蒙皮加筋圆柱壳弯曲频率的三种计算模型

邢誉峰 潘忠文 杨 阳

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 研究了加筋圆柱壳弯曲刚度的面积等效和惯性矩等效方法,分别分析了面积等效时截面惯性矩的精度和惯性矩等效时面积的精度. 给出了计算蒙皮加筋圆柱壳弯曲固有振动频率和模态的等效梁模型、壳-梁模型和变厚度模型,这三种模型虽然皆可以用于火箭动态特性分析,但不同模型中的桁条作用机理不同. 给出了与三维壳-梁模型和变厚度模型对应的一维解析解,据此解释了模型的物理机理. 给出了薄壁壳弯曲频率计算中的临界厚度概念,指出了等效厚度方法的不足.

关 键 词: 圆柱壳; 桁条; 等效方法; 弯曲频率

中图分类号: V 214.4

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)04-0438-06

Three solution models of lateral frequencies of stiffening cylindrical shell

Xing Yufeng Pan Zhongwen Yang Yang

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The equivalence methods of area and moment of inertia were studied for the stringers in stiffening cylindrical shell, and the accuracy of moment of inertia when the area was equivalent, and the accuracy of area when the moment of inertia is equivalent were investigated respectively. The concept of critical thickness of thin cylindrical shell was revealed in the calculation of lateral inherent frequencies and the deficiency of the equivalence thickness method was pointed out. The equivalence beam model, the three dimensional (3-D) shell-beam model and the 3-D varied thickness shell models were presented for the lateral free vibration analysis of stiffening cylindrical shell, although these models can be utilized to analyze the dynamic characteristics of rocket, the lateral effects of the stringers predicted by different models differ greatly. Moreover, one dimensional analytical solutions corresponding to both 3-D models with simply supports were given, from which the effects of stringers on the lateral frequencies were straight forward.

Keywords: cylindrical shell; stringer; equivalence method; lateral frequency

运载火箭结构是复杂的薄壁加筋组合结构,其长细比(火箭长度与直径之比)满足梁模型的要求,理论上,对于横剖面尺寸远小于纵长尺寸的细长平直弹性体,用壳、体和梁模型,都可以得到比较吻合的中低阶模态分析结果. 对火箭载荷计算、姿态稳定性分析、POGO 稳定性分析等问题,只关心火箭的弯曲、扭转和纵向的中低阶频率和模态,用梁模型或质量弹簧模型来模拟复杂的火箭结构是一种有效方法,在工程研制中得到了广泛应用[1-8]. 只有在研究速率陀螺等敏感元件安装位置的局部振型和振型斜率问题时,才需要对敏感元件安装位置附近的局部结构建立三维有限元模型[9]. 近年来,随着软件和计算机求解能力的提高,开展了全箭结构的三维动力学建模研究,但由于模型中没有准确模拟充液贮箱推进剂和增压压力对结构特性的影响,使少量重要的纵、横和扭转模态淹没在大量的非主要模态之中[10-12].

为预示日本 H-Ⅱ运载火箭的动力载荷,文献

收稿日期: 2010-12-27; **网络出版时间**: 2012-04-01 11:58

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120401.1158.002.html

作者简介: 邢誉峰(1964-),男,吉林农安人,教授,xingyf@buaa.edu.cn.

[13]采用了三维动力学模型,分析了俯仰、偏航和扭转振动之间的耦合效应,并进行了 1/5 缩尺模型的模态实验.

蒙皮加筋柱壳是火箭的一种主要部段结构,虽然结构力学中有桁条面积等效和刚度等效方法,但由于实际工程对火箭的低阶频率要求较高,直接用教科书中的方法难以满足航天工程的要求,也难以清楚地说明桁条作用的物理机理.

在这种情况下,本文针对运载火箭姿态稳定性分析、POGO 稳定性分析和动载荷计算采用的梁模型,研究了加筋圆柱壳弯曲刚度的等效方法,分析了面积等效时截面惯性矩的精度和惯性矩等效时面积的精度. 针对弯曲固有振动频率的数值计算问题,给出了薄壁壳的临界厚度概念,并指出了等效厚度方法的不足. 分析了等效梁模型、壳-梁模型和变厚度模型在计算火箭弯曲频率时的差异,给出了与三维壳-梁模型和变厚度模型对应的一维解析解. 本文的目的不在于为火箭模态和载荷分析提供直接使用的方法,而在于为运载火箭结构简化和等效提供理论基础,进而提高火箭有限元模型的精度.

