一种非线性鲁棒 PID 控制器设计方法

廖道争 张明廉

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: 针对一类非线性不确定系统,提出了一种基于 PID(比例-积分-微分)控制的鲁棒控制方法. 整个控制器由 PID 控制器和一个鲁棒补偿器构成. 首先,基于系统的标称模型设计 PID 控制器;然后在 PID 控制的基础上,设计一个辅助鲁棒补偿器,用于补偿系统非线性、参数摄动和外界扰动等对系统控制性能的影响. 补偿器的设计基于李雅普诺夫(Lyapunov)稳定性理论进行,从而保证了闭环系统的鲁棒稳定. 采用该方法对倒立摆跟踪问题进行了仿真控制,仿真结果验证了设计方案的有效性.

关 键 词: 非线性系统; 鲁棒控制; PID 控制器; 倒立摆

中图分类号: TP 273.5

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2005)12-1355-03

Robust PID control for a class of nonlinear systems

Liao Daozheng Zhang Minglian

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A robust control design method was proposed for a class of nonlinear systems with uncertainty. The controller was composed of a proportional integral differential (PID) controller and a robust compensator. The whole design was divided into two steps. A PID controller was developed based on the linear nominal model of the plant. On the basis of the developed PID controller, a robust compensator was given to compensate for the bad influence resulted from the system parameter perturbation, the unknown external disturbance, the model error because of linearization and so on. The compensating control law was derived by Lyapunov stability theory, as a result, the stability of the closed loop system was guaranteed despite the uncertainty, the robustness of the system was improved accordingly. Applying the proposed control method to the tracking control of an inverted pendulum, the results of numerical simulations show the validity of this scheme.

Key words: nonlinear system; robust control; PID controller; inverted pendulum

尽管随着控制理论的发展,新的控制方法不断出现,但 PID(比例-积分-微分)控制器因具有结构简单、设计原理易于被工程设计人员掌握、鲁棒性强和不需要对象的精确数学模型等优点,在工业过程控制中仍然得到了最广泛的应用. 然而,对于那些复杂(如:具有延迟、非线性和时变)的控制系统,传统的线性 PID 控制率往往难以得到满意的控制效果;另外,即便是目前运行良好的系统,由于运行过程中不可避免的设备磨损和元器件老化,被控对象的参数会发生变化,从而影响系统的控制性能,这时若重新整定 PID 控制器系数的话可能会对生产造成比较大的影响、有时甚至是生产过程不允许的. 为了克服传统 PID 控制的这些缺点,人们把自适应控制理论和鲁棒控制理论与 PID 控制方法结合起来,使得 PID 控制具有更强的鲁棒性. 文献[1]提出了一种继电反馈 PID 方法,通过在过程反馈回路中连入继电器以近似确定临界点,该方法可保障稳定过程的稳定闭环

收稿日期: 2004-11-22

基金项目: 航空基础科学基金资助项目(03E51002)

作者简介: 廖道争(1969-),男,安徽宿松人,博士生, dzliao@sohu.com.

振荡响应,但该方法的一个缺点是在控制过程中可能会存在较严重的抖动(chattering)现象;文献[2]针对线性二阶最小相位系统提出了一种反演自适应 PID 控制方法,基于 Lyapunov 直接稳定判定的基础上,通过递推调整 PID 控制器系数;文献[3]通过引入 RBF 网络来抵消二阶系统中非线性扰动对 PID 控制器的影响;文献[4]则针对机械手控制提出了一种自适应 PID 学习控制方法,通过在线学习实时更新 PID 控制器的 3 个系数.

与上述方法不同,本文在 PID 控制基础上,通过并联一个鲁棒补偿环节来提高系统的鲁棒性和抗干扰能力.使用 PID 控制器稳定系统线性标称部分,应用辅助补偿器补偿系统参数摄动、非线性和外界扰动对系统控制性能的影响.设计简单、鲁棒性好.最后,应用该设计方法进行了倒立摆的跟踪控制仿真,仿真结果验证了该方法的有效性.

1 控制器设计

控制器结构如图 1 所示,整个控制器由一个 PID 控制器和一个补偿器组成.

由于在工业过程控制中,二阶对象应用较多,因此考虑二阶 SISO(单输入-单输出)系统控制器设计问题.设被控对象 P 的模型如式(1)所示(实际上许多二阶非线性系统都可以化为这种形式).

$$\ddot{y} = a\dot{y} + by + c[u + f(y,\dot{y},u) + d(t)] \tag{1}$$

式中,u 为被控对象输入,$u=u_{\text{pid}}+u_{\text{a}}$;$u_{\text{a}}$ 为补偿器输出;u_{pid} 为 PID 控制器输出;a,b,c 为已知系数;y 为系统输出;$d(t)$ 为有界未知扰动,$|d(t)|\leqslant d_{\text{m}}$;$f(y,\dot{y},u)$ 为由于系统模型参数摄动、模型简化等原因而产生的未知非线性形式扰动,且假定:

$$|f(y,\dot{y},u_{\text{pid}}+u_{\text{a}})|\leqslant\rho(y,\dot{y})+k|u_{\text{a}}|$$

式中,$\rho(y,\dot{y})$ 为一非负的连续确定函数;k 为常数且 $1>k\geqslant 0$.

