复合材料夹层结构的逐渐破坏计算模型[1)]

张志民 李晋秋 郭艳阳
(北京航空航天大学 飞行器设计与应用力学系)

摘 要 建立了可以预测面内破坏、分层破坏和芯层破坏的复合材料夹层结构逐渐破坏模型. 利用能量变分原理和非线性几何方程,以反对称失稳为例导出了考虑剪切效应夹层板的非线性稳定性控制方程组,并利用广义傅氏级数法对此高阶偏微分非线性方程组进行数值求解,在此基础上利用蔡-胡及最大剪应力强度理论及刚度退化规律得到复合材料夹层板的临界载荷、后屈曲路径、破坏过程和强度极限.

关键词 复合材料; 破坏机理; 极限载荷; 夹层结构
分类号 V 214.35

由于复合材料夹层结构具有比强度高、比刚度大且重量轻等优点,又具有减振、吸音、隔热、耐疲劳等特性,其在航空航天飞行器等先进结构上获得了日益广泛的应用. 与各向同性材料不同,复合材料夹层结构的破坏是一个很复杂的过程,预测一个实际结构在复杂载荷和复杂边界条件下的破坏模式及破坏强度一直是工程十分关注的问题. 利用最先一层失效的概念来预测复合材料夹层结构的最终破坏强度通常过于保守. 实际上最先一层的破坏并不意味着整个夹层结构的破坏,只是整体刚度有明显的下降,此时构件尚可进一步承载,直至相当的铺层都失效后,并不再能承受载荷时整个构件才算全部破坏. 本文建立了可以预测面内破坏、分层破坏和芯层剪切破坏的夹层结构逐渐破坏模型,并且研制了相应的程序系统,该系统可在任一载荷阶段给出结构的变形、应力分布和各层破坏情况,并可预测当前结构的剩余刚度、剩余强度和最终破坏强度.

1 理论分析

任何一个逐渐破坏模型一般都包括 2 个方面:应力分析和破坏分析. 应力分析可以用解析法和有限元法等方法;破坏分析是根据一定的破坏准则来判别复合材料结构中是否有单元破坏.

1.1 应力分析

本文的应力分析采用复合材料夹层板在复杂载荷下非线性稳定性剪切理论. 基本假设如下:

1) 该理论为大挠度几何非线性的剪切理论;

2) 上、下表层面板为任意铺层的复合材料层合薄板;

3) 只考虑芯层的正交异性剪切效应,忽略面内刚度效应;

4) 表层面板与芯层的粘接是理想的;

5) 夹层板只受面内载荷的作用.

位移函数满足如下关系:

$$\left.\begin{aligned} u &= u^0 + z\phi_x \\ v &= v^0 + z\phi_y \\ w &= w^0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中 ϕ_x 和 ϕ_y 为 x 和 y 方向的平均转角.

采用 Karman-Donnel 非线性几何方程

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 \\ \varepsilon_y &= v_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^2 \\ \gamma_{xy} &= u_{,y} + v_{,x} + w_{,x}w_{,y} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

得到大挠度情况下变形协调方程为

$$\varepsilon_{x,yy}^0 + \varepsilon_{y,xx}^0 - \gamma_{xy,xy}^0 = w_{,xy}^2 - w_{,xx}w_{,yy} \tag{3}$$

内力-应变关系为

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \tag{4}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{55} & C_{45} \\ C_{45} & C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\gamma}_{xz} \\ \bar{\gamma}_{yz} \end{Bmatrix} \tag{5}$$

其中 Q_x 和 Q_y 为横向剪力; C_{ij} ($i, j = 4, 5$) 为夹层板的剪切刚度.

控制方程的建立过程如下.

当面板很薄时,根据假设夹层板的应变能可以统一表达为

收稿日期: 1998-12-14 第一作者 男 64 岁 教授 100083 北京
1) 航空基础科学基金(98B51027)资助项目

$$U^{b} = U^{+f} + U^{-f} + U^{c} =$$
$$\frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b [N_x\varepsilon_x^0 + N_y\varepsilon_y^0 + N_{xy}\gamma_{xy}^0 +$$
$$M_x\kappa_x + M_y\kappa_y + M_{xy}\kappa_{xy} +$$
$$Q_x(\phi_x + w_{,x}) + Q_y(\phi_y + w_{,y})]\mathrm{d}x\mathrm{d}y \quad (6)$$

其中 U^{+f} 为上面板的应变能；U^{-f} 为下面板的应变能；U^{c} 为芯层的应变能.

