基于动态逆的空空导弹奇异摄动中制导律

乔清青 陈万春

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 结合奇异摄动和动态逆方法,以飞行时间和末端能量的线性组合为性能指标,推导了一种近最优中制导律. 导弹状态方程根据状态变量时间常数写成三时间尺度系统. 降阶系统包括纵程、横程和比能动力学方程. 用最优控制理论求解出降阶系统最优解,即原系统的外解. 动态逆应用于边界层修正,得到一个闭环控制器,其性能可根据爬升、高空等高飞行和下滑阶段或其他情况的不同要求进行调整. 仿真结果表明:该制导律满足了对弹道平滑度、飞行时间和末端能量的要求. 中段末端航向误差小,为中、末制导的平稳交接班提供了保障.

关 键 词: 中制导; 摄动理论; 反馈线性化

中图分类号: V 448.13

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2011)11-1365-07

Singular perturbation midcourse guidance law based on dynamic inversion for air-to-air missile

Qiao Qingqing Chen Wanchun

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A near optimal midcourse guidance law incorporating a linear combination of flight time and terminal specific energy as the performance index was derived using singular perturbation theory and dynamic inversion. Missile state functions were put into three time-scale system according to the time constants of state variables. The reduced-order model consists of down range, cross range and specific energy dynamic. Optimal solution of reduce-order system, so called outer solution of original system, was obtained using optimal control theory. Dynamic inversion was applied to boundary layer correction for a close-loop controller. The performance of the controller could be regulated in accordance with different requirement of rise, cruise and descent stage or other instance. Simulation result shows that this guidance law satisfies requirements on trajectory smoothness, flight time and terminal specific energy. At the end of midcourse stage, missile heading error was small enough to ensure smooth transition from midcourse guidance stage to terminal guidance stage.

Key words: midcourse guidance; perturbation theory; feedback linearization

导弹中制导律通常要求其能使导弹尽快到达目标附近,尽可能为末制导保存能量,并平稳地完成中、末制导交接班. 为提高导引头截获目标的概率,希望导弹速度方向在中制导末端达到一定状态,因此中制导律的推导可归结为求解一个非线性两点边值问题. 由于导弹动力学模型本身的高度非线性,且发动机和空气动力的存在增加了其复杂度,使得两点边值问题的求解无法在弹上实时完成. 奇异摄动技术[1-2]是解决此问题的一种较成熟的方法. 其优点在于:一方面根据时间尺度划分降低系统阶数,求出近最优解,避免反向积分求解两点边值问题,使中制导律的解算可在弹上实时完成;另一方面通过边界层修正考虑降阶系统中忽略了的变量及其边界条件,以改善系统性

收稿日期: 2010-06-12; **网络出版时间**: 2011-11-14 17:19; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111114.1719.001

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111114.1719.001.html

作者简介: 乔清青 (1983 -),女(彝族),云南普洱人,博士生,beckqiao@126.com.

能. 在使用奇异摄动技术进行制导律的推导过程中,有多种时标分离的方法[3],由此推导出的制导律也不尽相同. 文献[4]以最小飞行时间为指标,用最优控制理论进行外解的求解和边界层修正计算,推导出一种开环中制导律,具有比线性最优制导和比例导引更好的性能. 本文用文献[4]的方法将变量分为 3 个不同的时间尺度. 文献[5]提出将外解作为参考弹道的概念,用预线性化方法同时考虑高度和弹道倾角动态,以进行边界层修正计算,使弹道在垂直平面上的投影跟踪外解结果. 预线性化方法是一种反馈线性化方法,文献中所述方法用线性二次型最优控制计算反馈增益,得到一个闭环中制导律,可获得较平滑的中制导弹道.

中、远程空空导弹弹道通常可明显地分为爬升、高空等高飞行和下降 3 个阶段. 高空飞行可以有效地减少飞行中的能量损失,因此需尽量减少导弹在其余阶段的飞行时间. 文献[6]以末端能量最大为性能指标,根据需要将爬升段和下滑段控制分开设计,用奇异摄动方法设计了一种由变系数爬升控制、最小能量巡航控制和最小能量下滑控制组成的中制导律. 中制导末端的航向误差是导引头是否能截获目标的影响因素之一,因此将末端航向误差控制在一定范围内也具有重要意义. 文献[7]针对空地导弹设计了渐进稳定的快变控制器,得到一种可快速爬升和快速下降的中制导律,并将中制导末端的航向误差控制在导引头视场范围内.