1　加筋圆柱壳弯曲刚度的等效

在火箭蒙皮加筋段中,桁条的数量 N 通常为 40 ~ 120 根,并且可以认为是均匀分布的. 蒙皮加筋结构的等效指的是桁条的等效. 对于弯曲模型而言,桁条对弯曲刚度的贡献主要体现在截面惯性矩上. 不论采用哪种等效方法,都要尽量保证惯性矩等效.

考虑一个薄壁壳,壳上分布若干轴向桁条,如图 1 所示. 火箭结构桁条的截面形状主要是 T 型、L 型和 Ω 型,并且桁条材料与蒙皮的材料相同. 但由于桁条截面尺寸与壳体半径相比是小量,而本节关心的是等效刚度问题,因此桁条的截面形状及其偏心不会影响下面结论的一般性. 为了推导公式方便,假设桁条的截面为圆形,并且形心位于壳体的中面. 圆形桁条截面惯性矩和横截面积分别为 $I_0=\pi r_0^4/4$ 和 $A_0=\pi r_0^2$,其中 r_0 为桁条的半径. 用 R_0 表示薄壁壳的半径,通常 $r_0/R_0\ll 1/10$. 由于对称性,本文只研究对 z 轴的弯曲情况.

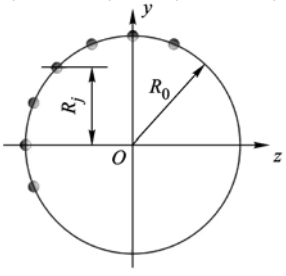

图 1　蒙皮加筋圆柱壳横截面

1.1　面积等效方法

为了说明等效机理,先不考虑蒙皮厚度. 下面分析面积(或质量)等效时截面惯性矩的模拟精度.

把所有桁条的横截面积均分在壳体截面上,N 个桁条的等效厚度 H 为

$$H=\frac{NA_0}{2\pi R_0} \tag{1}$$

所有桁条对 z 轴的截面惯性矩为

$$I_z = NI_0 + A_0\sum_{j=1}^{N} R_j^2 \tag{2}$$

厚度为 H 的等效壳对 z 轴的截面惯性矩为

$$I_{sz}=\frac{\pi}{8}D_0H(D_0^2+H^2) \tag{3}$$

式中 $D_0=2R_0$.

下面分析等效壳的惯性矩 I_{sz} 与桁条截面惯性矩 I_z 之间的关系,前者为根据面积等效得到的惯性矩,后者是真实惯性矩. 根据式(2)、式(3)和简单的三角函数推导可得

$$\frac{I_z}{I_{sz}}=\frac{1+k_2}{1+k_1}=\frac{1+k_2}{1+(Nk_2/2)^2} \tag{4}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} k_1&=\left(\frac{H}{D_0}\right)^2\\ k_2&=\frac{r_0^2}{2R_0^2}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

为了使 $I_{sz}=I_z$,需要 $N=\sqrt{8}(R_0/r_0)$. 因此,在面积相等的前提下,理论上,通过设计桁条的几何形状和数量,可以保证截面惯性矩完全等效,但这缺少实际意义.

对火箭结构,$H\ll D_0$,于是从式(4)可以看出,只要桁条是关于薄壁壳轴心对称布置并且数量大于等于 3,等效壳的截面惯性矩与桁条真实惯性矩之间的差异可以忽略不计,二者相对大小取决于 N 与$\sqrt{8}(R_0/r_0)$的相对大小.

1.2　惯性矩等效方法

根据惯性矩等效方法,忽略二阶小量,N 个桁条的等效厚度为

$$H=\frac{1}{\pi R_0^3}\left(NI_0+A_0\sum_{j=1}^{N}R_j^2\right) \tag{6}$$

厚度为 H 的等效壳的横截面积为

$$A_s=2\pi R_0H=\frac{2}{R_0^2}\left(NI_0+A_0\sum_{j=1}^{N}R_j^2\right) \tag{7}$$

所有桁条的横截面积之和为

$$A = NA_0 = N\pi r_0^2 \tag{8}$$

下面来分析 A_s 和 A 的关系. 根据式(7)、式(8)和简单的三角函数推导可得

$$\frac{A_s}{A} = 1 + k_2 \tag{9}$$

由此可见,近似面积 A_s 与真实面积 A 之间的差异也可以忽略不计. 虽然两种方法都可以用于蒙皮加筋结构的等效,但对于工程应用而言,面积等效方法更方便.

