直线与任意曲线求交算法在晶粒度计算的应用

于 洋 刘二莉 周铁涛 刘培英

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083) (北京航空航天大学 材料科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 对于晶粒度测量的计算机化问题, 从材料学的角度讨论了其可行性. 采用平均直径法对一幅经过处理的晶界图像进行晶粒度计算. 基于 Freeman 码的原理, 分析了欧氏空间下与泛欧空间下直线与曲线交点求法的差异性, 提出了"伪交点"的概念, 在理论上给出了求交的解决方案, 同时也从计算机图形学的角度分析了影响计算直线与曲线交点的因素, 在算法上也给出了相应的解决方案. 最终计算结果和试验结果吻合较好, 表明这种方法计算晶粒度快捷有效, 可以应用于工程分析.

关 键 词: 计算机图形学; 晶粒度; 体视学; 定量金相; 直线求交; 平均直径法

中图分类号: TP 301. 6

文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965 (2005) 03-0316-05

Application of algorithm of intersection between lines and random curves in calculating grain size

Yu Yang Liu Erli

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Zhou Tietao Liu Peiying

(School of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The feasibility of computerization problem of grain size measuration was discussed from the viewpoint of Material Science. The average diameter method was adopted to compute the grain size for an image processed about grain-edge. Based on the Freeman code principle, the differences between the method for seeking the intersection between lines and curves in Euclidean space and that in Parr-Euclidean space were analyzed, and the conception of pseudo-intersection was proposed, the solution for calculating intersection was advanced theoretically. the factors that influence the computation of the intersections between lines and curves were analyzed from the viewpoint of computer graphics, and the corresponding solution in algorithm was provided. The results of calculation are identical with the experimental result finally; the method is approved to be swift and efficient, and can be used in engineering analysis.

Key words: computer graphics; grain size; stereology; quantitative metallography; intersection between lines; average diameter method

晶粒度组织的大小是金属材料最重要的组织特征参数之一, 因为它对金属材料几乎所有的性能和转变都会产生重要的影响. 所以, 在金属材料的研究和生产过程中, 都十分重视对晶粒度或组织大小的控制和评定[1].

随着体视学和定量金相学以及计算机技术和图像处理技术的发展, 将计算机图像分析技术应用于晶粒度的定量测量, 采用晶粒平均直径法替

收稿日期: 2003-10-08

基金项目: 国家 863 计划资助项目 (2001AA332030)

作者简介: 于 洋 (1978-), 男, 山东菏泽人, 硕士生, freshyy@163. com.

代传统的人工比较法，能够有效地解决人工测量带来的误差，从而提高测试的精度和计算的准确性.

1　晶粒度计算的原理

按照国家标准，晶粒大小的等级是由下述计算式确定的[1]：

$$G = 1 + \frac{\lg n}{\lg 2} \quad (1)$$

其中，G 为晶粒等级；n 为放大 100 倍时 1 in^2 (645 mm^2) 内的晶粒个数.

换算成国际单位制，得到

$$G = 1 + \frac{\lg(N_A \times 645)}{\lg 2} = \frac{\lg N_A}{\lg 2} - 3 \quad (2)$$

其中 N_A 为 1 mm^2 内的晶粒个数.

晶粒平均直径是常用的衡量晶粒大小的特征参数，但这个概念不够准确，因为合金组织中晶粒的空间形貌并不是球形，在金相磨面上的截面图形也不是圆. 通常所说的晶粒平均直径，是指金相磨面上晶粒的平均截线长度. 在金相磨面上的二维组织图像上用一定长度的测量线穿截时，则

$$\bar{L}_2 = \frac{L_T}{N} = \frac{1}{N_L} = \frac{1}{P_L} \quad (3)$$

其中，L_T 为测量线总长度；N 为测量线穿截的晶粒个数；N_L 为单位测量线上晶粒的个数；P_L 为单位测量线上的晶界交截点数.

利用晶粒平均直径的概念，可以导出晶粒度等级 G 与晶粒平均直径 $\bar{L}_2$ (mm) 的关系：

$$G = \frac{\lg N_A}{\lg 2} - 3 = -3.24 - 6.64 \lg \bar{L}_2 \quad (4)$$

2　求交出现的问题

由式 (4) 知，若要计算晶粒度等级，只要求出晶粒的平均直径 $\bar{L}_2$ 即可. 式 (3) 则提供了 $\bar{L}_2$ 计算方法：对于一幅晶界图像，随机画出 K 条直线段，统计出这 K 条直线段的长度总和 L_T 以及这些直线段与晶界的交点总数 N (等于交截的晶粒总数) 即可.

