导弹摆动式突防策略的有效性

姜玉宪 崔 静
(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院)

摘 要: 以突防概率作为评价标准,研究了突防导弹作正弦摆动突防机动时的突防效果. 拦截-突防问题的模型为线化平面相对运动方程. 用共轭系统分析法,得到了该模型在突防导弹摆动式突防策略的作用下,拦截导弹的脱靶量解析解,它由暂态分量和稳态分量组成. 研究了突防持续时间按正态分布时导弹的突防概率以及这两部分对突防概率的贡献.

关 键 词: 导弹制导; 导弹控制; 末制导
中图分类号: V 444
文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965(2002)02-0133-04

随着导弹防御系统(MDS)的发展及部署,导弹的突防问题变得更加重要. 提高导弹的突防能力意义重大. 文献[1],[2]从突防效果、对突防导弹末制导精度的影响、工程实现性等角度,论述了摆动式突防策略的最优性. 文献[3],[4],[5]站在发展导弹防御系统的角度,研究了摆动式突防策略对拦截导弹拦截效果的影响,但他们只考虑了稳态脱靶量,忽略了对突防效果影响相当大的暂态分量,低估了摆动突防策略的有效性.

本文是继文献[1],[2]之后,对摆动式突防策略的进一步探讨. 拦截-突防问题的模型采用文献中流行的线化平面相对运动方程[6]~[8]. 拦截导弹控制系统模型为一阶惯性系统,不考虑饱和等非线性因素,采用比例制导. 在以上假定条件下,用共轭系统分析法获得了突防导弹(目标)正弦机动条件下拦截导弹的脱靶量解析解,它是突防导弹的突防持续时间 $t^* = t_F - t$ (t_F 为拦截导弹末制导飞行持续时间, t 为时间变量)、摆动加速度幅值 A、摆动角频率 ω 及拦截导弹的制导律的导航比 N、控制系统时间常数 T 等的函数. 研究了 t^*, A, ω 对拦截导弹脱靶量的影响以及他们的选择问题. 最后,对摆动式突防策略在可能的参数组合 (t^*, A, ω, N, T) 条件下的突防概率给出了估计结果.

1 系统模型

采用国际流行使用的导弹末制导系统简化模型[6]-[8],如图1所示,为时域、复域混在一起的示意表示方法. 图中 $a_m = f(t) \cdot 1(t)$ 为突防导弹摆动机动加速度. $\frac{s}{v_c(t_F - t)}$ 为导引头环节; s 为拉普拉斯变换变量; v_c 为突防导弹与拦截导弹的接近速度; Nv_c 为制导系统环节; $\frac{1}{Ts+1}$ 为控制环节; y 是拦截导弹 I 相对突防导弹 M 的 y 向位移; λ 为视线角; $\dot{\lambda}$, a_c, a_I 分别为视线角速度、拦截指令加速度、拦截导弹加速度.

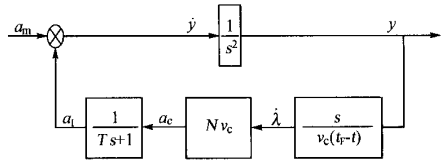


图1 拦截-突防系统模型

将图1变换为它的共轭系统如图2所示,仍是时域、复域混合表示法. 图中, $t^* = t_F - t$ 为共轭系统时间变量; $\delta(t^*)$ 为脉冲输入; $h(t^*)$ 是共

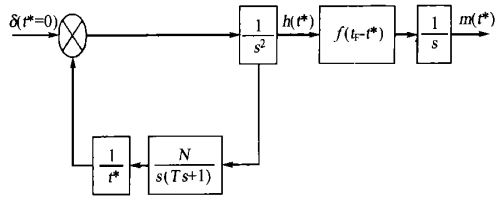


图2 拦截-突防系统的共轭系统

收稿日期: 2000-06-19
基金项目: 航天创新基金资助项目
作者简介: 姜玉宪(1937-),男,山东东阿人,教授,100083,北京.

轭系统的脉冲响应; $m(t^*)$ 是 $h(t^*)$ 与 $f(t_F - t^*)$ 乘积的卷积, 它是 t^* 的函数, 是突防导弹在时刻 $t = t_F - t^*$ 开始摆动突防, 持续 t^* 后在 t_F 引起的脱靶量.

