脉冲型逻辑切换飞行系统的制导控制律设计

陈 建 田 源 任 章

(北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 探讨了气动舵面和侧向喷流复合控制模式下拦截弹飞行系统的制导与控制. 由于高空气动力不足,同传统的只装配气动舵面的拦截弹相比,为改进对于机动目标的拦截精度,将侧向喷流装置引入以增加导弹的机动能力. 使用脉冲型混杂切换系统对侧向喷流导弹动力学进行描述;滑模制导律和决定侧向喷流装置开启策略的逻辑切换律被提出用于产生期望制导指令. 仿真和比较证实:滑模制导律和逻辑切换律对目标机动敏感,末端脱靶量很小(<0.1 m),拦截弹动能碰撞杀伤目标.

关 键 词: 切换系统; 滑模; 制导律; 切换律; 保性能控制

中图分类号: TJ 765

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2011)11-1347-06

Guidance and control law design for an impulsive logic-based switching flight system

Chen Jian Tian Yuan Ren Zhang

(Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Guidance and control law design for an interceptor equipped with both aero fins and side jets was discussed. Since the aerodynamic lift force for generating available norm load is not enough at high altitude, side jets are introduced into the interceptor dynamics to increase its maneuver capability for improving the interception precision to a maneuvering target by comparison with a traditional missile equipped with only aero fins. The side-jet missile dynamics was described with a hybrid impulsive switching system model. A sliding mode guidance law and a logic-based switching function for turning on the side jets were both proposed to generate desired guidance commands. Simulations and comparisons verify that the sliding mode guidance law and logic-based switching law are sensitive to target's maneuvering and the end-game miss distance is smaller than 0.1m which represents the interceptor directly hits and kills the target.

Key words: switching systems; sliding mode; guidance law; switching functions; guaranteed cost control

现代防空拦截的目标通常具有大机动能力,因而需要拦截器增进机动性以提供快速运动响应. 20 世纪 80 年代起,装配有侧向喷流装置的拦截弹问世,用于增加导弹机动能力和减小导弹气动舵面尺寸,例如美国的 PAC-3,俄罗斯的 9M96E/9M96E2,欧洲的 Aster-15/Aster-30.

侧向喷流导弹的建模,研究者习惯使用经典控制理论和现代控制方法,如传递函数[1]、线性状态空间方程[2-3]和非线性微分方程[4]. 这些方法成熟易用,但从机理上分析,混杂动态系统(HDS,Hybrid Dynamic System)[5]建模方法更适合描述侧向喷流导弹的动态特性.

混杂动态系统理论被发展用于描述同时包含连续时间特性和离散事件特性的动态系统. 混杂

收稿日期: 2010-06-29; **网络出版时间**: 2011-11-14 17:20; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111114.1720.015

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111114.1720.015.html

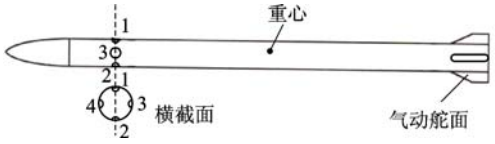
基金项目: 航空科学基金资助项目 (20080151004); 国家自然基金重大研究计划资助项目(90916003,91116002)

作者简介: 陈 建 (1982 -),男,山东荣成人,博士生, chenjian@asee.buaa.edu.cn.

切换系统(HSS,Hybrid Switched System)[6]是混杂动态系统的一族. 它包含一簇子系统和子系统间的切换律. 子系统的动态特性被分类为混杂系统的连续时间特性,切换律则被视为混杂系统的离散事件特性. 侧向喷流导弹采用力矩作用方式的直接力/气动力复合控制,整个飞行中受到气动舵的连续控制,在制导末端通过布置在质心前部的侧向喷流提供的直接力矩提高机动能力. 直接力的开启规律取决于拦截弹自身的飞行状态和目标的机动情况,为离散事件. 其在气动力控制与复合控制两种状态之间切换,属于典型的混杂切换系统.

1 脉冲型混杂切换飞行系统模型

如图 1 所示,侧向喷流拦截弹有两种执行机构: 气动舵和侧向喷流. 侧向喷流是一种正交于弹体纵轴产生直接力或直接力矩的装置. 在弹体前方装配有 4 个侧向喷流:一对位于俯仰通道,另一对位于偏航通道. 这 4 个侧向喷流主要产生力矩以快速建立迎角和需用过载.



