基于遗传算法的双余度无刷直流电机优化设计

武志勇 郭 宏 吕振华 钱 浩

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对航空电作动系统用双余度无刷直流电机的方案寻优问题,提出了一种基于遗传算法的优化设计方法.通过分析航空作动系统的特点和性能要求得出电机优化设计的目标函数和约束条件.建立电机的电磁和热路模型,得到目标函数和约束条件的解析方程.其中,在电磁模型的建立过程中,采用解析方法得到气隙磁密和反电势系数表达式;在热路模型的建立过程中,采用 Bertotti 分立铁耗法计算铁心损耗,并利用热路法求解电机各部分的温升.通过遗传算法对电机重量全局寻优.计算结果表明:在满足性能要求的前提下,优化设计方案合理,电机重量减小了 13.3%,验证了该优化设计和建模方法的有效性.

关 键 词: 无刷直流电机; 优化设计; 遗传算法

中图分类号: TM 302

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2011)12-1541-05

Genetic algorithm based optimal design for dual-redundancy brushless DC motor

Wu Zhiyong Guo Hong Lü Zhenhua Qian Hao

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A genetic algorithm (GA) based global optimization for a dual-redundancy brushless DC motor (DR-BLDCM) used in aviation actuators was presented. The aim of the optimal design is to reduce the weight of the motor. First, the objective function was established based on the electromagnetic and thermal models. The electromagnetic models include the flux density and the back-electromotive force coefficient expressed by the analytical method. The thermal models were established by the thermal circuit method, in which an accurate estimation for the iron loss was considered. Then the structural parameters of the dual-redundancy brushless DC motor were optimized by using the GA and taking account of the electromagnetic and thermal characteristic constrains. The result of the optimization shows that the weight of the motor had been reduced by 13.3%. This method can be used as a reference for other motor optimal design.

Key words: brushless DC motor; global optimization; genetic algorithm

无刷直流电动机具有控制简单、功率密度大等特点,被广泛地应用于现代航空电作动系统中.为了保证系统的可靠性,无刷直流电机多采用余度形式,因结构冗余导致电机体积重量增加,在保证系统性能指标要求的基础上,需要对电机的重量进行优化设计,以满足现代航空设备小型化、轻量化的要求[1].

无刷直流电动机加滚珠丝杠,作为一种常用的直线伺服结构,广泛地应用于飞行器舵面驱动、桨叶控制等领域.在对伺服系统内电动机进行重量优化时,需要结合滚珠丝杠进行整体考虑,以保证电机的输出特性满足系统的诸如直线端最大负载力、最大直线速度和频率响应等性能要求,从而形成电机重量优化过程中的约束条件.

无刷直流电机参数优化是一个高度非线性、多参数、复杂的优化问题,优化计算成本高,寻求

收稿日期: 2010-08-02; **网络出版时间**: 2011-12-21 09:56; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111221.0956.004

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111221.0956.004.html

作者简介: 武志勇(1985 -),男,河北石家庄人,硕士生,wuzhiyong29@126.com.

高效优化算法对无刷直流电机参数优化具有重要意义. 遗传算法的高度并行、随机、自适应搜索能力适合在特定情况下解决多自由度强非线性问题. 因此本文采用遗传算法对无刷直流电机结构参数进行优化研究[2].

在遗传算法实现过程中,数学模型的准确建立是优化的前提和基础. 在建立电机电磁模型时,文献[2-3]分别采用磁路差值法和等效电路法对电机的磁路进行分析. 在建立定子铁心的铁耗模型时,常采用计算铁损的经验公式,这种方法对于在工频交流电下工作的异步电机勉强适用. 而永磁无刷直流电机结构多样,气隙磁场呈方波,以此方法计算铁耗,误差较大[4]. 在建立约束条件时,文献[5]针对其目标函数的特点,未考虑反电势常数、静转矩等因素. 文献[5-6]通过工程经验,限定电流密度变化域以达到控制温升的目的,优化结果需进一步校核温升特性.

本文针对电气双余度无刷直流电机的特点,根据系统性能指标确定出电机优化的目标函数和具体约束条件,基于遗传算法对电机的重量进行寻优. 经过优化后,电机重量减轻,基于遗传算法的优化设计方法取得良好效果.