2 $m(t^*)$ 的解析解

2.1 摆动突防策略下的 $m(t^*)$

图2给出了 $m(t^*)$, $f(t_F - t^*)$, $h(t^*)$ 的时域卷积关系:

$$m(t^*) = \int_0^{t^*} f(t_F - \tau) h(\tau) \mathrm{d}\tau \tag{1}$$

相应地, 复域有以下关系成立:

$$M(s) = F(s)H(s) \tag{2}$$

式中, $M(s)$, $F(s)$, $H(s)$ 分别是 $m(t^*)$, $f(t_F - t^*)$, $h(t^*)$ 的拉氏变换. 由图2导出:

$$H(s) = \frac{1}{s^2}\left(\frac{Ts}{Ts+1}\right)^n \tag{3}$$

对于摆动突防, $f(t) = f(t_F - t^*) = A\sin \omega t^*$, 其拉氏变换为

$$F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} \tag{4}$$

将式(3)、式(4)代入式(2), 并对其反拉氏变换得

$$m(t^*) = L^{-1}\left[\frac{A\omega}{s^2(s^2+\omega^2)}\left(\frac{Ts}{Ts+1}\right)^n\right] \tag{5}$$

给定不同的 n 值, 得 $m(t^*)$ 的具体表达式.

$$m(t^*) = m_1(t^*) + m_2(t^*) \tag{6}$$

其中, $m_1(t^*)$ 为暂态脱靶量分量; $m_2(t^*)$ 为稳态脱靶量分量.

$$m_1(t^*) = (c_1 t^{*(n-1)} + c_2 t^{*(n-2)} + \Lambda + c_{n-1}t^* + c_n)\mathrm{e}^{-\frac{t^*}{T}} \tag{7}$$

$$m_2(t^*) = c_{n+1}\cos \omega t^* + c_{n+2}\sin \omega t^* \tag{8}$$

2.2 n 不同时的 $m(t^*)$

将 $n = 3$ 代入式(7)、(8)得

$$c_1 = -\frac{AT\omega}{2(1+T^2\omega^2)}$$

$$c_2 = \frac{A(\omega^3T^4 - \omega T^2)}{(1+\omega^2T^2)^2}$$

$$c_3 = \frac{A(6\omega^3T^5 - 2\omega T^3)}{(1+T^2\omega^2)^3}$$

$$c_4 = \frac{A\omega T^3(1-3\omega^2T^2)}{(1+\omega^2T^2)^3}$$

$$c_5 = -\frac{A\omega T^3(\omega^3T^3 - 3\omega T)}{(1+\omega^2T^2)^3}$$

同理, $n = 4$ 时得

$$c_1 = \frac{A\omega}{6(1+T^2\omega^2)}$$

$$c_2 = -\frac{A\omega^3T^3}{(1+T^2\omega^2)^2}$$

$$c_3 = \frac{2A\omega^5T^6 - 6A\omega^3T^4}{(1+\omega^2T^2)^3}$$

$$c_4 = \frac{24A\omega^5T^7 - 24A\omega^3T^5}{(1+\omega^2T^2)^4}$$

$$c_5 = \frac{4AT^5\omega^3(1-\omega^2T^2)}{(1+\omega^2T^2)^4}$$

$$c_6 = -\frac{4A\omega^2T^2(1+\omega^4T^4 - 6\omega^2T^2)}{(1+\omega^2T^2)^4}$$

$n = 5$ 时得

$$c_1 = -\frac{A\omega}{24T(1+\omega^2T^2)}$$

$$c_2 = \frac{A\omega(1+3\omega^2T^2)}{6(1+\omega^2T^2)^2}$$

$$c_3 = \frac{A\omega(T^3\omega^2 - 3T^5\omega^4)}{(1+\omega^2T^2)^3}$$

$$c_4 = \frac{A\omega(6\omega^6T^6 - 36\omega^4T^6 + 6\omega^2T^4)}{(1+\omega^2T^2)^4}$$

$$c_5 = \frac{A\omega(120\omega^6T^9 - 180\omega^4T^7 + 24\omega^2T^5)}{(1+\omega^2T^2)^5}$$

$$c_6 = -\frac{A\omega^3T^5(5\omega^4T^4 - 10\omega^2T^2 + 1)}{(1+\omega^2T^2)^5}$$

$$c_7 = \frac{A\omega^3T^5(\omega^5T^5 - 10\omega^3T^3 + 5\omega T)}{(1+\omega^2T^2)^5}$$

3 $m(t^*)$ 的性质

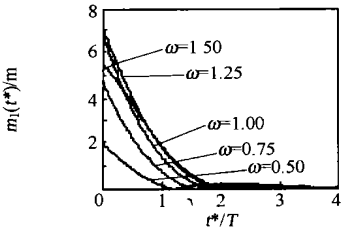
分析式(7) ~ (8)看出, n 虽不同, 但 $m(t^*)$ 都含有暂态 $m_1(t^*)$ 和稳态 $m_2(t^*)$ 两个分量. $m_1(t^*)$ 和 $m_2(t^*)$ 具有不同的性质.

