混合系统等步长仿真时钟同步方法及性能评价

程长东 文传源
(北京航空航天大学 自动控制系)

摘 要 通过对一类混合系统仿真中的连续系统、离散事件系统及推理决策系统各自仿真时钟的分析,得出了推理决策系统仿真依赖于其他2个系统的结果,继而提出了用其中的离散事件系统仿真时钟去同步具有等步长策略的连续系统仿真时钟的等步长方法,并给出了相应的软件实现方法与性能评价准则,解决了该类混合系统仿真时钟的同步问题,从而为该类混合系统的仿真提供理论依据.

关键词 连续系统; 仿真; 时间同步; 混合系统
分类号 TP 391.91

1 问题的提出

混合事件动态系统(简称混合系统)是包含有连续事件、离散事件、推理决策(思维决策)事件的一类复杂动态系统[1,2]. 对混合系统的仿真可以分解为分别对连续系统、离散事件系统及推理决策系统的仿真. 由于以上3个子系统是在同一个系统中被仿真分析,因此基于上述仿真方法的关键在于要解决各子系统仿真时钟的同步. 采用何种同步方法以及如何对该方法进行评价是一个值得研究的问题,本文将对上述问题进行深入研究.

仿真时钟用于表示仿真时间的变化. 在连续系统仿真中,是将连续模型进行离散化而成为仿真模型,仿真时间的变化是基于仿真步长的确定,可以是定步长,也可以是变步长,因此仿真时钟就体现在该步长的推进上[3];在离散事件系统仿真中,其状态本来就只在离散时间点上发生变化,因而不需要进行离散化处理,而且,2个相邻发生的事件之间系统状态不会发生任何变化,因此仿真时钟可以跨过这些"不活动"周期,从一个事件发生时刻推进到下一事件发生时刻,仿真时钟的推进出现跳跃性[3]. 如果引起状态变化的事件发生时间是随机性的,那么仿真时钟的推进步长就将是随机的;在推理决策系统中,其决策条件的产生受控于连续系统或离散事件系统. 因此混合系统仿真首先要解决连续系统与离散事件系统的仿真时钟同步这个关键问题,解决了它们之间的同步,推理决策系统的同步问题也同样可以解决.

对于连续系统而言,仿真时钟的推进是靠数据的自我修改,通过算法耗费的时间来建立与物理时间的某种对应关系,因此这种仿真速度具有一定程度的"匀速性"[3]. 而在离散事件系统中,仿真时钟的推进只能通过某些条件的测试、等待,如事件处理模块的程序执行来建立与物理时间的某种对应关系,而在一些状态不变的"非活动区"是直接可以跨过的,因而这种仿真速度存在强烈的"变速性"[3]. 因此,连续系统的仿真局部时钟与离散事件系统的仿真局部时钟在缺乏同步措施的情况下是很难得到同步的,必须建立一种可行的办法使2种类型的仿真局部时钟能在同一系统中有效同步,否则将导致混合系统仿真的失败.

在系统仿真中,最费时的一般是连续系统的仿真,因为它包括了微分方程的求解和右函数的计算[4],而离散事件系统相对来说要快得多. 基于这种思想,下面就研究用离散事件系统的仿真时钟去同步连续系统仿真时钟,由于这里假设连续系统是采用了等步长策略,因此离散事件系统也采用等步长推进策略. 另外这里还假设承担连续系统与离散事件系统仿真的各处理器时钟能严格同步,关于物理时钟同步方法可参阅文献[5],这样就仅研究仿真时钟的同步问题了.

2 仿真时钟同步方法实现

设连续系统仿真步长,即积分步长为 τ,每推进一步积分算法所耗费的物理时间相等且为 T_s,离散事件系统仿真也在每一个 T_s 的物理时间之内推进一个 τ. 假设连续系统与离散事件系统仿真物理时钟能够严格同步,因此它们在各自步长

收稿日期: 1998-04-24 第一作者 男 30岁 博士生 100083 北京

点应是完全同步的. 也就是说, 不仅连续系统推进的一个步长与离散事件系统推进的一个步长相等且为 τ, 而且它们每推进一步所耗费的物理时间也应当相等且为 T_s, 这样就保证了连续系统与离散事件系统的仿真时钟同步. 尽管使用该种方法可以实现离散事件系统与连续系统的仿真时钟同步, 但它有一个明显弊病, 即是所有离散事件的发生均认为是发生在等步长点上, 即该步的结束时刻, 因此就可能要产生误差, 当 τ 选择较大, 则会引入较大误差, 这个误差对整个系统仿真会产生多大影响, 下面将详细研究.

