三维公差分析中工程尺寸驱动原理与应用

郑洪涌 郑国磊 赵皇进

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

摘 要: 由于产品标注的工程尺寸和建模参数之间存在差异,参数化驱动技术在公差分析中的应用范围受到限制,提出了基于工程尺寸驱动技术的公差分析方法. 将传统尺寸转化为产品模型上几何元素之间的约束关系,分析工程尺寸集和建模参数集之间的映射机理;把工程尺寸的驱动问题转化为非线性方程组的求解问题,并采用牛顿迭代法进行计算. 这些方法在 UG 系统上得以实现,并通过实例分析进行了验证.

关 键 词: 公差分析; 工程尺寸; 尺寸约束; 参数化驱动

中图分类号: TP 391.7

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)01-0138-05

Principle and application of functional dimension driving in 3D tolerance analysis

Zheng Hongyong Zheng Guolei Zhao Huangjin

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: As the differences between functional dimensions and modeling parameters of the product bring limitations on the application of parameter-driven technique in tolerance analysis, a method based on functional dimension-driven technique was presented. Traditional dimensions were defined by constraints between geometric elements of the product model, and the mapping mechanism between functional dimension set and modeling parameter set was analyzed. The problem of functional dimension driven was converted to the solution of a set of non-linear equations, which was then solved by Newton's method. These methods were implemented on the UG system, and applied to analyze a selected mechanism.

Key words: tolerance analysis; functional dimension; dimension constraint; parameter driven

尺寸链是公差分析的核心方法,其构造与分析对于诸如飞机等具有复杂空间尺寸关系的产品始终是一个关键和难点. 国内外学者已就公差分析方法展开了大量的研究,提出了基于矢量公差[1-2]、旋量[3-4]、基准坐标系齐次变换矩阵[5-6]等计算方法,然而现有的方法需要针对产品实例进行人工分析、建立相应的数学模型. 近年来随着参数化建模技术的广泛应用,基于参数化驱动的尺素链分析方法成为新的研究热点[7-9],该方法把用于定义和表示尺寸及其公差的几何元素定义为尺素,将尺寸链中的组成环和封闭环分别映射到数字化模型上的相应尺素,建立尺素链分析方法. 该方法通过驱动在产品建模过程中所定义的一系列参数(简称建模参数),利用其变动传递来求解尺素之间的关系,分析过程不需要过多的人工参与,但是由于建模参数与工程尺寸存在差异,其应用受到了局限. 工程尺寸是指传统工程制图中对产品的尺寸标注. 建模参数是根据产品模型交互定义的方便程度来确立的,而工程尺寸及其公差是根据产品功能及制造精度的控制需要来定义的,因此在三维产品模型上建模参数与工程尺寸并非同一组定义数据,工程尺寸不能用于直接驱动产品模型.

针对上述问题,本文在不改变参数化驱动思

收稿日期: 2010-09-27; **网络出版时间**: 2011-12-27 10:32; **DOI**: CNKI:11-2625/V.20111227.1032.001

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20111227.1032.001.html

作者简介: 郑洪涌(1987 -)男,安徽黟县人,硕士生,hongyong_zheng@me.buaa.edu.cn.

路的前提下,通过分析工程尺寸与建模参数之间的映射机理,将工程尺寸变动转化为等效的建模参数变动,提出基于工程尺寸驱动的公差分析方法,并应用于某旋转斜盘机构的尺素链分析进行验证.

1　工程尺寸与建模参数间映射原理

工程尺寸和建模参数是对于同一产品模型的不同描述,对模型中的几何元素而言可看成是两个相互独立的约束集,本节通过合理的假设和定义,对两者之间的映射原理进行研究.