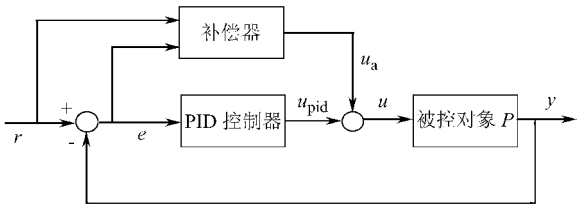


图 1 鲁棒 PID 控制原理图

1.1 PID 控制器参数的确定

设系统参考输入信号为 r(r 二次可微),定义输出误差:

$$e = y - r \tag{2}$$

令

$$u_{\text{pid}} = k_{\text{p}}e + k_{\text{i}}\int_0^t e\mathrm{d}\tau + k_{\text{d}}\dot{e}$$

$$u = u_{\text{pid}} + u_{\text{a}}$$

$$\boldsymbol{E} = \left[\int_0^t e\mathrm{d}\tau \quad e \quad \dot{e}\right]^{\mathrm{T}}$$

式中,$k_{\text{p}},k_{\text{i}},k_{\text{d}}$ 为待设计的 PID 控制器参数.

由式(1)可得:

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ ck_{\text{i}} & b+ck_{\text{p}} & a+ck_{\text{d}} \end{bmatrix}\boldsymbol{E} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c[u_{\text{a}} + d(t) + f(y,\dot{y},u)] - \dddot{r} + a\ddot{r} + b\dot{r} \end{bmatrix} \tag{3}$$

令 $u_{\text{a}}=\frac{1}{c}(\dddot{r}-a\ddot{r}-b\dot{r})+v$,其中 v 为补偿器辅助设计控制输出,进一步可得:

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ ck_{\text{i}} & b+ck_{\text{p}} & a+ck_{\text{d}} \end{bmatrix}\boldsymbol{E} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c[v + d(t) + f(y,\dot{y},u)] \end{bmatrix} \tag{4}$$

记 $$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ ck_{\text{i}} & b+ck_{\text{p}} & a+ck_{\text{d}} \end{bmatrix}$$

对于 $\dot{\boldsymbol{E}}=\boldsymbol{AE}$,可以根据线性系统理论中极点配置方法设计出 PID 控制器系数 $k_{\text{p}},k_{\text{i}},k_{\text{d}}$,使系统线性部分 $\dot{\boldsymbol{E}}=\boldsymbol{AE}$ 渐近稳定.

1.2 辅助补偿器设计

下面采用 Lyapunov 再设计方法[5]设计辅助补偿器以补偿系统非线性部分和外界扰动对 PID 控制器的影响.

对于线性系统 $\dot{\boldsymbol{E}}=\boldsymbol{AE}$,当设计出合理的 PID 控制器系数 $k_{\text{p}},k_{\text{i}},k_{\text{d}}$ 使其渐近稳定后,则对于任意给定的正定矩阵 $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}^{3\times 3}$,必定唯一存在 3×3 阶矩阵 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}>0$ 满足:

$$\boldsymbol{PA} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} = -\boldsymbol{Q} \tag{5}$$

取 Lyapunov 函数 $\boldsymbol{V}=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PE}$,对该 Lyapunov 函数按式(4)进行求导可得:

$$\dot{\boldsymbol{V}} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{QE} + \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Pe}_3c[v + d(t) + f(y,y',u)] \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{e}_3=[0\quad 0\quad 1]^{\mathrm{T}}$,记 $w=\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Pe}_3c$,则有

$$\dot{\boldsymbol{V}} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E} + wv + w[d(t) + f(y,y',u)] \tag{7}$$

因为

$$|f(y,\dot{y},u_{\mathrm{pid}}+u_{\mathrm{a}})| \leqslant \rho(y,\dot{y}) + k|u_{\mathrm{a}}| \leqslant \rho(y,\dot{y}) + k|v| + k\left|\frac{1}{c}(\ddot{r} - a\dot{r} - br)\right|$$

记 $\psi(r,y)=\rho(y,\dot{y})+d_{\mathrm{m}}+k\left|\frac{1}{c}(\ddot{r}-a\dot{r}-br)\right|$,从而

$$wv + w[d(t) + f(y,\dot{y},u)] \leqslant wv + |w|[\psi(r,y) + k|v|] \tag{8}$$

取

$$v = -\operatorname{sgn}(w)\cdot\zeta(r,y) \tag{9}$$

式中,$\zeta(r,y)\geqslant\psi(r,y)/(1-k)\geqslant 0$,$\operatorname{sgn}(x)$为符号函数,其定义为

