SAR 图像超分辨与点扩展函数扰动校正算法

王国栋 周荫清 李春升
(北京航空航天大学 电子工程系)

摘 要: 推出基于贝叶斯概率公式的 SAR(合成孔径雷达)图像超分辨的最大估计(EM)算法,实现 SAR 图像雷达截面积的重建. 本算法成功地将图像场景的先验知识纳入到图像的重建过程之内,有效提高了图像的分辨力,并采用点扩展函数参数化模型,通过估计该模型的参数,抑制点扩展函数扰动的影响. 二者结合,有效地实现了 SAR 图像的超分辨. 本算法的关键是构造合理的点扩展函数模型,能够同时拟合 SAR 图像数据和成像系统参数的相关信息.

关 键 词: 合成孔径雷达; 概率; 图像处理; 超分辨
中图分类号: TN 957.52
文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2000)06-0640-04

对于相关成像系统,如 SAR(合成孔径雷达),存在图像分辨力的理论极限(即瑞利极限). 本文的超分辨是成像处理的逆过程,就是在根据图像实现目标重建的过程中,通过引入已知的图像场景的先验知识,增大图像的有效带宽,突破瑞利极限,从而取得更好的分辨力. 为了实现超分辨,必须选择稳定的,并结合了先验知识的重建算法,如规则化技术,贝叶斯公式,最大熵等[1],[2]. 本文采用贝叶斯公式,不但完全满足上述要求,且是唯一可从有限信息完成外推的完全一致的方法[3].

已有的超分辨算法[2],[3]一般都假定成像系统的点扩展函数(PSF,即成像响应函数)是理想的或精确已知的. 对于 SAR 系统,即使经过运动补偿,残留的 SAR 平台移动误差仍会造成 PSF 的扰动,这将使超分辨的效果变差甚至失效. 本文采用参数化的 PSF 模型,同超分辨算法结合,通过在图像重建过程中调整 PSF 参数,补偿 PSF 的扰动,有效实现了图像的超分辨.

1 SAR 散射和成像模型

SAR 的成像过程可看作是地面散射场与 PSF 的卷积,其离散化模型为

$$g = Hf + n \tag{1}$$

式中 g 是图像数据; H 是 PSF; f 是地面散射场; n 是附加的图像噪声.

最小均方误差意义下 f 的最佳线性估计为

$$f_r = WH^H[HWH^H + N]^{-1} g \tag{2}$$

式中 f_r 是 f 的重建值; W, N 分别是包含先验知识的 f 和 n 的协方差, $W = E(ff^H)$, $N = E(nn^H)$. 这里假定 $E(fn^H) = 0$,对于随机不相干噪声这一假定是成立的.

1.1 散射场模型

假定目标特性是漫射型,目标由大量等尺寸靠得很近的散射体组成,其中每个目标截面 σ_i 产生大量散射波,每个散射波的相位统计不相关. 大量的散射波相关作用产生散射场 f,根据中心极限定理, f 的概率分布为高斯型. 本文采用 $P(f|\sigma)$ 表示 f 的概率模型.

$$P(f|\sigma) = \frac{1}{\det(\pi\sigma)} \exp(-f^H \sigma^{-1} f) \tag{3}$$

式(3)忽略了 f 各项之间的相关性, $\sigma = \mathrm{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \cdots)$ 是协方差,即式(2)中的 W. 需根据比较精确的先验知识,确定 σ_i 的模型,如 Γ 分布或马尔柯夫随机场模型[4],[5].