1.1　定　义

在基于约束的建模环境中,产品数字化模型由几何元素以及几何元素间的约束构成,几何元素间的约束包括尺寸约束和几何约束,其中尺寸约束包括距离约束、角度约束等,几何约束包括共面、同轴、对称等. 定义产品数字化模型的数学表达式为

$$m(G(g_1,g_2,\cdots,g_n),C(C_e,C_g)) \tag{1}$$

其中,G 和 C 分别为模型 m 中的几何元素集及其约束集;C_e 为尺寸约束集,$C_e=\{c_e^i \mid i=1,2,\cdots,n\}$,$c_e^i$ 表示单个尺寸约束;C_g 为几何约束集,$C_g=\{c_g^i \mid i=1,2,\cdots,n\}$,$c_g^i$ 表示单个几何约束. 赵皇进等[7]提出了尺寸公差和尺寸约束的尺素表示模型,采用尺素表示模型来定义尺寸约束 $c_e(c_e\in C_e)$:

$$c_e(k,G_e(g_1,g_2,\cdots,g_m),v) \tag{2}$$

其中,k 表示尺寸约束类型;G_e 表示尺寸约束 c_e 涉及到的几何元素,且 $G_e\subset G$;v 表示尺寸约束的尺寸数值. 对于模型 m,其所有尺寸数值 v 构成尺寸数值集 $\boldsymbol{V}(v_1,v_2,\cdots,v_n)$.

根据上述定义,给出约束集 C 及其尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$ 的一些定义和性质:

定义 1　对于模型 m,给定几何元素集 G,在满足约束集 C 的情况下,若 m 存在唯一解 g,则称模型 m 是几何完全的,且约束集 C 是模型 m 的一个几何完全约束.

性质 1　设模型 m 是几何完全的,任取其尺寸数值集 $\boldsymbol{V}\in\mathbf{R}^n$,若模型 m 存在可行解,则为唯一解,并记为 g;当 $\boldsymbol{V}$ 取遍 $\mathbf{R}^n$,各 $\boldsymbol{V}$ 对应的 g 构成模型 m 的全域解集 U.

定义 2　设模型 m 和 m'都是几何完全的,并包含相同的几何元素集,即 $G=G'$,但约束集不同,即 $C\neq C'$. 根据性质 1,模型 m 和 m'分别存在全域解集 U 与 U'. 若存在解集 $U_x\subset(U\cap U')$,则称约束集 C 与约束集 C'在解集 U_x 内为等价约束集.

1.2　推　论

推论 1　对于几何完全的模型 m,设 C 为其几何完全约束,若 $g\in U$,则 g 仅能通过唯一的尺寸数值集 $\boldsymbol{V}(v_1,v_2,\cdots,v_n)$求解获得,即任意 $g\in U$ 对应唯一的尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$.

证明　设存在 $g\in U$,且 g 满足不同的尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$ 与 $\boldsymbol{V}'$. 由于 $\boldsymbol{V}\neq\boldsymbol{V}'$,则至少存在尺寸数值 $v_i\neq v_i'$,即存在尺寸数值不同的尺寸约束 $c_e^i\neq c_e^{i'}$.

根据尺寸约束定义 $c_e^i(k,G_e(g_1,g_2,\cdots,g_m),v_i)$,设 $F_k(g_1,g_2,\cdots,g_m)$为尺寸类型 k 的数值计算函数,则有

$$F_k(g_1,g_2,\cdots,g_m)=v_i$$

同理有

$$F_k(g_1,g_2,\cdots,g_m)=v'_i$$

而 $v_i\neq v_i'$,与 $F_k(g_1,g_2,\cdots,g_m)=v_i$ 矛盾.

故 $\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}'$　　**证毕**

推论 2　对于几何完全的模型 m,若 C 和 C'均为其几何完全约束,且在解集 U_x 内为等价约束集,但尺寸约束定义方法不同,即 $C_e\neq C'_e$,则在解集 U_x 内,尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$ 与 $\boldsymbol{V}'$存在一一对应的关系.

证明　根据推论 1,对于约束集 C,解 $g(g\in U_x)$对应唯一的尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$;根据定义 1,由于约束集 C 为模型 m 的几何完全约束,故模型 m 在满足尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$ 的情况下存在唯一解 g. 从而在解集 U_x 内,尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$ 与解 g 存在一一对应的关系. 同理,在解集 U_x 内,尺寸数值集 $\boldsymbol{V}'$与解 g 存在一一对应的关系.