1 遗传算法在优化设计中的实现

1.1 优化设计变量的选择

在选择自变量时,不同的优化目标和具体的设计要求决定了自变量选择的不同[2,7]. 选取 6 个变量作为优化设计变量:转子外径 D_m,线径 d,每槽导体数 n,电机轴向长度 L,槽高 H_s 和齿宽 t.

图 1 为某种电气双余度无刷直流电机的轴向截面图.

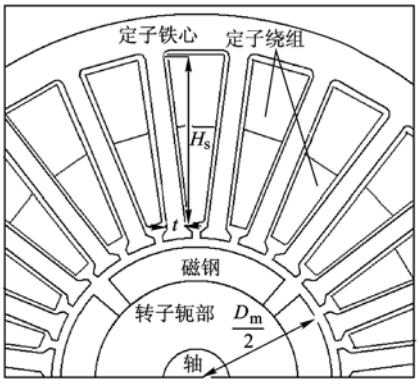


图 1 某种电气双余度无刷直流电机的轴向截面图

1.2 初始群体编码

根据系统的外形尺寸限制以及结构工艺制造的约束,赋予各变量变化的基本范围值为

$$14\ \text{mm} \leqslant D_m \leqslant 24\ \text{mm} \quad 0.2\ \text{mm} \leqslant d \leqslant 0.5\ \text{mm}$$

$$6 \leqslant n \leqslant 15$$

$$30\ \text{mm} \leqslant L \leqslant 80\ \text{mm} \quad 8\ \text{mm} \leqslant H_s \leqslant 10\ \text{mm}$$

$$1.6\ \text{mm} \leqslant t \leqslant 1.9\ \text{mm}$$

运用二进制编码方法,对各变量进行编码,同时将其对应的二进制码符号集合,采用一定的次序连接起来,通过这种方式得到优化设计初始群体染色体码串.

1.3 适应度函数设定的方法

确定电机的重量为优化目标,同时应根据系统的性能指标建立电机优化的约束条件. 系统性能指标见表 1.

表 1 系统性能指标

参数	数值
最大负载力/kN	5
空载直线最大速度/(mm·s^{-1})	150
频响带宽/Hz	24

根据性能指标作以下分析:

1)电机反电势常数 K_e 恒定. 系统需要满足固定的直线端最大速度,因此电机的空载转速 n_0 为定值. 当电源电压 U 恒定时,应保证 K_e 在寻优过程中保持恒定.

2)电机峰值转矩 T_s 同时满足直线端最大负载力和最大频响转矩的要求. 对于电机加滚珠丝杠结构,电机转矩与直线负载力的关系为

$$T_L = \frac{F_A P_h}{2\pi\eta_1} \tag{1}$$

式中,F_A 为直线力;P_h 为滚珠丝杠的导程;η_1 为传动机构的效率. 在滚珠丝杠的导程确定的情况下,电机所需提供的转矩与 F_A 成正比. 当直线端速度为 0 时,F_A 最大,此时电机所需提供的转矩最大. 同时,根据系统频率响应特性可知,电机需要提供的转矩为

$$T_J = (J_m + J_s)A \tag{2}$$

式中,J_m 为电机的转动惯量;J_s 为滚珠丝杠的转动惯量;A 为根据系统频响特性解算出的最大角加速度.

对于电机优化方案,其 T-N 曲线图需满足的条件如图 2 所示,T_s 必须大于或等于 T_L 和 T_J 中的最大的值,使得 T_s 均能满足直线端最大负载力和最大频响转矩的要求.

3)额定工作点的温升 T_r 以及槽满率应限制于允许范围之内.

