高速旋转弹丸进动周期提取

李益民 苏东林 冷雪冰

(北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100191) (白城兵器试验中心，白城 137001)

摘 要：对高速旋转弹丸的雷达回波进行处理，可以提取弹丸的进动周期.进动是弹丸平动之外的微动，弹轴围绕质心速度方向旋转对雷达回波产生微多普勒频率调制.对进动引起的微多普勒建模分析表明，散射点的径向速度是质心径向速度与进动引起的微动速度之和.利用短时傅里叶变换计算含有微动信息的散射点径向速度，然后采用分段多项式拟合获取质心径向速度.散射点径向速度减去质心径向速度可以得到微动速度.对微动速度进行时域滑窗自相关处理，可以提取弹丸进动周期.仿真分析和对弹丸实际测量数据处理表明：该方法可以有效提取高速旋转弹丸的进动周期.

关 键 词：雷达；微动；微多普勒；进动

中图分类号：TN 95

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2010)11-1335-04

Precession period extraction of high-rate rotating projectile

Li Yimin Su Donglin

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Leng Xuebing

(Baicheng Ordnance Test Center, Baicheng 137001, China)

Abstract: Precession is conical motion that projectile axes rotate around the projectile velocity direction in flight. Precession is one of micro-motions in addition to the translation. Precession produces frequency modulation on the returned radar signal and induces additional Doppler shifts to the Doppler frequency shift caused by translation, called micro-Doppler effect. The mathematics of micro-Doppler signatures shows that the reflector radial velocity is the sum of the mass center radial velocity and the micro velocity. The reflector radial velocity contains the information about precession, which can be obtained by using the short time Fourier transform(STFT). The mass center radial velocity can be derived from polynomial expressions. The velocity subtracted from the reflector radial velocity gives the micro velocity. Time-domain and frequency-domain analyses were jointly adopted. The sliding window autocorrelation of the micro velocity was also used to measure precession period. Both computer simulation and the experimental results demonstrate the validity.

Key words: radar; micro-motion; micro-Doppler; precession

高速旋转弹丸在稳定飞行时，弹轴围绕质心速度方向旋转，形成周期渐变的进动，弹道学中与之对应的是慢圆运动[1].当弹丸设计不当导致飞行不稳定时，弹丸的进动周期就可能会有异常表现.弹丸的进动周期，可以用来验证弹丸的设计以及分析落点散布.

质心平动以外的运动一般称为微动[2-3].微动使雷达的回波受到频率调制.微多普勒[4-5]是叠加在多普勒频移上的微小分量，它反映了频率的瞬时特性，其实质表征目标瞬时微动速度.微多普勒目前主要用于弹道导弹、旋翼直升飞机的分析识别以及人体手、脚的摆动、桥梁的振动等探

收稿日期：2009-09-09

作者简介：李益民(1961－)，男，辽宁铁岭人，博士生，liyimin@sohu.com.

测,在常规兵器中的应用还比较少.本文分析了弹丸进动的微多普勒模型,在此基础上提出一种易于工程实现的高速旋转弹丸进动周期提取方法.

1 弹丸进动的微多普勒模型

如图1所示,定义进动坐标系:以弹丸质心为坐标原点 o;以弹丸质心速度方向线为 ox 轴,沿质心运动方向为正;oy 轴垂直于 ox 轴,向上为正;oz 轴按右手法则确定,垂直于 oxy 平面,向右为正.这样定义的进动坐标系在外弹道学中称之为弹道坐标系.设弹丸自旋角速度为 ω,弹轴进动角速度为 Ω,进动时弹轴与 ox 轴夹角为 θ.在图1中,设弹体上一雷达电磁波散射点 P 与弹丸质心间的距离为 l,则点 P 在弹道坐标系中的坐标为

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l\cos\theta \\ -l\sin\theta\sin(\Omega t) \\ -l\sin\theta\cos(\Omega t) \end{bmatrix} \tag{1}$$