1.3 考虑蒙皮厚度时的桁条面积等效

在不考虑蒙皮厚度的前提下,前面讨论了多根桁条的面积等效方法和惯性矩等效方法及精度. 下面讨论考虑蒙皮厚度 δ 时的面积等效方法的精度,此时等效壳的总厚度为

$$H = \delta + \frac{NA_0}{2\pi R_0} \tag{10}$$

厚度为 H 的等效壳的惯性矩为

$$I_{sz} = \frac{\pi}{8} D_0 H (D_0^2 + H^2) \approx \frac{\pi}{8} D_0^3 \left(\delta + \frac{NA_0}{2\pi R_0} \right) \tag{11}$$

式(11)右端项略去了二阶小量 $O(H^2)$. 加筋壳的截面惯性矩 I_z 为壳的原有惯性矩加上所有桁条的截面惯性矩,即

$$I_z = \frac{\pi}{8} D_0 \delta (D_0^2 + \delta^2) + N\left(I_0 + \frac{A_0}{2} R_0^2 \right) \approx \frac{\pi}{8} D_0^3 \left(\delta + \frac{NA_0}{2\pi R_0} \right) + NI_0 \tag{12}$$

式(12)略去了二阶小量 $O(\delta^2)$. 比较式(11)和式(12)可得

$$\frac{I_z}{I_{sz}} = 1 + \frac{k_2}{1 + 2R_0\delta / Nr_0^2} \tag{13}$$

与式(5)相比,式(13)明确地表明 $I_z / I_{sz} > 1$,即近似惯性矩略小于真实惯性矩,其差别也可忽略不计.

2 薄壳的临界厚度

只要壳的厚度不同,其弯曲频率就应该不同,但薄壳弯曲频率的数值结果对厚度却不敏感. 对于长细比满足梁要求的厚度为 H 的薄壳(H 包括蒙皮厚度和桁条等效厚度),其弯曲频率由截面惯性矩和横截面积之比确定,即

$$\frac{I_{sz}}{A} = \frac{R_0^2}{2}(1 + k_1) \tag{14}$$

根据式(14)可以求出一个称之为“临界厚度”的厚度,该厚度取决于频率值变化的要求,这是因为频率值精度有效位数的变化是和 $\sqrt{I_{sz}/A}$ 直接相关的. 由式(14)可得

$$\sqrt{\frac{I_{sz}}{A}} \approx \frac{R_0}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{2} k_1 \right) \tag{15}$$

若要求频率值前 6 位有效数值不变,根据式(15)可以定义出壳的临界厚度,即

$$\frac{1}{2} k_1 = \frac{1}{2} \frac{H_c^2}{D_0^2} = 10^{-5} \tag{16}$$

因此

$$H_c = 2\sqrt{20} R_0 \times 10^{-3} \tag{17}$$

当 $R_0 = 1.5$ m 时,根据式(17)计算出的临界厚度为

$$H_c = 13.4 \text{ mm} \tag{18}$$

式(18)说明,若壳的半径为 1.5 m,只要壳的厚度小于 0.013 4 m,根据梁模型或壳模型得到的弯曲固有频率的前 6 位有效数值基本是相同的. 通过数值计算,容易验证该结论的正确性,本文不再赘述. 火箭加筋壳的等效厚度通常小于 10 mm,于是可以得到结论:若根据等效厚度方法计算薄壁加筋圆柱壳的弯曲频率,桁条的作用可以忽略不计,参见后文中式(23). 但用下文给出的壳-梁模型得到的结论与此结论截然不同.

3 壳-梁模型的解析解

前面讨论了火箭等效模型的精度问题. 在利用有限元方法分析火箭的中低阶频率时,根据等效厚度建立的梁模型和光壳模型都是有实际应用价值的.

另外一种常用的三维有限元模型是:用壳单元模拟蒙皮,用梁单元模拟筋条. 这样做的好处是可以考虑某些重要的局部模态,便于考虑推进剂在不同方向的不同作用,并且符合薄壁加筋结构的几何特征. 本文称这种模型为壳-梁模型,下面推导与该模型对应的一维解析解. 从解析解和壳-梁模型的数值结果中都可以看出,壳-梁模型与上述等效厚度模型之间的明显区别. 下面介绍壳-梁模型的一维解析解.