最终确定电机优化的约束条件为 K_e,T_s,T_r 和定子槽满率 v_e. 对这些约束条件做归一化处理可得

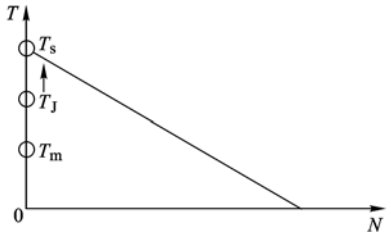


图 2　电机 *T-N* 曲线上峰值转矩示意图

$$\left.\begin{aligned} g_1(x) &= K_e = 0.03 \\ g_2(x) &= (T_{s0} - T_s)/T_{s0} \leqslant 0 \\ g_3(x) &= (T_{r0} - T_r)/T_{r0} \leqslant 0 \\ g_4(x) &= (v_{e0} - v_e)/v_{e0} \leqslant 0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

由于考虑到系统的摩擦力矩和附加力矩的影响,T_s 应满足系统直线端 150% 的性能指标,即 $T_{s0} > 1.5\max(T_L, T_J)$,电机额定点温升 $T_{r0} = 70℃$,槽满率 $v_{e0} = 0.55$.

综上所述,选择重量为电机优化的目标,适应度函数要体现齿槽效应、反电势常数等约束条件,将计算得出的增广目标函数采纳为适应度函数,适应度函数如下式所示:

$$F(x) = f(x) + \sum_{i=2}^{4} | \min[0, g_i(x)] |^2 \omega_i$$
$$g_1 = 0.03 \tag{4}$$

式中,ω_i 为各罚函数的惩罚系数.

1.4　群体数与进化代数的设定

根据遗传算法原理,通过遗传算法得到局部最优解的可能性随着群体数量的增大而增大,可是群体规模数超过一定的范围之后,会带来计算速度上的劣势. 计算过程中,通过两步分布进行计算得到全局最优解. 计算电磁方案时的群体选择的相对较多,选择 10 000 个初始群体个数,当群体数量达到限额时,优化效果的增加与群体数无关,因此关于尺寸的个体选择为 5 000 个.

从遗传算法角度出发,优化效果与进化代数成正比. 但当代数达到一定的数值之后,再增加进化代数对计算结果的效果没有改善. 选择进化代数在 60 ~ 100 之间. 本文选择 100 代为进化代数.

1.5　交叉概率、变异概率的选择

在群体进化的过程中,交叉概率、变异概率的选择是一个难点. 交叉概率 P_c 决定了高适应度的个体存活的几率,P_c 过小,将使搜索时间趋于缓慢;而变异概率 P_m 与产生新个体的几率相关,但 P_m 过大,遗传算法的过程便会成为随机搜索算法[6]. 综合各方面考虑选择 $P_c = 0.85$, $P_m = 0.2$.

2　约束条件数学模型的建立

在电机优化设计过程中,数学模型的准确建立是优化的前提和基础. 由上节分析可知,需要建立各约束条件模型数值解析表达式,包括建立电机的反电势常数模型和温升模型. 求解电机温升时,需要得到电机铁耗模型.

2.1　K_e 的建立

通过解析计算方法对电机的气隙磁密和反电势常数建模.

在建立气隙磁密表达式时,采用许-克变换建立含有齿槽效应的气隙相对比磁导函数,该气隙相对比导率函数反映了齿槽效应对气隙磁场的影响程度[8-9]. 通过解析表达式可以计算出具有齿槽效应的气隙磁密. 计算过程如下:

1) 在忽略定子开槽影响的基础上,以永磁磁极 N 极为极坐标轴,永磁磁极在圆弧状气隙内产生磁场的径向分量为 $B(\alpha, r)$,α 和 r 分别为机械角度和轴向半径. 文献[8]已作详细分析,不再赘述.

2) 考虑定子开槽情况,其气隙的相对比磁导函数会产生周期变化. 相对比磁导的表达式为 $\tilde{\lambda}(\alpha, r)$,当永磁体为径向充磁时,开槽后的气隙磁密表达式为[8-9]

$$B_{\text{final}}(\alpha, r) = B(\alpha, r)\tilde{\lambda}(\alpha, r) \tag{5}$$

得到电机的气隙磁密表达式后,可根据式(6)得到电机的反电势常数为

$$K_e = \frac{4p}{\pi\alpha_p} W_\Phi \Phi_\delta =$$
$$\frac{4p}{\pi\alpha_p} W_\Phi \int_{\alpha_i}^{\alpha_i+\alpha_y} B_\gamma(r, \alpha - \gamma)\tilde{\lambda}(\alpha, r)\,\mathrm{d}\alpha \tag{6}$$

式中,p 为极对数;α_p 为极弧系数;W_Φ 为相绕组匝数;Φ_δ 为气隙磁通;α_i 为相绕组线圈边的初始电角度;γ 为初始机械角度;α_y 为线圈的跨距角.

