高精度面板成形的贴模性研究[1)]

陈 晓 周贤宾 常和生
(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院)

摘 要 为了研究基于“点阵钉模、真空负压”技术的双曲度面板超精密成形时的贴模性能,提出一种载荷-位移约束量增量形式的广义傅里叶级数法近似求解任意支点下矩形薄板的大挠度弯曲问题,由于可同时求出约束反力,故能进一步实现接触状况迭代,从而分析了局部凹陷的分布形态,并就几种板宽及板厚与试验进行比较,计算精度满足工程要求. 最后得到不同气压下临界板宽的大致范围,进而总结了相应的减小贴“模”误差的准则.

关键词 天线; 弯曲; 成形; 面板
分类号 V 264.13

基于“点阵钉模、真空负压、蜂窝夹层”的超精密成形技术[1]及所用工装,充分体现了柔性制造的特点和优势,代表着大型高精度天线反射面板等小曲率面板类产品成形技术的发展主流. 但由于本成形方法采用的是“虚模”,又无任何压边装置,使得不贴“模”包括了钉头不接触、钉头间局部凹陷以及“边缘效应”等诸多情况,所以对面板贴模性能的研究显得非常重要. 特别是成形大面积双曲度型面时,板面内诱导产生很大的薄膜应力,不可避免地造成贴“模”(钉头接触)困难,且在板周易于形成不稳定波皱,即处于所谓“欠”状态;但若强行加大压强又会增大钉头间的局部凹陷,即处于所谓“过”状态. 因此为了减小贴“模”误差,提高成形可靠性,必须协调气压等各成形参数,并分析其对成形的临界板宽的影响.

本文提出的理论[2]和试验方法能有效地对夹层结构的表层单板在真空负压下的贴“模”性能及其影响因素进行分析,为成形大面积不可展型面时开缝方案[1]的制订及夹层结构进一步的回弹计算打下基础.

1 任意点约束下的薄板弯曲

考虑承受均布载荷 q,几何尺寸为 $a \times b \times h$ 的四边自由矩形薄板,在板面内 k 点已知横向挠度的情况,见图 1. 按最小势能原理并由拉氏乘子法引入点的约束条件得

$$\delta \Pi = \delta U - q\iint_{0,0} \delta w(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y -$$

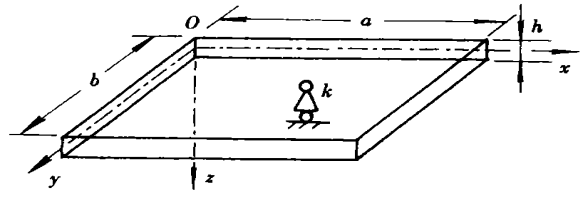


图 1 任意点约束情况

$$\sum_k [w(x,y)_k - w_k]\,\delta p_k - \sum_k p_k\,\delta w(x,y)_k = 0 \qquad (1)$$

其中 拉氏乘子 p_k 即为 k 点的约束反力. 另由板的几何非线性理论[3,4]知

$$\delta U = \frac{D}{2}\delta\iint_{0,0}^{b,a}\left\{\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 - 2(1-\mu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\right]\right\}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y +$$

$$\frac{h}{2}\delta\iint_{0,0}^{b,a}\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 - 2\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y -$$

$$\frac{h}{2E}\delta\iint_{0,0}^{b,a}\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}\right)^2\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \qquad (2)$$

其中 Φ 为应力函数,满足

$$N_x = h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \quad N_y = h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad N_{xy} = -h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x\partial y}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

为进行无量纲化,设

收稿日期: 1998-05-06 第一作者 男 28岁 博士生 100083 北京
1) 国家自然科学基金(59475051)资助项目

$$\bar{w}=\frac{w}{h}\quad \bar{w}_k=\frac{w_k}{h}\quad \bar{\Phi}=\frac{\Phi}{Eh^2}\quad \bar{q}=\frac{qa^2b^2}{Eh^4}$$

$$\bar{p}_k=\frac{p_k ab}{Eh^4}\quad \xi=\frac{x}{a}\quad \eta=\frac{y}{b}\quad \lambda=\frac{a}{b}$$

再设试函数:

$$\left.\begin{aligned}\bar{w}&=\sum_{pq}C_{pq}Z_p(\xi)Z_q(\eta)\\ \bar{\Phi}&=\sum_{st}D_{st}F_s(\xi)F_t(\eta)\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

其中 Z_p、F_s 分别为自由-自由、固定-固定梁函数的第 p、s 阶振形[5], 显然四边自由的薄膜力边界条件已自动满足.

