基于径向基函数响应面的机翼有限元模型修正

秦玉灵 孔宪仁 罗文波

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 哈尔滨 150001) (中国空间技术研究院, 北京 100086)

摘 要: 用 ANSYS 三维实体单元 SOLID45 建立机翼基准有限元模型并计算其自由振动的前 6 阶模态频率. 用均匀设计方法将结构参数分组并分别计算各组结构参数对应的模态频率,建立高斯径向基函数响应面模型. 用最小二乘法则拟合系数并检验响应面拟合精度,对基准模型的结构参数施加摄动量建立待修正有限元模型. 用响应面模型和基准模型计算所得模态频率的相对误差建立适应度函数的表达式,将混沌搜索机制引入粒子群算法对结构参数的摄动量进行寻优计算,搜索所得优化解代入即得修正后模型,将修正后模型与基准模型在测试频段内段外的模态频率近似度进行比较,证实了修正后模型的有效性.

关 键 词: 机翼; 均匀设计; 高斯径向基函数响应面; 混沌搜索机制; 粒子群算法

中图分类号: V414.19

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2011)11-1465-06

Finite element model updating of airplane wing based on Gaussian radial basis function response surface

Qin Yuling Kong Xianren

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Luo Wenbo

(China Academy of Space Technology, Beijing 100086, China)

Abstract: The benchmark finite element model (FEM) of the airplane wing was constituted using the three-dimensional solid element SOLID45 in ANSYS, and the uniform design method was employed to group the structure parameters to calculate the corresponding modal frequencies of each set of parameters, then the Gaussian radial basis function (RBF) response surface was constituted, the coefficients of which were fitted by the least square method (LSM), and the fitting precision was evaluated. The non-updated FEM was obtained by adding perturbation to the structure parameters of the benchmark FEM, and the fitness function was constituted based on the difference between the modal frequencies of the benchmark FEM and the Gaussian radial basis function (RBF) response surface, which guided the particle swarm optimization (PSO) algorithm with chaos-search mechanism to search for the perturbation of the structure parameters, the optimal solution was substituted into the non-updated FEM and then the updated FEM was obtained, the validity of the updated FEM is approved by comparing the similarity of the modal frequencies of the updated FEM and the benchmark FEM in and out of the test range.

Key words: airplane wing; uniform design; Gaussian radial basis function (RBF) response surface; chaos-search mechanism; particle swarm optimization (PSO) algorithm

收稿日期: 2010-07-14; **网络出版时间**: 2011-11-23 15:06; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111123.1506.010

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111123.1506.010.html

基金项目: 长江学者创新团队发展计划资助项目(IRT0520)

作者简介: 秦玉灵(1982-),女,石家庄人, 博士生,erica2004ren@163.com.

航空航天事业中广泛应用有限元模型对结构动力学特性进行分析计算,但由于建模过程中的材料参数等效计算及模型简化等因素影响,实测结果与有限元模型计算结果之间总存在不可避免的偏差,模型修正技术就是利用结构现场实测的振动数据修正结构动力模型,从而使修正后结构分析的模态参数与试验值趋于一致[1]. 直接基于有限元软件优化模块进行模型修正时需要根据变量的变化多次调用有限元程序进行计算,降低了分析效率,同时 MSC/NASTRAN, ANSYS 等有限元软件中自带的优化算法有限,且难以与目前快速发展的粒子群等优化算法结合,限制了有限元模型的修正精度. 响应面方法(RSM, Response Surface Method)用显式的函数式近似表达有限元模型参数与结构响应之间复杂的隐式关系,在响应面模型基础上进行结构有限元模型修正可以克服直接基于有限元优化模块的模型修正方法的缺点和不足,近年来开始在模型修正领域得到迅速推广[2-3].

