基于脆性损伤机制的高周疲劳模型[1)]

肖迎春 李松年 高镇同
(北京航空航天大学 飞行器设计与应用力学系)

摘 要 从不可逆热力学耗散理论出发, 建立了一个高周疲劳各向同性连续损伤力学模型. 与基于延性损伤机制的 Lemaitre 模型不同, 本模型基于脆性损伤机制. 它成功地将高周疲劳损伤纳入到统一的热力学框架之内. 其损伤演化律考虑了应力比 R 的影响. 利用本模型, 根据对称循环下($R=-1$)的高周疲劳 S-N 曲线, 可以导出具有任意应力比 R 的 $\log S$-$\log N$ 曲线. 模型应用于 LC9 高强度铝合金光滑试件的试验分析, 理论计算与实验结果比较, 符合良好.

关键词 疲劳断裂; 疲劳过程; 热力学; 连续损伤力学; 脆性损伤机制
分类号 O 346.2

在工程材料的疲劳断裂方面人们已做了大量工作, 对疲劳失效的材料机理有了一定的认识, 如 Weibull 理论, 断裂力学理论等. 但从物理机制观点解释疲劳问题, 尚有待进一步的探讨和深入研究.

连续损伤力学发展了 20 多年, 其关注的问题是微空穴和微裂纹的萌生和扩展过程. 它借助于热力学理论和连续介质力学, 采用表征材料单元耗损的损伤变量来研究材料的失效过程, 给结构疲劳学同样提供了一个较好的理解. 然而到目前为止, 其在疲劳学方面的应用尚不多见, 特别是高周疲劳.

应用于疲劳问题的损伤模型主要有两种, 一是 Chaboche 模型[1] 及其各种简化模型[2,3], 它是基于疲劳损伤曲线直接构造损伤演化函数而建立的, 有较好的普适性, 但其参数多, 较为复杂. 另一种是 Lemaitre 模型, 它从热力学耗散理论推导得, 实质上为一延性损伤模型, 损伤与塑性应变直接相关, 试图仍然用此模型通过微塑性应变概念来模拟与其损伤机理不同的高周疲劳问题. Lemaitre 在文献[4] 中的模型借助于夹杂假设, 夹杂与基体的 Linr Taylor 假设, 夹杂完全塑性等一系列假设, 将微观变量用连续力学变量描述, 完成了其对疲劳极限和平均应力影响的考虑, 但它处理复杂构件的问题尚有待进一步发展和完善.

本文从热力学耗散理论出发, 建立了一个高周疲劳各向同性损伤模型, 模型借鉴了传统疲劳学分析的某些概念, 参数较少, 方法简捷.

1 损伤变量选择

材料的损伤是指材料在外载环境下材料品质逐渐退化直至失效的过程. 大量的研究表明, 材料的损伤即为其微裂纹的核聚、萌生和扩展的过程. 在微观范围, 它包括微缺陷或其内表面的邻域微应力累积和结合键的解理累积.

金属材料都是由原子构成, 原子之间由电磁场相互作用形成键而结合起来. 材料的弹性品质直接与原子间的相对运动有关. 当结合键解理时, 即开始了损伤过程. 损伤直接影响材料的弹性性能, 特别是在脆性材料或金属高周疲劳问题中, 没有明显的晶格位错即塑性变形, 损伤就意味着决定材料弹性品质的原子键在减少[4].

因此选择刚度降作为损伤变量来模拟脆性材料和金属高周疲劳问题的损伤过程. 即 $D=1-(E_D/E_0)$, E_0 为初始刚度, E_D 为当前刚度.

2 本构关系和损伤应变能密度释放率

现从自由能函数导出损伤材料的弹性律. 设自由能函数为 $\psi(\varepsilon_{ij}, D)$, 由热力学第一、二定律可推得

$$\sigma_{ij}=\rho\frac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{ij}} \tag{1}$$

式中 σ_{ij}, ε_{ij} 分别是应力、应变; ρ 是材料质量密度.

