旋转激光陀螺惯导系统误差传播特性分析

尹洪亮 杨功流 宋凝芳 王丽芬

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

摘 要: 设计旋转式惯导系统(INS, Inertial Navigation System)最重要的工作是理清旋转调制误差自动补偿机理、掌握补偿前后误差的传播特性,在此基础上设计合理的转位方案,并对其进行仿真和试验验证. 结合单轴旋转式惯导系统工作原理和误差传播方程,解释了旋转调制误差自动补偿的机理,利用理论和仿真两种手段分析了单轴旋转惯导系统中惯性元件常值误差、随机误差、标度因数误差和安装误差的传播特性,得到了旋转调制对惯性器件误差的调制效果,验证了单轴正反转停方案的有效性和应用的合理性. 研究结果为旋转式激光陀螺(LG, Laser Gyroscope)惯导系统的设计提供了理论参考和设计依据.

关 键 词: 激光陀螺; 旋转调制; 旋转方案; 误差传播

中图分类号: U 666.1

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)03-0345-06

Error propagating characteristic analyzing for rotating LG INS

Yin Hongliang Yang Gongliu Song Ningfang Wang Lifen

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Understanding the mechanism of rotation modulation error auto-compensation and grasping the characteristic of front-to-back error propagating are the utmost important jobs for the design of a rotating inertial navigation system (INS). Basing on these, a reasonable rotation scheme can be designed and verified by simulating and testing at the time. Combining with the working principle and error propagating equation of single-axis rotating INS, the mechanism of rotation modulation error auto-compensation was explained. By theory reasoning and mathematically simulating, inertial sensors' error propagating characteristics of constant errors, rand errors, scale errors and mount-errors were analyzed, and the effects of error modulation by using single-axis rotating INS for inertial sensors were obtained. All these results show that this rotation scheme is effective and feasible for INS. The studying results can offer both theory reference and design basis for the realization of the rotating laser gyroscope (LG) INS.

Key words: laser gyroscope; rotation modulation; rotating scheme; error propagating

随着惯性器件水平的提高,舰艇(如大型水平舰船、潜艇等)对惯导系统长航时高精度导航能力提出了越来越高的要求. 旋转调制技术通过转位机构控制惯性测量装置(IMU, Inertial Measurement Unit)按照设定好的次序进行周期性的旋转,能够将惯性器件误差调制成均值为零的周期变化量,从而降低其对导航精度的影响. 该项技术在不增加 IMU 成本的前提下提高系统长时间的导航精度,在激光陀螺惯导系统上具有很大的应用空间,是目前国内外研究的热点[1-2].

国外先进国家,尤其是美国,已经将该项技术成功应用于激光陀螺惯导系统,并取代了原有的船用惯导系统. 最典型的 3 类产品是 Sperry 公司的 MK39 系列、MK49 系列和 AN/WSN-7 系列激光陀螺惯导系统[3-6],这 3 类系统均采用单、双轴旋转调制技术,已经在美国海军水面舰船和潜艇

收稿日期: 2010-12-03; **网络出版时间**: 2012-03-20 10:37

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120320.1037.005.html

作者简介: 尹洪亮(1984 -),男,山东潍坊人,博士生,yhl102396@163.com.

上得到了应用. 旋转调制技术的优势在于能够对器件误差实现自动补偿,而由于增加了转位机构,系统在结构、原理方案、可靠性等方面都变得复杂,系统误差的传播特性也发生了改变. 为了研制高精度旋转调制惯导系统,必须首先对旋转调制下误差的调制机理进行深入分析,这是对该类系统进行技术攻关的理论基础. 国内一些科研单位[7-8]开展了激光陀螺单轴旋转惯导系统技术的研究和样机研制工作,取得了许多成果. 但是,系统精度与国外相比有一定差距,与理论精度也不相符,根本原因在于对旋转惯导系统误差特性的分析还不够透彻,制约着系统转位方案设计、初始对准等关键技术的突破. 针对这一问题,本文对旋转惯导系统误差的调制机理和传播特性进行了研究.

1 旋转调制误差自动补偿原理

1.1 旋转式惯导系统组成及工作原理

单轴旋转式惯导系统的组成如图 1 所示. 系统由惯性平台、缓冲基座和一体化显控机柜组成. 惯性平台由 IMU、转位机构组成,一体化显控机柜由电源、导航计算机、显示装置、I/O 接口等组成.