3.1 质量处理

相对于蒙皮的几何柱面而言,梁的几何模型为线,其平动质量相当于线分布质量. 为了得到薄壁加筋柱壳固有弯曲振动的一维解析解,需要把薄壁加筋柱壳等效成为梁,其横截面仅包括蒙皮本身. 为了考虑桁条线质量的作用,等效梁模型的密度应该为

$$\rho_M = \rho + \frac{M}{A} \tag{19}$$

式中,ρ 为蒙皮的质量密度;M 为所有桁条的单位长度总质量;$A=\pi D_0\delta$ 是根据蒙皮厚度 δ 计算的梁模型的横截面积.

3.2　惯性矩处理

为了考虑桁条对等效梁模型的主惯性矩的贡献,梁模型要利用如下惯性矩

$$I_{\mathrm{M}}=I_{\mathrm{sz}}+I_z \tag{20}$$

式中,I_{sz}和 I_z 分别为薄壁壳的惯性矩和所有桁条的总惯性矩. I_z 由式(2)给出,I_{sz}的表达式为

$$I_{\mathrm{sz}}=\frac{\pi}{8}D_0\delta(D_0^2+\delta^2)\approx\frac{\pi}{8}D_0^3\delta \tag{21}$$

于是,梁模型的惯性矩和密度之比为

$$\frac{I_{\mathrm{M}}}{\rho_{\mathrm{M}}}=\frac{\pi R_0^3\delta}{\rho}\left(1+\frac{k_1}{1+2R_0\delta/Nr_0^2}\right)\approx\frac{\pi R_0^3\delta}{\rho} \tag{22}$$

从式(22)可以看出,随着桁条数量的变化,虽然 I_{M} 和 ρ_{M} 都随着改变,但其比值基本不变. 下面以两端简支情况为例来说明频率的变化. 考虑截面剪切变形作用的简支梁固有振动频率为

$$f_i=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{i\pi}{l}\right)^2\sqrt{\frac{E\,I_{\mathrm{M}}}{A\,\rho_{\mathrm{M}}}}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{i\pi}{l}\right)^2\frac{EI_{\mathrm{M}}}{kGA}}} \tag{23}$$

从式(23)可以看出,若根据 Euler 梁理论计算频率,则桁条的贡献可以忽略不计. 若考虑一阶剪切变形,则随着桁条数量的增加,惯性矩 I_{M} 的增大使剪切变形的作用变大,即增加桁条数不仅不会增大弯曲频率,反而会使其降低,这与人们通常的概念是不一致的.

值得指出的是,对于实际火箭结构,由于推进剂质量远大于结构质量,在用壳-梁模型进行火箭结构模态分析时,桁条质量作用是比较小的,因此增加桁条还会提高系统的弯曲频率,壳-梁模型仍是火箭工程中常用模型之一. 本文提供的数值结果验证了三维壳-梁模型一维解析解的正确性.

4　变厚度壳模型的解析解

前面分析和讨论的一维梁模型、三维等效光壳模型和三维壳-梁模型在火箭工程中都有实际应用价值,前两种模型预示的横向固有振动频率基本一致,但与壳-梁模型的结果存在差异.

对于蒙皮加筋结构,桁条是通过两列铆钉与蒙皮连接的,因此利用变厚度壳模型来模拟蒙皮加筋结构在理论上是合理的,尤其是对化铣壁板更是如此.

不失一般性,考虑图 2 所示的桁条,图中包括桁条截面形状和描述桁条位置的角度,桁条对应的圆心角为 2α. 第 i 根桁条所在薄壁段对 z 轴的惯性矩为

$$I_i=\int_{R_0-H/2}^{R_0+H/2}\int_{\theta_i-\alpha}^{\theta_i+\alpha}(r\sin\theta)^2r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r=\frac{1}{16}D_0H(D_0^2+H^2)(2\alpha-\sin2\alpha\cos2\theta_i) \tag{24}$$

