空军作战飞机武器系统优化配置

黄 俊 武 哲 朱荣昌
(北京航空航天大学 飞行器设计与应用力学系)

摘 要 空军是现代战争的一个关键要素,作战飞机则是空中力量的主要武器.以战役优势参数作为目标函数,采用带约束的复合形优化方法,对空军的作战飞机武器系统装备进行了非线性规划,寻求在如装备数量和采购预算等限制条件下的最优配置.算例表明所用数学模型和方法正确有效,建立的软件系统具有现时的应用价值.

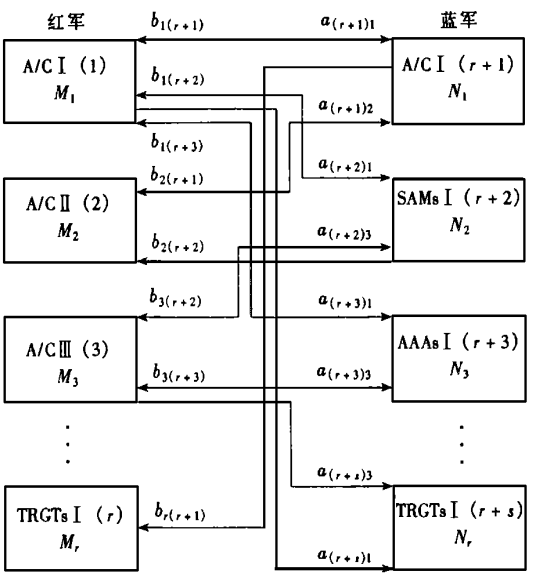
关键词 军用飞机; 作战模拟; 最佳化; 战役优势
分类号 E 824; E 926; O 221

在海湾战争中以美国为首的盟军空军覆盖了整个战场,贯穿了全过程,对于联军的胜利起到了关键性的、甚至是决定性的作用.克林顿在庆祝美国空军建军 50 周年的贺信中说:"在我们迎接新世纪曙光的今天,美国空军在保卫我们的安全和增进我们的国家利益中将继续扮演极其重要的角色"[1].近年来我国在东南沿海进行的军事演习标志着我军已从陆军为主的地面决胜方式转变到陆海空三军协同、立体攻防的现代化战争模式,充分说明了空军在未来战争中的重要地位.空军如何更有效地利用现有飞机装备,使其在战争中充分发挥战斗效能.在有限的军费支持和装备预算下,发展和装备什么样的新型飞机都是十分关键的课题.

1 战役优势模型

空军实施的战役想定(scenario)是:某方以一定的路线和战术进攻时可能遭遇到的另一方各种威胁以及防御时一定配置的各种武器系统给对方的打击[2].它主要涉及各种战斗机(A/C)、地(海)空导弹(SAMs)、防空高炮(AAAs)和被攻击的目标(TRGTs).由此可以画出红军和蓝军交战的框图(示于图 1).图中的 $M_1, M_2, \cdots, M_r$ 和 $N_1, N_2, \cdots, N_s$ 分别代表红蓝军各种飞机、地空导弹、防空高炮和被攻击目标的数量,r、s 为红、蓝军不同武器系统和目标的种数.武器系统和被动目标的种数总和为 $r+s$.

a_{ji} ($i=1,2,\cdots,r; j=r+1, r+2, \cdots, r+s$) 和 b_{ij} 分别为红、蓝军的损耗系数.第 1 个下标代表受损者,第 2 个下标代表造成损耗者.损耗系数分别由(1)式和(2)式计算.



注:图中箭头表示对所指方造成损耗.