收稿日期: 1996-10-30 第一作者 男 33 岁 博士生 100083 北京
1) 国家自然科学基金资助项目

对于各向同性情况, 选择

$$\phi = \frac{1}{\rho}\left[\frac{1}{2}a_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}(1-D)\right] \tag{2}$$

a_{ijkl} 是四阶弹性刚度张量.

由式(1), 有

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2}a_{ijkl}\varepsilon_{kl}(1-D) \tag{3}$$

或

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+D}{E_0}\frac{\sigma_{ij}}{1-D} - \frac{\nu}{E_0}\frac{\sigma_{kk}}{1-D}\delta_{ij} \tag{4}$$

式中 ν是泊松比; δ_{ij} 是克罗内克符号.

类似于文献[4]的推导, D 的对偶变量, 损伤应变能密度释放率 Y 定义为

$$Y = -\rho\frac{\partial\phi}{\partial D} \tag{5}$$

令等效应力 σ_{eq}, 应力偏张量 S_{ij}, 静水压应力 σ_H, 反应应力三轴比的函数 $f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)$ 为

$$\sigma_{eq} = \left(\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}\right)^{1/2}$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_H\delta_{ij}$$

$$\sigma_H = \frac{1}{3}\sigma_{kk}$$

$$f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)^2$$

可得

$$Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E_0(1-D)^2}f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) \tag{6}$$

3 损伤演化律

在材料无塑性应变且假设热耗散与机械耗散之间无耦合作用的情况下, 由第二热力学定律可得

$$\dot{D}Y \geqslant 0 \tag{7}$$

金属高周疲劳是一个准脆性损伤问题, 脆性损伤是没有塑性变形参与的不可逆耗散过程. 现从耗散势出发推导高周疲劳损伤演化律. 设耗散热为 $\varphi(Y, D, \varepsilon, \sigma)$, 则有[4]

$$\dot{D} = \frac{\partial\varphi}{\partial Y} \tag{8}$$

Lemaitre[4] 借助于微观力学理论, 得出脆性损伤有如下关系:

$$\dot{D} = \frac{\eta_c E^{\eta/2}d^{\eta/2}e}{l^2 n^{\eta/2-1}}Y^{\eta/2-1}\dot{Y} \tag{9}$$

式中 η、c 是材料参数; E 是弹性横量; d、e、l、n 是微结构几何参数.

假设脆性损伤耗散势为

$$\varphi = bY^g Y \tag{10}$$

即可满足微观力学推导. 式中 g 为材料常数; 对高周疲劳而言, b 是与平均应力或应力比、疲劳极限、温度等有关的材料参数, 即 $b = b(R, \sigma_f, T)$, R 是应力比, σ_f 是疲劳极限, T 是温度, 由式(8)、(10)得

$$\dot{D} = BY^{g-1}\dot{Y} \tag{11}$$

式中 $B = B(R, \sigma_f, T, g) = gb$

由式(6)求得

$$\dot{Y} = \frac{\sigma_{eq}\dot{\sigma}_{eq}}{E_0(1-D)^2}\cdot\left[f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) + 3(1-2\nu)\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\left(\frac{\dot{\sigma}_H}{\dot{\sigma}_{eq}} - \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)\right] \tag{12}$$

将(12)式和(6)式代入(11)式可得

$$\dot{D} = \frac{B\sigma_{eq}^{2g-1}\dot{\sigma}_{eq}}{2^{g-1}[E_0(1-D)^2]^g}f^{g-1}\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)\cdot\left[f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) + 3(1-2\nu)\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\left(\frac{\dot{\sigma}_H}{\dot{\sigma}_{eq}} - \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)\right] \tag{13}$$

对比例加载有

$$\frac{\dot{\sigma}_H}{\dot{\sigma}_{eq}} = \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \qquad f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) = \text{常数}$$

