SRAD-QFT 鲁棒优化设计新方法

金宪哲 吴森堂

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100191)

摘 要：针对使用定量反馈理论进行控制系统设计时存在的鲁棒性度量等问题，结合随机鲁棒分析与设计原理，提出一种鲁棒优化设计新方法.该方法使用被控对象参数的统计信息对参数不确定性进行描述，基于闭环控制系统的蒙特卡罗仿真，将获得的闭环控制系统不稳定概率及各项性能指标的不满足概率作为闭环控制系统稳定鲁棒性和性能鲁棒性的度量，并在此基础上实现闭环控制系统的鲁棒优化设计.由某型超声速反舰导弹纵向运动控制系统的设计过程表明：该方法能够准确地描述被控对象的参数不确定性，有效解决控制系统的鲁棒性度量问题，适用于复杂控制系统的设计.

关 键 词：鲁棒控制；定量反馈理论；随机鲁棒分析与设计

中图分类号：TP 13

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2010)11-1325-05

Method for optimizing QFT robust control system

Jin Xianzhe Wu Sentang

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A method for optimizing the quantitative feedback theory (QFT) robust controller was presented based on stochastic robustness analysis and design (SRAD) methodology, which solved the problems, such as inadequate robustness measures in existing optimization methods for QFT robust controller. With SRAD-QFT, the probability of instability and the probabilities of unsatisfied performances of the closed-loop control system were achieved by Monte Carlo evaluation. The stability robustness and performance robustness measurements for the closed-loop control system were provided by these probabilities, based on which the QFT controller and pre-filter could be designed simultaneously. The longitudinal flight control system design for a supersonic anti-ship missile using SRAD-QFT shows that this method can accurately descript the parametric uncertainty of the plant and provide the robustness measurements of the closed-loop control system. Also, it is suitable for designing the complicated system.

Key words: robust control; quantitative feedback theory; stochastic robustness analysis and design

定量反馈理论(QFT，Quantitative Feedback Theory)是一种基于频率域的鲁棒控制设计方法.该方法在设计初始就综合考虑了被控对象的不确定性和闭环控制系统的性能要求，其设计结果同时具有稳定鲁棒性和性能鲁棒性，而且，QFT的设计过程简单直观，设计者能够从中直接洞察控制器复杂性与闭环控制系统性能之间的折衷.这些特点使QFT特别适合工程设计，因此，QFT受到广泛关注并得到大量的应用[1-4].

传统的QFT控制器设计是在Nichols图上运用回路成形技术手工实现的，能否成功获得QFT控制器以及控制器的优劣很大程度上依赖于设计人员的经验和智慧.特别是在进行多回路、多输入输出等复杂控制系统设计时，QFT控制器

收稿日期：2009-10-22

作者简介：金宪哲(1973－)，男，黑龙江佳木斯人，博士生，jinxianzhe_first@sina.com.

的设计及优化是一项极具挑战性的工作,因此,近年来国内外学者在QFT控制器的优化设计方面做了大量的研究.其中,比较具有代表性的有:文献[5－6]提出的基于边界凸优化和线性规划技术的优化设计方法,文献[7－10]提出的自动设计方法.然而,这些方法与传统的手工回路成形设计方法一样,都无法准确地度量闭环控制系统的稳定鲁棒性和性能鲁棒性,对QFT控制器的优化效果有限.

为解决鲁棒控制系统设计所必需的鲁棒性度量问题,本文结合随机鲁棒分析与设计(SRAD, Stochastic Robustness Analysis and Design)原理[11－12],针对具有参数不确定性的线性时不变系统,提出了SRAD-QFT鲁棒优化设计方法.

1 SRAD-QFT优化设计方法

SRAD-QFT方法从两个方面实现QFT控制器的优化设计:①通过使用不确定性的结构信息,降低描述方式上的保守性;②提供准确的闭环控制系统鲁棒性度量,以此作为鲁棒控制器优化的依据.其设计流程图如图1所示.

