一种模型误差鲁棒的卫星姿态确定方法

魏明坤 杨 静

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘 要: 提出一种结合非线性预测滤波和二阶插值滤波实现基于星光/陀螺的高精度姿态确定的新算法. 该算法用非线性预测滤波估计模型误差,再对补偿后的模型用高精度的二阶插值滤波来估计姿态参数. 解决了在卫星实际运行中难以获得姿态确定系统的精确动力学模型,采用传统 EKF(Extended Kalman Filter)将模型误差作为零均值白噪声处理,导致滤波精度降低甚至发散的问题. 同时,二阶插值滤波将非线性模型按照二阶近似,无需计算函数偏导数,得到高精度的卫星姿态估计. 仿真验证了该方法能有效地实时估计并补偿模型误差,提高了姿态估计的精度,且估计精度受滤波周期的影响不大,从而验证了算法的鲁棒性和有效性.

关 键 词: 非线性滤波; 状态估计; 误差补偿; 姿态控制

中图分类号: V 448

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2011)11-1388-07

Satellite attitude determination algorithm of model error robustness

Wei Mingkun Yang Jing

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A new high-precision star sensor/gyro attitude determination algorithm based on nonlinear predictive filter (NPF) and second-order divided difference filter was presented. In this algorithm, model error was estimated by NPF, and the state was estimated via second-order divided difference filter by using compensated system model. While it is difficult to obtain the accurate dynamic model of attitude determination system, extended Kalman filter (EKF) treated uncertain model error as zero-mean white noise might cause low precision of state estimation even to divergence. The proposed method solved such problem. The nonlinear model was the second-order approximation while using second-order divided difference filter without calculating the partial derivatives of system model, and then attitude estimation with high precision was obtained. Simulation results show that the proposed method estimates and compensates the model error in real-time effectively and improves the estimation precision, also the filter period influences the precision slightly. The effectiveness and the robustness of the proposed method are proved.

Key words: nonlinear filtering; state estimation; error compensation; attitude control

卫星姿态确定是卫星姿态控制系统中的重要组成部分,其精度和可靠性是保证卫星长期在轨正常运行的重要前提. 目前,扩展卡尔曼滤波(EKF,Extended Kalman Filter)是高精度组合姿态确定中的常用估计方法[1],具有收敛速度快,算法简单等优点[2],但由于要求系统噪声为零均值白噪声,对存在模型不确定的系统采用 EKF 将导致估计精度下降甚至发散[3]. 文献[4]根据预测跟踪思想提出的预测滤波(NPF,Nonlinear Predictive Filter)利用在线估计的模型误差来修正系统

收稿日期: 2010-06-25; **网络出版时间**: 2011-10-13 14:36; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111013.1436.010

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111013.1436.010.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60704006)

作者简介: 魏明坤(1984 -), 男, 河北唐山人, 硕士生, weimingkun2005@163.com.

模型,进而估计系统状态. NPF 对模型误差和系统噪声的统计特性没有特殊要求[5]. 卫星在运行过程受燃料消耗、空间环境辐射、未知扰动等因素的影响,导致建立在姿态动力学模型基础上的姿态确定模型存在未建模误差. 文献[6]将 NPF 用于微小卫星的姿态确定. 与 EKF 相比,NPF 的收敛速度慢,且模型误差估计的精度会影响滤波的收敛性[7]. 文献[8]将 NPF 与 EKF 相结合用于解决存在模型误差的非线性系统的状态估计问题,取得了较好的估计效果,文献[9]进一步应用了这种方法.

二阶插值滤波(DD2, Divided Difference 2)利用 Stirling 内插公式将非线性模型按照多项式展开,其滤波性能与基于二阶泰勒级数近似得到的非线性滤波算法一致[10],不需要像 EKF 那样计算函数偏导数,可以适用任意函数,估计精度高于 EKF[11]. 由于插值滤波对模型误差的处理无能为力,因此,结合 NPF 和 DD2 的优点提出一种新算法 NPDF(Nonlinear Predictive Difference Filter),该方法先利用 NPF 的思想估计模型误差并补偿,再利用 DD2 进行状态估计. 该方法将用于卫星姿态确定系统以验证有效性.

1　卫星姿态确定系统模型

1.1　状态方程

用姿态动力学方程与运动学方程一起来描述卫星的姿态变化,卫星姿态运动方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}^{-1}(-\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{G}_{\mathrm{gb}}) \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\otimes\boldsymbol{q} \end{bmatrix} + \boldsymbol{G}\boldsymbol{d}_{\mathrm{G}} + \boldsymbol{w} \quad (1)$$

其中,状态向量 $\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,由角速度 $\boldsymbol{\omega}=[\omega_x,\omega_y,\omega_z]^{\mathrm{T}}$ 和卫星本体系相对于惯性系的姿态四元数 $\boldsymbol{q}=[q_1,q_2,q_3,q_4]^{\mathrm{T}}$ 构成;$\boldsymbol{J}$ 为卫星的惯性张量;$\boldsymbol{G}_{\mathrm{gb}}$为重力梯度力矩;$\boldsymbol{d}_{\mathrm{G}}$ 为未建模的模型误差,由未建模的摄动力矩以及由转动惯量变化引起的建模误差组成;$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{J}^{-1}\\ \boldsymbol{0}_{4\times3}\end{bmatrix}$为模型误差扰动矩阵;$\boldsymbol{w}$ 为系统噪声,服从均值为 0、方差阵为 $\boldsymbol{Q}(t)$的高斯白噪声.