由于每条直线段的起点和终点坐标都是已知的，所以 L_T 的计算很简单，需要注意的是：根据屏幕坐标算出来的长度只是逻辑长度 L'_T，假设其标定系数为 λ (mm/单元)，则：$L_T = \lambda L'_T$.

问题的关键在于如何统计直线段与晶界的交点个数 N.

在计算机中，对于曲线 (包括直线)，其表现形式有 4-连通和 8-连通 2 种. Freeman 码[2] 是最常用的表示形式，它描述了邻点与目标点间的 8 种相对位置关系，如图 1 所示.



图 1　Freeman 码

在本文中无论是对于经过细化处理后的晶界 (图 2) 还是对于边界追踪处理后的粒子状 (孤岛状区域) 的边界 (图 3)，都是采用基于 8-连通的表现形式 (这样得到的边界比基于 4-连通的边界显得更细，具有更多的灵活度，因为它比 4-连通多 4 个方向).

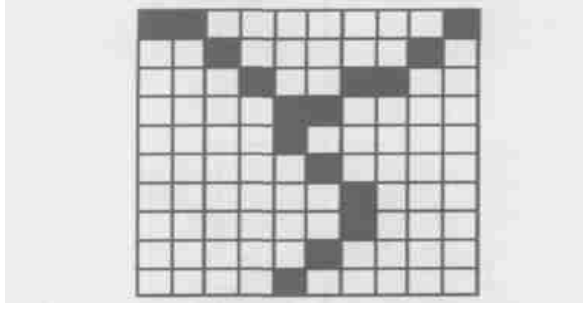

图 2　晶界放大图

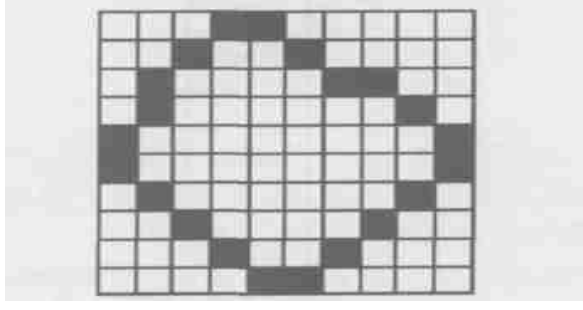

图 3 颗粒边界放大

根据 Freeman 猜测[3] 知道直线段在计算机中的表现形式如图 4 所示.

传统的交点定义为：交点处 2 直线的 x，y 坐标对应相等[4]. 这种定义最初来源于连续空间，但是在离散空间中，按照这种定义计算交点个数的时候会出现一些奇怪现象. 按照连续空间中交点的定义，图 5 所示的情况下，交点数为零；图 6 所示的情况下，一个交点被记做 3 次 (多记的那 2 个点，称之为伪交点. 其中灰色像素表示直线段，黑色像素表示曲线段). 上述 2 种结果显然是错误的. 经过试验测试，这 2 种情况都会出现，而且第二种情况出现的概率很大. 这样在多次测量过程中，将会导致晶粒度产生很

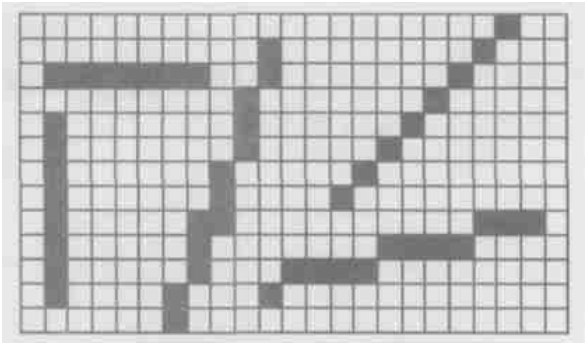

图 4 直线段在计算机中的表现形式

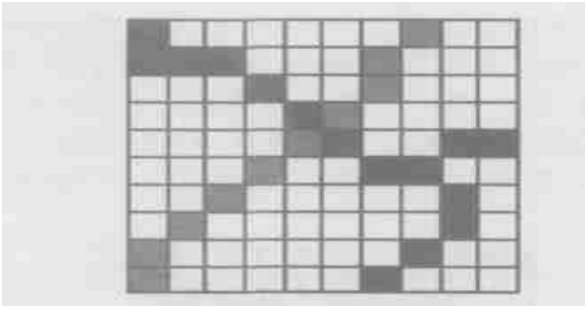

图 5 交点数为零(漏点)

