脑物理学中脑电位分布计算式的收敛性分析

陈 果 李 静 魏 晨 吕俊芳

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: 脑物理学中, 正向问题是指: 已知脑电信号源的位置, 通过脑电位分布计算式来预测头皮上任一点处产生的电压. 首次对三层同心球壳模型单偶极子源头皮电位分布计算式进行坐标变换, 得到任意偶极子在头皮上任一点处产生的电压值计算公式, 从数学角度给出了其收敛性的分析和证明. 同时代入数据, 用数据进一步对它的收敛性作出验证, 并判断了其收敛的级数. 因此, 可以用有限级数在一定误差范围内代替无穷级数, 从而求出头皮上的电位分布. 为公式的实际应用提供了理论支持, 也为通过头皮电压来预测信号源在人脑中的定位问题提出了有效的解决方法, 具有较大的实际应用价值.

关 键 词: 脑电位; 电生理学; 收敛; 公式

中图分类号: O 141.2

文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965 (2005) 03-0367-05

On convergence of formula for forward problem in brain physics

Chen Guo Li Jing Wei Chen Lü Junfang

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In brain physics, the forward problem is the process of predicting scalp potentials distribution from known brain electrical source. The convergence of a forward problem algorithm was analyzed and proved through mathematic method for the first time. This formula calculated the scalp potentials distribution of the three layers concentric sphere head model caused by single dipole located at any point within the model. The convergence was further confirmed by numeric simulation. Thus the finite progression could be used to calculate the scalp potentials distribution in stead of the infinitive progression in a certain error range. A study on the convergence speed was conducted too. The result gives a theoretic guarantee for the finite approximation of the formula that is an infinite series. The approximation provides a useful tool for the backward problem, which is the process of predicting brain electrical source from known scalp potentials.

Key words: electrocortical potentials; electrophysiology; convergence; formulas

在神经外科领域, 医生常利用某种定位方法找到病灶, 并通过外科手术将它摘除, 以达到临床治疗的效果. 运用脑电图来进行脑电信号源的定位是国内外专家公认的一种病灶定位方法. 通常把已知脑电信号源在脑中的位置来求头皮各点的电位, 称为脑电正向问题; 反之, 用头皮各点的电位求解出信号源在脑中的位置, 称为脑电脑逆向问题. 无论脑电的正向问题还是逆向问题, 都离不开头颅构型的假设, 一般这些假设有均匀球模型、非均匀球模型、偏心球模型等. 确定了头部模型后, 应提出相应的前向计算公式来求偶极子在头皮上产生的电位分布. 有关的资料已有均匀球模型和非均匀球模型单偶极子源头皮电位分布的计算公式[1]. 所以, 前向计算公式是脑电信号源定位的关键.

在脑电物理学中, 脑电信号源一般用 1 个单偶极子作为它的模型, 单偶极子在头部模型中有 6 个参数: 3 个位置参数 (位置在直角坐标系中

收稿日期: 2003-09-15

作者简介: 陈 果 (1979-), 男, 重庆潼南人, 硕士生, chenguor@163.com.

的投影) 和3 个偶极矩分量参数 (偶极矩在坐标轴上的投影)[2]. 在前向计算式中, 如果清楚地知道单偶极子这 6 个参数, 就可以根据前向计算式算出头部模型中头皮上各点的电位. 前向计算式在很多地方存在参数 n 从 0 到无穷的求和, 但是如果一旦前向计算式不收敛, 则不可能计算得到头皮上各点电压的大小, 所以前向计算式的收敛问题就成为一个亟待解决的问题. 尚未在文献的查阅中查到有关前向计算式收敛性证明的文章. 本文着重从理论上证明了前向计算式的收敛性, 并代入数据, 用数据进一步对它的收敛性作出验证, 从而使收敛的前向计算式得到成功的应用.

