可消除定位模糊的无源时差定位算法

陈 玲 李少洪

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 消除无源时差定位系统中存在的定位模糊是一直倍受关注的问题. 通过理论分析和仿真实验证明,4 变量算法虽可以消除定位模糊但其定位精度不高,不适合工程应用. 以传统时差定位方法为基础,提出了一种多个子系统融合的定位算法. 由于该算法能够充分利用观测站提供的冗余测量信息,所以其定位精度高于 4 变量算法,而且还可以消除定位模糊. 最后,通过仿真实验验证了该方法的可行性和有效性.

关 键 词: 无源定位; 精度; 模糊;数据融合

中图分类号: TP 873

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2005)01-0089-05

Passive TDOA location algorithm for eliminating location ambiguity

Chen Ling Li Shaohong

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The problem of eliminating location ambiguity in passive time difference of arrival (TDOA) systems is considered. The accuracy analysis and the simulation results of four-variable algorithm show that its performance is poor regardless of the capability of eliminating location ambiguity. Based on the traditional TDOA location algorithm, a subset fusion algorithm of multiple subsystems was presented. The proposed algorithm can fully utilize the redundant information come from passive sensors, so it not only can eliminate location ambiguity, but also improve the location accuracy. In comparison with the four-variable algorithm, subset fusion algorithm of multiple subsystems is superior to the alternative algorithm in terms of location accuracy. The simulation results prove that the new algorithm is effective and practicable.

Key words: passive location; precision; ambiguity; data fusion

无源时差定位系统因其具有隐蔽性强、定位精度高以及定位速度快等优点,已得到了广泛应用,如捷克研制并装备的“VERA-E”4 站长基线时差无源定位系统以及美国的 AN/TRQ-109 移动式无源定位系统等.

无源时差定位系统存在的问题是对目标定位时易产生定位模糊[1]. 在三维空间,辐射源信号到达两测量站的时间差规定了一对以两站为焦点的双曲面,如果时差定位系统由 4 个观测站构成,则可得到 3 对双曲面,而这 3 对双曲面相交则可能得到 2 个交点,即产生了定位模糊.

对于无源时差定位系统,如何消除定位模糊是人们一直关注的问题. 有许多文献[2~4]都对此问题进行了讨论,并提出了一些消除定位模糊的方法. 其中,增加辅站的 4 变量法是文献中提及较多的一种方法,但并没有文献对该方法的定位精度进行分析. 本文对该方法的定位精度进行了详细地分析,并对其进行了相应的仿真,仿真结果表明这种方法虽然可以消除定位模糊,但它的定位精度并不令人满意. 另外,还提出了一种多个子系统融合的定位算法,仿真结果表明该方法的定位精度优于 4 变量时差定位方法,且可消除定位模

收稿日期: 2003-07-24

作者简介: 陈 玲(1972-),女,江西南昌人,博士生, bell_cl@sina.com.

糊.

1 时差定位算法

通常情况下,利用无源时差定位系统对三维目标定位仅需4个观测站,但为了消除定位模糊,且在不利用其它测量信息(方位角或俯仰角)的情况下,至少应增加一个辅站. 为此,下面将以5个观测站构成的时差定位系统为例,给出2种时差定位算法的描述.

假设时差定位系统由一个主站和4个辅站组成,各站的空间位置为$(x_i,y_i,z_i)^{\mathrm{T}}$,$i=0,1,2,3,4$,其中$i=0$表示主站,$i=1,2,3,4$表示辅站;辐射源的空间位置为$(x,y,z)^{\mathrm{T}}$.

定位方程可表示为

$$\left.\begin{aligned} r_0^2 &= (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 \\ r_i^2 &= (x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2 \\ \Delta r_i &= r_i - r_0 = c\cdot\Delta t_i \quad i=1,2,3,4 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

r_i表示辐射源与第i站之间的距离;Δr_i表示辐射源到第i站与其到主站之间的距离差. Δt_i是辐射源信号到第i站与其到主站之间的时间差,是可测量的. 对式(1)整理化简后得

$$(x_0-x_i)x+(y_0-y_i)y+(z_0-z_i)z=k_i+r_0\cdot\Delta r_i \tag{2}$$

其中

$$k_i=\frac{1}{2}[\Delta r_i^2+(x_0^2+y_0^2+z_0^2)-(x_i^2+y_i^2+z_i^2)]$$

将式(2)写成2种不同的矩阵形式,则可以得到2种不同的定位算法.