当考虑弹性支持的边界条件时，假设转动弹性支持的刚度系数为 ξ_1，ξ_2，则其在变形过程中所存储的应变能为

$$U^{e} = \frac{1}{2}\int_0^a \xi_2\phi_y^2\Big|_{y=0}^{y=b}\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int_0^b \xi_1\phi_x^2\Big|_{x=0}^{x=a}\mathrm{d}y \quad (7)$$

假设夹层板在边界上受面内载荷 $\bar{N}_x$，$\bar{N}_y$，$\bar{N}_{xy}$ 的联合作用，其外力势能为

$$V = -\int_0^a \bar{N}_{xy}u^0\Big|_{y=0}^{y=b}\mathrm{d}x - \int_0^b \bar{N}_x u^0\Big|_{x=0}^{x=a}\mathrm{d}y -$$
$$\int_0^a \bar{N}_y v^0\Big|_{y=0}^{y=b}\mathrm{d}x - \int_0^b \bar{N}_{xy}v^0\Big|_{x=0}^{x=a}\mathrm{d}y \quad (8)$$

为了简化求解，引入并定义应力函数 F 为

$$\left.\begin{aligned} N_x &= F_{,yy}\\ N_y &= F_{,xx}\\ N_{xy} &= -F_{,xy}\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

由最小势能原理 $\delta\Pi = \delta(U + V) = 0$ 所得的积分形式的平衡方程及由余虚功原理所得的积分形式的变形协调方程可得结构积分形式的控制方程组. 选取应力函数和位移函数为

$$\left.\begin{aligned} \bar{F} &= \bar{N}\cdot F_0 + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}F_{mn}X_m(\zeta)Y_n(\eta)\\ \bar{w} &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}w_{mn}X_m(\zeta)Y_n(\eta)\\ \phi_\zeta &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}R_{xmn}[X_m(\zeta)]_{,\zeta}\cdot Y_n(\eta)\\ \phi_\eta &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}R_{ymn}X_m(\zeta)\cdot[Y_n(\eta)]_{,\eta}\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

其中 F_{mn}，w_{mn}，R_{xmn}，R_{ymn} 为待定系数；$X_m(\zeta)$，$Y_n(\eta)$ 为梁本征函数.

为了便于求解，变换求得矩阵形式的非线性控制方程组为(可参阅文献[1])

$$-\bar{N}\{T_A\} + [U_4]\{W\} - \bar{N}[U_3]\{W\} +$$
$$[T_1][T_w][A_5]\{W\} + [T_w][U_2]\{W\} -$$
$$[T_w][U_1][T_w][A_5]\{W\} = 0 \quad (11)$$

1.2 破坏分析

逐渐破坏模型计算结果的好坏主要取决于破坏准则以及刚度矩阵退化规律选择是否得当.

1.2.1 破坏准则

为了使计算结果准确并且又便于工程应用，采用 Tsai-Wu 强度理论计算面板的失效强度为

$$\{F_1\}^{T}\{\sigma_1\} + \{\sigma_1\}^{T}\{F_{11}\}\{\sigma_1\} = 1 \quad (12)$$

最大剪应力强度理论计算芯层及层间的失效强度为

$$\{\tau\} = \{S\} \quad (13)$$

强度比计算公式为

$$R = \frac{\sigma_i(a)}{\sigma_i} \quad (14)$$

其中 $\sigma_i(a)$ 为相应极限应力；σ_i 为实际作用应力.

将式(12)代入式(14)得 Tsai-Wu 强度比方程为

$$\{\sigma_1\}^{T}[F_{11}]\{\sigma_1\}R_f^2 + \{F_1\}^{T}\{\sigma_1\}R_f - 1 = 0 \quad (15)$$

展开后为

$$(F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2)R_f^2 +$$
$$(F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2)R_f - 1 = 0 \quad (16)$$

将式(13)代入式(14)得最大剪应力强度比方程为

$$\left.\begin{aligned} |\tau_{xz}|R_c - S_{xz} &= 0\\ |\tau_{yz}|R_c - S_{yz} &= 0\\ |\tau|R_{in} - \tau_b^i &= 0\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

其中 R_f 为面板的强度比；R_c 为芯层的强度比；R_{in} 为层间的强度比.

选取面板、层间和芯层中较小的强度比作为判别结构发生破坏的依据.

$$R = \min(R_f, R_c, R_{in}) \quad (18)$$

1.2.2 刚度矩阵退化模型

当夹层板中的最弱一层失效后，夹层板的刚度将发生变化，应力在各铺层中的分布也随之改变，因而，求夹层板极限强度的关键是如何处理失效层的刚度.