图 1 空军战役模型示意框图

$$a_{ji} = a'_{ji}\alpha_{ji} \tag{1}$$

$$b_{ij} = b'_{ij}\beta_{ij} \tag{2}$$

式中 a'_{ji} (b'_{ij}) 为当 M_i (N_j) 仅与 N_j (M_i) 交战时红(蓝)方武器系统的固有毁伤率;α_{ji} (β_{ij}) 为 M_i (N_j) 个飞机或武器中分配来对付 N_j (M_i) 的比例因子.并有

$$0 \leq \alpha_{ji}(\beta_{ij}) \leq 1 \tag{3}$$

$$\sum_j \alpha_{ji} \leq 1 \tag{4}$$

$$\sum_i \beta_{ij} \leq 1 \tag{5}$$

收稿日期: 1998-04-13 第一作者 男 34 岁 博士生 100083 北京

根据 Lanchester 平方律战争模型[3],即

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = -\ BN \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\ AM \tag{7}$$

其中 t 为时间变量,单位可根据具体情况定为天或出击架次. 由(6)式和(7)式综合得到空军战役的数学模型

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = CX \tag{8}$$

其中状态变量

$$X = \{x_1, x_2, \cdots, x_{r+s}\} = \{M_1, M_2, \cdots, M_r, N_1, N_2, \cdots, N_s\} \tag{9}$$

而且有 $x_i \geq 0\ (i = 1, 2, \cdots, r+s)$,系数矩阵或称控制矩阵

$$C = \begin{matrix} 0 & -B \\ -A & 0 \end{matrix}$$

为 $r+s$ 阶方阵,显然

$$A = \begin{bmatrix} a_{(r+1)1} & a_{(r+1)2} & \cdots & a_{(r+1)r} \\ a_{(r+2)1} & a_{(r+2)2} & \cdots & a_{(r+2)r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{(r+s)1} & a_{(r+s)2} & \cdots & a_{(r+s)r} \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{1(r+1)} & b_{1(r+2)} & \cdots & b_{1(r+s)} \\ b_{2(r+1)} & b_{2(r+2)} & \cdots & b_{2(r+s)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{r(r+1)} & b_{r(r+2)} & \cdots & b_{r(r+s)} \end{bmatrix} \tag{11}$$

而且 A 和 B 中的元素(即 a_{ji} 和 b_{ij})非负.

在战役开始之前,通过兵力优势参数可以断定随着战事的进行,具有优势的一方最终将彻底歼灭另一方. 优势参数由方程(8)确定:根据系数矩阵 C,可以证明 C 有 $2n\ (n = \min(r, s))$ 个非零特征值[3],找出最大(或实部最大)的特征值,按(12)式求出 q.

$$C^{\mathrm{T}} q = \lambda_{\max} q \tag{12}$$

q 叫做矩阵 C 的左主特征矢量,把 q 写成

$$q = \{cV \quad dW\} \tag{13}$$

式中 V、W 分别为对应于红、蓝方状态变量 M 和 N 的子列;c、d 为常数乘子.

引入统一理论(unified theory),即把 cV 和 dW 中最大的元素取为 1,可导出红军相对于蓝军的优势参数[3].

$$\Phi_0 = \left(\frac{W^{\mathrm{T}} A e}{V^{\mathrm{T}} B e} \frac{W^{\mathrm{T}} e}{V^{\mathrm{T}} e}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{V^{\mathrm{T}} M_0}{W^{\mathrm{T}} N_0} \tag{14}$$

式中 M_0, N_0 为蓝红方状态变量的初值,即战役开始前双方的兵力(作战飞机武器系统数量);e 为单位矢量. $\Phi_0 = 1.0$ 时表示两军战役优势相等;$1.0 < \Phi_0 < \infty$ 表示红军具有比蓝军大的战役优势,即蓝军处于劣势地位.