1 头皮电位分布计算式

1.1 均匀球模型电位分布计算式[3]

考虑一偶极矩的径向和切向分量分别为 P_r 和 P_t, 并处在半径为 R、电导率为 σ 的均匀球体内的偶极子. 选坐标系如图 1 所示, 这个偶极子距球心为 z 且在 z 轴上, 偶极矩在 x-z 平面内的第一象限. 在半径为 R 的球面上任意点 P (R, α, β) 处的电位为

$$V(R,\alpha,\beta)=\frac{1}{4\pi\sigma R^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{2n+1}{n}b^{n-1}\times [nP_rP_n(\cos\alpha)+P_tP_n^1(\cos\alpha)\cos\beta]\right\} \quad (1)$$

式中, $b=\frac{z}{R}$ 是均匀球模型中偶极子的偏心率; $P_n(\cos\alpha)$ 和 $P_n^1(\cos\alpha)$ 分别是勒让德多项式和联合勒让德多项式.

$$P_n(x)=\frac{1}{2^n}\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!}x^{n-2k} \quad (2)$$

$$P_n^1(x)=-\frac{1}{2^n}\sqrt{1-x^2}\times\sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!}x^{n-2k-1} \quad (3)$$

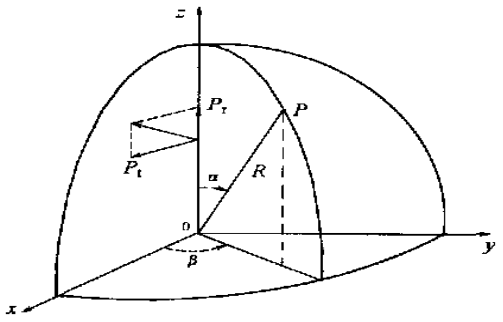

图 1 头部模型偶极子的坐标系

1.2 非均匀模型电位分布计算式[3]

考虑 3 层同心球壳模型, 由 3 个半径、电导率均不相同的同心球体组成 (如图 2 所示), 分别代表脑组织 (外半径为 r_1, 电导率为 σ)、颅骨 (外半径为 r_2, 内半径为 r_1, 电导率为 σ_s) 和头皮 (外半径为 R, 内半径为 r_2, 电导率为 σ). 偶极子的位置、偶极矩的大小和取向及选取坐标都与图 1 中的相同, 这样在点 P (R, α, β) 处所产生的电位为

$$V_k(R,\alpha,\beta)=\frac{1}{4\pi\sigma R^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\xi(2n+1)^3}{d_n n(n+1)}b^{n-1}\times [nP_rP_n(\cos\alpha)+P_tP_n^1(\cos\alpha)\cos\beta]\right\} \quad (4)$$

$$d_n=[(n+1)\xi+n]\left[\frac{n\xi}{n+1}+1\right]+(1-\xi)[(n+1)\xi+n]\times(f_1^{2n+1}-f_2^{2n+1})-n(1-\xi)^2(f_1/f_2)^{2n+1} \quad (5)$$

式中

$$\xi=\sigma_s/\sigma$$

$$f_1=r_1/R$$

$$f_2=r_2/R$$

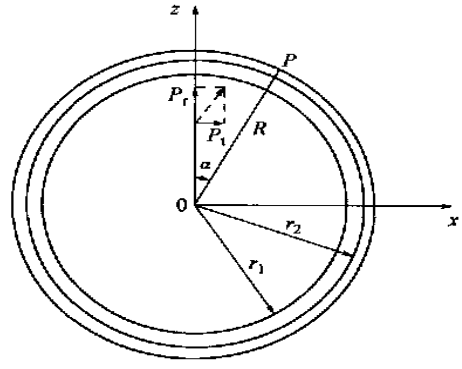

图 2 三球壳模型的截面

1.3 任意偶极子电位分布计算式[3]