3.1 $m_1(t^*)$ 的性质

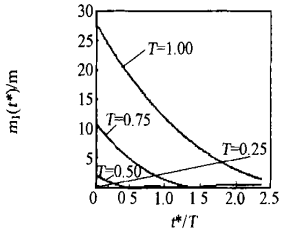
$m_1(t^*)$ 如图3所示.

当 $t^* \gg T$ 时, $m_1(t^*)$ 趋于零. 换言之, 脱靶量分量 $m_1(t^*)$ 只有摆动突防的持续时间 t^* 比拦截导弹控制系统时间常数 T 小或数量级接近时, 才占有一定的分量. 此结论与文献[2]相同. 图3a和图3b分别表示出 ω, T 对 $m_1(t^*)$ 的影响, 其中 T 对 $m_1(t^*)$ 的影响是单调的, 而 ω 的影响是非单调的, 使 $m_1(t^*)$ 取上确界的 ω 与 T 有关. 从图3a中可以看出 $\omega = 1.25\,\mathrm{s}^{-1}$ 左右时, 脱靶量较大, 但考虑到导弹摆动突防的实际角频率一般小于1 s, 在以后的仿真中取 $\omega = 0.5\,\mathrm{s}^{-1}$. 从图3b中可以看出 T 越大, 脱靶量越大, 但考虑到导弹本身的时间常数一般小于1 s, 在后面的仿真中取 $T =$

0.5 s.



a　A= 30, T= 0.5, N= 4

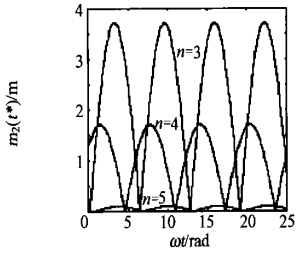


b　A= 30, ω= 0.5, N= 4

图 3　脱靶量的暂态分量

3.2　$m_2(t^*)$的性质

$m_2(t^*)$如图 4 所示, 在($0 \leqslant t^* \leqslant t_F$)的范围内, 其幅值不变, 角频率与突防摆动角频率相同(Zarchen 仅研究了 $m_2(t^*)$的峰值[3]). 就某一次突防而言, 脱靶量由此次 t^* 决定, 假定在($0 \leqslant t^* < T$)的范围内, t^* 是按正态分布的, 通过表达式(8)可以得到 $m_2(t^*)$的均方根(Ernest 直接研究了 $m_2(t^*)$的均方根[4]).



A= 30, T= 0.5, ω= 0.5

图 4　脱靶量的稳态分量

4　t^* 的选择及突防概率的估算

下面以 n= 4 为例研究 t^* 的选择.

4.1　t^* 的选择

为了提高突防概率, 显然 t^* 的理想值$\overline{t^*}$应选择在 $T/2$ 的附近.

4.2　实现 t^* 选择的工程方法

突防导弹安装探测拦截导弹辐射源的探测器(红外或电磁辐射报警装置), 探测器报警后启动摆动突防过程, 将 t^* 控制在($0 \leqslant t^* < T$)的范围内. 由于拦截-突防相对运动速度的变化, 每个拦截导弹 T 的不同, 拦截导弹辐射强度的差异等, 是随机量. 假定在($0 \leqslant t^* < T$)区间 t^* 是以理想的$\overline{t^*} = T/2$ 为均值的正态分布. 可估算出突防概率.

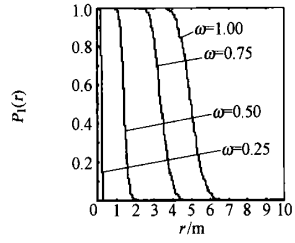
4.3　$m(t^*) = m_1(t^*)$时的突防概率

只考虑 $m_1(t^*)$ 造成的脱靶量, t^* 在区间($0 \leqslant t^* < T$)按正态分布取值, 以 r 作为判断拦截导弹脱靶量的距离, 当 $m_1(t^*) > r$ 为突防成功. 突防概率定义为

$$P = K/L \tag{9}$$

其中, K 为$m_1(t^*) > r$ 的次数; L 为总试验数.

图 5 是 $m_1(t^*)$形成的突防概率密度 $P_1(r)$, 存在使 $P_1(r)$ 取上确界的 ω 值, 它是一个与 T 有关的量.