1 ~4—侧向喷流号.

图 1 侧向喷流导弹的配置

侧向喷流导弹的连续时间特性,存在两个子系统:仅气动舵控制的子系统 1;气动舵和侧向喷流复合控制的子系统 2. 其离散事件特性:由切换律决定连续时间动态子系统从其中之一切换至另一个,对应着侧向喷流的开启或关闭. 侧向喷流同前方来流之间的干扰作用[7],使得侧向喷流开启或关闭瞬间对系统状态施加一个脉冲效应,伴随切换动作系统状态发生某种程度的跳变. 此外,飞行包线内气动系数会在较大范围摄动,侧向喷流干扰现象也会给气动系数带来不确定性[7].

一个对应的状态空间模型被提出,用以描述脉冲型侧向喷流导弹混杂切换飞行系统:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}}(t) &= (\boldsymbol{A}_{i_k} + \Delta\boldsymbol{A}_{i_k})\boldsymbol{x}(t) + (\boldsymbol{B}_{i_k} + \Delta\boldsymbol{B}_{i_k})\boldsymbol{u}_{i_k} \\ \Delta\boldsymbol{x}(t_k) &= \boldsymbol{C}_k\boldsymbol{x}(t_k) \\ i_k &= s(\boldsymbol{x}(t)) \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{x}(t) \in \mathbf{R}^n$为系统的状态,$n$ 为维数; $i_k \in \{1,2,\cdots,N\}$为离散事件变量,表示系统模型切换至子系统 i_k,N 为自然数(本文 $N=2$), $k \in \{1,2,\cdots,M\}$为切换次数,M 为自然数,且有限时间内的切换次数 k 为有限; s 为取决于系统状态 $x(t)$ 的离散事件跃迁函数(即"切换律");t_k为切换时刻; $\boldsymbol{A}_{i_k}$和 $\boldsymbol{B}_{i_k}$为系统系数矩阵;$\boldsymbol{u}_{i_k}$为子系统 i_k 的控制输入;$\Delta\boldsymbol{A}_{i_k}$和 $\Delta\boldsymbol{B}_{i_k}$为未知的实范数有界的矩阵函数,表示飞行包线内导弹气动系数的时变不确定性;$\boldsymbol{C}_k$为脉冲效应矩阵,表示系统状态伴随切换动作产生的跳变现象.

1.1 仅气动舵控制的子系统 1

仅气动舵工作的侧向喷流导弹俯仰通道的线性微分方程如下:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\alpha} &= Z_\alpha\alpha + \omega + Z_\delta\delta_{\text{fin}} \\ \dot{\omega} &= M_\alpha\alpha + M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + M_\omega\omega + M_\delta\delta_{\text{fin}} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中,α 为迎角;ω 为俯仰角速率,;δ_{fin}为升降舵偏角 ($|\delta_{\text{fin}}| \leqslant 45°$); $Z_\alpha, M_\alpha, M_{\dot{\alpha}}, Z_\delta, M_\delta$和 M_ω为气动系数.

导弹自动驾驶仪通常采用加速度计和角速率陀螺作为测量元件,故定义 XOY 为纵向平面,引入纵向平面法向过载 n_y和 ω 作为状态变量. 从导弹动力学可知:

$$n_y = \frac{L}{G} = -\frac{Q_p S C_{L\alpha}}{m V_{\text{M}}}\frac{V_{\text{M}}}{g}\alpha = -Z_\alpha\frac{V_{\text{M}}}{g}\alpha \tag{3}$$

式中,L 为升力;G 为重力;g 为重力加速度;Q_p为动压;S 为参考面积;m 为导弹质量;V_{M}为导弹速度;$C_{L\alpha}$为气动导数.