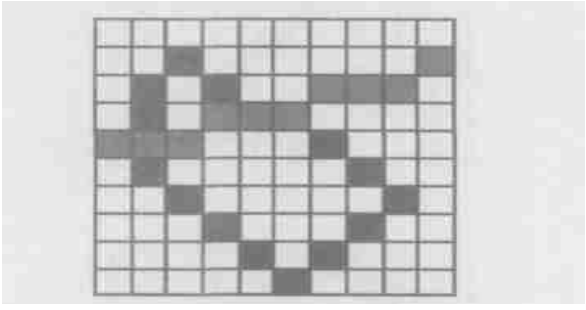

图 6 伪交点(计数偏多)

大偏差.

产生该问题的原因主要是:传统的欧氏几何假定点无大小,线无宽度,因而在欧氏几何中,2 直线相交有唯一的交点. 在泛欧[4]几何中,就是欧氏几何的离散化,离散点是有大小宽度面积的一个区域,区域面积的大小取决于离散空间的尺度. 在计算机中,屏幕的分辨率决定了像素的大小,连续的图形总是通过离散的像素表示[4],而在位图中,最小的度量单位就是像素. 此时所谓的交点在计算机中的表示就是公共的像素.

3 求交算法的解决方案

由上分析可知,出现上述奇怪现象是由于连续空间上的数学求交法则在离散空间上不适应造成的. 所以就有 2 种相应解决方法:

1) 离散空间转化为连续空间:曲线矢量化

直线段的 2 端点坐标已知,所以直线方程已知. 因此只需要把晶界矢量化. 这样在计算机存储的就是晶界的数学表达式,求 2 者的交点就是求解联立方程组. 将曲线矢量化,可采用多边形近似描述,多项式拟合,样条拟合等方法. 设曲线表示为

$$C(x)=\left\{f_1(x)\cup f_2(x)\cup\cdots\cup f_n(x)\mid x\in T\right\} \tag{5}$$

其中

$$T=[x_{1L},x_{1R}]\cup[x_{2L},x_{2R}]\cup\cdots\cup[x_{nL},x_{nR}] \tag{6}$$

将直线段方程与所有曲线段联立求解:

$$\left.\begin{array}{l}ax+by+c=0\\ f_1(x)=0\\ x\in[x_{1L},x_{1R}]\end{array}\right\}\cdots\left.\begin{array}{l}ax+by+c=0\\ f_n(x)=0\\ x\in[x_{nL},x_{nR}]\end{array}\right\} \tag{7}$$

有解的方程组的个数即为所求.

虽然这种方法理论上完全可行,但是却很不实用. 晶粒生长的随机性,导致晶界的形状各不相同;无法避免的微小噪声,使晶界细节处更复杂;通常所要描述的晶界曲线至少有一个拐点,如果用多项式拟合,至少需要是 3 次曲线;晶粒度测量是一个统计结果,所以测量次数很多.

综上所述,不仅矢量化的工作量大[5],难度高,而且需要求解 $N\times M$ 个方程组N 为拟合曲线段数,M 为测量次数,通常 N 和 M 都很大.

2) 连续空间转化为离散空间:直线离散化

计算机图形学中绘制直线的算法有很多[6],经典的直线转换算法有 DDA、中点画线法和 Bresenham 算法[7],相对前面的曲线矢量化,将直线离散化要简单的多. 研究发现漏点的情况只出现在“1357”邻域情况下,所以将其转化为“0246”邻域就可以避免上述问题的出现. 转换后,对应的边界就是基于 4-连通的,所以为了保持原有的 8-连通不变,建立一张静态表,它存储了基于 4-连通的晶界,计算的时候查询该表,这样就在不改变原图像的基础上正确统计了交点个数.

比较上述 2 种方法,第二种方法显然要比第一种方法简单,并且对 4-连通和 8-连通的 2 种边界均适用.

4 算法实现

算法步骤:

1) 扫描整幅晶界图像,将 8-连通图转化为 4-连通图,生成晶界表 Mark [lWidth × lHeight] .