算法1

$$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{F} \tag{3}$$

其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} x_0-x_1 & y_0-y_1 & z_0-z_1 \\ x_0-x_2 & y_0-y_2 & z_0-z_2 \\ x_0-x_3 & y_0-y_3 & z_0-z_3 \\ x_0-x_4 & y_0-y_4 & z_0-z_4 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{F}=\begin{bmatrix} k_1+r_0\cdot\Delta r_1 \\ k_2+r_0\cdot\Delta r_2 \\ k_3+r_0\cdot\Delta r_3 \\ k_4+r_0\cdot\Delta r_4 \end{bmatrix}$$

解得

$$\hat{\boldsymbol{X}}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F} \tag{4}$$

算法2

$$\boldsymbol{BY}=\boldsymbol{K} \tag{5}$$

其中

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} x_0-x_1 & y_0-y_1 & z_0-z_1 & -\Delta r_1 \\ x_0-x_2 & y_0-y_2 & z_0-z_2 & -\Delta r_2 \\ x_0-x_3 & y_0-y_3 & z_0-z_3 & -\Delta r_3 \\ x_0-x_4 & y_0-y_4 & z_0-z_4 & -\Delta r_4 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y}=[x \quad y \quad z \quad r_0]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{K}=[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]^{\mathrm{T}}$$

解得

$$\hat{\boldsymbol{Y}}=(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K} \tag{6}$$

在不存在观测误差和布站误差的情况下,这2种算法的定位解是一致的,但由于观测误差和布站误差的影响,这两种算法所得到的解均为真实解的近似值,它们所引入的定位误差也不同.

第一种3变量时差定位算法是先将r_0看作已知量,利用式(4)可以先分别求出x,y,z与r_0的关系,然后再将其代入式(1)中的第一个式子中,即可求得r_0,由r_0再计算出x,y,z的值. 由于式(1)中的第一个式子是关于r_0的二次方程,因此方程可能会有2个解,从而引起定位模糊.

第二种4变量的时差定位算法是将r_0看作未知量,当$\boldsymbol{B}$满秩或列满秩时式(5)的最小二乘解是唯一的[5],即利用该方法可直接计算出x,y,z,因此该方法被认为是可用来消除定位模糊的解算方法. 这种算法的缺点是,当$\boldsymbol{B}$阵不是列满秩时,式(5)的最小二乘解不唯一,而用式(6)作为其近似解,必然就会引入较大的误差.

由于$\boldsymbol{B}$阵中的第4列为观测量,所以无法保证$\boldsymbol{B}$阵在任何情况下均列满秩. 与$\boldsymbol{B}$阵不同,式(3)中的$\boldsymbol{A}$阵可通过合理布站,使$\boldsymbol{A}$阵始终是列满秩的,从而保证式(3)解的唯一性. 而且算法1比算法2多了一个约束条件,即式(1)中的第一式. 正是由于这些不同之处,使得2算法所引入的定位误差也有所不同.

2 定位精度及仿真分析

2.1 定位精度分析

下面将对4变量算法的定位精度进行详细地分析,给出其对应的GDOP(Geometric Dilution Of Precision是描述定位误差三维几何分布的重要参数[1,3,6,7])表达式. 以下各公式及插图中的GDOP值均简记为G.