综上述,则在解集 U_x 内,尺寸数值集 $\boldsymbol{V}$ 与 $\boldsymbol{V}'$存在一一对应的关系.　　**证毕**

1.3　映射函数

对于同一模型 m,建模参数集 C_P 和工程尺寸集 C_D 是相互独立的约束集,但如果两者的解集存在交集,那么在交集内 $\boldsymbol{V}_P$ 与 $\boldsymbol{V}_D$ 将存在一定的函数关系. 本节利用前述定义和推论,研究 $\boldsymbol{V}_P$ 与 $\boldsymbol{V}_D$ 的函数关系.

在工程实际中,建模参数集 C_P 和工程尺寸集 C_D 都需要满足 2 个要求:

1) 唯一性. 为了准确地描述产品,不论是建模参数还是工程尺寸,都必须唯一地定义产品的几何形状. 从而 C_P 和 C_D 首先需要满足几何完全性, 即通过 C_P 或 C_D 均可求解得到模型 m 的唯一解 g.

2) 完整性. 为了实现参数化设计,在工程设

计需要的范围内对产品设计进行修改,不论是建模参数还是工程尺寸,都需要完整地表达产品各部分的形状和位置参数. 设由于工程设计需要而产生的解集为 U_r,则求解 C_P 全域解集 U_P 需要包含解集 U_r,即 $U_r \subset U_P$;同理有 $U_r \subset U_D$.

根据上述分析,C_P 和 C_D 均满足几何完全性,且其全域解集存在交集 U_r,根据定义2,C_P 与 C_D 在解集 U_r 内为等价约束集.

由于 C_P 和 C_D 均满足几何完全性,且在解集 U_r 内为等价约束集,虽然尺寸定义方法不同,但根据推论2,在解集 U_r 范围内,尺寸数值集 $\boldsymbol{V}_P$ 与 $\boldsymbol{V}_D$ 存在一一对应的关系,可表示为

$$\boldsymbol{V}_P = \boldsymbol{H}_{PD}(\boldsymbol{V}_D) \tag{3}$$

和

$$\boldsymbol{V}_D = \boldsymbol{H}_{DP}(\boldsymbol{V}_P) \tag{4}$$

其中,$\boldsymbol{H}_{PD}$为工程尺寸集到建模参数集的映射关系;$\boldsymbol{H}_{DP}$为建模参数集到工程尺寸集的映射关系.

根据完整性要求,参数化设计要求对产品设计进行修改,但是并不是要求对每一个几何元素都可进行自由的定义,而只是对影响产品功能的关键尺寸进行修改,各几何元素由于约束关系自动地根据关键尺寸的变动计算位置和方向. 设关键尺寸数目为 n,则尺寸数值集 $\boldsymbol{V}_P$ 与 $\boldsymbol{V}_D$ 必须能够实现这 n 个关键尺寸的变动,其维数必须大于 n. 同时,由于只需要对这 n 个关键尺寸进行变动,对于尺寸约束集 C_e 中不需要变动的尺寸约束 c_e,则可以当作几何约束 c_g 归入几何约束集 C_g 中,经如此处理后,尺寸数值集 $\boldsymbol{V}_P$ 与 $\boldsymbol{V}_D$ 的维数都将为 n.

为了实现工程尺寸对模型的驱动,本文主要研究 $\boldsymbol{H}_{DP}$的求解方法.

2 工程尺寸驱动求解算法

式(3)和式(4)是非线性函数关系. 公差分析是从理想产品状态开始分析,具备良好的初值,故本文拟采用牛顿迭代法求解工程尺寸与建模参数间的量化关系,其中包括雅可比矩阵的定义、计算和方程组的迭代求解过程.

