高超声速热流高精度数值模拟方法

姜振华 阎 超

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 通过高超声速下钝锥热流的计算,对影响热流计算精度的因素进行了综合研究. 获得了壁面法向网格 *Re* 数对热流计算的影响规律. 采用边界高阶插值,提高了热流计算精度. 用 Roe 和 AUSM(Advection Upstream Splitting Method) + 格式搭配 minmod 和混合 limiter 两种限制器,探讨了空间离散方法及限制器的耗散性对热流结果的影响. 应用五阶 WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory)方法,对高阶格式计算热流的性能进行了细致研究,最终确立了网格依赖小,热流精度高的计算方法. 研究认为:高阶格式不但可以放宽热流计算对网格 *Re* 数的限制,同时使得格式对本身计算方法的依赖性也变小.

关 键 词: 热流; 网格 *Re* 数; 高阶格式; 高精度

中图分类号: V 211.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2011)12-1529-05

High order accurate methods in numerical simulation of hypersonic heat transfer

Jiang Zhenhua Yan Chao

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Influencing factors of hypersonic heat transfer simulation were studied with the blunt cone model. The connection between heat transfer computation and wall-normal grid Renolds number was established. Stable and accurate heat transfer result was acquired with high-order interpolation methods. A variety of schemes and limiters were evaluated to research the influence of numerical diffusion on heat transfer calculation. Five-order weighted essentially non-oscillatory(WENO) scheme was employed in heat transfer computation and high-order accurate methods for hypersonic heat transfer prediction were established. It shows that high-order scheme can not only broaden the grid Reynolds number range but also reduce the dependence on space discretization methods in heat transfer computation.

Key words: heat transfer; grid Renolds number; high order scheme; high resolution

高超声速气动热的数值模拟是 CFD(Computational Fluid Dynamics)研究的难点问题. 热流是由流体粘性起主导作用的物理现象,在计算中受数值格式、网格分布、收敛过程甚至热流的后处理计算等各方面因素的影响,多种因素之间的交错影响决定了热流计算的复杂性[1-7]. 因此迄今为止,热流 CFD 计算中还存在一些没有解决的问题. 网格对热流计算的影响很大,多数讨论热流计算网格的文献[2-6]均把网格 *Re* 数作为重要参数加以分析. 早期研究[2]已指出,热流计算结果与物面附近网格尺寸有密切关系. 文献[4]研究则表明,二阶格式的热流结果随网格 *Re* 数有一个明显的收敛过程,而高阶格式的计算结果则对边界层内网格 *Re* 数不敏感.

对于 CFD 而言,Roe 的 FDS(Flux Difference Splitting)格式和 AUSM(Advection Upstream Split-

收稿日期: 2010-08-12; **网络出版时间**: 2011-12-27 10:32; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111227.1032.002
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111227.1032.002.html
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90716010); 国家重点基础研究发展计划资助项目(2009CB724104)
作者简介: 姜振华(1986 -),男,山东威海人,博士生,zhenhua122122@163.com.

ting Method)系列格式是目前广泛使用的两类上风格式. 而利用限制器限制高阶项的作用,或使格式局部地退化为完全一侧的一阶或二阶精度的格式,这在所有上风型格式中都是十分必要的. 不同的空间离散方法和限制器搭配使用,对热流计算产生的影响在国内外并没有进行系统地研究. 本文通过对比 Roe 格式和 AUSM + 格式搭配 minmod 限制器和混合限制器的热流结果,对离散方法和限制器搭配使用的综合性能,进行规律性的分析与总结.

数值格式的耗散性对热流的准确预测有重要影响,就目前已有的理论和数值模拟经验来看,高阶格式可显著降低对网格分辨率的要求[4-5,7]. 而本文研究了五阶 WENO(Weighted Essentially Non-Oscillatory)格式对热流预测精度和稳定性的改善,在探讨高阶格式降低网格依赖性的基础上,进一步研究了高阶格式对空间离散方法的依赖性,所得结论在同类文献中未见发表.