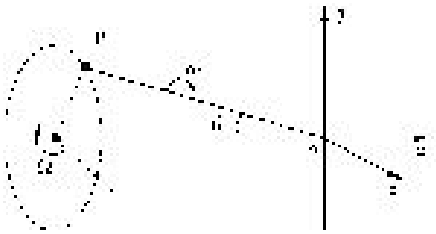


图1 进动示意图

如图2所示,$O_1X_1Y_1Z_1$ 构成以雷达为原点的测量坐标系.O_1X_1 轴沿水平线平行射击面,射击方向为正;O_1Y_1 轴垂直于 O_1X_1 轴,向上为正;O_1Z_1 轴按右手法则确定,垂直于 $O_1X_1Y_1$ 平面,向右为正.雷达测量坐标系平移至弹丸质心 o 形成基准坐标系 $oX_NY_NZ_N$.弹道坐标系可由基准坐标系经两次旋转而成.β 为速度高低角,ψ 为速度方向角.ψ 一般很小,按 $\psi=0$ 处理.点 P 在基准坐标系中的坐标为

$$\begin{bmatrix} X_N(t) \\ Y_N(t) \\ Z_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l\cos\theta \\ -l\sin\theta\sin(\Omega t) \\ l\sin\theta\cos(\Omega t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

在图2所示的雷达测量坐标系中,t 时刻点 P 到雷达的瞬时距离 r_t 为

$$\begin{aligned} r_t = \{&[R_t\cos E\cos A + X_N(t)]^2 + \\ &[R_t\cos E\sin A + Z_N(t)]^2 + \\ &[R_t\sin E + Y_N(t)]^2\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{3}$$

式中 R_t 为雷达到基准坐标系原点的距离.

因为 $R_t \gg X_N(t), Y_N(t), Z_N(t)$,所以

$$r_t = R_t + a + b\cos(\Omega t) + c\sin(\Omega t) =$$

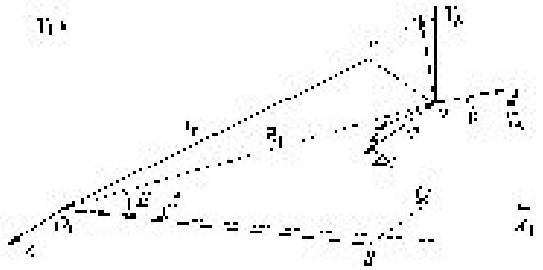


图2 雷达测量坐标系中的进动弹丸

$$R_t + a + d\sin(\Omega t + \varphi) \tag{4}$$

式中

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l\cos\theta(\cos\beta\cos E\cos A + \sin\beta\sin E) \\ l\sin\theta\cos E\sin A \\ l\sin\theta(\sin\beta\cos E\cos A - \cos\beta\sin E) \end{bmatrix}$$

$$d = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arccot}(b/c)$$

定义弹丸进动引起的微动速度

$$v_m = 2\pi d f_{md}\cos(2\pi f_{md} t + \varphi) \tag{5}$$

式中 $f_{md} = \Omega/(2\pi)$ 为进动频率.

点 P 相对于雷达的径向速度为

$$v_r(t) = \frac{\mathrm{d}v_t}{\mathrm{d}t} = v_t + v_m \tag{6}$$

式中 $v_t = \dot{R}_t$ 为弹丸质心的径向速度.

通过上述分析可知,散射点的径向速度是质心径向速度与进动引起的微动速度之和,且微动速度遵循正弦规律变化.

2 弹丸进动周期提取方法

高速旋转弹丸飞行中进动频率很低,一般只有几赫兹,甚至会低于1 Hz.直接采用频域处理的方法提取进动频率,其分辨力难以满足要求.可以采取如下步骤提取进动周期:对连续波雷达回波信号进行高精度频谱分析,得到散射点瞬时径向速度;采用分段多项式拟合获取质心径向速度;剔除质心径向速度,得到微动速度;对微动速度进行时域滑窗自相关处理提取进动周期.