本文用高斯径向基函数响应面对机翼模型进行修正. 首先用 ANSYS 三维实体单元 SOLID45 建立机翼模型(基准有限元模型 M^0)并计算其自由振动的前 6 阶模态频率,然后用均匀设计方法将结构参数分组并分别计算各组结构参数对应的模态频率,建立高斯径向基函数(RBF, Gaussian Radial Basis Function)响应面模型 S. 用最小二乘法则拟合系数并检验响应面拟合精度,然后对基准模型 M^0 的结构参数 x 施加摄动量 Δx 建立待修正有限元模型 M^1. 用响应面模型 S 和基准模型 M^0 计算所得模态频率相对误差构造适应度函数式并引导混沌粒子群算法对结构参数的摄动量 Δx 开始优化计算,将搜索到的优化解代入到待修正模型 M^1 中得到修正后的模型 M^2,再通过比较修正后的模型 M^2 与基准模型 M^0 在测试频段内(前 6 阶)和频段外的模态频率近似度,证实了修正后模型 M^2 的有效性.

1 径向基函数响应面方法

响应面模型的实质就是用一个简单的函数表达式对实际的复杂仿真模型进行近似的替代,便于进行分析计算和优化设计[4-5]. 选用拟合精度和拟合效率较高的响应面模型是工程应用的关键,用于构造响应面的函数表达式主要有多项式型、神经网络型、Kriging 函数型及径向基函数型等. 在对多个工程算例的模拟过程中,径向基函数响应面都取得了良好的计算效果. 径向基函数是沿着径向对称的一种标量函数,通常定义为空间中的任意一点到某个中心之间的单调函数,它的解析表达式形式为

$$y(X) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \phi(r_i, c) \tag{1}$$

式中,$r_i(X) = \| X - X^i \|$ 是 X 和第 i 个采样点 X^i 在设计空间中的距离;$\phi(\cdot)$ 是所选择的基函数;$\| \cdot \|$ 是欧式范数;c 是取值非负的常数;$\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\}$ 是加权的系数. 因为通常情况下任何函数都可以用一组基函数的加权和来表示,所以径向基函数响应面可以使得从输入样本到基函数输出之间的非线性映射得以实现[6].

最常用的径向基函数响应面形式为高斯径向基函数响应面,其表达式为

$$y(X) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \exp\left(- \frac{\| \boldsymbol{x} - \bar{\boldsymbol{x}} \|^2}{(2\sigma)^2} \right) \tag{2}$$

式中,n 为待修正参数个数;$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]$ 为待修正参数;$\bar{\boldsymbol{x}} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n]$ 为各待修正参数均值;$\sigma > 0$ 为高斯核的控制参数,经多次试验知其值取设计空间半径时能取得良好的计算结果.

评价响应面模型有效性的标准主要有相对均方根误差 R(Root Mean Squared Error)和决定系数 R^2,其中 $R \to 0$ 和 $R^2 \to 1$ 表示响应面模型具有良好的拟合精度,其表达式如下:

$$R = \frac{1}{k\bar{y}} \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (y_i - \hat{y}_i)^2} \tag{3}$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y})^2} \tag{4}$$

式中,k 代表试验设计将结构参数分组数;y_i 为有限元模型计算值;$\hat{y}_i$ 为响应面模型计算值;$\bar{y}$ 为有限元计算值的平均值.

2 带混沌搜索机制的粒子群算法

粒子群算法(PSO, Particle Swarm Optimization)的基本思想是通过对鸟群觅食行为的模拟实现对问题的优化,PSO 具有明确简洁的表达形式和良好的搜索能力,在优化领域得到了广泛应用[7-10]. 但作为一种随机算法,PSO 也难以免除易陷入局部最优等缺点,因此将混沌搜索机制引入 PSO 以增加粒子多样性,降低陷入局部最优概率.

