复杂系统研制费用 Weibull 分布的研究[1)]

徐 哲 冯允成
(北京航空航天大学 管理学院)

摘 要 科学地估算研制费用为项目立项决策和科学分配经费提供了依据. Weibull 时间-费用模型是一种描述大型复杂系统人力资源问题的计量经济模型,也称生命周期模型. 本文分析了 Weibull 分布特点,特征参数的估算方法及 Weibull 时间-费用模型的几种模式,给出了模型的理论解释. 结合具体实例用经验估算法对模型参数进行了估计,得到的预算费用比较符合实际系统研制费用的发生规律. 研究表明, Weibull 时间-费用模型为预测大型复杂系统研制费用提供了有效的方法.

关键词 概率分布; 预测; 科研管理; 方案论证; 费用分析
分类号 C 939; F 224.0

Weibull 时间-费用模型是一种描述人力资源复杂问题的计量经济模型,也称生命周期模型. 国外在研究、评价和管理大型工程项目研制计划时发现,人力和财力(表现为费用)的集结和逐步撤出是有规则模式的,这些模式是由工程项目整个生命周期中几个相互衔接的阶段构成的,这些周期并不取决于工程项目的性质和工作内容,而同技术人员解决复杂问题的方式有关. 在研制活动中,计划几个相互衔接的阶段:方案论证、初样设计、正样设计、试制、试验验证及定型等工程活动. 如果研制过程基本按计划进行,无大的突发性变更,则在整个研制过程中,时间-费用分布表现为费用的需求数具有开始和结束少,中间多的特点,经验表明, Weibull 分布比较科学地描述了大型工程项目所需研制费用随时间分布的内在规律,因而在费用估算和分析中得到了广泛的应用[1].

1 Weibull 分布模型

1.1 Weibull 概率分布密度函数

函数的一般形式:

$$f(t) = ma(t-r)^{m-1}\mathrm{e}^{-a(t-r)^m} \qquad (1)$$

Weibull 分布密度函数由三个参数 m、a、r 唯一确定. 形状参数 m 和急迫性参数 a 的不同组合,不仅包括了偏斜分布、低峰态分布、高峰态分布,还包括了正态分布. m 值的大小决定了 Weibull 分布曲线的峰值位置; a 值的大小决定了曲线陡度,说明投资的迫切性; r 为位置参数,表示研制阶段的起始点.

设 $r=0$,则

$$f(t) = mat^{m-1}\mathrm{e}^{-at^m} \qquad (2)$$

由图 1~2 可以观察到,当 $m \geqslant 1$ 时,存在唯一一个峰值点 t^*,使 $f(t^*)$ 达到最大值.