1 数值方法

本文的热流通过求解采用薄层假设的三维可压 Navier-Stokes 方程(TLNS 方程),在一般坐标系下可写为如下形式:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \xi}+\frac{\partial \tilde{G}}{\partial \eta}+\frac{\partial \tilde{H}}{\partial \zeta}=\frac{M_\infty}{Re_\infty}\left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \xi}+\frac{\partial \tilde{G}_v}{\partial \eta}+\frac{\partial \tilde{H}_v}{\partial_\zeta}\right) \tag{1}$$

壁面热流 q_w 由下式计算:

$$q_w=-\frac{M_\infty}{Re}\frac{\mu}{(\gamma-1)Pr}\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{n}} \tag{2}$$

其中,$\boldsymbol{n}$ 为壁面的法向;M_∞ 和 Re 分别为来流马赫数和雷诺数;μ 为动力粘性系数;气体比热比 $\gamma=1.4$;普朗特数 $Pr=0.72$.

数值离散采用有限体积法,对于无粘项离散,二阶格式采用 MUSCL(Monotone Upstream-centred Schemes for Conservation Laws)插值获得单元界面两侧的守恒变量,并通过构造限制器来抑制插值产生的振荡[8]. 五阶格式采用逐维重构的 WENO[9]方法获得界面两侧的守恒变量,单元界面平均通量则通过上风格式计算,粘性项的离散采用二阶中心差分.

2 网格 *Re* 数对热流的影响规律

网格 Re 数定义式为

$$Re_c=\rho_\infty v_\infty n/\mu_\infty \tag{3}$$

其中特征尺寸 n 通常取壁面第一层网格法向高度. 对于同一计算状态,网格 Re 数的大小可以反映出近壁面网格疏密情况. 研究选取了钝锥模型[10]进行计算,网格数目 $80\times37\times50$(流向×周向×法向). 来流条件为马赫数 $M_\infty=10.6$,来流温度 $T_\infty=47.3$ K,壁面温度 $T_w=294.44$ K,单位长度来流雷诺数 $Re_\infty=3.937\times10^6\ \mathrm{m}^{-1}$. 模型长 447 mm,头部曲率半径为 27.94 mm.

本文分别应用高阶(三阶)和低阶(二阶)两种边界格式进行对比研究. 图 1 给出不同网格 Re 数下,钝锥驻点热流 Q_s 的计算结果与实验值对比. 从中看出,驻点热流随网格 Re 数减小都能收敛到确定值. 同时高阶边界格式比低阶边界格式收敛的网格 Re 数小,但是收敛结果更加准确. 分析认为,热流是对温度进一步数值离散得到的间接量. 高阶插值求解热流,需在边界附近采用更多的模板点,这一方面使热流计算对壁面附近的网格分布更加敏感,导致热流收敛的网格 Re 数较小. 另一方面也获取了更多的流场信息,使得插值计算的结果更加准确,因而能更好地逼近热流真实值.

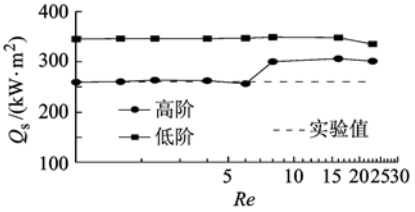


图 1 不同网格 Re 数计算的驻点热流

图 2 给出钝锥头部的热流 Q 分布图. 结果表明,当网格 Re 数小于 20 以后,热流在整个球头处已经基本收敛,并且这种收敛趋势随离开驻点距离的增大而变好. 这意味着如果驻点热流收敛,则表面热流也早已收敛. 因此能否准确预测驻点热流是钝锥热流计算的关键,所以下文将着重研究驻点处的热流计算状况.

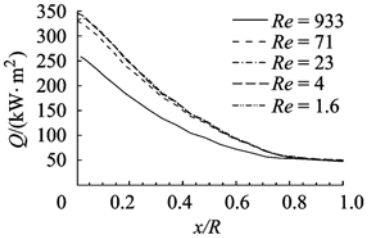


图 2 不同网格 Re 数计算球头热流分布

3 空间离散方法和限制器综合性能对热流计算的影响规律

模型和来流条件不变,空间离散方法采用

Roe 和 AUSM + 两种格式,限制器采用 minmod limiter 和混合(blend) limiter 两种限制器. 采用高阶边界格式以提高热流求解精度,网格 *Re* 数为 1 ~ 30,以驻点热流值为考察依据. 图 3 和图 4 代表固定限制器下,不同空间离散方法的结果;图 5 和图 6 代表固定空间离散方法下,不同限制器的结果.