2.1 雅可比矩阵与计算

式(4)表示的是非线性方程组,可写为

$$\begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{d_0P}(p_0,p_1,\cdots,p_n) \\ H_{d_1P}(p_0,p_1,\cdots,p_n) \\ \vdots \\ H_{d_nP}(p_0,p_1,\cdots,p_n) \end{bmatrix} \tag{5}$$

对式(5)有一阶泰勒展开:

$$\begin{bmatrix} \Delta d_0 \\ \Delta d_1 \\ \vdots \\ \Delta d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_0} & \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_n} \\ \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_0} & \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_0} & \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta p_0 \\ \Delta p_1 \\ \vdots \\ \Delta p_n \end{bmatrix} \tag{6}$$

记等式右侧雅可比矩阵为 $\boldsymbol{A}$,则式(6)可表示为

$$\Delta \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{A}\Delta \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

由式(6),令 $\Delta p_0 \neq 0, \Delta p_i = 0, i = 1,2,\cdots,n$,则有

$$\begin{bmatrix} \Delta d_0 \\ \Delta d_1 \\ \vdots \\ \Delta d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_0} & \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_n} \\ \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_0} & \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_0} & \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta p_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_0}\Delta p_0 \\ \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_0}\Delta p_0 \\ \vdots \\ \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_0}\Delta p_0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

通过测量并获取 Δd_i 值,可计算矩阵 $\boldsymbol{A}$ 第1列各项数值:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial H_{d_0P}}{\partial p_0} & \dfrac{\partial H_{d_1P}}{\partial p_0} & \cdots & \dfrac{\partial H_{d_nP}}{\partial p_0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta d_0}{\Delta p_0} & \dfrac{\Delta d_1}{\Delta p_0} & \cdots & \dfrac{\Delta d_n}{\Delta p_0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

同理分别令 $\Delta p_j \neq 0, \Delta p_i = 0, i = 0,1,2,\cdots,n$,且 $i \neq j$,可依次计算矩阵 $\boldsymbol{A}$ 第 j 列的各项数值,从而求得矩阵 $\boldsymbol{A}$.

2.2 方程组迭代求解

式(7)中矩阵 $\boldsymbol{A}$ 描述的是式(6)在尺寸参数集微小变动 $\Delta \boldsymbol{D}(\Delta d_0, \Delta d_1, \cdots, \Delta d_n)$ 与建模参数集微小变动 $\Delta \boldsymbol{P}(\Delta p_0, \Delta p_1, \cdots, \Delta p_n)$ 间的线性函数关系,从而使复杂的非线性函数式(4)的求解问题转化为求解线性方程组问题. 进一步求解矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的逆 $\boldsymbol{A}^{-1}$,根据式(7),则有:

$$\Delta \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{A}^{-1}\Delta \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

即根据尺寸参数集的微小变动,可获得相应的建

模参数集微小变化,从而实现了模型的小范围内尺寸驱动. 通过逐步累积尺寸参数集的微小变动及其因此而产生的建模参数改变,来最终实现尺寸参数 $\boldsymbol{D}(d_0, d_1, \cdots, d_n)$ 在较大范围内对模型驱动.

2.3　算法流程

给定初始建模参数集 $\boldsymbol{P}^0$ 和工程尺寸集 $\boldsymbol{D}^0$,若将 $\boldsymbol{D}^0$ 设置为新工程尺寸集 $\boldsymbol{D}'$,则其相应的建模参数集 $\boldsymbol{P}'$的计算流程如下:

1) 初始化 $k=0$;

2) 计算 $\Delta\boldsymbol{D}^k = s \times (\boldsymbol{D}' - \boldsymbol{D}^k)$,其中 s 为一个小于 1 的系数,若 $\Delta\boldsymbol{D}^k$ 小于等于给定的误差要求 ε,则输出 $\boldsymbol{P}^k$,即为所求的 $\boldsymbol{P}'$;

3) 根据式(9),计算 $\boldsymbol{P}^k$ 对应的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 及其逆矩阵 $\boldsymbol{A}^{-1}$;

4) 利用式(10)计算 $\Delta\boldsymbol{P}^0$ 及 $\boldsymbol{P}^1 = \boldsymbol{P}^0 + \Delta\boldsymbol{P}^0$,更新模型,并测量尺寸参数 $\boldsymbol{D}^1$;

5) 令 $k = k+1$,转到 2).