动态逆方法在设计导弹控制系统方面应用广泛. 它用对象的模型生成 α 阶逆系统,将对象补偿为伪线性系统,这样就可利用线性系统理论进行分析和计算[8]. 动态逆方法的使用通常伴随着变量的时标分离处理,这一点与强迫奇异摄动方法在制导律设计中的使用相似,因此可将其自然地引入奇异摄动中制导律设计中. 本文对于最慢变量用最优控制方法求出最优高度作为参考弹道,再用动态逆方法进行边界层修正计算,分开考虑高度动态(即慢变量)和弹道倾角、弹道偏角动态(即快变量),得到了一种新的奇异摄动中制导律,该中制导律表达式结构简单,可跟踪外解最优高度,亦可跟踪期望速度方向. 本文第 3 部分的仿真结果表明,应用该中制导律能够将导弹导引至目标附近. 它支持以调节参数的方式分段设计中制导律,达到快速爬升、快速下降、平稳等高飞行的目的,并在中制导末端达到较小的航向误差.

1 导弹的奇异摄动模型

假设导弹在平面无旋地球上飞行,且飞行控制系统处于理想状态. 导弹质点动力学模型通常由导弹在笛卡尔坐标系中的位置坐标 x,y,h,速度 V 以及速度方向角 ϕ,γ 6 个状态变量的微分方程组成. 为了将 h 和 V 分开在不同层,用比能 E 代替速度 V. 比能定义为导弹动能与势能的和与重力之比 $E = V^2/(2g) + h$. 根据文献[4]中的变量时间常数估算方法,将变量分成不同时间尺度的 3 组,x,y,E 是最慢时间尺度变量;h 和 ϕ,γ 分别是慢时间尺度和快时间尺度变量,用加在表达式左边的小变量 ε_1 和 ε_2 表示,构成了问题的边界层. 导弹的奇异摄动质心动力学方程为

$$\dot{x} = V\cos\gamma\cos\phi \tag{1}$$

$$\dot{y} = V\cos\gamma\sin\phi \tag{2}$$

$$\varepsilon_1\dot{h} = V\sin\gamma \tag{3}$$

$$\dot{E} = \frac{(T - D)V}{mg} \tag{4}$$

$$\varepsilon_2\dot{\phi} = -\frac{n_h g}{V\cos\gamma} \tag{5}$$

$$\varepsilon_2\dot{\gamma} = \frac{g}{V}(n_v - \cos\gamma) \tag{6}$$

式中,推力 T 和质量 m 是时间的函数,阻力

$$D = qSC_{D_0} + K(n_h^2 + n_v^2)m^2g^2/(qS)$$

$$q = \rho(h)V^2/2$$

式中,C_{D_0}是零升阻力系数;K 是诱导阻力系数. 该系统的控制量是指令过载的水平分量 n_h 和垂直分量 n_v. 由于导弹结构的限制,对过载有约束 $\sqrt{n_h^2 + n_v^2} \leqslant n_{max}$. 各状态变量的初始值为 $\xi(t_0) = \xi_0, \xi = \{x,y,h,E,\phi,\gamma\}$.

本文将预测拦截点和末制导交接班要求的速度方向作为导弹的终端状态. 假设目标以当前速度做匀速直线运动,则经过剩余飞行时间 t_{go}后,其所处位置作为预测拦截点. 剩余飞行时间用下式估算:

$$t_{go} = \frac{2R_{tm}}{V_c + \sqrt{V_c^2 + 2\tilde{A}R_{tm}}}$$

式中,R_{tm}是导弹与目标的距离;V_c 是接近速度;$\tilde{A}$ 是导弹沿视线方向的平均加速度,通常认为与导弹轴向加速度相等.

中制导末端的弹道倾角和弹道偏角取决于末制导律. 本文选取中制导末端导弹速度矢量为指向目标位置. 则导弹中制导的终端条件为(x,y,

$h,\phi,\gamma)(t_f)=(x_f,y_f,h_f,\phi_f,\gamma_f)$.

2　中制导律设计

2.1　最优控制问题的性能指标

选取最优控制问题的性能指标为

$$J=-kE(t_f)+(1-k)\int_{t_0}^{t_f}\mathrm{d}t$$

式中,$k\in[0,1)$;$k\neq1$ 保证了终端时间 t_f 自由.

2.2　奇异摄动系统的外解

外解问题由最慢时间尺度变量的动力学方程构成. 令式(1)~式(6)中 $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0$,此时有 $\gamma=n_h=0$,$n_v=1$. 联合边界条件,最慢时间尺度变量动力学方程为

$$\dot{x}_1=V_1\cos\phi_1 \tag{7}$$

$$\dot{y}_1=V_1\sin\phi_1 \tag{8}$$

$$\dot{E}_1=(T-D_1)V_1mg \tag{9}$$

边界条件:$(x_1,y_1,E_1)(t_0)=(x_0,y_0,E_0)$;$(x_1,y_1)(t_f)=(x_f,y_f)$.