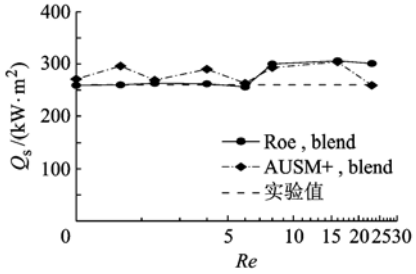


图 3　混合 limiter 下不同离散格式的结果

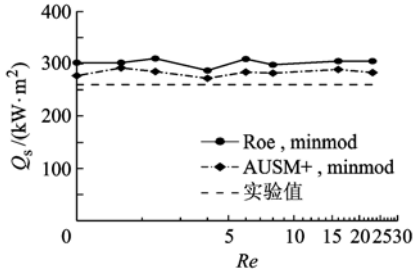


图 4　minmod limiter 下不同离散格式的结果

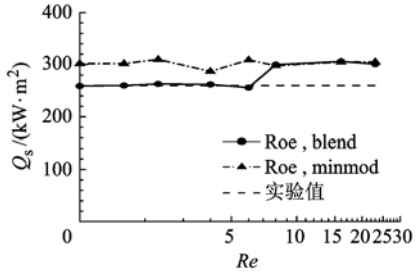


图 5　Roe 格式下不同限制器的结果

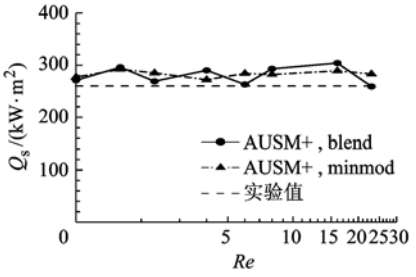


图 6　AUSM + 格式下不同限制器的结果

图 3 和图 4 都表明,随网格 *Re* 数减小,Roe 格式和 AUSM + 格式的热流结果增减趋势基本一致,但 AUSM + 格式比 Roe 格式的热流结果振荡剧烈,网格收敛性差. 分析认为,AUSM + 格式存在数值振荡和激波后数值过冲的问题,造成不同网格 *Re* 数下的热流结果差别较大. 而图 4 表明,耗散性大的 minmod 限制器一定程度上能抑制 AUSM + 格式的振荡,但却使 Roe 格式的计算结果整体偏高. 分析认为,AUSM + 格式无需熵修正,数值耗散小,而引入熵修正的 Roe 格式则增大了本身的耗散性,反映在热流计算上,就得到图 4 中 Roe 格式的计算结果比 AUSM + 格式的结果整体偏高.

图 5 和图 6 都表明,minmod limiter 比混合 limiter 计算的热流结果稳定,网格收敛性好. 然而图 5 中 minmod limiter 热流的收敛值大约在 300 kW/m^2,混合 limiter 则非常精确地收敛到了实验值 260 kW/m^2. 图 6 中 minmod limiter 热流的收敛值也在实验值之上. 这意味着耗散性大的 minmod limiter 可以获得稳定、收敛的热流结果,但过大的数值耗散却能影响结果的精确性,往往得到偏大的计算结果. 耗散性小的混合 limiter 则相反,计算的热流结果不稳定,网格收敛性差,但由于本身对接触间断的分辨率较高,一旦热流值达到收敛状态,其结果会比 minmod limiter 的精确性更高.

综合来看,离散格式和限制器的耗散性对热流结果的准确性影响很大. 一方面,耗散性越大,结果对网格的依赖性越小,得到的热流结果越稳定. 然而另一方面,过大的数值耗散会降低格式对粘性作用区的分辨率,从而导致热流结果的准确性降低. 本文的研究表明,耗散性大计算方法,得到的热流结果高于实验值,且这种偏高的趋势不受网格等其他因素影响.

