基于 CCA 与 POD 的气动光学畸变分析

许 东 刘浩伟 段 玥

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

摘 要: 利用典型相关分析和本征正交分解方法,对计算流体力学得到的导弹红外窗口绕流三维密度场数据进行研究. 取三维密度场沿展向两个相邻截面的数据先进行典型相关分析提取出两个截面的相关性最强部分,再利用本征正交分解消除两个截面之间数据的冗余信息,获得了能够包含两个截面密度场主要的信息部分. 利用提取出的数据重构流场,并进行气动光学畸变仿真分析,仿真结果能较好地近似原始流场的情况.

关 键 词: 气动光学; 典型相关分析; 本征正交分解; 光学畸变; 相干结构

中图分类号: TP 29; V 21

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)01-0017-05

Analysis of aero-optical distortions based on canonical correlation analysis and proper orthogonal decomposition

Xu Dong Liu Haowei Duan Yue

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The methods of canonical correlation analysis (CCA) and proper orthogonal decomposition (POD) were used to study the 3D density field data computed by computational fluid dynamics (CFD). 2D-CCA was adopted to extract the canonical correction features between two cross sections along the spanwise, and then POD was adopted to eliminate the redundancy information between two cross sections. In this way, the features containing the domain information were extracted from the original data. The extracted feartures are then used to reconstruct the 3D density field, and the simulated corresponding aero-optical effect distortions gives the evidences that light transmission in reconstructed field is similar to the original field.

Key words: aero-optics; canonical correlation analysis; proper orthogonal decomposition; aero-optical distortions; coherent structure

采用红外成像制导的导弹在大气层内高速飞行时,由于大气与光学头罩之间的剧烈作用,会在头罩周围形成复杂的湍流边界层. 目标发出的光线经过湍流边界层时,边界层内的湍流密度脉动使得光波前发生畸变,进而导致光学探测器上的图像发生偏移、抖动和模糊等现象,这种现象称为气动光传输效应. 气动光传输效应使对目标的视线角位置测量发生偏折,视线角速率发生抖动,大大影响了导引头的探测、识别和跟踪目标的能力[1-3]国外气动光学研究表明:光束通过流场产生的光学畸变与流场中的涡结构密切相关. 美国新墨西哥大学的试验表明[4-5]:光通过湍流流场时产生的光学相位差主要是由密度大的脉动引起的,而密度大的脉动由大涡诱导. 因此,对湍流大尺度相干结构及相应的气动光传输效应进行研究,对解决气动光学效应问题具有重要的意义.

本征正交分解能够有效地对湍流场中的大尺度相干结构进行推演,已经在湍流研究中得到了广泛应用. 文献[6-7]把本征正交分解引入气动光学研究,在对二维时变流场进行本征正交分解

收稿日期: 2010-09-21; **网络出版时间**: 2012-01-06 15:11; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20120106.1511.015
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120106.1511.015.html
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60878051); 航空科学基金资助项目(20090151006)
作者简介: 许 东(1973-),男,江苏徐州人,副教授, xudong@buaa.edu.cn.

的基础上,分析了流场低阶模态系数的时变规律及其对气动光学畸变贡献率的影响. 文献[8]在文献[6-7]的基础上从奇异值分解的角度实现了本征正交分解,分析了高速激波湍流折射率场中不同截面上的奇异值与相应的气动光学畸变之间的关系. 这些研究工作都是对三维密度场的二维截面单独进行本征正交分解,然后利用密度信息的主成分重构流场中的大尺度相干结构,并在此基础上分析流场的光传输效应.

实际上,根据文献[9]对流场中相干结构的定义,湍流相干结构是在时空中发展的一种运动状态,体现为时间和空间上运动特性的相关性. 仅从三维流场中截取截面对流动参数进行独立分析会破坏不同截面之间数据的相关性,利用本征正交分解方法得到的结果也很难准确描述三维流场大尺度相干结构的真实形态.

本文采用典型相关分析和本征正交分解方法相结合分析流场中的大尺度相干结构,并分析其产生的气动光学相位畸变. 这一方法不仅考虑了每个截面数据的主要信息,同时还考虑了相邻截面间数据的相关性,可以得到更接近真实物理形态的三维流场大尺度相干结构.

1 基于 CFD 网格的光传输计算

本文主要计算流场中大尺度相干结构产生的光学畸变. 由于流场大尺度相干结构与光的波长相比要大很多,因此可以忽略光的波动效应,采用光线追迹法对光学畸变进行近似计算. 本文采用文献[10]提出的基于 CFD(Computational Fluid dynamics)网格的光线传输递推方法进行气动光学效应计算.

