用非线性加速模型评估步降应力加速退化数据

姚 军 仲伟强

(北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100191)

摘 要: 基于累积损伤等效方法提出一种能够描述产品性能非线性退化过程的分段非线性加速退化模型(SNADM,Segmented Nonlinear Accelerated Degradation Model),有效解决了产品性能退化率为时变函数时其寿命难以准确评估的问题.推导了总体累积退化量函数的分段表达式,结合非线性函数和加速方程得到 SNADM 的表达式;用数值迭代法对 SNADM 进行参数辨识进而对贮存条件下产品退化轨迹统计量函数进行外推,由产品退化量分布随机过程类型确定可靠度函数,再结合失效阈值对产品贮存寿命进行评估.对某导弹制冷器进行了步降应力加速退化试验,评估结果验证了该方法的有效性和正确性.

关 键 词: 可靠性; 加速退化模型; 步降应力试验; 寿命评估; 累积损伤

中图分类号: TB 114.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2011)12-1475-04

Assessing step-down stress accelerated degradation data via nonlinear accelerated model

Yao Jun Zhong Weiqiang

(School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A segmented nonlinear accelerated degradation model (SNADM) was introduced based on the equivalent method of accumulative damage theory, which tackles the problem that product life is difficult to determine with degradation rate being a function of the variable of time. A segmented expression of the function of overall accumulative degradation was derived and combined with nonlinear function and accelerated degradation function, from which a expression of SNADM was obtained. The parameters of the SNADM were identified by numerical iteration; further the statistical function of degradation track was extrapolated. The reliability function was determined through the type of random process of the degradation distribution. Then an evaluation to product storage life was undertaken by combining the statistical function of degradation track, reliability function and failure threshold value. An example of a missile refrigerator undergoes a step-down stress accelerated degradation test while test data were evaluated with SNADM. The technology introduced is validated with the resultant coincidence of both evaluated and field storage lives.

Key words: reliability; accelerated degradation model; step-down-stress testing; life assessment; accumulative damage

随着科学技术的发展,航空、航天等领域对产品提出了高可靠长寿命需求,加速试验方法引起人们越来越多重视[1-9],为此国家 863 计划也于 2006 年设立“重大产品和重大设施寿命预测技术”专题.目前国内外探讨较多的寿命评估方法是恒定应力加速试验评估方法,也有部分步进应力加速试验评估方法,鲜有步降应力加速试验评估方法的相关论述.对于高可靠、长寿命产品,在

收稿日期: 2010-07-28; **网络出版时间**: 2011-12-21 09:56; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111221.0956.003
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111221.0956.003.html
基金项目: 国家 863 计划资助项目(2007AA04Z413)
作者简介: 姚 军(1973-),男,陕西西安人,副教授,yao2jun1@sina.com.

做步进应力加速退化试验过程中常会遇到低应力水平下产品的退化趋势不明显的问题[1],这一方面严重影响到试验效率,另一方面给试验数据处理也带来了很大的困难.

恒定应力加速退化试验评估方法[2-3]由于方法简单、相应理论较为完善而经常被采用,但文献[4-5]的研究表明步进应力试验与恒定应力试验相比用更少的样本,有更高的试验效率. 文献[5]将步进应力加速退化试验数据转换为恒定应力加速退化试验数据进行评估,文献[6]基于时间序列分析对步进应力加速退化试验进行评估,但这两种方法的共同缺点是要假设产品退化过程为线性或能转换为线性模型. 虽然文献[7]提出的比例退化模型能够克服退化过程线性化假设,但其计算复杂且算法迭代不易收敛等限制了其在实际工程上的实际应用.