该表为 BOOL 型,如果当前点为白点(背景点),对应值为 FALSE,继续扫描;否则,进行

以下设置（设当前点坐标为（i, j），lWidth 为位图的存储宽度[8]）：

```
Mark [j * lWidth + i] = TRUE; //current point is black
```

有以下几种情况，转化过程如下：

①4-连通方向上至少有 2 个邻点，不会漏点，无需转化.

②4-连通方向上没有邻点，如图 7 所示.

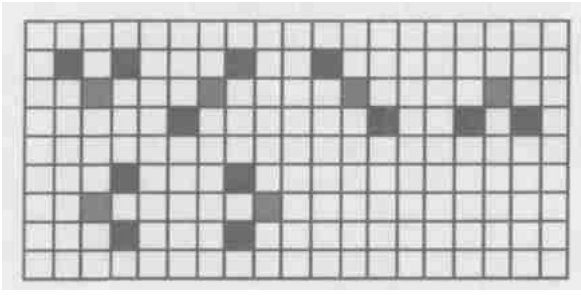

图 7　4-连通方向没有邻点

其中上面一行可归为一类，将 0，4 邻点记为黑.

```
Mark [j * lWidth + i + 1] = TRUE; //0-dir is black
Mark [j * lWidth + i - 1] = TRUE; //4-dir is black
```

下面一行归为一类，将 2，6 邻点记为黑.

```
Mark [(j - 1) * lWidth + i] = TRUE; //2-diris black
Mark [(j + 1) * lWidth + i] = TRUE; //6-dir is black
```

③4-连通方向上只有一个邻点，如图 8 所示.

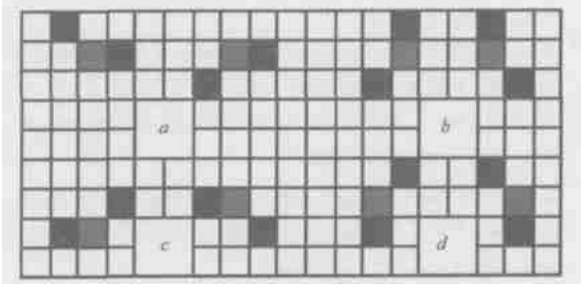

图 8　4-连通方向只有一个邻点

图 8 中 a，b，c，d 4 种情况依次是在 4-连通方向上只有 0，2，4，6 点，所以相应地在 4，6，0，2 方向上添加黑点即可. 以第一个为例，其它以此类推.

```
Mark [j * lWidth + i - 1] = 1; //4-dir is black
```

经过①，②，③3 步就完成了 8-连通向 4-连通的转化.

2）直线离散化.

DDA 算法简单、直观，本文采用该算法. 沿着直线斜率不大于 1 的方向追踪求交. 通过 DDA 算法，每得到直线段上一个点时便在 Mark 表种查询该点对应的值，如果为 TRUE，则该点是一个交点.

3）消除伪交点计数.

只消除计数错误，并不消除伪交点. 当得到一个交点时，判断前面记录的交点是否与之相邻，是，则该点为伪交点，不计数；否则，计数.

伪代码如下：

```
if (CurrentPoint is CrossPoint)
{
//还没有遇到交点，记录第一个交点
  if (Crossnum = 0)
   {
    Crossnum++;
    CrossPoint = CurrentPoint;
  }
  else if (|CurrentPoint-CrossPoint|^2 < 2)
   {
    //说明此“交点”与前面的交点相
    //邻，不应计算在内
    //同时把此“交点”赋值给
    //CrossPoint，用于下次判断
    CrossPoint = CurrentPoint;
  }
  else
   {
    Crossnum++;
    CrossPoint = CurrentPoint;
  }
}
```

5　应用实例

下面以一幅经过处理（边缘检测→细化→去噪，但仍然存在一些噪声，实际上所遇到的都是这种情况）后的 181 × 216 的标准等级图谱（如图 9 所示）为例进行测试.

测试状态分 3 种：

①不消除漏点，但消除连续公共点误计数；

②消除漏点，而且消除连续公共点误计数；

③消除漏点，但不消除连续公共点误计数.

分析知：状态①时，记录的交点数偏少，晶粒度等级偏低，晶粒偏粗；状态③时，记录的交点数偏多，晶粒度等级偏高，晶粒偏细；状态②

并不存在上述方法误差, 值应该介于二者之间. 表1 的实验结果也证明了这一点.