先将(3)式代入(2)式再代入(1)式, 由 $\delta_{C_{pq}}\Pi=0$, $\delta_{\bar{p}_k}\Pi=0$ 及 $\delta_{D_{st}}\Pi=0$ 得到关于 C_{pq}、$\bar{p}_k$ 和 D_{st} 的非线性代数方程组.

若采用 $\bar{q}$ 和 $\bar{w}_k$ 的增量法, 设 C_{pq}、$\bar{p}_k$ 和 D_{st} 也分别获得一个微小的增量 $\mathrm{d}C_{pq}$、$\mathrm{d}\bar{p}_k$ 和 $\mathrm{d}D_{st}$, 略去高阶微量后, 得到线性增量方程

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}=\boldsymbol{f}$$

而

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}[G_{ijpq}+\sum_{st}D_{st}H_{ijpqst}] & [-Q_{ijk}] & [\sum_{pq}C_{pq}H_{ijpqst}]\\ & 0 & 0\\ \text{对称} & & [-E_{ijst}]\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{e}=\begin{Bmatrix}\{\mathrm{d}C_{pq}\}\\ \{\mathrm{d}\bar{p}_k\}\\ \{\mathrm{d}D_{st}\}\end{Bmatrix}\qquad \boldsymbol{f}=\begin{Bmatrix}\{\mathrm{d}B_{ij}\}\\ \{-\mathrm{d}w_k\}\\ 0\end{Bmatrix}$$

$$G_{ijpq}=\frac{1}{12(1-\mu^2)}\Big[\frac{1}{\lambda^2}\alpha_p^2\alpha_i^2I_{pi}^{22}I_{qj}^{00}+\lambda^2\alpha_q^2\alpha_j^2I_{pi}^{00}I_{qj}^{22}+\mu\alpha_p^2\alpha_j^2I_{pi}^{20}I_{qj}^{02}+\mu\alpha_i^2\alpha_q^2I_{pi}^{02}I_{qj}^{20}+2(1-\mu)\alpha_p\alpha_i\alpha_q\alpha_jI_{pi}^{11}I_{qj}^{11}\Big]$$

$$H_{ijpqst}=\alpha_p\alpha_i\beta_t^2\Lambda_{spi}^{011}\Lambda_{tqj}^{200}+\beta_s^2\alpha_q\alpha_j\Lambda_{spi}^{200}\Lambda_{tqj}^{011}-\beta_s\alpha_p\beta_t\alpha_j\Lambda_{spi}^{110}\Lambda_{tqj}^{101}-\beta_s\alpha_i\beta_t\alpha_q\Lambda_{spi}^{101}\Lambda_{tqj}^{110}$$

$$E_{ijst}=\frac{1}{\lambda^2}\beta_s^2\beta_t^2J_{si}^{22}J_{tj}^{00}+\lambda^2\beta_t^2\beta_j^2J_{si}^{00}J_{tj}^{22}+\beta_s^2\beta_j^2J_{si}^{20}J_{tj}^{02}+\beta_i^2\beta_t^2J_{si}^{02}J_{tj}^{20}$$

$$Q_{ijk}=Z_i(\xi_k)Z_j(\eta_k)\qquad B_{ij}=\bar{q}I_{ij}^{00}$$

显然, G_{ijpq}、H_{ijpqst} 和 E_{ijst} 均关于 ij 与 pq 对称, 故有利于存储. 而 α_p、β_s 分别表示自由-自由、固定-固定梁函数的第 p、s 阶频率. 且

$$I_{pi}^{lm}=\frac{1}{\alpha_p^l\alpha_i^m}\int_0^1Z_p^{(l)}Z_i^{(m)}\,\mathrm{d}\xi$$

$$J_{si}^{lm}=\frac{1}{\beta_s^l\beta_i^m}\int_0^1F_s^{(l)}F_i^{(m)}\,\mathrm{d}\xi$$

$$\Lambda_{spi}^{lmn}=\frac{1}{\beta_s\alpha_p^m\alpha_i^n}\int_0^1F_s^{(l)}Z_p^{(m)}Z_i^{(n)}\,\mathrm{d}\xi$$

梁函数的正交性在大大减少数值积分量的同时也保证了级数法的收敛速度.