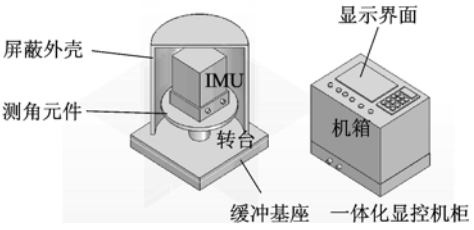

图 1 单轴旋转式惯导系统组成图

旋转式惯导系统与捷联惯导系统在硬件上的差别是增加了转位机构和测角装置,通过捷联解算方案能够解算出载体的速度和位置[2],而载体的姿态信息需要由 IMU 实时输出和测角装置同步测量的转角信息进行姿态解调. 转位机构按照设定好的转位方案进行旋转,转位方案包括转速、停止位置、停止时间和旋转次序等参数.

1.2 旋转式惯导系统导航解算算法

旋转惯导系统的误差方程可描述为[9]

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\phi}} &= -\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}\times\boldsymbol{\phi}+\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}\\ \delta\dot{\boldsymbol{v}} &= \boldsymbol{f}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{n}}\times\boldsymbol{\phi}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}\delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}-(2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\\ &\quad\ \delta\boldsymbol{v}-(2\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\boldsymbol{v}-\delta\boldsymbol{g}\\ \delta\dot{\boldsymbol{p}} &= \delta\boldsymbol{v}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

式中,n 表示导航坐标系(本文取东、北、天坐标系);b 表示船体坐标系;p 表示 IMU 坐标系;i 表示惯性坐标系;e 表示地球坐标系;$\boldsymbol{\phi}$ 为数学平台的失准角;$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}$和 $\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}$为 n 系相对 i 系的角速率在 n 系上的投影及其误差;$\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}$为 p 系相对 i 系的角速率误差在 p 系上的投影;$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}$为 e 系相对 i 系的自转角速率在 n 系中的投影;$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}$为 n 系相对 e 系的角速率在 n 系上的投影;$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}$为 b 系到 n 系的变换矩阵(即姿态矩阵);$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}$为 p 系到 b 系的变换矩阵;$\boldsymbol{v}$ 和 $\delta\boldsymbol{v}$ 分别为数学平台的速度和速度误差;$\boldsymbol{f}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{n}}$为加计测量的比力在 n 系上的投影;$\delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}$为加计测量误差在 p 系上的投影;$\delta\boldsymbol{p}$ 为位置误差;$\delta\boldsymbol{g}$ 为重力偏差.

由方程(1)可以看出,旋转式惯导系统中 IMU 输出误差经过了两次坐标变换,其中 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}$ 是随时间变化的,根据转位方案确定.

旋转式惯导系统导航算法原理如图 2 所示. 假设初始时刻 p 系与 b 系重合,若 IMU 绕 Oz_{p} 连续旋转,则 b 系到 p 系的姿态阵表示为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}}(t)=\begin{bmatrix}\cos\theta(t) & \sin\theta(t) & 0\\ -\sin\theta(t) & \cos\theta(t) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\quad(2)$$

式中,$\theta(t)$为 t 时刻的旋转角度.

将 IMU 的输入值表示为

$$\left.\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}} &= \boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{bp}}^{\mathrm{p}}\\ \hat{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}} &= \boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}}\hat{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{f}_{\mathrm{bp}}^{\mathrm{p}}\end{aligned}\right\}\quad(3)$$