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

从而有

$$wv + |w|[\psi(r,y) + k|v|] \leqslant 0 \tag{10}$$

故

$$wv + w[d(t) + f(y,\dot{y},u)] \leqslant 0 \tag{11}$$

$$\dot{\boldsymbol{V}} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E} + wv + w[d(t) + f(y,\dot{y},u)] \leqslant -\frac{1}{2}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E} \tag{12}$$

所以补偿器控制律为

$$u_{\mathrm{a}} = v + (\ddot{r} - a\dot{r} - br)/c = -\operatorname{sgn}(w)\cdot\zeta(r,y) + (\ddot{r} - a\dot{r} - br)/c \tag{13}$$

被控对象总的控制输入为

$$u = u_{\mathrm{pid}} + u_{\mathrm{a}} \tag{14}$$

2　设计示例与仿真

下面采用以上方法来设计倒立摆的摆角跟踪控制问题. 倒立摆动力学方程[6]为

$$J\ddot{\theta} = mgl\sin\theta - ml u\cos\theta - \mu\dot{\theta} \tag{15}$$

式中,m 为摆杆质量;J 为摆杆相对于连接轴的转动惯量;l 为摆杆质心到连接轴的长度;u 为作用于摆杆连接轴处的控制力矩;g 为重力加速度;θ,$\dot{\theta}$ 分别为摆杆偏角、角速度;μ 为摆杆连接轴摩擦系数,已知$|\mu|\leqslant 0.01$. 控制目标是让 θ 跟踪参考信号 $r(t)=0.5\sin(t)$,跟踪误差为 $e=\theta-r$.

令 $a=ml/J$,$b=\mu/J$,则式(15)可简化为

$$\ddot{\theta} = ag\sin\theta - au\cos\theta - b\dot{\theta} \tag{16}$$

式中,b 为不确定参数($|b|\leqslant b_{\mathrm{m}}$),将式(16)确定性部分在原点(0, 0)处进行线性化得:

$$\ddot{\theta} = ag\theta - au \tag{17}$$

因此,考虑线化误差和摆杆磨擦影响,实际系统模型式(15)可转化为

$$\ddot{\theta} = ag\theta - au + [ag(\sin\theta - \theta) + a(u - u\cos\theta) - b\dot{\theta}] \tag{18}$$

将式(18)进一步转化为式(1)所示形式得:

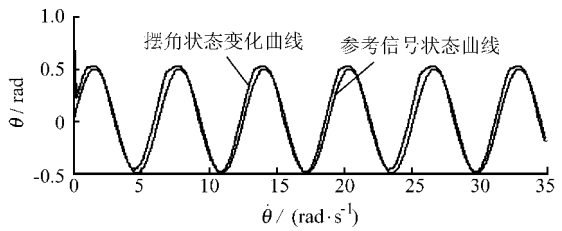
$$\ddot{\theta} = ag\theta - a\left[u - g(\sin\theta - \theta) - u(1 - \cos\theta) + \frac{b}{a}\dot{\theta}\right] \tag{19}$$

其中

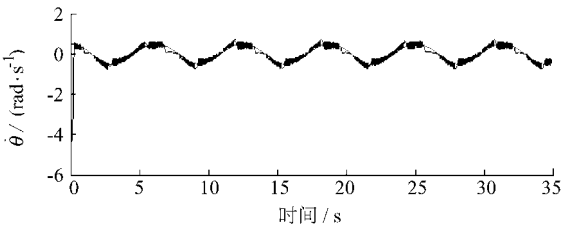
$$f(\theta,\dot{\theta}) = g(\theta - \sin\theta) - u(1 - \cos\theta) + \frac{b}{a}\dot{\theta} \tag{20}$$

为线化误差和摆杆连接摩擦干扰项. 令 $u=u_{\mathrm{pid}}+u_{\mathrm{a}}$,倒立摆的具体参数取为:$m=0.15$,$l=0.18$,$\mu=0.008\ 11$,$g=9.8$.

首先设计 PID 控制器系数 $k_{\mathrm{p}}=12.874\ 4$,$k_{\mathrm{i}}=2.470\ 8$,$k_{\mathrm{d}}=2.088\ 0$,然后可以利用 2.2 节中所提出的方法设计鲁棒补偿控制器 u_{a}. 进行仿真时,摆杆的初始状态取为:$(\theta,\dot{\theta})=(1.0,0)$(角度单位为:rad). 首先只采用 PID 控制器进行了仿真,仿真结果发散;然后,在 PID 控制基础上引入补偿器后再次进行仿真,图 2 为应用补偿后的仿真结果.



a　角度信号跟踪结果



b　角速度变化情况

图 2　摆角信号跟踪状态变化图

(下转第 1362 页)