2.2　铁损模型的建立

按照 Bertotti 分立铁耗原则,铁磁材料的损耗可以分为磁滞损耗、经典涡流损耗和异常损耗. 如不考虑局部磁滞环,表达式为[4,10-12]

$$\left.\begin{aligned} P_{Fe} &= P_h + P_e + P_a \\ P_h &= K_h f B_m^2 \\ P_e &= K_{ee} f^2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{\mathrm{d}B(\theta)}{\mathrm{d}(\theta)}\right]^2 \mathrm{d}\theta \\ P_a &= K_a f^{1.5} \int_0^{2\pi} \left[\frac{\mathrm{d}B(\theta)}{\mathrm{d}(\theta)}\right]^{1.5} \mathrm{d}\theta \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中,P_{Fe} 为铁耗;P_h 为磁滞损耗;P_e 为经典涡流损耗;P_a 为异常涡流损耗;K_h 为磁滞损耗系数;f 为交变磁场的频率;B_m 为磁密幅值;K_{ee},K_a 为经典涡流损耗系数和异常涡流损耗系数.

由于在定子铁心内各部分磁密不同,计算磁

密分布时,将定子齿部和轭部分别考虑. 上节已得到气隙磁密的表达式,根据气隙磁密的幅值,由式(8)、式(9)近似得出齿磁密 B_z、轭部磁密 B_j 幅值:

$$B_z = \frac{b_z}{tk_{Fe}} B_m \tag{8}$$

式中,b_z 为齿距;k_{Fe} 为铁心叠压系数.

$$B_j = \frac{\phi_\delta}{2l_a h_s k_{Fe}} \tag{9}$$

式中,l_a 为电枢铁心长度;h_s 为电枢轭部高度.

由式(7)可知,P_h 与 B_m 有关. P_e 和 P_a 与磁密随时间的变化率有关. 无刷直流电机的气隙磁密为方波,因此对气隙磁密进行傅里叶分解,得到各阶次磁密变化频率和幅值. 联立式(7)~式(9)分别计算各部分的铁耗.

2.3 温升模型的建立

建立热路集总参数模型[13-15],建模过程中忽略电机转子铁耗. 电机的定子部分热源包括绕组的铜损和定子齿部、轭部的铁损. 定子各部分和机壳在散热途径中集总等效为热阻.

计算电机的温升,作如下假设:

1) 电机等效成若干层同心圆柱体,每一层圆柱体代表不同材料的模型,圆柱体的体积和原模型体积相同. 假设热流完全按径向传热,每一层圆柱体表示等效热路法中两个测量节点的一个热阻模型[15],如图 3 所示.

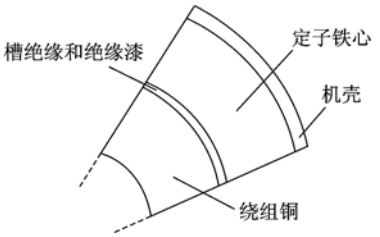
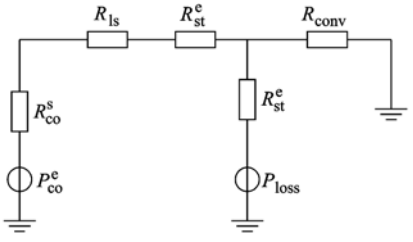


图 3 电机圆柱体等效模型

2) 忽略材料热导率随温度的变化.

3) 考虑稳态情况下的传热过程.

等效定子热路模型[15]如图 4 所示.



P^e_{co}—铜损;R^s_{co}—铜线自身发热热阻;R_{ls}—槽绝缘热阻;R^e_{st}—定子铁心热阻;P_{loss}—铁心损耗;R_{conv}—机壳散热热阻.