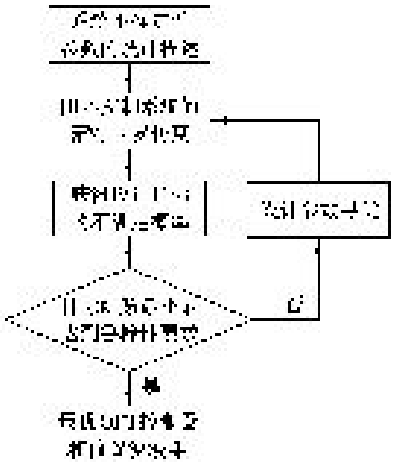
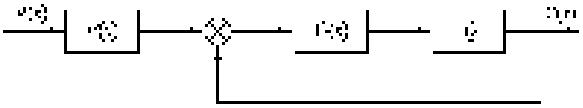


图1 SRAD-QFT方法设计流程图

SRAD-QFT方法使用被控对象中不确定性参数的统计信息对参数不确定性进行描述.不确定性参数的统计数据可直接由试验得到,也可以由不确定性参数隐含的概率密度函数决定输出的随机数发生器产生.当不确定性参数的采样空间足够大,此方法就能够准确地描述被控对象的不确定性.

SRAD-QFT方法将某项闭环控制系统设计指标的不满足概率作为闭环控制系统关于该指标的鲁棒性度量.不满足概率是一种准确的度量,能够很容易地由闭环控制系统的蒙特卡罗仿真得到,同时,它能够用具体数值明确地指出在闭环控制系统不失效的情况下,一个鲁棒设计能够容许多大的不确定性.

以单输入单输出QFT控制系统为例,简要说明如何对闭环控制系统的稳定鲁棒性进行度量.QFT控制系统结构图如图2所示.



Q—不确定性被控对象的传递函数集合;$G(s)$—QFT控制器;$F(s)$—前置滤波器;$R(s)$—系统输入;$Y(s)$系统输出.

图2 单输入单输出QFT控制系统结构图

闭环控制系统的传递函数为

$$T(s)=F(s)\frac{G(s)Q}{1+G(s)Q} \tag{1}$$

由经典控制理论可知,闭环控制系统稳定的充分必要条件是:$T(s)$的极点全部位于复平面的左半平面.由于存在参数不确定性,很难用推导$G(s)$和$F(s)$的设计参数与闭环控制系统极点之间显式关系的方式判断闭环控制系统的稳定性,但通过反复计算闭环传递函数极点,用统计方法估计闭环控制系统的不稳定概率却比较简单.随着计算次数的增大,不稳定概率的估计也就越准确.

由于闭环控制系统的稳定概率与不稳定概率之和等于常值1,当给定设计参数,闭环控制系统的不稳定概率越大,说明其稳定鲁棒性越低;反之,则稳定鲁棒性越高.因此,不稳定概率可作为评价闭环控制系统稳定鲁棒性优劣的直接度量.

由于控制系统的稳定性只能出现两种情况:稳定或不稳定.可将每次对闭环稳定性的估计看作是一次概率密度函数为二项分布的随机试验:闭环控制系统不稳定时取值为1,稳定时为0.此定义的优点是,可应用二项检验获得准确的不稳定概率的置信区间.

设闭环控制系统的不稳定概率为P,其概率密度函数和累积分布函数分别为

$$f(x)=(J,x)P^x(1-P)^{J-x} \tag{2}$$

$$F(X\leqslant x)=\sum_{j\leqslant x}(J,j)P^j(1-P)^{J-j} \tag{3}$$

其中,X为在J次蒙特卡罗仿真中闭环控制系统不稳定的次数.由文献[12],二项检验与二项置信区间的置信上限U和置信下限L有如下关系:

$$F(X\leqslant x-1)=\sum_{j=0}^{x-1}(J,j)L^j(1-L)^{J-j}=1-\frac{\alpha}{2} \tag{4}$$

$$F(X\leqslant x)=\sum_{j=0}^{x}(J,j)U^j(1-U)^{J-j}=\frac{\alpha}{2} \tag{5}$$

其中,(J,j)为二项系数;$1-\alpha$为置信系数. 当给定 J,α以及真实不稳定概率的估计值 $\hat{P}$,通过对式(4)和式(5)求解即可得到准确的 L 和 U.