2 点阵钉模上的接触问题

由于在任意点约束下矩形薄板的大挠度弯曲问题的求解可同时得出各点约束反力的大小, 因此可以很容易进一步实现多点接触时板的非线性边界条件问题的求解. 具体步骤为:

1) 假设初始接触状况 $\Gamma^{(m)}$, 接触步 $m=0$;

2) 在接触状况 $\Gamma^{(m)}$ 下进行多点约束的矩形薄板大挠度计算;

3) 判断原接触的支点有无脱离($\bar{p}_k$ 是否大于0) 或者原未接触的支点有无穿透($w(x,y)_k$ 是否大于 w_k). 若有, 则更改该支点的约束状况得到新的接触状况, 即 $m=m+1$, 并返回步骤2); 若无, 则迭代结束, $\Gamma^{(m)}$ 即为最终接触状况.

3 试验方法

钉床装置上的单板试验是进行超精密成形贴模性研究的重要手段, 它在一定程度上可以模拟夹层结构成形时表层面板的凹陷形态, 也可对上述算法进行验证, 见图2.

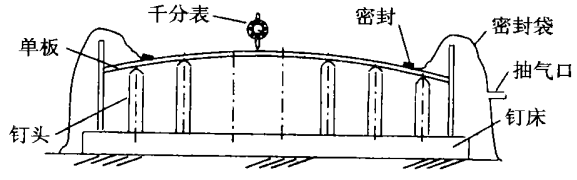


图2 单板贴模试验原理图

以点阵布置的钉头形成的包络面代替常规实体模具的连续表面, 各钉头高度应由理论型面方程计算得到. 由于单板的厚度在板面内一般变化不大, 为了便于适时的测量, 拟测量单板的背面, 且将密封袋表面开口, 开口边缘处妥善密封.

4 算例及验证

4.1 有关参数及评估指标

对于长 a 为 1.14 m, 宽 b 分别为 0.25 m、0.35 m和 0.45 m 的铝合金(LY12CZ) 矩形板情况, 进行了计算和试验验证.

计算时取 $E=70.66$ GPa, $\mu=0.3$.

采用理论型面方程为半径 $R=7.8$ m 的球面,

即

$$Z = f(X, Y) = R - (R^2 - X^2 - Y^2)^{1/2}$$

点阵钉头在板面内对称分布, 钉头 k 的坐标 (X_k, Y_k, Z_k) 为

$$X_k = 0, \pm 0.05\,\text{m}, \pm 0.1\,\text{m}, \pm 0.15\,\text{m}, \cdots$$

$$Y_k = \pm 0.02\,\text{m}, \pm 0.05\,\text{m}, \pm 0.1\,\text{m}, \pm 0.15\,\text{m}, \cdots$$

$$Z_k = f(X_k, Y_k)$$

其中 X-Y 坐标与板面的对称轴重合(见图 3), 即满足

$$X = x - a/2 \qquad Y = y - b/2 \qquad Z = z$$

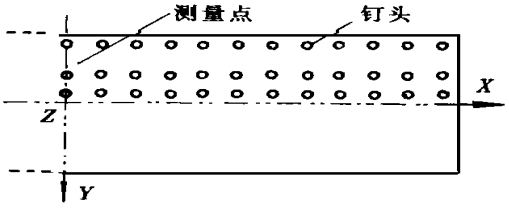


图 3　钉头在 $b = 0.25$ m 板中的位置

由于局部凹陷最大处近似位于相邻 4 个钉头的中心, 为研究其变化情况拟采用测量点 i 的位置为

$$X_i = \pm 0.025\,\text{m}, \pm 0.075\,\text{m}, \pm 0.125\,\text{m}, \cdots$$

$$Y_i = \pm 0.075\,\text{m}, \pm 0.125\,\text{m}, \pm 0.175\,\text{m}, \cdots$$

贴模精度的评估指标采用型面偏差 Δ 分布及其均方根 RMS, 且满足

$$\Delta_i = w_i - f(X_i, Y_i) \qquad \Delta_{\text{RMS}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2 / n}$$

式中　w_i 为 i 点的测量值.