1.2　测量方程

卫星组合姿态确定系统的敏感器采用 3 轴陀螺和星敏感器. 为了保证绕 3 个轴具有相同的姿态测量精度,采用 2 个星敏感器进行测量.

陀螺的测量模型为

$$\omega_{gi} = \omega_i + v_i \quad i = x,y,z \quad (2)$$

其中,ω_{gi}为角速度的测量值;ω_i 为角速度的真实值;v_i 为陀螺测量噪声,是具有高斯白噪声性质的随机漂移.

设星敏感的主光轴的单位方向矢量在惯性系 i 和卫星本体系 b 中分别为 $\boldsymbol{s}_j^{\mathrm{i}}$ 和 $\boldsymbol{s}_j^{\mathrm{b}}(j=1,2)$,那么星敏感器的测量模型为

$$\hat{\boldsymbol{s}}_j^{\mathrm{i}} = [\boldsymbol{C}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{b}}(\boldsymbol{q})]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_j^{\mathrm{b}} + \boldsymbol{v}_{sj} \quad (3)$$

其中,$\boldsymbol{C}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{b}}(\boldsymbol{q})$为从惯性系到卫星本体系的转换矩阵,是姿态四元数的函数;$\boldsymbol{v}_{sj}$为星敏感器的测量噪声,是零均值的高斯白噪声.

由此,建立姿态确定系统的观测方程如下:

$$\boldsymbol{y}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_{\omega}(t) \\ \boldsymbol{g}_{\mathrm{s1}}(t) \\ \boldsymbol{g}_{\mathrm{s2}}(t) \end{bmatrix} + \boldsymbol{v}(t) \quad (4)$$

其中,$\boldsymbol{g}_{\omega}(t)=\omega(t)$;$\boldsymbol{g}_{sj}(t)=[\boldsymbol{C}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{b}}(\boldsymbol{q})]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_j^{\mathrm{b}}$;$\boldsymbol{v}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_{\omega}(t)\\ \boldsymbol{v}_{\mathrm{s1}}(t)\\ \boldsymbol{v}_{\mathrm{s2}}(t)\end{bmatrix}$,服从均值为 0、方差为 $\boldsymbol{R}(t)$高斯分布.

2　NPDF 滤波

2.1　算法原理

NPDF 先利用预测滤波的思想估计模型误差,进行模型误差补偿,再利用二阶插值滤波器对补偿后的模型进行状态估计.

将式(1)和式(4)构成的卫星姿态确定系统简记成如下的形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}[\boldsymbol{x}(t)] + \boldsymbol{G}[\boldsymbol{x}(t)]\boldsymbol{d}(t) + \boldsymbol{w}(t) \quad (5)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{g}[\boldsymbol{x}(t)] + \boldsymbol{v}(t) \quad (6)$$

其中,$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$ 为状态向量;$\boldsymbol{f}\in\mathbf{R}^n$ 为模型向量;$\boldsymbol{g}\in\mathbf{R}^m$ 为观测向量,均为连续可微的非线性函数向量;$\boldsymbol{d}(t)\in\mathbf{R}^q$ 为模型误差向量;$\boldsymbol{G}\in\mathbf{R}^{n\times q}$为模型误差分布矩阵;$\boldsymbol{w}(t)$为系统噪声,是零均值的高斯白噪声,方差阵为 $E\{\boldsymbol{w}(t)\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\}=\boldsymbol{Q}$;$\boldsymbol{v}(t)$为测量噪声,是零均值的高斯白噪声,方差阵为 $E\{\boldsymbol{v}(t)\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\}=\boldsymbol{R}$.

预测滤波的思想是寻求系统的模型误差估计,使由实际测量输出 $\boldsymbol{y}_{k+1}$与预测输出 $\hat{\boldsymbol{y}}_{k+1|k}$之间的残差以及模型误差 $\boldsymbol{d}_k$ 的加权平方和组成的目标函数最小. 目标函数为

$$J = \frac{1}{2}(\boldsymbol{y}_{k+1}-\hat{\boldsymbol{y}}_{k+1|k})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{y}_{k+1}-\hat{\boldsymbol{y}}_{k+1|k}) + \frac{1}{2}\boldsymbol{d}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{d}_k \quad (7)$$

其中,$\boldsymbol{W}\in\mathbf{R}^{p\times p}$为半正定加权矩阵,用来平衡模型

误差与测量残差在目标函数中的比重.