图 4 等效定子热路模型

当电机作以上假设后,每一圆柱体部分的温升为[14-15]

$$\Delta T = R_{in} P_{in} + R_{out} P_{out} \tag{10}$$

等式右边第 1 项表示本层内部产生的热量 P_{in} 导致本层热阻 R_{in} 的温升,第 2 项表示内层传递的热量 P_{out} 导致本层热阻 R_{out} 的温升. 其中对于绕组铜、槽绝缘和绝缘漆、定子铁心而言,等效圆柱体部分的热阻可由下式直接计算得

$$R = \frac{\delta}{2\pi\lambda L_m} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \tag{11}$$

式中,δ 为等效圆柱体宽度;λ 为各部分热导率;L_m 为各部分等效圆柱体的长度;r_1,r_2 分别为等效圆柱体的内外径. 而对于槽绝缘和绕组绝缘漆,其组成的材料热导率不同,根据所使用材料的热导率及厚度,得出其合成热导率为

$$\lambda = \frac{\sum_1^n \delta_n}{\sum_1^n \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \tag{12}$$

式中,δ_n 为各部分结构的等效圆弧宽度;λ_n 为各部分的热导率.

机壳表面部分沿径向向空气散热,其表面散热热阻为

$$R_{conv} = \frac{1}{\alpha_F A_F} \tag{13}$$

式中,α_F 为表面散热系数;A_F 为散热面积. 双余度无刷直流电机采用密闭空间自然冷却方式,机壳表面等效散热系数设为 14.2 W/m^2 · ℃[13].

3 全局优化设计过程与结果分析

本节给出了双余度无刷直流电机寻优设计中使用遗传算法的流程,优化设计流程图如图 5 所示.

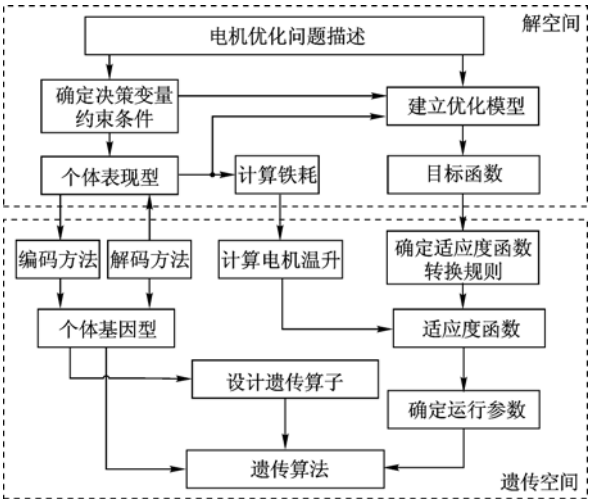


图 5 基于遗传算法的优化设计流程图

根据上述遗传算法的基本原理,在 Matlab 环境下,编写优化计算程序. 以电机的重量为优化目标,以 K_e、相电阻值、温升、槽满率为约束条件进行优化计算.

表 2 为通过磁路法和经验公式计算得到的电机参数与通过遗传算法优化得到的电机参数的比较. 表 3 为两个方案电机的性能比较.

表 2　优化前方案和优化后方案的结构参数

参数	优化前	优化后
p	2	2
槽数	24	24
铁心材料	1J22	1J22
磁钢材料	SmCo24	SmCo24
绕组匝数	7	14
D_m/mm	18.4	14.8
气隙长度/mm	0.8	0.8
定子外径/mm	46	44
磁钢厚度/mm	2	2
H_s/mm	8.5	9
b_z/mm	1.7	1.6
L/mm	85	55
d/mm	0.4	0.25
并绕数	4	4

表 3　优化前方案和优化后方案的性能比较

参数	优化前	优化后
额定电压/V	28	28
相电阻/Ω	0.06	0.2
转矩常数/(mm · s^{-1})	0.03	0.03
T_s/(N · m)	5.5	1.5
额定功率/W	80	60
额定转速/(r · min^{-1})	8 000	8 000
空载转速/(r · min^{-1})	9 000	9 000
v_e	52%	54%
工作在额定点时定子铁耗/W	13	7
环境温度/℃	75	75
电枢温升/℃	68	72
J_m/(kg · m^2)	8.2×10^{-6}	1.5×10^{-6}
重量/kg	0.75	0.65

如表 3 所示,优化后方案电机重量与优化前方案相比减小了 13.3%. 从系统性能角度上分析寻优后结果:①K_e 保持恒定;②电机的 J_m 减小,相应的 T_s 降至 1.5 N · m;③电机额定点的温升为 72℃,为系统温升允许范围的上限,说明电负荷与磁负荷选取已处于极限状态;④电机的 v_e 为 54%,满足约束条件要求.