对(2)式两边求导 $\mathrm{d}f(t)/\mathrm{d}t=0$,可得

$$t^* = \left(\frac{m-1}{ma}\right)^{1/m} \qquad (3)$$

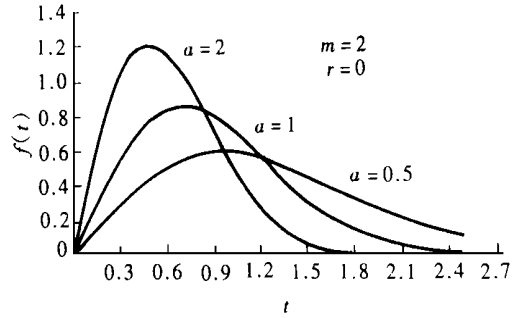


图 1 $m=2$, $r=0$; a 值不同时 Weibull 分布图

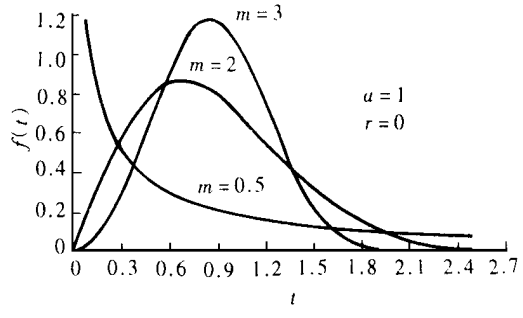


图 2 $a=1$, $r=0$; m 值不同时 Weibull 分布图

收稿日期: 1996-10-23 第一作者 女 32 岁 讲师 100083 北京
1) 863 航天高技术领域基金资助项目

相应地

$$f(t^*) = ma(t^*)^{m-1}e^{-a(t^*)^m} \quad (4)$$

当 $t < t^*$ 时, $f(t)$ 单调增; 当 $t \geqslant t^*$ 时, $f(t)$ 单调减. 令 $t_m = t^*$ 为峰值时间.

由于研制过程中, 费用实际上并不完全按理想的情况连续发生(投资), 因此, 我们给出 Weibull 分布的累积分布函数形式:

$$F(t) = \int_0^t f(t)\mathrm{d}t = \int_0^t mat^{m-1}e^{-at^m}\mathrm{d}t = 1 - e^{-at^m} \quad (5)$$

1.2 Weibull 时间-费用模型的理论解释

Weibull 时间-费用模型的一般形式为

$$C(t) = Kmat^{m-1}e^{-at^m} \quad (6)$$

记 $L(t) = K \cdot F(t) = K \cdot \int_0^t f(t)\mathrm{d}t = K \cdot (1 - e^{-at^m})$, 有

$$(K - L)/K = e^{-at^m}$$

则式(6) 变为

$$C(t) = mat^{m-1}(K - L) \quad (7)$$

式中　$C(t)$ ——在 t 时间点所需的研制费用; K ——该研制阶段的总研制费用; $L(t)$ ——在 t 时间点累积发生的研制费用.

(7)式可解释为: 任何一个给定时间 t 内所需的研制费用, 取决于研制工作的速度 mat^{m-1} 和剩余的研制费用$(K - L)$.

假设: 第 t 年度所需的研制费用为$L(t, t-1)$, 则

$$L(t, t-1) = L(t) - L(t-1) = K \cdot (e^{-a(t-1)^m} - e^{-at^m}) \quad (8)$$

2 Weibull 时间-费用模型的几种形式

在研制计划的实施过程中, Weibull 时间-费用模型的应用按进度分以下情况:

• 计划开始前, 将费用概算比较科学地分摊到各年度, 称为投资概算或预算;

• 计划进行中, 即研制已进行到一定阶段, 预测后续阶段所需的费用, 对立项阶段给出的费用概算进行再评估;

• 计划结束后, 拟合已经发生的费用, 并对立项阶段的费用概算进行事后再评估.

针对不同系统的研制规律, Weibull 时间-费用模型可分为以下几种形式.

2.1 单峰值 Weibull 时间-费用模型

单峰值 Weibull 时间-费用模型, 表现为工程项目的研制随时间进展具有单一投资峰值. 根据应用经验可知: 成功的工程项目一般与相当高的"迫切性"有关, 即它们的周期呈"圆锤形高丘"形状, 而且很早就达到峰值. 预期只有在工程主管人员和工程班子经验丰富, 工程项目时间紧迫, 并且手头有必要的资源才会有这种形状[1].

模型的一般形式为

$$C(t) = Kmat^{m-1}e^{-at^m}$$

式中形状和位置参数 m, a 的估计目前主要采用以下方法.

1) 经验估算法

该方法主要用于投资预算阶段, 它是利用 Weibull 模型本身的性质, 通过专家估计给出最高投资强度时点 t_h, 进而估计 m, a. 如何正确地选取 Weibull 时间-费用模型的峰值位置是非常关键的, 峰值位置偏前, 将产生资金损失风险; 峰值位置偏后, 将产生投资风险[2].