式 (1) 和式 (4) 只能用于计算偶极子位于 z 轴且偶极矩分量在 x-z 平面上时的头皮层电压. 为了使公式能普遍适用于坐标为 (x, y, z) 和偶极矩分量为 (P_x, P_y, P_z) 的任意偶极子, 就必须根据不同的情况进行不同的坐标变换. 对 3 层同心球壳模型单偶极子源头皮电位分布计算式变换坐标, 得到计算偶极子在头皮上任一点处产生的电压值的公式. 设偶极矩为 $\boldsymbol{P}=P_x\hat{\boldsymbol{x}}+P_y\hat{\boldsymbol{y}}+P_z\hat{\boldsymbol{z}}$ 在点 $\boldsymbol{r}_1=x_1\hat{\boldsymbol{x}}+y_1\hat{\boldsymbol{y}}+z_1\hat{\boldsymbol{z}}$ 处, 求其在任一点 $\boldsymbol{r}_2=x_2\hat{\boldsymbol{x}}+y_2\hat{\boldsymbol{y}}+z_2\hat{\boldsymbol{z}}$ 处的电位 V, 其中 $\hat{\boldsymbol{x}}$, $\hat{\boldsymbol{y}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{z}}$ 分别表示 x 方向、y 方向和 z 方向上的单位矢量.

$$V = V_x + V_y + V_z \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned}
V_x &= \frac{P_x}{4\pi\sigma r_2^2}\times\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\xi(2n+1)^3}{d_n(n+1)n}b^{n-1}\times\right.\\
&\left.[nR_xP_n(\cos\alpha)+T_xP_n^1(\cos\alpha)]\right\}\\
V_y &= \frac{P_y}{4\pi\sigma r_2^2}\times\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\xi(2n+1)^3}{d_n(n+1)n}b^{n-1}\times\right.\\
&\left.[nR_yP_n(\cos\alpha)+T_yP_n^1(\cos\alpha)]\right\}\\
V_z &= \frac{P_z}{4\pi\sigma r_2^2}\times\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\xi(2n+1)^3}{d_n(n+1)n}b^{n-1}\times\right.\\
&\left.[nR_zP_n(\cos\alpha)+T_zP_n^1(\cos\alpha)]\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中

$$T_x = t_x/|\boldsymbol{t}|$$
$$T_y = t_y/|\boldsymbol{t}|$$
$$T_z = t_z/|\boldsymbol{t}|$$
$$t_x = x_2(x_1^2+y_1^2+z_1^2)-x_1(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)$$
$$t_y = y_2(x_1^2+y_1^2+z_1^2)-y_1(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)$$
$$t_z = z_2(x_1^2+y_1^2+z_1^2)-z_1(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)$$
$$R_x = x_1/|\boldsymbol{r}_1|$$
$$R_y = y_1/|\boldsymbol{r}_1|$$
$$R_z = z_1/|\boldsymbol{r}_1|$$
$$|\boldsymbol{r}_1|^2 = x_1^2+y_1^2+z_1^2$$
$$|\boldsymbol{r}_2|^2 = x_2^2+y_2^2+z_2^2$$
$$b = |\boldsymbol{r}_1|/|\boldsymbol{r}_2|$$

$|\boldsymbol{r}_1|$ 与 $|\boldsymbol{r}_2|$ 之间的夹角为 α, 其余弦值为

$$\cos\alpha = (x_1x_2+y_1y_z+z_1z_2)/(|\boldsymbol{r}_1|\cdot|\boldsymbol{r}_2|)$$

2　头皮电位分布计算式收敛性证明

很难直接求出式 (7) 中无穷级数的解析解, 在作者查阅的国内外文献中, 尚未见到关于这些级数收敛性的分析或证明, 而这些级数的收敛性是保证脑电正问题算法稳定的前提. 本段从数学角度, 给出了其收敛性的分析和证明.

定理 **1**　式 (7) 给出的 V_x, V_y 和 V_z 均是收敛的.