3　同步方法性能评价

这里所研究的离散事件系统中离散事件发生的间隔时间 T 是一个随机变量, 且其服从于平均时间间隔为$\frac{1}{\lambda}$的指数分布, 即

$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t} \tag{1}$$

设离散事件系统仿真推进步长为 τ, 则对于随机变量 T, 它们之间存在着如下的关系:

$$T = K\tau - \Delta T \tag{2}$$

式中

$$\Delta T = \tau - \mathrm{mod}\left(\frac{T}{\tau}\right)$$

$$K = \left[\frac{T}{\tau}\right] + 1$$

[] 表示取整; mod(•) 表示取余. 由于 T 为[0, + ∞) 上取值的连续随机变量, 因此 K 与 ΔT 也一定是随机变量, 并且 ΔT 为[0, τ) 上的连续随机变量, K 为自然数集合上取值的离散随机变量. 这里定义 K 为同步倍数, ΔT 为同步误差.

由于同步倍数 K 为离散量, 因此其概率分布率 p_K 也为离散量, 下面利用 $f_T(t)$ 来求出同步倍数 K 的概率分布率.

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= P_T\{0 \leqslant T < \tau\} = \int_0^{\tau} f_T(t)\,\mathrm{d}t \\ p_2 &= P_T\{\tau \leqslant T < 2\tau\} = \int_{\tau}^{2\tau} f_T(t)\,\mathrm{d}t \\ &\cdots \\ p_n &= P_T\{(n-1)\tau \leqslant T < n\tau\} = \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} f_T(t)\,\mathrm{d}t \\ &\cdots \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

所以根据式(3) 可以求出同步倍数 K 对应的概率分布率如表 1 所示.

表 **1**　同步倍数 K 的概率分布率

K	1	2	…	n	…
p_K	$e^{-\lambda\tau}(e^{\lambda\tau}-1)$	$e^{-2\lambda\tau}(e^{\lambda\tau}-1)$	…	$e^{-n\lambda\tau}(e^{\lambda\tau}-1)$	…

下面再求出同步误差 ΔT 的概率分布函数.

从式(2) 可以看出, 由于同步误差 ΔT 在区间[0, τ) 上并不是 T 的单调函数, 因此采用逐段求解并叠加的方法, 即

$$F_{\Delta T}(\Delta t) = P_{\Delta T}\{\Delta T \leqslant \Delta t\} = P_T\{\tau - \Delta t \leqslant T < \tau\} + P_T\{2\tau - \Delta t \leqslant T < 2\tau\} + \cdots + P_T\{n\tau - \Delta t \leqslant T < n\tau\} + \cdots \tag{4}$$

因此

$$F_{\Delta T}(\Delta t) = \int_{\tau-\Delta t}^{\tau} f_T(t)\,\mathrm{d}t + \int_{2\tau-\Delta t}^{2\tau} f_T(t)\,\mathrm{d}t + \cdots + \int_{n\tau-\Delta t}^{n\tau} f_T(t)\,\mathrm{d}t + \cdots = \int_{\tau-\Delta t}^{\tau} \lambda e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t + \int_{2\tau-\Delta t}^{2\tau} \lambda e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t + \cdots + \int_{n\tau-\Delta t}^{n\tau} \lambda e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t + \cdots \tag{5}$$

所以同步误差的概率分布函数为

$$F_{\Delta T}(\Delta t) = e^{-\lambda\tau}(e^{\lambda\Delta t} - 1) + e^{-2\lambda\tau}(e^{\lambda\Delta t} - 1) + \cdots + e^{-n\lambda\tau}(e^{\lambda\Delta t} - 1) + \cdots \tag{6}$$

假设离散事件发生平均间隔时间远大于仿真推进步长, 即$\frac{1}{\lambda} \gg \tau$, 因而有 $\lambda\tau \ll 1$, 所以式(6) 变成

$$F_{\Delta T}(\Delta t) = \frac{e^{\lambda(\Delta t - \tau)} - e^{-\lambda\tau}}{1 - e^{-\lambda\tau}} \tag{7}$$

所以同步误差 ΔT 的概率密度函数为

$$f_{\Delta T}(\Delta t) = \frac{\mathrm{d}F_{\Delta T}(\Delta t)}{\mathrm{d}\Delta t} = \frac{\lambda e^{-\lambda\tau}}{1 - e^{-\lambda\tau}} \cdot e^{\lambda\Delta t} \tag{8}$$