将式(3)代入式(2),定义系统状态 $\boldsymbol{x} = [n_y \quad \omega]^{\text{T}}$和控制输入 $\boldsymbol{u}_1$,得到子系统 1 的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A}_1 + \Delta\boldsymbol{A}_1)\boldsymbol{x} + (\boldsymbol{B}_1 + \Delta\boldsymbol{B}_1)\boldsymbol{u}_1 \tag{4}$$

式中

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} Z_\alpha & -\dfrac{V_{\text{M}}}{g}Z_\alpha \\ -\left(\dfrac{g}{Z_\alpha V_{\text{M}}}M_\alpha + \dfrac{g}{V_{\text{M}}}M_{\dot{\alpha}}\right) & M_{\dot{\alpha}} + M_\omega \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix} -\dfrac{V_{\text{M}}}{g}Z_\alpha Z_\delta \\ M_\delta + M_{\dot{\alpha}}Z_\delta \end{bmatrix}$$

1.2 气动舵和侧向喷流复合控制的子系统 2

气动舵和侧向喷流都工作的侧向喷流导弹俯仰通道的线性微分方程如下[2]:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\alpha} &= Z_\alpha\alpha + \omega + Z_\delta\delta_{\text{fin}} + \frac{T_{\text{std}}}{m V_{\text{M}}}u_{\text{jet}} \\ \dot{\omega} &= M_\alpha\alpha + M_\delta\delta_{\text{fin}} + \frac{l_{\text{jet}}T_{\text{std}}}{I_{yy}}u_{\text{jet}} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中,l_{jet}为侧向喷流的安装位置到导弹质心的距离;T_{std}为单个侧向喷流装置产生的最大稳态推

力;u_{jet}为侧向喷流装置的阀门开度,$u_{\text{jet}} \in [-1, +1]$且 $u_{\text{jet}} < 0$ 表示反向的侧向喷流工作(图 1 中 1 号侧向喷流);I_{yy}为俯仰轴的转动惯量.

式(5)同式(2)相比,ω 的微分方程简化两项,包括 $M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha}$ 和 $M_\omega\omega$. $\dot{\alpha}$ 对 $\dot{\omega}$ 的影响较小,在导弹短周期方程中常见省略;式(5)主要忽略 ω 对 $\dot{\omega}$ 的影响,原因在于侧向喷流工作时,其提供的推力较大,u_{jet}对 $\dot{\omega}$ 的贡献远大于 $M_\omega\omega$.

定义 $Z_u = T_{\text{std}}/(mV_{\text{M}})$, $M_u = l_{\text{jet}}T_{\text{std}}/I_{yy}$. 将式(3)代入式(5),定义控制输入向量 $\boldsymbol{u}_2 = [\delta_{\text{fin}} \quad u_{\text{jet}}]^{\text{T}}$,得到子系统 2 的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A}_2 + \Delta\boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{x} + (\boldsymbol{B}_2 + \Delta\boldsymbol{B}_2)\boldsymbol{u}_2 \tag{6}$$

式中

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} Z_\alpha & -\dfrac{V_{\text{M}}}{g}\alpha \\ -\dfrac{g}{Z_\alpha V_{\text{M}}}M_\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} -\dfrac{V_{\text{M}}}{g}Z_\alpha Z_\delta & -\dfrac{V_{\text{M}}}{g}Z_\alpha Z_u \\ M_\delta & M_u \end{bmatrix}$$

主要气动系数选自文献[3],$\boldsymbol{C}_k$据文献[7]估算.

2　制导/控制全回路结构

如图 2 所示,混杂切换飞行系统的制导/控制结构的特点体现在制导模块同时蕴含制导律和切换律,决定着控制器的切换和子系统的跃迁. 制导模块从测量元件(加速度计和陀螺仪)接收导弹状态信息,从导引头的观测获得目标状态信息,产生制导指令和切换信号传递给切换开关. 收到制导指令和切换信号后,切换开关决定哪个子控制器被选中,并将切换信号作为离散事件跃迁信号发送给被控对象,以触发子系统由一个切换至另一个.

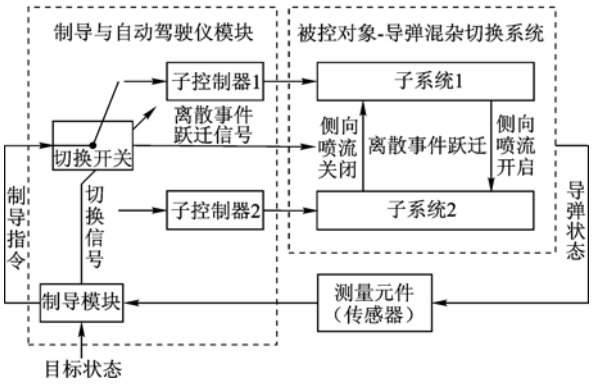


图 2　混杂切换飞行系统制导/控制全回路

2.1　末端交战运动学

如图 3 所示,XOY 为地面坐标系的纵向平面,X 轴和 Y 轴分别为航向和高度方向. 下标 M 和 T 分别表示导弹和目标;V,a 和 ϑ 分别为速度,法向加速度和航迹角; r 为弹目相对距离;$O_{\text{M}}O_{\text{T}}$ 为弹目视线 LOS(Line Of Sight);q 为弹目视线角.