求解$\partial J/\partial \boldsymbol{d}_k=0$使目标函数最小,可以求得模型误差的估计为

$$\hat{\boldsymbol{d}}_k = \{[\boldsymbol{\Lambda}(T)\boldsymbol{U}(\hat{\boldsymbol{x}}_k)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}[\boldsymbol{\Lambda}(T)\boldsymbol{U}(\hat{\boldsymbol{x}}_k]+\boldsymbol{W}\}^{-1}\cdot [\boldsymbol{\Lambda}(T)\boldsymbol{U}(\hat{\boldsymbol{x}}_k)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}[\hat{\boldsymbol{y}}_k+\boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}}_k,T)-\boldsymbol{y}_{k+1}] \tag{8}$$

其中,T为滤波周期;运用李导数的知识确定计算所需的$\hat{\boldsymbol{y}}_k$;$\boldsymbol{U}(\hat{\boldsymbol{x}}_k)$为灵敏度矩阵;对角阵$\boldsymbol{\Lambda}(T)$和$\boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}}_k,T)$具体含义如下:

$$\boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{x}}_k,0) \tag{9}$$

$$\boldsymbol{U}(\hat{\boldsymbol{x}}_k)=[L_{\boldsymbol{G}_j}L_f^{r_i-1}g_i(\boldsymbol{x}_k)]_{\substack{i=1,2,\cdots,m\\ j=1,2,\cdots,p}} \tag{10}$$

其中,$\boldsymbol{G}_j$为$\boldsymbol{G}$的第j列;g_i为$\boldsymbol{g}$的第i行;r_i为与第i个输出对应的相对阶,为$\boldsymbol{d}_k$出现在g_i的微分中的最低阶数.$\boldsymbol{\Lambda}(T)\in\mathbf{R}^{m\times m}$为对角矩阵,第$i$个对角元为

$$\lambda_{ii}=T^{r_i}/r_i! \tag{11}$$

$\boldsymbol{z}(\hat{\boldsymbol{x}}_k,T)$为一个列向量,它的第$i$元为

$$z_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k,T)=\sum_{l=1}^{r_i}\left[\frac{T^l}{l!}L_f^l(g_i)\right]\quad i=1,2,\cdots,m \tag{12}$$

将式(8)估计的模型误差代入状态方程进行补偿,把经过补偿的系统状态方程和测量方程写成离散化的一般非线性形式[1],表达式为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}_{k+1}&=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{d}_k,\boldsymbol{w}_k)\\ \boldsymbol{y}_k&=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{v}_k)\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

其中,$\boldsymbol{w}_k$为系统噪声,是零均值的高斯白噪声,方差阵为$\boldsymbol{Q}_k$;$\boldsymbol{v}_k$为测量噪声,是零均值的高斯白噪声,方差阵为$\boldsymbol{R}_k$;$\boldsymbol{w}_k,\boldsymbol{v}_k$相互独立.

设状态估计$\hat{\boldsymbol{x}}$的误差方差阵为$\hat{\boldsymbol{P}}$,$\hat{\boldsymbol{P}}$的平方根为$\hat{\boldsymbol{S}}_x$,即$\hat{\boldsymbol{S}}_x$是$\hat{\boldsymbol{P}}$的 Cholesky 分解,采用 Cholesky 分解法引入以下 4 个平方根因子:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{Q}&=\boldsymbol{S}_w\boldsymbol{S}_w^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{R}&=\boldsymbol{S}_v\boldsymbol{S}_v^{\mathrm{T}}\\ \bar{\boldsymbol{P}}&=\bar{\boldsymbol{S}}_x\bar{\boldsymbol{S}}_x^{\mathrm{T}}\\ \hat{\boldsymbol{P}}&=\hat{\boldsymbol{S}}_x\hat{\boldsymbol{S}}_x^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

DD2 在估计状态的过程中用到以下 8 个矩阵来辅助运算:

$$\boldsymbol{S}_{\hat{x}\hat{x}}^{(1)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{\hat{x}\hat{x}}^{(1)}(k)_{(i,j)}\}=\{[f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k+h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,j},\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)-f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k-h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,j},\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)]/2h\} \tag{15a}$$

$$\boldsymbol{S}_{\hat{x}\bar{w}}^{(1)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{\hat{x}\bar{w}}^{(1)}(k)_{(i,j)}\}=\{[f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k+h\hat{\boldsymbol{s}}_{w,j})-f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k-h\hat{\boldsymbol{s}}_{w,j})]/2h\} \tag{15b}$$

$$\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(1)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(1)}(k)_{(i,j)}\}=\{[g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k+h\bar{\boldsymbol{s}}_{x,j},\bar{\boldsymbol{v}}_k)-g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k-h\bar{\boldsymbol{s}}_{x,j},\bar{\boldsymbol{v}}_k)]/2h\} \tag{15c}$$

$$\boldsymbol{S}_{yv}^{(1)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{yv}^{(1)}(k)_{(i,j)}\}=\{[g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k,\bar{\boldsymbol{v}}_k+h\bar{\boldsymbol{s}}_{v,j})-g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k,\bar{\boldsymbol{v}}_k-h\bar{\boldsymbol{s}}_{v,j})]/2h\} \tag{15d}$$

$$\boldsymbol{S}_{\hat{x}\hat{x}}^{(2)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{\hat{x}\hat{x}}^{(2)}(k)_{(i,j)}\}=\{A[f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k+h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,j},\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)+f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k-h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,j},\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)-2f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)]\} \tag{15e}$$