本文基于累积损伤原理将不同应力水平下的退化过程统一到总体累积退化过程上,提出一种能够描述产品非线性退化过程的一般模型. 对于加速试验来说,其关键是在失效机理不变的情况下将累积损伤从一个应力水平累积到另一个应力水平上以达到加速的目的. SNADM(Segmented Nonlinear Accelerated Degradation Model)是基于累积损伤原理而提出的,因此,能够很好地将高应力水平试验得到的累积损伤累积到低应力水平,使得低应力水平上的退化趋势更加明显,有利于对试验进行评估. 另外,与传统模型相比,SNADM 无需产品退化过程为线性化的假设,算法简单、迭代易收敛,迭代结果具有一定的精度,因此提高了该模型的工程适用性. 试验评估结果表明,采用本文提出的模型能够得到准确的寿命评估结果.

1 加速退化模型

1.1 模型假设

为了不失一般性,采用 SNADM 进行评估需做如下假设:

1) 在各应力水平下,产品的失效机理不变,失效模式不变;

2) 在各应力水平下,产品的退化过程服从同族的随机过程. 即应力水平变化,产品退化随机过程类型不变,而仅改变过程的参数;

3) 产品的残余寿命仅依赖于当时已累积失效部分和当时应力水平,而与累积方式无关.

1.2 分段非线性加速退化模型

设 S_k 为试验初始应力水平,且 $S_k > S_{k-1} > \cdots > S_1$,$t_i(i=1,2,\cdots,k-1)$ 表示应力 S_{i+1} 到 S_i 的转换时刻,$t_k=0$,t_0 为试验结束时刻. 试验应力施加顺序如图 1 所示.

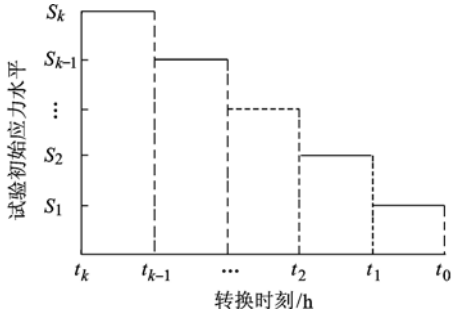

图 1 步降应力加速退化试验应力施加顺序示意图

如果用 $G(t|S_k)$ 表示产品退化量特征值的观测值,则 $x(t|S_k)=G(0|S_k)-G(t|S_k)$ 表示 S_k 应力水平下产品在 t 时刻特征值与初始时刻特征值之差,所以 $x(0|S_k)=0$.

设 $\mu(t|S_k)=E(x(t|S_k))$ 为各样本在 t 时刻退化量的期望,$\mu_0(t)$ 为总体累积退化量期望,则基于累积损伤等效原理[3]产品在试验中的总体累积退化量期望为:

1) 产品在应力水平 S_k 作用下的累积退化量期望为 $\mu_0(t)=\mu(t|S_k)$,$t_k \leqslant t < t_{k-1}$;

2) 产品在应力水平 S_{k-1} 作用下的累积退化量期望为

$$\mu_0(t)=\mu(t-t_{k-1}+s_{k-1}|S_{k-1}) \quad t_{k-1} \leqslant t < t_{k-2}$$

式中,s_{k-1} 是 S_{k-1} 的等效初始时间,即在 S_{k-1} 应力水平下产品的累积退化量期望要与 S_k 应力水平下产品的累积退化量期望相等,则需对 S_{k-1} 应力下的累积退化时间进行补偿,而补偿的量就是 s_{k-1}. 因此 s_{k-1} 是方程 $\mu(s_{k-1}|S_{k-1})=\mu(t_{k-1}|S_k)$ 的解,进而得到总体累积退化量函数为

$$\mu_0(t)=\begin{cases}\mu(t|S_k) & t_k \leqslant t < t_{k-1}\\ \mu(t-t_{k-1}+s_{k-1}|S_{k-1}) & t_{k-1} \leqslant t < t_{k-2}\\ \mu(t-t_{k-2}+s_{k-2}|S_{k-2}) & t_{k-2} \leqslant t < t_{k-3}\\ \quad\vdots & \quad\vdots\\ \mu(t-t_1+s_1|S_1) & t_1 \leqslant t < t_0\end{cases} \tag{1}$$

对于高可靠长寿命产品其退化过程常用如下非线性方程表示[8]:

$$\mu(t|S_i)=\beta(S_i)t^{\alpha}+y_0 \quad 0 \leqslant i \leqslant k \tag{2}$$

式中,k 为应力水平数;$\beta(S_i)$ 为在 S_i 应力水平下的退化速率,也是加速方程,它仅是应力 S_i 的函数;y_0 为初始退化量;t 为累积退化时间;α 是独立于应力 S_i 的参数.

