采用盖尔圆半径修正峰均功率比的检测方法

焦亚萌 黄建国 侯云山

(西北工业大学 航海学院, 西安 710072)

摘 要: 针对无人水下航行器工作环境复杂迫切需要提高其对多目标的检测能力的问题,提出了一种采用盖尔圆半径修正峰均功率比的信息论方法(PGAIC, An Information Criterion using Peak-to-average Power Ratio Modified by Gerschgorin Radii). 该方法首先用采样协方差矩阵的特征向量对接收数据进行加权,计算其峰均功率比,然后对采样协方差矩阵用转换矩阵进行盖尔圆变换,用盖尔圆半径修正对应的峰均功率比值,并将修正后的峰均功率比值应用于新的信息论方法得到 PGAIC 判源准则. 仿真结果表明,PGAIC 方法低信噪比下检测性能优于传统的 AIC(Akaike Information Criterion)和 MDL(Minimum Description Length)等方法,且不受目标强度差的影响.

关 键 词: 无人水下航行器; 多目标检测; 盖尔圆半径; 峰均功率比; 信息论准则

中图分类号: TN 911.7

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)04-0444-05

Detection of the number of sources using peak-to-average power ratio modified by Gerschgorin radii

Jiao Yameng Huang Jianguo Hou Yunshan

(College of Marine, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Aiming at solving the problem of improving detection ability of unmanned underwater vehicle. An information criterion for source number detection with the peak-to-average power ratio modified by Gerschgorin radii (PGAIC) was proposed. The method first employed eigenvectors of the sample covariance matrix to weight the received data and calculated the peak-to-average power ratio, then took a Gerschgorin transform to the sample covariance matrix, next the new peak-to-average power ratios modified by Gerschgorin radii were introduced to Akaike information criterion(AIC) with the transformed covariance matrix. Simulation results show that PGAIC method is superior to conventional detection methods such as AIC and minimum description lengh(MDL) at lower signal to noise ratio, not affected by the intensity difference between the targets.

Key words: unmanned underwater vehicle; multi-target detection; Gerschgorin radii; peak-to-average power ratio; information criterion

在高分辨领域中为了准确估计信号源的方向,必须先正确估计信号源的数目[1-3],所以信号源数的估计是高分辨方位估计中的一个重要技术. 目前常用的信号源数估计方法有基于信息论准则的方法[4-5]、盖尔圆方法 (GDE, Gerschgorin Disk Estimator)[6] 和盖尔圆信息论方法 (GAIC, Gerschgorin AIC)[7] 等. 这些算法各有优缺点,如准则 AIC(Akaike Information Criterion)在高信噪比时容易出现高估现象,不是信号源数的一致估计,MDL(Minimum Description Length)准则是一

收稿日期: 2010-12-31; **网络出版时间**: 2012-03-20 10:37

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120320.1037.010.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60972152);国家重点实验室基金资助项目(90140C2304080607);航空科学基金资助项目(2009ZC53031);西北工业大学基础研究基金资助项目(NPU-FFR-W018102)

作者简介: 焦亚萌(1981 -),女,河南洛阳人,博士生,jiaoyameng@mail.nwpu.edu.cn.

致估计,高信噪比时有较好性能,但低信噪比时容易出现低估现象[8],这是因为 AIC 准则和 MDL 准则中的罚函数没有包含信噪比信息. GDE 方法不需要知道特征值的具体数值,就可估计出各特征值的位置,进而估计出信源数,运算量小,而且能用于未知噪声环境中信源数的估计,但低信噪比情况下有较高的误差概率,多目标强度不相等时,不能正确估计信源数. GAIC 方法虽然克服了 AIC 准则在高信噪比时不是目标数目一致估计的缺点,但低信噪比情况下随着信源数的增加误差概率有所增加,检测性能恶化. 由于无人水下航行器工作环境复杂以及对抗器材和诱饵的使用,迫切需要能够检测不等强度多目标的技术.

文献[3]、文献[9]和文献[10]均指出噪声的变化会使相关矩阵的特征值信息恶化,但对特征向量的影响很小. 为此,本文提出了一种采用盖尔圆半径修正峰均功率比的信息论方法(PGAIC, Peak-to-average Power Ratio Modified by Gerschgorin Radii). 该方法首先用采样协方差矩阵的特征向量对接收数据进行加权,计算其峰均功率比,然后对采样协方差矩阵用标准转换矩阵进行盖尔圆变换,但不是用盖尔圆半径直接判定源数目,而是用它修正对应的峰均功率比值,并将修正后的峰均功率比值应用于基于盖尔圆变换后的协方差矩阵推导出的信息论准则. 仿真结果表明,PGAIC 方法低信噪比下检测性能优越,且不受目标强度差的影响,对不等强多目标的检测性能优良.