对式$\Delta r_i=r_i-r_0$两边求微分

$$\mathrm{d}(\Delta r_i)=\frac{(x-x_i)}{r_i}\mathrm{d}x+\frac{(y-y_i)}{r_i}\mathrm{d}y+\frac{(z-z_i)}{r_i}\mathrm{d}z-\mathrm{d}r_0 \quad i=1,2,3,4 \tag{7}$$

将上式写成矩阵形式

$$\mathrm{d}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{C} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{X} \tag{8}$$

其中

$$\mathrm{d}\boldsymbol{Y} = [\,\mathrm{d}(\Delta r_1)\quad \mathrm{d}(\Delta r_2)\quad \mathrm{d}(\Delta r_3)\quad \mathrm{d}(\Delta r_4)\,]^{\mathrm{T}}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{X} = [\,\mathrm{d}x\quad \mathrm{d}y\quad \mathrm{d}z\quad \mathrm{d}r_0\,]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \dfrac{x-x_1}{r_1} & \dfrac{y-y_1}{r_1} & \dfrac{z-z_1}{r_1} & -1 \\ \dfrac{x-x_2}{r_2} & \dfrac{y-y_2}{r_2} & \dfrac{z-z_2}{r_2} & -1 \\ \dfrac{x-x_3}{r_3} & \dfrac{y-y_3}{r_3} & \dfrac{z-z_3}{r_3} & -1 \\ \dfrac{x-x_4}{r_4} & \dfrac{y-y_4}{r_4} & \dfrac{z-z_4}{r_4} & -1 \end{bmatrix}$$

由式(8)可得定位误差的估计值

$$\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{C}^{-1}\mathrm{d}\boldsymbol{Y} \tag{9}$$

定位误差的协方差阵为

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{d}\hat{X}} = E[\,\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}} \cdot \mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\,] = \boldsymbol{C}^{-1} \cdot \{E[\,\mathrm{d}\boldsymbol{Y} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\,] \cdot \boldsymbol{C}^{-\mathrm{T}}$$

其中

$$E[\,\mathrm{d}\boldsymbol{Y} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\,] = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\Delta r_1} & \eta_{12}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_2} & \eta_{13}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_3} & \eta_{14}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_4} \\ \eta_{12}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_2} & \sigma^2_{\Delta r_2} & \eta_{23}\sigma_{\Delta r_2}\sigma_{\Delta r_3} & \eta_{24}\sigma_{\Delta r_2}\sigma_{\Delta r_4} \\ \eta_{13}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_3} & \eta_{23}\sigma_{\Delta r_2}\sigma_{\Delta r_3} & \sigma^2_{\Delta r_3} & \eta_{34}\sigma_{\Delta r_3}\sigma_{\Delta r_4} \\ \eta_{14}\sigma_{\Delta r_1}\sigma_{\Delta r_4} & \eta_{24}\sigma_{\Delta r_2}\sigma_{\Delta r_4} & \eta_{34}\sigma_{\Delta r_3}\sigma_{\Delta r_4} & \sigma^2_{\Delta r_4} \end{bmatrix}$$

其中,$\sigma_{\Delta r_i}$为第 i 站与主站之间距离差的测量误差标准差;η_{ij}为 Δr_i 与 Δr_j 间的相关系数.

由此可得 GDOP 的表达式

$$G = \sqrt{\boldsymbol{P}_{\mathrm{d}\hat{X}}(1,1) + \boldsymbol{P}_{\mathrm{d}\hat{X}}(2,2) + \boldsymbol{P}_{\mathrm{d}\hat{X}}(3,3)} \tag{10}$$

2.2　仿真结果分析

仿真条件:主站的位置为(0,0,0.1)km;4 个辅站以主站为中心,按正菱形分布,具体位置分别为(30,0,0),(-30,0,0),(0,-30,0),(0,30,0),单位均为 km. 测时误差为20 ns,测时误差之间的相关系数为 0.5,目标高度为 10 km,由于布站误差对定位精度的影响并不大,因此这里没有考虑布站误差.

图 1、2 分别给出了该算法在正菱形布站条件下的 GDOP 等高线图及 GDOP 三维分布图. 图中的"o"表示站位. 不难看出,虽然部分区域的定位精度较高,但在观测区域的两个对角线方向及主站附近的定位精度非常差,误差峰值已超过 20 km,即目标在这些区域出现时,该算法无法对其准确定位.