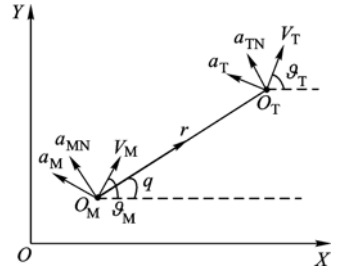


图 3　纵向平面末端交战几何结构

据图 3,得到沿着弹目视线的接近速度 V_r 和正交于弹目视线的相对速度 V_q 为

$$V_r = \dot{r} = V_{\text{T}}\cos(\vartheta_{\text{T}} - q) - V_{\text{M}}\cos(\vartheta_{\text{M}} - q) \tag{7}$$

$$V_q = r\dot{q} = V_{\text{T}}\sin(\vartheta_{\text{T}} - q) - V_{\text{M}}\sin(\vartheta_{\text{M}} - q) \tag{8}$$

末端交战运动用极坐标系(r,q)表示如下:

$$\dot{V}_q = \dot{r}\dot{q} + r\ddot{q} = -\frac{\dot{r}}{r}V_q + a_{\text{TN}} - a_{\text{MN}} \tag{9}$$

$$\ddot{q} = -2\frac{\dot{r}}{r}\dot{q} + \frac{1}{r}(a_{\text{TN}} - a_{\text{MN}}) \tag{10}$$

式中,a_{TN}和 a_{MN}分别为目标和导弹正交于弹目视线的加速度分量.

定义 1　拦截原则. 据导弹发动机的特性,沿着弹目视线的推力近似不变. 制导末端,目标通常沿着正交于弹目视线的方向规避逃逸,以最大化视线转率. 虽然目标加速度沿着弹目视线的分量存在,但在有限的末端制导时间和燃料下,不会对 V_r产生较大影响. 为拦截目标,据平行接近原则,须零化视线转率.

2.2　滑模制导律设计

比例导引律(PNG,Proportion Navigation Guidance)易被实现,但对目标机动不够敏感. 导弹导引头通常装配仅能直接测量弹目视线转率的被动传感器(如红外导引头),目标加速度被视作难以量测估计的时变有界干扰,这种配置下视线转率反映目标的机动情况. 一种可零化视线转率的滑模制导律(SMG,Sliding Mode Guidance)被提出,其对视线转率敏感意味着对目标机动敏感.

令 $y_1 = q$, $y_2 = \dot{q}$, $u = a_{\text{MN}}$和 $d = a_{\text{TN}}$,式(10)写为

$$\left.\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -2\frac{\dot{r}}{r}y_2 + \frac{-1}{r}u + \frac{1}{r}d \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

为零化视线转率 $\dot{q}$,定义滑模面为

$$s = y_2 \tag{12}$$

构造自适应趋近律为

$$\dot{s} = -k\frac{|\dot{r}|}{r}s - \frac{1}{r}\xi\operatorname{sgn}s \tag{13}$$

式中,k 和 ξ 为正实数.

由定义 1 知:V_r不会较大改变,故 $\dot{s}$ 主要由 r 决定. 其"自适应性"体现在:末制导初始段,r 大,此时趋向滑模面的速率 $\dot{s}$ 较小,不易引发抖振;末制导末端,r 小,$\dot{s}$ 大大增加,使得 $\dot{q}$ 在最后收敛于 0.