$$\boldsymbol{S}_{\hat{x}\bar{w}}^{(2)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{\hat{x}\bar{w}}^{(2)}(k)_{(i,j)}\}=\{A[f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k+h\hat{\boldsymbol{s}}_{w,j})+f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k-h\hat{\boldsymbol{s}}_{w,j})-2f_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)]\} \tag{15f}$$

$$\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(2)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(2)}(k)_{(i,j)}\}=\{A[g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k+h\bar{\boldsymbol{s}}_{x,j},\bar{\boldsymbol{v}}_k)+g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k-h\bar{\boldsymbol{s}}_{x,j},\bar{\boldsymbol{v}}_k)-2g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k,\bar{\boldsymbol{v}}_k)]\} \tag{15g}$$

$$\boldsymbol{S}_{yv}^{(2)}(k)=\{\boldsymbol{S}_{yv}^{(2)}(k)_{(i,j)}\}=\{A[g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k,\bar{\boldsymbol{v}}_k+h\bar{\boldsymbol{s}}_{v,j})+g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k,\bar{\boldsymbol{v}}_k-h\bar{\boldsymbol{s}}_{v,j})-2g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_k,\bar{\boldsymbol{v}}_k)]\} \tag{15h}$$

其中,$A=\dfrac{\sqrt{h^2-1}}{2h^2}$为系数;$\bar{\boldsymbol{s}}_{x,j}$为$\bar{\boldsymbol{S}}_x$的第$j$列,其它几个符号类似;$\bar{\boldsymbol{w}}_k=0$,为$\boldsymbol{w}_k$的均值;$\bar{\boldsymbol{v}}_k=0$,为$\boldsymbol{v}$的均值;要保证估计结果是无偏估计,取$h^2=3$[1].

状态及其误差方差阵的一步预测为

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\frac{h^2-n_x-n_w}{h^2}\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)+\frac{1}{2h^2}\sum_{p=1}^{n_x}[\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_k+h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,p},\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)+\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_k-h\hat{\boldsymbol{s}}_{x,p},\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k)]+\frac{1}{2h^2}\sum_{p=1}^{n_w}[\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k+h\hat{\boldsymbol{s}}_{w,p})+\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\hat{\boldsymbol{d}}_k,\bar{\boldsymbol{w}}_k-h\hat{\boldsymbol{s}}_{w,p})] \tag{16}$$

其中,n_x为状态向量的维数;n_w为系统噪声的维数.

状态一步预测的误差方差阵的 Cholesky 分解$\bar{\boldsymbol{S}}_x(k+1)$是$\bar{\boldsymbol{S}}(k+1)$经 Householder 变换后为

$$\bar{\boldsymbol{S}}(k+1)=[\boldsymbol{S}_{\hat{x}\hat{x}}^{(1)}(k)\quad\boldsymbol{S}_{\hat{x}\bar{w}}^{(1)}(k)\quad\boldsymbol{S}_{\hat{x}\hat{x}}^{(2)}(k)\quad\boldsymbol{S}_{\hat{x}\bar{w}}^{(2)}(k)] \tag{17}$$

观测值的一步预测为

$$\bar{\boldsymbol{y}}_{k+1} = \frac{h^2 - n_x - n_v}{h^2}\boldsymbol{g}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1},\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}) + \frac{1}{2h^2}\sum_{p=1}^{n_x}[\boldsymbol{g}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} + h\bar{\boldsymbol{s}}_{x,p},\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}) + \boldsymbol{g}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} - h\bar{\boldsymbol{s}}_{x,p},\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1})] + \frac{1}{2h^2}\sum_{p=1}^{n_v}[\boldsymbol{g}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1},\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1} + h\bar{\boldsymbol{s}}_{v,p}) + \boldsymbol{g}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1},\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1} - h\bar{\boldsymbol{s}}_{v,p})] \tag{18}$$

其中,n_v 为测量噪声维数.

预测观测的误差方差阵的 Cholesky 分解是 $\boldsymbol{S}_y(k+1)$ 经 Householder 变换后的矩阵:

$$\boldsymbol{S}_y(k+1) = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(1)}(k+1)]^{\mathrm{T}} \\ [\boldsymbol{S}_{yv}^{(1)}(k+1)]^{\mathrm{T}} \\ [\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(2)}(k+1)]^{\mathrm{T}} \\ [\boldsymbol{S}_{yv}^{(2)}(k+1)]^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

那么,状态和测量的互协方差阵为

$$\boldsymbol{P}_{xy}(k+1) = \bar{\boldsymbol{S}}_x(k+1)[\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(1)}(k+1)]^{\mathrm{T}} \tag{20}$$

由式(20)可以计算增益矩阵为

$$\boldsymbol{K}_{k+1} = \boldsymbol{P}_{xy}(k+1)\{\boldsymbol{S}_y(k+1)[\boldsymbol{S}_y(k+1)]^{\mathrm{T}}\}^{-1} \tag{21}$$