1　数学模型

首先,考虑 q 个远场窄带点目标信号源入射到空间某阵列上,该阵列是由 M 个阵元组成的均匀线阵,如图 1 所示.

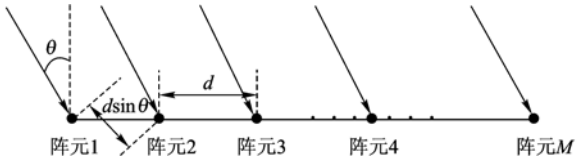

图 1　均匀线列阵示意图

假设各阵元为各向同性阵元,且没有互耦和通道不一致的干扰. 噪声序列为一平稳零均值的高斯过程,方差为 σ_n^2,各阵元间噪声相互独立,噪声与信号也相互独立. M 个阵元通道的接收矢量数据为

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}(t)\quad t=1,2,\cdots,N \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{n}(t)$为阵列的 $M\times 1$ 维噪声数据矢量;$\boldsymbol{s}(t)$为空间信号的 $q\times 1$ 维矢量;$\boldsymbol{A}(\theta)$为 $M\times q$ 维阵列流型矩阵;导向矢量

$$\boldsymbol{a}(\theta_i)=[1\quad \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\theta_i)}\quad \cdots\quad \mathrm{e}^{\mathrm{j}(M-1)\varphi(\theta_i)}]^{\mathrm{T}}\quad i=1,2,\cdots,q \tag{2}$$

其中 $\varphi(\theta_i)=2\pi d\sin\theta_i/\lambda$.

根据以上假设,阵列快拍数据的协方差矩阵可以写为

$$\boldsymbol{R}=\mathrm{E}\{\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta)+\boldsymbol{R}_N=\sum_{i=1}^{M}\lambda_i\boldsymbol{u}_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}} \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{U}$ 为特征向量矩阵;$\boldsymbol{\Sigma}$ 是特征值对角阵:

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_M\end{bmatrix} \tag{4}$$

上式中的特征值满足如下关系:

$$\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_q\geqslant\lambda_{q+1}=\cdots=\lambda_M=\sigma_n^2 \tag{5}$$

根据特征值的大小将特征向量分成两部分:与大特征值对应的特征向量为信号子空间 $\boldsymbol{U}_S=[\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\cdots,\boldsymbol{u}_q]$,与小特征值对应的特征向量为噪声子空间,$\boldsymbol{U}_N=[\boldsymbol{u}_{q+1},\boldsymbol{u}_{q+2},\cdots,\boldsymbol{u}_M]$.

2　GAIC 方法

为了简单起见,通常取阵元输出数据的协方差矩阵的 $M-1$ 维方阵 $\boldsymbol{R}_1$ 的特征空间 $\boldsymbol{u}'_i(i=1,2,\cdots,M-1)$构造酉变换矩阵 $\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{Q}_1 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} & 1\end{pmatrix}$,其中 $\boldsymbol{Q}_1=[\boldsymbol{u}'_1,\boldsymbol{u}'_2,\cdots,\boldsymbol{u}'_{M-1}]$,转换后的矩阵变为

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix}\lambda'_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \rho_1\\ 0 & \lambda'_2 & 0 & \cdots & 0 & \rho_2\\ 0 & 0 & \lambda'_3 & \cdots & 0 & \rho_3\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda'_{M-1} & \rho_{M-1}\\ \rho_1^* & \rho_2^* & \rho_3^* & \cdots & \rho_{M-1}^* & r_{MM}\end{pmatrix} \tag{6}$$

显然,上式中 $|\rho_i|=|\boldsymbol{u}_i'^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{b}_M^*|$ 是盖尔圆半径,其中 $\boldsymbol{A}_1$ 为前 $M-1$ 个阵元的阵列流型,$\boldsymbol{b}_M^*$ 表示入射信号在第 M 个阵元上的相位延迟向量. 理想情况下,噪声特征向量 $\boldsymbol{u}'_i(i=q+1,q+2,\cdots,M-1)$与 $\boldsymbol{A}_1$ 正交,则盖尔圆半径将很小;而信号特征向量 $\boldsymbol{u}'_i(i=1,2,\cdots,q)$对应的盖尔圆半径将比零大. 此时即可根据盖尔圆半径来判断信号源数,但低信噪比时误差概率增大,下面介绍信息论准则,将盖尔圆半径与信息论准则相结合进行判源.

