航天器近距离导引轨迹规划仿真系统设计

刘 涛 赵育善 师 鹏 李保军

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 以航天器近距离导引轨迹规划仿真验证为目标,对基于 Visual C ++ ,Vega Prime 和 Matlab 的联合仿真系统进行开发研究. 首先,建立了数学模型. 然后,利用 Matlab 对所建立的数学模型进行优化求解,得到追踪航天器近距离机动时的位置、速度等信息. 并通过 Multigen Creator 软件建立卫星等对象的模型,使用 Vega Prime 进行视景仿真. 之后,采用 Visual C ++进行系统集成,建立基于三者相结合的仿真验证系统. 最后,以椭圆参考轨道下近距离交会的连续推力式燃料最优轨迹规划为例,验证了该联合仿真系统.

关 键 词: 航天器; 近距离导引; 轨迹规划; 仿真系统

中图分类号: TP 391.9

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)04-0513-06

Combined simulation system design for trajectory planning of spacecraft proximity guidance

Liu Tao Zhao Yushan Shi Peng Li Baojun

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Aiming at simulating and verifying trajectory planning for spacecraft proximity guidance, a combined simulation system based on Visual C ++ , Vega Prime and Matlab was developed. The mathematical model of the problem was presented. Then the model was solved and optimized using Matlab, and the position and velocity as well as other information of the chaser spacecraft doing proximity maneuver were obtained. The models of satellites and other objects were built using Multigen Creator software, and Vega Prime was used for visual simulation. After that, system integration was constructed via Visual C ++ , and the simulation and verification system based on Visual C ++ , Vega Prime and Matlab was built. The verification of this combined system was discussed using a test case that the fuel-optimal trajectory based on continuous thrust was planned for proximity rendezvous for elliptic reference orbit.

Key words: spacecraft; proximity guidance; trajectory planning; simulation system

航天器相对运动轨迹规划,用于确定追踪航天器满足任务要求的最优飞行轨迹,是任务设计的关键环节. 基于虚拟现实技术[1],建立航天器近距离导引轨迹规划仿真系统,为任务设计、论证和运行效果评估提供重要支撑手段,可以降低研制和开发的费用和周期,减少故障的可能性,有利于研究人员的研究和开发.

国外的航天专业软件(STK, Satellite Tool Kit)可视化效果和集成性较好,但是优化算法内置,无法用于新算法的验证. 国内在航天仿真研究方面也取得了不少成果,文献[2]研究了月球探测器可视化仿真系统,文献[3]研究了基于 HLA 的地空导弹仿真系统,文献[4]研究了导弹攻防对抗仿真可视化系统,但是以上这些研究往往针对某一特定的任务而设计,且通常只片面地强调可视化功能而忽略了科学计算和优化的重要性. 到目前为止,国内公开发表的面向航天器近距离相对运动的集可视化和轨迹规划于一体的仿真验

收稿日期: 2010-12-23; **网络出版时间**: 2012-04-20 09:20

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120420.0920.021.html

作者简介: 刘 涛(1983 -),男(土家族),湖北利川人,博士生,ltaobh@sina.com.

证系统并不多见.

本文结合轨道动力学、轨迹规划和三维可视化等技术,对航天器近距离导引轨迹规划仿真验证系统进行了开发研究. 首先,建立了数学模型,然后利用 Matlab 对数学模型进行数值求解和仿真,并使用 Multigen Creator 和 Vega Prime (VP)进行三维建模和可视化,采用 Visual C ++ (VC)进行系统集成,建立仿真验证系统. 最后,以椭圆参考轨道下连续推力式燃料消耗最优的近距离交会轨迹规划为例,验证了该联合仿真系统.

1 数学模型

1.1 坐标系

地心赤道惯性坐标系 S_i:原点 O_i在地心;x_i轴在赤道平面内,从地心指向春分点;z_i轴垂直于赤道平面指向北极;y_i轴由右手法则确定.

目标轨道坐标系 S:原点 O 为目标航天器质心,z 轴由目标航天器指向地心;y 轴垂直于轨道平面,与轨道动量矩 $\boldsymbol{H}$ 方向相反;x 轴在轨道面内与 z 轴垂直,指向前方,且成右手直角坐标系.