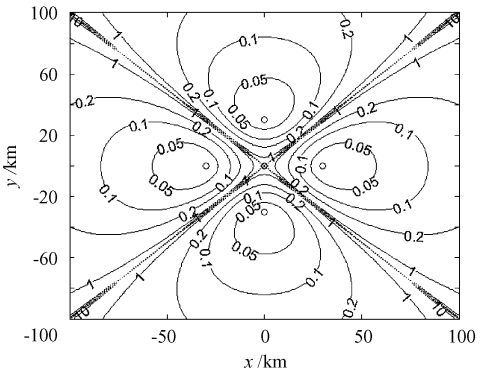

图 1　正菱形布站时的 GDOP 等高线图

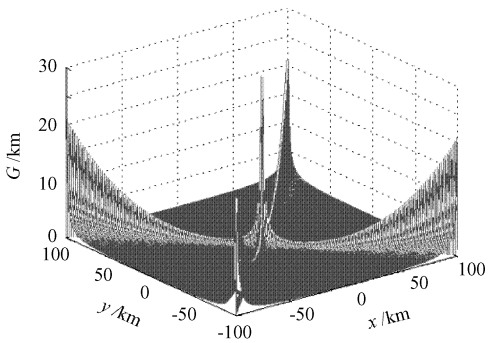

图 2　正菱形布站时的 GDOP 三维分布图

改变布站方式,让 4 个辅站仍以主站为中心,按扁菱形分布,保持其它的仿真条件不变,得到图 3、4 所示的仿真结果.

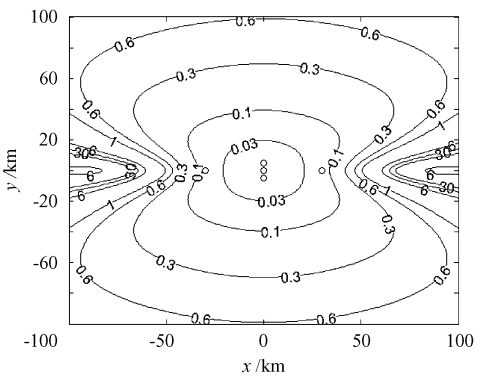

图 3　扁菱形布站时的 GDOP 等高线图

由图 3、4 可见,在观测区域的左右两侧定位误差急剧增加,误差峰值已达到 300 km 以上,即在该区域内无法实现定位.

在图 1 ~4 中,定位误差较大的观测区域实质上就是使式(6)中 $\boldsymbol{B}$ 阵不满秩的区域. 对于 4 变量算法来说,无论如何布站,在使 $\boldsymbol{B}$ 阵不满秩的观测区域内均无法获得高的定位精度. 通过理论分析和仿真发现,增加观测站的个数可在一定程度上减少 $\boldsymbol{B}$ 阵不满秩的几率,即减少定位误差"突高"的区域,但仍无法彻底消除这些区域,而

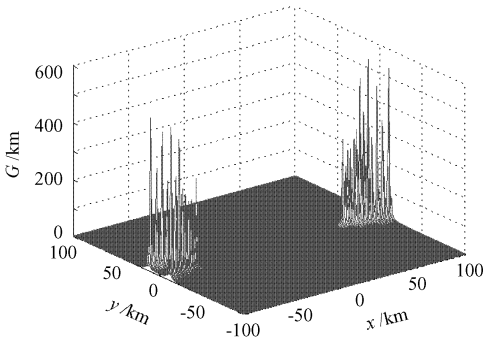

图 4 扁菱形布站时的 GDOP 三维分布图

且这要以增加系统的复杂度为代价. 所以说 4 变量算法虽然可以消除定位模糊,但无法在整个观测区域内获得令人满意的定位精度.

3 融合算法及仿真结果

3.1 融合算法

为了获得较高的定位精度,同时又能够消除定位模糊,可将由多个观测站构成的时差定位系统分成多个子系统,并将各子系统的定位解进行融合.