经过测量更新的状态估计及其估计误差的方差阵如下:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} + \boldsymbol{K}_{k+1}(\boldsymbol{y}_{k+1} - \bar{\boldsymbol{y}}_{k+1}) \tag{22}$$

$$\hat{\boldsymbol{P}}(k+1) = [\bar{\boldsymbol{S}}_x(k+1) - \boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yx}^{(1)}(k+1)][\bar{\boldsymbol{S}}_x(k+1) - \boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yx}^{(1)}(k+1)]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yv}^{(1)}(k+1)[\boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yv}^{(1)}(k+1)]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yx}^{(2)}(k+1)[\boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yx}^{(2)}(k+1)]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yv}^{(2)}(k+1)[\boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{S}_{yv}^{(2)}(k+1)]^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

2.2　算法实现步骤

算法分为以下 4 个阶段实现:初始化参数;模型误差估计;时间更新;测量更新. 具体实现步骤如下:

1) 初始化参数 $\hat{\boldsymbol{x}}_0$,$\hat{\boldsymbol{P}}(0)$,$\boldsymbol{W}$,T,$\boldsymbol{Q}$,$\boldsymbol{R}$,$k=0$;

2) 根据式(9)利用 k 时刻的状态估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ 得到输出估计 $\hat{\boldsymbol{y}}_k$;

3) 根据式(10) ~ 式(12)依次计算 $\boldsymbol{U}(\hat{\boldsymbol{x}}_k)$,$\boldsymbol{\Lambda}(T)$,$z(\hat{\boldsymbol{x}}_k,T)$;

4) 在 $k+1$ 时刻,利用实际测量输出 $\boldsymbol{y}_{k+1}$ 根据式(8)估计 k 时刻的模型误差 $\hat{\boldsymbol{d}}_k$;

5) 根据式(16)预测 $k+1$ 时刻的状态 $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$,再根据式(15)和式(17)计算 $\bar{\boldsymbol{S}}(k+1)$;

6) 根据式(18) ~ 式(21)依次计算 $\bar{\boldsymbol{y}}_{k+1}$,$\boldsymbol{S}_y(k+1)$,$\boldsymbol{P}_{xy}(k+1)$,$\boldsymbol{K}_{k+1}$;

7) 根据式(22)和式(23)计算状态估计和估计的误差方差阵 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$,$\hat{\boldsymbol{P}}(k+1)$;

8) $k=k+1$,返回步骤 2).

其中,1)为初始化参数;2) ~ 4)为模型误差估计;5),6)为时间更新;7)为测量更新.

3　仿真验证

本节通过仿真来验证 NPDF 算法在卫星姿态确定系统中应用的有效性. 仿真参数设置如下:

1) 轨道参数:半长轴 $a=7\,171.2$ km,偏心率 $e=0$,轨道倾角 $i=94.6°$,升交点赤经 $\Omega=157.5°$,近地点幅角 $w=180°$,初始时间 $t_0=0$;

2) 初始误差:角速度误差为 0.005 rad/s,姿态角误差为[5°,3°,3°];

3) 测量噪声:陀螺噪声为 0.015(°)/h,星敏感器噪声为 5″(1σ);

4) 转动惯量矩阵 $\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}10 & 0 & 0\\ 0 & 12 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$ kg·m^2;

5) 转动惯量的改变参数 $e_{\mathrm{p}}=5$;变化后的转动惯量 $\boldsymbol{J}_1=\boldsymbol{J}(1-0.02e_{\mathrm{p}})$;

6) $\boldsymbol{d}_{\mathrm{G}}$ 数量级在 10^{-6} N·m;

7) 仿真时间:一个轨道周期 6 040 s.

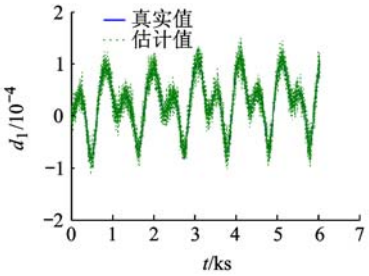
为了直观地分析仿真结果,将滤波得到的四元数解算成欧拉角.

3.1　滤波周期对滤波精度的影响

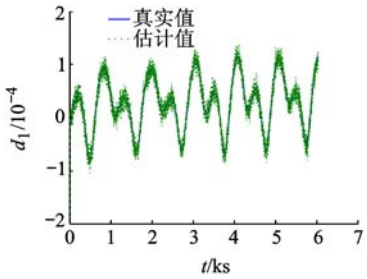
T 的选择将对滤波精度产生一定的影响,下面采用不同的 T,分别用 DD2 和 NPDF 来估计姿态. 图 1 所示为不同的 T 下模型误差第 1 维分量的 NPDF 估计值及真实值. 可见模型误差估计 $\hat{\boldsymbol{d}}_k$ 可以跟踪上其真值 $\boldsymbol{d}_k$,由于受到测量噪声的影响,$\hat{\boldsymbol{d}}_k$ 在 $\boldsymbol{d}_k$ 周围波动.

图 2 所示为在不同的 T 下两种算法的欧拉角估计误差,$\delta\theta$,$\delta\psi$,$\delta\varphi$ 分别为 3 个欧拉角的估计误差. 表 1 列出了经过 10 次蒙特卡洛仿真,在滤波稳定后(500 ~ 6 040 s)的状态估计误差的均方根. 表 1 中 $\delta\omega_x$,$\delta\omega_y$,$\delta\omega_z$ 分别为 3 轴角速度估计误差.