当根据实际需要给定二项置信区间的宽度和置信系数时,若 L 和 U 是关于概率估值双边对称的,由式(4)、式(5)以及 $\hat{P}$ 还可求得给定置信区间宽度所需的最少蒙特卡罗仿真次数 J. 此时,估计次数只与 $\hat{P}$ 有关.

同理,只要能够将性能指标转换为二项决策(binomial decision)的形式,就可按同样的方法得到闭环控制系统的性能鲁棒性度量.

SRAD-QFT 方法中常用的二项决策转换表如表 1 所示.

表 1　SRAD-QFT 方法中常用的二项决策转换表

设计指标	满足	不满足
稳定性指标:闭环极点全部位于复平面的左半平面	0	1
内部稳定性指标:无不稳定极点与非最小相位零点对消	0	1
跟踪性能指标:设 T_u 和 T_l 分别为跟踪模型的上边界和下边界,则 $\lvert T_l(j\omega)\rvert \leqslant \left\lvert \frac{F(j\omega)G(j\omega)Q(j\omega)}{1+G(j\omega)Q(j\omega)} \right\rvert \leqslant \lvert T_u(j\omega)\rvert, \omega\in[\omega_l,\omega_u]$	0	1
鲁棒稳定裕度指标:设 μ 为鲁棒稳定性权值,则 $\left\lvert \frac{G(j\omega)Q(j\omega)}{1+G(j\omega)Q(j\omega)} \right\rvert \leqslant \mu, \omega<\omega^*$	0	1
反馈代价指标:$\lvert G(j\omega)\rvert \leqslant K^*, \omega<\omega^*$	0	1

成功获得闭环控制系统的稳定鲁棒性和性能鲁棒性度量,即各项设计指标的不满足概率之后,即可在此基础上使用数值搜索算法实现 QFT 控制器的优化设计.

数值搜索算法的目标函数采用如下形式:

$$Z=\sum_{i=1}^{M} w_i \hat{p}_i^2 \tag{6}$$

其中,M 为闭环控制系统设计指标的个数;$\hat{p}_i$ 为各项设计指标的不满足概率;w_i 为对各项设计指标鲁棒性度量的加权,其大小表明了闭环控制系统对各项设计指标的关注程度,设计人员可通过调整 w_i 值在各设计指标间进行折衷.

如图 2 所示的控制系统中,QFT 控制器 $G(s)$和前置滤波器 $F(s)$的结构如下所示:

$$G(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0} \tag{7}$$

$$F(s)=\frac{c_l s^l+c_{l-1}s^{l-1}+\cdots+c_1 s+c_0}{d_k s^k+d_{k-1}s^{k-1}+\cdots+d_1 s+d_0} \tag{8}$$

其中,$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 和 $\boldsymbol{d}$ 为系数向量. SRAD-QFT 方法的设计目标就可以描述为:在给定的设计系数向量空间内以及权值 w_i,寻找最优的系数向量,使 Z 最小.

使用 SRAD-QFT 方法进行控制系统设计时,判断是否成功设计出优化的控制器,取决于待解决的实际问题. 从工程应用的角度上看,由于稳定裕度的关系,要求 $\hat{P}$ 等于 0 并不是最佳的选择. 实际上,只要满足下列条件之一,即可认为成功实现了鲁棒控制系统的优化设计:①在技术条件和成本允许的范围内,$\hat{P}$ 最小;②在满足可靠性要求的前提下,$\hat{P}$ 足够小.

$\hat{p}_i$ 的二项置信区间可作为不同设计结果之间比较的依据和数值搜索算法的终止条件. 对于同一设计指标的 $\hat{p}_i$,可通过比较二项置信区间的方式,区分设计结果之间的优劣. 当二项置信区间发生重叠时,就认为两个设计结果之间没有显著性差异,即搜索到最优的设计系数向量.