2.1 获取瞬时径向速度

短时傅里叶变换 STFT(Short Time Fourier Transform)计算速度高、实现方便,是目前工程领域频谱分析的主要手段.

进行频谱估计时需要注意三个方面的问题:一是选择合适的窗函数时间宽度.受不确定性原理限制,不能同时获得高的时间分辨率和频率分辨率,窗函数必须要折中选择.窗函数的宽度还应该与信号的局部平稳长度相适应,一般取几毫秒至几十毫秒.二是选择合适的窗函数类型.为了降

低频谱泄漏,应当选择主瓣窄、旁瓣小的窗函数.这里选择主瓣稍宽于矩形窗且旁瓣抑制性能好的海明窗.三是改善频谱分辨率.雷达测速时,回波信号不是单一频率的连续波,其多普勒信号包含一定的频谱宽度,可以用最大似然法对谱线包络最大值进行估计.

2.2　估计质心径向速度

通过对连续波雷达回波的高精度频谱分析,得到散射点瞬时径向速度的等间隔时间序列

$$v_r(l)=v_t(l)+v_m(l)+v_n(l),l=0,1,2,\cdots,L \tag{7}$$

式中,v_t为质心径向速度;v_m为微动速度;v_n为随机分量;L为整个序列的长度.v_m,v_n变化较快,二者之和对应瞬时径向速度序列的高频分量.v_t变化较慢,对应于序列的低频分量.因此,可以采取数据拟合的方法处理出弹丸的质心径向速度.采用最小二乘原理,求解代数多项式的待定系数.

弹丸空中受力的变化,会改变运动规律,因此需要对速度数据进行分段拟合.多项式的阶数和分段数据的长度都能对拟合结果造成影响.通常数据分段长度为 2～3 s,拟合阶数为 2 阶或 3 阶,可以取得较好的效果.

2.3　时域滑窗自相关处理

剔除 v_t后的径向速度剩余分量为

$$\varepsilon=v_m+v_n \tag{8}$$

v_m和 v_n分别具有周期性随机性,则 ε可视为平稳随机信号.假设随机分量 v_n服从 $N\sim[0,\sigma^2]$正态分布,且 v_m与 v_n不相关,故

$$R_\varepsilon(\tau)=R_m(\tau)+R_n(\tau)=$$
$$4\pi^2 d^2 f_{md}^2\cos(2\pi f_{md}\tau)+R_n(\tau) \tag{9}$$

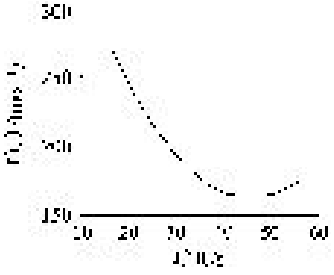
式中,R_m为 v_m的自相关函数;R_n为 v_n的自相关函数.R_ε中亦含有周期成分,且 R_ε中的周期成分与 v_m的周期相等,利用 ε的自相关分析可以确定弹丸的进动周期.

对数据加矩形窗时,会在自相关函数上加三角窗,使振荡的峰值逐渐衰减.白噪声的自相关函数集中于原点处.因此,对 ε进行自相关,设置起始搜索阈值,寻找自相关函数从最大值变小再变大后出现的第一个峰值,计算其时间间隔,便获得了 v_m的周期.利用上述方法对周期渐变的整个序列进行滑窗自相关处理,就可得到弹丸进动周期.

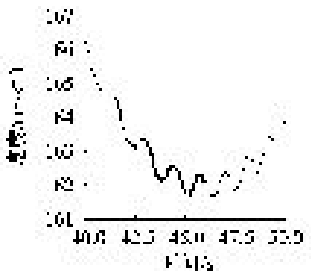
2.4　实测数据处理

图 3 为利用某型连续波雷达在靶场射击试验中测量得到的弹丸径向速度数据,数据中包含周期变化项,如图 3b 所示.