仍以 5 个观测站构成的时差定位系统为例说明该融合算法的基本思想. 将 5 个观测站构成的时差定位系统分成 4 个子系统,每个子系统都由 4 个站组成. 一方面,由每个测量子系统利用算法 1 获得 2 个定位解,然后对不同测量子系统的解进行最小距离配对,由最小距离所对应的解集来确定目标的真实解,从而达到消除定位模糊的目的. 另一方面,将 4 个子系统的定位解及误差协方差阵利用简化加权最小二乘(SWLS)融合算法[1]进行融合,可有效提高定位精度. 融合后的目标位置估计值、误差协方差矩阵以及 GDOP 的表达式分别为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{SWLS}} = \left(\sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{P}_i^{-1} \right)^{-1} \sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{P}_i^{-1} \boldsymbol{X}_i \tag{11}$$

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{SWLS}} = \left\{ \boldsymbol{I} + \left(\sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{P}_i^{-1} \right)^{-1} \cdot \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{4} \sum_{j=1}^{4} \boldsymbol{P}_i^{-1} \boldsymbol{P}_{ij} \boldsymbol{P}_j^{-1} \right) \right\} \left(\sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{P}_i^{-1} \right)^{-1} \tag{12}$$

$$G = \sqrt{\mathrm{tr}\left(\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{SWLS}} \right)} \tag{13}$$

其中,$\boldsymbol{P}_i$ 为第 i 个子系统所对应的误差协方差矩阵;$\boldsymbol{P}_i$ 的求解与文中 2.1 所述方法类似,故此处省略其求解过程. $\boldsymbol{I}$ 为与 $\boldsymbol{P}_i$ 同维数的单位矩阵. 式(12)中,$\boldsymbol{P}_{ij} = E[\mathrm{d}\boldsymbol{X}_i \mathrm{d}\boldsymbol{X}_j^{\mathrm{T}}]$,$(i \neq j)$

3.2 仿真结果

下面将通过仿真验证该算法的定位精度. 具体的仿真条件为:主站的位置为(0,0,0.1)km,4 个辅站的位置分别为(30,0,0),(-30,0,0),(0,-30,0),(0,30,0),单位均为 km. 将 5 个站分成 4 组‘T’型测量子系统,‘T_1’:(0,0,0.1),(-30,0,0),(30,0,0),(0,30,0);‘T_2’:(0,0,0.1),(-30,0,0),(30,0,0),(0,-30,0);‘T_3’:(0,0,0.1),(-30,0,0),(0,30,0),(0,-30,0);‘T_4’:(0,0,0.1),(30,0,0),(0,30,0),(0,-30,0). 之所以按‘T’型划分子系统,是因为仿真实验[2]已证明该布站形式具有较好的定位性能. 测时误差为20 ns,不考虑布站误差,测时误差之间的相关系数为0.5,目标高度为 10 km. 利用简化加权最小二乘算法对各子系统的数据进行融合. 图 5 和图 6 给出了融合后的 GDOP 分布图.

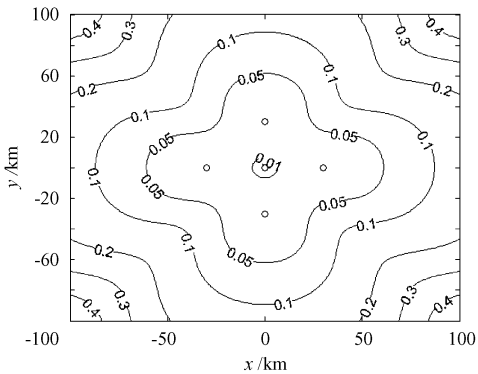

图 5 正菱形布站融合算法的 GDOP 等高线图

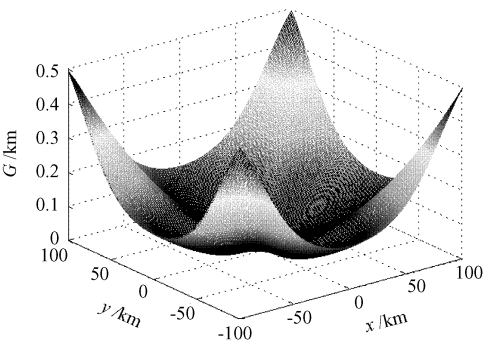

图 6 正菱形布站融合算法的 GDOP 三维分布图

比较图 1、2 和图 5、6 可见,多子系统融合算法所得到的整个观测区域的定位精度均较高. 在观测区域的两个对角线方向及主站附近的定位精度则明显高于 4 变量算法.