1.2 PSF 模型

引入线性化的 PSF 参数模型[6]

$$H(\theta) = H_0 + \sum_{i=1}^{n} \theta_i H_i \qquad i = 1, 2, \cdots, n \tag{4}$$

式中 H_0 是理想成像算子; H_i 是描述 $H(\theta)$ 扰动项的算子; θ_i 描述模型的扰动程度. 本文计算机仿真采用的具体模型如下:

收稿日期: 1999-08-12
作者简介: 王国栋(1971 -),男,山西太原人,博士生,100083,北京.

$$H(\theta) = \frac{1}{2c}\int_{c}^{c}\exp(\mathrm{i}xk + \mathrm{i}\theta xk^2)\,\mathrm{d}k \approx \frac{1}{2c}\int_{c}^{c}\exp(\mathrm{i}xk)(1 + \mathrm{i}\theta xk^2)\,\mathrm{d}k = H_0 + \theta H_1 \quad (5)$$

其中 $H_0 = \sin(cx)/(cx)$

$$H_1 = [c\sin(cx) + 2\cos(cx)/x - 2\sin(cx)/(cx^2)]\mathrm{i}$$

式中 c 表示综合孔径长度. 在满足 $|\theta kx^2| \leq 1$ 时,式(5)近似成立. 计算机仿真时 θ 真值取为 0.1, $P(\theta)$ 采用高斯分布.

1.3 成像模型

根据式(1),给定 f, θ 时, g 的条件概率分布为

$$P(g|f,\theta) = \frac{1}{\det(\pi N)}\exp[-(g - H(\theta)f]^{H}\cdot N^{-1}\cdot(g - H(\theta)f)] \quad (6)$$

无噪声时 $g = H(\theta)f$

设 σ 的先验知识已知,由 σ 产生图像 g 的条件概率分布为

$$P(g|\sigma) = \int_f P(g|f)\,P(f|\sigma) = \frac{1}{\det(\pi N)\det(\pi\sigma)}\int_f \exp[-f^{H}\sigma^{-1}f - (g - Hf)^{H}N^{-1}(g - Hf)] = \frac{1}{\det(\pi M)}\exp(-g^{H}M^{-1}g) \quad (7)$$

$$M = H\sigma H^{H} + N$$

$P(g|\sigma)$ 是均值为 0,协方差为 M 的高斯分布.

1.4 目标重建模型

已知先验的 σ 和图像 g 时, f 的后验概率分布为

$$P(f|g,\sigma) = \frac{P(g|f)\,P(f|\sigma)}{P(g|\sigma)} = \frac{\det(\pi M)}{\det(\pi N)\det(\pi\sigma)}\exp[-f^{H}\sigma^{-1}f - (g - Hf)^{H}N^{-1}(g - Hf) + g^{H}M^{-1}g] = \frac{1}{\det(\pi C)}\exp[-(f - f_r)^{H}C^{-1}(f - f_r)] \quad (8)$$

式中协方差 $C = \sigma - \sigma H^{H}M^{-1}H\sigma$.

$P(f|g,\sigma)$ 是均值为 f_r,协方差为 C 的高斯分布.

2 超分辨算法

假定 θ 已知,通过最大后验概率 $P(\sigma|g)$ 可计算出目标 σ. 同图像 g 相比, σ 具有更高的空间分辨率. $P(\sigma|g)$ 为

$$P(\sigma|g) = \frac{P(g|\sigma)\,P(\sigma)}{\int_\sigma P(g|\sigma')\,P(\sigma')} = \frac{P(g|\sigma)\,P(\sigma)}{P(g)} \quad (9)$$

令 $L_1(\sigma|g) \equiv \lg[P(\sigma|g)]$ (10)

$P(\sigma|g)$ 包含图像数据和先验知识的全部信息,最大化 $P(\sigma|g)$ 等效于最大化 L_1,本文采用最大似然函数的最大估计法求 L_1 的最大下界[3]. 利用 Jensn 不等式,式(10)可转换为

$$L_1(\sigma'|g) \geq L_2(\sigma',\sigma|g) + L_1(\sigma|g) \quad (11)$$

$$L_2(\sigma',\sigma|g) \equiv \int P(f|g,\sigma)\lg\frac{P(f|g,\sigma')}{P(f|\sigma)}\,\mathrm{d}f + \lg\frac{P(\sigma')}{P(\sigma)} \quad (12)$$

σ' 是 σ 的更新值. L_2 包含 $L_1(\sigma'|g)$ 中与 σ' 有关的项,则最大化 L_1 变为最大化 L_2.