把流场划分成很多小网格单元,利用 CFD 格子的节点来分析流场特性,以节点之间的单元作基础. 假设在每个小单元内的密度是均匀的,目标发出的光线互相平行通过红外窗口外面的流场,并以一定的方向逐个穿过小单元,在每个小单元内计算光程差,叠加后便得到光线穿过流场后的总光程差(OPD, Optical Path Difference),当小单元分得足够小时,可以得到很好的精度. 为减小计算量,本文只计算光线沿壁面法向入射的情况,这样可以不考虑光线在变折射率介质中传输时的折射现象,具体过程如图 1 所示.

计算每条光线的光程长(OPL, Optical Path Length)为

$$L = \sum_i (1 + K_{GD}\rho_i)d \tag{1}$$

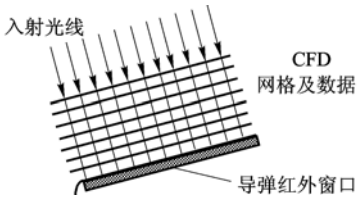


图 1 正入射时基于 CFD 网格的光线传输递推方法

式中,K_{GD} 为 Gladstone-Dale 常数,取经验公式为 $K_{GD} = 0.133 + 0.00092/\lambda^2$,单位取 cm^3/g,波长 λ 单位取为 μm;ρ_i 为第 i 个小单元的密度值;d 为网格尺寸.

把真空中($\rho = 0$)传输的光线作为参考光线,则在流场中每条光线传输所产生的光程差为

$$D = \sum_i K_{GD}\rho_i d \tag{2}$$

计算的 OPD 分布可以表示为出射波阵面的形状,本文即通过计算 OPD 来描述光线通过流场后的光学波前畸变.

2 流场截面的本征正交分解

本征正交分解是将高维数据用低维描述的一种数据处理过程. 本征正交分解在数学上有 3 种实现方式:Karhunen-Loeve(KL)变换、奇异值分解(SVD, Singular Value Decomposition)和主成分分析法(PCA, Principal Component Analysis)[11],本文采用主成分分析法实现本征正交分解.

任意截取沿来流方向某一密度场截面进行计算. 将沿来流方向的二维截面密度场数据表示为矩阵 $\boldsymbol{X} = (x_{ij})$, $i = 1,2,\cdots,m$; $j = 1,2,\cdots,n$,并将该数据投影到低维正交投影空间. 假定低维正交投影空间由 p 个投影轴组成,分别用单位向量 $\boldsymbol{k}_1$, $\boldsymbol{k}_2,\cdots,\boldsymbol{k}_p$ 表示,且满足下面条件[12-13]:

1) $n \geqslant p$,即本征正交分解是能够将高维数据转化为低维数据,实现数据的压缩;

2) 要求 $\boldsymbol{k}_i$ 为两两正交的单位向量,即满足 $\boldsymbol{k}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_j = \delta_{ij}$, δ_{ij} 为 Kroecker delta 函数, $i,j = 1,2,\cdots,p$.

设原样本 $\boldsymbol{X}$ 在投影空间的第 i 主轴上投影构成变量 $\boldsymbol{y}_i$,则 $\boldsymbol{y}_i$ 为原样本变量的线性组合,满足:

$$\boldsymbol{y}_i = k_{i1}\boldsymbol{x}_1 + \cdots + k_{in}\boldsymbol{x}_n = [\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n]\begin{bmatrix} k_{i1} \\ k_{i2} \\ \vdots \\ k_{in} \end{bmatrix} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{k}_i \tag{3}$$

式中,$i = 1,2,\cdots,p$ 为进行投影后提取到的综合变量数(也为投影空间 U 主轴数).

要求原始数据在投影空间中第 1 主轴的变异最大(即方差最大),则有下面的式子成立:

$$\begin{aligned}&\mathrm{Var}(\boldsymbol{y}_1)=\mathrm{Var}(\boldsymbol{X}\boldsymbol{k}_1)=\\&E\{[\boldsymbol{X}\boldsymbol{k}_1-E(\boldsymbol{X}\boldsymbol{k}_1)]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{X}\boldsymbol{k}_1-E(\boldsymbol{X}\boldsymbol{k}_1)]\}=\\&\boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}}E\{[\boldsymbol{X}-E(\boldsymbol{X})]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{X}-E(\boldsymbol{X})]\}\boldsymbol{k}_1\end{aligned}\tag{4}$$