引理 **1**

1) $\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!} = 2^n$

2) $\sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!} = n(n+1)2^{n-1}$

引理 **2**　$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{d_n}=0$

证明　注意到 $f_1=r_1/R$, $f_2=r_2/R$ 及 $r_1<r_2<R$, 有 $f_1<f_2<1$, 从而 $f_1/f_2<1$; 再结合式 (5) 易得到引理结论.　证毕

引理 **3**　$P_n(\cos\alpha)=O(1)$

证明

1) 当 $\cos\alpha=0$ 时

$$P_n(\cos\alpha) = \frac{1}{2^n}\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!}(0)^{n-2k} = 0 \tag{8}$$

2) 当 $\cos\alpha=1$ 时

由引理 1 的 1) 可知

$$\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\left[\frac{1}{2^n}\times\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!}\right] = \frac{1}{2^n}\times\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!} = \frac{1}{2^n}\times 2^n = 1 \tag{9}$$

所以 $P_n(\cos\alpha)=1$

3) 当 $\cos\alpha=-1$ 时, 按 (9) 式计算方法得

$$P_n(\cos\alpha) = (-1)^n$$

4) 当 $0<|\cos\alpha|<1$ 时

$$P_n(\cos\alpha) = \frac{1}{2^n}\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\left[\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!}\times(\cos\alpha)^{n-2k}\right] = \cos^n\alpha\times\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\left[\frac{1}{2^n}\times\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!}\times\cos^{-2k}\alpha\right] \tag{10}$$

由引理 1 的 1) 有

$$\sum_{k=0}^{\lfloor n/2\rfloor}\left[\frac{1}{2^n}\times\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!}\right]$$

收敛于 1, 且因为 $0<|\cos\alpha|<1$, 有

$$0<\cos^{-2k}\alpha=(\cos^{-2}\alpha)^k\to\infty$$

所以

$$nR_xP_n(\cos\alpha) = nR_x\times\cos^n\alpha\times O((\cos^{-2}\alpha)^{\lfloor n/2\rfloor}) = \begin{cases} nR_x\times\cos^n\alpha\times O(\cos^{-n}\alpha) \\ nR_x\times\cos^n\alpha\times O(\cos^{-(n-1)}\alpha) \\ nR_x\times O(\cos^n\alpha\times\cos^{-n}\alpha) \\ nR_x\times O(\cos^n\alpha\times\cos^{-(n-1)}\alpha) \\ nR_x\times O(1) \quad n=2i \\ nR_x\times O(\cos^n\alpha) \quad n=2i+1 \end{cases} = O(n) \quad i=0,1,\cdots \tag{11}$$

综合式 (8), 式 (9) 和式 (11) 有

$$nR_xP_n(\cos\alpha) = O(n)$$

证毕

引理 4　$P_n^1(\cos\alpha)=O(n^2)$

证明

1) 当 $\cos\alpha = 0$ 时

$$P_n^1(\cos\alpha) = -\frac{1}{2^n}\sqrt{1-(0)^2}\times \sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!}\times (0)^{n-2k-1} = 0 \tag{12}$$

2) 当 $|\cos\alpha| = 1$ 时

$$P_n^1(\cos\alpha) = -\frac{1}{2^n}\sqrt{1-(\pm 1)^2}\times \sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\left[\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!}\times (\pm 1)^{n-2k-1}\right] = 0 \tag{13}$$

3) 当 $0 < |\cos\alpha| < 1$ 时

$$T_xP_n^1(\cos\alpha) = -T_x\times\frac{1}{2^n}\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times \sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\left[\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!}\times (\cos\alpha)^{n-2k-1}\right] =$$

$$-T_xn(n+1)(\cos\alpha)^{n-1}\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times \sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\left[\frac{1}{n(n+1)2^n}\times\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!}(\cos\alpha)^{-2k}\right] \tag{14}$$