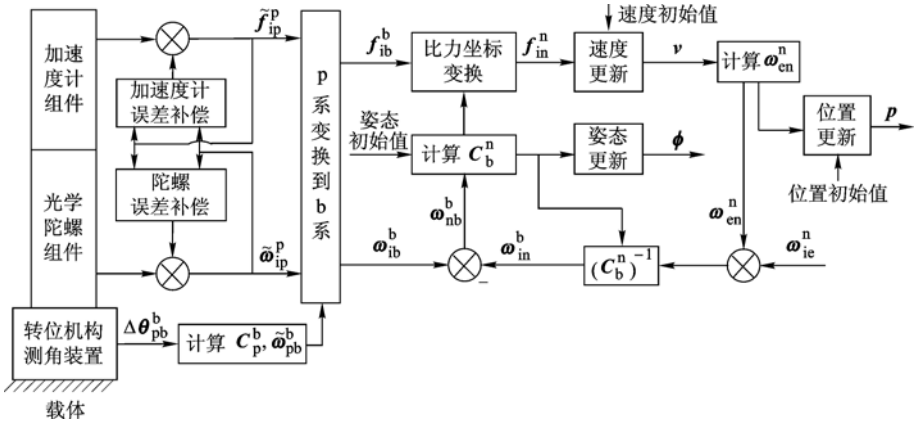

图 2 旋转式惯导系统导航算法原理图

式中,$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$,$\hat{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$分别为 b 系相对 i 系的角速度和比力真值;$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{bp}}^{\mathrm{p}}$,$\boldsymbol{f}_{\mathrm{bp}}^{\mathrm{p}}$分别为 p 系相对 b 系的角速度和加速度.

IMU 的测量值在 p 系上的投影为

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}&=\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}\\ \widetilde{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}&=\hat{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

式中,$\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}$,$\delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}$分别为陀螺和加计测量误差.

将 $\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}$和$\widetilde{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}$从 p 系变换到 b 系为

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}&=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{pb}}^{\mathrm{b}}\\ \widetilde{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}&=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}\widetilde{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\boldsymbol{f}_{\mathrm{pb}}^{\mathrm{b}}\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

式中,$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}=(\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{pb}}^{\mathrm{b}}=-\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{bp}}^{\mathrm{p}}$;$\boldsymbol{f}_{\mathrm{pb}}^{\mathrm{b}}=-\boldsymbol{f}_{\mathrm{bp}}^{\mathrm{p}}=\boldsymbol{0}$.

将式(2)~式(4)代入式(5)中,得

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}&=\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}+\begin{bmatrix}\delta\omega_{\mathrm{ip}}^{px}\cos\theta(t)-\delta\omega_{\mathrm{ip}}^{py}\sin\theta(t)\\ \delta\omega_{\mathrm{ip}}^{px}\sin\theta(t)+\delta\omega_{\mathrm{ip}}^{py}\cos\theta(t)\\ \delta\omega_{\mathrm{ip}}^{pz}\end{bmatrix}\\ \widetilde{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}&=\hat{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}+\begin{bmatrix}\delta f_{\mathrm{ip}}^{px}\cos\theta(t)-\delta f_{\mathrm{ip}}^{py}\sin\theta(t)\\ \delta f_{\mathrm{ip}}^{px}\sin\theta(t)+\delta f_{\mathrm{ip}}^{py}\cos\theta(t)\\ \delta f_{\mathrm{ip}}^{pz}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

从式(6)可以看出,与旋转轴垂直面上的两个轴惯性元件输出误差被调制成正余弦形式,而转轴上惯性元件输出误差没有被调制. 可以看出,通过转位机构控制 IMU 旋转,使 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)$周期性的变化,这样惯性元件原有的输出误差被调制成周期变化量,在一个旋转周期内积分后变为零,从而抵消掉这部分误差对系统导航精度的影响.

2　旋转式惯导系统误差传播特性

IMU 各误差项的调制效果受自身的误差特性、转位方案和传播特性等因素影响,将呈现出不同的表现形式. 本节以激光陀螺组件输出误差为例,深入研究单轴旋转对激光陀螺组件主要误差项的调制效果,为旋转方案的设计提供依据. 加计组件输出误差的调制分析方法与此相同.

激光陀螺组件输出误差在 p 系上的投影关系可以描述为

$$\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}=[\boldsymbol{S}_{\mathrm{g}}+(\Delta\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}}]\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\boldsymbol{\varepsilon}\tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{S}_{\mathrm{g}}$ 为标度因数误差;$\Delta\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{b}}$ 为安装误差阵;$\boldsymbol{\varepsilon}$ 为漂移误差.

调制后的激光陀螺组合件输出误差为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}&=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}\{[\boldsymbol{S}_{\mathrm{g}}+(\Delta\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}}]\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\boldsymbol{\varepsilon}\}=\\ &\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{g}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(\Delta\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}\tag{8}$$

式(8)右边 3 项分别对应激光陀螺标度因数误差、安装误差、漂移的调制形式.