下面分别求出同步误差 ΔT 与同步倍数 K 的数学期望如(9) 式与(10) 式所示.

$$E\{\Delta T\} = \int_0^{\tau} \Delta t \cdot f_{\Delta T}(\Delta t)\,\mathrm{d}\Delta t = \frac{\tau}{1 - e^{-\lambda\tau}} - \frac{1}{\lambda} \tag{9}$$

$$E\{K\} = \sum_{k=1}^{+\infty} k p_K = \frac{1}{1 - e^{-\lambda\tau}} \tag{10}$$

根据式(10) 可以得出平均同步倍数, 根据式(9) 可以得出平均同步误差, 也可以得出离散事件系统每步的平均同步误差 ε, 其定义为平均同步误差与平均同步倍数的比.

$$\varepsilon = \frac{E\{\Delta T\}}{E\{K\}} = \tau - \frac{1}{\lambda(1 - e^{-\lambda\tau})} \tag{11}$$

设混合系统仿真时钟相对平均同步误差为 η, 它是用离散事件系统平均同步误差与平均时

间间隔的比值来刻划,即

$$\eta = \frac{E\{\Delta T\}}{E\{T\}} \tag{12}$$

相对平均同步误差反映了同步误差对整个系统仿真的影响程度,它能够较客观地评价相应同步方法的有效性.

将式(9)代入式(12)得

$$\eta = \left(\frac{\lambda\tau}{1-e^{-\lambda\tau}}-1\right)\times 100\% = \left(\frac{1}{1-0.5\lambda\tau+o(\lambda\tau)}-1\right)\times 100\% \approx \left(\frac{0.5\lambda\tau}{1-0.5\lambda\tau}\right)\times 100\% \tag{13}$$

例**1** 设参数 $\lambda=0.1$, $\tau=0.012$,求混合系统仿真时钟平均相对同步误差.

解 根据式(11)可求得仿真时钟每步的平均同步误差为

$$\varepsilon \approx 0.5\lambda\tau^2 = 0.5\times 0.1\times 0.012\times 0.012 = 7.2\times 10^{-6}$$

根据式(13)可求得仿真时钟相对平均同步误差为

$$\eta \approx \frac{0.5\times 0.012\times 0.1}{1-0.5\times 0.012\times 0.1}\ 100\% \approx 0.6\%$$

从例1可以看出,当离散事件发生平均间隔时间远大于仿真推进步长时,其相对平均同步误差是很小的.因此也可以得出这种误差对整个系统的仿真影响较小.

4 结束语

利用上述方法来实现该类混合系统仿真中离散事件系统与连续系统之间的仿真时钟同步,可以做到它们之间的有效同步,并且由于离散事件系统与连续系统之间的同步较好,因而使整个混合系统仿真的时间效率较高.这种方法对于定步长的连续系统仿真具有有效性,但对于变步长连续系统仿真而言,还需要作相应的修正.另外还可以看出,当离散事件发生的平均时间不能满足远大于仿真推进步长时,将不能采用该种方法.

参考文献

1 Wen Chuanyuan. Comprehensive system and its modelling and simulation. In: CASS, eds. Proceedings of BICSC'92. Beijing: CASS, 1992.22~25

2 文传源,易正本. 混合事件系统的建模问题. 见:中国系统仿真学会主编. 1994中国系统仿真学会论文集. 北京:中国系统仿真学会, 1994.17~19

3 熊光楞,肖田元,张燕云. 连续系统仿真与离散事件系统仿真. 北京:清华大学出版社, 1991

4 刘整社. 系统仿真中并行处理问题及建模问题的研究:[学位论文]. 北京:北京航空航天大学自动控制系, 1989

5 周绥平. 分布交互仿真研究:[学位论文]. 北京:北京航空航天大学自动控制系, 1995

Clock Synchronization Method and Performance Evaluation on a Class of Hybrid Systems

Cheng Changdong Wen Chuanyuan

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Dept. of Automatic Control)

Abstract During the simulation of a class of hybrid systems which consist of continuous systems, discrete event systems and inference decision systems, because the simulation of inference decision systems depends on other two systems, there are only different private simulation clocks between continuous systems and discrete event systems. This paper studies their simulation clock synchronization problem, and the equal step length synchronization method which bases on the equal step length of continuous system simulation, and the software realization method is given. Finally, the performance valuation method is also given, which can provide theoretical basis for the simulation of this class of hybrid systems.

Key words continuous systems; simulation; time synchronization; hybrid systems