电磁散射场和雷达散射截面积的计算[1)]

薛晓春　　李宗瑞　　朱自强　　董金明

(北京航空航天大学　飞行器设计与应用力学系)

摘　要　计算了绕二维物体的时域电磁散射场的空间分布和雷达散射截面积(*RCS*).通常的电磁场计算是频域的,采用高频计算方法,而流场计算是时域的.由于以研究流场——电磁场优化设计计算为目的,需要统一采用时域计算,因此重点采用矢通量分裂法这种时域方法计算了 *RCS*,通过将特征值分裂为正负两部分,抑制了各自的误差.此外,采用 Lax-Wendroff 方法作为对照.两种方法的结果一致.

关键词　电磁散射;雷达;最佳化

分类号　O 441

近年来计算流体动力学(CFD)的迅速发展,大量应用中利用 CFD 所获得的结果与试飞结果的良好一致性,大大提高了 CFD 的可信程度.不仅奠定了 CFD 作为单学科的比较完整体系的基础,还可以将 CFD 的先进计算方法扩展应用到计算科学其它分支领域中去.同时,也标志着 CFD 将进入一个成为与其它学科交叉耦合实现优化设计手段的新阶段,这是 CFD 在 90 年代发展方向之一.

目前飞行器的隐形性变成飞行器不可缺少的一种特性,海湾战争中具有良好的隐形性的美国 F-117A 可在没有支援的条件下独自突防,并在击中目标后安全返回,准确地完成了设计规定的多种任务,在实际战争考验中证明了隐形技术所带来的巨大效果.隐形技术是一项跨学科的综合技术,涉及到电磁学、声学、材料学等多种学科.只有综合应用各学科的知识,才能形成此综合性的应用技术.开展隐形与气动的综合设计,妥善处理两者相互矛盾的要求,以最终获得既有低可探测性又有先进飞行性能的飞机外形是十分必要的,而气动与隐形的综合设计本质就是流场/电磁场的优化设计计算.由于篇幅有限,本文仅讨论电磁散射场和雷达反射截面积的计算,它是气动/隐身综合设计计算的重要基础之一.

计算电磁特性可以采用较多的不同精度的模型,过去飞机设计中采用较为简单的数学模型,如用几何光学和物理光学相结合的理论,虽然方法较简单但不够精确,不能适用于全频谱范围.Maxwell 方程是描述电磁场现象的基本方程,求解时域 Maxwell 方程完全可描述非定常波的传播和散射现象.故可以通过求解时域 Maxwell 方程来计算适用于全频谱范围的电磁特性.由于此方程组是双曲形的,与气动计算的 Euler 方程组性质是一样的,因而可以借用大量 CFD 的成熟计算方法和经验.

Yee[1] 首先引入有限差分法来解时域 Maxwell 方程. Peter[2] 研究了矩形域下的电磁散射问题. Shang[3,4] 讨论了应用 CFD 中先进的计算方法来求解电磁场的 Maxwell 方程问题. Mur[5] 讨论了吸收边界条件的处理.在计算 *RCS* 方面, Schelkunoff[6] 给出了近场到远场的变换关系. Umashankar 和 Taflove[7] 系统讨论了二维和三维问题的 *RCS* 求解问题. Shankar[8] 引入了 CFD 中应用成功的有限体积方法来研究电磁散射及 *RCS* 问题. Hoang Vinh[9,10] 研究了矩形域和翼形的电磁散射, *RCS* 和气动/电磁散射的优化问题.本文分别采用矢通量分裂方法和 Lax-Wendroff 格式求解了时域 Maxwell 方程,得到了矩形和翼形电磁散射场特性,将该结果进行离散傅氏变换,进一步计算了雷达散射截面积.

1　计算方法

在一般曲线坐标系 $\xi=\xi(x,y)$ 和 $\eta=\eta(x,y)$ 情况下,二维 Maxwell 方程的 TM 模型可写成

$$Q_t + F\xi + G\eta = 0 \tag{1}$$

其中

$$Q = \frac{1}{J}\begin{bmatrix} \varepsilon_0 E^z \\ \mu_0 H^x \\ \mu_0 H^y \end{bmatrix}$$

收稿日期: 1996-11-11　第一作者　男　35 岁　副教授　100083　北京

1) 航空科学基金资助项目

$$F=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\xi_y H^x-\xi_x H^y\\ \text{过}\xi_y E^z\\ -\xi_x E^z\end{bmatrix}\qquad G=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\eta_y H^x-\eta_x H^y\\ \eta_y E^z\\ -\eta_x E^z\end{bmatrix}$$

这里 $J=\xi_x\eta_y-\xi_y\eta_x$ 是雅可比坐标变换.