根据式(3)和式(8),式(12)可简化为

$$L_2(\sigma',\sigma|g) = \{-\lg[\det(\pi\sigma')] - \mathrm{tr}(\sigma'^{-1}C) - f_r^{H}\sigma'^{-1}f_r + \lg[P(\sigma')]\} - \{-\lg[\det(\pi\sigma)] - \mathrm{tr}(\sigma^{-1}C) - f_r^{H}\sigma^{-1}f_r + \lg[P(\sigma)]\} \quad (13)$$

对式(13)微分得

$$\frac{\partial L_2}{\partial\lg[\sigma_i']} = \frac{|f_{r_i}|^2 + C_{ii} - \sigma_i'}{\sigma_i'} + \frac{\partial\lg[P(\sigma')]}{\partial\lg[\sigma_i']} \quad (14)$$

令式(14)为零,即可解出 σ',将 σ 更新为 σ',更新式(14)中的参数,并重新求解 σ',如此迭代计算式(14),当 σ 与 σ 差值满足一定收敛准则时, σ 即为 L_1 的局部极大值.

3 点扩展函数扰动校正算法

考虑 $H(\theta)$ 扰动程度的校正,式(10)变为

$$L_1(\sigma,\theta|g) \equiv \lg[P(\sigma,\theta|g)] \quad (15)$$

经过类似的简化,可得

$$L_1(\sigma',\theta'|g) \geq L_{2,\sigma}(\sigma',\sigma,\theta|g) + L_{2,\theta}(\theta',\sigma,\theta|g) + L_1(\sigma,\theta|g) \quad (16)$$

$$L_{2,\sigma}(\sigma',\sigma,\theta|g) = \{-\lg[\det(\pi\sigma')] - \mathrm{tr}(\sigma'^{-1}C) - f_r^{H}\sigma'^{-1}f_r + \lg[P(\sigma')]\} - \{-\lg[\det(\pi\sigma)] - \mathrm{tr}[\sigma^{-1}C] - f_r^{H}\sigma^{-1}f_r + \lg[P(\sigma)]\} \quad (17)$$

$$L_{2,\theta}(\theta',\sigma,\theta|g) = -\mathrm{tr}(H'^{H}N^{-1}H'C) - f_r^{H}H'^{H}N^{-1}H'f_r + (f_r^{H}H'^{H}N^{-1}g + c^{*}) +$$

$$\lg[P(\theta')] - \{-\mathrm{tr}[H^{H}N^{-1}HC] - f_r^{H}H^{H}N^{-1}Hf_r + [f_r^{H}H^{H}N^{-1}g + c^{*}] + \lg[P(\theta)]\} \quad (18)$$

式(17)、(18)将 θ 与 σ 分离,可以独立迭代计算 θ 与 σ!式(18)中的 c^{*} 为复数共轭项.对式(18)微分:

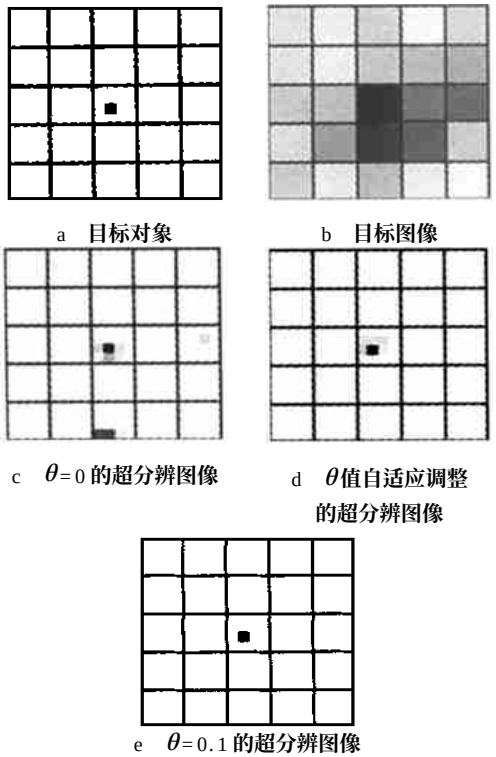
$$\frac{\partial L_{2,\theta}}{\partial \theta_i'^{*}} = \sum_{j=1}^{n}[-\mathrm{tr}(H_i^{H}N^{-1}H_jC) - f_r^{H}H_i^{H}N^{-1}H_jf_r - (\Lambda^{-1})_{ij}]\theta_j' - [\mathrm{tr}(H_i^{H}N^{-1}H_0C) + f_r^{H}H_i^{H}N^{-1}H_0f_r - f_r^{H}H_i^{H}N^{-1}g] \quad (19)$$