2　优化模型

已知红、蓝军各种武器系统的战斗效能指数,给定蓝军各种参战武器系统的数量,在规定的约束条件下配置红军各种武器系统数量,使红军战役优势最大. 设红军将投入战斗的各种武器系统数量 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$,把(14)式写成 $\Phi_0 = h(X)$. 问题为在给定约束条件 $g_j(X) \geq 0\ (j = 1, 2, \cdots, m)$ 下使目标函数 $\Phi_0 = h(X)$ 最大,这里的 $g_j(X) \geq 0$ 是一个广义表达式,它包含了所有显示的和隐式的等式和不等式约束条件,令 $f(X) = -h(X)$,优化模型可表示为

$$\min_{X \in D} f(X)$$

$$D \overset{\text{def}}{=} \{X \mid g_j(X) \geq 0, j = 1, 2, \cdots, m\} \tag{15}$$

$D \subset R^n$ 为问题的可行域,$X \in D$ 为问题的可行解. 优化过程的目的是寻找一个 $X^* \in D$,对所有的 $X \in D$ 均有 $f(X) \geq f(X^*)$. 该 X^* 就是问题的全局最优解.

获取 X^* 的数值计算方法多种多样. 许多优化方法对目标函数和约束条件的性态有一定的要求,如线性、连续可微、凸集等. 由(14)式可看出,战役优势参数依赖于方程(8)中系数矩阵 C 的主左特征矢量、矩阵 C 中的分块阵 A 和 B、当然依赖于变量 X,而 C 中的非零元素不仅取决于武器系统的战斗效能,而且与参战武器系统数量有关,对目标函数的性态进行分析十分困难,而可行域 D 也难以保证为凸集. 故这里采用直接的复合形法进行优化计算. 复合形寻优是一种成熟、有效的方法,其步骤为先给定一个可行点(解),随机产生另外 $2n-1$ 个点,并采取措施保证这些点均在可行域上,此 $2n$ 个点作为顶点构造初始复合形,然后通过找出好点、剔除坏点、反射、收缩等一系列方法产生点列 $\{X^{(1)}, X^{(2)}, \cdots, X^{(i)}, \cdots\}\ (i = 1, 2, \cdots, i, \cdots)$,把满足给定收敛准则的 $X^{(i)}$ 就作为 X^* 的近似解[4].

3　算　例

红、蓝两军各动员 4 种型号的飞机参战,且仅为纯空战. 各型飞机的对空作战效能指数用对数法[5]计算,即

$$c = \left[\ln M + \ln\left(\sum F_1 + 1 \right) + \ln\left(\sum F_2 \right) \right] \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \qquad (16)$$

式中 M、F_1 和 F_2 分别为飞机的机动性参数、火力参数和探测能力参数;ε_1、ε_2、ε_3 和 ε_4 分别为操纵效能系数、生存力系数、航程系数和电子对抗能力系数. 其中电子对抗能力考虑威胁告警、噪声干扰和假目标干扰等. 参战飞机的空战效能指数的计算结果列入表 1.

表 1 参战飞机的对空作战效能指数 c

红 军				蓝 军			
1#	2#	3#	4#	1#	2#	3#	4#
14.4	9.1	6.8	5.3	17.2	12.6	11.5	8.1

分别给定蓝军各型飞机的数量为 6 架,15 架,13 架,11 架. 考虑红军作战飞机武器系统装备总量(E 架),各型飞机装备数量的上限和下限以及可提供的总采购经费(F 亿元)为约束条件,其表达式为

$$\left.\begin{aligned} 2 \le x_1 \le 15 \\ 5 \le x_2 \le 30 \\ 5 \le x_3 \le 40 \\ 5 \le x_4 \le 40 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le E \\ 0.76x_1 + 0.45x_2 + 0.2x_3 + 0.16x_4 \le F \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

方程(8)的系数矩阵 C 中的元素中的固有毁伤率用参战飞机的对空作战能力指数计算,一般交战飞机的损失比与其空战指数成反比,计算过程中可根据具体情况采用开方、加权等方式进行弱化处理,比例因子按双方均随机选择空中目标进行攻击确定. 取 $F = 18$ 亿元和 $E = 65$ 架,红军作战飞机最优配置的计算结果分别示于图 2 和图 3.