1.1 矢通量分裂法

方程(1)亦可表达为

$$Q_t+AQ\xi+BQ\eta=0 \tag{2}$$

式中 A、B 分别为雅可比系统矩阵:

$$\left.\begin{aligned}A&=\begin{bmatrix}0&\xi_y/\mu_0&-\xi_x/\mu_0\\ \xi_y/\varepsilon_0&0&\text{独自}0\\ -\xi_x/\varepsilon_0&0&0\end{bmatrix}\\ B&\begin{bmatrix}0&\eta_y/\mu_0&-\eta_x/\mu_0\\ \text{盾的}\eta_y/\varepsilon_0&0&0\\ -\eta_x/\varepsilon_0&0&0\end{bmatrix}\text{可探}\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

雅可比系数矩阵经相似变换后,可用对角矩阵表示,例如以 A 为例:

$$\Lambda=P^{-1}AP=\begin{pmatrix}0&&\\ &\sqrt{\dfrac{\xi_x^2+\xi_y^2}{\varepsilon_0\mu_0}}&\\ &&-\sqrt{\dfrac{\xi_x^2+\xi_y^2}{\mu_0\varepsilon_0}}\end{pmatrix} \tag{4}$$

其中 Λ 为矩阵 A 的特征值构成的对角矩阵.

特征矢量矩阵 P 及其逆矩阵 P^{-1}分别为

$$P=\begin{pmatrix}0&1&1\\ 1&\dfrac{\xi_y}{\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}&\dfrac{-\xi_y}{\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}\\ \dfrac{\xi_y}{\xi_x}&\dfrac{-\xi_y}{\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}&\dfrac{\xi_y}{\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}\end{pmatrix}$$

$$P^{-1}=-\frac{\xi_x}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0(\xi_x^2+\xi_y^2)}}\cdot\begin{pmatrix}0&\dfrac{-2\xi_x}{\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}&\dfrac{-2\xi_y}{\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}\\ -\dfrac{\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}{\xi_x}&-\dfrac{\xi_y}{\xi_x}&1\\ -\dfrac{\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}(\xi_x^2+\xi_y^2)}}{\xi_x}&\dfrac{\xi_y}{\xi_x}&-1\end{pmatrix} \tag{5}$$

将介电常数 ε_0、导磁系数 μ_0 无因次化为 1,按特征值 λ 的正负将 Λ 分成 Λ^+ 和 Λ^-,相应地 F 分裂为将特 F^- 离部分,即

$$F^+=-\frac{\xi_x}{2J\sqrt{(\xi_x^2+\xi_y^2)}}\cdot\begin{pmatrix}-\dfrac{\xi_x^2+\xi_y^2}{\xi_x}&-\dfrac{\xi_y}{\xi_x}\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}&\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}\\ -\dfrac{\xi_y}{\xi_x}\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}&\text{流边}\dfrac{\xi_y^2}{\xi_x}&\xi_y\\ \sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}&\xi_y&-\xi_x\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}E^z\\ H^x\\ {}^{ru}H^y\end{pmatrix}$$

$$F^-=-\frac{\xi_x}{2J\sqrt{(\xi_x^2+\xi_y^2)}}\cdot\begin{pmatrix}\dfrac{\xi_x^2+\xi_y^2}{\xi_x}&-\dfrac{\xi_y}{\xi_x}\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}&\sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}\\ -\dfrac{\xi_y}{\xi_x}\mu\,\xi_x^2+\xi_y^2&\dfrac{\xi_y^2}{\xi_x}&-\xi_y\\ \sqrt{\xi_x^2+\xi_y^2}&\text{完全}\xi_y&\xi_x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E^z\\ H^x\\ H^y\end{pmatrix}\text{-}\cdot \tag{6}$$

对矢通量 G,也可按其雅可比系数矩阵 B 的特征值而分裂成 G^+、G^-. 对分裂的矢通量分量 F^+、G^+采用后向和 F^-、G^- 采用前向的空间差分离散计算. 经过矢通量分裂后的方程(2)变为

$$Q_{i,j}^{n+1}=Q_{i,j}^n-\left[\Delta t\frac{(F_i^+)^n-(F_{i-1}^+)^n}{\Delta\xi}+\Delta t\frac{(F_{i+1}^-)^n-(F_i^-)^n}{\Delta\xi}\right]-\left[\frac{(G_j^+)^n-(G_{j-1}^+)^n}{\Delta\eta}\text{概率}+\Delta t\frac{(G_{j+1}^-)^n-(G_j^-)^n}{\Delta\eta}\right] \tag{7}$$