Λ 为 $P(\theta)$ 的协方差.

令式(19)为 0,即可解出 θ',θ 的解只依赖上次计算的 θ,σ 值.将式(19)与式(14)结合,通过迭代计算即可实现具有点扩展函数扰动校正能力的 SAR 图像超分辨.

4 计算机仿真及结果

为验证本文的超分辨算法,给出两组计算机仿真结果.首先将目标对象放置在 20 ×20 的栅格中,其中包含 1 或 2 个点目标.然后通过目标栅格与 PSF 的卷积生成 5 ×5 栅格的模拟图像,图像的信噪比为 20 dB.再经过 4 倍超分辨处理,重建 20 ×20 目标栅格,结果如图 1 所示.



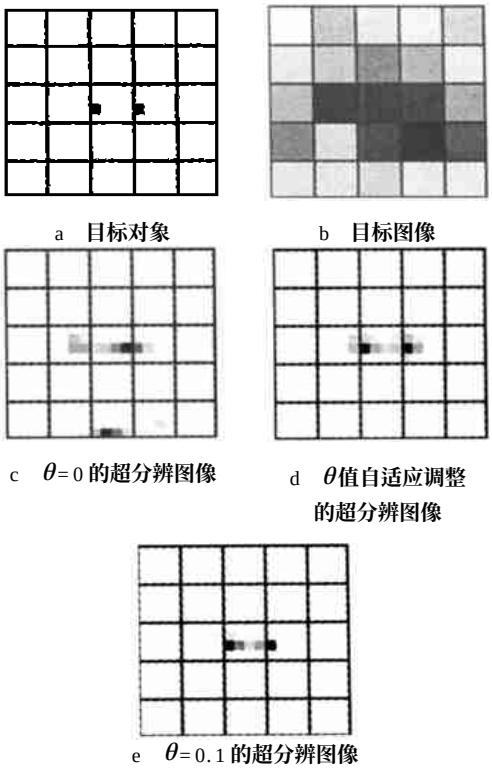
a 目标对象 b 目标图像

c $\theta=0$ 的超分辨图像 d θ 值自适应调整的超分辨图像

e $\theta=0.1$ 的超分辨图像

图 1 单个点目标的超分辨结果

图 1c 的 θ 值是错误的,在图像重建过程中未进行调整,即未进行 PSF 扰动校正处理,重建后的图像出现虚假目标,本文的主要目的之一就是抑制或消除重建过程中的虚假目标.图 1d 的 θ 初值也是错误的,在图像重建的迭代过程中逐步进行自适应调整并同时恢复了目标的雷达截面积.图 1e 是理想情况,PSF 的扰动情况精确已知,θ 值始终是正确的.图 2 中两个点目标的雷达截面积的幅度相等,相位相差 90°;在距离向的位置相同,在方位向位置相隔模拟图像的 3/4 个分辨单元.两个点目标的距离之近足以验证超分辨的效果.图 2c 未能区分相邻的这两个点目标,且同样存在虚假目标.图 2d 和图 2e 可以正确重建图像,有效区分两个点目标.