混沌以简单的规则产生复杂的行为,规律性、随机性和遍历性是混沌的 3 个基本特点. 混沌搜索可以在一定范围内不重复地遍历设计空间内的所有点,它的基本思想就是首先将混沌变量线性

映射回原设计空间中,然后再利用混沌变量进行有效的搜索[11]. 常用的 Logistic 映射形式如下:

$$cx_{t+1}=\mu cx_t(1-cx_t) \tag{5}$$

式中,μ 为控制变量,一般在(3.57,4]之间取值,$cx\in(0,1)$为混沌空间中变量. $\mu=4$ 时 cx 在(0,1)范围内遍历,此时算法处于完全混沌状态. 通过计算可以知道 Logistic 映射有 3 个不动点即(0.25,0.5,0.75),计算时在参数的设定过程中应该避免用到这些不动点.

普通变量 x 与混沌变量 cx 可根据式(6)和式(7)进行往复映射:

$$cx_t=\frac{x_t-x_{\min}}{x_{\max}-x_{\min}} \tag{6}$$

$$x_t=x_{\min}+cx_t(x_{\max}-x_{\min}) \tag{7}$$

式中,$x_{\min}$表示设计空间中变量 x 的取值下限;$x_{\max}$表示的是取值的上限.

将混沌搜索机制引入后粒子群算法(CPSO,chaos PSO)的表达形式与标准 PSO 相同,不同之处在于 PSO 中粒子位置 $\boldsymbol{x}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$ 仅在原设计空间变动,而 CPSO 中两者则在混沌空间与原设计空间之间往返映射. CPSO 中的每一个粒子都代表搜索空间的一个解,将搜索空间的维数设定为 D,粒子群规模设定为 S,那么第 i 个粒子第 d 维的速度 $\boldsymbol{v}_{id}$和位置 $\boldsymbol{x}_{id}$可以表示为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{v}_{id}^{t+1}&=\omega\boldsymbol{v}_{id}^{t}+c_1r_1(\boldsymbol{p}_{id}-\boldsymbol{x}_{id}^{t})+c_2r_2(\boldsymbol{p}_{gd}-\boldsymbol{x}_{gd}^{t})\\ \boldsymbol{x}_{id}^{t+1}&=\boldsymbol{x}_{id}^{t}+\boldsymbol{v}_{id}^{t+1}\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{p}_{id}$与 $\boldsymbol{p}_{gd}$分别表示第 t 次迭代过程终止的时候第 i 个粒子最优位置及群体的最优位置;c_1 与 c_2 的取值为正常数,意义为对自身所经历的最优位置及种群最优位置的记忆能力;r_1 与 r_2 在[0,1]之间随机取值;惯性因子 ω 为非负数,ω 较大的时候能够保证搜索到全局最优解但是局部收敛性能较差,ω 较小的时候局部收敛性能较好但算法难以收敛到全局最优解.

将混沌搜索机制引入 PSO 算法中,既可以保留 PSO 算法自身优点,又可以以混沌搜索的遍历性扩大粒子搜索范围,增加种群多样性,提高搜索到最优解的概率,还可以据其对参数变化的敏感性引导粒子跳出局部最优,加快搜索最优解.

3　机翼有限元模型修正

机翼的有限元模型修正流程主要包括建立响应面和用粒子群算法对参数修正量进行搜索两个过程,具体流程如图 1.