1.2 Ldx-Wendroff 格式

式(1)的 Lax-Wendroff 格式为

$$Q_{i,j}^{n+1}=Q_{i,j}^n+\Delta tQ_t+\frac{\Delta t^2}{2}Q_{tt}+O(\Delta t^3) \tag{8}$$

其中

$$Q_t=-(F\xi+G\eta) \tag{9}$$

$$Q_{tt}=-(F_t\xi+G_t\eta=-[(AQ_t)\xi+(BQ_t)\eta]=[A(F\xi+G\eta)]\xi+[B(F\xi+G\eta)]\eta \tag{10}$$

将其中空间导数采用中心差分格式离散,并将离散后的式(9)、(10)代入式(8)可得 Lax-Wendroff 格式计算的 $Q_{i,j}^{n+1}$.

1.3　RCS 的计算

由 Maxwell 方程解得电磁散射场值 $H^s(r)$, $E^s(r)$后,可按等价理论将计算所得的近场值转换成远场值,并进一步可求得 RCS,散射电场的远场表达式为[7]

$$E^{z,s} = -j\omega\mu\psi_{zq} + jk_0[-F_{xq}\sin\phi + F_{yq}\cos\phi] \tag{11}$$

式中 ϕ 为观察角,$jk_0 = [S\mu_0(\sigma_0 + S\varepsilon_0)]^{1/2}$, $S = j\omega$, ω 为角频率.

$$\psi_{zq} \sim K\int_a J_{qz}(x',y')e^{jk_0(x'\cos\phi + y'\sin\phi)}dl'$$

$$F_{x,yq} \sim K\int_a M_{qx,y}(x',y')e^{jk_0(x'\cos\phi + y'\sin\phi)}dl' \tag{12}$$

其中

$$K = \frac{e^{-jk_0\rho - j(3\pi/4)}}{8\pi k_0\rho} \tag{13}$$

$J_q(r) = \hat{n}\times H^s(r)$, $M_q(r) = \hat{n}\times E^s(r)$ 为时域解中某一适当的有限界域上的当量切向电流和切向磁流值. ρ 为散射体中央到观察点(远离散射体)的距离. 将式(11)的 $E^{z,s}$ 进行离散傅氏变换可求得 RCS.

$$RCS = \lim_{\rho\to\infty} 2\pi\rho\left|\frac{E^{z,s}(\rho)}{E^i}\right|^2 \tag{14}$$

式中 E^i 为入射电场值.

1.4　边界条件

物面边界条件满足

$$\hat{n}\times E^t = 0 \tag{15}$$

其中 E^t 为总电场值.

外边界条件由 Mur[5]给出

$$\phi_t + C_0\phi_\eta = 0 \tag{16}$$

其中 η 垂直于外边界,可令 $C_0 = 1$, ϕ 满足

$$\phi = \begin{bmatrix} E^z \\ H^x \\ H^y \end{bmatrix}$$

2　数值算例

对电磁场的 TM 模型,入射波可表为

$$\left.\begin{aligned} E^{z,i} &= E_0\sin k(x\cos\alpha + y\sin\alpha - C_0 t) \\ E^{x,i} &= \frac{E^{z,i}\sin\alpha}{\mu_0 C_0} \\ E^{y,i} &= -\frac{E^{z,i}\cos\alpha}{\mu_0 C_0} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

这里 $E_0 = 1$, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数并且 λ 是入射波长(无量纲), α 为入射角.

2.1　矩形域的电磁散射场计算

令入射角 $\alpha = 0°$,二维计算域网格为 131 × 131,取波数 $k = 0.069\,42$. 图 1 为散射电场分布.

图 1　散射场的电场分布

2.2　翼形的电磁散射场计算

α 与 k 值同于矩形域的计算情况,计算网格数为 51 ×26,翼形为 NACA 0012 翼形.

图 2(a)为根据矢通量分裂法得到的散射电场分布,图 2(b)为根据 Lax-Wendroff 格式得到的散射电场分布.

(a) 用矢通量分裂方法

(b) 用 Lax-Wendroff 格式

图 2　翼形的散射电场分布

2.3　翼形的 RCS 计算

令 $\alpha = 90°$. 入射波,观察角 ϕ 与翼形的关系如图 3 所示,翼形为 NACA 0012. 翼形弦长是波长的 10 倍,入射波频率为 1 GHz. 网格为 51 ×26.