在扁菱形布站的情况下,该算法同样可获得高于 4 变量算法的定位精度. 图 7、8 给出了仿真结果.

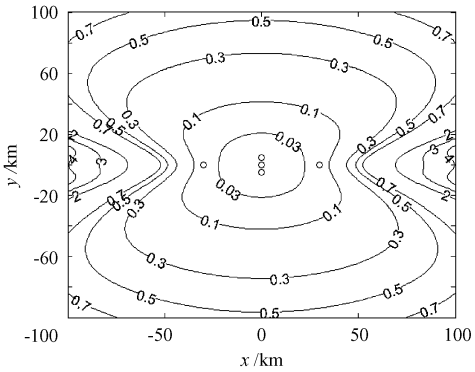

图 7　扁菱形布站融合算法的 GDOP 等高线图

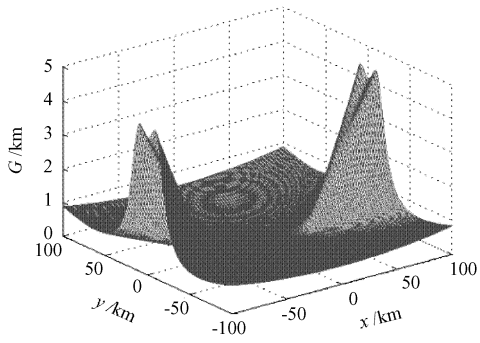

图 8　扁菱形布站融合算法的 GDOP 三维分布图

通过仿真结果的比较可见,在不同布站方式下,多子系统融合算法的性能均优于 4 变量算法,因此更能满足工程实践的需要. 多子集融合算法之所以具有较高的定位精度主要是由于它充分利用了系统所获得的冗余信息,但同时它所付出的代价是计算量有所增加.

4　结 束 语

对于无源时差定位系统,需要找到既能消除定位模糊又具有较高定位精度的时差定位方法. 本文通过对增加辅站的 4 变量算法的 GDOP 分析及仿真实验,证明该方法虽然可以消除定位模糊,但定位精度并不令人满意,尤其是在某些观测区域,其定位精度极差,无法满足工程需要. 最后本文在传统时差定位方法的基础上,提出了多子系统的融合算法,仿真分析表明其不仅具有较高定位精度,而且能消除定位模糊,易于工程实现.

参考文献 (**References**)

[1] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京:国防工业出版社,1996. 117 ~ 124
Sun Zhongkang, Zhou Yiyu, He Lixing. Monostatic/multistatic active and passive location techniques[M]. Beijing: National Defence of Publishing House, 1996. 117 ~ 124 (in Chinese)

[2] 王　成,李少洪,王鑫全,等. 测时差被动定位算法的研究[J]. 系统工程与电子技术,2001,23(11):9 ~ 12
Wang Cheng, Li Shaohong, Wang Xinquan, *et al*. Research of passive location algorithm based on time difference of arrival[J]. Systems Engineering & Electronics, 2001, 23(11): 9 ~ 12 (in Chinese)

[3] Don J T. Statistical theory of passive location systems[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1984, 20(2): 183 ~ 198

[4] Friedlander B. A passive localization algorithm and its accuracy analysis[J]. IEEE Journal Oceanic Engineering, 1987, 12(1): 234 ~ 245

[5] 陈祖明. 矩阵论引论[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1998. 246 ~ 250
Chen Zhuming. The theory of matrices[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1998. 246 ~ 250 (in Chinese)

[6] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905 ~ 1915

[7] Ho K C, Chan Y T. Solution and performance analysis of geolocation by TDOA[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(4): 1311 ~ 1322