1.2 近距离相对运动动力学模型

现考虑目标航天器 T 与追踪航天器 C 之间的相对运动,设追踪航天器相对于目标航天器的位置矢量为 $\boldsymbol{r}$,两航天器的地心距矢量分别为 $\boldsymbol{r}_t$和 $\boldsymbol{r}_c$.

在不考虑摄动的情况下,目标航天器相对追踪航天器的运动方程为[5]

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}_c}{\mathrm{d}t^2}-\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}_t}{\mathrm{d}t^2}=$$

$$-\frac{\mu}{|\boldsymbol{r}_t|^3}\left[\left(\frac{|\boldsymbol{r}_t+\boldsymbol{r}|^2}{|\boldsymbol{r}_t|^2}\right)^{-\frac{3}{2}}(\boldsymbol{r}_t+\boldsymbol{r})-\boldsymbol{r}_t\right]+\boldsymbol{U} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{U}$ 为追踪航天器的控制加速度;μ 为地球引力常数.

当$|\boldsymbol{r}|\leqslant|\boldsymbol{r}_t|$时,对方程式(1)进行一阶近似,有

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{\mu}{|\boldsymbol{r}_t|^3}\left(\boldsymbol{r}-3\frac{\boldsymbol{r}_t\cdot\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}_t|^2}\boldsymbol{r}_t\right)+\boldsymbol{U} \tag{2}$$

将方程式(2)表示在目标航天器的轨道坐标系中,即得时间 t 域下的 T-H 方程[6]:

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x}&=\omega^2x-\mu x/|\boldsymbol{r}_t|^3+\dot{\omega}z+2\omega\dot{z}+u_x\\ \ddot{y}&=-\mu y/|\boldsymbol{r}_t|^3+u_y\\ \ddot{z}&=-\dot{\omega}x+\omega^2z+2\mu z/|\boldsymbol{r}_t|^3-2\omega\dot{x}+u_z\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中,u_x,u_y,u_z为追踪航天器控制加速度在 3 个方向的分量.

当目标航天器的轨道为圆轨道时,方程式(3)可进一步简化为 C-W 方程[7]:

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x}&=2\omega\dot{z}+u_x\\ \ddot{y}&=-\omega^2y+u_y\\ \ddot{z}&=3\omega^2z-2\omega\dot{x}+u_z\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

1.3 近距离导引轨迹规划问题描述

航天器近距离导引轨迹规划是在近距离的前提和各种约束条件下,以相对运动模型为基础,采用优化算法,确定作用在航天器上的控制和航天器相对状态的最优转移轨迹,使其从初始状态开始,在指定时间内到达期望状态,并优化某些性能指标. 规划模型包含 3 个组成要素:决策变量,指问题要确定的未知量;目标函数,指问题要达到的目的要求,表示为决策变量的函数;约束条件,指决策变量取值时所受到的各种限制,表示为含决策变量的等式或不等式[8].

令 $\boldsymbol{X}=[x\ y\ z]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{U}=[u_x\quad u_y\quad u_z]^{\mathrm{T}}$,对于二阶系统式(3)或者式(4)施加的控制(决策变量)通常可表示为

$$\boldsymbol{U}=f(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}}) \tag{5}$$

针对不同的近距离导引任务目标,有不同的期望状态(终端约束). 例如,近距离拦截时,要求在某时刻 t_f追踪航天器相对于目标航天器位置为 $\boldsymbol{0}$:

$$\{(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}})\mid\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}]^{\mathrm{T}},t=t_f\} \tag{6}$$

近距离交会时,要求在某时刻 t_f追踪航天器相对于目标航天器位置和速度都为 $\boldsymbol{0}$:

$$\{(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}})\mid\boldsymbol{X}=\dot{\boldsymbol{X}}=[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}]^{\mathrm{T}},t\geqslant t_f\} \tag{7}$$

悬停时,要求从某时刻 t_f起,追踪航天器相对于目标航天器保持固定的指定位置不变:

$$\{(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}})\mid\boldsymbol{X}=[x_f\quad y_f\quad z_f]^{\mathrm{T}},\ \dot{\boldsymbol{X}}=[\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}]^{\mathrm{T}},t\geqslant t_f\} \tag{8}$$