1) 破坏形式为面内失效

本文选用蔡为伦提出的失效层刚度降级准则.

若 $|\sigma_1| < X$，基体失效，则

$$Q_{22} = Q_{12} = Q_{66} = 0 \quad (19)$$

若 $|\sigma_1| > X$，纤维断裂，则

$$Q_{11} = Q_{22} = Q_{12} = Q_{66} = 0 \quad (20)$$

2) 破坏形式为分层

$$G_{13} = G_{23} = 0 \quad (21)$$

3) 芯层剪切破坏

由于夹层结构承载情况与工字形梁相似，面

板与凸缘相当,主要承受面内拉力、压力,芯层类似腹板,主要承受横向剪力.若芯层破坏,可以认为结构已丧失承载能力,此时的载荷值为最终破坏载荷.

1.2.3　求解方法与最终破坏准则

上述破坏分析中包含了变形几何和材料性质的双重非线性问题,结构在加载过程中各点的变形路径是十分复杂的.本文采用了求解非线性方程组的混合算法,该算法将 Newton 法和梯度法相结合,使其具有梯度法的稳定性和 Newton 法的收敛快的特点.

判断结构的最终破坏有 2 个条件,首先是结构的当前的面内刚度矩阵的行列式值趋于零,即

$$|\det A_T/\det A_0| \leq \varepsilon \tag{22}$$

其次是结构的当前的剪切刚度矩阵的行列式值趋于零,即

$$|\det C_T/\det C_0| \leq \varepsilon \tag{23}$$

其中 A_T 和 A_0 及 C_T 和 C_0 分别是结构当前和初始状态下的面内及剪切刚度矩阵;ε 为预先给定的精度.

满足上述 2 个条件,即可认为结构已经丧失了承载能力,此时的载荷称为结构的最终破坏载荷或极限载荷.

2　结果与讨论

1) 用文献[2]中的实验结果作为考题进行计算.四边简支复合材料(AS4/3501-6)夹层方板,受单向均匀压力 N_x,面板铺层顺序为 $[\pm 45/0]_s$,边长 $a = b = 250$ mm,其中面板基本数据为

$$E_L = 139.3\ \text{GPa} \qquad E_T = 11.1\ \text{GPa}$$
$$G_{LT} = 6.0\ \text{GPa} \qquad \nu_{LT} = 0.3$$
$$X_T = 2\,150\ \text{MPa} \qquad X_C = 1\,550\ \text{MPa}$$
$$Y_T = 54\ \text{MPa} \qquad Y_C = 221\ \text{MPa}$$
$$S = 105\ \text{MPa}$$

芯层基本数据为

$$G_{XZ} = 60\ \text{MPa} \qquad G_{YZ} = 30\ \text{MPa}$$
$$\tau_{XZ} = 1.8\ \text{MPa} \qquad \tau_{YZ} = 1.2\ \text{MPa}$$

层间的参数为

$$G_x = G_y = G_{LT} \qquad S_{in} \leq S$$

由表 1 可见,对于给定面板和芯层的材料,芯层厚度的增加会改变结构最终破坏模式.结构的临界载荷与破坏载荷随芯层厚度的增加而增大,但破坏载荷没有临界载荷增加的幅度快,当芯层厚度增大到一定程度时,结构将不首先发生总体失稳而首先发生结构破坏.

表 1　本文计算结果与文献实验结果对比

芯层厚度 /mm	本文分析结果				实验结果			
	失稳载荷 /(N·mm⁻¹)	破坏载荷 /(N·mm⁻¹)	最先一层失效形式	最终破坏形式	失稳载荷 /(N·mm⁻¹)	破坏载荷 /(N·mm⁻¹)	最终破坏形式	
3.2	222	267	分层破坏	分层破坏	248	328	分层破坏	
6.4	423	479	分层破坏	面板破坏	464	512	面板破坏	
9.6	621	611	面板破坏	面板破坏	*	608	面板破坏	

注:*表示破坏前未发生失稳.