对数似然函数如式(7).

$$\psi_M(k) = -N\log[\det|\boldsymbol{S}^{(k)}|] - \mathrm{tr}\{[\boldsymbol{S}^{(k)}]^{-1}\hat{\boldsymbol{S}}\} \tag{7}$$

其中,$\hat{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{S}^{(k)} = \boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^{(k)}\boldsymbol{Q}$. $\boldsymbol{R}^{(k)}$ 由式(6)中假设:

$$\lambda'_{k+1} = \lambda'_{k+2} = \cdots = \lambda'_{M-1} = \sigma_n^2 = \beta'_{M-1}(k) = \frac{1}{M-k-1}\sum_{i=k+1}^{M-1}\lambda'_i \tag{8}$$

得到. 省略掉常数项,似然函数可以写为

$$\psi_M(k) \approx N(M-1-k)\log\left[\frac{\alpha'_{M-1}(k)}{\beta'_{M-1}(k)}\right] - N\log\left(r_{MM} - \sum_{i=1}^{k}\frac{|\rho_i|^2}{\lambda'_i}\right) \tag{9}$$

其中

$$\alpha'_{M-1}(k) = \left(\prod_{i=k+1}^{M-1}\lambda'_i\right)^{\frac{1}{M-k+1}}$$

$$\beta'_{M-1}(k) = \frac{1}{M-k-1}\left(\sum_{i=k+1}^{M-1}\lambda'_i\right)$$

似然函数项与罚函数项结合,检测准则如下:

$$C_{\mathrm{GAIC}}(k) \approx -N(M-1-k)\log\left[\frac{\alpha'_{M-1}(k)}{\beta'_{M-1}(k)}\right] + N\log\left(r_{MM} - \sum_{i=1}^{k}\frac{|\rho_i|^2}{\lambda'_i}\right) + k(2M+3k) \tag{10}$$

式(10)达到最小时对应的 k 即是 GAIC 方法检测到的信源数目.

由上面的分析可知,GAIC 方法仅利用了采样协方差矩阵特征值的信息,特征向量和盖尔圆半径信息没有得到有效利用,损失了很多有用的信息,当目标个数较多时检测性能下降. 从式(10)可以看出,决定似然函数相对大小的主要是特征值序列的离散程度,噪声特征值较小且相对集中,信号特征值较大,当噪声特征值中混有信号特征值时离散性突然增大,从而检测出目标. 但是,当信噪比过低时,一些噪声特征值可能大于信号特征值[11],特征值离散性小,噪声特征值与信号特征值并不能明显区分开,检测性能下降.

3 PGAIC 方法

文献[3]、文献[9]和文献[10]指出噪声的变化会使相关矩阵的特征值信息恶化,但对特征向量的影响很小. 又因为信号子空间张成的空间与阵列流型张成的空间是同一空间,而导向矢量与噪声子空间 $\boldsymbol{U}_N$ 是正交的,即

$$\boldsymbol{u}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_i) = 0 \quad k = p+1,\cdots,M \quad i = 1,\cdots,p \tag{11}$$

下面分别用特征向量对接收数据进行加权,并分析信号特征向量和噪声特征向量对加权后阵列输出数据的影响. 首先,用噪声特征向量对接收数据进行加权,得到阵列输出数据($y_i, i = p+1, \cdots, M$)

$$\boldsymbol{y}_i(t) = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(t) = \boldsymbol{w}_{Ni}(t) \tag{12}$$

显然上式不包含任何信号分量,即得出结论1:经过噪声特征向量加权的阵列输出不包含信号.