下标"1"表示在最慢时间尺度中的变量. 弹道偏角 ϕ_1 和高度 h_1 是该层的控制量. 最慢时间尺度系统最优控制问题的 Hamilton 函数为

$$H_1=\lambda_{x1}\dot{x}_1+\lambda_{y1}\dot{y}_1+\lambda_{E1}\dot{E}_1+(1-k)$$

由协态方程 $\dot{\lambda}_{x1}=0,\dot{\lambda}_{y1}=0$ 可知 λ_{x1} 和 λ_{y1} 都是常数. 又由耦合方程 $\partial H_1/\partial\phi_1=0$ 可确定控制量 ϕ_1 的最优值:

$$\tan\phi_1^*=\lambda_{y1}/\lambda_{x1} \tag{10}$$

因此 ϕ_1 也是常数. 由状态方程式(7)、式(8)及其边界条件得

$$\phi_1^*=\arctan\frac{y_f-y_0}{x_f-x_0}$$

即水平面上的最佳速度方向是指向最终位置. 用此式可计算外解最优弹道偏角,按下式进行修正:

$$\phi_1=\begin{cases}\phi_1^* & R_{xy}>40\ \mathrm{km}\\ (1-k_s)\phi_1^*+k_s\phi_f & \bar{R}_{tm}\geqslant R_{tm}>10\ \mathrm{km}\\ \phi_f & R_{tm}<10\ \mathrm{km}\end{cases}$$

式中,$\phi_f=\arctan\dfrac{y_T-y}{x_T-x}$;下标"T"表示目标状态量;$k_s=\dfrac{1}{2}\sin\left(\dfrac{\bar{R}_{tm}-R_{tm}}{\bar{R}_{tm}-10\,000}\pi\right)+\dfrac{1}{2}$;$R_{xy}$是导弹与目标的水平距离;$\bar{R}_{tm}$是 $R_{xy}=40$ km 时导弹与目标的距离.

由横截条件 $\lambda_{E1}(t_f)=-k$ 和 $H_1(t_f)$可得

$$\lambda_{x1}\cos\phi_1+\lambda_{y1}\sin\phi_1=\frac{k(T_f-D_f)}{m_fg}-\frac{1-k}{V_{1f}}$$

上式与式(10)联立,即可确定 λ_{x1} 和 λ_{y1} 的表达式:

$$\lambda_{x1}=\eta\cos\phi_1 \tag{11}$$

$$\lambda_{y1}=\eta\sin\phi_1 \tag{12}$$

式中,$\eta=k(T_f-D_f)/(m_fg)-(1-k)/V_{1f}$.

预测末端速度 V_{1f}可根据 t_{go}和 $\tilde{A}$ 估算. 将推力 T 和质量 m 用其平均值 T_{av} 和 m_{av} 代替,使 Hamilton 函数与时间无关,有 $H_1(t)=0$,可得

$$\lambda_{E1}=\frac{m_{av}g(k-1-\eta V_1)}{(T_{av}-D_1)V_1} \tag{13}$$

由控制方程 $\partial H_1/\partial h_1=0$,并将式(11)~式(13)代入可得

$$\frac{\partial D_1}{\partial h_1}=\frac{(1-k)g(T_{av}-D_1)}{V_1^2(k-1-\eta V_1)} \tag{14}$$

$\partial D_1/\partial h_1$ 是 h_1 的隐函数,通过迭代计算可确定最优高度 h_1. 为保证导弹在接近目标时能下降到目标所在高度,用下式对最优高度进行修正:

$$h_1=h_1^*(1-\mathrm{e}^{-k_hR_{tm}})+h_f\mathrm{e}^{-k_hR_{tm}}$$

式中,k_h 是待选系数. 实际应用中,可先将 h_1 写成对 E_1 和$\partial D_1/\partial h_1$ 的关系列表,以加快计算.

外解的计算完成后,得到最优高度 h_1 和最优弹道偏角 ϕ_1.

2.3　边界层修正

边界层修正将考虑外解中忽略的高度、弹道倾角和弹道偏角动力学方程. 根据经验,由式(14)解出的最优高度往往超过了最大高度,这样上升和等高飞行段的外解最优高度便平稳地处于导弹可达最大高度. 因此可将此最优高度作为垂直平面的参考弹道. 本文用动态逆方法设计一个控制器,使导弹能跟踪外解结果.

2.3.1　慢变控制器

令 $\varepsilon_2=0$,即有 $n_h=0$,$n_v=\cos\gamma$,得到慢变量动力学系统. 其系统方程和输出方程为

$$\left.\begin{aligned}\dot{h}_2&=V_2\sin\gamma_2\\ z&=h_2\end{aligned}\right\}$$