结合 Arrhenius 加速模型[2]为

$$\beta(S_i) = \exp\left\{a - \frac{b}{273 + S_i}\right\} \quad 0 \leqslant i \leqslant k \tag{3}$$

式中,a,b 为待估参数,$b = E/K$,E 为激活能,K 为波尔兹曼常数. 当初始退化量为 0 时,得到 SNADM 的对数形式:

$$\ln[\mu_0(t)] = \begin{cases} \alpha[\ln(\beta_k^{-\alpha}t)] & t_k \leqslant t < t_{k-1} \\ \alpha\{\ln[\beta_{k-1}^{-\alpha}(t - t_{k-1}) + \beta_k^{-\alpha}t_{k-1}]\} & t_{k-1} \leqslant t < t_{k-2} \\ \vdots \\ \alpha\{\ln[\beta_1^{-\alpha}(t - t_1) + \sum_{i=1}^{k-1}\beta_{i+1}^{-\alpha}(t_i - t_{i+1})]\} & \\ t_1 \leqslant t < t_0 \end{cases} \tag{4}$$

在实际应用中,$\ln[\mu_0(t)]$不能够准确拟合 $\ln[x_0(t)]$,因此提出下面的回归模型:

$$\ln[x_0(t)] = \ln[\mu_0(t)] + \varepsilon(t) \tag{5}$$

式中,$\varepsilon(t)$为随机误差,一般 $\varepsilon(t) \sim N(0,\sigma_d^2)$,模型中的参数$(\alpha,a,b)$为待估参数. 式(5)的极小值表达式如式(6)所示:

$$f_{SSE}(\alpha,a,b) = \sum_t (\ln[x_0(t)] - \ln[\mu_0(t)])^2 \tag{6}$$

利用数值迭代方法对式(6)求极值得到待估计参数的估计值为$(\hat{\alpha},\hat{a},\hat{b})$,进而得到加速退化方程为

$$\hat{\mu}(t \mid S_i) = \exp\left\{\hat{a} - \frac{\hat{b}}{273 + S_i}\right\}t^{\hat{\alpha}} + y_0 \tag{7}$$

通过加速方程进行外推,可求出常应力下产品的退化方程$\hat{\mu}(t|S_0)$.

2　贮存可靠性的评估

设产品的退化过程为正态过程,产品的失效阈值为 D,则产品在 t 时刻的可靠度函数[9]为

$$R(t \mid S) = P\{x(t \mid S) \geqslant D\} = \Phi\left(\frac{D - \mu(t \mid S)}{\sigma(t)}\right) \tag{8}$$

式中,$\sigma^2(t)$为方差,与应力水平无关;$\mu(t|S)$为期望值.

当产品退化过程为正态过程时,样本在单个测量周期内退化量也服从正态分布,则有

$$\sigma^2(t) = \mathrm{Var}(x(t)) = \sigma_d^2 \cdot t \tag{9}$$

式中,σ_d^2 为 Δx_{lij}的方差,Δx_{lij}为 Δt 时间内的微小退化量,Δt 内退化量的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d^2\Delta t}}\exp\left\{-\frac{[\Delta x - \mu(S)\cdot\Delta t]^2}{2\sigma_d^2\Delta t}\right\} \tag{10}$$

采用极大似然估计法对式(10)进行估计,得到方差的估计式为

$$\hat{\sigma}_d^2 = \frac{1}{\Delta t\sum_{l=1}^{K}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_K} n_j} \cdot \sum_{l=1}^{K}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_K}\left[\Delta x_{lj} - \Delta t\cdot\exp\left(\hat{a} - \frac{\hat{b}}{T + S_l}\right)\right]^2 \tag{11}$$

将式(7)在常应力下的估计值及式(11)的估计值代入到式(8)中得到产品在常应力下的可靠度函数.