4　高阶格式对热流计算的影响规律

前文通过减小壁面网格 *Re* 数,利用二阶 MUSCL 格式结合高阶边界格式获得了热流的准确结果(见图 1). 从中看出,二阶 MUSCL 格式要求离开物面的第一层网格高度必须达到一个非常小的尺度,得到的热流结果才是可靠的. 为放宽热流计算对网格 *Re* 数的限制,此处利用五阶 WENO 格式开展高阶格式在热流计算中的应用研究.

图 7 为二阶 MUSCL 格式和五阶 WENO 格式计算的 20°攻角下钝锥背风面流线图,作为对比,给出文献[11] LAURA 程序的计算结果. 可以看出相比二阶格式,五阶格式清晰地分辨出二次分离线. 而 LAURA 程序尽管周向网格数增加一倍,仍没很好地分辨出二次分离. 这证明高阶格式对流场分辨率更高,其捕捉的细节更加清晰明显.

为考察高阶格式的网格依赖性,选取一个较宽范围内的 8 个典型的网格 Re 数进行计算. 图 8 给出二阶 MUSCL 格式和五阶 WENO 格式的驻点

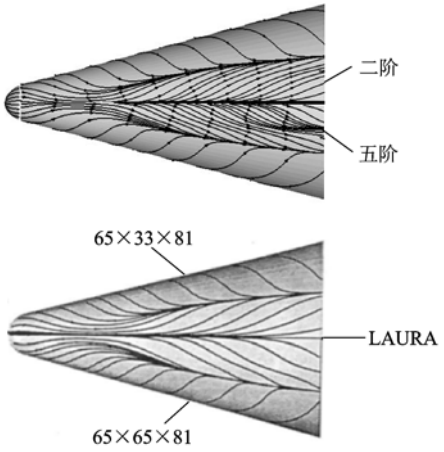


图 7 背风面表面流线图对比

热流计算结果. 明显看出随网格 Re 数的变化,五阶格式的热流结果波动小且精度高. 而两者热流收敛的最小的网格 Re 数相差将近两个量级,这意味着高阶格式对网格的依赖性更小,即使在放宽网格 Re 数的情况下,也可得到比较稳定且准确的计算结果.

为考察不同阶格式对空间离散方法的依赖性,本文选取了 AUSM + 和 Roe 两种离散方式,分别用二阶和五阶格式进行了热流计算,结果如图 9 所示. 图中纵坐标接近 0 的程度,代表由于离散方法不同而造成热流结果差异的大小. 图 9 整体显示了这种由离散方法不同造成的差距,会随着格式阶数的提高而减小,且这种变小的趋势在网格 Re 数较大时表现得更明显. 这说明,高阶格式不但使得计算方法对网格的依赖性变小,而且使得格式对本身计算方法的依赖性也变小.

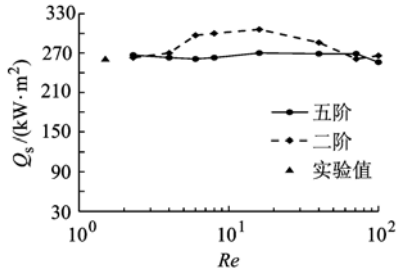
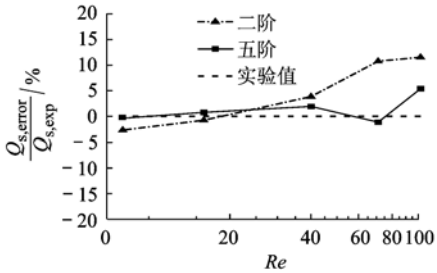


图 8 不同阶格式热流结果对网格依赖性对比



$Q_{s,error}$ 表示 AUSM + 格式计算的 Q_s 减去 Roe 格式计算的 Q_s;$Q_{s,exp}$ 表示驻总热流实验值.

图 9 不同阶格式热流结果对离散方法依赖性对比

为考察本文确定的高精度气动热计算方法对复杂外形以及复杂流动的气动热预测能力,模拟了双椭球高超声速绕流[5]. 计算条件 $M_\infty = 8.15$, $T_\infty = 56\,\mathrm{K}$, $T_w = 288\,\mathrm{K}$, $Re_\infty = 1.67 \times 10^5$,攻角 0°和 20°. 计算网格 129 × 77 × 70(流向 × 周向 × 法向),壁面法向第一层网格 Re 数为 2,采用五阶 WENO 格式计算.

