四自由度对称并联机器人结构综合方法

房海蓉 方跃法 郭 胜

(北京交通大学 机械与电子控制工程学院, 北京 100044)

摘 要: 利用螺旋理论, 分析了少自由度并联机构中支链运动螺旋系与动平台约束螺旋系的关系, 列举了五阶运动螺旋系的支链类型, 在此基础上提出了一种四自由度对称并联机器人结构综合的方法, 并利用该方法针对动平台 3 转动 1 移动的运动特征要求, 进行了结构综合, 得到多种具有对称结构的四自由度并联机器人机构类型. 结果表明: 少自由度并联机构的运动与约束通过螺旋数学模型来表达简单直观, 便于机构的型综合; 同时该方法针对给定动平台的运动特征, 可以方便快捷地进行对称结构的型综合, 有利于少自由度并联机器人机构的结构创新, 为少自由度并联机构的优化设计奠定了基础.

关 键 词: 并联; 机器人; 自由度; 结构综合; 螺旋理论

中图分类号: TH 112. 1

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965 (2005) 03-0346-05

Structural synthesis method for 4-degrees-of-freedom symmetrical parallel manipulators

Fang Hairong Fang Yuefa Guo Sheng

(School of Mechanical and Electronic Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Based on screw theory, the relationship between motion screw system of limbs and constraint screw system of moving platform were analyzed. All possible 5-order motion screw systems of limbs' structures were enumerated, and then a systematic method was presented for structural synthesis of 4-DOF (4-degrees-of-freedom) parallel manipulators with symmetrical structure. According to their motion property, using this method, a serial of manipulators with 3-translation and 1-rotation mobility that had different structures were gotten. Results show that method has simple expression form for structural synthesis of lower mobility parallel manipulators relying on the relationship between motion and constraints that both have the screw models for easily analyzing. Results also show that the method can be easily applied for structural synthesis, and can be efficiently and fleetly used for structural synthesis of symmetrical mechanisms based on the given motion property of moving platform. It establishes the foundation for optimizing design for lower mobility parallel manipulators.

Key words: parallel; manipulator; degrees-of-freedom; structural synthesis; screw theory

目前对少自由度并联机器人机构类型提出较多的是三自由度并联机器人机构, 而四自由度并联机器人机构的类型则提出较少[1~5], 且机构多是由不同支链结构组成的非对称并联机构. 而在并联机器人机构设计中, 通常是首选具有相同支链结构的对称并联机器人机构, 这种结构形式制造简单、运动学分析和控制容易, 应用也广泛, 因此研究四自由度对称并联机器人机构的结构综合方法具有重要的实际意义.

关于并联机器人机构结构综合方法的研究,

收稿日期: 2003-09-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50375001)

作者简介: 房海蓉 (1968 -), 女, 辽宁凌源人, 博士生, fhr @jdxy. njtu. edu. cn.

有 Hunt[6] 提出的螺旋法，金琼、杨廷力[7]等人提出的单开链法等. 本文将采用螺旋理论对少自由度并联机器人机构进行分析，提出一种基于螺旋理论的四自由度对称并联机器人结构综合的方法，并利用该方法进行给定运动特征的对称四自由度并联机器人结构综合，其结果对于设计性能优良的并联机器人机构具有十分重要的意义.

1　并联机构螺旋理论基础

螺旋可用对偶矢量 $\$ = (s; s_0)$ 来表示，其中 s 代表空间一个矢量，为对偶矢量原部；$s_0 = s_0 + hs$ 表示了该矢量在空间的位置，为对偶矢量偶部. $s_0 = r \times s$，r 是由原点至该空间矢量任一点的矢径；$h = s \cdot s_0 + (s \cdot s)$ 称为螺旋的节距，当 $h = 0$ 时，螺旋退化为线矢量，记为 $\$ = (s; s_0)$；当 $h = \infty$ 时，螺旋退化为偶量，记为 $\$ = (0; s)$. 如果有 2 个螺旋 $\$$ 和 $\$_r$ 满足下式

$$\$ \circ \$_r = 0 \tag{1}$$

则称 $\$_r$ 和 $\$$ 互为反螺旋. 式中“$\circ$”表示互易积.