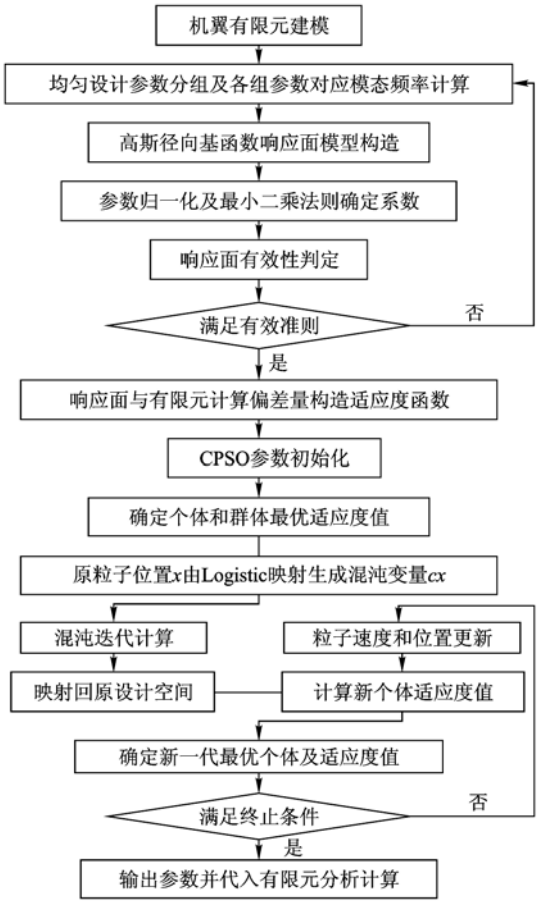

图 1　机翼有限元模型修正流程

3.1　机翼有限元模型建立

某机翼模型长度为 $l=2\,540$ mm,横截面积和尺寸如图 2 和表 1 所示,一端固定,另一端自由,材料弹性模量 $E=262$ MPa,密度为 $\rho=887\ \mathrm{kg/m^3}$,泊松比为 $\mu=0.3$. 用三维实体单元 SOLID45 建立模型并分析其自由振动的前 5 阶模态频率,机翼截面及有限元模型如图 2 和图 3 所示.

表 1　机翼截面关键点坐标

关键点号	坐标
1	(0,0)
2	(50.8,0)
3	(58.42,5.08)
4	(48.26,11.43)
5	(25.4,6.35)

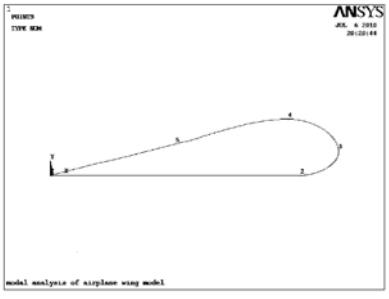

图 2　机翼截面

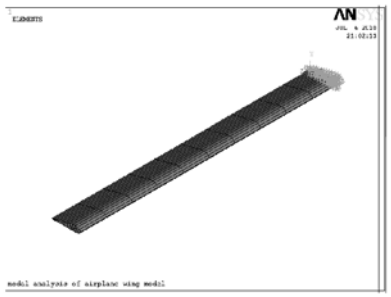

图 3 机翼有限元模型

3.2 高斯径向基函数响应面建模

用均匀设计表[12] $U_5(5^4)$ 及其使用表将机翼的 3 个材料参数分组以拟合响应面系数,将每个参数分为 5 个水平,每个参数在原参数上下 20% 范围内浮动,参数的 5 个水平[1,2,3,4,5]对应参数摄动量分别为[-0.2,-0.1,0,0.1,0.2],其中摄动量(-0.2)表示结构参数值在原值基础上减小 20%,其余同理. 机翼的 3 个材料参数分组如表 2.

表 2 基于均匀设计的参数分组

试验号	E/MPa	ρ/(kg·m)$^{-3}$	μ	参数摄动量
1	1(209.6)	2(798.3)	4(0.33)	[-0.2,-0.1,0.1]
2	2(235.8)	4(975.7)	3(0.3)	[-0.1,0.1,0]
3	3(262)	1(709.6)	2(0.27)	[0,-0.2,-0.1]
4	4(288.2)	3(887)	1(0.24)	[0.1,0,-0.2]
5	5(314.4)	5(1064.4)	5(0.36)	[0.2,0.2,0.2]

高斯径向基函数响应面构造过程中参数归一化得

$$\hat{x}_i = \frac{x_i - x_{i\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} \tag{9}$$

式中,$x_{i\max} = (1+20\%)x_i^0$;$x_{i\min} = (1-20\%)x_i^0$;$\hat{x}_i$ 为原参数 x_i^0 对应的归一化参数值. 由式(9)易知 $\hat{x}_i \in (0,1)$,则取高斯核控制参数为归一化后的设计空间半径为 $\sigma = 0.5$.