对速度数据进行分段多项式拟合,分段长度 2 s,拟合阶数 2 阶,求取质心径向速度.图 4 所示为计算得到的微动速度,其中包含测量噪声.对微动速度进行滑窗自相关处理,提取进动周期,如图 5 中实线所示.实测值与理论值比较吻合,证明了该方法的有效性.



a　整体



b　局部

图 3　实测速度

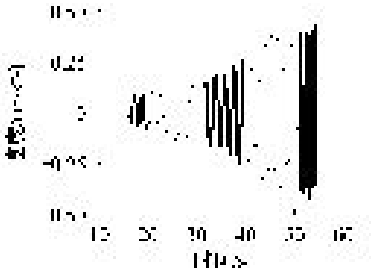


图 4　微动速度

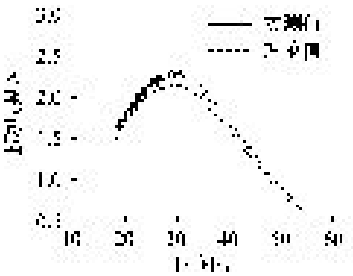


图 5　进动周期

3　仿真分析

仿真条件:时间 $t=0\sim25$ s,质心径向速度 $v_d=(0.4t^2-15t+660)$ m/s,微动速度幅度 $e=0.25$,进动周期 $T_{md}=1/(0.5+0.02t)$ Hz,数据间隔 $T_s=0.01$ s,噪声服从 $N\sim[0,0.01]$正态分布.

仿真的速度如图 6 所示.对速度进行二阶多项式拟合,获得质心径向速度分量.用仿真速度与

拟合速度相减，得到图7所示的微动速度.

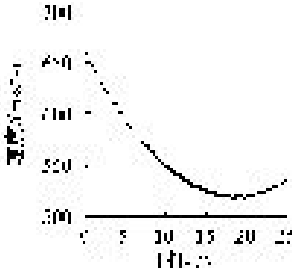


图6 仿真速度

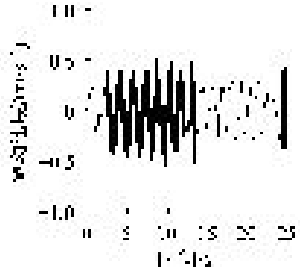
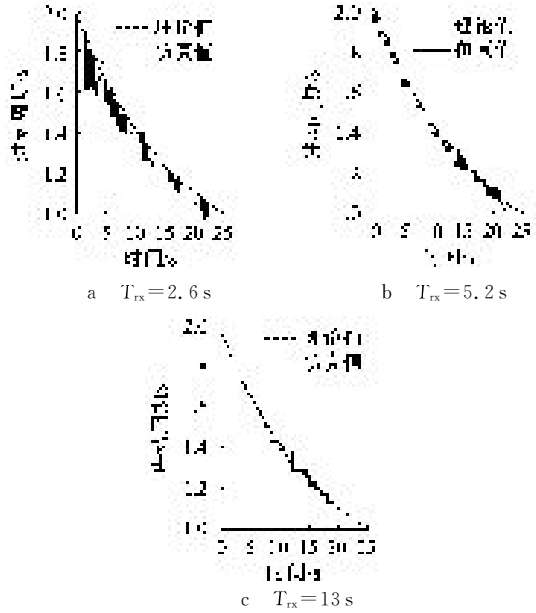


图7 仿真微动速度

3.1 自相关窗口宽度选择

图8所示为自相关窗口宽度 T_{rx} 不同时，利用滑窗自相关处理得到的进动周期. 从图中可以看出，当自相关窗口宽度较小时，提取的进动周期与理论值有偏差，起伏较大；随着自相关窗口逐渐加宽，偏差和起伏逐渐减小. 但自相关窗口不宜过宽，否则，所处理弹道段两端的进动周期有效数据将减少.