2.1　常值漂移传播特性

若仅考虑陀螺常值漂移,记为 $\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{b}}$,则由式(8)右边第 3 项得到旋转对由常值漂移误差引起的陀螺输出误差的调制为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{\mathrm{bx}}\cos\theta(t)-\varepsilon_{\mathrm{by}}\sin\theta(t)\\ \varepsilon_{\mathrm{bx}}\sin\theta(t)+\varepsilon_{\mathrm{by}}\cos\theta(t)\\ \varepsilon_{\mathrm{bz}}\end{bmatrix}\tag{9}$$

可见,旋转方式为连续旋转时,转速 $\dot{\theta}(t)$ 为常值,在一个旋转周期内,与旋转轴垂直面上的常值漂移被完全调制,旋转轴上的常值漂移不能被调制,仍按原规律传播.

2.2　随机漂移传播特性

若仅考虑陀螺随机漂移,记为 $\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}}$,假设 ε_{ri},$i=x,y,z$ 为高斯白噪声,均值为 0,方差为 σ_{ri}^2,则经调制后变为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{\mathrm{rx}}\cos\theta(t)-\varepsilon_{\mathrm{ry}}\sin\theta(t)\\ \varepsilon_{\mathrm{rx}}\sin\theta(t)+\varepsilon_{\mathrm{ry}}\cos\theta(t)\\ \varepsilon_{\mathrm{rz}}\end{bmatrix}\tag{10}$$

由概率论相关知识,对调制后误差求均值和方差得

$$E[\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}}]=\boldsymbol{0}\tag{11}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{var}[\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}}]=E\{[\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}}][\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}}]^{\mathrm{T}}\}=\\ &\begin{bmatrix}0.5(\sigma_{\mathrm{rx}}^2+\sigma_{\mathrm{ry}}^2)&0&0\\ 0&0.5(\sigma_{\mathrm{rx}}^2+\sigma_{\mathrm{ry}}^2)&0\\ 0&0&\sigma_{\mathrm{rz}}^2\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{12}$$

从式(12)可以看出,各轴陀螺输出噪声方差基本没有改变,原因是白噪声的频率要远远大于转动频率,在一个转动周期内仍然是白噪声的表现形式. 因此,旋转调制不能消除随机漂移对导航精度的影响.

2.3　标度因数误差传播特性

激光陀螺标度因数存在正反不对称性,忽略这种不对称性或者用正向标度因数和反向标度因数的均值来代替使用都是不正确的[10]. 本文考虑正反标度因数的不对称性,研究对称性标度因数误差和非对称性标度因数误差的调制.

考虑静基座条件下,$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}$由地球旋转角速率和转位机构旋转角速率两部分组成,可以描述为

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{bp}}^{\mathrm{p}}=\begin{bmatrix}\omega_{\mathrm{ieN}}\sin\theta(t)\\ \omega_{\mathrm{ieN}}\cos\theta(t)\\ \dot{\theta}+\omega_{\mathrm{ieU}}\end{bmatrix}\tag{13}$$

式中,ω_{ieE},ω_{ieN},ω_{ieU}为地球旋转角速率 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}$在 n 系中的分量.

IMU 中 3 个陀螺的 S_{g} 可以描述为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{\mathrm{g}}&=\mathrm{diag}\{S_{gx},S_{gy},S_{gz}\}\\ S_{gj}&=S_{gj}^{+}+S_{gj}^{-}\mathrm{sign}(\hat{\omega}_{\mathrm{ip}}^{pj})\quad j=x,y,z\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

式中，S_{gj}^{+}，S_{gj}^{-}，$j=x,y,z$ 分别为3个陀螺的对称性标度因数误差和非对称标度因数误差. 将式(13)和式(14)代入式(9)右边第1项，得到单轴旋转对由标度因数误差引起的陀螺输出误差的调制为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\boldsymbol{S}_{\mathrm{g}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}=$$

$$\begin{bmatrix}[0.5S_{g1}^{+}\sin 2\theta(t)+S_{g1}^{-}|\sin\theta(t)|\cos\theta(t)]\omega_{\mathrm{ieN}}-[0.5S_{g2}^{+}\sin 2\theta(t)+S_{g2}^{-}|\cos\theta(t)|\sin\theta(t)]\omega_{\mathrm{ieN}}\\ [S_{g1}^{+}\sin^{2}\theta(t)+S_{g1}^{-}|\sin\theta(t)|\sin\theta(t)]\omega_{\mathrm{ieN}}+[S_{g2}^{+}\cos^{2}\theta(t)+S_{g2}^{-}|\cos\theta(t)|\cos\theta(t)]\omega_{\mathrm{ieN}}\\ S_{g3}^{+}[\dot{\theta}(t)+\omega_{\mathrm{ieU}}]+S_{g3}^{-}|\dot{\theta}(t)+\omega_{\mathrm{ieU}}|\end{bmatrix}\tag{15}$$