控制约束为

$$g(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{U},t)\geqslant0,t\geqslant0 \tag{9}$$

性能指标(目标函数)为

$$J=\varphi(\boldsymbol{X}(t_f),\dot{\boldsymbol{X}}(t_f),t_f)+\int_{t_0}^{t_f}L(\boldsymbol{X}(t),\dot{\boldsymbol{X}}(t),\boldsymbol{U}(t),t)\,\mathrm{d}t \tag{10}$$

特例:燃料最优时的性能指标为

$$J=\int_{t_0}^{t_f}\boldsymbol{U}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}(t)\,\mathrm{d}t \tag{11}$$

时间最优时的性能指标为

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \mathrm{d}t = t_f - t_0 \qquad (12)$$

近距离导引轨迹规划的数学模型由航天器近距离相对运动动力学方程式(3)、近距离导引轨迹规划问题描述(式(6)~式(12))两部分组成.

2　近距离导引轨迹规划问题的求解

建立好上述数学模型后,就可以根据不同的任务需求、推力模式等选择相关的寻优算法对问题进行求解.

Matlab 是以矩阵为基础的,具有强大矩阵计算及仿真能力,可方便地进行矩阵相关的各种计算,同时它有丰富的函数库和工具箱,可高效地求解诸如数学、控制等问题. 航天器近距离导引轨迹规划数学模型复杂,待优化变量多,因此用 Matlab 来实现对该问题的求解和计算,以发挥其在数值计算和寻优方面的优势.

根据前面建立起的数学模型,选择合适的优化算法并利用 Matlab 编程实现,即可求得为了完成给定的任务,在追踪航天器上所施加的控制力,以及各个时刻追踪航天器的位置、速度等信息,并绘制其转移轨迹. 为了方便使用,本系统集成了一些简单的优化算法,如:用于多脉冲优化[9-10]的基于 Matlab fmincon 和 SNOPT 6.0 的非线性规划寻优算法、基于 Matlab ga 的遗传算法;用于持续推力式优化的基于最优控制理论的直接法和间接法.

Matlab 的科学计算能力突出,但是它所绘制图形的空间表现能力不强. 采用 VP 能很好的解决该问题.

3　基于 VP 的三维视景仿真

VP 是美国 Multigen-Paradigm 公司推出的先进的软件环境,是一套应用于视景仿真的跨平台工具箱. VP 的接口函数建立在 C++ 和标准模板库的基础上,十分简易和灵活.

基于 VP 的三维视景仿真程序主要包括 4 个步骤:指定(ACF,Application Configuration File)文件、配置 ACF 文件和系统、执行渲染循环、停止渲染循环. 其中,“指定 ACF 文件”、“配置 ACF 文件和系统”属于静态描述阶段,它主要进行必要的系统设置,包括:内存分配、参数配置、VP 基本类的定义等;渲染循环保证渲染出流畅的动态视景仿真画面,通过加入相应的交互控制代码可以实现各种仿真应用.

VP 三维视景仿真部分所使用的三维实体模型采用 MultiGen Creator 三维建模软件构建. 实体模型为 *.flt 格式文件,由细小的三角面片和纹理构成. 建模过程中也借助了图像处理软件来制作相关的模型纹理.

4　基于 VC,VP 和 Matlab 的联合仿真系统

4.1　VC 与 Matlab 混合编程

VC 与 Matlab 混合编程有以下几种形式[11]:

1) 利用语言编译器和连接器将 Matlab 程序编译成 C++ 代码或 COM 组件;

2) 利用 Matlab 的标准接口函数或使用 Matlab C++ 数学库;

3) 利用 Matcom 将 Matlab 程序转化成相同功能的 C\C++ 文件;

4) 在 VC 软件中调用 Matlab 引擎,通过在后台运行 Matlab 来实现与 VC 软件的混合编程.