其次,用信号特征向量对接收数据进行加权,得到阵列输出数据($y_i, i = 1,\cdots,p$)

$$\boldsymbol{y}_i(t) = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(t) = (|b_{i1}|s_1(t)\exp(\mathrm{j}\varphi_{i1}) + \cdots + |b_{ip}|s_p(t)\exp(\mathrm{j}\varphi_{iP})) + \boldsymbol{w}_{Ni}(t) \tag{13}$$

式中,$\sum_{k=1}^{p}|b_{ik}|^2 = M$, $b_{ik} = |b_{ik}|\exp(\mathrm{j}\varphi_{ik})$, $i,k = 1,2,\cdots,p$, $\boldsymbol{w}_{Ni}(t)$ 是独立同分布的零均值复高斯向量,协方差为 σ_n^2.

显然上式即包含信号也包含噪声,即得出结论2:经过信号特征向量加权的阵列输出数据包含信号和噪声,并且后者的信噪比可能是单个阵元输出信噪比的 M 倍[3].

峰均功率比的定义为

$$f_i = \frac{\max_w(P_i(w))}{\mathrm{E}\{P_i(w)\}} \quad i = 1,\cdots,M \tag{14}$$

式中,$P_i(w)$ 是阵列输出数据 $\hat{y}_i(t)$ 的功率谱. 由以上分析可知峰均功率比值与特征值在区分信号和噪声方面具有一致性.

前面已经证明,信号对应盖尔圆的半径较大,而噪声对应盖尔圆的半径几乎为零. 因此,将峰均功率比值与对应的盖尔圆半径按一定比例相加得到修正的峰均功率比值,即

$$f'_i = f_i + c|\rho_i| \tag{15}$$

其中,c 为比例系数,上式相当于将峰均功率比值 f_i 放大 $1 + \frac{c|\rho_i|}{f_i}$ 倍,并且信号对应峰均功率比值的放大倍数要大于噪声对应峰均功率比值的放大倍数. 由于修正后的峰均功率比值序列中信号和噪声的相对大小区分得更加明显,从而提高了检测性能.

参考信息论准则,采用盖尔圆半径修正峰均功率比值后的检测准则为

$$C_{\mathrm{PGAIC}}(k) \approx -N(M-1-k)\log\left[\frac{\alpha''_{M-1}(k)}{\beta''_{M-1}(k)}\right] + N\log\left(r_{MM} - \sum_{i=1}^{k}\frac{|\rho_i|^2}{f'_i}\right) + k(2M+3k) \tag{16}$$

其中　$\alpha''_{M-1}(k) = \left(\prod_{i=k+1}^{M-1} f'_i\right)^{\frac{1}{M-k+1}}$

$$\beta''_{M-1}(k) = \frac{1}{M-k-1}\left(\sum_{i=k+1}^{M-1} f'_i\right)$$

4　仿真结果与性能分析

通过计算机仿真实验进一步验证本文方法的有效性,假设若干中心频率为 5 kHz 的窄带远场点目标入射到某通道数为 8 的线列阵上,系统采样频率为 50 kHz,快拍数为 1 000,每次实验做 100 次 Monte Carlo 仿真统计各方法检测性能.

实验一:不同条件下特征值与峰均功率比值比较. 表 1 和表 2 分别为单目标位于 0°方向,不同信噪比(SNR, Signal to Noise Ratio)时特征值与峰均功率比值的比较,可以看出,随着信噪比的降低,信号特征值与噪声特征值已趋于接近,而峰均功率比值的离散性比特征值明显,更易于区分信号和噪声. 不等强双目标位于 0°和 5°方向,不同信噪比时特征值与峰均功率比值的比较如表 3 和表 4 所示.

表 1　单目标位于 0°方向时的特征值 λ_i

i	SNR/dB				
	0	−5	−10	−15	−20
1	9.0363	3.5666	1.8731	1.2151	1.1362
2	1.1085	1.1458	1.1115	1.0768	1.0866
3	1.0565	1.0692	1.0851	1.0426	1.0351
4	1.0213	1.0437	1.0792	1.0178	1.0104
5	0.9869	0.9999	1.0224	0.9963	0.9712
6	0.9207	0.9689	1.0044	0.9691	0.9281
7	0.8918	0.9334	0.9531	0.9132	0.8870
8	0.8541	0.8960	0.8812	0.8663	0.8640

表 2　单目标位于 0°方向时的峰均功率比值 f_i

i	SNR/dB				
	0	−5	−10	−15	−20
1	92.6938	56.0615	30.9446	17.2319	9.0446
2	3.4673	3.2921	3.2170	3.5537	3.9818
3	3.3800	3.2792	3.2042	3.3210	3.9353
4	3.2947	3.1291	3.1809	3.0459	3.1673
5	3.2445	2.9950	2.9601	2.9764	3.1550
6	3.0131	2.9009	2.8259	2.9715	3.0840
7	3.0014	2.8006	2.8090	2.8243	3.0711
8	2.6286	2.7825	2.7471	2.7803	2.7803