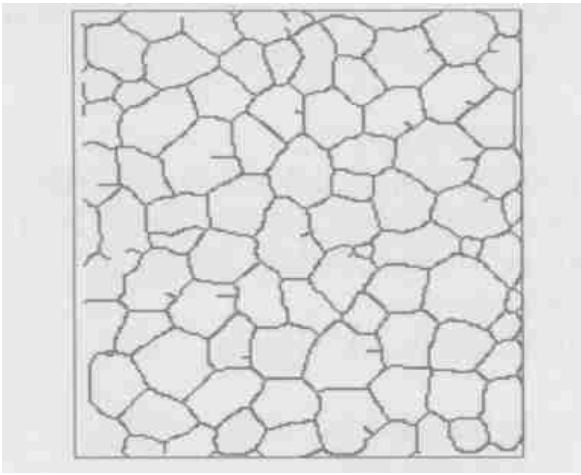

图 9 5 级晶粒图

表 **1** **3** 种条件下的得到的晶粒度

项 目	测试状态		
	①	②	③
数据	4.657107	4.769769	6.499407
	4.667838	4.889821	6.528308
	4.617244	4.811309	6.439331
	4.67293	4.749955	6.3955
	4.663693	4.799618	6.314191
	4.648175	4.791345	6.469185
	4.612577	4.757393	6.363006
	4.531968	4.879644	6.339979
	4.572254	4.789214	6.646593
	4.687653	4.772199	6.623543
平均值	4.633144	4.801027	6.461904
相对误差/%	-7.39	-3.92	29.16

6 结束语

从晶粒度计算公式可知, 计算误差主要取决于晶粒的平均直径, 相当于求单位线长的交点个数, 所以如何精确地求出直线与曲线的交点个数至关重要.

本文分析了影响求交算法的 2 个重要因素, 并就如何避免这两种情况提出了相应的解决方案, 并通过实验证明, 这种解决方案是有效的.

此外, 值得说明的是, 本文进行晶粒度计算是在所用的图像经过处理后, 噪声基本上处理掉, 晶界基本上能反映其本来面目 (或者不会对晶粒度计算造成严重失真) 的前提下进行的. 有关其预处理工作 (滤波、去噪、细化、晶界修复) 可参考相关文献.

参考文献 (**References**)

[1] 秦国友. 定量金相 [M]. 成都: 四川科学技术出版社, 1987
Qin Guoyou. Quantitative metallography [M]. Chengdu: Sichuan Science Technology Press, 1987 (in Chinese)

[2] 徐建华. 图像处理与分析 [M]. 北京: 科学出版社, 1992
Xu Jianhua. Image process and analysis [M]. Beijing: Science Press, 1992 (in Chinese)

[3] Wu Lide. On the Freeman's conjecture about the chain code of a line [A]. In: Proc of 5th International Joint Conference on Pattern Recognition [C], 1980

[4] 杜江川, 刘鸿健. 基于断码的直线求交 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1995, 7 (1): 25~32
Du Jangchuang, Liu Hongjian. Algorithm for seeking intersection points for digital line based on segment codes [J]. Chin J CAD & CG, 1995, 7 (1): 25~32 (in Chinese)

[5] 邹荣金, 蔡士杰, 张福炎, 等. 字符粘连及字线相交的分割与识别方法 [J]. 软件学报, 1999, 10 (3): 241~247
Zou Rongjin, Cai Shijie, Zhang Fuyan, *et al*. Segmentation and recognition methods of adhesion and intersection character string with the line [J]. Journal of Software, 1999, 10 (3): 241~247 (in Chinese)

[6] Chen J X, Wang Xusheng, Bresenham J E. The analysis and statistics of line distribution [J]. Computer Graphics and Applications IEEE, 2002, 22 (6): 100~107

[7] Bresenham J E. Algorithm for computer control of digital plotter [J]. IBM Syst, 1965, 4 (1): 25~30

[8] 何 斌, 马天予, 王运坚, 等. Visual C++ 数字图像处理 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2001
He Bin, Ma Tianyu, Wang Yunjian, *et al*. Visual C++ digital image process [M]. Beijing: People's Posts & Telecommunicartions Publishing House, 2001 (in Chinese)