2　支链约束螺旋系分析及综合

2.1　支链运动螺旋系与约束螺旋系分析

对于 n 自由度的串联支链，不失一般性，设其均由基本副 (R 和 P) 组成. 第 i 个运动副的轴线可用单位螺旋 $\hat{\$}_i$ 表示，所有运动副螺旋组成一个 n 阶系统，称其为支链运动螺旋系统，可用下式表示：

$$T_L = [\hat{\$}_1 \quad \hat{\$}_2 \quad \cdots \quad \hat{\$}_n] \tag{2}$$

式中 n 为支链单自由度运动副的数目.

如果 $n < 6$ 的话，则存在 $(6-n)$ 个线性独立的支链力螺旋，这些力螺旋形成一个 $(6-n)$ 阶系统，称为支链力螺旋系，力螺旋系中的所有力螺旋都与支链运动螺旋系中的每个螺旋相逆，即

$$\$_{rj} \circ \hat{\$}_i = 0 \tag{3}$$

式中，$\hat{\$}_i$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 是第 i 个关节的单位运动螺旋；$\$_{rj}$ $(j = 1, \cdots, 6-n)$ 是支链反螺旋系中第 j 个力螺旋.

对于 5 阶运动螺旋系支链只对动平台提供一个约束，如果该约束为约束力则称该支链为 F-链，如果该约束为约束力偶则称该支链为 C-链.

2.2　F-链结构综合

设 F-链对平台提供的约束力螺旋用节距为 0 的单位螺旋表示为

$$\hat{\$}_r = (s_r; r_r \times s_r) \tag{4}$$

式中，$s_r = [l_r \quad m_r \quad n_r]$ 表示力线矢的单位方向矢量；$r_r = [x \quad y \quad z]^T$ 表示力线矢的位置矢量.

由式 (3) 求得与 $\hat{\$}_r$ 互逆的 5 个支链运动基螺旋为

$$\left.\begin{aligned}
\$_1 &= \left\{\begin{matrix} 1 & 0 & 0; & -\dfrac{n_r y - m_r z}{l_r} & 0 & 0 \end{matrix}\right\} \\
\$_2 &= \left\{\begin{matrix} 0 & 1 & 0; & -\dfrac{l_r z - n_r x}{l_r} & 0 & 0 \end{matrix}\right\} \\
\$_3 &= \left\{\begin{matrix} 0 & 0 & 1; & -\dfrac{m_r x - l_r y}{l_r} & 0 & 0 \end{matrix}\right\} \\
\$_4 &= \left\{\begin{matrix} 0 & 0 & 0; & -\dfrac{m_r}{l_r} & 1 & 0 \end{matrix}\right\} \\
\$_5 &= \left\{\begin{matrix} 0 & 0 & 0; & -\dfrac{n_r}{l_r} & 0 & 1 \end{matrix}\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

F-链中任一运动副螺旋 $\$$ 都可以由 5 个运动基螺旋线性组合得到，即

$$\$ = (s; s_0) = a\$_1 + a\$_2 + c\$_3 + d\$_4 + e\$_5 = \left\{\begin{matrix} a & b & c; \\ -\dfrac{dm_r + en_r + f}{l_r} & d & e \end{matrix}\right\} \tag{6}$$

式中，a，b，c，d，e 为不能同时为 0 的任意常数；$f = a(n_r y - m_r z) + b(l_r z - n_r x) + c(m_r x - l_r y)$.

当式 (6) 中 $s \cdot s_0 = 0$ 和 $s \cdot s = 1$ 时，得节距为 0 的转动副单位运动螺旋为

$$\hat{\$} = (s; s_0) = \left\{\begin{matrix} a & b & c; \\ \dfrac{d(bn_r - cm_r) - cf}{cl_r - an_r} & d & \dfrac{d(am_r - bl_r) + af}{cl_r - an_r} \end{matrix}\right\} \tag{7}$$

式中 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

由式 (7) 可知，转动副轴线方向由给定参数 a，b，c 确定，转动副轴线的位置则由单一参数 d 来确定. 不失一般性，假设 $r_r = [0 \quad 0 \quad 0]$，则 $f = 0$，从式 (7) 的 s_0 部表达式可以看出

$$s_0 = r \times s = -\left(\frac{d}{cl_r - an_r}\right) s_r \times s \tag{8}$$

在式 (8) 中，如果 $s \neq s_r$，则 F-链中与此相应的转动副螺旋与给定约束力螺旋相交；如果 $s = s_r$，其转动副螺旋与给定的约束力螺旋平行，且位置可以任意确定.