式中,H 为蒙皮厚度与桁条等效厚度之和. 根据式(24)可知,N 根桁条所在薄壁对 z 轴的总惯性矩为

$$I_{\mathrm{b}}=\frac{1}{16}D_0H(D_0^2+H^2)\left(2N\alpha-\sin2\alpha\sum_{i=1}^{N}\cos2\theta_i\right) \tag{25}$$

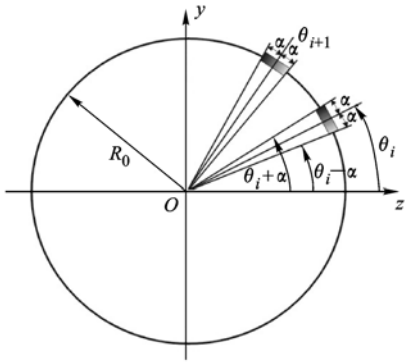

图 2　蒙皮加筋圆柱壳的变厚度截面

被桁条分割为 N 部分的蒙皮的总惯性矩为

$$I_{\mathrm{s}}=\sum_{i=1}^{N}\int_{R_0-\delta/2}^{R_0+\delta/2}\int_{\theta_{i+1}+\alpha}^{\theta_{i+1}-\alpha}(r\sin\theta)^2r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r=\frac{D_0\delta(D_0^2+\delta^2)}{16}\cdot\left[(2\pi-2N\alpha)-\sin\left(\frac{2\pi}{N}-2\alpha\right)\sum_{i=1}^{N}\cos2\left(\theta_i+\frac{\pi}{N}\right)\right] \tag{26}$$

当 $N\geqslant3$ 时,由于

$$\sum_{i=1}^{N}\cos2\theta_i=0,\quad\sum_{i=1}^{N}\cos2\left(\theta_i+\frac{\pi}{N}\right)=0$$

由此可以得到截面总惯性矩 $I_{\mathrm{T}}=I_{\mathrm{b}}+I_{\mathrm{s}}$ 为

$$I_{\mathrm{T}}=\frac{1}{16}D_0H(D_0^2+H^2)2N\alpha+\frac{1}{16}D_0\delta(D_0^2+\delta^2)(2\pi-2N\alpha) \tag{27}$$

变厚度壳的总面积为

$$A=2\pi R_0\delta+2N\alpha R_0(H-\delta) \tag{28}$$

因此有

$$\frac{I_{\mathrm{T}}}{A}=\frac{1}{2}R_0^2+\frac{1}{8}\delta^2\frac{\pi\delta+N\alpha(H-\delta)\left[\left(\frac{H}{\delta}\right)^2+\frac{H}{\delta}+1\right]}{\pi\delta+N\alpha(H-\delta)} \tag{29}$$

式中,$N\alpha$ 越小,H 越接近 δ,式(29)右端第 2 项的分子和分母就越接近. 因此随着 $N\alpha$ 的减小,右端第2项趋近于 $\delta^2/8$. $N\alpha$ 最大值为 π(桁条布满圆

周),此时右端第2项为$H^2/8$(此时相当于壳的厚度皆是H). 由于δ和H相对R_0都是小量,因此不论哪种情况,都有

$$\frac{I_T}{A}\approx\frac{1}{2}R_0^2 \tag{30}$$

综合式(23)和式(30)可知,变厚度壳体的频率和等效光壳的频率是近似相等的,二者之差为高阶小量.

5 三种计算模型的比较及算例

弯曲模型主要涉及3个物理量,即密度ρ、横截面积A和截面惯性矩I. 这3个物理量的不同组合构成了不同的模型.

模型1 等效厚度模型. 按照面积等效方法或惯性矩等效方法把纵向桁条面积均匀分配在蒙皮上,这样可以用光壳模型和梁模型计算弯曲频率. 该方法的结果存在临界厚度现象,不过便于工程应用.

在这种模型中,ρ不变,A(壳和桁条横截面积之和)和I变化. 根据式(15)可以清楚地看出,随着桁条根数的变化,二者的比值($\sqrt{I/A}$)基本不变. 若考虑完全由蒙皮加筋组成的薄壁梁结构,可以得到结论,桁条对弯曲固有频率的贡献可以忽略不计.

模型2 变厚度壳模型. 在这种模型中,把附有桁条的蒙皮部分加厚. 这种方法相当于把桁条和壳完好连接,相当于在光壳上附加了分布面质量和分布刚度. 在这种模型中,A,ρ和I都不人为使之变化.