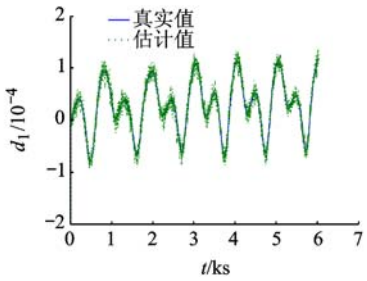
由图 2 和表 1 的仿真结果可知,当存在模型误差时,由于 NPDF 估计并补偿了模型误差,因此



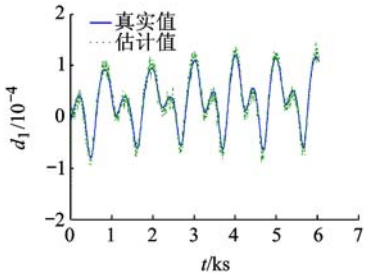
a $T=0.1$ s



b $T=1$ s



c $T=2$ s



d $T=5$ s

图 1 不同滤波周期下的模型误差估计

在不同的 T 下,NPDF 的估计精度均比 DD2 的估计精度高. 而 T 变化对 DD2 的估计效果影响更大一些,随着 T 的增加 DD2 的估计效果明显下降,当 T 超过 2 s 后,DD2 估计结果的震荡比较剧烈,当 T 达到 5 s 后,DD2 估计精度很差.

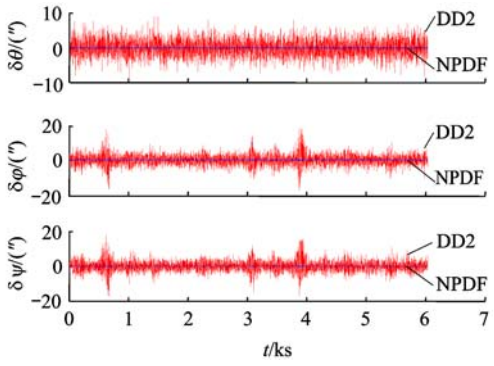
3.2 传感器精度对姿态估计精度的影响

3.2.1 陀螺精度对姿态确定精度的影响

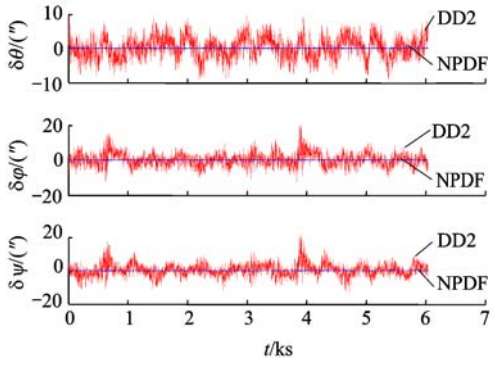
取 T 为 1 s,星敏感器精度为 5″,陀螺精度变化时的滤波结果列在表 2 中,表中数据的意义同表 1.

3.2.2 星敏感器精度对姿态确定精度的影响

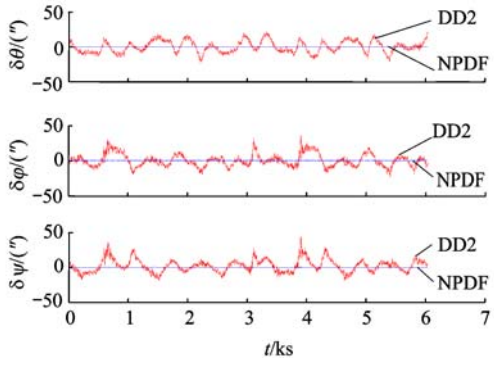
取 T 为 1 s,陀螺精度为 0.000 1(°)/h,星敏感器精度变化时的滤波结果见表 3,表中数据的意义同表 1. 由表 2 和表 3 可知:①在不同的传感器精度下,NPDF 的估计精度均比 DD2 的估计精度高. ②当星敏感器精度一定时,陀螺精度的改变对姿态角的估计精度几乎没有影响;当陀螺精度



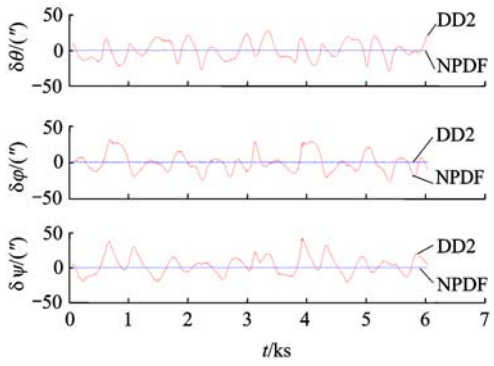
a $T=0.1$ s



b $T=1$ s



c $T=2$ s



d $T=5$ s

图 2 滤波周期不同时两种方法的欧拉角估计误差

不变时,星敏感器精度的改变对姿态角的估计精度影响很大. 这是因为星敏感器以高精度输出姿态测量信息,姿态角的估计精度很大程度上取决于星敏感器.

星敏感器也可作为星载陀螺在线标定的基准. 而陀螺直接测量角速度,陀螺精度的降低角速度的估计精度逐渐变差,利用星敏感器的输出可以对陀螺测量的角速度进行平滑.