下标"2"表示边界层中的变量. 慢变量动力学系统用弹道倾角 γ 作为控制量. 该系统并非仿射非线性系统,因此设控制量为

$$V_h=V_2\sin\gamma_2 \tag{15}$$

使原系统成为相对阶 $\alpha=1$ 的可逆系统. 选取:

$$\dot{h}=\omega_h(h_1-h) \tag{16}$$

式中,ω_h 是高度变量的时间常数的倒数. 系统的控制为

$$V_{\mathrm{h}} = \omega_h(h_1 - h)$$

将式(15)带入,整理后可得到期望弹道倾角的表达式:

$$\gamma_2^* = \arcsin[\omega_h(h_1 - h)/V_2] \tag{17}$$

式中,V_2 即为当前导弹速度. 考察式(16)所示的一阶系统,其性能主要取决于 h 的时间常数. 最后按下式修正弹道倾角:

$$\gamma_2 = \begin{cases} \gamma_2^* & R_{xy} > 40\ \mathrm{km} \\ (1 - k_{\mathrm{s}})\gamma_2^* + k_{\mathrm{s}}\gamma_t & \bar{R}_{\mathrm{tm}} \geqslant R_{\mathrm{tm}} > 10\ \mathrm{km} \\ \gamma_{\mathrm{t}} & R_{\mathrm{tm}} < 10\ \mathrm{km} \end{cases}$$

式中 $\gamma_{\mathrm{t}} = \arctan \dfrac{h_{\mathrm{T}} - h}{\sqrt{(x_{\mathrm{T}} - x)^2 + (y_{\mathrm{T}} - y)^2}}$

$$k_{\mathrm{s}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\bar{R}_{\mathrm{tm}} - R_{\mathrm{tm}}}{\bar{R}_{\mathrm{tm}} - 10\,000}\pi\right) + \frac{1}{2}$$

2.3.2 快变控制器

快变量动力学系统由 γ 和 ϕ 的动力学方程决定,其系统方程和输出方程为

$$\left.\begin{aligned} \begin{bmatrix}\dot{\phi}\\ \dot{\gamma}\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{g\cos\gamma}{V_2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dfrac{g}{V_2\cos\gamma} & 0 \\ 0 & g/V_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} n_{\mathrm{h}} \\ n_{\mathrm{v}}\end{bmatrix} \\ z &= \begin{bmatrix}\phi\\ \gamma\end{bmatrix} \end{aligned}\right\}$$

这是一个仿射非线性系统,控制量是 n_{h} 和 n_{v},则控制律为

$$\begin{bmatrix} n_{\mathrm{h}} \\ n_{\mathrm{v}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{g}{V_2\cos\gamma} & 0 \\ 0 & g/V_2\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}\dot{\phi}\\ \dot{\gamma}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{g\cos\gamma}{V_2}\end{bmatrix}\right)$$

令

$$\dot{\phi} = \omega_\phi(\phi_1 - \phi) \tag{18}$$

$$\dot{\gamma} = \omega_\gamma(\gamma_2 - \gamma) \tag{19}$$

整理得

$$n_{\mathrm{h}} = -V_2\cos\gamma\omega_\phi(\phi_1 - \phi)/g \tag{20}$$

$$n_{\mathrm{v}} = V_2\omega_\lambda(\gamma_2 - \gamma)/g + \cos\gamma \tag{21}$$

式中,ω_ϕ,ω_γ 分别是弹道偏角和弹道倾角变量的时间常数的倒数. 式(20)、式(21)即为所求闭环形式的中制导指令过载.

2.3.3 时间常数估算

式(17)、式(20)和式(21)中的 ω_ξ 定义为变量 ξ 的时间常数的倒数($\xi = \{h, \phi, \gamma\}$),本文采用一种估算状态变量局部时间常数的方法确定 ω_ξ 值:对于飞行中的某一阶段,估计某状态变量 ξ 的可达区域 $\Delta\xi$,则 ξ 以某典型值穿越该区域所需时间即为其时间常数 τ_ξ 为

$$\tau_\xi = \frac{\Delta\xi}{\max\limits_{u\in U} f(\bar{\xi}, u)} \tag{22}$$

式中,$\bar{\xi}$ 表示 ξ 的典型值;f 为状态方程式(1)~式(6)的集合. 又由定义知:

$$\omega_\xi = 1/\tau_\xi \tag{23}$$

由式(22)、式(23)、式(3)、式(5)和式(6)可得 ω_h,ω_ϕ 和 ω_γ 的估算式:

$$\omega_h = (\bar{V}\sin\bar{\gamma})_{\max}/\Delta h$$

$$\omega_\phi = [\bar{n}_{\mathrm{h}}g/(\bar{V}\cos\bar{\gamma})]_{\max}/\Delta\phi$$

$$\omega_\gamma = [(\bar{n}_{\mathrm{v}} - \cos\bar{\gamma})g/\bar{V}]_{\max}/\Delta\gamma$$

考察飞行全程,使用该方法亦可得到 ω_ξ 的全局值,即可作为指令过载表达式中的参数使用. 此外,根据经验,中、远程空空导弹的弹道大致可分为爬升段、高空等高飞行段和下降段,且爬升与下降段的状态变化比等高飞行段显著,因此可使用上述方法分别估算 3 个阶段的 ω_h,ω_ϕ 和 ω_γ 值,并可通过适当调整来满足不同阶段的性能要求.