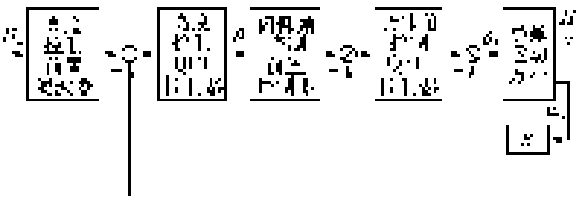
若搜索完成时,$\hat{p}_i$ 大于期望值,说明在给定的设计系数向量空间内找不到满足设计要求的鲁棒控制器和前置滤波器. 此时,可参考各项设计指标的 $\hat{p}_i$,修改设计指标,或 QFT 控制器以及前置滤波器的结构,重新进行搜索.

2　设计算例及仿真

以某型超声速反舰导弹纵向运动控制系统的设计为例,演示了 SRAD-QFT 鲁棒优化设计方法的具体设计过程,并验证其有效性.

设某型超声速反舰导弹飞行中段的飞行方案为:由 $Ma=2.2$,初始高度 $H=8$ km 开始按给定俯仰角 ϑ 爬升;H 升至 15 km 后转入高空巡航,$Ma=3.0$;当导弹质量降至 1 000 kg 后,按给定 ϑ 下滑;经约 60 s 后 H 降至 100 m,$Ma=2.0$ 定高飞行.

采用图 3 所示的多回路控制方案.



H_c—高度指令;ϑ—俯仰角;δ_z—升降舵偏角;ω_z—俯仰角速度;K—俯仰角速度反馈增益.

图 3　导弹纵向运动控制系统结构图

设计指标为:内、中、外回路稳定;中、外回路

无不稳定极点与非最小相位零点对消.俯仰角控制回路 $\mu=2$,高度控制回路 $\mu=2.5$.俯仰角控制回路设计频率范围为[0.1,12]rad/s,高度控制回路为[0.4,2]rad/s,俯仰角控制回路为跟踪边界:

$$\begin{cases} T_{\vartheta,\mathrm{u}}=\dfrac{5.355s+4.284}{s^2+4.7s+4.2} \\ T_{\vartheta,\mathrm{l}}=\dfrac{509.6}{s^3+29.3s^2+436.4s+520} \end{cases}$$

高空巡航段高度控制回路跟踪边界:

$$\begin{cases} T_{H,\mathrm{u}}=\dfrac{0.952s+0.385}{s^2+1.25s+0.385} \\ T_{H,\mathrm{l}}=\dfrac{9.44}{s^3+6.426s^2+19.34s+9.44} \end{cases}$$

低空巡航段高度控制回路跟踪边界:

$$\begin{cases} T_{H,\mathrm{u}}=\dfrac{1.008s+0.4536}{s^2+1.35s+0.4536} \\ T_{H,\mathrm{l}}=\dfrac{10.4}{s^3+6.306s^2+19.68s+10.4} \end{cases}$$

采用 SRAD-QFT 方法进行鲁棒飞行控制系统设计,具体的设计过程如下:

1) 在爬升段和下滑段选取的各设计点处,令导弹的 H、质量和速度按平均分布进行摄动,ϑ 按正态分布进行摄动;在巡航段选取的各个设计点处,质量按平均分布进行摄动,ϑ 和 H 按正态分布进行摄动;

2) 基于内部稳定性的考虑,系数向量的空间为(0,1 000];

3) 取 $1-\alpha=0.95$,各回路不稳定概率期望值为 0.065,二项置信区间的宽度不大于期望值的10%,由式(4)、式(5)求得此条件下所需的蒙特卡罗仿真次数,为进一步缩小二项置信区间的宽度,取 $J=25\,000$.同理,可求得性能不满足概率二项置信区间所需的蒙特卡罗仿真次数;

4) 使用遗传算法进行搜索,种群规模为 500,终止代数为 50;

5) 由于在寻优初期,二项置信区间之间的显著性差异较大,为减少计算量,前 40 代为每隔 5 代才进行二项置信区间比较,后 10 代则每代都进行比较,以便能准确地区分不同设计结果的优劣.