图 10 和图 11 分别给出 0°和 20°攻角对称面 Ma 线以及壁面流线和热流结果. 从 Ma 线图中看出,0°攻角,椭球相贯处镶嵌激波与头部激波相互作用,产生滑移面. 攻角增大,两道激波的相互作用消失,基座椭球迎风面激波强度增强且向物面压缩. 整体来看,流场等 Ma 线清晰无抖动,壁面热流云图颜色分布均匀、过渡光滑,对比壁面流线,可以清晰看出激波/边界层干扰引起的一次和二次分离,计算体现了高阶格式对复杂流动精细结构的高分辨率. 图 12 和图 13 分别给出 0°和 20°攻角下,双椭球对称面热流沿轴向的分布,其中计算结果以驻点热流值归一化. 可以看出,除 0°攻角再附点热流峰值低于实验结果,其他计算结果和实验值吻合得很好. 而再附点热流峰值较低这一点和相关文献的计算结果相类似,原因可能与薄层假设的计算前提有关.

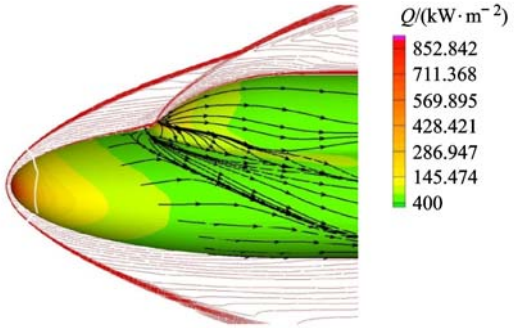


图 10 攻角 0°等 Ma 线,壁面流线及热流分布图

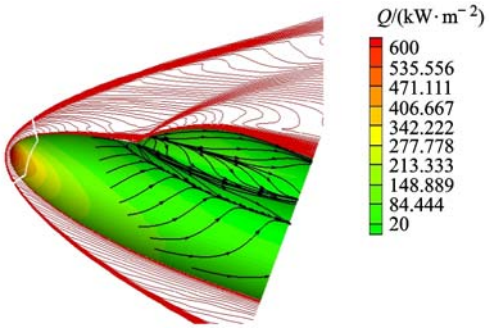


图 11 攻角 20°等 Ma 线,壁面流线及热流分布图

对于同样的计算状态和网格,以密度平均残差下降两个量级作为收敛依据,表 1 给出了二阶和五阶格式达到收敛状态所需的迭代步数,明显看出,高阶格式的收敛更加困难. 同时给出了两种

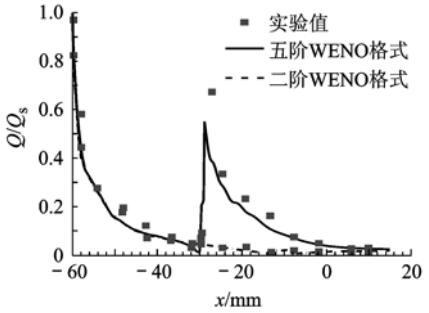


图 12　攻角 0°对称面热流分布与实验对比

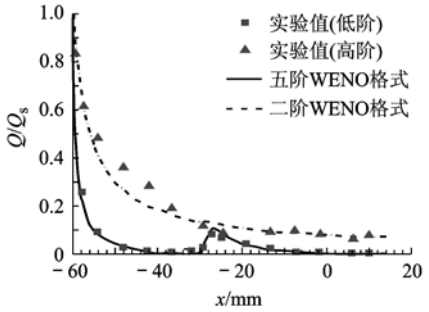


图 13　攻角 20°对称面热流分布与实验对比

格式迭代相同步数所需的计算时间,结果表明,五阶 WENO 格式比二阶 MUSCL 格式的计算量增大 20% ~30%,且模型复杂、网格量增大,高阶格式的计算量和计算时间增加更明显.