根据式(30)可知,用变厚度方法可以得到与模型1相同的结论.

模型3 壳-梁模型. 在这种模型中,A(壳的面积)不变,ρ和I变化. 由式(22)可以看出,比值I_M/ρ_M基本不变. 由于I_M随着桁条数量的增加而增大,因此,各阶频率都将随着桁条数量的增加逐渐变小,并且频率阶次愈高,变化愈大.

比较这三种模型可知,三种模型的刚度是相同的,即I相同;单位长度质量也相同,即ρA相同. 不过,模型1和模型2中的ρ不变而A变,模型3中的ρ变而A不变,进而导致两类模型中剪切变形的作用不同.

下面进行数值模拟. 壳体的几何参数为:长度$L=51$ m, $R_0=1.5$ m,$\delta=0.0012$ m;蒙皮和桁条的材料参数为$E=71$ GPa,$\rho=2\,800$ kg/m^3, $\mu=0.33$,桁条截面为Ω型,其截面参数为$H=0.1$, $W=0.045$, $W_1=0.025$, $T=0.002$. 表1给出了前10阶弯曲频率,其中第2~5列的模型3结果是利用PATRAN建立三维壳-梁模型再根据NASTRAN计算得到的,单元类型为CQUAD4和CBAR. 边界条件为两端简支,并且约束了整个结构的z方向位移. 表1中的频率结果验证了前文理论分析的结论.

表1 弯曲频率比较 Hz

频率阶次	模型3 ($N=10$)	模型3 ($N=20$)	模型3 ($N=40$)	模型3 ($N=60$)	模型3解析解,见式(23) ($N=60$)	模型1和模型2的解析解
1	3.1766	3.1504	3.1229	3.0886	3.0862	3.1875
2	12.094	11.839	11.424	11.034	11.019	12.327
3	25.330	24.388	22.811	21.489	21.430	26.362
4	41.381	39.179	35.623	32.873	32.740	44.034
5	59.071	55.071	48.928	44.450	44.254	64.205
6	77.601	71.363	62.278	55.924	55.730	85.975
7	96.463	87.638	75.463	67.182	67.10	108.68
8	115.33	103.63	88.384	78.175	78.358	131.83
9	134.00	119.12	100.98	88.874	89.516	155.04
10	152.33	133.93	113.22	99.251	100.58	178.03

6 结 论

本文系统分析了蒙皮加筋薄壁圆柱壳弯曲刚度的面积等效和惯性矩等效方法的精度,给出了弯曲频率的几种有限元分析模型和对应的一维解析解,根据解析解详细分析了各个模型的机理,为工程应用提供了技术基础.

火箭结构是分级分段的,每一段都难以简化为以弯曲为主的子结构,即不能简化成为梁,其本身低阶模态也不一定是弯曲形式. 但火箭的整体壳结构却符合梁模型的基本要求,其低阶横向模态主要是弯曲和扭转. 在火箭整体结构的弯曲模态中,各段的变形模式是弯曲,因此,本文给出的等效方法、分析模型和有关结论具有实际应用和参考价值.

参考文献(References)

[1] 邱吉宝. 航天器计算结构动力学研究情况展望[J]. 导弹与

航天运载技术,1993(4):37 – 44
Qiu Jibao. Prospect for computational structural dynamics of space vehicle[J]. Missiles and Space Vehicles,1993(4):37 – 44(in Chinese)

[2] 王毅,朱礼文,王明宇,等. 大型运载火箭动力学关键技术及其进展综述[J]. 导弹与航天运载技术,2000(1):29 – 37
Wang Yi,Zhu Liwen,Wang Mingyu,et al. Summary of some key technologies on dynamics of large launch vehicle[J]. Missiles and Space Vehicles,2000(1):29 – 37(in Chinese)

[3] 邱吉宝,王建民. 运载火箭模态试验仿真技术研究新进展[J]. 宇航学报,2007,28(3):515 – 521
Qiu Jibao,Wang Jianmin. The recent progresses on research into modal test simulation techniques for launch vehicles[J]. Journal of Astronautics,2007,28(3):515 – 521(in Chinese)

[4] 王龙生,张德文. 火箭结构有限元分析的若干问题[J]. 强度与环境,1988(3):45 – 53
Wang Longsheng,Zhang Dewen. Several problems in structural finite element analysis of rockets[J]. Structure & Environment Engineering,1988(3):45 – 53(in Chinese)