则式(13)变为

$$\dot{D} = \frac{Bf^g\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)\sigma_{eq}^{2g-1}\dot{\sigma}_{eq}}{2^{g-1}E_0^g(1-D)^{2g}} \tag{14}$$

令

$$\bar{B} = \frac{Bf^g\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)}{2^{g-1}E_0^g}$$

式(14)为

$$\dot{D} = \frac{\bar{B}\sigma_{eq}^{2g-1}\dot{\sigma}_{eq}}{(1-D)^{2g}} \tag{15}$$

由定义可知 $\sigma_{eq} \geqslant 0$, 它随 σ 循环有如图 1(a)(b)所示的两种情况. 在图 1(a)情况下 σ_{eq}在一个循环中有两个峰值 σ_{eqM}, σ_{eqm}; σ_{eqL} 是等效应力的最小值, 只有在各应力分量都为零时才等于零. 对单轴拉压循环情况 $\sigma_{eqL} = 0$.

对比例加载, 在一个周期内积分式(15)可得

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N} = \int_{1周}\dot{D}\,\mathrm{d}t = \int_{1周}\frac{\bar{B}\sigma_{eq}^{2g-1}\dot{\sigma}_{eq}}{(1-D)^{2g}}\mathrm{d}t = \int_{1周}\frac{\bar{B}\sigma_{eq}^{2g-1}}{(1-D)^{2g}}\mathrm{d}\sigma_{eq} \tag{16}$$

对图 1(a)种情况有

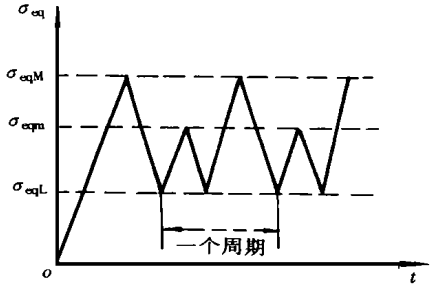
$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N} = \frac{\bar{B}}{g(1-D)^{2g}}(\sigma_{eqM}^{2g} + \sigma_{eqm}^{2g} - 2\sigma_{eqL}^{2g}) \tag{17a}$$

对图 1(b)种情况有

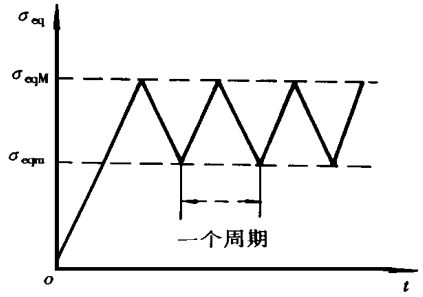
$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N}=\frac{\overline{B}}{g(1-D)^{2g}}(\sigma_{\mathrm{eqM}}^{2g}-\sigma_{\mathrm{eqL}}^{2g}) \quad (17b)$$

由以上两式可见损伤演化方程中只有两个待定参数, g 是材料参数, $\overline{B}$ 与 R, σ_{f}, σ_{b} 有关.

热　φ



(a) 每周期内有两个峰值



(b) 每周期内有一个峰值

图 1　循环加载下 σ_{eq}值的典型交变情况

4　参数的确定

对于单轴加载, $\sigma_{\mathrm{eq}}=|\sigma|$. 定义 $\sigma_{\max}$为 σ 的最大值, $\sigma_{\min}$为 σ 的最小值. 则图 1(a)种情况, 有 $\sigma_{\mathrm{eqM}}=\sigma_{\max}$, $\sigma_{\mathrm{eqm}}=\sigma_{\min}$, $\sigma_{\mathrm{eqL}}=0$; 图 1(b)种情况, 有 $\sigma_{\mathrm{eqM}}=\sigma_{\max}$, $\sigma_{\mathrm{eqL}}=\sigma_{\min}$. 因而, 式(17a)、(17b)可分别写为

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N}=\frac{\overline{B}}{g(1-D)^{2g}}(\sigma_{\max}^{2g}+\sigma_{\min}^{2g}) \quad (18a)$$