式中,$E\{[\boldsymbol{X}-E(\boldsymbol{X})]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{X}-E(\boldsymbol{X})]\}$ 为 $\boldsymbol{X}$ 的协方差矩阵,记为 $\boldsymbol{R}_x$,则上式可写为

$$\mathrm{Var}(\boldsymbol{y}_1)=\boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{k}_1\tag{5}$$

需求一个向量 $\boldsymbol{k}_1=[k_{11},k_{12},\cdots,k_{1n}]^{\mathrm{T}}$,使得上式取最大值,且满足约束条件 $\boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_1=1$,该问题可转化为下面的最优化问题:

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{Var}(\boldsymbol{y}_1)=\boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{k}_1=\max\\&\text{s.t. }\boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_1=1\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

利用拉格朗日乘数法求解上面问题,构造函数:

$$L=\boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{k}_1-\lambda_1(\boldsymbol{k}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}_1-1)\tag{7}$$

L 对 $\boldsymbol{k}_1$ 求偏导,

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{k}_1}=2\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{k}_1-2\lambda_1\boldsymbol{k}_1=\boldsymbol{0}$$

即

$$\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{k}_1=\lambda_1\boldsymbol{k}_1\tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{R}_x$ 为 $\boldsymbol{X}$ 的协方差矩阵;同样可以构造第 2 主轴上的投影,且要求与第 1 主轴正交,即 $\mathrm{Cov}(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2)=0$,类似地可以得

$$\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{k}_2=\lambda_2\boldsymbol{k}_2\tag{9}$$

于是得到对于第 i 主轴上投影公式:

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{k}_i=\lambda_i\boldsymbol{k}_i\\&\mathrm{Cov}(\boldsymbol{k}_i,\boldsymbol{k}_j)=0\quad j=1,2,\cdots,i-1\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

综合式(8)~式(10)可以写为

$$\boldsymbol{R}_x[\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2,\cdots,\boldsymbol{k}_i]=[\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2,\cdots,\boldsymbol{k}_i]\cdot\begin{bmatrix}\lambda_1&0&\cdots&0\\0&\lambda_2&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\0&\cdots&0&\lambda_i\end{bmatrix}\tag{11}$$

由上式可以看出,λ_i 和 $\boldsymbol{k}_i$ 分别为 $\boldsymbol{R}_x$ 的特征值和特征向量. 对 $\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n]$ 进行主成分分析后得到主成分分量 $\boldsymbol{y}_i,(i=1,2,\cdots,p)$. 取前 $m(m<p)$ 个主成分近似原来的数据,公式为

$$[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_m]=\boldsymbol{X}\boldsymbol{K}\tag{12}$$

式中,$\boldsymbol{K}=[\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2,\cdots,\boldsymbol{k}_m]$,$\boldsymbol{k}_i$ 为 n 维列向量.

将高维空间数据向低维空间投影后,得到的是原始数据信息在低维空间的投影. 为了得到大尺度涡结构在原始流场的真实空间分布,需将低维空间主成分投影回原始高维空间,即实现数据的重构. 重构公式为

$$[\hat{\boldsymbol{x}}_1,\hat{\boldsymbol{x}}_2,\cdots,\hat{\boldsymbol{x}}_n]=[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_m]\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\tag{13}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{x}}_i$ 为重构的数据变量,可以证明重构结果满足均方误差最小准则.

3　典型相关分析

典型相关分析作为一种重要的数据分析方法,最早是 Hoteling 在 1936 年首先提出的,分别在两个数据表中提取相关性最大的两个成分,通过测定这两个成分之间的相关关系推测两个数据表之间的相关关系. 目前比较常用的典型相关分析主要有:①以随机向量为操作对象的一维典型相关分析;②以矩阵为操作对象的二维典型相关分析. 本文利用了二维典型相关分析算法[14-15].

二维典型相关分析本质上是直接对图像矩阵进行操作,本文从三维密度场数据中取两个相邻的二维截面数据进行典型相关分析.