将式(12)代入式(13),有

$$r\dot{y}_2 = -k|\dot{r}|y_2 - \xi\operatorname{sgn}y_2 \tag{14}$$

将式(14)代入式(11),因 $\dot{r}<0$,得到

$$u = (k+2)|\dot{r}|y_2 + \xi\operatorname{sgn}y_2 + d \tag{15}$$

忽略干扰 d,有

$$u = (k+2)|\dot{r}|y_2 + \xi\operatorname{sgn}y_2 \tag{16}$$

定义李雅普诺夫函数为

$$V = 0.5y_2^2 \tag{17}$$

$$\dot{V} = y_2\left(-2\frac{\dot{r}}{r}y_2 - \frac{1}{r}u + \frac{1}{r}d\right) \tag{18}$$

将式(16)代入式(18),得

$$\dot{V} = k\frac{\dot{r}}{r}y_2^2 + \frac{d-\xi\operatorname{sgn}y_2}{r}y_2 \tag{19}$$

因 $r>0$,$\dot{r}<0$,且 $k>0$,故当 $\xi>|d|$ 时,$\dot{V}<0$.

若 $\xi>|d|$,假设 $\dot{r}\leqslant-\Delta_1<0$,$0<r<\Delta_2$($\Delta_1$ 和 Δ_2为正实数),推得

$$\dot{V} = k\frac{\dot{r}}{r}y_2^2 + \frac{d-\xi\operatorname{sgn}y_2}{r}y_2 \leqslant -2k\frac{\Delta_1}{\Delta_2}V$$

所以 $V(t)\leqslant V(0)\mathrm{e}^{-2k\frac{\Delta_1}{\Delta_2}t}$ $\lim\limits_{t\to\infty}V(t)=0$

即 $\lim\limits_{t\to\infty}y_2 = \lim\limits_{t\to\infty}\dot{q}(t) = 0$

因此,通过选取 $k>0$ 和 $\xi>|d|$,能保证 $\dot{q}(t)\to0$. 为减小抖振,用一个高增益连续函数替换式(16)中的符号函数,最终有

$$a_{\mathrm{MN}} = (k+2)|\dot{r}|\dot{q} + \xi\frac{\dot{q}}{|\dot{q}|+\Delta} \tag{20}$$

式中,Δ 为正实数.

2.3 逻辑切换律

$\dot{q}$ 和 $\ddot{q}$ 反映弹目相对运动态势. 若视线转率 $|\dot{q}|$不再减小,即 $\ddot{q}\dot{q}\geqslant0$ 且 $\dot{q}\neq0$,一定是目标在机动,此时应使用直接力,使 $|\dot{q}|$继续减小到一定程度 $\dot{q}_{\mathrm{th}}$(预设的阈值),随后侧向喷流关机. 可预见,随着 r 的减小,使用直接力的频率越高. 逻辑切换律 $i_k=s(\cdot)$具体描述如下:

1) 若 $\ddot{q}\dot{q}<0$($\dot{q}$ 趋近于 0)或 $\dot{q}=0$,侧向喷流不启动,对象模型为子系统 1;

2) 若 $\ddot{q}\dot{q}\geqslant0$ 且 $\dot{q}\neq0$($|\dot{q}|$不再减小),但 $\dot{q}$ 较小($|\dot{q}|<\dot{q}_{\mathrm{th}}$),侧向喷流不启动,对象模型为子系统 1;

3) 若 $\ddot{q}\dot{q}\geqslant0$ 且 $\dot{q}\neq0$,且 $\dot{q}$ 较大($|\dot{q}|\geqslant\dot{q}_{\mathrm{th}}$),侧向喷流启动,对象模型切换为子系统 2.

3 参考模型跟踪控制器设计

定义前置角 $\eta_{\mathrm{M}}=\vartheta_{\mathrm{M}}-q$,末端前的多数时间 $|\eta_{\mathrm{M}}|$通常较小,$\cos\eta_{\mathrm{M}}\approx1$,得

$$n_{y,\mathrm{c}} = \frac{a_{\mathrm{M}}}{g} = \frac{a_{\mathrm{MN}}}{g\cos\eta_{\mathrm{M}}} \approx \frac{a_{\mathrm{MN}}}{g} \tag{21}$$

式中,$n_{y,\mathrm{c}}$为纵向平面法向过载指令.

3.1 参考模型

假设弹体迎角的传递函数为二阶环节:

$$\frac{\alpha_{\mathrm{R}}(s)}{\alpha_{\mathrm{c}}(s)} = \frac{1}{T^2s^2+2T\zeta s+1} \tag{22}$$

式中,α_{c}为迎角指令;α_{R}为参考模型输出迎角;T 和 ζ 分别为时间常数和阻尼系数.

