棒加权强度难以根据当前残差分布动态调整，因此对个别突发异常量测的抑制仍存在不足，其最大水平误差为 36.0 m，高于 MCC-CKF 的 24.4 m。相比之下，本文提出的算法融合了自适应 MCC 与变分贝叶斯噪声估计，能够同时缓解异常量测和噪声统计特性变化对定位结果的影响，因而在轨迹一致性和定位精度方面均优于其他对比算法，与标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF、VB-MCC-CKF 相比，定位 RMSE 分别降低 58.7%、30.6%、33.8%、23.3%，最终定位 RMSE 为 4.3 m。本文所提算法的最大水平误差为 19.9 m，低于标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF 和 VB-MCC-CKF 的 70.5 m、24.4 m、40.2 m 和 36.0 m；水平误差标准差为 2.3 m，低于其他对比算法的 7.4 m、3.5 m、4.4 m 和 3.8 m。结果说明，所提算法不仅能够提高整体定位精度，还能够降低异常量测引起的较大定位偏差，并获得更加稳定的误差分布。



(a) 东向定位误差



(b) 北向定位误差



(c) 水平定位误差箱线图

图 4 不同算法定位误差
Fig.4 Positioning errors of different algorithms

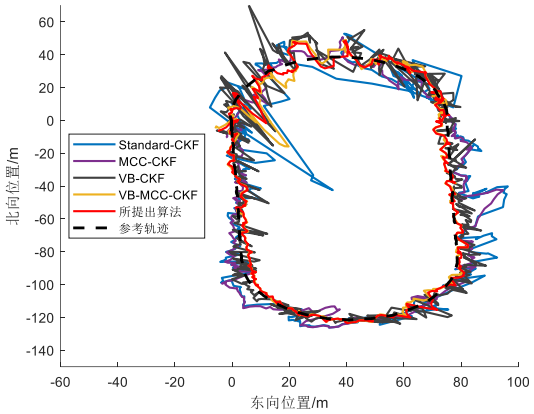


图 5　不同算法定位轨迹对比
Fig.5 Comparison of positioning trajectories for different algorithms

为进一步验证所提算法在多次随机扰动条件下的统计稳定性，并降低单次现场测试结果偶然性的影响，本文在上述实测场景基础上开展 Monte Carlo 仿真验证。仿真中保持现场测试中的 LTE 基站几何、GNSS 参考轨迹和 INS 数据不变，以 GNSS 参考轨迹作为真实运动轨迹，并根据用户位置与各基站之间的几何距离生成理想伪距观测。在此基础上，向理想伪距中加入时变量测噪声和随机异常量测，以模拟复杂城市环境下蜂窝量测噪声变化及突发异常观测的影响。正常量测噪声标准差分段设置为 3 m、6 m、10 m 和 4 m；同时，以 10%的概率引入大方差异常噪声，其标准差为对应正常噪声标准差的 10 倍。各算法均在相同的基站几何、真实轨迹、INS 数据、初始条件和过程噪声设置下进行 100 次独立 Monte Carlo 仿真，以保证对比的公平性。

在参数设置方面，为保证不同算法对比的公平性，本文对具有相同模块的算法采用一致的参数设置。对于涉及 VB 噪声估计的 VB-CKF、VB-MCC-CKF 和本文所提算法，初始先验参数设置为 $\alpha_0=1$、$\beta_0=9$，遗忘因子设置为 $\lambda=0.9$。对于涉及 MCC 鲁棒加权的 MCC-CKF、VB-MCC-CKF 和本文所提算法，固定核宽度算法中的核宽度设置为 $\sigma=2$。本文所提算法的自适应核宽度初值设置为相同数值。自适应核宽度迭代过程中的最大迭代次数设置为 15，终止阈值设置为 0.01。上述设置保证了不同算法的相同模块采用一致参数设置，使性能差异主要来源于算法结构本身。

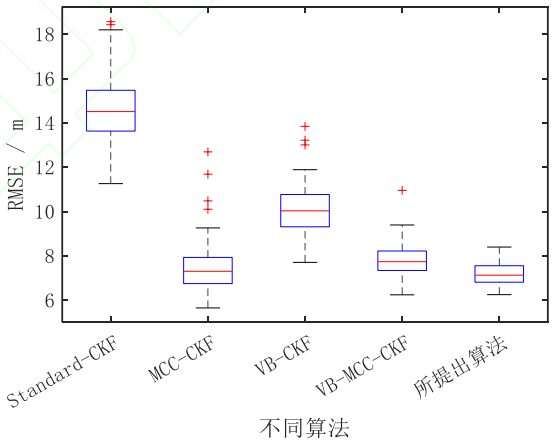


图 6　不同算法 Monte Carlo 仿真 RMSE 箱线图
Fig.6 RMSE box plots of different algorithms in Monte Carlo simulations