高度和弹道倾角动力学方程构成了一个非线性二阶系统,导弹在爬升段的运动可看作该系统对阶跃信号的响应,而弹道形状取决于 ω_h 和 ω_γ 值. 可通过下述方法判断弹道形状:为便于分析,将二阶系统写成如下形式:

$$\dot{h} = \bar{V}a$$

$$\dot{a} = (n_{\mathrm{v}} - b)\cdot bg/\bar{V}$$

式中,$\bar{V}$ 是爬升段典型速度;$a = \sin\gamma$;$b = \cos\gamma$. 则用动态逆方法可求出该系统的控制为

$$n_{\mathrm{v}} = \frac{\omega_{\mathrm{a}}\omega_h}{gb}(h_1 - h) - \frac{\omega_{\mathrm{a}}}{gb}\cdot\bar{V}a - b \tag{24}$$

式中

$$\omega_{\mathrm{a}} = \omega_\gamma\cdot\Delta\gamma\cos\bar{\gamma}/\Delta\sin\gamma \tag{25}$$

令 $e_1 = \Delta h = h_1 - h$,$e_2 = \dot{e}_1 = \Delta\dot{h}$. 由于 h_1 是常数,又有 $\dot{e}_1 = -\dot{h} = -\bar{V}a$,$\dot{e}_2 = -gb(n_{\mathrm{v}} - b)$. 则可将式(24)写成:

$$n_{\mathrm{v}} = \frac{\omega_{\mathrm{a}}\omega_h}{gb}e_1 + \frac{\omega_{\mathrm{a}}}{gb}e_2 - b \tag{26}$$

另一方面,对于新的二阶线性系统:

$$\dot{e}_1 = e_2$$

$$\dot{e}_2 = -u$$

根据线性二次型调节器理论,使 e_1 和 e_2 趋于 0 的控制可写成以下形式:

$$u = -G_1e_2 - G_2e_1 \tag{27}$$

式中,$G_1=2\zeta\omega_n$;$G_2=\omega_n^2$;ω_n 是系统的无阻尼自然频率;ζ 是阻尼比. 用 $\dot{e}_2$ 的表达式代替式(27)左边的 u,整理得

$$n_v=\frac{G_1}{gb}e_2+\frac{G_2}{gb}e_1+b \tag{28}$$

比较式(26)和式(28),可得

$$\omega_n^2=\omega_a\omega_h \tag{29}$$

$$2\zeta\omega_n=\omega_a \tag{30}$$

对于选取的 ω_h 和 ω_γ,通过式(25)、式(29)和式(30)可求出 ω_n 和 ζ. 根据二阶系统阶跃响应分析,若 $0<\zeta<1$,系统可较快达到稳态值,但会在稳态值附近震荡;若 $\zeta\geqslant1$,系统状态单调上升且无超调. 在空空导弹制导问题中,导弹高度不能超过最大值,因此在上升段应使 ζ 的值在 1 附近且不小于 1. 此外,也可以通过一些系统校正方法来改善系统性能,使导弹既可快速爬升又无高度震荡.

2.3.4　指令过载修正

当使用分阶段的不同 ω_ξ 时,需对过载指令进行修正,以减轻或避免过载指令的突变. 令爬升段、高空等高飞行段和下降段的指令过载分别为 n_{v1},n_{v2},n_{v3},其中 $v=\{h,v\}$,用下式修正指令过载:

$$n_v=k_{\mathrm{I}}n_{v1}+k_{\mathrm{II}}n_{v2}+k_{\mathrm{III}}n_{v3}$$

式中　$k_{\mathrm{I}}=\begin{cases}1 & t<t_{r1}\\ 10(h_1-h_m)/(h_1-h_{m0}) & t_{r1}\leqslant t<t_{r2}\\ 0 & t\geqslant t_{r2}\end{cases}$

$$k_{\mathrm{III}}=\begin{cases}0 & R_{xy}>40\ \mathrm{km}\\ \dfrac{\bar{R}_{tm}-R_{tm}}{\bar{R}_{tm}-30\,000} & R_{xy}\leqslant40\ \mathrm{km},R_{tm}>30\ \mathrm{km}\end{cases}$$

$$k_{\mathrm{II}}=\begin{cases}1-k_{\mathrm{II}} & t_{r1}\leqslant t<t_{r2},R_{xy}>40\ \mathrm{km}\\ 1 & t\geqslant t_{r2},R_{xy}>40\ \mathrm{km}\\ 1-k_{\mathrm{III}} & t\geqslant t_{r2},R_{xy}\leqslant40\ \mathrm{km},R_{tm}>30\ \mathrm{km}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

h_{m0}是中制导开始时导弹的高度,t_{r1}和 t_{r2}分别是导弹高度首次到达 $0.9h_1$ 和 h_1 的时间.