由引理 1 的 2) 有

$$\sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\left[\frac{1}{n(n+1)2^n}\times\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!}\right] = \frac{1}{n(n+1)2^n}\times \sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!} = \frac{1}{n(n+1)2^n}\times n(n+1)2^{n-1} = \frac{1}{2} \tag{15}$$

即

$$\sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2\rfloor}\left[\frac{1}{n(n+1)2^n}\times\frac{(-1)^k(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k-1)!}\right]$$

收敛于 $\frac{1}{2}$. 且因为 $0 < |\cos\alpha| < 1$, 有

$$0 < \cos^{-2k}\alpha = (\cos^{-2}\alpha)^k \to \infty$$

所以

$$T_xP_n^1(\cos\alpha) = -T_xn(n+1)(\cos\alpha)^{n-1}\times\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O((\cos^{-2}\alpha)^{\lfloor\frac{n-1}{2}\rfloor}) =$$

$$-T_x\times\begin{cases} n(n+1)(\cos\alpha)^{n-1}\times\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O(\cos^{-(n-2)}\alpha) & n = 2i \\ n(n+1)(\cos\alpha)^{n-1}\times\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O(\cos^{-(n-1)}\alpha) & n = 2i+1\end{cases} =$$

$$-T_x\times\begin{cases} n(n+1)\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O(\cos^{n-1}\alpha\times\cos^{-(n-2)}\alpha) & n = 2i \\ n(n+1)\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O(\cos^{n-1}\alpha\times\cos^{-(n-1)}\alpha) & n = 2i+1\end{cases} =$$

$$-T_x\times\begin{cases} n(n+1)\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O(\cos\alpha) & n = 2i \\ n(n+1)\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O(1) & n = 2i+1\end{cases} =$$

$$-T_x\times n(n+1)\sqrt{1-(\cos\alpha)^2}\times O(1) = O(n^2) \tag{16}$$

以上各式中 $i = 0, 1, \cdots$

综合式 (12), 式 (13) 和式 (16) 有

$$T_xP_n^1(\cos\alpha) = O(n^2)$$

证毕

定理 **1** 的证明:

只需证明 V_x 收敛, V_y 和 V_z 的收敛性可以类似得证.

由引理 2~ 引理 4 有

$$\frac{\xi(2n+1)^3}{d_n(n+1)n}\times[nR_xP_n(\cos\alpha)+T_xP_n^1(\cos\alpha)] = O(1)\times O(n)\times[O(n)+O(n^2)] = O(1)\times O(n)\times O(n^2) = O(n^3) \tag{17}$$

由式 (17) 得

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\xi(2n+1)^3}{d_n(n+1)n}b^{n-1}\times[nR_xP_n(\cos\alpha)+T_xP_n^1(\cos\alpha)]\right\} = \sum_{n=1}^{\infty}[b^{n-1}\times O(n^3)]$$

又因为 $0 < b = |\vec{r}_1|/|\vec{r}_2| < 1$

$$\sum_{n=1}^{\infty}[b^{n-1}O(n^3)] = \sum_{n=1}^{\infty}[b_1^{n-1}b_2^{n-1}O(n^3)]$$

其中, $0 < b_1 < 1$, $0 < b_2 < 1$

因为幂函数的收敛速度比指数函数的收敛速度慢, 所以 $0 < b_2^{n-1}O(n^3) < 1$;

所以 $0 < b^{n-1}O(n^3) < b_1^{n-1}b_2^{n-1}O(n^3) < b_1^{n-1}$;

又因为 $\sum_{n=1}^{\infty} b_1^{n-1}$ 收敛, $0< b_1< 1$;

所以 $\sum_{n=1}^{\infty} b_1^{n-1} O(n^3)$ 收敛 (极限的夹逼准则);

所以 V_x 收敛.　　证毕

综上所述, 3 层同心球壳模型单偶极子源头皮电位分布计算式是收敛的.