表 1　不同滤波周期下的滤波结果

参数	T/s							
	0.1		1		2		5	
	DD2	NPDF	DD2	NPDF	DD2	NPDF	DD2	NPDF
$\delta\omega_x$/((°)·h^{-1})	0.0156	0.0151	0.0144	0.0148	0.0152	0.0150	0.0151	0.0153
$\delta\omega_y$/((°)·h^{-1})	0.0150	0.0156	0.0152	0.0152	0.0152	0.0156	0.0156	0.0152
$\delta\omega_z$/((°)·h^{-1})	0.0147	0.0142	0.0156	0.0153	0.0152	0.0149	0.0165	0.0144
$\delta\theta$/(″)	2.379	0.079	2.378	0.08	7.718	0.084	48.14	0.082
$\delta\psi$/(″)	2.534	0.089	2.810	0.087	8.243	0.088	55.02	0.107
$\delta\varphi$/(″)	0.077	0.077	3.156	0.076	6.390	0.081	54.73	0.099

表 2　不同陀螺精度下的滤波结果

参数	陀螺精度/((°)·h^{-1})							
	0.001		0.01		0.1		1	
	DD2	NPDF	DD2	NPDF	DD2	NPDF	DD2	NPDF
$\delta\omega_x$/((°)·h^{-1})	0.0010	0.0010	0.0096	0.010	0.096	0.099	0.805	0.866
$\delta\omega_y$/((°)·h^{-1})	0.0010	0.0010	0.010	0.010	0.101	0.102	1.25	0.978
$\delta\omega_z$/((°)·h^{-1})	0.0010	0.0010	0.010	0.010	0.107	0.101	1.47	0.916
$\delta\theta$/(″)	2.61	0.08	2.60	0.08	2.61	0.08	2.61	0.08
$\delta\psi$/(″)	2.90	0.13	2.90	0.13	2.90	0.13	2.90	0.13
$\delta\varphi$/(″)	3.15	0.11	3.15	0.11	3.15	0.11	3.16	0.11

表 3　不同星敏感器精度下的滤波结果

参数	星敏感器精度/(″)							
	5		10		15		20	
	DD2	NPDF	DD2	NPDF	DD2	NPDF	DD2	NPDF
$\delta\omega_x$/(10^{-4}(°)·h^{-1})	1.00	0.963	1.00	0.963	1.00	0.963	1.00	0.963
$\delta\omega_y$/(10^{-4}(°)·h^{-1})	1.02	1.01	1.02	1.01	1.02	1.01	1.02	1.01
$\delta\omega_z$/(10^{-4}(°)·h^{-1})	1.01	1.05	1.01	1.05	1.01	1.05	1.01	1.05
$\delta\theta$/(″)	2.60	0.078	4.36	0.16	6.04	0.23	7.65	0.31
$\delta\psi$/(″)	2.89	0.13	4.84	0.25	6.67	0.38	8.45	0.50
$\delta\varphi$/(″)	3.15	0.11	5.85	0.23	8.55	0.34	11.2	0.45

3.3　模型误差的改变对滤波精度的影响

通过调节 e_p 来改变模型误差的大小,分别采用 DD2,EKF 和 NPDF 3 种方法估计卫星姿态. 将所得的姿态估计误差的统计结果绘在图 3 中. 图 3 中,$E=\sqrt{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}}$,$\boldsymbol{e}$ 为由 3 个欧拉角误差的均方差构成的向量. 仿真中取 T 为 1 s,初始状态误差均相同. 由图 3 可以看出,3 种算法中,NPDF 的滤波精度最高,DD2 次之,EKF 最差. 随着模型误差的逐渐增大,DD2 和 EKF 的估计精度逐渐变差,而由于 NPDF 能实时估计并补偿模型误差,其估计精度受模型误差的影响很小. 这验证了 NPDF 对模型误差的鲁棒性.

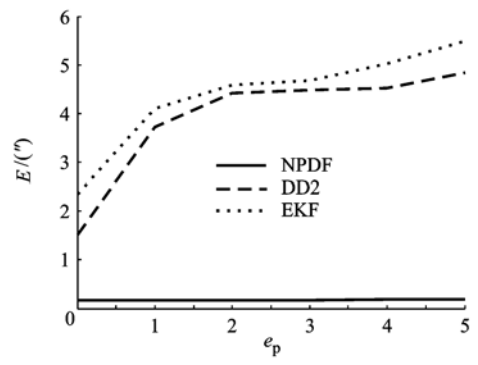


图 3　模型误差增大时的滤波精度对比

4　结　论

本文采用姿态动力学方程和运动学方程来描述卫星姿态变化的动态模型,针对存在未知建模误差的姿态估计问题,提出了 NPDF 来实现高精度姿态估计. 通过仿真可得以下结论:①NPDF 对

模型误差具有一定的鲁棒性,即使存在模型误差,仍以高精度估计姿态. 在不同的滤波周期下,NPDF 对姿态的估计精度均优于 DD2;②传感器精度不同时,姿态的估计精度主要取决于星敏感器精度,而角速度的估计精度主要取决于陀螺精度. NPDF 可以推广应用于其他具有模型不确定的非线性系统的状态估计.