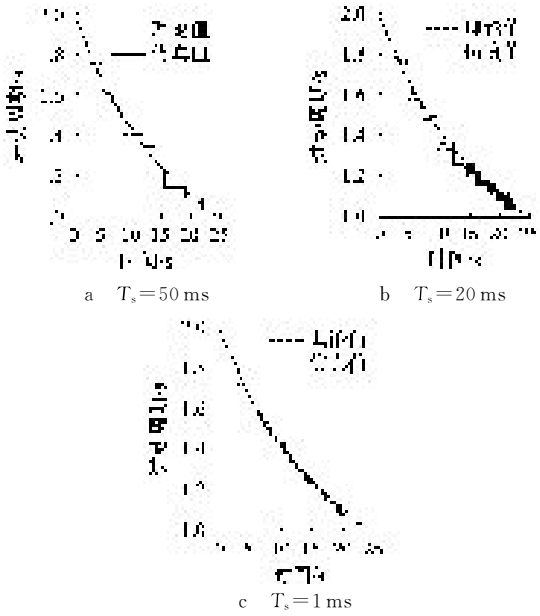
a $T_{rx}=2.6$ s　b $T_{rx}=5.2$ s

c $T_{rx}=13$ s

图8 不同自相关窗口宽度时获得的进动周期

3.2 数据间隔选择

图9为自相关窗口宽度 $T_{rx}=5.3$ s 时，不同数据间隔 T_{rx} 下获得的进动周期. 由图中可以看出，在自相关窗口宽度相同的情况下，数据间隔越小，得到的进动周期-时间曲线越平滑，误差越小.



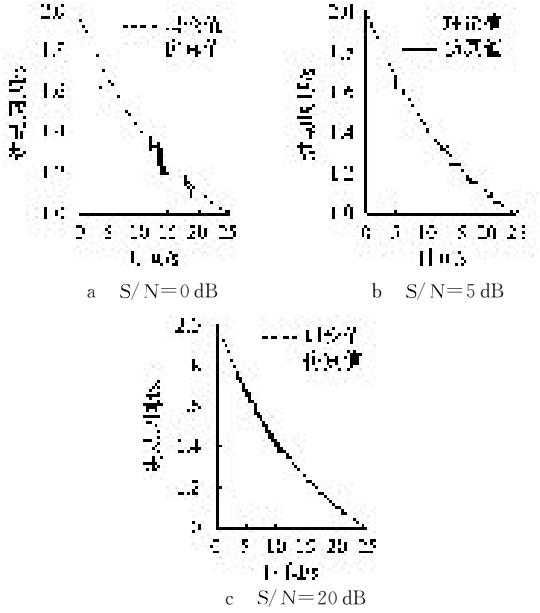
a $T_s=50$ ms　b $T_s=20$ ms

c $T_s=1$ ms

图9 不同数据间隔时获得的进动周期

3.3 信噪比的影响

分析进动周期时，有用信号为微多普勒信号. 图10为自相关窗口宽度 $T_{rx}=6.4$ s 时，不同信噪比下获得的进动周期. 由图中可以看出，信噪比越大，得到的进动周期-时间曲线越平滑，误差越小.



a S/N=0 dB　b S/N=5 dB

c S/N=20 dB

图10 不同信噪比下获得的进动周期

3.4 质心速度补偿精度的影响

当拟合参数选取不当时，质心速度不能完全补偿，会使微动速度产生偏差. 设弹丸径向速度剩余分量为

$$\varepsilon = v_m + v_n + v_{py} \tag{10}$$

（下转第1347页）

转调制式航姿参考系统.通过旋转调制,将漂移为30(°)/h 的 MEMS 陀螺的精度提高至 1(°)/h 左右.静态和动态实验结果表明:系统在 1 h 内的航姿保持精度优于 1°.系统利用惯性器件进行独立的航姿解算,不依赖外界信息,也不向外辐射能量,具有较强的抗干扰性,是一种自主航姿测量系统.本系统的成功研制为中精度、低成本、高可靠性航姿参考系统的实现提供了一条切实可行的解决途径.