机翼模型修正过程中所用高斯径向基函数响应面模型如下:

$$\hat{y}(\hat{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^{3} a_i \exp\left(-\frac{\| \hat{x}_i - \bar{\hat{x}}_i \|^2}{(2\sigma)^2}\right) \tag{10}$$

式中,$\hat{y}(\hat{x})$ 为响应面模型计算所得模态频率;$\boldsymbol{a} = [a_0, a_1, a_2, a_3]$ 为由最小二乘法则拟合所确定的响应面系数向量,计算所得机翼前 6 阶模态频率的响应面系数如下:

$\boldsymbol{a}^1 = [3.332, -0.695\,99, 0.627\,26, 0.116\,23]$

$\boldsymbol{a}^2 = [14.846, -3.083\,8, 2.788\,1, 0.343\,14]$

$\boldsymbol{a}^3 = [21.316, -4.479\,3, 4.046\,4, 0.775\,62]$

$\boldsymbol{a}^4 = [58.434, -12.607, 11.477, 5.274]$

$\boldsymbol{a}^5 = [62.535, -13.148, 11.825, 2.158\,9]$

$\boldsymbol{a}^6 = [91.833, -19.121, 17.294, 2.381\,8]$

用高斯径向基函数响应面计算 5 组结构参数下机翼的前 6 阶模态频率 $\hat{f}_1, \cdots, \hat{f}_6$ 并与用 FEM(Finite Element Model)模型计算所得对应 5 组结构参数下的蜂窝板前 6 阶模态频率响应 $f_1, \cdots, f_6$ 进行比较,拟合曲线如图 4 所示,由图可以看出高斯径向基函数响应面模型计算得到的各阶频率都能够以一定的精度逼近有限元模型计算的频率值. 图 5 是响应面模型的相对均方根误差 R(Root Mean Squared Error)与决定系数 R^2,由图可知响应面拟合所得各阶频率相对误差均在 1% 以内,决定系数则均高于 90%,证实了高斯径向基函数响应面拟合的有效性.