设所取的两个截面密度场数据分别用矩阵 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_{m\times n}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n]$ 和 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}_{m\times n}=[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_n]$ 表示,两个矩阵具体操作步骤如下:

1) 计算两个矩阵的列均值 $\bar{x}_j,\bar{y}_j,(j=1,2,\cdots,n)$,并分别对两个矩阵数据进行中心化:

$$\left.\begin{aligned}&x_{ij}^{*}=x_{ij}-\bar{x}_j\\&y_{ij}^{*}=y_{ij}-\bar{y}_j\\&i=1,2,\cdots,m\\&j=1,2,\cdots,n\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

2) 计算中心化后 $\boldsymbol{X}^{*},\boldsymbol{Y}^{*}$ 的自协方差和互协方差矩阵为

$$\boldsymbol{V}_{11}=\mathrm{Cov}(\boldsymbol{X}^{*},\boldsymbol{X}^{*})=E[(\boldsymbol{X}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{*}]\tag{15}$$

$$\boldsymbol{V}_{12}=\mathrm{Cov}(\boldsymbol{X}^{*},\boldsymbol{Y}^{*})=E[\boldsymbol{X}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}^{*}]\tag{16}$$

$$\boldsymbol{V}_{21}=\mathrm{Cov}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{X})=E[(\boldsymbol{Y}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}]\tag{17}$$

$$\boldsymbol{V}_{22}=\mathrm{Cov}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{Y})=E[(\boldsymbol{Y}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}]\tag{18}$$

3) 计算:

$$\boldsymbol{T}_1=\boldsymbol{V}_{11}^{-1}\boldsymbol{V}_{12}\boldsymbol{V}_{22}^{-1}\boldsymbol{V}_{21}\tag{19}$$

$$\boldsymbol{T}_2=\boldsymbol{V}_{22}^{-1}\boldsymbol{V}_{21}\boldsymbol{V}_{11}^{-1}\boldsymbol{V}_{12}\tag{20}$$

对 $\boldsymbol{T}_1,\boldsymbol{T}_2$ 进行奇异值分解,$\boldsymbol{T}_1$ 和 $\boldsymbol{T}_2$ 的特征根相同,其非零特征值为 $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_d>0$,对应的特征向量分别为 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_d$ 和 $\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\cdots,\boldsymbol{b}_d$,其中 $0<d\leqslant\min(m,n)$;

4) 计算两个截面的典型成分分别为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{X}_i=\boldsymbol{X}\boldsymbol{a}_i\\&\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{Y}\boldsymbol{b}_i\\&i=1,2,\cdots,d\end{aligned}\right\}\tag{21}$$

并且对于任意的 $i\neq j$,有下面结论成立:

$$\boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_j=0\tag{22}$$

$$\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_i=0\tag{23}$$

$$\boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_j=0\tag{24}$$

这表明,典型相关分析能够最大程度的减少两个变量相关信息的交叉重叠.

同样在获得典型成分后,将表示原始数据信息的典型成分投影回原来的空间,得到典型成分在原始空间的真正信息分布. 具体算法见算例.

4 实验结果与分析

本文利用导弹红外窗口外的流场 CFD 计算数据进行仿真分析. 流场 CFD 计算采用的探测窗口为侧窗凹形结构,大小为边长 60 mm × 60 mm 的方形. 数据主要包括流场的密度分布以及密度脉动、湍流尺度、速度、温度和压力等数据信息,本文利用的密度场分布数据如图 2. 计算中取紧贴探测窗口附近的流场数据,截取大小为 80 mm × 64 mm × 64 mm 的方形流场,并对其进行网格化,每个网格的大小为 1 mm × 1 mm × 1 mm。真实物理坐标(如图 3)为展向 l 取值为[−31,32],流向 m 取值为[69,132],法向 k 取值为[0,79].

本文的计算主要包括典型相关分析计算部分和本征正交分解计算部分,其中典型相关分析的计算采用二维典型相关分析算法;而本征正交分解部分利用主成分分析法实现. 对高度 H = 30 km,Ma = 5 的一组湍流场数据进行仿真计算,假定光线是沿壁面法向负向(即图 3 中的 k 向负向)传输的. 示例性地,以展向 l = −1 mm 和 l = 0 mm 处两个二维截面密度场数据进行计算分析.