利用 Matlab 应用程序接口(API)函数库的 Engine 函数库可以直接调用 Matlab 开发环境函数,一方面可以保持基于 VC 和 VP 的三维视景仿真的运行效率,同时还可以使用 Matlab 丰富的数学函数和各种优化工具等,十分适用于本仿真系统的应用,所以本文在实现 VC 与 Matlab 混合编程时,采用第 4 种形式. 主要使用的 Matlab API 函数及其功能如表 1 所示.

表 1　VC 与 Matlab 混合编程 API 函数及其功能

函数	功能
engOpen	启动 Matlab 引擎
engClose	退出 Matlab 引擎
engEvalString	使 Matlab 引擎执行给定的字符串
engGetVariable	从 Matlab 引擎工作空间中得到所需的变量值
engPutVariable	向 Matlab 引擎工作空间写入矩阵变量

4.2　系统框架

航天器近距离导引轨迹规划仿真系统是基于 VC,VP 和 Matlab 的联合仿真平台. VP 三维视景演示部分基于(MFC,Microsoft Foundation Class)开发,在程序开始运行的时候需要为 VP 启动一个单独的线程[4]用于场景渲染. 除了上述两个线程以外,该软件还需启动 Matlab 计算引擎,用于航天器近距离导引轨迹规划数学模型的求解和计算. 需要利用 Matlab 将有效算法编写成 *.m 文件,以供 Matlab 计算引擎调用. 系统的框架结构如图 1 所示.

三维可视化过程中需要的仿真数据是由 Matlab 计算引擎计算并传递过来的. MFC 线程利

用 Matlab 的 C ++ 接口函数,将 Matlab 计算引擎的数据和用户控制指令传递给 VP 线程,利用 VP 提供的场景渲染 C ++ 接口函数在 VP 虚拟的场景中完成三维实体的渲染并控制场景中的实体运动. 场景渲染的效果通过 MFC 的视图呈现在用户面前. MFC 线程可以响应键盘和鼠标消息,这使得用户可以根据仿真运行的情况输入控制指令,完成对三维场景显示的控制.

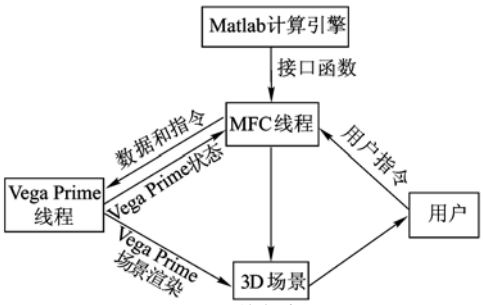


图 1 系统框架图

4.3 系统流程图

系统流程如图 2 所示.

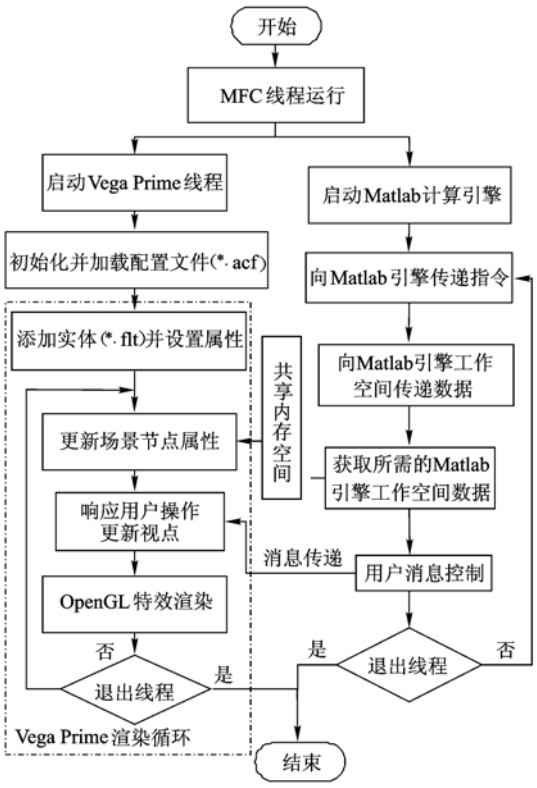


图 2 仿真系统流程图

程序将 VP 场景显示相关的任务放在一个单独的线程内进行,可以加快场景的处理和渲染,又可以减少场景显示给用户工作线程增加的负担,加速用户操作的响应. 而用户操作的 MFC 线程则主要用来传递数据、处理程序与微机间的系统消息. 此外,由于 MFC 线程与 VP 线程是分开的,程序需要开辟一块共享内存来存放两个线程公用的数据,同时还需使用消息传递机制将 MFC 线程接收的用户控制指令传递给 VP 线程.