参考文献(References)

[1] Nφrgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear system[J]. Automatica, 2000, 36(11): 1627 - 1638

[2] Gelb A. Applied optimal estimation[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1975: ch. 6

[3] 李骥. 非线性预测滤波及其在卫星姿态控制系统中的应用[D]. 北京:北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 2006
Li Ji. Nonlinear predictive filter theory and its application to the attitude control system of satellites[D]. Beijing: School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006(in Chinese)

[4] Lu P. Optimal predictive control of continuous nonlinear systems [J]. INT J Control, 1995, 62(3): 633 - 649

[5] Crassidis J L, Markley F L. Predictive filtering for nonlinear systems[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1997, 20(3): 566 - 572

[6] 郁丰,刘建业,熊智. 预测滤波算法在微小卫星姿态确定中的应用[J]. 宇航学报,2008,29(1):110 - 114
Yu Feng, Liu Jianye, Xiong Zhi. Application of predictive filter in satellite attitude determination [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 110 - 114(in Chinese)

[7] 冀红霞,杨静. 基于非线性预测滤波的卫星姿态确定[J]. 系统仿真学报,2010,22(S1):34 - 42
Ji Hongxia, Yang Jing. Satellite attitude determination based on nonlinear predictive filter [J]. Journal of System Simulation, 2010, 22(S1): 34 - 38(in Chinese)

[8] 杨静,张洪钺,李骥. 预测滤波在惯导非线性对准中的应用[J]. 中国惯性技术学报,2003,11(6):44 - 52
Yang Jing, Zhang Hongyue, Li Ji. Application of the predictive filter on the nonlinear alignment of inertial navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2003, 11(6): 44 - 52(in Chinese)

[9] 宫晓琳,房建成. 基于预测滤波的捷联惯导任意双位置对准方法[J]. 北京航空航天大学学报,2008,34(5):533 - 536
Gong Xiaolin, Fang Jiancheng. Method of any two position alignment based on predictive filter for SINS[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(5): 533 - 536(in Chinese)

[10] 林玉荣,邓正隆. 二阶插值非线性滤波在卫星姿态确定中的应用[J]. 哈尔滨工业大学学报,2006,38(3):343 - 347
Lin Yurong, Deng Zhenglong. Study of second-order nonlinear interpolation filtering for satellite attitude determination [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 38(3): 343 - 347(in Chinese)

[11] 柴霖,袁建平,罗建军,等. 非线性估计理论的最新进展[J]. 宇航学报,2005,26(3) 380 - 384
Chai Lin, Yuan Jianping, Luo Jianjun, et al. New developments in nonlinear systems estimation [J]. Journal of Astronautic, 2005, 26(3): 380 - 384(in Chinese)

(编 辑:刘登敏)

(上接第 1387 页)

参考文献(References)

[1] 梅群. 低能量导爆索关键技术及应用研究[D]. 合肥:中国科学技术大学力学和机械工程系,2007
Mei Qun. Study on key technology and application of low energy detonating fuses [D]. Hefei: Department of Mechanics and Mechanical Engineering, University of Science and Technology of China, 2007 (in Chinese)

[2] 戴晴,李传胪,陈国强,等. 低温等离子体激励宽带电磁波信号的实验研究[J]. 电子信息对抗技术,2009,24(5):72 - 74
Dai Qing, Li Chuanlu, Chen Guoqiang, et al. Experimental study of wideband electromagnetic radiation from plasma cloud [J]. Electronic Information Warfare Technology, 2009, 24(5): 72 - 74 (in Chinese)

[3] Kolsky H. Electromagnetic waves emitted on detonation of explosives[J]. Nature, 1954, 173: 77

[4] Takakura T. Radio noise radiated on the detonation of explosive [J]. Publications of the Astronomical Society of Japan, 1955, 7(4): 210 - 220

[5] 戴晴,何建国,王尚武,等. 等离子体云团宽带电磁辐射源的实验研究[J]. 强激光与粒子束,2010,22(6):1399 - 1403
Dai Qing, He Jianguo, Wang Shangwu, et al. Experimental study of wideband electromagnetic radiation from plasma cloud [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2010, 22(6): 1399 - 1403(in Chinese)

[6] Fine J E, Vinci S J. Causes of electromagnetic radiation from detonation of conventional explosives: a literature survey[R]. ARL-TR-1690, 1998

[7] 陈生玉,孙新利,钱世平,等. 化爆引起的电磁辐射[J]. 爆炸与冲击,1997,17(4):363 - 368
Chen Shengyu, Sun Xinli, Qian Shiping, et al. Electromagnetic radiation caused by chemical explosion [J]. Explosion and Shock Waves, 1997, 17(4): 363 - 368 (in Chinese)

[8] Fine J E. Estimates of the electromagnetic radiation from detonation of conventional explosives[R]. ARL-TR-2447, 2001

[9] Erokhin M A, Kondrat'ev A A, Litvinenko I V, et al. Generation of electric fields by dust grains during the explosions of condensed explosive charges in air[J]. Technical Physics, 2002, 47(1): 121 - 124

(编 辑:娄 嘉)