4.2　计算的型面偏差分布

对于图 3 所示的情况, 当 $h = 1.1$ mm, $q = 0.035$ MPa时, 图 4、图 5 给出了计算的局部凹陷形态, 前者为 1/4 板的型面偏差等值线, 后者为沿 Y 轴型面偏差的变化.

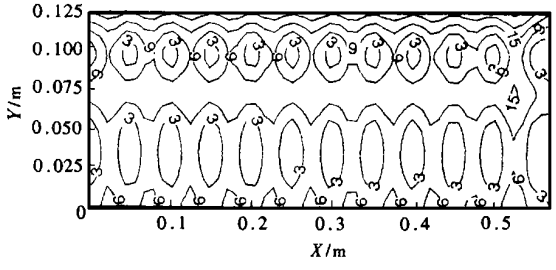


图 4　1/4 板的 Δ(10μm) 等值线图

4.3　局部凹陷的计算与试验比较

对于 3 种板宽, 局部凹陷 Δ_{RMS} 的计算和试验结果如图 6a~ 图 6c 所示. 其中气压采用成形时的常规范围: $q = 0.015$~ 0.035 MPa.

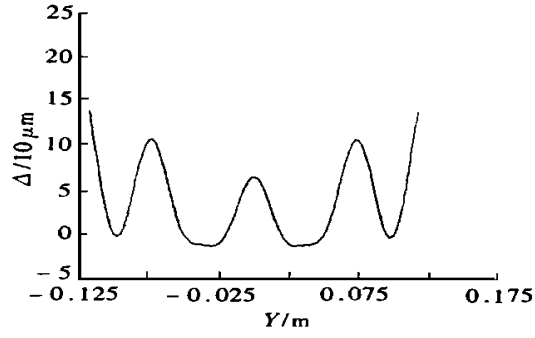
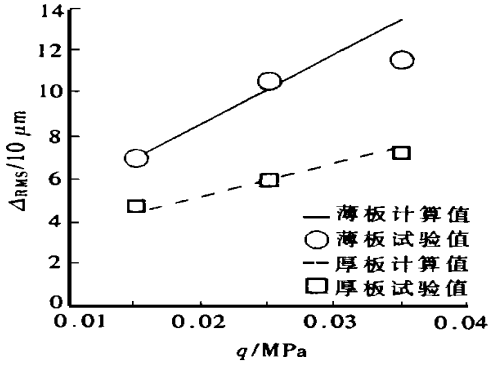
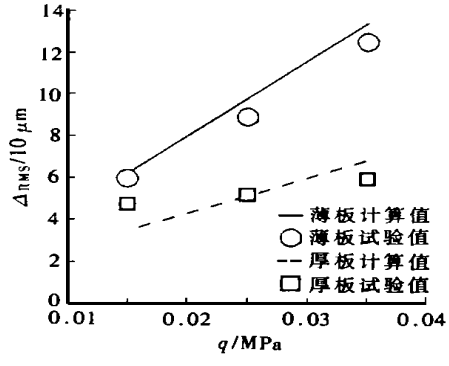


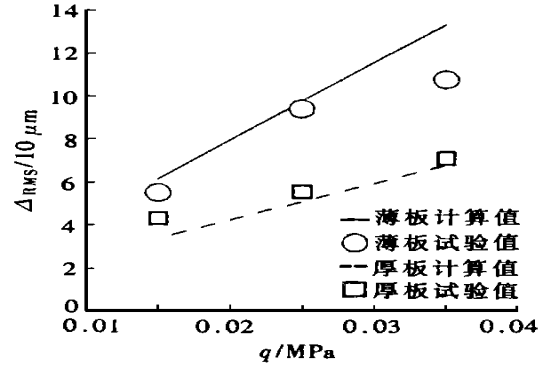
图 5　$X = 0$ 处的 Δ



a $b = 0.25$ m



b $b = 0.35$ m



c $b = 0.45$ m

图 6　不同气压下的局部凹陷

4.4　临界板宽计算

图 7 给出了几种气压下, 当 $h = 1.4$ mm, $a =$

1.14 m时计算的局部凹陷 Δ_{RMS} 随板宽变化的情况. 可以看出, 当板宽大于某临界值后, 局部钉头不再接触, 型面从"过"状态过渡到"欠"状态, 造成整体 Δ_{RMS} 值的急剧增大; 升高气压虽会增大局部凹陷, 却能有效地加大临界板宽.