表 1　二阶和五阶格式计算量对比

模型	阶数	迭代步数	迭代 6000 步 CPU 时间/min
钝锥	二阶	1540	170
	五阶	2400	213
双椭球	二阶	3530	489
	五阶	4580	650

5　结　论

本文对影响热流计算精度的因素进行了研究,研究内容包括网格因素、热流求解插值方法、离散格式及限制器以及高阶格式等方面,获得了精度高、网格依赖性小的气动热预测方法. 研究得到结论如下:

1) 热流计算受壁面第一层法向网格 *Re* 数影响很大,但随网格 *Re* 数不断减小,热流结果会趋于稳定. 本文研究表明,网格 *Re* 数小于 6 以后,二阶格式得到的驻点热流已差别不大.

2) 采用高阶插值来求解热流,可以提高热流计算精度. 但由于采用了边界上更多的网格点信息,会使得热流求解对网格的依赖性变大.

3) 热流依赖于计算所采用的离散格式和限制器,Roe 格式的结果比 AUSM + 格式的结果要稳定,限制器耗散性越大,热流对网格的依赖性越小,但是结果精度较差,往往要高于实验值.

4) 相比低阶格式,高阶格式耗散性小,计算热流精度高,刻画流动细节能力强,明显放宽了热流计算对网格 *Re* 数的限制. 同时高阶格式对本身离散方法的依赖性也明显降低,由于离散方法不同导致的热流差异相比低阶格式大大减小,该特性在网格 *Re* 数较大时体现更加明显.

参考文献 (References)

[1] 李君哲,阎超. 气动热 CFD 计算的格式效应研究[J]. 北京航空航天大学学报,2003,29(11):1022 - 1025
Li Junzhe, Yan Chao. Research on scheme effect of computational fluid dynamics in aerothermal[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(11): 1022 - 1025 (in Chinese)

[2] Klopfer G H, Yee H C. Viscous hypersonic shock/shock interaction on blunt cowl lips [R]. AIAA-88-0233, 1988

[3] Hoffmann K A, Siddiqui M S, Chiang S T. Difficulties associated with the heat flux computations of high speed flows by the Navier-Stokes equations[R]. AIAA 91-0457, 1991

[4] 刘昕,邓小刚,毛枚良,等. 高精度格式 WCNS_E_5 计算物面热流[J]. 计算物理,2005,22(5):393 - 398
Liu Xin, Deng Xiaogang, Mao Meiliang, et al. A high-order accurate scheme WCNS_E_5 applied to body heat transfer distributions[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2005, 22(5): 393 - 398 (in Chinese)

[5] Liu Xin, Deng Xiaogang. Application of high-order accurate algorithm to hypersonic viscous flows for calculating heat transfer distributions[R]. AIAA 2007-691, 2007

[6] 段占元,童秉纲,姜贵庆. 高分辨率有限差分:有限元混合方法及其在气动热计算中的应用[J]. 空气动力学学报,1997,15(4):462 - 467
Duan Zhanyuan, Tong Binggang, Jiang Guiqing, A high resolution hybrid finite difference: finite element method and its applications to aerodynamic heating calculation [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 1997, 15(4): 462 - 467 (in Chinese)

[7] 王发民,沈月阳,姚文秀,等,高超声速升力体气动力气动热数值计算[J]. 空气动力学学报,2001,19(4):439 - 445
Wang Famin, Shen Yueyang, Yao Wenxiu, et al. Aerodynamic and aerothermal numerical simulation of hypersonic lifting body configuration [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2001, 19(4): 439 - 445 (in Chinese)

[8] Van Leer B. Towards the ultimate conservation difference scheme V: a second-order sequal to Godunov's methods [J]. Journal of Computational Physics, 1979, 32(1): 101 - 136

[9] Titarev V A, Toro E F. Finite-volume WENO schemes for three-dimensional conservation laws [J]. Journal of Computational Physics, 2004, 201(1): 238 - 260

[10] Cleary J W. Effects of angle of attack and bluntness on laminar heating-rating distributions of a 15° cone at a Mach number of 10.6 [R]. NASA TN D-5440, 1969

[11] Greene F. Application of the multigrid solution technique to hypersonic entry vehicles[R]. AIAA-93-2721, 1993

(编　辑:李　晶)