将式(3)代入式(22),有

$$\frac{\alpha_{\mathrm{R}}(s)}{n_{y,\mathrm{c}}(s)} = \frac{-g}{V_{\mathrm{M}}Z_\alpha}\frac{1}{T^2s^2+2T\zeta s+1} \tag{23}$$

对式(23)作 Laplace 变换,假设 $\omega_{\mathrm{R}}\approx\dot{\alpha}_{\mathrm{R}}$,有

$$\left.\begin{aligned}\dot{\omega}_{\mathrm{R}} &= \frac{g}{T^2V_{\mathrm{M}}Z_\alpha}n_{y,\mathrm{R}} - \frac{2\zeta}{T}\omega_{\mathrm{R}} - \frac{1}{T^2}\frac{g}{V_{\mathrm{M}}Z_\alpha}n_{y,\mathrm{c}}\\ \dot{n}_{y,\mathrm{R}} &= -\frac{V_{\mathrm{M}}Z_\alpha}{g}\dot{\alpha}_{\mathrm{R}} = -\frac{V_{\mathrm{M}}Z_\alpha}{g}\omega_{\mathrm{R}}\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

式中,ω_{R}为参考模型输出俯仰角速率;$n_{y,\mathrm{R}}$为参考模型输出法向过载.

定义 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{R}}=[n_{y,\mathrm{R}}\quad\omega_{\mathrm{R}}]^{\mathrm{T}}$和输入指令 $\boldsymbol{r}=n_{y,\mathrm{c}}$,得到参考模型的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{R}}\boldsymbol{x}_{\mathrm{R}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{R}}\boldsymbol{r} \tag{25}$$

式中

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix}0 & -\dfrac{V_{\mathrm{M}}Z_\alpha}{g}\\ \dfrac{g}{T^2V_{\mathrm{M}}Z_\alpha} & -\dfrac{2\zeta}{T}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix}0\\ \dfrac{-g}{T^2V_{\mathrm{M}}Z_\alpha}\end{bmatrix}$$

3.2 保性能控制器

针对子系统 1 和子系统 2,充分考虑系统切换时刻的脉冲效应和时变不确定性,取 $\boldsymbol{C}_k=-6\%$,$\Delta\boldsymbol{A}_{i_k}=10\%\boldsymbol{A}_{i_k}\sin(4\pi t)$,$\Delta\boldsymbol{B}_{i_k}=10\%\boldsymbol{B}_{i_k}\cdot\sin(4\pi t)$. 利用保性能控制理论[8]结合二次稳定性条件[9]推广至脉冲型切换系统,设计跟踪控制

律,得到状态反馈加输入前馈形式的子控制器 $\boldsymbol{u}_1$ 和 $\boldsymbol{u}_2$:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{u}_1 &= \boldsymbol{F}_1\boldsymbol{e} + \boldsymbol{K}_{f_1}\boldsymbol{x}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{F}_1\boldsymbol{x} + (-\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{K}_{f_1})\boldsymbol{x}_{\mathrm{R}}\\ \boldsymbol{u}_2 &= \boldsymbol{F}_2\boldsymbol{e} + \boldsymbol{K}_{f_2}\boldsymbol{x}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{F}_2\boldsymbol{x} + (-\boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{K}_{f_2})\boldsymbol{x}_{\mathrm{R}}\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

式中,$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{R}}$; $\boldsymbol{K}_{f_1} = -\boldsymbol{B}_1^{+}\boldsymbol{A}_1$; $\boldsymbol{K}_{f_2} = -\boldsymbol{B}_2^{+}\boldsymbol{A}_2$; $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 为利用保性能控制理论求得的状态反馈矩阵,以保证:$\boldsymbol{C}_k$ 下切换系统的稳定性,对不确定性 $\Delta\boldsymbol{A}_{i_k}$ 和 $\Delta\boldsymbol{B}_{i_k}$ 的鲁棒性,以及给定的性能指标.

定义性能指标函数为

$$J = \sum_{k=0}^{\infty}\int_{t_k}^{t_{k+1}}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}_{i_k}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{u}_{i_k}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}_{i_k}\boldsymbol{u}_{i_k}(t)]\,\mathrm{d}t \tag{27}$$

式中,$\boldsymbol{Q}_{i_k}$ 和 $\boldsymbol{R}_{i_k}$ 为正定对称矩阵.