2) 四边简支复合材料(CFRP)夹层方板,面板铺层顺序为[0/90/0],边长 $a = b = 228$ mm,其中面板基本数据为

$$E_L = 142\ \text{GPa} \qquad E_T = 9.8\ \text{GPa}$$
$$G_{LT} = 4.3\ \text{GPa} \qquad \nu_{LT} = 0.34$$
$$X_T = 2\,400\ \text{MPa} \qquad X_C = 2\,400\ \text{MPa}$$
$$Y_T = 94\ \text{MPa} \qquad Y_C = 101\ \text{MPa}$$
$$S = 101\ \text{MPa}$$

芯层基本数据为

$$G_{XZ} = 60\ \text{MPa} \qquad G_{YZ} = 35.2\ \text{MPa}$$
$$\tau_{XZ} = 2.3\ \text{MPa} \qquad \tau_{YZ} = 1.3\ \text{MPa}$$

层间的参数为

$$G_x = G_y = G_{LT} \qquad S_{in} \leq S$$

由图 1 可知,随着抗转弹性支持系数的增加,临界载荷和破坏载荷都提高,结构的承载能力

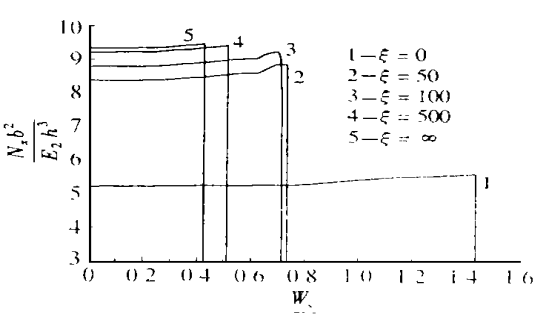


图 1　夹层板在不同抗转刚度的弹性支持下的后屈曲路径

有所改善,但承载过程将有所减小.

由图 2 可知,结构具有较强的抗剪能力,但对轴压载荷比较敏感,轴压载荷与剪切载荷联合作用,结构的承载能力将有很大的下降.

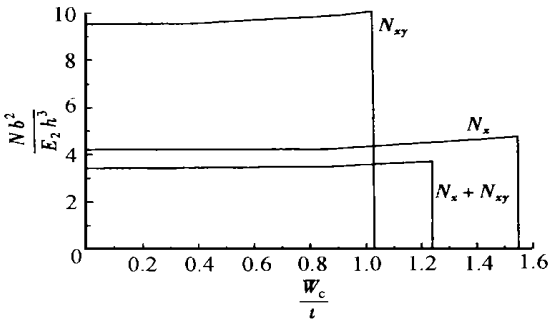


图 2 夹层板在不同外载条件下的后屈曲路径

3 结 论

1) 本文构造的具有逐步破坏的几何非线性分析模型,对于复合材料夹层板结构的强度和屈曲分析,特别是预测结构内部破坏过程及其承载能力是十分必要的;

2) 本文采用的几何非线性分析理论,材料破坏和退化刚度准则以及结构的最终破坏准则是合理的,理论分析结果能够满足工程精度要求.

参 考 文 献

1 张志民,刘宏增. 大挠度剪切理论下复合材料夹层扁壳的傅里叶级数解法. 复合材料学报,1998,15(2):102～107

2 Minguet P,Dugundji J, Paul A. Lagace,buckling and failing of plates with graphite-epoxy faces and various cores. AIAA-87-0795, 1987. 394～401

3 张志民. 复合材料结构力学. 北京:北京航空航天大学出版社,1993

4 刘宏增. 复合材料夹层扁壳在复杂载荷下非线性稳定性剪切理论:[学位论文]. 北京:北京航空航天大学飞行器设计与应用力学系,1997

5 SIH G C,Skudra A M. Failure mechanics of composites. Amsterdam: Elsevier Science Publishers,1991

6 崔维成. 复合材料结构破坏过程的计算机模拟. 复合材料学报, 1996,13(4):102～111

Computational Model of Progressive Failure in Composite Sandwich Structures

Zhang Zhimin Li Jinqiu Guo Yanyang

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics,Dept. of Flight Vehicle Design and Applied Mechanics)

Abstract Computational model of progressive failure in composite sandwich structures is built up to predict the face fracture,delamination failure and core failure. Nonlinear geometry equations and energy variational equation is estimated according to overall bulking of composite sandwich plates. The nonlinear stability governing equations of anti-symmetrical buckling of sandwich plate are deduced, considering the transverse shear deformation influence of core. In order to solve the governing equations, the method of generalized double Fourier series is employed. Tsai-Wu failure criteria and Maximum stress criteria are proposed to predict composite face-sheet failure,core failure and interlaminar failure. These failure criteria and stiffness reduction are used to obtain critical load,post-bulking behavior and limit load.

Key words composite materials; mechanism of deterioration; ultimate loads; sandwich structure