得到俯仰角控制回路的 QFT 控制器和前置滤波器为

$$\begin{cases} G_\vartheta=\dfrac{55.081s+345.797}{s+0.309} \\ F_\vartheta=\dfrac{4.355s+3.789}{s^2+4.748s+3.789} \end{cases}$$

高空和低空巡航段的高度控制回路 QFT 控制器和前置滤波器分别为

$$\begin{cases} G_H=\dfrac{0.173s+0.136}{s+19.35} \\ F_H=\dfrac{1.111}{s^2+2.412s+1.111} \end{cases}$$

$$\begin{cases} G_H=\dfrac{0.0072s+0.0115}{s+5} \\ F_H=\dfrac{1.035}{s^2+2.05s+1.035} \end{cases}$$

导弹纵向运动控制系统各回路的随机幅频响应如图 4～图 6 所示.

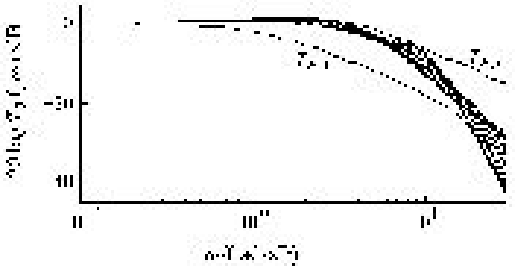


图 4 俯仰角随机幅频响应

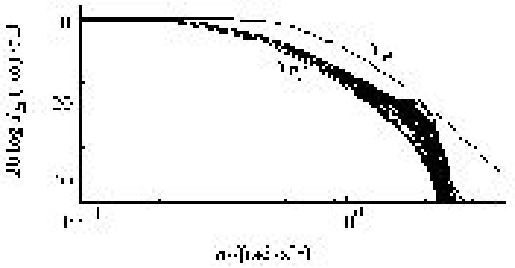


图 5 低空巡航段高度随机幅频响应

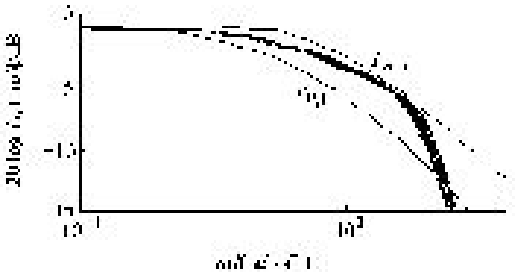


图 6 高空巡航段高度随机幅频响应

导弹纵向运动控制系统的非线性仿真结果如图 7～图 9 所示.

由仿真曲线可看出,使用 SRAD-QFT 方法设计的飞行控制系统能够达到预期的设计要求.