3　应用算例

3.1　储液罐步降应力加速退化试验

储液罐是某导弹导引头的制冷器件,内装一定量的氟利昂,在导弹贮存过程中氟利昂会不断地外泄,当泄漏量达到一门限值(如 1.2 g)时,则储液罐制冷效果达不到规定要求,此时判定储液罐失效. 由于高温可以加速氟利昂外泄,因此,选择试验加速应力为温度应力,加速模型也选择常用的 Arrhenius 模型.

现欲考察储液罐在正常贮存温度(S_0 = 25℃)条件下的寿命,即在 25℃贮存环境下,储液罐内氟利昂泄漏量超过 1.2 g 所用的时间. 由于储液罐是典型的长寿命高可靠产品,在常应力下其退化(泄漏)非常缓慢,考虑到步降应力试验在高应力水平下对产品造成的累积损伤比较显著,使得产品在低应力水平下也获得较快的退化速率,因此,考虑用步降应力加速退化试验方法对其贮存寿命进行评估.

相应试验参数为:试验样本数 $m = 9$;步降应力等级 $k = 4$,各应力等级转换时刻分别为 t_3 = 1 400 h,t_2 = 2 700 h,t_1 = 4 200 h,t_0 = 6 500 h;试验中每隔 Δt = 100 h 对产品性能退化量观测一次,各应力水平下样本观测次数分别为 $n_4 = 14$,$n_3 = 13$,$n_2 = 15$,$n_1 = 23$. 如果 l 表示第 l 个应力水平、i 表示第 i 个样本、j 表示第 j 次观测,则 t_{lij}($l = 1,2,\cdots,k$;$i = 1,2,\cdots,m$;$j = 1,2,\cdots,n_l$)表示第 l 应力水平下,第 i 个样本在第 j 次观测时的时间;x_{lij}($l = 1,2,\cdots,k$;$i = 1,2,\cdots,m$;$j = 1,2,\cdots,n_l$)表示在第 l 应力水平下,第 i 个样本在第 j 次观测时的退化量. 产品退化轨迹如图 2 所示.

3.2　退化分布类型检验

利用 Shapiro-Wilk 正态性检验方法[10]对各应

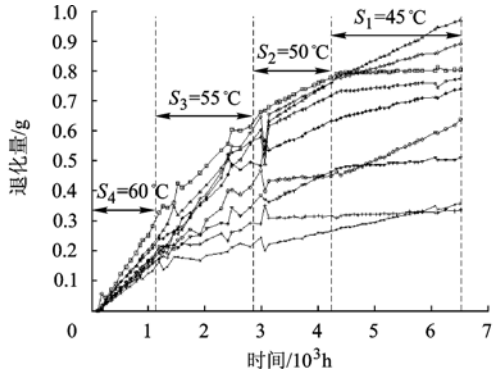

图 2 产品退化轨迹曲线

力水平下每次观测的退化数据进行正态性检验，其中样本数 $m=9$ 时，置信水平 $\alpha=0.05$，则临界值 $Z_{0.05}(9)=0.829$. 检验结果表明，产品的退化分布类型为正态分布.

3.3 贮存寿命评估

结合式(4)和式(6)，通过数值迭代求解，得到各参数的估计值为 $\hat{\alpha}=1.1025$，$\hat{a}=21.6517$，$\hat{b}=9.8977\times10^3$，将估计结果$(\hat{\alpha},\hat{a},\hat{b})$代入到式(7)得到加速退化方程为

$$\hat{\mu}(t\mid S_i)=\exp\left\{21.6517-\frac{9\,897.7}{273+S_i}\right\}t^{1.1025}+y_0 \tag{12}$$