当 $a = b = c = 0$ 时，由式 (7) 可以得到节

距为无穷大的移动副单位运动螺旋

$$\hat{\$} = (\mathbf{0}; s) = \left(0 \quad 0 \quad 0; -\frac{dm_r + en_r}{l_r} \quad d \quad e\right) \tag{9}$$

式中 $\left(\frac{dm_r + en_r}{l_r}\right)^2 + d^2 + e^2 = 1$. 由式(4)和(9)可知 $s^T s_r = 0$，因此F-链中所有移动副都垂直于给定的约束力螺旋.

综上所述，在构造F-链时其转动副和移动副必须满足下述条件：

条件1 F-链中的所有转动副轴线必与给定约束力相交或与约束力方向平行.

条件2 F-支链中所有移动副都垂直于给定的约束力方向.

由条件1可知，在F-链中有2类转动副，与约束力相交的转动副为R-1型，称与约束力方向平行的转动副为R-2型. 为了唯一确定约束力的位置并避免冗余自由度的出现，支链中R-1型转动副至少为2最多为3. 由于F-链为5阶运动螺旋系，其线性独立的零节距运动螺旋数最多为5，所以F-链中转动副最多为5. 在三维空间中，线性独立的无穷大节距的运动螺旋最大数目为3，考虑到条件2的限制，F-链中线性独立的移动副数最多为2. 如将基本副R和P作为组成支链的运动副，则可以得到4杆5副的F-链类型有5R，4R1P和3R2P，运动副符号前的数字表示支链中相应运动副的数目.

应用运动副等效替换的方法，还可以得到3R1U，2R1U1P，3R1C，2R1C1P和1R1U2P的3杆4副分支类型，及2R1S，2U1R，1R1S1P，1R1U1C，1S2P，1R2C和1U1C1P的2杆3副支链类型.

2.3 C-链结构综合

C-链对平台提供的约束力偶用节距为无穷大的单位力螺旋来表示为

$$\hat{\$}_r = (0; s_r) = (0 \quad 0 \quad 0; l_r \quad m_r \quad n_r) \tag{10}$$

式中 $l_r^2 + m_r^2 + n_r^2 = 1$. 由式(3)求得C-链的5个运动基螺旋为

$$\left.\begin{aligned}
\$_1 &= (-m_r \quad l_r \quad 0; 0 \quad 0 \quad 0)\\
\$_2 &= (-n_r \quad 0 \quad l_r; 0 \quad 0 \quad 0)\\
\$_3 &= (0 \quad 0 \quad 0; 1 \quad 0 \quad 0)\\
\$_4 &= (0 \quad 0 \quad 0; 0 \quad 1 \quad 0)\\
\$_5 &= (0 \quad 0 \quad 0; 0 \quad 0 \quad 1)
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

C-链的任一运动副螺旋可以由此5个基螺旋的线性组合得到，即

$$\$ = (s; s_0) = a\$_1 + b\$_2 + c\$_3 + d\$_4 + e\$_5 = (-am_r - bn_r \quad al_r \quad bl_r; c \quad d \quad e) \tag{12}$$

式中，a，b，c，d，e为不能同时为零的任意常数.

如果令 $a = b = 0$，则式(12)变为节距为无穷大的单位螺旋，即

$$\hat{\$} = \frac{1}{\sqrt{c^2 + d^2 + e^2}}(0 \quad 0 \quad 0; c \quad d \quad e) \tag{13}$$

由于 c，d和e不能同时为零，所以C-链中移动副运动螺旋只要是线性独立的，就可以任意确定方向.

当 $s \cdot s = 1$ 且 $s \cdot s_0 = 0$ 时，式(12)变为0节距的单位螺旋，即

$$\hat{\$} = \frac{1}{w}\left(-am_r - bn_r \quad al_r \quad bl_r; \quad c \quad d \quad \frac{acm_r - adl_r + bcn_r}{bl_r}\right) \tag{14}$$

式中 $w = \sqrt{(am_r + bn_r)^2 + a^2 l_r^2 + b^2 l_r^2}$.

由式(10)和式(14)可得 $\hat{\$}_r \circ \hat{\$} = 0$，由此可知支链转动副的运动螺旋与约束力螺旋垂直.

于是可得在构造C-链时其转动副和移动副必须满足下述条件：

条件3 C-链中所有转动副轴线都必须位于垂直给定约束力螺旋方向的平面上.