由(3)式可得

$$a = (m-1)/(m \cdot t_h^m) \quad (9)$$

显然 $\lim_{t\to\infty} F(t) = 1$, 令 t_s 为终结时间, 则可使模型满足:

$$F(t_s) = \int_0^{t_s} mat^{m-1}e^{-at^m}\mathrm{d}t = 1 - e^{-at_s^m} = 0.995 \quad (10)$$

t_s 一般定义为研制项目基本结束时点, 这由任务计算给出. 实际研制周期终点略大于 t_s, 因为研制结束后, 还有一定的"收尾"工作, 这样可使模型精度满足要求. 将(9)式代入(10)式用迭代法求出 m 值, 然后利用(9)式求出 a 值.

2) 线性回归分析法

将(6)式线性化

$$\ln c(t) = \ln(Kma) + (m-1)\ln t - at^m \quad (11)$$

令: $Y = \ln c(t) - (m-1)\ln t$, $X = t^m$; $A = \ln(Kma)$, $B = -a$; $X = t^m$. 则(11)式可化为

$$Y = A + BX \quad (12)$$

根据样本数据, 逐一给出 m 值, 然后利用线性回归的最小二乘法不断进行回归, 直到获得满意的 m, a 为止, 所谓"满意"就是样本残差平方和足够小.

3) 高斯-牛顿迭代法:

利用 Taylor 级数展开式去近似地代替非线性回归模型. 然后通过多次迭代, 多次修正回归系

数, 使回归系数不断逼近非线性回归模型的最优回归系数, 最后使原模型的残差平方和最小. 在给定一定的样本数据资料时, 这种方法是最优的[3].

2.2 多峰值 Weibull 时间-费用模型

大型复杂系统一般由若干个分系统组成, 由于各分系统的研制进度不同, 则各分系统研制费用的单峰值 Weibull 分布模型随时间进展出现的投资峰值位置不同, 费用发生的起始和结束时间也不同, 各个分系统叠加而成的整个项目研制费用的分布随时间的进展就会出现多个投资峰值. 整个系统的多峰值 Weibull 时间-费用模型就可看成由若干单峰值 Weibull 分布叠加而成的, 即

$$C_i(t, r_i) = K_i m_i a_i (t - r_i)^{m_i - 1} e^{-a_i (t - r_i)^{m_i}} \quad (13)$$

$$\left.\begin{aligned} C(t) &= \sum_{i=1}^{n} C_i(t, r_i) \\ i &= 1, \cdots, n \text{ 分系统个数} \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

式中 $C_i(t, r_i)$ 为分系统研制费用分布函数; $C(t)$ 为项目的总研制费用分布函数.

多峰值 Weibull 分布模型的预测过程即为各个分系统研制费用 Weibull 分布的叠加, 具体过程见本文第 3 节. 对于拟合过程, 由于参数太多, 数学处理比较复杂, 在样本容量足够大的情况下, 可以用分段建模法来建立多峰值模型, 即根据工程的进度计划, 人为地将整个过程分为若干个阶段. 确定各阶段的起始点、结束点和峰值点, 各阶段的拟合结果为单峰值 Weibull 模型, 最终模型等于各段模型相应时间的叠加.

3 投资预算阶段的应用

某大型研制项目由 6 个分系统 C_1, C_2, …, C_6 构成, 要求对该项目的研制费用的投资进行预算. 分系统的研制费用及进度数据由有关专家估算获得, 见表 1, 估算方法见文献[4].

表 1 分系统研制计划数据表

分系统代号	总研制费用/万元	开始年份	结束年份	峰值年份
C_1	8.00	1995	2000	1997
C_2	12.78	2004	2008	2006
C_3	16.80	1999	2006	2002
C_4	28.47	1995	2006	2001
C_5	32.38	2000	2008	2003
C_6	43.79	2000	2010	2004

通过经验估算法, 可以估算出各分系统研制费用的 Weibull 分布的形状参数 m_i, 急迫性参数 a_i. 这样, 便可获得各分系统研制费用的 Weibull 分布 $C_i(t, r_i)$ 和项目的总研制费用分布函数 $C(t)$.

预测过程及结果见表 2 及图 3, 从表 2 及图 3 可见, 预测误差较小, 总的研制费用分布呈现三次峰值, 比较符合实际系统研制费用的发生规律.