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N}=\frac{\overline{B}}{g(1-D)^{2g}}(\sigma_{\max}^{2g}-\sigma_{\min}^{2g}) \quad (18b)$$

假设 $D=1$ 时材料破坏, 且在一个循环中, 损伤的变化忽略不计, 积分式(17b)、(18b), 并利用 $R=\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$得

$$N=\begin{cases}\dfrac{g}{(2g+1)\overline{B}(1-R^{2g})}\sigma_{\max}^{-2g} & 0\leqslant R<1\\ \dfrac{g}{(2g+1)\overline{B}(1+R^{2g})}\sigma_{\max}^{-2g} & R<0\end{cases} \quad (19)$$

从大量的疲劳试验中, 前人总结出 3 条等寿命曲线, 本文从等寿命曲线出发, 可找出 $\overline{B}$ 的数值计算式, 此处选择工程中较常用的 Goodman 等寿命直线公式:

$$\sigma_{\mathrm{a}}=\sigma_{-1}\left(1-\frac{\sigma_{\mathrm{m}}}{\sigma_{\mathrm{b}}}\right) \quad (20)$$

式中　σ_{a} 是应力幅; σ_{b} 是材料极限强度; σ_{-1}是对称循环下疲劳极限; σ_{m} 是平均应力. 变换后为

$$\sigma_{\mathrm{f}}=\frac{2\sigma_{\mathrm{b}}\sigma_{-1}}{(1-R)\sigma_{\mathrm{b}}+(1+R)\sigma_{-1}} \quad (21)$$

$R=-1$ 时, 由式(19)得

$$N_{\mathrm{f}}(-1)=\frac{g}{2(2g+1)\overline{B}_{-1}}\sigma_{-1}^{-2g} \quad (22)$$

式中　$\overline{B}_{-1}$为对应于对称循环的材料参数.

现在仅对 $0\leqslant R<1$ 情况讨论, 其它同理. 对应于 R 的材料疲劳极限寿命$N_{\mathrm{f}}(R)$ 公式为

$$N_{\mathrm{f}}(R)=\frac{g}{(2g+1)\overline{B}(R)(1-R^{2g})}\sigma_{\mathrm{f}}^{-2g} \quad (23)$$

令 $N_{\mathrm{f}}(-1)=N_{\mathrm{f}}(R)$, 由式(21)、(22)、(23)得

$$\overline{B}(R)=\frac{2\overline{B}_{-1}[(1-R)\sigma_{\mathrm{b}}+(1+R)\sigma_{-1}]^{2g}}{(1-R^{2g})(2\sigma_{\mathrm{b}})^{2g}} \quad (24)$$

将式(24)代入式(19), 则

$$N=\frac{g(2\sigma_{\mathrm{b}})^{2g}}{2(2g+1)\overline{B}_{-1}[(1-R)\sigma_{\mathrm{b}}+(1+R)\sigma_{-1}]^{2g}}\cdot\sigma_{\max}^{-2g} \quad (25)$$

至此, 只用材料的 1 条对称循环 S-N 曲线拟合出材料参数g, $\overline{B}_{-1}$, 就可以确定任意 R 对应的全部参数, 计算出材料任意 R 对应的S-N 曲线.

5　算　例

为了检验此模型, 对文献[5]提供的试验数据进行了分析, 如 LC9 高强度铝合金光滑试件, 利用 $R=-1$ 时的 S-N 曲线拟合参数, 然后计算, $R=0.1, 0.5$ 时的 S-N 曲线.

等寿命直线公式是一个经验公式, 因其简单且偏安全, 工程中应用较多. 对具体的材料可能有一定偏差, 为精确起见, 在对 LC9 材料的分析中首先对其作了修正, 当 $k=0.8125$ 时, 下式:

$$\sigma_{\mathrm{f}}=\frac{2k\sigma_{\mathrm{b}}\sigma_{-1}}{(1-R)\sigma_{\mathrm{b}}+(1+R)\sigma_{-1}} \quad (28)$$

精确地反映了 $R=0.1, 0.5$ 时的 σ_{f} 与 σ_{-1}的关系. k 值由$R=0.1$ 或 $R=0.5$ 时, σ_{f} 的试验值和由式(21)的计算值来拟合.