[5] Pinson L D. Longitudinal spring constants for liquid-propellant tanks with ellipsoidal ends[R]. NASA TN D-2220,1964

[6] Archer J S,Rubin C P. Improved analytic longitudinal response analysis for axisymmetric launch vehicles [R]. NASA CR-345,1965

[7] Pinson L D. Evaluation of a finite-element analysis for longitudinal vibrations of liquid-propellant launch vehicles[R]. NASA TN D-5803,1970

[8] 龙乐豪. 总体设计:上册[M]. 北京:宇航出版社,1989,469 – 475
Long Lehao. Systems design:volume I[M]. Beijing: Astronautics Press,1989,469 – 475(in Chinese)

[9] 潘忠文. 运载火箭动力学建模及振型斜率预示技术[J]. 中国科学,E 辑:技术科学,2009,39(3):469 – 473
Pan Zhongwen. The dynamical modelling and modal slope indicate technique of launch vehicle[J]. Science in China,Series E: Technological Sciences,2009,39(3):469 – 473(in Chinese)

[10] 邓魁英,王毅. 火箭动特性的缩比模型及建模分析[J]. 导弹与航天运载技术,2003(3):6 – 12
Deng Kuiying,Wang Yi. Studies on the scaled model and mathematical model for the overall dynamic characteristics of launch vehicle [J]. Missiles and Space Vehicles,2003(3):6 – 12(in Chinese)

[11] 李道奎,刘林,万军. 牵制释放过程中火箭液体推进剂的建模研究[J]. 强度与环境,2008,35(6):14 – 18
Li Daokui,Liu lin,Wan Jun. Study of the model of rocket's liquid propellant in the process of hold-down and release [J]. Structure & Environment Engineering,2008,35(6):14 – 18(in Chinese)

[12] 王建民,荣克林. 捆绑火箭全箭动力学特性研究[J]. 宇航学报,2009,30(3):821 – 826
Wang Jianmin,Rong Kelin. The research of dynamic characteristics for the strap-on launch vehicle [J]. Journal of Astronautics,2009,30(3):821 – 826(in Chinese)

[13] Yoshiki Morino. Vibration test of 1/5 H-II launch vehicle[R]. AIAA-87-0783,1987

(编　辑:李　晶)

(上接第 437 页)

[5] 王占林,石立. 力均衡式余度电液伺服系统的优化设计[J]. 航空学报,1989,10(8):366 – 370
Wang Zhanlin,Shi Li. The optimal design of multipass electric-hydraulic servo system with force balance type[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica,1989,10(8):366 – 370(in Chinese)

[6] Mare J C,Moulaire P. The decoupling of position controlled electrohydraulic actuators mounted in tandem or in series[C]//Proceedings of the Seventh Scandinavian International Conference on Fluid Power. Linkoping: Linkoping Universitet Institute of Technology,2001:93 – 99

[7] Jacazio G,Gastaldi L. Equalization techniques for dual redundant electro hydraulic servo actuators for flight control systems[C]// ASME Symposium on Fluid Power and Motion Control. Bath:American Society of Mechanical Engineers,2008:543 – 549

[8] Cochoy O,Hanke S,Carl U B. Concepts for position and load control for hybrid actuation in primary flight controls[J]. Aerospace Science and Technology,2007,11(3):194 – 201

[9] Cochoy O,Carl U B,Thielecke F. Integration and control of electromechanical and electrohydraulic actuators in a hybrid primary flight control architecture[C]//International Conference on Recent Advances in Aerospace Actuation Systems and Components. Toulouse:INSA,2007:1 – 8

[10] 付永领,齐海涛,王利剑,等. 混合作动系统的工作模式研究[J]. 航空学报,2010,31(6):1177 – 1184
Fu Yongling,Qi Haitao,Wang Lijian,et al. Research on operating modes in hybrid actuation systems[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica,2010,31(6):1177 – 1184(in Chinese)

[11] 王纪森,李志勇,彭博. 非相似余度作动系统建模研究[J]. 机床与液压,2008,36(6):79 – 83
Wang Jisen,Li Zhiyong,Peng Bo. Modeling and analysis of the dissimilar redundant actuator system[J]. Machine Tool and Hydraulics,2008,36(6):79 – 83(in Chinese)

(编　辑:文丽芳)