条件4 C-链中移动副运动螺旋只要线性独立，移动副的方向及其在分支中的位置都可以是任意确定的.

根据条件条件3和条件4，以及5阶运动螺旋系中线性独立的节距为零的螺旋数目最多为5，可知C-链中转动副数目最多只能为5个. 线性独立的节距为无穷大的螺旋数目最多为3，对应的移动副最多为3个. 所以当用转动副(R)和移动副(P)作为支链结构综合的基本副时，可以得到4杆5副的C-链结构有5R，4R1P，3R2P，2R3P. 其中P和R前面的数字表示关节P和R的数目. 应用运动副等效替换的方法，还可以得到3R1U，3R1C，2R1U1P等3杆4副的C-链及RCU，UCP，CRC等2杆3副的C-链结构.

3 四自由度并联机构的综合

3.1　并联机构结构综合的步骤

四自由度并联机构结构综合的主要任务就是根据给定的平台运动特征，设计连接基础平台和动平台之间的所有支链结构，使其装配后能够对平台提供 2 个线性独立的约束，保证机构实现给定的运动要求.

在实际应用中，四自由度并联机器人动平台可以具有 3 转动 1 移动、3 移动 1 转动和 2 转动 2 移动的不同运动特征，可以根据下面的步骤对不同运动要求的四自由度并联机构进行结构综合：

1) 根据已知动平台运动特征写出平台运动基螺旋的数学模型，由公式 (3) 求出平台约束力螺旋系的所有基螺旋；

2) 根据平台约束力螺旋系建立各支链运动螺旋系，并进行支链结构综合列举. 对于 3 转动 1 移动运动平台，在进行结构综合时可以从 F-链选取支链结构，对于 3 移动 1 转动平台可以从 C-链中选取支链进行结构综合，对于 2 转动 2 移动平台则要从 F-链和 C-链中分别选取进行结构综合；

3) 确定各分支的结构几何条件，使其装配后能够满足动平台的约束要求；

4) 将满足条件的支链结构进行综合，列举可能的机构结构类型，为机构优化打基础.

本文将以 3 转动 1 移动四自由度并联机器人机构的结构综合为例具体说明该结构综合的方法和过程，其它四自由度并联机构可按照类似的方法进行结构综合.

3.2　运动平台螺旋系

对于四自由度并联机器人机构，当要求动平台具有 3 转动 1 移动 (沿 Z 轴) 4 个自由度时，平台将失去 2 个移动自由度，此时必有 2 个线性独立的约束力螺旋作用在平台上，用基螺旋表示为

$$\left.\begin{aligned}\hat{\$}_{\mathrm{r}}^{1} &= (1\quad 0\quad 0;0\quad 0\quad 0)\\ \hat{\$}_{\mathrm{r}}^{2} &= (0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0)\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

这是 2 个不随上下平台位置变化的定常单一力约束螺旋.

3.3　支链结构应满足的几何条件

为了使所综合的四自由度并联机构为对称结构，由式 (15) 可知机构综合中所选取的支链只能对平台提供单一的约束力，因此从 F-链的类型中选取 4 条结构相同的支链进行综合，这 4 条 F-链的约束力螺旋都作用在平台上，形成一个平台约束力螺旋系

$$W_P = [\$_{r1}, \$_{r2}, \cdots, \$_{r4}] \tag{16}$$

为了保证平台的运动特征，在构造支链结构过程中式 (16) 所示的平台约束力螺旋系的 W_P 秩必须为 2，为此 4 条 F-链的结构必须要满足如下线性几何条件：

条件 5　如果 W_P 全部由单一约束力组成，则所有的约束力必须位于一个平面且相交于一个公共点上.

根据条件 5，4 条 F-链在进行结构配置时还必须满足如下装配条件：

条件 6　4 条 F-支链中所有 R-1 型转动副其轴线应交于一公共点.

条件 7　所有 R-2 型转动副的轴线应位于与约束力平行的平面内.

这样 4 条 F-链装配后，才能使 W_P 的秩为 2，从而满足支链对平台的约束约束，保证平台的运动特性.

3.4　对称并联机构综合实例

根据前述分析，从 F-链中选取满足约束条件和装配条件的支链类型进行综合，可得 4-RPCR，4-RPUR，4-RCC，4-RUC，4-RRCR，4-RRUR，4-RSR 等多种并联机构. 由于篇幅所限本文只列出 4-RRCR (图 1) 和 4-RRUR (图 2) 2 种并联机构的结构示意图.