$\boldsymbol{F}_1$,$\boldsymbol{F}_2$ 须满足式(28)、式(29)两个条件:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{Q}_{i_k} + \boldsymbol{F}_{i_k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{i_k}\boldsymbol{F}_{i_k} + \boldsymbol{P}_{i_k}(\tilde{\boldsymbol{A}}_{i_k} + \Delta\boldsymbol{A}_{i_k} + \Delta\boldsymbol{B}_{i_k}\boldsymbol{F}_{i_k}) +\\ &\quad(\tilde{\boldsymbol{A}}_{i_k} + \Delta\boldsymbol{A}_{i_k} + \Delta\boldsymbol{B}_{i_k}\boldsymbol{F}_{i_k})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i_k} < 0\end{aligned} \tag{28}$$

式中

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{A}}_{i_k} = \boldsymbol{A}_{i_k} + \boldsymbol{B}_{i_k}\boldsymbol{F}_{i_k}\quad \boldsymbol{P}_{i_k} = \boldsymbol{P}_{i_k}^{\mathrm{T}} > 0\\ &\quad 0 < \beta_k < 1\end{aligned} \tag{29}$$

$$\beta_k = \lambda_{\max}[\boldsymbol{P}_{i_{k-1}}^{-1}(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{C}_k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i_k}(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{C}_k)] \tag{30}$$

式中,$\lambda_{\max}$ 为矩阵的最大特征值.

4　制导/控制全回路仿真

通过拦截高超声速机动目标验证制导/控制全回路. 表 1、表 2 为目标、弹目相对初始状态参数,V_x 和 V_y 为 X 轴和 Y 轴上的速度分量,a_q 和 a_{N} 为沿着视线和正交于视线的加速度分量. 当前空域声速为 $1Ma = 295\ \mathrm{m/s}$,$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$.

表 1　目标初始状态参数

X_{T}/km	Y_{T}/km	V_{Tx}/Ma	V_{Ty}/Ma	$a_{\mathrm{T}q}/g$	a_{TN}/g
5	20	5.5	0	0	6

表 2　弹目相对初始状态参数

r/km	V_r/(m·s^{-1})	q/(°)	$\dot{q}$/((°)·s^{-1})
5	−500	30	3.3692

令式(20)中 $k = 2$,$\xi = 12$,$\Delta = 10^{-4}$; 令 $\dot{q}_{\mathrm{th}} = 1(°)/\mathrm{s}$.

如图 4 ~ 图 6 所示,控制器跟踪制导指令误差较小,从拦截结果得到末制导评价指标值:遭遇时间为 11.2120 s,脱靶量为 0.0016 m.

图 7b 的物理意义为:0.1 s 左右,逻辑切换律就发现目标在机动($\ddot{q}\dot{q} \geqslant 0$ 且 $|\dot{q}| \geqslant \dot{q}_{\mathrm{th}}$),侧向喷流立即开机增加导弹机动能力,使得 $\ddot{q}\dot{q} < 0$ 后停机;3.4 s,5.9 s,7.7 s,9.5 s 重复以上过程;10.6 s 开始,随着 r 变得很近,$\dot{q}$ 变化剧烈,因此侧向喷