综合考虑滚珠丝杠的参数和系统的摩擦和附加力矩后,对采用优化前与优化后电机方案的直线驱动系统性能进行对比,如表 4 所示. 其中滚珠丝杠的导程为 1 mm,$J_m = 0.5\times10^{-6}$ kg · m^2.

由表 4 可知,优化前与优化后,无刷直流电机加滚珠丝杠驱动系统均满足表 1 所示的性能指标要求,且优化之后,直线驱动系统的重量减小 0.1 kg. 证明了采用遗传算法对电机重量寻优的有效性.

表 4　优化前后系统性能比较

参数	优化前	优化后
空载最大直线速度/(mm · s^{-1})	150	150
最大负载力/kN	21	5
频响带宽/Hz	24	26

4　结　论

针对飞行器作动系统性能要求,利用遗传算法对电机重量进行寻优. 结合直线驱动系统的具体特点,确定了电机优化的约束条件,并分别通过解析计算方法、Bertotti 分立铁耗法和热路法得到电机的气隙磁密、反电势系数、损耗和温升的表达式. 优化结果表明:优化后方案满足直线驱动系统的性能指标要求,优化后方案与优化前方案相比重量减小了 13.3%,寻优取得了良好效果. 寻优方法有效,可为该类型电机的方案优化提供参考.

参考文献(References)

[1] 王自强,张龙,黄燕丹. 飞行控制用无刷直流电动机的优化设计[J]. 北京航空航天大学学报,2004,30(7):588 - 592
Wang Ziqiang, Zhang Long, Huang Yandan. Optimaization design of brushless DC motor for flight control [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 30(7): 588 - 592(in Chinese)

[2] 陈金涛,辜承林. 基于遗传算法的永磁直流电机优化设计[J]. 微电机,2006,39(8):17 - 20
Chen Jintao, Gu Chenglin. Design optimization of permanent-magnet DC machine based on genetic algorithm[J]. Micromotors Servo Technique, 2006, 39(8): 17 - 20(in Chinese)

[3] Kim Ki-Chan, Lee Ju, Kim HeeJun. Multiobjective optimal design for interior permanent magnet synchronous motor[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2009, 45(3): 1780 - 1783

[4] 黄允凯,胡虔生,朱建国. 永磁无刷直流电机铁耗计算方法[J]. 电机与控制应用,2007,34(4):6 - 9
Huang Yunkai, Hu Qiansheng, Zhu Jianguo. Methods for calculating core losses in permanent magnet motors[J]. Electric Machines &Control Application, 2007, 34(4): 6 - 9(in Chinese)

[5] 吴建华. 基于遗传算法的开关磁阻电机优化设计[J]. 电工技术学报,1996,11(4):6 - 9
Wu Jianhua. Optimization design of switch reluctance motor based on genetic algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 1996, 11(4): 6 - 10 (in Chinese)

[6] 吕德刚,王国良. 自适应遗传算法在防爆型高能量密度电机设计中的应用[J]. 防爆电机,2007,42(1):7 - 10
Lü Degang, Wang Guoliang. The application of the adaptive genetic algorithm to optimum design of explosion-proof high-energy density motor [J]. Explosion-proof Electric Machine, 2007, 42(1): 7 - 10(in Chinese)

(下转第 1568 页)

参考文献（References）

[1] 陈光宇. 不完全覆盖多阶段任务系统的静态和动态故障树综合研究[D]. 成都:电子科技大学管理学院,2005
Chen Guangyu. Synthetic research on imperfect coverage, phased-mission systems, and static and dynamic fault trees[D]. Chengdu: School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, 2005(in Chinese)