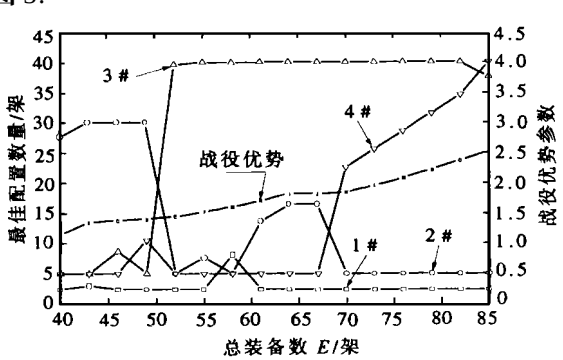


图 2 最优配置和战役优势随总装备架数的变化

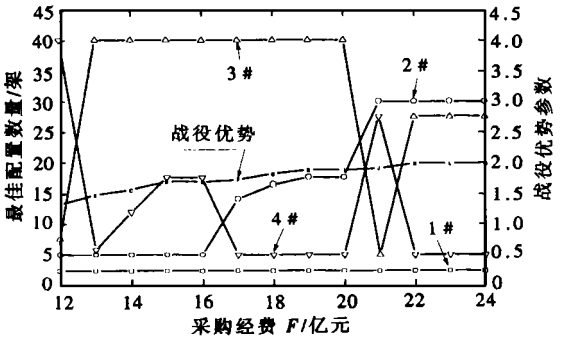


图 3 最优配置和战役优势随采购经费的变化

4 结 论

1) 尽管红军 1# 飞机的作战效能最高,但单机价格亦高,同时受到装备上限的约束,所以只有当装备总量小而采购费用充裕的情况下才多装备该型飞机;

2) 红军 3# 飞机在大多数情况下取其装备上限,一方面是由于飞机的效费比(这里仅考虑采购费)高,另外 40 架同型飞机将构成集中优势;

3) 复合形优化方法简单、实用,对目标函数和约束条件要求宽松,但效率低、稳定性差,对初始点敏感. 但复合形法克服了单纯形法容易产生退化的缺点,在精度要求不高和变量不多时,仍不失为一种有效方法;

4) 对于非凸目标函数,可行域内存在多个局优解. 为找到全局最优解,针对本文讨论的具体问题,经过分析、反复试算和检验总结出:最多改变 $2n - 1$(n 为变量个数)次初始点进行计算就保证获得全局最优解;

5) 作为对模型和软件系统的说明,算例只考虑飞机的单机采购费用,忽略了飞机的使用、维护、保障及飞行员的培训成本等,并且仅用纯空战优势来对飞机优化配置.

参 考 文 献

1 Clinton B. Letter from the White House. Aviation Week and Space Technology, 1997-04-16(11)

2 Ball R E. The fundamentals of aircraft combat survivability analysis and design. New York: AIAA Inc, 1985

3 Przemieniecki J S. Mathematical methods in defense analysis. Washington D C: AIAA Inc, 1994

4 席少霖, 赵凤治. 最优化计算方法. 上海: 上海科学技术出版社, 1983

5 朱宝鎏,朱荣昌,熊笑飞. 作战飞机效能评估. 北京:航空工业出版社,1993

Optimized Collocation of Combat Aircraft Weapon Systems for Air Force

Huang Jun　Wu Zhe　Zhu Rongchang

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Dept. of Flight Vehicle Design and Applied Mechanics)

Abstract　The air force is one of the key elements in modern warfare and its main weapons are combat aircraft. Taking the campaign superiority parameter as objective function, a nonlinear programming for the combat aircraft weapon systems of air force was completed by using the complex method with constrains. The optimal collocation of the military airplanes under the limitations of equipping quantity and purchasing budget was worked out. An example indicates that the used mathematical models, method and arithmetic are correct and effective. It also shows that the established software system is quite practical and applicable. An explanation of the calculated results and evaluations for complex method and the software system were summed up in the conclusion.

Key words　military airplanes; battle simulation; optimization; campaign superiority