将上述误差项在一个转动周期 T 内积分，则得到一个旋转周期内数学平台的累计误差角度为

$$\int_{0}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}\mathrm{d}t=$$

$$\begin{bmatrix}0\\ 0.5T(S_{g1}^{+}+S_{g2}^{+})\omega_{\mathrm{ieN}}\\ \dfrac{2\pi\{S_{g3}^{+}[\dot{\theta}(t)+\omega_{\mathrm{ieU}}]+S_{g3}^{-}|\dot{\theta}(t)+\omega_{\mathrm{ieU}}|\}}{|\dot{\theta}(t)|}\end{bmatrix}\tag{16}$$

由上式可见，经过一个周期的旋转调制，与转轴垂直面上的两个陀螺非对称性标度因数误差 S_{g1}^{-}，S_{g2}^{-} 被完全调制掉，而对称性标度因数误差 S_{g1}^{+}，S_{g2}^{+} 仍然存在，旋转轴上的标度因数误差被调制成更复杂的形式. 在系泊摇摆条件下，船体受海浪冲击使姿态角呈正弦波形式的变化，$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 不再是常值，而是包含了三角函数项，S_{g1}^{-}，S_{g2}^{-} 将不再被完全调制，但总的调制效果与静基座下相差不大. 在匀速、加减速直航条件下，船体无角运动，调制效果与静基座相同. 在转弯运动条件下，分析将变得更加复杂，直观上看，旋转式系统的动态性能与不旋转相比没有实质变化.

由于 $\omega_{\mathrm{ieU}}\gg\omega$，式(16)中第3项可以简化为

$$2\pi S_{g3}^{+}\mathrm{sign}(\dot{\theta}(t))+S_{g3}^{+}\omega_{\mathrm{ieU}}T+2\pi S_{g3}^{-}\tag{17}$$

从上式可见，第1项为对称性标度因数误差与旋转运动耦合产生的误差，采用正反转停($\dot{\theta}(t)$符号呈正负变化)能够抵消掉此误差项；第2项为对称性标度因数误差与地球旋转角速率耦合产生的误差，在以本体系为旋转基准条件下此项误差无法抵消掉；第3项误差是由于旋转所引起的非对称性误差在旋转轴上的误差累积，是一项量级比较大的随时间增大的误差项，也是制约单轴旋转式惯导系统精度的关键因素之一. 因此，单轴旋转对陀螺组件标度因数误差项的调制不但没有减小误差，反而引起比较大的导航误差，这一特性对系统天向轴陀螺性能提出了更高的要求.

2.4 安装误差传播特性

安装误差角是指陀螺真实敏感轴方位与标定计算得到的陀螺敏感轴方位之间的夹角. 在小角度假设下，安装误差阵 $\Delta\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{b}}$ 可表示为

$$\Delta\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}0&-\eta_{xz}&\eta_{xy}\\ \eta_{yz}&0&-\eta_{yx}\\ -\eta_{zy}&\eta_{zx}&0\end{bmatrix}\tag{18}$$

式中，$\eta_{ij}(i=x,y,z;j=x,y,z;i\neq j)$ 为陀螺组件与b系的6个不对准角. 将式(13)和式(18)代入式(9)右边第2项，得到单轴旋转对由安装误差引起的陀螺输出误差的调制为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\Delta\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{b}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}=\begin{bmatrix}\omega_{\mathrm{ieN}}[\eta_{xz}\cos^{2}\theta(t)+\eta_{yz}\sin^{2}\theta(t)]-[\dot{\theta}(t)+\omega_{\mathrm{ieU}}][\eta_{xy}\cos\theta(t)+\eta_{yx}\sin\theta(t)]\\ 0.5\sin 2\theta(t)\omega_{\mathrm{ieN}}(\eta_{xz}-\eta_{yz})-[\dot{\theta}(t)+\omega_{\mathrm{ieU}}][\eta_{xy}\sin\theta(t)+\eta_{yx}\cos\theta(t)]\\ \eta_{zy}\omega_{\mathrm{ieN}}\sin\theta(t)-\eta_{zx}\omega_{\mathrm{ieN}}\cos\theta(t)\end{bmatrix}\tag{19}$$