在仿真中,固定 0°方向目标的信噪比为 −5 dB,随着 5°方向目标的信噪比从 −5 dB 变化到 15 dB,两目标的强度差变大,由表 3 可以看出,随着目标强度差的增大,仅有一个信号特征值与其他特征值明显区分开,另一个弱目标与噪声混在一起,这时就会出现低估. 由表 4 可以看出,随着目标强度差的加大,由于峰均功率比值利用了特征向量的信息,依然可以正确区分信号与噪声.

表 3　不等强双目标位于 0°和 5°方向时的特征值 λ_i

i	SNR/dB				
	−5, −5	−5,0	−5,5	−5,10	−5,15
1	6.5548	11.8581	29.5031	84.0855	257.6363
2	2.4931	2.6456	2.9008	2.9538	2.6724
3	2.2114	2.2607	2.2688	2.2042	2.1213
4	2.1301	2.1145	2.1880	2.0962	2.0645
5	2.1063	2.0025	2.0482	2.0114	2.0236
6	1.9874	1.9032	1.9650	1.9347	1.9198
7	1.9163	1.8701	1.7924	1.8169	1.8307
8	1.8139	1.7319	1.7231	1.7608	1.7550

表 4　不等强双目标位于 0°和 5°方向时的峰均功率比值 f_i

i	SNR/dB				
	−5, −5	−5,0	−5,5	−5,10	−5,15
1	35.0791	65.0817	110.3395	182.0691	286.2693
2	10.5139	17.3830	21.3754	21.4129	21.4880
3	3.6611	3.5381	3.0796	3.6718	3.3849
4	3.6015	3.4525	3.0622	3.2367	3.1937
5	3.2755	3.3395	3.0554	3.1013	3.1129
6	3.0151	3.2934	2.9657	2.9650	3.1067
7	2.9657	3.0690	2.8006	2.6761	3.0190
8	2.6144	2.9075	2.6467	2.6065	2.8194

实验二:单目标检测性能比较. 位于 0°方向时各方法的检测性能曲线如图 2 所示,可以看出,AIC 方法在高信噪比时性能下降,MDL 方法低信噪比时性能下降,GAIC 方法改善了 AIC 方法高信噪比的检测性能,但低信噪比时的检测性能不够理想,本文所提的 PGAIC 方法检测性能最优.

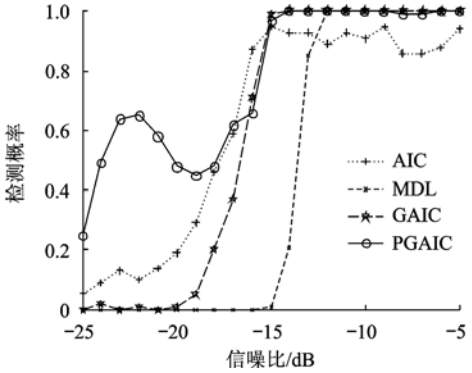

图 2　单目标检测性能比较

实验三:等强双目标检测性能比较. 双目标分别位于 0°和 5°方向时各方法的检测性能曲线如图 3 所示,可以看出,随着目标数的增多,MDL 的最低可检测信噪比最高,为 −2 dB;AIC 在高信噪比时不是信号源数的一致估计;GAIC 低信噪比时的检测性能不够理想;PGAIC 方法的检测性能最优,对夹角为 5°的等强双目标的最低可检测信噪比为 −5 dB,检测概率达到 100%.

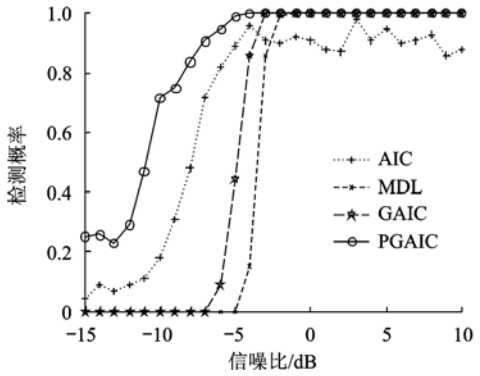

图 3 夹角 5°的等强双目标检测性能比较

实验四:三不等强目标检测性能比较. 3 个目标位于 0°,10°,15°方向时各方法的检测性能曲线如图 4 所示,其中 0°方向目标信噪比固定为 -5 dB,10°和 15°方向目标信噪比从 -5 dB 变化到 20 dB. 可以看出,随着不等强目标强度差的增大,GAIC 和 MDL 方法不再是目标数的一致估计,而本文所提的 PGAIC 方法不受目标强度差的影响,具有优良的检测性能.