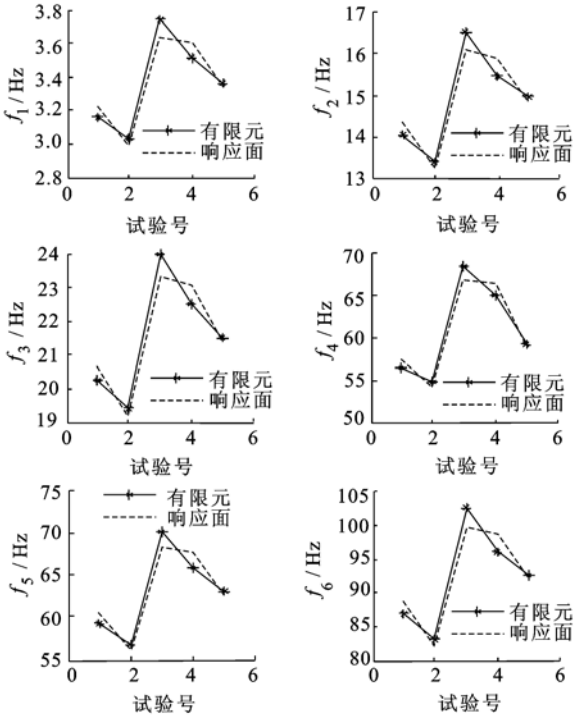

图 4 模态频率拟合曲线

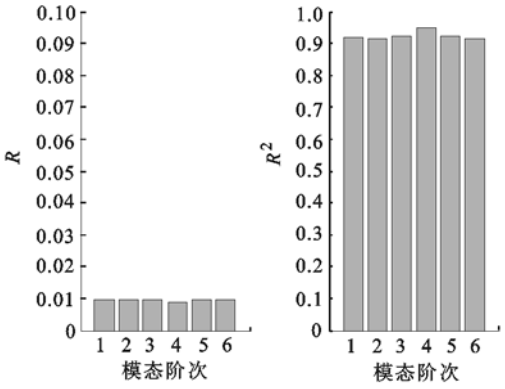

图 5 响应面有效性评价

3.3 机翼有限元模型修正

将机翼原材料参数 $\boldsymbol{x}^0 = [E, \rho, \mu] =$

[262 MPa,887 (kg · m)$^{-3}$,0.3]所建模型设定为基准模型 M^0 并计算基准模态频率 $\boldsymbol{f}^0=[f_1^0,f_2^0,f_3^0,f_4^0,f_5^0,f_6^0]$,将按水平 3 施加摄动量 $\Delta\boldsymbol{x}=[0,-0.2,-0.1]$ 后的材料参数 $\boldsymbol{x}^1=\boldsymbol{x}^0(1+\Delta\boldsymbol{x})=$ [262 MPa,709.6 (kg · m)$^{-3}$,0.27]所建模型设定为待修正模型 M^1 并计算待修正模型模态频率 $\boldsymbol{f}^1=[f_1^1,f_2^1,f_3^1,f_4^1,f_5^1,f_6^1]$,用高斯径向基函数响应面模型 S 计算待修正材料参数 $\boldsymbol{x}^1$ 对应的机翼前 6 阶模态频率 $\hat{\boldsymbol{f}}^1=[\hat{f}_1^1,\hat{f}_2^1,\hat{f}_3^1,\hat{f}_4^1,\hat{f}_5^1,\hat{f}_6^1]$,用响应面模型 S 计算频率与基准模型 M^0 频率的相对误差构造适应度函数如下:

$$\min f(x)=\min\sum_{i=1}^{m}ER(f_i^0,\hat{f}_i)=\min\sum_{i=1}^{m}\left|\frac{f_i^0-\hat{f}_i}{f_i^0}\right| \tag{11}$$

式中,$m=6$ 为模态频率阶次;f_i^0 为基准模型 M^0 的第 i 阶($i=1,2,\cdots,6$)模态频率,其值为定值;$\hat{f}_i$ 为响应面模型计算所得第 i 阶($i=1,2,\cdots,6$)模态频率,其值随着迭代搜索过程中材料参数的不断变化而变化. 该适应度函数取得最小的优化解意即寻求使得响应面模型 S 计算频率 $\hat{f}$ 与基准模型 M^0 频率 f_0 相对误差和最小的材料参数值. 由此适应度函数引导带混沌搜索机制的粒子群算法 CPSO 进行搜索,粒子群规模取 $N=50$,每个粒子维数 $D=3$(对应 3 个材料参数),$c_1=c_2=2.01$,惯性因子 $\omega=0.729$,粒子位置和速度范围根据归一化后设计空间设定为 $x\in(0,1)$,$v\in(0,1)$,算法迭代次数 $T=20$. 由于算法是随机的,因此重复执行 25 次搜索,然后取各次搜索所得的适应度函数的平均值作出平均适应度函数的收敛曲线,再取各次搜索所得最优解平均值作为最终得到的最优解代入待修正有限元模型 M^1 得到修正后模型 M^2,比较修正后模型 M^2 与基准模型 M^0 在测试频段内(1 ~ 6 阶模态频率)外(7 ~ 10 阶模态频率)的相似度,评价修正后模型的复现能力和预测能力,并将修正后模型 M^2 的材料参数 $\boldsymbol{x}^2=[E^2,\rho^2,\mu^2]$ 与基准模型参数 $\boldsymbol{x}^0=[E^0,\rho^0,\mu^0]$ 进行对比,明确修正后模型的意义.