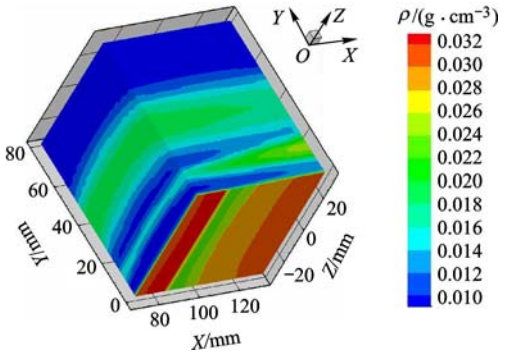


图 2 三维流场密度分布示意图

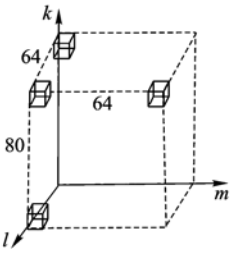


图 3 流场 CFD 网格的空间分布

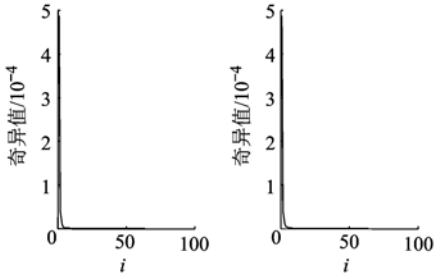
先对两组数据进行中心化处理,然后对中心化后的两个截面密度场数据利用典型相关分析获得两组数据的相关性最强的部分. 由于流场在展向流动参数具有很强的相关性,而且所取的两个截面位置十分靠近,只计算第 1 个典型成分就能很好地反映两个截面之间流动参数的相关关系. 取一阶最大奇异值对应的特征向量 $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{b}_1$ 作为投影向量,计算第 1 典型成分为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{X}_1 &= \boldsymbol{X}\boldsymbol{a}_1\\ \boldsymbol{Y}_1 &= \boldsymbol{Y}\boldsymbol{b}_1\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

计算出第 1 典型成分后,可以重构由第 1 典型成分解释的两组变量的信息:

$$\left.\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{X}} &= \boldsymbol{X}_1\boldsymbol{a}_1^{\mathrm{T}}\\ \hat{\boldsymbol{Y}} &= \boldsymbol{Y}_1\boldsymbol{b}_1^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\}$$

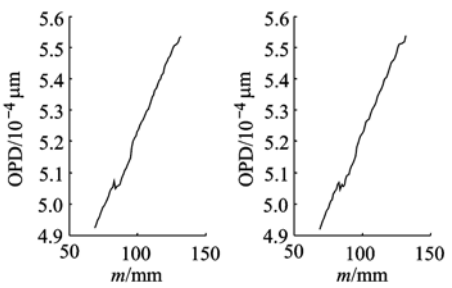
将 $\hat{\boldsymbol{X}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{Y}}$ 逆中心化处理,就得到了原始密度场数据沿展向两个截面相关性最强的密度信息. 将新得到的数据进行本征正交分解处理,提取能够代表截面主要密度信息的部分. 计算的奇异值分布如图 4 所示. 从图 4 中可以看出分解后得到的一阶奇异值要远远大于其它各阶奇异值,因此在重构计算中只利用一阶奇异值及对应的特征向量进行重构就能获得密度场数据的主要信息.



a l = −1 mm b l = 0 mm

图 4 CCA 处理后 l = −1 mm 和 l = 0 mm 处截面密度场数据奇异值分布

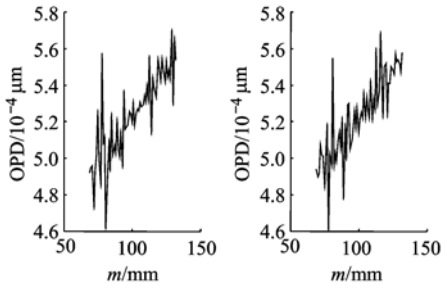
与本征正交分解方法相比,经过典型相关分析和本征正交分解处理后得到了两个截面的密度数据相关性最强且能代表密度场最主要信息的部分,重构后得到的密度数据信息更接近流场真实大尺度相干结构产生的密度场信息. 所取截面的原始流场数据产生的 OPD 和采用本文算法得到的重构流场的 OPD 分布分别如图 5 和图 6 所示.



a l = −1 mm b l = 0 mm

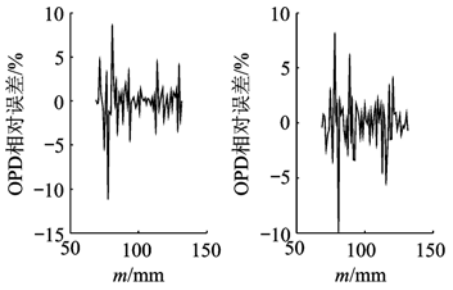
图 5 原始流场 l = −1 mm 和 l = 0 mm 处截面的 OPD 分布

从图 5 和图 6 中可以看出,重构流场的 OPD 分布与原始流场的 OPD 分布具有基本一致的空间形态. 图 7 给出的重构 OPD 的相对误差,更精确地描述了流场的重构效果. 从图 7 可看出,重构流场 OPD 与原始流场 OPD 的最大相对误差在 $l=-1$ mm 处截面不大于 3%,在 $l=0$ mm 处截面不大于 8%,重构效果比较好.