在图 1 所示 4-RRCR 对称并联机器人机构中，每条支链运动副的轴线用 s_{ij} 表示，其中 i 表示支链编号，j 表示支链中运动副的编号. 从图中可以看出，4 条相同的 RRCR 支链结构均满足上述条件，4 条 RRCR 支链作用在平台上的约束

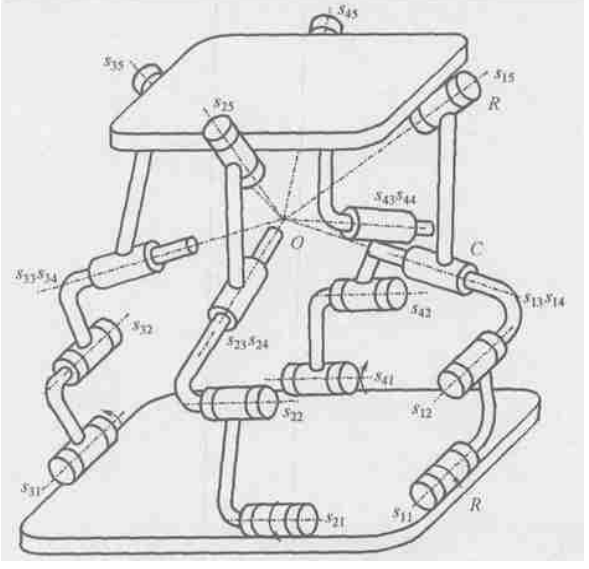

图 1　4-RRCR 对称机构

力系相交于 O 点，且只有 2 个约束力螺旋是线性独立的，这 2 个线性独立的约束力螺旋所确定的平面通过 O 点且平行于基础平台，因此该并联平台具有绕 O 点的 3 个转动自由度和沿基础平台法向的 1 个移动自由度，满足给定运动要求. 另外由于 R-1 型转动副直接与动平台连接，转动中心 O 相对动平台是固定的，所以动平台的移动实际上就是相对基础平台来调整动平台的转动中心 O. 图 2 所示 4-RRUR 对称并联机器人机构，通过上述分析也同样满足给定运动特性.

图 2 4-RRUR 对称机构

4 结 束 语

本文利用所提的结构综合方法介绍了四自由度并联机器人结构综合的基本过程，并结合实例得到多种具有对称结构的过约束四自由度并联机器人的机构类型. 该方法同样适用于其它少自由度并联机器人机构的结构综合，这对于少自由度并联机器人机构的优化和创新设计具有重要意义.

参考文献 (References)

[1] Fang Yuefa, Tsai Lungwen. Structure synthesis of a class of 4-DOF and 5-DOF parallel manipulators with identical limb structures [J]. The International Journal of Robotics Research, 2002, 21 (9): 799～810

[2] Tsai Lungwen. Kinematics of a three-DOF platform manipulator with three extensible limbs [A]. In: Recent Advances in Robot Kinematics [C]. London: Kluwer Academic Publishers, 1996. 401～410

[3] Sameer Joshi, Tsai Lungwen. A comparison study of two 3-DOF parallel manipulators: one with three and the other with four supporting legs [J]. Robotics and Automation, IEEE Transactions on, 2003, 19 (2): 200～209

[4] Lenarcic J, Stanisic M M, Parenti-Castelli V. A 4-DOF parallel mechanism simulating the movement of the human sternum-clavicle-scapula complex [A]. In: Advances in Robot Kinematics [C]. London: Kluwer Academic Publishers, 2000. 325～332

[5] Rolland L H. The manta and the kanuk novel 4-DOF parallel mechanisms for industrial Handling [A]. In: Proc ASME Int Conf on Mechanical Engineering [C]. Nashville: TN, 1999

[6] Hunt K H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arms [J]. ASME Transactions, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1983, 105 (4): 705～712

[7] 金 琼，杨廷力，刘安心，等. 基于单开链单元的三移动一转动并联机器人机构型综合及其分类 [J]. 中国机械工程，2001, 12 (9): 1038～1043
Jin Qiong, Yang Tingli, Liu Anxin, *et al*. Structural synthesis and classification of the 4-DOF (3T-1R) parallel robot mechanisms based on the units of single-opened-chain [J]. China Mechanical Engineering, 2001, 12 (9): 1038～1043 (in Chinese)