表 2 系统研制费用 Weibull 分布逐年分布值表 万元

	分系统代号	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	ΣC_i
	1995	0.326			0.023			0.349
	1996	2.049			0.218			2.267
	1997	3.635			0.812			4.447
	1998	1.832			1.985			3.816
	1999	0.160		0.305	3.690			4.155
年	2000	0.001		1.711	5.414	1.001	0.697	8.824
	2001			3.982	6.199	3.724	2.686	16.591
	2002			5.255	5.321	6.874	5.460	22.910
	2003			3.880	3.216	8.312	7.969	23.377
	2004		0.062	1.433	1.263	6.880	8.993	18.631
份	2005		2.423	0.225	0.292	3.839	7.971	14.751
	2006		9.878	0.012	0.036	1.392	5.511	16.829
	2007		0.439			0.313	2.923	3.674
	2008		0.008			0.041	1.163	1.212
	2009						0.338	0.338
	2010						0.070	0.070
	合计	8.00	12.81	16.80	28.47	32.38	43.78	142.24
原始数据		8.00	12.78	16.80	28.47	32.38	43.79	142.22
预测误差/%		0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.02
Weibull	r	1995	2004	1999	1995	2000	2000	
分布模	m/%	3.85	6.39	3.57	4.28	3.00	3.00	
型参数	a/%	0.010 67	0.000 75	0.005 10	0.000 19	0.010 42	0.005 33	

注: r 为起始点位置(年份).

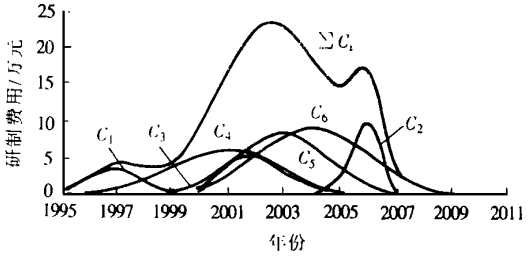


图 3　系统研制费用 Weibull 分布叠加图

值得说明的是, 大型研制项目研制周期较长, 因此, 在费用的预测过程中, 还要考虑资金的时间价值, 将投资贷款利率和通货膨胀率因素考虑进去, 方法见文献[4], 本文在未考虑上述因素下进行的讨论.

参 考 文 献

1　Peter V Norden. 计算生命周期曲线模型: 生命周期曲线的背景和应用. 见: 刘源张, 保罗•格雷. 中美系统分析讨论论文集. 北京: 中国学术出版社, 1983

2　阮　镰, 章国栋. 工程系统的规划与设计. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1991

3　李伯亭, 游光荣. 威布尔费用模型的最优参数估计. 数量经济技术研究, 1993, 11: 21~ 25

4　徐　哲, 冯允成, 黄志澄. 寿命周期费用评价法在航天工程项目管理中的应用. 航天技术通讯, 1996, 6: 26~ 31

5　钱颂迪. 型号研制费用模型及研制费用的预测. 数量经济技术研究, 1986, 10: 15~ 20

6　廖祖仁, 傅崇伦. 产品寿命周期费用评价法. 北京: 国防工业出版社, 1993

7　阿姆斯塔特 B L. 可靠性数学. 北京: 科学出版社, 1978

Study on Weibull Distribution for Large Scale Complex System's R& D Budge Expense Estimation

Xu Zhe　Feng Yuncheng

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, School of Management)

Abstract　Study on budget of expense for large complex systems is the primary problem in the filed of cost analysis. Weibull time-dependent expense model is an econometric model about manpower and finance for large complex systems, and also called life cycle model. In this paper Weibull distribution characteristics, parameter estimation methods and several models are studied, Weibull theoretical explanation are given. Finally, a case is analyzed, by making use of experience estimation method to estimate characteristic parameter, then gain R& D expense budget distribution. It provides that the distribution can well accord with the practical system in project budget stage.

Key words　probabilitic distributions; forecasting; research and development management; project approachment; cost analysis