图 6 给出了不同算法在 100 次 Monte Carlo 仿真下的 RMSE 箱线图。可以看出，标准 CKF 在时变量测噪声和异常量测共同作用下误差分布较为分散。MCC-CKF 能够通过鲁棒加权抑制异常量测影响，但对量测噪声统计特性变化的适应能力有限。VB-CKF 能够自适应估计量测噪声协方差，但在异

常量测存在时估计稳定性可能受到影响。VB-MCC-CKF 同时结合了 MCC 鲁棒加权和 VB 量测噪声协方差估计，相比 VB-CKF 误差分布有所收敛，说明鲁棒加权能够缓解异常残差对 VB 估计过程的影响。但由于其仍采用固定核宽度，鲁棒加权强度难以根据当前残差分布动态调整，因此相较 MCC-CKF 未表现出明显优势。相比之下，本文所提算法同时结合自适应核宽度 MCC 鲁棒加权和 VB 量测噪声协方差自适应估计，获得了更小的 RMSE 均值和更稳定的误差分布，进一步验证了所提算法的有效性和鲁棒性。

为进一步分析关键参数对所提算法性能的影响，本文对自适应核宽度初值和遗忘因子进行了敏感性分析。首先，在遗忘因子固定为 $\lambda=0.9$ 的条件下，分别设置不同的核宽度初值进行 Monte Carlo 仿真。结果表明，不同核宽度初值下算法的 RMSE 均值均约为 7.2 m，最大水平误差均值约为 24.5 m，水平误差标准差均值约为 4.0 m，差异较小。同时，不同初值对应的平均自适应核宽度最终均收敛至约 1.7，说明所提自适应核宽度更新机制能够削弱初值选择对最终定位结果的影响，算法对核宽度初值不敏感。

其次，在自适应核宽度初值固定为 2 的条件下，进一步分析 VB 遗忘因子 λ 对所提算法性能的影响，统计结果如表 2 所示。可以看出，当 λ 从 0.90 增大到 0.94 时，各项指标变化较小。当 λ 从增大到 0.96 和 0.98 时，RMSE 均值、最大水平误差均值和水平误差标准差均值均有所增大，说明过大的遗忘因子会降低算法对当前量测变化的响应能力。综合考虑定位精度和误差稳定性，本文选取 $\lambda=0.9$ 作为后续实验参数。

表 2 不同遗忘因子设置下所提算法的定位性能

Table 2 Statistical positioning performance of the proposed algorithm under different forgetting factors

λ	RMSE均值/m	RMSE标准差/m	MAX均值/m	STD均值/m
0.90	7.2	0.5	24.5	4.0
0.92	7.2	0.5	25.0	4.0
0.94	7.2	0.5	26.1	4.0
0.96	7.3	0.5	27.5	4.1
0.98	7.5	0.6	29.0	4.3

4 结 论

针对复杂城市环境中 Cellular/MEMS-INS 组合定位系统易受异常量测干扰、量测噪声统计特性动态变化的问题，本文提出一种融合自适应最大相关熵准则与变分贝叶斯推断的自适应 CKF 算法，通过现场测试和基于实测场景的 Monte Carlo 仿真验证了算法的有效性。结合实验结果，主要结论如下：

1) 提出的自适应 CKF 算法定位精度显著优于现有对比算法，最终定位 RMSE 为 4.3 m，相较于标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF 和 VB-MCC-CKF 分别降低 58.7%、30.6%、33.8%和 23.3%，有效解决了传统算法定位精度不足的问题。

2) 本文所提算法能够降低异常量测引起的较大定位偏差。从最大水平误差来看，相比于标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF 和 VB-MCC-CKF，本文所提算法的最大水平误差分别降低 71.8%、18.4%、50.5%和 44.7%，表明 MCC 鲁棒加权能够削弱大残差异常量测对状态估计的影响。

3) 本文所提算法能够改善定位误差分布的离散程度。相比于标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF 和 VB-MCC-CKF，本文所提算法的水平误差标准差分别降低 68.9%、34.3%、47.7%和 39.5%，说明本文所提算法能够获得更加稳定的误差分布。

4) 基于实测场景的 100 次 Monte Carlo 仿真结果进一步表明，所提算法在时变量测噪声和异常量测共同存在的条件下能够获得更小的 RMSE 均值和更稳定的误差分布。

通过与标准 CKF、MCC-CKF、VB-CKF 和 VB-MCC-CKF 算法的仿真及现场测试对比，充分证明本文所提策略在定位精度、鲁棒性和稳定性方面均有明显提升，可有效适用于复杂城市环境下的 Cellular/MEMS-INS 组合定位场景。在未来的工作中，将重点考虑极端复杂环境（如密集高楼全遮挡、强电磁干扰）下的量测失效问题，优化核宽度自适应迭代策略与噪声建模方法，进一步提升算法

的极端环境适配能力。

参考文献（References）

[1] Cong L,Zhang J,Tian J,et al.A MEMS-INS/GNSS integrated system with FM radio signal-aided distance increment estimation during GNSS outages[J].IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,2024,73:1-10.