3　尺素链分析方法及实例验证

3.1　分析方法

按照文献[7]中所述的方法建立尺素链,将工程尺寸以尺素链的形式表达,在此基础上按照上文所介绍的方法,建立工程尺寸与建模参数之间的映射关系,应用工程尺寸对模型进行驱动,以实现尺素链的分析. 尺素链分析步骤如下:

1) 建立装配模型,即根据产品的实际要求,在 UG 系统的装配环境中,建立约束完备的产品数字化模型;

2) 定义和构造尺素链,包括交互指定组成环与封闭环的定义尺素,并添加相关的尺寸公差信息;

3) 自动建立尺素链与建模参数之间的关系,求解映射矩阵;

4) 分析尺素链,按照设计员要求的公差分析方法,求解和分析尺素链,输出计算结果.

3.2　实例验证

图 1 为某旋转斜盘机构三维数字化装配模型[10],该机构主要由斜盘、主轴、主臂、随动臂、柱体以及连接件等组成. 定义如图 1 所示的尺素集,进一步构造如表 1 所示的尺素链,如图 2 所示,其中封闭环为随动臂转角.

应用 UG 系统建立装配模型,并根据表 1 定义各组成环及其公差. 应用上述提出的基于工程尺寸的驱动算法,自动计算各组成环的影响因子和封闭环上下偏差,其结果见表 2 和表 3. 表 2 和表 3 中的其它数据分别为采用传统数学建模的尺寸链分析方法和 Jeffrey 运动学方法[10]的分析结果.

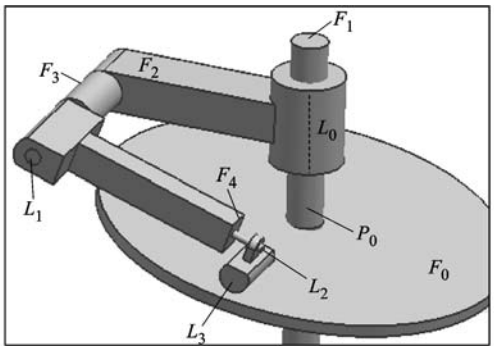

图 1　旋转斜盘机构与尺素集

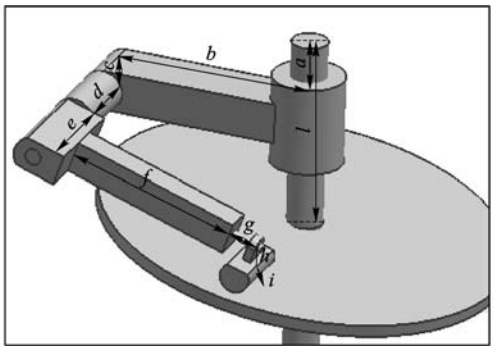

图 2　尺素链图

表 1　尺寸链描述　　in

组成环	基准尺寸	相关尺素	公差值
a	1.50	F_1, F_2	±0.01
b	5.00	L_0, L_1	±0.05
c	0.50	F_2, L_1	±0.01
d	2.50	L_0, F_3	±0.03
e	1.25	F_3, L_2	±0.01
f	4.94	L_1, F_4	±0.04
g	0.60	F_4, L_3	±0.02
h	0.60	L_2, L_3	±0.02
i	0.375	L_3, F_0	±0.01
l	4.70	P_0, F_1	±0.04

注:1 in = 25.4 mm.

表 2　组成环影响因子计算结果　　in

方　法	a	b	c	d	e
尺寸驱动	−0.1826	−0.0322	−0.1826	0	0
数学建模	−0.1826	−0.0322	−0.1826	0	0
Jeffrey	−0.1826	−0.0322	−0.1826	0	0
方　法	f	g	h	i	l
尺寸驱动	−0.0271	−0.0273	−0.1834	−0.1855	0.1828
数学建模	−0.0272	−0.0273	−0.1834	−0.1854	0.1828
Jeffrey	−0.0273	−0.0274	−0.1834	−0.1855	0.1826

注:1 in = 25.4 mm.

表3 封闭环上下偏差分析结果 in

方 法	上偏差	下偏差
尺寸驱动	0.001 972 90	-0.001 972 95
数学建模	0.001 970 00	-0.001 973 00
Jeffrey	0.001 973 00	-0.001 973 06

注:1 in = 25.4 mm.