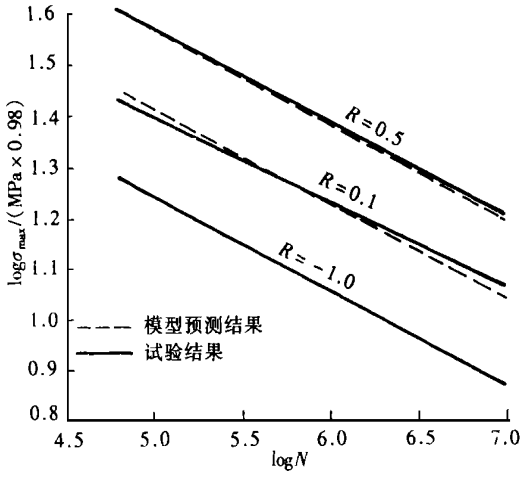
国　范

经计算, 从 $R = -1$ 的试验数据拟合出参数为

$$g = 2.692$$

$$\overline{B}_{-1} = 4.3338 \times 10^{-13}$$

图2 为模型预测的 $\log \sigma_{max}$-$\log N$ 曲线与由最小二乘法处理得到的试验曲线比较. 其中对应于 $R = -1, 0.1, 0.5$ 时的相关系数分别为 8.978, 9.378, 8.992. 结果表明吻合良好.



2 LC9 光滑试件理论与试验 \ $\log \sigma_{max}$-$\log N$ 曲线比较

6 结 论

一个针对金属高周疲劳问题的连续损伤力学模型已建立起来. 它成功地将高周疲劳损伤纳入到热力学框架之内, 并能考虑应力比、疲劳极限的影响. 对 Lemaitre[4] 连续损伤力学理论是一个补充.

参 考 文 献

1 Chaboche J L. Une loi differentielle d'endommagement de fatigue avec comulation non lineaire. Rev Franc Mec, 1974, No. 50~ 51

2 Lemaitre J, Plumtree A. Application of damage concepts to predict creep-fatigue failures. J Engng Mat Tech Trans ASME, 1979, 101: 284~ 292

3 Wang J. Low cycle fatigue and cycle dependent creep with corr tinuum mechanics. Int J Damage Mech, 1992a, 1(2): 237~ 244

4 Lemaitre J. A course on damage mechanics. Berlin: Springer-Verlag, 1992

5 高镇同, 刘志静, 贾国荣, 等. 航空金属材料疲劳性能手册. 北京: 航空材料研究所, 1981

6 Chaboche J L. Continuum damage mechanics. J Applied Mecharrics, 1988, 55: 59~ 72

High Cycle Fatigue Model Based on Brittle Damage Mechanism

Xiao Yingchun Li Songnian Gao Zhentong

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Dept. of Flight Vihicle Design and Applied Mechanics)

Abstract An isotropic continuum damage mechanics model for high cycle fatigue derived from irreversible thermodynamic dissipative theory is presented. The model is different from Lemaitre model in damage mechanisms. The former is based on a brittle mechanism, and the later is ductile. The model incorporates successfully the high cycle fatigue into a unified thermodynamic framework. The effect of stress ratio R is considered in its damage evolution law. According to the high cycle fatigue S-N curve under symmetrical loading, a Log$S$-Log$N$ curve for an arbitrary stress ratio R can be derived by using this model. The model has been applied to the smooth specimen of LC9 high strengthen aluminum alloy. A good agreement between theoretical Log$S$-Log$N$ curves and experimental ones is obtained.

Key words fatigue fracture; fatigue process; thermodynamics; continuum damage mechanics; brittle damage mechanism