这样完成了中制导律的计算. 在每个制导周期都需更新制导指令,使导弹能够跟踪目标.

3　仿真算例

分别对用动态逆方法、预线性化方法[5]和最小能量控制方法[7]进行边界层修正的奇异摄动中制导律进行了仿真,其中文献[7]已验证其制导律具有可快速上升和快速下降的特性. 用 Matlab 和 Simulink 搭建仿真模型. 根据导弹在飞行过程中接收目标信息的频率,选取积分步长为 1 s,即中制导律每 1 s 更新一次.

使用第 1 节所述模型,某两级动力导弹正对目标发射,初始状态 $H_0=9\,000$ m,$V_0=650$ m/s,$\gamma_0=\phi_0=0$. 导弹参考面积为 $0.0324\ \mathrm{m}^2$,发射时导弹质量 $m_0=260$ kg,燃料烧完后导弹质量为 $m_f=146$ kg. 发动机推力 T,N,导弹质量 $\dot{m}$,kg/s,变化如下:

$$T=\begin{cases}34\,496 & 0\leqslant t<2.5\\ 1\,650 & 2.5\leqslant t<170\\ 0 & t>170\end{cases}$$

$$\dot{m}=\begin{cases}-17.6 & 0\leqslant t<2.5\\ -0.3134 & 2.5\leqslant t<170\\ 0 & t>170\end{cases}$$

目标在地面坐标系 x 轴方向距导弹 350 km 处,高度 9 km,飞行速度为 200 m/s,以 $0.5\ \mathrm{m/s^2}$ 的加速度做蛇形机动. 为便于比较末端能量,令中制导弹道在导弹在下降到高度 14 km 时结束,此时导弹与目标相距 10 km 左右. 为保证足够的动压,令导弹可达到的最大高度 $h_{max}=20$ km.

仿真中取 $k=0.99$,使中制导末端能量最大. ω_h 使用全局值 0.065,ω_ϕ 在 3 个阶段的取值分别为 0.25,0.2 和 0.4,ω_γ 在 3 个阶段的取值分别为 0.25,0.3 和 0.4.

仿真结果图线见图 1 ~ 图 6. 中制导结束时,3 种方法的末端状态对比见表 1.

表 1　中制导末端状态

末端状态	飞行时间/s	与目标距离/m	末端比能/m	弹道倾角误差/(°)	弹道偏角误差/(°)
动态逆	295	8371.2	36937	1.64	2.86
预线性化	302	6373.4	34035	30.36	7.03
最小能量控制	296	9649.5	36897	22.7	6.66

当导弹下降到 14 km 高度时,3 种方法所用飞行时间相差不多,而预线性化制导律的弹道末端比能明显较小,可见其余 2 种制导律均能够很好地为末制导段保存能量. 基于动态逆的制导律通过选择合适的等高飞行段参数,可使弹道较平滑,从而在等高飞行段有效地节省能量,达到与最小能量控制制导律相同的末端比能水平. 从 3 种方法的末端弹道倾角和弹道偏角误差角度可明显看出,动态逆方法的航向误差最小,与预期相同. 这是由于基于动态逆的奇异摄动中制导律的目标正处于消除航向误差.

图 1 和图 2 分别是 3 种奇异摄动制导律导引弹道的高度-时间曲线和弹道在水平面上的投影.

3 种中制律都能够将导弹导引至目标附近,并且通过设定合适的参数,均可实现快速上升,在 60 s 左右爬升到最优高度. 由图中可看出,对于做蛇形机动的目标,预线性化方法制导的导弹飞过的路程最长,是其飞行时间较长以及末端能量较小的主要原因. 动态逆和最小能量控制方法弹道相似.

图 3 和图 4 分别是 3 种方法的弹道倾角和弹道偏角与其期望值的差,可见除起始的小段时间外,本文推导的制导律在全程都很好地跟踪了期望速度方向,且在弹道末端的角度误差最小.