[2] Liu J,Guo G.Vehicle localization during GPS outages with extended Kalman filter and deep learning[J].IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,2021,70:1-10.

[3] Kassas Z,Morton J,Van Diggelen F,et al.Position,navigation,and timing technologies in the 21st century[J].Wiley-IEEE,2021,2:1381-1412.

[4] Zidan J,Adegoke E I,Kampert E,et al.GNSS vulnerabilities and existing solutions:A review of the literature[J].IEEE access,2020,9:153960-153976.

[5] LaST D D.GNSS:The present imperfect[J].Inside GNSS,2010,5(3):60-64.

[6] Kassas Z M,Khalife J,Abdallah A A,et al.I am not afraid of the GPS jammer: Resilient navigation via signals of opportunity in GPS-denied environments[J].IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine,2022,37(7):4-19.

[7] Zhang Y,Ho K C.Localization by signals of opportunity in the absence of transmitter position[J].IEEE Transactions on Signal Processing,2022,70:4602-4617.

[8] Shamaei K,Khalife J,Kassas Z M.Exploiting LTE signals for navigation: Theory to implementation[J].IEEE Transactions on Wireless Communications,2018,17(4):2173-2189.

[9] Zhuang Y,Li Y,Qi L,et al.A two-filter integration of MEMS sensors and WiFi fingerprinting for indoor positioning[J].IEEE Sensors Journal,2016,16(13):5125-5126.

[10] Morales J J,Khalife J J,Kassas Z M.Information fusion strategies for collaborative inertial radio SLAM[J].IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,2021,23(8):12935-12952.

[11] Kassas Z Z M,Maaref M,Morales J J,et al.Robust vehicular localization and map matching in urban environments through IMU, GNSS, and cellular signals[J].IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine,2020,12(3):36-52.

[12] Abdallah A A,Shamaei K,Kassas Z M.Indoor positioning based on LTE carrier phase measurements and an inertial measurement unit[C]//Proceedings of the 31st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2018).2018:3374-3384.

[13] Morales J J,Kassas Z M.Tightly coupled inertial navigation system with signals of opportunity aiding[J].IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2021,57(3):1930-1948.

[14] Liu X,Liu X,Yang Y,et al.Variational Bayesian-based robust cubature Kalman filter with application on SINS/GPS integrated navigation system[J].IEEE Sensors Journal,2021,22(1):489-500.

[15] Arasaratnam I,Haykin S.Cubature kalman filters[J].IEEE Transactions on automatic control,2009,54(6):1254-1269.

[16] Gao B,Hu G,Zhong Y,et al.Cubature Kalman filter with both adaptability and robustness for tightly-coupled GNSS/INS integration[J].IEEE Sensors Journal,2021,21(13):14997-15011.

[17] Elsisi M,Altius M,Su S F,et al.Robust Kalman filter for position estimation of automated guided vehicles under cyberattacks[J].IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,2023,72:1-12.

[18] Wang Z,Huang Y,Wang M,et al.A computationally efficient outlier-robust cubature Kalman filter for underwater gravity matching navigation[J].IEEE transactions on instrumentation and measurement,2022,71:1-18.

[19] Fu H,Cheng Y.A computationally efficient robust cubature Kalman filter with multivariate Laplace distribution[J].IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,2023,72:1-11.

[20] Shao J,Chen W,Zhang Y,et al.Adaptive maximum correntropy based robust CKF with variational Bayesian for covariance estimation[J].Measurement,2022,202:111834.

[21] Ding W,Wang J,Rizos C,et al.Improving Adaptive Kalman Estimation in GPS/INS Integration[J].Journal of navigation,2007(3):60.

[22] 荆蕾，林雪原，潘新龙，等．基于改进 Sage-Husa 的 GNSS/SINS 组合导航系统自适应 UKF 算法[J]．中国空间科学技术，2024，44（5）：127-135.

JING L,LIN X Y,PAN X L,et al.Adaptive UKF algorithm for GNSS/SINS integrated navigation system based on improved Sage-Husa[J].Chinese Space Science and Technology,2024,44(5):127-135(in Chinese).

[23] Huang Y,Zhang Y,Wu Z,et al.A novel adaptive Kalman filter with inaccurate process and measurement noise covariance matrices[J].IEEE transactions on Automatic Control,2017,63(2):594-601.

[24] He J,Sun C,Zhang B,et al.Variational Bayesian-based maximum correntropy cubature Kalman filter with both adaptivity and robustness[J].IEEE Sensors Journal,2020,21(2):1982-1992.

[25] Li F,Jin T,Qin H.Variational Bias Classification and Mitigation Filter for Robust Localization Based on Cellular Signals[J].IEEE Transactions on Vehicular Technology,2025,74(6):8938-8952.