图 4 (a) 为矢能量分裂法计算的 *RCS*,图中“°”为 Shankar[8] 的计算值,图 4(b)为 Lax-Wendroff 格式算得的 *RCS*. 由图 4(a)、(b)可见,两者计算的 *RCS* 分布趋势基本相同.

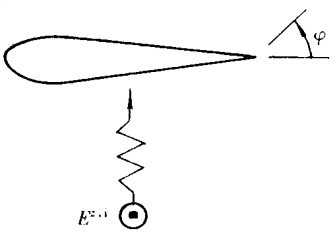
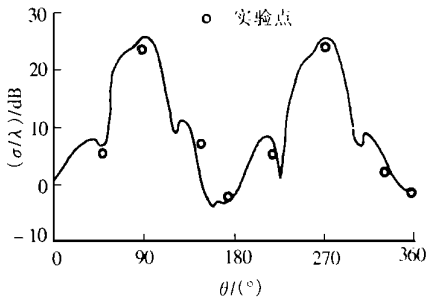
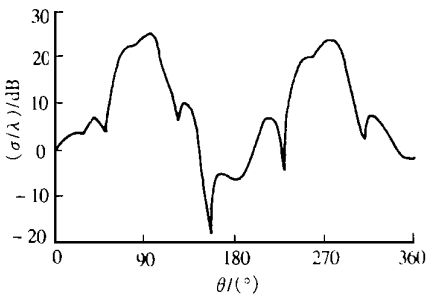


图 3 入射波、观察角与翼形的关系



(a) 用矢通量分裂法求得



(b) 用 Lax-Wendroff 格式求得

图 4 翼形的 *RCS*

致谢 计算过程中曾和北航王宝发教授进行过多次有益的讨论和得到他许多建设性的意见,在此表示衷心的谢意. 感谢张正科、雷江鹏等同志分别在网格、绘图方面所给予的帮助.

参 考 文 献

1 Yee K S. Numerical solution of initial boundary value prolems involving maxwell's equation in isotropic media. IEEE Trans Antennas Propagat, 1966, AP-14: 302～307

2 Peter M G. Algorithm development for maxwell's equations for computational electromagnetism. AIAA-90-0251, 28th Aerospace Sciences Meeting, 1990. 1～10

3 Shang J S. A characteristic-based algorithm for solving 3-D. Time-Domain Maxwell Equations, AIAA 92-0452, 30th Aerospace Scienies Meeting & Exhibit, 1992. 1～10

4 Shang J S, Gaitonde D. Characteric-based. Time-Dependent Maxwell Equations Solvers on a General Curilinear Frame, AIAA 24th Plasmadynamics & Lasers Conference, 1993. 1～12

5 Mur G. Absorbing boundary counditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1981, 23(4): 377～382

6 Schelkunoff S A. Field equivalence theorems. Comm Pure Appl Math, 1951, 4(6): 43～59

7 Umashankar K, Taflove A. A noval method to analyze electromagnetic scattering of complex objects. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1982, 24(4): 397～405

8 Shankar V, Hall W F, Mohammadian A H. A time-domain differential solver for electromagnetic scattering problems. In: Stone W R, ed. Radar Cross Sections of Complex Objects. IEEE, 1989. 127～139

9 Vinh H, Dwyer H A, Van Dam C P. Finite-difference algorithms for the time-domain Maxwell's euqutions-a numerical approach to *RCS* analysis. AIAA Paper 92-2989, 1992. 1～8

10 Vinh H, Van Dam C P, Harry A D. Shape optimization for aerodynamic efficiency and low observability. AIAA Paper 93-3115, 1993. 1～9

Calculation of the Electromagnetic Scattered Field and Radar Cross Section

Xue Xiaochun Li Zongrui Zhu Ziqiang Dong Jinming

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Dept. of Flight Vehicle Design and Applied Mechanics)

Abstract The paper focus on the description of the dimensional distribution of the time-domain scattered electromagnetic field around a 2D body and Radar Cross Section (*RCS*). The calculation of electromagnetic field usually conforms with the frequency-domain. A high frequency calculation method is mainly adopted, the calculation of fluid field agrees with time-domain. For the purpose of optimization design computation combining of the fluid field and the electromagnetic field, an integrated time-domain scheme is required. By separating the representative value into positive and negative value, allowance errors can be hold down respectively, the time-domain flux-splitting method is applied to calculation of *RCS* in comparison with Lax-Wendroff Scheme. Therefore, the final results of the two methods were consistent.

Key words radio wave scattering; optimization; radar