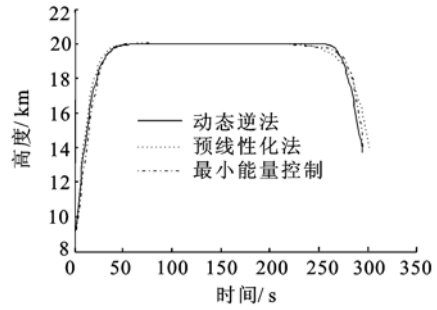

图 1 导弹高度曲线

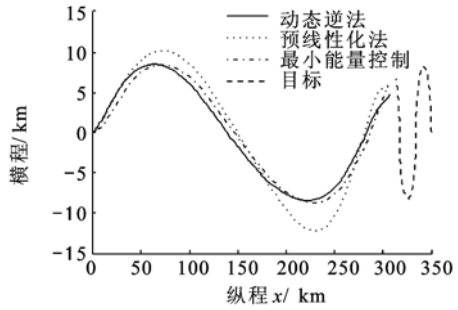

图 2 弹道水平面投影

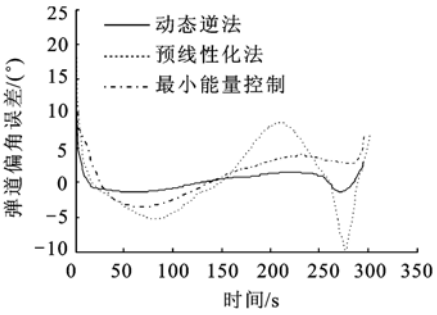

图 3 弹道偏角误差

图 5 和图 6 分别是指令过载的垂直分量和水平分量,图 7 是导弹为获得过载所需的总攻角,其值取决于制导律给出的指令过载和最大攻角值. 在起始时,最小能量控制的指令过载最小,但 3 种方法所需攻角都达到了最大值;中间段,预线性化方法的指令过载和攻角都较大,动态逆和最小能量控制的指令过载和攻角变化相似;末段,3 种方法的指令过载曲线各异,而动态逆方法的攻角较小.

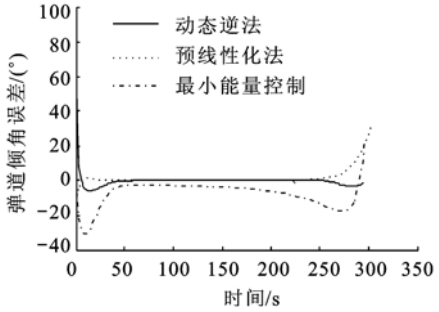

图 4 弹道倾角误差

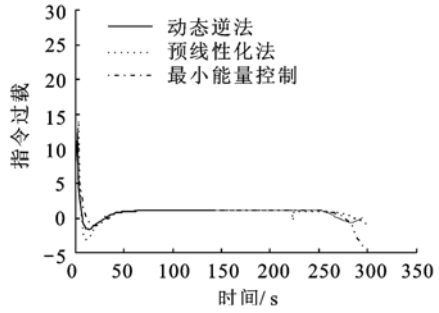

图 5 指令过载垂直方向分量

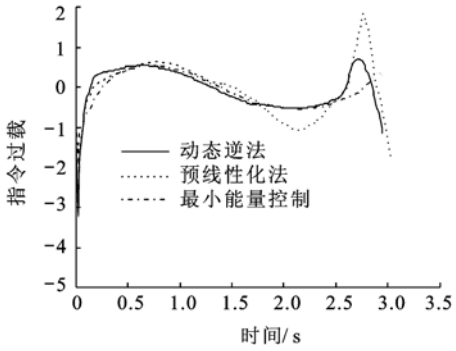

图 6 指令过载水平方向分量

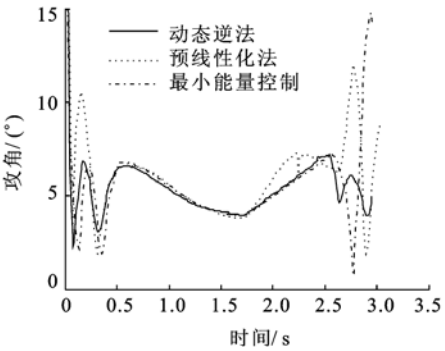

图 7 总攻角

4 结 论

基于动态逆推导的奇异摄动中制导律用最优控制理论计算出最优高度和最优弹道偏角,然后用动态逆方法根据最优高度计算出期望弹道倾角,最后根据最优弹道偏角和期望弹道倾角计算指令过载. 该制导律的推导过程中,推力和空气动力仅影响外解,即最优高度的计算. 慢变和快变控

制器模型并不直接包含外解层动力学方程,其计算亦相对独立.

由于降阶最优高度在大部分时间内均处于导弹最大可达高度,因此可视其为参考弹道,而边界层修正的作用是使导弹状态跟随参考弹道,并达到快速上升、快速下降、减小末端航向误差等要求. 从表达式上看,基于动态逆的奇异摄动中制导律意在使导弹速度方向跟踪期望速度方向,参数 ω_ϕ 和 ω_γ 可视为跟踪速度,而高度曲线的形状主要取决于 ω_h 和 ω_γ. 由式(19)和式(20)可见,若 ω_ϕ,ω_γ 与时间无关,那么 n_{h},n_{v} 与导弹航向角度误差是线性关系. 当期望速度方向是常数时,该制导律经过有限时间后可将速度方向调整至该方向;当期望速度方向呈现斜坡函数形式时,该制导律对其跟踪将存在一定误差,误差大小取决于 ω_ϕ 和 ω_γ. 因此为保证中制导末端航向误差小,应适当选取较大的 ω_ϕ 和 ω_γ 值.