修正前后模型 M_1,M_2 与基准模型 M_0 的材料参数对比结果如表 3 所示,可知对于原材料参数无摄动的弹性模量 E,修正后参数亦无变化,材料密度 ρ 的误差由 −20% 降低到了 −0.18%,泊松比 μ 的相对误差由 −10% 降低到了 −0.67%,修正后模型的材料参数与基准模型参数近似度明显增大,证实了修正的有效性. 表 4 列出了修正前后模型各阶模态频率与基准模型 M_0 计算所得频率及相对误差的变化,可见修正后模型 M_2 的模态频率能以高精度逼近基准模型 M_0 频率,可以代替基准模型进行分析.

表 3　模型参数对比

材料参数	E/MPa	ρ/(kg · m)$^{-3}$	μ
基准模型	262	887	0.3
待修正模型	262	709.6	0.27
修正后模型	262	885.4	0.298

表 4　修正前后模型计算模态频率

模态阶次	模态频率/Hz			相对误差 e/%	
	M^0	M^1	M^2	修正前	修正后
1	3.3493	3.7444	3.3522	11.80	0.09
2	14.825	16.524	14.835	11.46	0.07
3	21.438	23.966	21.457	11.79	0.09
4	60.648	68.570	60.748	13.06	0.16
5	62.778	70.162	62.831	11.76	0.08
6	91.847	102.43	91.913	11.52	0.07
7	131.99	147.39	132.09	11.67	0.08
8	183.89	207.90	184.20	13.06	0.17
9	240.65	268.47	240.82	11.56	0.07
10	255.12	284.69	255.31	11.59	0.07

图 6 用曲线形式对 3 种模型的 10 阶模态频率进行了对比,由于对材料参数增加了摄动量,待修正模型 M_1 的模态频率明显偏离基准模型 M_0 频率,将 CPSO 搜索所得优化解(参数摄动量)代入后所得修正后模型 M_2 计算所得模态频率与基准模型几乎重合,证实了基于径向基函数响应面的修正方法提高了模型 M_2 精度,修正后模型质量得到了改善.

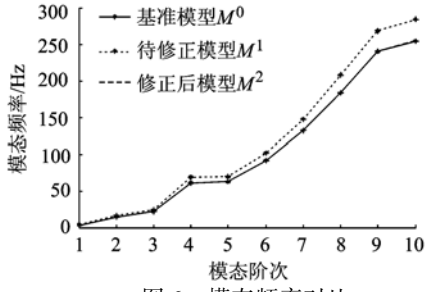

图 6　模态频率对比

CPSO 搜索优化解过程中的平均适应度函数收敛曲线如图 7 所示,由图可知随着搜索过程的进行,平均适应度函数值不断下降,即响应面模型计算频率与基准有限元模型计算频率之间的差异不断减小,模型趋于精确,当达到设定精度或指定的迭代终止条件时,记录各次搜索所得解,取平均值即得所要求解的材料参数摄动量,将其回代入待修正模型后能得到高质量的有限元模型,证实了 CPSO 算法中的混沌搜索机制有效增加了种群的多样性,引导粒子群体飞向全局最优解.

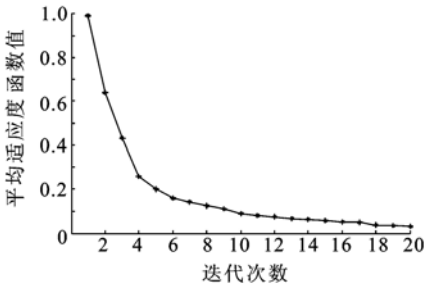

图 7 CPSO 平均适应度函数收敛曲线

4 结 论

1）高斯径向基函数响应面能以高精度模拟机翼结构参数与模态频率的关系，修正后模型不仅能在测试频段内高精度复现机翼模态频率，且能预测测试频段外的模态频率，证实了修正方法的有效性；