将上述误差项在一个转动周期 T 内积分，则得到一个旋转周期内数学平台的累计误差角度为

$$\int_{0}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{b}}(t)\delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ip}}^{\mathrm{p}}\mathrm{d}t=\begin{bmatrix}0.5T(\eta_{xz}+\eta_{yz})\omega_{\mathrm{ieN}}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\tag{20}$$

由上式可见，一个周期的单轴旋转能够将安装误差角 η_{xy}，η_{yx}，η_{zy}，η_{zx} 引起的导航误差抵消掉，而 η_{xz}，η_{yz} 引起的导航误差则无法抵消.

3 单轴旋转误差调制效果分析

从第2节的分析中可以看出，单轴旋转采取正反转停的旋转方案，不仅能够调制掉与转轴垂直面上的惯性元件常值误差项，还能够调制掉部分标度因数误差项. 停止时间要设置合理，使驱动电机能够恢复因启停制动产生的形变. 而且，为了保证停止期间陀螺常值漂移得到完全抵消，在一个旋转周期内被调制成正余弦形式的常值漂移积

分为零,不仅要求停止位置关于转轴对称,而且要求对转位机构的控制要稳定,包括旋转、启停和停止的控制,即对旋转速度、启停加速度的稳定性也有一定的精度要求.

根据这些准则,设计 IMU 旋转方案为绕 O_{zb} 轴的单轴正反转停方案,即次序为:①从位置 1 正转 180°到达位置 2;②从位置 2 反转 180°到达位置 1;③从位置 1 反转 180°到达位置 2;④从位置 2 正转 180°到达位置 1,每个位置停止时间为 T_s. 次序① ~ 次序④为一个周期,反复进行.

为了验证该旋转方案对误差调制的效果,分别对惯性元件常值误差、随机误差、标度因数误差和安装误差的调制效果进行仿真和分析.

3.1　常值误差调制效果仿真与分析

静基座下,取陀螺常值漂移 $[\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z] = [0.01, 0.01, 0.01]$(°)/h,加计常值零偏 $[\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z] = [100, 100, 100]\mu g$,其他误差为零. 采用正反转停旋转方案,旋转速度 3(°)/s,停止时间 $T_s = 120$ s. 采样时间 1 s,仿真时间 48 h. 单轴旋转惯导系统中常值误差引起的系统定位和姿态误差如图 3 所示.

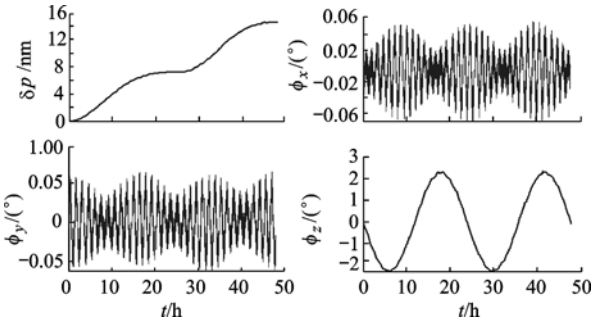

图 3　仅常值误差单轴旋转惯导系统误差曲线

在非旋转惯导系统中,东向陀螺漂移对经度和方位产生常值误差分量 $\varepsilon_x \tan\varphi/\omega_{ie}$ 及 $\varepsilon_x/(\omega_{ie}\cos\varphi)$($\varphi$ 为纬度),但不引起随时间积累的误差. 北向及方位陀螺漂移产生纬度常值误差为 $\varepsilon_y \sin\varphi/\omega_{ie}$ 及 $\varepsilon_z \cos\varphi/\omega_{ie}$,还产生东向速度常值误差为 $-R\varepsilon_y \cos^2\varphi$ 及 $-R\varepsilon_z \sin\varphi\cos\varphi$,$R$ 为地球半径. 除了产生常值误差外,它们还产生随时间积累的经度误差 $-t\varepsilon_y \cos\varphi$ 及 $-t\varepsilon_z \sin\varphi$. 加计常值零偏引起经度、纬度、姿态和航向常值误差,但不引起速度常值误差.