图7中仅给出气压值小于实际成形气压范围的情况, 这是因为实际成形时毕竟采用的是多层板, 抗弯刚度是单板的数倍, 其临界板宽在同样气压下要比单板小得多. 因此, 对于单板计算采用图7的气压范围来模拟实际夹层板成形情况具有一定的安全性.

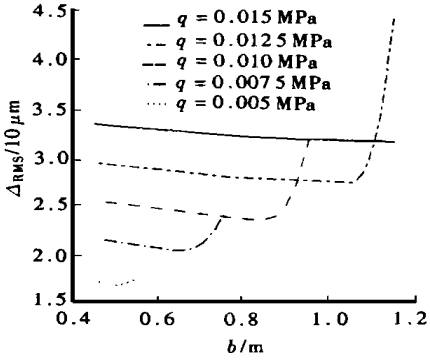


图7 板宽变化时的 RMS 值

5 结 论

1) 本文提出的任意点接触下矩形薄板大挠度问题的近似解法对于基于"点阵钉模、真空负压"技术的面板超精密成形时的贴模性能研究是适合的.

2) 在实际成形的气压下, 对一定的板长、板厚存在着某一临界板宽, 用本文的算法可以分析其大致范围. 这是成形大面积不可展型面时的开缝方案的重要依据.

3) 随着气压的增高, 局部凹陷增大, 故成形时在远离不贴模临界状态的前提下应尽量减小气压; 局部凹陷对板厚很敏感, 板增厚, 凹陷会大大减小, 应在满足结构重量要求的情况下尽量加大板厚.

4) 凹陷随着钉头间距减小而减小, 且在远离板边缘时, 相同间距的钉头间凹陷大致相同.

5) 板边的贴模精度相对较差, 存在所谓"边缘效应", 在实际成形中应着重解决.

6) 用本法在求出各表层板贴模后的形状和内力, 并考虑蜂窝胶接时对各板间的弹性约束后, 即可由能量法进一步求得结构胶接后的回弹量, 从而实现对夹层板精密成形过程的数值模拟.

参 考 文 献

1 周贤宾, 常和生, 杜 颂. 从一种大型表面超精密成形技术看先进成形技术的发展. 见: 海锦涛主编. 先进制造技术. 北京: 机械工业出版社, 1996. 450~452

2 Chen Xiao, Zhou Xianbin. Approximate solution for thin plates constrained at arbitrary points. Chinese Journal of Aeronautics, 1998, 11(4): 308~313

3 钱伟长. 广义变分原理. 上海: 知识出版社, 1985. 203~205

4 吴连元编著. 板壳稳定理论. 武汉: 华中理工大学出版社, 1996. 27~30

5 曹志远, 张佑启. 半解析数值方法. 北京: 国防工业出版社, 1992. 529~532

Research on Fitability in Precise Forming of Reflector Panels

Chen Xiao Zhou Xianbin Chang Hesheng

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, School of Mechanical Engineering and Automation)

Abstract In order to investigate the fitability in superprecise forming of double curvature panel based on "nails die and vacuum", the approximate generalized Fourier series solution is suggested for the bending problem of the rectangular thin plate supported at arbitrary points with large deflection. The solution is derived by means of the incremental method of load and displacement constraint, which can get the constrained force at the same time for the further iteration of contact state. It is applied to analyze the pattern of the part sinking. The computational results of the plates with several kinds of width and thickness are compared with the experiment. It shows that the accuracy is satisfying well. Finally the proximate range of the critical plate width under varied pressure is suggested and moreover the relevant rules on reduction of errors in fitability are proposed.

Key words antennas; bending; forming; panel of reflecter