[2] 莫毓昌,杨孝宗,崔刚,等. 一般阶段任务系统的任务可靠性分析[J]. 软件学报,2007,18(4):1068 - 1076
Mo Yuchang, Yang Xiaozong, Cui Gang, et al. Mission reliability analysis of generalized phased mission systems[J]. Journal of Software, 2007, 18(4): 1068 - 1076(in Chinese)

[3] Alam M, Al-Saggaf U M. Quantitative reliability evaluation of repairable phased-mission systems using Markov approach[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1986, 35(5): 498 - 503

[4] Chew S P, Dunnett S J, Andrews J D. Phased mission modelling of systems with maintenance-free operating periods using simulated Petri nets[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008(93): 980 - 994

[5] Xing L, Dugan J B. Generalized imperfect coverage phased-mission analysis[C]//Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium. Washington, DC: IEEE, 2002: 112 - 119

[6] Xing L, Dugan J B. A separable ternary decision diagram based analysis of generalized phased-mission reliability[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2004, 53(2): 174 - 184

[7] Amari S V, Xing L D, Shrestha A, et al. Performability analysis of multistate computing systems using multivalued decision diagrams[J]. IEEE Transactions on Computers, 2010, 59(10): 1419 - 1433

[8] Xing L. Reliability evaluation of phased-mission systems with imperfect fault coverage and common-cause failures[J]. IEEE Trans on Reliability, 2007, 56(1): 58 - 68

[9] Suprasad Amari, Leland McLaughlin, Bhanu Yadlapati. Optimal cost-effective design of parallel systems subject to imperfect fault-coverage[C]//Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium. Washington, DC: IEEE, 2003: 29 - 34

[10] Prescott D R, Andrews J D, Downes C G. Multiplatform phased mission reliability modeling for mission planning[J]. J Risk and Reliability, 2009, 223(2): 27 - 39

[11] 袁崇义. Petri 网原理与应用[M]. 北京:电子工业出版社,2005
Yuan Chongyi. Theory and application of petri nets[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005(in Chinese)

（编　辑:文丽芳）

（上接第 1545 页）

[7] 贾宏鑫,叶云岳. 直线感应电动机的全局优化设计研究[J]. 电工技术学报,2001,16(4):16 - 20
Jia Hongxin, Ye Yunyue. Study on design of linear induction motor[J]. Transactions of China Electrotechnical Scociety, 2001, 16(4): 16 - 20(in Chinese)

[8] 王兴华,励庆孚,王曙鸿. 永磁无刷直流电机空载气隙磁场和绕组反电势的解析计算[J]. 中国电机工程学报,2003,23(3):126 - 130
Wang Xinghua, Li Qingfu, Wang Shuhong. Analytical calculation of no-load air-gap magnetic field and back electromotive force in brushless DC motor[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(3): 126 - 130(in Chinese)

[9] Zhu Z Q. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors[J]. IEEE Trans on Magnetics, 1993, 29(1): 143 - 151

[10] Jiao Guozhu. Improved formulations for rotational core losses in rotating electrical machines[J]. IEEE Trans on Magnetics, 1998, 34(4): 2234 - 2242

[11] Bertotti G. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials[J]. IEEE Trans on magnetics, 1988, 24(1): 621 - 630

[12] Fiorill F, Novikov A. An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform[J]. IEEE Trans on Magnetics, 1998, 34(7): 2234 - 2242

[13] 陈世坤. 电机设计[M]. 北京:机械工业出版社,2000:118 - 134
Chen Shikun. The design of motor[M]. Beijing: China Machine Press, 2000: 118 - 134(in Chinese)

[14] Jérome Legranger, Guy Friedrich. Combination of finite-element and analytical models in the optimal multidomain design of machines: application to an interior permanent-magnet starter generator[J]. IEEE Trans on Industry Applications, 2010, 46(1): 232 - 239

[15] Makni Z, Besbes M, Marchand C. Multiphysics design methodology of permanent-magnet synchronous motors[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2007, 56(4): 1525 - 1530

（编　辑:刘登敏）