经过单轴旋转调制,东向、北向惯性元件常值误差引起的导航误差被调制掉,天向惯性元件常值误差仍按原规律传播,因此位置精度提高了一倍,姿态、航向的调制效果也很明显. 由此也得出结论:天向惯性元件常值误差是制约单轴旋转式惯导系统精度的主要因素之一.

3.2　随机误差调制效果仿真与分析

取随机陀螺漂移[0.001,0.001,0.001](°)/h,加计随机零偏[50,50,50]μg,其他误差为零. 旋转方案不变. 考虑到白噪声对导航结果的影响是跟采样频率相关联的,将采样周期设为 0.1 s. 单轴旋转惯导系统中随机误差引起的系统定位和姿态误差如图 4 所示.

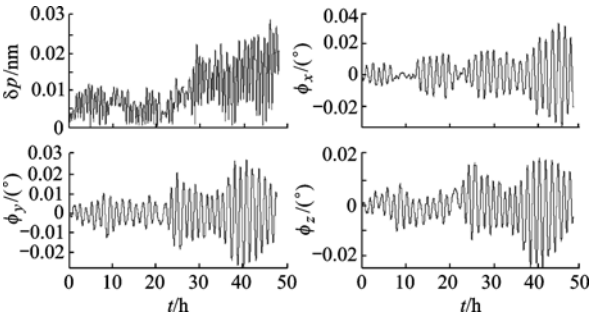

图 4　仅随机误差单轴旋转惯导系统误差曲线

随机漂移在长时间内具有统计特性,对于两种系统,定位误差长时间呈发散趋势,发散程度基本相同. 可见随机误差引起的导航误差不受调制,惯性元件随机误差是影响单轴旋转式惯导系统精度的主要因素之一.

3.3　标度因数误差调制效果仿真与分析

从第 2 节的分析中看出:对称性标度因数误差虽然未被调制掉,但也未因增加旋转机构而额外带来较大的导航误差;与旋转轴垂直面上的非对称性标度因数误差被完全调制掉,但是在转轴方向上引入了一个量级较大的随时间积累的误差项. 下面只取 3 个陀螺非对称性标度因数误差为 1×10^{-6},其他误差为零,系统定位和姿态误差如图 5 所示.

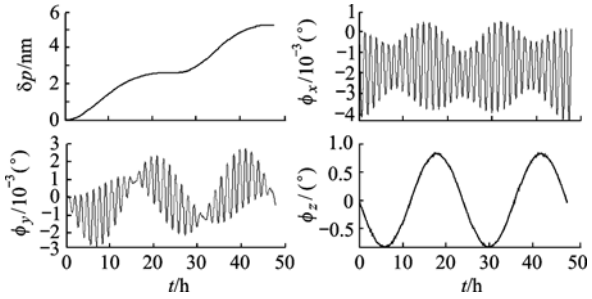

图 5　仅非线性标度误差单轴旋转惯导系统误差曲线

本仿真中一个转动周期为 $4(Th + \pi/\dot{\theta}) = 720$ s,总仿真时间为 48 h,将这些参数代入式(17),得到天向陀螺非对称性标度因数误差由于增加转位机构额外引起的位置误差(海里)大约为

$$2\pi n S_{g_3}^{-} = 2 \times 3.14 \times (48 \times 3\,600/720) \times 10^{-6} \times$$

$$6\,378\,000/1\,852 = 5.19$$

仿真结果也验证了这一结论. 由此可见,天向陀螺非对称性标度因数误差是制约单轴旋转式惯导系统精度的主要因素之一. 系统要保持长时间工作的高精度,必然要求天向陀螺具有较小的标度因数不对称度.

3.4 安装误差调制效果仿真与分析

静基座条件下,取陀螺组合件和加计组合件的安装误差均为[0, -2″,2″;2″,0, -2″; -2″,2″, 0],单轴旋转惯导系统中安装误差引起的系统定位和姿态误差如图 6 所示.

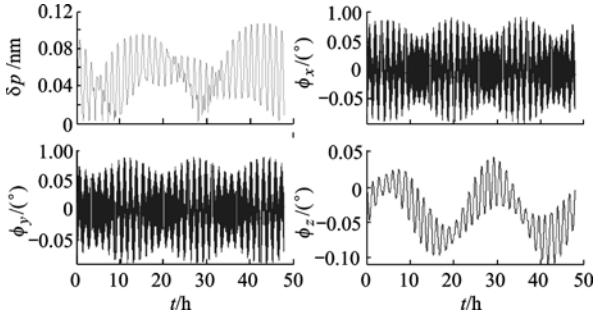

图 6 仅安装误差单轴旋转惯导系统误差曲线

从图 6 中可见,单轴旋转抵消了部分安装误差引起的导航误差,表现在安装误差引起的姿态角常值误差部分被抵消掉,由于安装误差阵中 η_{xz} 和 η_{yz} 引起的导航误差依然存在,位置精度没有明显提高.