a 目标对象 b 目标图像

c $\theta=0$ 的超分辨图像 d θ 值自适应调整的超分辨图像

e $\theta=0.1$ 的超分辨图像

图 2 两个点目标的超分辨结果

图 1、图 2 中的 c 说明 PSF 的未知扰动会严重影响图像超分辨的效果.引入 PSF 参数模型,并增加扰动参数校正算法后,可以有效提高超分辨的能力.图 1、图 2 中相应 d 和 e 的区别在于参数 θ 的收敛效果.如进行足够多的迭代计算,θ 值趋于真实值,图 1、图 2 中 d 和 e 的结果是相同的.

5 结 论

本文采用 EM 算法使最大后验概率 $P(\sigma|g)$ 最大化,有效恢复了 SAR 图像的雷达截面积,提

高了 SAR 图像的分辨率,并通过最大后验概率 $P(\sigma,\theta|\ g)$最大化的方法,实现同时校正 PSF 的未知扰动及恢复雷达截面积,增强了超分辨算法的有效性和稳定性.此外,由于求解全局最大值的计算及其复杂,本文采用 Jense 不等式简化了最大后验概率的求解.虽然该简化只能保证求得 σ 的局部极大值,但多次仿真证实该局部极大值既能较好地逼近 σ 的真实值,又可避免计算 σ 全局极大值的复杂性.

由于 SAR 系统可简化为线性成像系统模型,经过运动补偿后残余的平台误差可看作 PSF 的扰动项,本算法可以补偿这种成像系统不确定性的影响,对于 SAR 图像的超分辨处理具有较强的理论和实用价值.

该算法的关键之处是构造合理的 PSF 参数化模型,能够同时拟合图像数据及相关信息.本文的仿真结果已证实算法的有效性,但由于现有的 SAR 数据缺乏足够的先验知识,尚无法直接验证实际 SAR 数据超分辨的效果,仍需结合 SAR 实验做进一步的研究.

致谢　英国皇家信号与雷达学会的 S. P. Luttrell 教授提供了部分参考文献并给与热情指导,特致诚挚的谢意.

参 考 文 献

[1] Demoment G. Image reconstruction and restoration: overview of common estimation structures and problems[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(12): 2024～2036.

[2] Oliver C, Quegan S. Understanding synthetic aperture radar images [M]. 1st ed. London: Artech House, 1998. 307～315.

[3] Delves L M, Pryde G C, Luttrell S P. A super-resolution algorithm for SAR images[J]. Inverse Problems, 1988, 14: 681～703.

[4] Luttrell S P, Oliver C J. Prior knowledge in synthetic aperture radar processing[J]. J Phys D: Appl Phys, 1986, 19: 333～356.

[5] Luttrell S P. Prior knowledge and resolution enhancement using the best linear estimate technique[J]. Opt Acta, 1985, 32: 703～716.

[6] Luttrell S P. A bayesian derivation of an iterative autofocus/super-resolution algorithm[J]. Inverse Problems, 1990, 16: 975～996.

SAR Bayesian Super-Resolution Algorithm with a Correction of Perturbed Point Spread Function

WANG Guo-dong　ZHOU Yin-qing　LI Chun-sheng

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Dept. of Electronic Engineering)

Abstract: According to Bayesian formulation, an estimate-maximise (EM) algorithm of SAR super-resolution is presented for reconstructing radar cross sections from SAR images. The algorithm incorporates successfully the prior knowledge about the image scene into image reconstruction, which can effectively improve classical resolution of SAR image. Furthermore, the algorithm can limit the effects of perturbed point spread function (PSF) by using a parameterized model and estimating model parameters. Combining two methods, the algorithm can realize SAR super-resolution with effect. The key of the algorithm is to construct a reasonable PSF model, which can fit SAR image data and collateral SAR imaging system parameters information simultaneously.

Key words: synthetic aperture radar; probability; image processing; super-resolution