3　数据验证公式的收敛性

将表 1 和表 2 中偶极子和头皮电极的参数代入式 (4) 和式 (5), 无穷级数分别用 n = 50, 100, 200 和 250 的有限级数代替, 比较结果 (表 3) 证明前向公式的收敛性并判断其收敛的级数.

表 **1**　偶极子的参数

偶极子	x/cm	y/cm	z/cm	P_x/(mA·mm)	P_y/(mA·mm)	P_z/(mA·mm)
1	6.2303	3.2086	0.2021	0.1607	0.8843	0.3208
2	5.1007	0.7663	0.0463	0.4813	0.3952	0.1023
3	6.3544	4.9849	0.9175	0.9619	0.8430.02	0.8842

表 **2**　头皮上电极的位置参数

电极	α/(°)	β/(°)	x/cm	y/cm	z/cm
1	36	0	5.4076	0	7.4430
2	0	0	0	0	9.2000
3	54	27	6.6317	3.3790	5.4076

表 **3**　电极电压

电极	n	V_k/mV		
		偶极子 1	偶极子 2	偶极子 3
1	50	2.308804561	8.636525737	−35.773513591
	100	2.308811526	8.636525737	−35.752202645
	200	2.308811526	8.636525737	−35.752036770
	250	2.308811526	8.636525737	−35.752036770
2	50	−22.536101049	−11.860009204	−54.025882060
	100	−22.536104264	−11.860009204	−53.985295800
	200	−22.536104264	−11.860009204	−53.985379110
	250	−22.536104264	−11.860009204	−53.985379100
3	50	4.773207855	11.369223335	11.733614120
	100	4.773238022	11.369223335	11.619593480
	200	4.773238022	11.369223335	11.619940210
	250	4.773238022	11.369223335	11.619940210

观察表 3 中的数据发现:

1) 计算偶极子 1 在电极 1 处产生的电压值时, 公式在 n = 100 时已经收敛; 而计算偶极子 2 在电极 1 处产生的电压值时, 公式在 n = 50 时已经收敛;

2) 计算偶极子 3 在电极 1 处产生的电压值时, 公式在 n = 200 时已经收敛; 而计算偶极子 3 在电极 2 处产生的电压值时, 公式在 n = 250 时仍未收敛.

故 3 层同心球壳模型单偶极子源头皮电位分布计算式是收敛的, 收敛级数与偶极子的位置、偶极矩的大小和方向, 以及头皮上点的位置有关. 观察公式还可知均匀球模型单偶极子源头皮电位分布计算式具有与 3 层同心球壳模型单偶极子源头皮电位分布计算式同样的结构形式, 因此用本文介绍的方法同样可推得均匀球模型单偶极子源头皮电位分布计算式是收敛的. 因此, 求解这两个计算式时, 都可以用有限级数在一定误差范围内代替无穷级数, 从而求出头皮上的电位分布.

4　结 束 语

脑电正问题是脑电逆问题的基础, 正问题的计算往往是求逆方法的成败关键. 本文首次证明了脑电正问题求解计算式的收敛性, 为公式的实际应用提供了理论支持, 并为脑电信号源定位问题的解决提供了有效的方法.

参考文献 (**References**)

[1] James P A, Stanley A K, Derek H F. Location of sources of evoked scalp potentials: corrections for skull and scalp thicknesses [J]. IEEE Transaction Biomedical Engineering, 1981, BME-28 (6): 447~ 452

[2] Zhang G L. Source localization in quantitative electrophysiology [D]. Singapore: School of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technological University, 2000

[3] 吴殿鸿, 郭立文, 贾　诚, 等. 脑物理学 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1995. 39~ 48
Wu Dianhong, Guo Liwen, Jia Cheng, *et al*. Brain physics [M]. Harbin: Harbin Technology Institute Press, 1995. 39~ 48 (in Chinese)