4 结 论

本文对单轴旋转式激光陀螺惯导系统的误差传播特性进行了深入研究,推导了惯性元件主要误差项的调制形式,针对单轴正反转停旋转方案,对各误差项调制效果进行了分析,结论如下:

1) 单轴旋转调制能够抵消惯性元件常值误差在与转轴垂直面上的分量引起的导航误差,而惯性元件常值误差在沿转轴方向上的分量引起的导航误差仍按原规律传播;

2) 单轴旋转调制能够抵消掉惯性元件非对称性标度因数误差在与转轴垂直面上的分量引起的导航误差,但在转轴方向上与旋转耦合引入了更大的导航误差;

3) 转轴方向上惯性元件常值误差、非对称性标度因数误差以及惯性元件的随机误差是制约惯导系统精度的主要因素;

4) 正反转停是比较理想的单轴旋转方案,在每个旋转周期内,要求旋转速度和启停加速度关于时间对称,并且停止位置关于转轴对称.

参考文献 (References)

[1] Levinson E, Giovanni C S. Laser gyro potential for long endurance marine navigation[C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium. New York: Institute of Electrical and Electronics, 1980: 115 - 129

[2] 袁保伦. 四频激光陀螺旋转式惯导系统研究[D]. 长沙: 国防科技大学光电科学与工程学院, 2007
Yuan Baolun. Research on rotating inertial navigation system with four-frequency differential laser gyroscope[D]. Changsha: College of Opto-electronics Science and Engineering, National University of Defense Technology, 2007 (in Chinese)

[3] Levison E, Majure R. Accuracy enhancement techniques applied to the marine ring laser inertial navigator (MARLIN)[J]. Journal of The Institute of Navigation, 1987, 34(1): 64 - 86

[4] Levison E, ter Horst J, Willcocks M. The next generation marine inertial navigator is here now[C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium. New York: Institute of Electrical and Electronics, 1994: 121 - 127

[5] Tucker T, Levison E. The AN/WSN-7B marine gyrocompass/navigator[C]//Ron Hatch. ION Navigational Technical Meeting. Anaheim, CA, USA: The Institute of Navigation, 2000: 348 - 357

[6] Lahhan J I, Brazell J R. Acoustic noise reduction in the MK49 ship's inertial navigation system (SINS)[C]//IEEE Position, Location and Navigation Symposium. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992: 32 - 39

[7] 龙兴武, 于旭东, 张鹏飞, 等. 激光陀螺单轴旋转惯性导航系统[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(2): 149 - 153
Long Xingwu, Yu Xudong, Zhang Pengfei, et al. Single-rotating inertial navigation system with ring laser gyroscope[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(2): 149 - 153 (in Chinese)

[8] 陆至东, 王晓斌. 系统级双轴旋转调制捷联惯导误差分析及标校[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(2): 135 - 141
Lu Zhidong, Wang Xiaobin. Error analysis and calibration of systematic dual-axis rotation-modulating SINS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(2): 135 - 141 (in Chinese)

[9] Bar Itzhack I Y, Meskin D G. Unified approach to inertial navigation system error modeling[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1992, 159(3): 648 - 653

[10] 袁保伦. 饶谷音, 廖丹. 旋转式惯导系统的标度因数误差效应分析[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(2): 160 - 164
Yuan Baolun, Rao Guyin, Liao Dan. Scale factor error analysis for rotating inertial navigation system[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 18(2): 160 - 164 (in Chinese)

[11] 张宇飞, 陆权聪, 翁海娜. 基于 IMU 旋转的船用激光导航系统分析与设计[J]. 海洋技术, 2009, 28(2): 88 - 91
Zhang Yufei, Lu Quancong, Weng Haina. Analysis and design of marine RLG navigation system based on IMU rotation[J]. Ocean Technology, 2009, 28(2): 88 - 91 (in Chinese)

(编 辑:刘登敏)