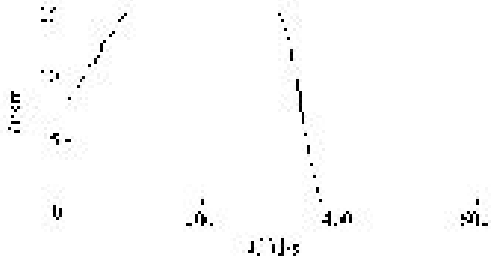


图 7 H 仿真曲线

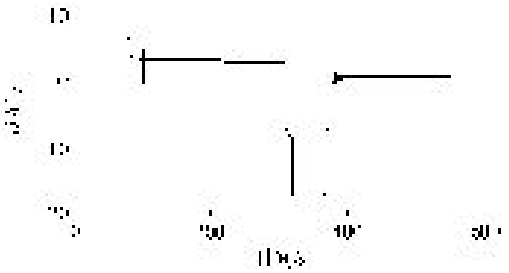


图 8　ϑ 变化曲线

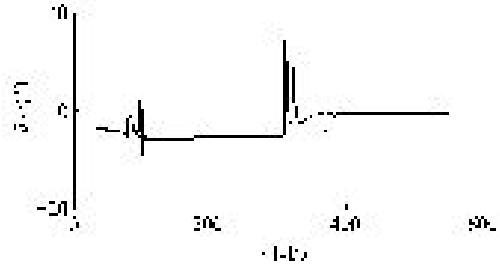


图 9　δ_z 变化曲线

通过本例可得出 SRAD-QFT 鲁棒优化设计方法具有以下特点:①能够准确地描述被控对象的不确定性;②提供准确的鲁棒性度量以便于设计人员改进设计过程;③能够同时对控制系统各回路的 QFT 控制器和前置滤波器的设计参数进行寻优,从而简化了多回路控制系统的设计过程.

3　结　论

本文提出的 SRAD-QFT 方法有效解决了以往鲁棒优化设计方法中存在的鲁棒性度量问题,实现了 QFT 控制器和前置滤波器的鲁棒优化设计,设计过程简单透明,灵活的不确定性描述方式扩展了其应用领域.闭环控制系统的鲁棒性度量在初始设计失败时能够有效地指导设计人员改进设计过程,适合复杂控制系统的设计.

参考文献(References)

[1] 富强,尔联洁,赵国荣.基于定量反馈理论的飞行仿真转台鲁棒控制[J].北京航空航天大学学报,2004,30(5):410－413
Fu Qiang,Er Lianjie,Zhao Guorong. Robust control based on quantitative feedback theory for flight simulator[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2004,30(5):410－413(in Chinese)

[2] Stout Perry Walter. Combined dynamic inversion and QFT flight control of an unstable high performance aircraft[D]. Davis: Office of Graduate Studies, University of California, 1999

[3] Houpis C H,Rasmussen S J,Garc a Sanz Mario,et al. Quantitative feedback theory:fundamentals and applications[M]. 2nd ed. Boca Raton,FL :CRC Taylor & Francis,2006

[4] Yaniv Oded. Quantitative feedback design of linear and nonlinear control systems[M]. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers,1999

[5] Chen Qian, Chait Yossi, Hollot C V. On the convexity of QFT bounds and its relation to automatic loop-shaping[C]// Proceedings of American Control Conference. San Diego:[s. n.],1999:1425－1426

[6] Chait Yossi,Chen Qian,Hollot C V. Automatic loop-shaping of QFT controllers via linear programming[J]. Journal of Dynamic Systems,Measurement,and Control,1999,121(3):351－357

[7] Tan K C,Lee T H,Khor E F. Control system design automation with robust tracking thumbprint performance using a multi-objective evolutionary algorithm[C]// Proceedings of the 1999 IEEE,International Symposium on Computer Aided Control System Design. Kohala Coast:IEEE,1999:498－503

[8] Tan K C,Lee T H,Khor E F. Automatic design of multi-variable quantitative feedback theory control systems via evolutionary computation[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I:Journal of Systems and Control Engineering,2001,215(3):245－259

[9] Chen Wenhua, Balance Donald J, Feng Wenyuan, et al. Genetic algorithm enabled computer-automated design of QFT control systems[C]// Proceedings of the 1999 IEEE, International Symposium on Computer Aided Control System Design. Kohala Coast:IEEE,1999:492－497

[10] Lu Enha,Zhao Changan. Automatic loop-shaping method in NLQFT and its application in aircraft control[C]// Proceedings of IEEE,Conference on Cybernetics and Intelligent Systems. Singapore:IEEE,2004:185－189

[11] Stengel Robert F,Rayn Laura E. Application of stochastic robus-tness to aircraft control systems[J]. Guidance,Control,and Dynamics,1991,14(6):1251－1259

[12] Ray L R. Stochastic robustness of linear multivariable control systems: towards comprehensive robustness analysis [D]. Princeton: Department of Mechanical and Aerospace Engineering,Princeton University,1991

(编　辑:刘登敏)