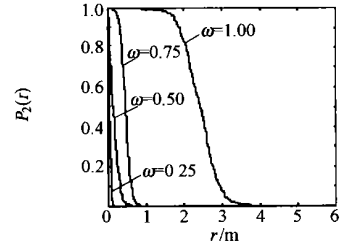


A= 30, T= 0.5, N= 4

图 5　$m_1(t^*)$造成的突防概率

4.4　$m(t^*) = m_2(t^*)$时的突防概率

只考虑 $m_2(t^*)$ 造成的脱靶量, t^* 在区间($0 < t^* < T$)按正态分布取值, 同样的方法求出 $P_2(r)$如图 6 所示. 比较 P_1 和 P_2, 可以发现 $m_1(t^*)$对导弹突防能力的贡献是不可忽略的.

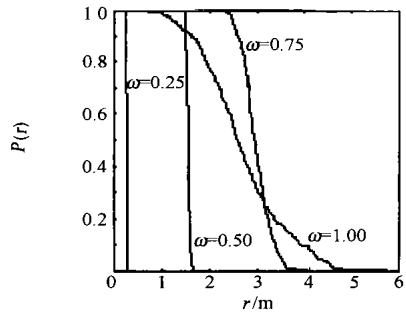


A= 30, T= 0.5, N= 4

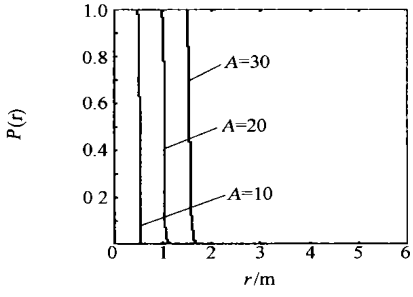
图 6　$m_2(t^*)$造成的突防概率

4.5　$m(t^*) = m_1(t^*) + m_2(t^*)$的突防概率

同时考虑 $m_1(t^*)$和 $m_2(t^*)$造成的脱靶量, t^* 在($0 < t^* < T$)区间按正态分布取值, 同样方法求 $P(r)$ 如图 7 所示. 图 7a 和图 7b 的参变量分别为 ω和A, 图 7b 显示了摆动幅值对突防概率影响的单调变化趋势. 当然, 工程上 A 是受限的. 当 A = 30 m/s^2, r= 1m 突防概率高达 100%. 图 7 数据表明导弹摆动机动式突防策略是有效的.



a $A=30$, $T=0.5$, $N=4$



b $T=0.5$, $\omega=0.5$, $N=4$

图7 摆动突防的突防概率

5 结 论

对比别人作过的工作,本研究值得肯定的有以下3点:

1) 首次得到了突防导弹摆动式突防策略下,拦截导弹脱靶量的解析解;

2) 全面地评价了摆动式突防策略的突防效果;

3) 提出了实现高效突防的工程途径.

参 考 文 献

[1] 姜玉宪. 弹道导弹末制导段的规避控制[A]. 见: 全国第八届空间及运动体控制技术学术会议论文集[C]. 北京: 航空学会, 1998. 88~93.

[2] 姜玉宪. 具有规避能力的末制导方法[A]. 见: 中国航空学会控制与应用第八届学术年会论文集[C]. 北京: 航空学会, 1998. 75~79.

[3] Zarchan P. Proportional navigation and weaving targets[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1995, 18(5): 969~974.

[4] Ohlmeyer E J. Root-mearr-square miss distance of proportional navigation missile against sinusoidal target[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1996, 19(3): 563~568.

[5] Takehira T. Analytical solution of missile terminal guidance[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1998, 21(2): 342~348.

[6] Shinar J, Steinberg D. Analysis of optimal evasive maneuvers based on a linearized two-dimension kinematics model[J]. Journal of Aircraft, 1977, 14(8): 795~801.

[7] Forte I, Shinar J. Can a mixed guidance strategy improve missile performance? [J]. Journal of Aircraft, 1988, 11(1): 53~58.

[8] Nesline F W, Zarchen P. A new look at classical vs modern homing missile guidance[J]. Journal of Guidance and Control, 1981, 4(1): 78~85.

[9] 姜玉宪. 控制系统仿真[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998. 105~115.

[10] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance[M]. Washington DC: AIAA Inc, 1990.

Effectiveness of Weaving Maneuver Strategy of a Missile

JIANG Yu-xian CUI Jing

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, School of Automation Science and Electrical Engineering)

Abstract: Effectiveness of weaving maneuver strategy of a missile when it passes through a Missile-Defence-System(MDS) is addressed. A linearized planar engagement model is used. Closed form solutions for the miss distance of interceptor are derived from the case where the interceptor's guidance system is modeled by a first-order lag and the maneuver acceleration is unlimited. The miss solutions consist of two components, one is the transient, the other is the steady. The effectiveness is measured in terms of the break-defence probability over a set of engagements in which the weaving-durations are normally distributed around its desired value. Comparisons are made between the effectiveness of the transient and the steady weaving maneuver strategy.

Key words: guided missile guidance; guided missile control; terminal guidance