取正常贮存温度 $S_0=25$℃，初始退化量 $y_0=0$ 时产品在常应力水平下的退化方程为

$$\hat{\mu}(t\mid 25)=9.5224\times10^{-6}\cdot t^{1.1025} \tag{13}$$

将估计结果$(\hat{\alpha},\hat{a},\hat{b})$代入到式(11)得到方差的估计式为

$$\sigma^2(t)=9.4158\times10^{-7}\cdot t \tag{14}$$

将式(13)、式(14)代入式(8)中，得到正常贮存条件($S_0=25$℃)下产品贮存寿命可靠性评估方程(取退化阈值 $D=1.2$ g)

$$R(t\mid S_0)=P\{x(t\mid S_0)<D\}=\Phi\left(\frac{1.2-9.5224\times10^{-6}\cdot t^{1.1025}}{\sqrt{9.4158\times10^{-7}\cdot t}}\right) \tag{15}$$

其可靠度函数曲线如图 3 所示.

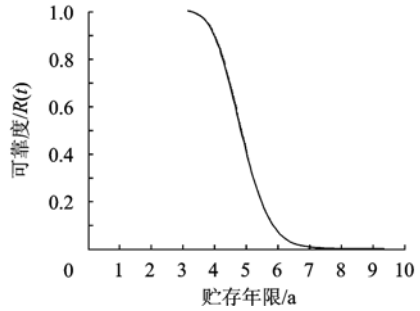

图 3 产品可靠度函数曲线

由式(15)可得储液罐的平均的贮存寿命为 42 291 h，即 4.827 7 a，这与外场常应力贮存条件下统计的平均贮存年限为 5 a 的结果相差不大.

4 结束语

本文将累积损伤模型与非线性模型相结合提出了 SNADM，用于评估步降应力加速退化试验数据. SNADM 能够准确描述产品非线性退化过程，并对常应力贮存条件下产品的退化趋势进行预测；采用数值迭代方法对 SNADM 进行参数辨识；某导弹储液罐加速退化试验数据及外场统计结果验证了本文方法的有效性和正确性.

参考文献（References）

[1] 张春华. 步降应力加速寿命试验的理论和方法[D]. 长沙：国防科学技术大学研究生院，2002
Zhang Chunhua. Theory and method of step-down-stress accelerated life testing[D]. Changsa: Graduate School, National University of Defense Technology, 2002(in Chinese)

[2] Meeker W Q, Escobar L A, Lu J C. Accelerated degradation tests: modeling and analysis [J]. Technometrics, 1998, 40(2): 89 - 99

[3] Carey M B, Koenig R H. Reliability assessment based on accelerated degradation: a case study[J]. IEEE Trans on Reliability, 1991, 40(5): 499 506

[4] Nelson W B. Accelerated life testing-step-stress models and data analysis[J]. IEEE Trans on Reliability, 1980, 29(2): 103 - 108

[5] Jia Zhanqiang, Cai Jinyan, Liang Yuying, et al. Research on reliability estimation and performance prediction based on step-up-stress accelerated degradation testing[C]//International Conference on Electronic Measurement & Instruments. Beijing: IEEE, 2009: 302 - 306

[6] Wang Li, Li Xiaoyang, Wan Bo, et al. Step-stress ADT data estimation based on time series method [C]//Proceedings Annual Reliability & Maintainability Symposium. California: IEEE, 2010: 1 - 6

[7] Eghbali G. Reliability estimate using accelerated degradation data [D]. TNJ, USA: Graduate School-New Brunswick Rutgers, the State University of New Jersey, 2000

[8] Luis Mejia Sanchez, Rong Pan. Product robust design via accelerated degradation tests[C]//Proceedings Annual Reliability & Maintainability Symposium. Texas: IEEE, 2009: 89 - 94

[9] 赵建印. 基于性能退化数据的可靠性建模与应用研究[D]. 长沙：国防科学技术大学研究生院，2005
Zhao Jianyin. Study on reliability modeling and applications based on performance degradation [D]. Changsha: Graduate School, National University of Defense Technology, 2005(in Chinese)

[10] GB/T 4882-2001 正态性检验[S]
GB/T 4882-2001 Statistical interpretation of data-normality tests[S](in Chinese)

(编 辑：娄 嘉)