4.4 VP 三维视景仿真的类设计

根据上述设计,采用面向对象的程序设计方法,用于实现 VP 三维演示的各种功能所需要的主要的类的关系如图 3 所示,其中虚线框之内的为 VP 类,其它的为用户定义类.

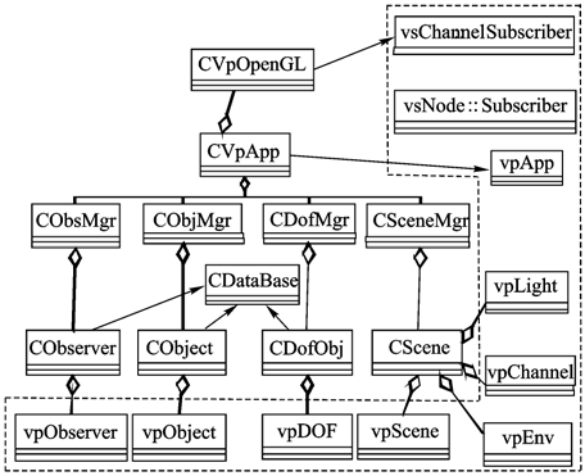


图 3 主要的类的关系

在用户定义类中,CDataBase 类是基类,保存了实体的名称、位置等基本信息. CObject 类、CObserver 类、CDofObj 类均继承自 CDataBase 类,分别用于保存三维物体、视点、DOF 节点相关的信息,CScene 类保存了三维场景相关的数据,如:场景名称、Vega Prime 对象等. CObsMgr 类、CObjMgr 类、CDofMgr 类、CSceneMgr 类调用 VP 的各种操作函数分别实现对视点、三维物体、DOF 节点和场景的操作控制和管理,它们被称作管理控制类. CVpOpenGL 类是基于 OpenGL 开发的,用于实现相关特效的处理,如卫星轨道线、星空绘制、发动机尾焰、雷达探测波束特效等,在程序中采用通道回调函数的形式来调用,因而需要为相关的通道订购这类函数.

CVpApp 类是继承自 VP 核心类 vpApp,聚合了上述管理控制类和 CVpOpenGL 类,并调用这些类的接口函数完成各个三维场景的渲染,它负责三维场景的配置、定制各种消息或通道回调函数、循环更新帧信息等,如:加载配置文件、动态创建场景、配置场景属性、控制三维物体、动态添加或删除实体、定制 OpenGL 特效回调函数等.

5 仿真算例及运行结果

根据上述研究,在 Windows XP 系统平台上,

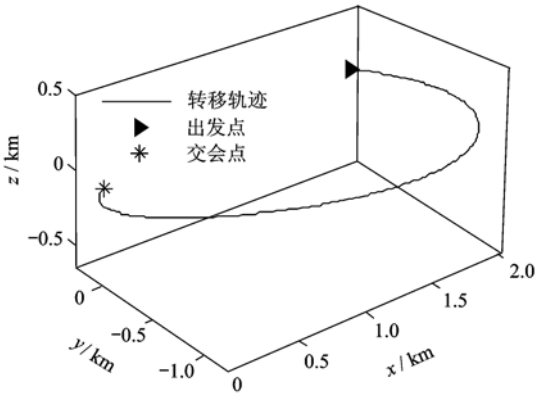
开发实现了基于 VC,VP 和 Matlab 的航天器近距离导引轨迹规划仿真系统. 在该系统下,以椭圆参考轨道下连续推力式燃料消耗最优的近距离交会轨迹规划为例,对上述设计方法可行性和系统仿真效果进行验证.

取目标航天器的轨道参数为 $a = 10\,000$ km, $e = 0.3$, $i = 60°$, $\Omega = 60°$, $\omega = 60°$, $\theta_0 = 60°$, 交会时间为 2/3 个参考轨道周期,追踪航天器在目标轨道坐标系中的初始状态和期望状态,如表 2 所示.