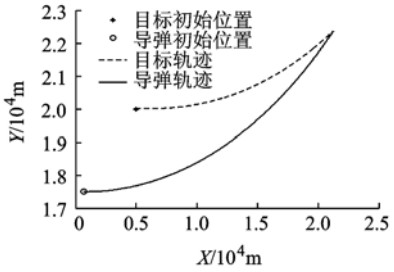


图 4　地面坐标系下导弹和目标的飞行轨迹

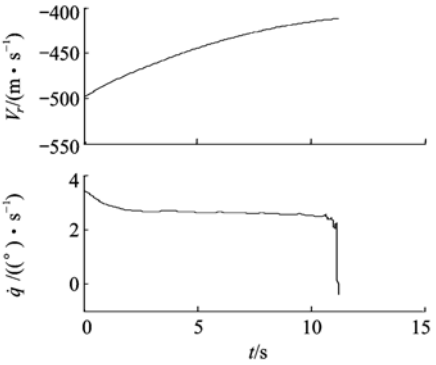


图 5　相对运动状态量

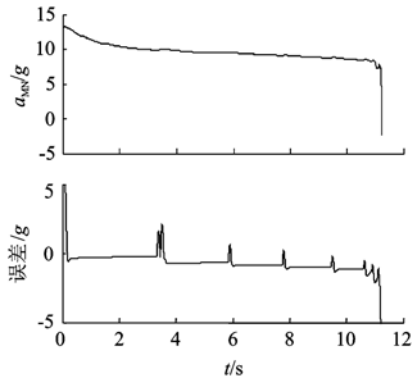
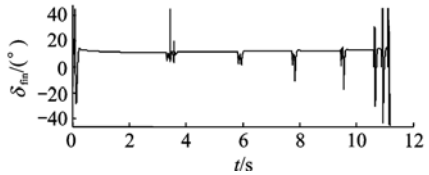
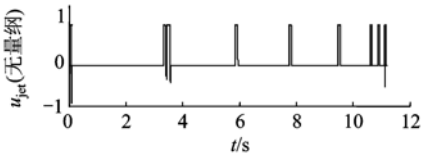


图 6　加速度制导指令与跟踪误差



a　气动舵的控制输入



b　侧向喷流的控制输入

图 7　$a_{\mathrm{TN}} = 6g$ 时的控制输入

流工作多次,直到最后使得 $\dot{q}$ 快速下降到 0. 研究发现: 随着目标机动过载的增大,侧向喷流的开启频率也增加(图 8),反映了逻辑切换律对目标大机动的敏感.

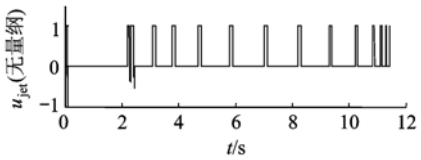


图 8 $a_{TN}=7g$ 时侧向喷流的控制输入

当 $a_{TN}=7\sim11g$ 时,用 PNG($a_{MN}=N|\dot{r}|\dot{q}$, $N=4$)同 SMG 比较拦截效果. 如表 3 所示,SMG 优于 PNG. 原因在于制导指令产生机理上,SMG 对目标机动较 PNG 更敏感,能及时产生足够大的过载指令遏制 $\dot{q}$ 增大的趋势.

表 3 拦截效果比较

a_{TN}/g	方法	遭遇时间/s	脱靶量/m
7	SMG	11.424	0.0047
	PNG	11.701	0.0064
8	SMG	11.640	0.0051
	PNG	11.966	0.0127
9	SMG	11.870	0.0136
	PNG	12.456	0.0102
10	SMG	12.244	0.0175
	PNG	丢靶	丢靶
11	SMG	12.978	0.0360
	PNG	丢靶	丢靶

5 结 论

1) 侧向喷流和气动舵复合控制导弹成功拦截目标. 滑模制导律和逻辑切换律保证末端脱靶量很小(<0.1 m),意味着动能碰撞,且遭遇时间较短;

2) 验证滑模制导律对于目标机动较比例导引律敏感,特别是目标做大机动时;

3) 随着目标加速度增大,侧向喷流开启频率也增加,反映逻辑切换律对目标大机动敏感.

参考文献 (References)

[1] Menon P K, Iragavarapu V R. Adaptive techniques for multiple actuator blending[R]. AIAA-1998-4494, 1998

[2] Thukral A, Innocenti M. A sliding mode missile pitch autopilot synthesis for high angle of attack maneuvering[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1998, 6(3): 359 – 371

[3] Hirokawa R, Sato K, Manabe S. Autopilot design for a missile with reaction-jet using coefficient diagram method[R]. AIAA-2001-4162, 2001

[4] Taur D R, Hsu H T. A composite guidance strategy for SAAMM with side jet controls[R]. AIAA-2001-4427, 2001

[5] Goebel R, Sanfeltce R G, Teel A R. Hybrid dynamical systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2009, 29(2): 28 – 93

[6] Das T, Mukherjee R. Optimally switched linear systems [J]. Automatica, 2008, 44: 1437 – 1441

[7] Gimelshein S F, Alexeenko A A, Levin D A. Modeling of the interaction of a side jet with a rarefied atmosphere [R]. AIAA-2001-0503, 2001

[8] Chang S S L, Peng T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 17(4): 474 – 483

[9] Petersen I R, McFarlane D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(9): 1971 – 1977

(编 辑:刘登敏)