2）CPSO 算法执行过程发现，增大算法每次运行中的迭代次数并减小算法多次运行的次数，或者设定小的迭代次数再多次运行算法，都能够提高算法搜索精度，且后一种设定方式搜索精度高于前者，原因在于每次运行算法时种群重新随机分散于设计空间，相当于增大了种群多样性. 作为随机算法，CPSO 仍难避免运行中陷入局部最优等缺点，虽然多次运行算法后取均值可以获得一定精度的优化解，但算法仍待改善；

3）基于响应面的模型修正技术可以避免重复调用有限元计算，且易于与 PSO 等优化算法结合搜索最优解，提高了分析精度和计算效率. 对于多种复杂的工程结构，应研究与之对应的响应面形式，改进响应面系数的拟合方式，并建立高精度的响应面模型代替实际结构求解. 此外，响应面模型的局限性表现在一组响应面只能对一组输入输出关系进行模拟，用基于响应面方法的修正技术搜索到的优化解（即结构参数）重新建立有限元模型进行计算求解，就可以在提高所建模型质量的基础上进行多种分析，有效提高分析精度，扩大分析范围.

参考文献（References）

[1] 朱宏平，徐斌，黄玉盈. 结构动力模型修正方法的比较研究及评估[J]. 力学进展，2002，32(4)：513 - 525
Zhu Hongping, Xu Bin, Huang Yuying. Comparison and evaluation of analytical approaches to structural dynamic model correction[J]. Advances in Mechanics, 2002, 32(4): 513 - 525 (in Chinese)

[2] Sobieski I P, Kroo I M. Collaborative optimization using response surface estimation[J]. AIAA Journal, 2000, 38(10): 1931 - 1938

[3] Allen M S. Comparison of uncertainty propagation/ response surface techniques for two aeroelastic systems[J]. AIAA , 2009, 2269: 1 - 19

[4] Cristianini N, Shawe-Taylor J. An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods[M]. London: Cambridge University Press, 2000: 112 - 120

[5] 窦毅芳，刘飞，张为华. 响应面建模方法的比较分析[J]. 工程设计学报，2007，14(5)：359 - 363
Dou Yifang, Liu Fei, Zhang Weihua. Research on comparative analysis of response surface methods[J]. Journal of Engineering Design, 2007, 14(5): 359 - 363 (in Chinese)

[6] 安志国，周杰，赵军，等. 基于径向基函数响应面法的板料成形仿真研究[J]. 系统仿真学报，2009，21(6)：1557 - 1561
An Zhiguo, Zhou Jie, Zhao Jun, et al. Simulation research for sheet metal forming process based on response surface methodology of radius basis function[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(6): 1557 - 1561 (in Chinese)

[7] Venter G, Sobieszczanski-Sobieski J. Particle swarm optimization [J]. AIAA Journal, 2003, 41(8): 1583 - 1589

[8] Chu HoneJay, Chang Liangcheng. Applying particle swarm optimization to parameter estimation of the nonlinear muskingum model[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2009, 14(9): 1024 - 1027

[9] Wang Yong, Li Lin, Ni Jun, et al. Form tolerance evaluation of toroidal surfaces using particle swarm optimizaion[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2009, 131: 1 - 9

[10] 孙木楠，史志俊. 基于粒子群优化算法的结构模型修改[J]. 振动工程学报，2004，17(3)：350 - 353
Sun Munan, Shi Zhijun. Structural model updating based on particle swarm optimizaion[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, 17(3): 350 - 353 (in Chinese)

[11] 林昆，冯斌，孙俊. 混沌量子粒子群优化算法[J]. 计算机工程与设计，2008，29(10)：2610 - 2612
Lin Kun, Feng Bin, Sun Jun. Chaos quantum-behaved particle swarm optimization algorithm[J]. Computer Engineering and Design, 2008, 29(10): 2610 - 2612 (in Chinese)

[12] 方开泰. 均匀设计与均匀设计表[M]. 北京：科学出版社，1994
Fang Kaitai. Uniform design and uniform design table [M]. Beijing: Science Press, 1994 (in Chinese)

（编 辑：张 嵘）