a　$l=-1$ mm　　b　$l=0$ mm

图 6　重构流场 $l=-1$ mm 和 $l=0$ mm 处截面的 OPD 分布



a　$l=-1$ mm　　b　$l=0$ mm

图 7　重构流场 $l=-1$ mm 和 $l=0$ mm 处截面的 OPD 相对误差

5　结　论

针对流场中大尺度相干结构满足数据间时间和空间相关性最强及包含主要流动参数信息的特点, 本文利用典型相关分析与本征正交分解的结合实现了对流场大尺度相干结构的更准确提取. 仿真结果表明:两个相邻截面提取后得到的相关性最强且包含流动参数信息量最大的数据能很好地近似原始流场的大尺度相干结构. 利用重构流场计算光学畸变,能够定量地分析流场的大尺度相干结构对气动光传输效应的影响.

参考文献（References）

[1] 钟坚. 红外成像制导武器的装备与发展[J]. 舰船电子工程, 2008,28(6):27 - 29
Zhong Jian. Equipment and development tendency of the infrared imaging guidance weapon [J]. Ship Electronic Engineering, 2008,28(6):267 - 29(in Chinese)

[2] 李桂春. 气动光学[M]. 北京:国防工业出版社,2006:7 - 8
Li Guichun. Aero-optics[M]. Beijing:National Defense Industry Press,2006:7 - 8 (in Chinese)

[3] 韩志平,殷兴良. 高超音速导弹气动光学效应研究方法综述[J]. 现代防御技术,2003,31(3):13 - 18
Han Zhiping,Yin Xingliang. Overview of study methods for aero-optic effect of hypersonic missiles[J]. Modern Defense Technology,2003,31(3):13 - 18(in Chinese)

[4] Truman C R. The influence of turbulent structure on optical phase distortion through turbulent shear flow[R]. AIAA-92-2817,1992

[5] Truman C R,Lee M J. Effects of organized turbulence structures on the phase distortion in a coherent optical beam propagating through a turbulent shear flow[J]. Phys Fluids A,1990,2(5):851 - 857

[6] Cicchiello J M. Low order representation of dynamic aero-optic distortions [D]. Notre Dame, IN, USA: University of Notre Dame,2001

[7] Cicchiello J M,Jumper E J. Addressing the oblique-viewing aero-optic problem with reduced order methods[C]// 32nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference. Anaheim CA:[s. n.],2001

[8] 吴琳,房建成,杨照华. 本征正交分解在气动光学畸变仿真中的分析与应用[J]. 红外与毫米波学报,2007,26(4):312 - 316
Wu Lin,Fang Jiancheng,Yang Zhaohua. Proper orthogonal decomposition applied in the analysis of simulation aero-optical distortions[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves,2007,26(4):312 - 316(in Chinese)

[9] Richardson L F. Weather prediction by numberical process[M]. Britain,Cambridge:Cambridge University Press,1922

[10] Wang Tao,Zhao Yan,Xu Dong. Numerical study of evaluating the optical quality of supersonic flow field [J]. Applied Optics,2007,46(23):5545 - 5551

[11] Chatterjee A. An introduction to the proper orthogonal decomposition[J]. Current Science,2000,78(7):808 - 817

[12] 王惠文. 偏最小二乘回归方法及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,1999:91 - 115
Wang Huiwen. Partial least-squares regression method and applications[M]. Beijing:National Defense Industry Press,1999:91 - 115(in Chinese)

[13] 张尧庭,方开泰. 多元统计分析[M]. 北京:科学出版社,1999:245 - 257
Zhang Yaoting, Fang Kaitai. Multivariate statistical analysis [M]. Beijing:Science Press,1999,245 - 257(in Chinese)

[14] 孙权森. 基于典型相关投影分析的特征抽取与图像识别研究[D]. 南京:南京理工大学计算机科学与技术学院,2006
Sun Quansen. Research on feature extraction and image recognition based on correlation projection analysis [D]. Nanjing: School of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science and Technology,2006(in Chinese)

[15] 彭岩,张道强. 半监督典型相关分析算法[J]. 软件学报,2008,19(11):2822 - 2832
Peng Yan,Zhang Daoqiang. Semi-supervised canonical correlation analysis algorithm[J]. Journal of Software,2008,19(11):2822 - 2832(in Chinese)

(编　辑:刘登敏)