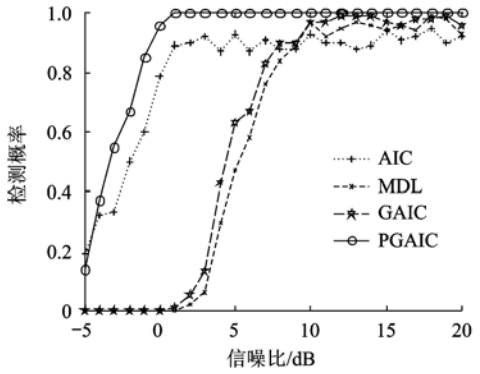

图 4 三不等强目标检测性能比较

通过以上仿真分析可知,本文所提的 PGAIC 方法低信噪比时的检测性能最优,且不受目标强度差的影响.

5 结 束 语

本文提出的 PGAIC 方法有效利用了采样协方差矩阵的特征向量信息和盖尔圆半径信息,引入峰均功率比的概念,分析其与特征值在区分信号与噪声方面的一致性,并进行了详细的理论推导. 仿真结果表明,单目标时,PGAIC 方法的检测性能优于 AIC 和 MDL 方法;等强双目标时,PGAIC 方法的具有最低的可检测信噪比;不等强三目标时,PGAIC 方法不受目标强度差的影响,是信号源数的一致估计. 本文所提的 PGAIC 方法是一种稳健的多目标检测方法.

参考文献(References)

[1] Nadakuditi R R, Silverstein J W. Fundamental limit of sample generalized eigenvalue based detection of signals in noise using relatively few signal-bearing and noise-only samples [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 14(3): 468 - 480

[2] Kritchman S, Nadler B. Non-parametric detection of the number of signals: hypothesis testing and random matrix theory [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(10): 3930 - 3941

[3] Gu Jianfe, Wei Ping. Detection of the number of sources using eigenvector-based approach [C]// 7th International Symposium on Antennas, Propagation & EM Theory. Guilin, China: [s. n.], 2006: 1 - 4

[4] Fishler E, Grosmann M, Messer H. Detection of signals by information theoretic criteria: general asymptotic performance analysis [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(5): 1027 - 1036

[5] Haddadi F, Malek-Mohammadi M, Nayebi M M, et al. Statistical performance analysis of MDL source enumeration in array processing[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(1): 452 - 457

[6] Huang Lei, Long Teng, Wu Shunjun. Source enumeration for high-resolution array processing using improved Gerschgorin radii without eigendecomposition [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(12): 5916 - 5925

[7] Wu Hsien Tsai, Yang Jar Ferr, Chen Fwu Kuen. Source number estimator using Gerschgorin disks [C]// 1994 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Adelaide, SA. Australia: IEEE, 1994: IV/261 - IV/264

[8] Zhang Qunfei, Ma Juan, Huang Jianguo. An information theoretic criterion for source number detection using the eigenvalues modified by Gerschgorin radius[C]// 5th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. Darmsadt, Germany: IEEE, 2008: 400 - 403

[9] Jingmin Xin, Sano A. MSE-based regularization approach to direction estimation of coherent narrowband signals using linear prediction [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(11): 2481 - 2497

[10] 焦亚萌,黄建国,侯云山. 一种基于峰均功率比的信源个数检测新方法[J]. 电子与信息学报. 2011, 33(7): 1589 - 1593
Jiao Yameng, Huang Jianguo, Hou Yunshan. A new method for source number detection based on peak-to-average power ratio [J]. Journal of Electronics and Information Technology. 2011, 33(7): 1589 - 1593(in Chiese)

[11] Fishler E, Messer H. Order statistics approach for determining the number of sources using an array of sensors [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1999, 6(7): 179 - 182

(编 辑:娄 嘉)