从上述分析结果可见,3种方法的计算结果接近,能满足实际应用的需求. Jeffrey 的方法在确定组成环后,还需要定义零件间连接的形式,才能进行进一步的计算;数学建模方法需要对模型进行分析,建立方程组进行求解,需要大量的人工参与;尺寸驱动法执行过程较其它2种方法简便,除了交互标注公差外,不需要其它操作环节,分析计算效率高.

4 结 论

本文探讨并构造了工程尺寸集与建模参数集间映射函数关系式及其求解算法,并在此基础上建立了基于尺素链的公差自动分析方法. 应用这些技术方法,基本解决了基于三维产品模型的尺寸及其公差自动分析所遇到的难点,包括传统上的三维尺寸链计算问题. 通过计算实例,对上述算法进行详细地验证,结果证实了本文所提出的理论及算法的正确性和有效性. 应用牛顿法进行工程尺寸集与建模参数集间映射函数关系式的求解,仅是非线性方程组求解的基本算法,故有待对上述函数关系式进行进一步分析,选用更加高效和稳定的算法进行改进.

参考文献(References)

[1] 张开富. 飞机部件装配误差累积分析与容差优化方法研究[D]. 西安: 西北工业大学机电学院,2006
Zhang Kaifu. Assembly error stack-up analysis and optimum tolerancing for aircraft assembly[D]. Xi'an: School of Mechatronic Engineering, Northwestern Polytechnical University, 2006 (in Chinese)

[2] 彭和平,刘晓军. 基于矢量环装配模型的二维公差分析[J]. 机械传动,2008,32(3):75-77
Peng Heping, Liu Xiaojun. 2-D tolerance analysis of mechanical assemblies including geometric tolerances[J]. Journal of Mechanical Transmission,2008,21(3):75-77(in Chinese)

[3] 胡洁,吴昭同,杨将新. 基于旋量参数的三维公差累积的运动学模型[J]. 中国机械工程,2003,14(2):127-130
Hu Jie, Wu Zhaotong, Yang Jiangxin. Kinematic model of 3D tolerance accumulation based on screw parameter[J]. China Mechanical Engineering,2003,14(2):127-130(in Chinese)

[4] 吴兆强. 基于小位移旋量的公差模拟建模及公差分析[J]. 机械设计与制造,2010,1(1):205-207
Wu Zhaoqiang. Stimulated tolerances modeling based on small displacement torsors and tolerances analysis[J]. Machinery Design & Manufacture,2010,1(1):205-207(in Chinese)

[5] 张旭堂,刘文剑,金天国. 面向并行工程的三维装配公差链分析[J]. 机械设计与研究,2004,20(4):59-63
Zhang Xutang, Liu Wenjian, Jin Tianguo. 3D assembly tolerance-chain analysis for concurrent engineering[J]. Machine Design and Research,2004,20(4):59-63(in Chinese)

[6] 徐旭松,杨将新,曹衍龙,等. 基于齐次坐标变换的制造误差建模研究[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2008, 42(6): 1021-1026
Xu Xusong, Yang Jiangxin, Cao Yanlong, et al. Manufacturing error modeling based on homogeneous transformation[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2008, 42(6): 1021-1026(in Chinese)

[7] 赵皇进,郑国磊,段丽华. 数字化环境下装配尺寸链分析的几何方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2008,20(1): 104-108
Zhao Huangjin, Zheng Guolei, Duan Lihua. A geometric method for assembly dimension-chain analysis in digital context[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics,2008, 20(1):104-108(in Chinese)

[8] Liu Fang, Zheng Guolei, Zheng Hongyong. Geometric model and analysis method of form and location tolerance in digital environment[C]//Computer Engineering and Technology. Piscataway, NJ: IEEE,2010(5):328-332

[9] Wang Heng, Ning Ruxin, Yan Yan. Simulated toleranced CAD geometrical model and automatic generation of 3D dimension chains [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology,2006(29):9-10

[10] Dabling J G. Incorporating geometric feature variation with kinematic tolerance analysis of 3D assemblies[D]. Provo: Department of Mechanical Engineering, Brigham Young University,2001

(编 辑:文丽芳)