基于动态逆的奇异摄动中制导律的本质是消除航向误差,其指令过载表达式形式简单,可通过选取各阶段合适的参数 ω_h,ω_ϕ 和 ω_γ 来实现快速爬升、快速下降,以及较平稳的高空等高飞行段弹道,并使末端航向误差很小.

参考文献(References)

[1] Naidu D S, Calise A J. Singular perturbations and time scales in guidance and control of aerospace systems: a survey[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2001, 24(6): 1057 – 1071

[2] Sheu Domglong, Chen Yumin, Chern Jengshing. Optimal three dimensional glide for maximum reachable domain[R]. AIAA-99-4245, 1999

[3] Ardema M D. Separation of time scales in aircraft trajectory optimization[R]. AIAA-83-2136, 1983

[4] Cheng V H L, Gupta N K. Advance midcourse guidance for air-to-air missile[J]. J Guidance, 1986, 9(2): 135 – 142

[5] Menon P K A, Briggs M M. A midcourse guidance law for air-to-air missiles[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. New York: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1987: 1070 – 1079

[6] 富立,范耀祖. 快速爬升的奇异摄动中制导律设计[J]. 北京航空航天大学学报, 1998, 24(6): 707 – 710
Fu Li, Fan Yaozu. Singularly perturbed midcourse guidance law for quickly ascending air-to-ground missile[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautic, 1998, 24(6): 707 – 710(in Chinese)

[7] 乔洋,陈刚,陈士橹,等. 一种快速爬升和快速下降的奇异摄动最优中制导律设计[J]. 固体火箭技术, 2008, 31(3): 205 – 209
Qiao Yang, Chen Gang, Chen Shilu, et al. Design on a rapidly ascending and descending singular perturbation optimum middle guidance law[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2008, 31(3): 205 – 209 (in Chinese)

[8] 杜金刚. 基于动态逆方法的飞行控制系统设计与仿真[D]. 西安:西北工业大学自动化学院, 2006
Du Jingang. Design and simulation of flight control system based on dynamic inversion[D]. Xi'an: School of Automation, Northwestern Polytechnical University, 2006 (in Chinese)

(编　辑:张　嵘)

(上接第 1364 页)

[8] Walker S M, Thomas A L R, Taylor G K. Deformable wing kinematics in free-flying hoverflies[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2009, 7(42): 131 – 142

[9] Du G, Sun M. Effects of wing deformation on aerodynamic forces in hovering hoverflies[J]. Journal of Experimental Biology, 2010, 213(13): 2273 – 2283

[10] Wu J H, Zhang Y L, Sun M. Hovering of model insects: simulation by coupling equations of motion with Navier-Stokes equations[J]. Journal of Experimental Biology, 2009, 212(20): 3313 – 3329

[11] Zhang Y L, Sun M. Dynamic flight stability of hovering model insects: theory versus simulation using equations of motion coupled with Navier-Stokes equations[J]. Acta Mechanica Sinica, 2010, 26(4): 509 – 520

[12] Bergou A J, Ristroph L, Guckenheimer J, et al. Fruit flies modulate passive wing pitching to generate in-flight turns[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(14): 148101 – 148104

[13] Zhang Y L, Sun M. Wing kinematics measurement and aerodynamics of free-flight maneuvers in drone-flies[J]. Acta Mechanica Sinica, 2010, 26(3): 371 – 382

[14] Ellington C P. The aerodynamics of hovering insect flight Ⅱ: morphological parameters[J]. Phil Trans R Soc Lond B, 1984, 305(1122): 17 – 40

[15] Zanker J M. The wing beat of drosophila melanogaster I: kinematics[J]. Phil Trans R Soc Lond B, 1990, 327(1238): 1 – 18

[16] Norberg R. The pterostigma of insect wings an inertial regulator of wing pitch[J]. J Comp Physiol, 1972, 81(1): 9 – 22

[17] Rogers S E, Kwak D. Upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations[J]. AIAA Journal, 1990, 28(2): 253 – 262

[18] Rogers S E, Kwak D, Kiris C. Numerical solution of the incompressible Navier-Stokes equations for steady-state and time-dependent problems[J]. AIAA Journal, 1991, 29: 603 – 610

[19] Sun M, Yu X. Aerodynamic force generation in hovering flight in a tiny insect[J]. AIAA Journal, 2006, 44(7): 1532 – 1540

[20] Sun M, Wu J H. Aerodynamic force generation and power requirements in forward flight in a fruit fly with modeled wing motion[J]. Journal of Experimental Biology, 2003, 206(17): 3065 – 3083

[21] Wu J H, Sun M. Unsteady aerodynamic forces of a flapping wing[J]. Journal of Experimental Biology, 2004, 207(7): 1137 – 1150

[22] Ellington C P. The aerodynamics of hovering insect flight Ⅲ: kinematics[J]. Phil Trans R Soc Lond B, 1984, 305(1122): 41 – 78

(编　辑:李　晶)