参考文献(References)

[1] 沈晓蓉,张海,范耀祖,等.微捷联姿态系统的一种扩展卡尔曼滤波方法[J].北京航空航天大学学报,2007,33(8):933－935
Shen Xiaorong, Zhang Hai, Fan Yaozu, et al. Extended Kalman filter method for micro-inertial strapdown attitude determination system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(8): 933－935(in Chinese)

[2] Yang Yong, Miao Lingjuan. Fiber-optic strapdown inertial system with sensing cluster continuous rotation[J]. IEEE Transaction on AES, 2004, 40(4): 1173－1178

[3] Zhang Ling, Liu Jianye, Lai Jizhou. Rotating fiber optic gyro strap-down inertial navigation system with three rotating axes[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautices, 2008, 25(4): 289－294

[4] 王锦瑜,冯培德.激光陀螺速率偏频系统的分析与研究[J].航空学报,2001,22(1):46－50
Wang Jinyu, Feng Peide. Research on rate-bias system of laser gyro[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2001, 22(1): 46－50(in Chinese)

[5] 付旭,周兆英. MEMS 自动驾驶仪中的多传感器误差补偿[J].清华大学学报:自然科学版,2008,48(5):804－807
Fu Xu, Zhou Zhaoying. Error compensation with multiple sensors in a MEMS autopilot[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2008, 48(5): 804－807(in Chinese)

[6] Crassidis J L, Lai K L, Harman R R. Real-time-attitude-independent three-axis magnetometer calibration[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2005, 28(1): 115－120

[7] 郝振海,黄圣国.基于差分磁罗盘的组合航向系统[J].北京航空航天大学学报,2008,34(4):377－380
Hao Zhenhai, Huang Shengguo. Integrated heading system based on differential magnetic compasses[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(4): 377－380(in Chinese)

(编　辑:赵海容)

(上接第 1338 页)

速度偏移 v_{py} 是时间 t 的函数,且 v_{py} 与 v_m,v_n 不相关,则

$$R_\varepsilon(t,t+\tau)=R_m(\tau)+R_n(\tau)+R_{py}(t,t+\tau) \tag{11}$$

式中,$R_{py}(t,t+\tau)$ 为 v_{py} 的自相关函数.与式(9)相比较,由于 $R_{py}(t,t+\tau)$ 的存在,$R_\varepsilon(t,t+\tau)$ 形状会发生变化,对计算机自动提取周期产生影响.因此,需要对质心速度补偿进行控制.在误差较大的情况下,应重新进行速度的拟合,以减小拟合误差.

4　结 束 语

连续波雷达测量得到的径向速度数据中包含质心径向速度和微动速度.利用分段多项式拟合可以得到较为准确的质心径向速度分量,并由此获得进动引起的微动速度,对微动速度进行时域滑窗自相关处理可以提取出弹丸的进动周期.

参考文献(References)

[1] 韩子鹏.弹箭外弹道学[M].北京:北京理工大学出版社,2008,153－162
Han Zipeng. Projectile and rocket exterior ballistics[M]. Beijing: Beijing University of Science and Technology Press, 2008, 153－162(in Chinese)

[2] 陈行勇.微动目标雷达特征提取技术研究[D].长沙:国防科技大学电子科学与工程学院,2005
Chen Hangyong. Research on radar signature extraction from target with micro-motions[D]. Changsha: College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, 2005(in Chinese)

[3] 陈行勇,黎湘,郭桂蓉,等.微进动弹道导弹目标雷达特征提取[J].电子与信息学报,2006,28(4):643－646
Chen Hangyong, Li Xiang, Guo Guirong, et al. Radar feature extraction of micro-precession ballistic missile warhead[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2006, 28(4): 643－646(in Chinese)

[4] Chen V C. Micro-Doppler effect of micro-motion dynamics: a review[J]. Proceedings of SPIE on Independent Component Analyses, Wavelets, and Neural Networks, 2003, 5102: 240－249

[5] Chen V C, Li F, Ho S, et al. Micro-Doppler effect in radar-phenomenon, model and simulation study[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1): 2－21

(编　辑:娄　嘉)