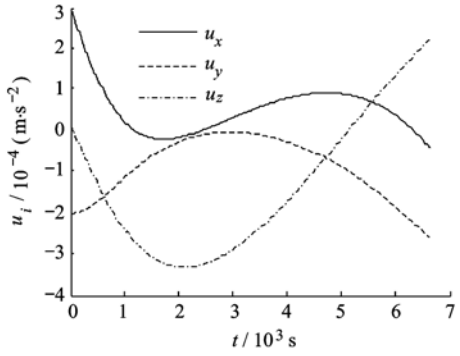
表 2　追踪航天器交会的初始和终点状态

时间	r/km	v/(m·s^{-1})
t_0	$(0.998, -1.028, 0.909)^{\mathrm{T}}$	$(1.714, -0.414, -0.606)^{\mathrm{T}}$
t_f	$(0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$	$(0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$

在用 Matlab 编程求解该燃料最优问题时,采用最优控制理论的间接法,并利用经典的边界迭代法来求解间接法所生成的两点边值问题. 运行该仿真算例,得到目标轨道坐标系中的燃料最优转移轨迹和所需的控制加速度,如图 4 所示.



a　燃料最优转移轨迹

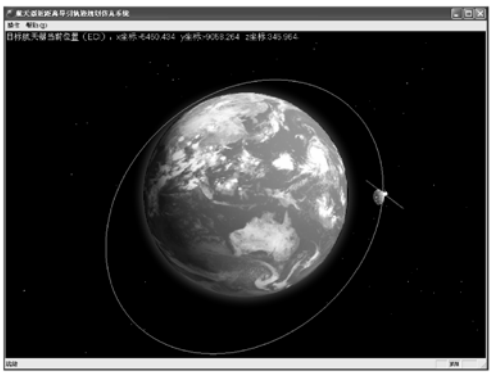


b　控制加速度

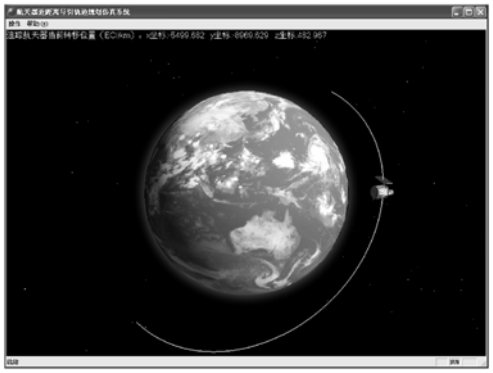
图 4　燃料最优转移轨迹和控制加速度

同时,该仿真系统还给出了转移过程中的三维显示,运行效果截图如图 5 所示.

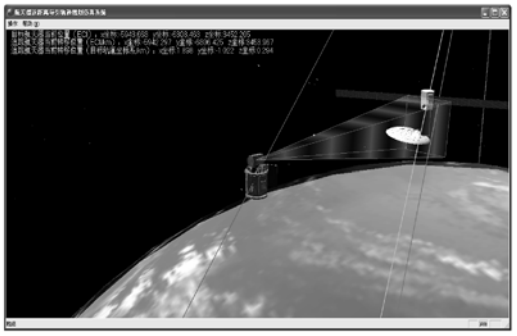
由上述仿真算例的运行结果可知,本文所提出的系统设计方法可行,数学模型正确,算法有效,系统三维可视化效果逼真. 所开发的系统可用于航天器近距离导引轨迹规划和可视化仿真.



a　目标航天器运行轨迹



b　追踪航天器的交会轨迹



c　目标航天器和追踪航天器间的相对运动

图 5　三维视景仿真效果

6　结　论

1) 详细介绍了采用软件 VC 和 Vega Prime 软件开发三维视景仿真程序的方法. 提出基于 VC,Vega Prime 和 Matlab 开发联合仿真系统. 充分利用 Matlab 出色的科学计算能力进行数值仿真,VC 和 Vega Prime 在三维可视化方面的优势进行视景仿真,既解决了当前航天领域数值仿真和视景仿真不能并重的问题,又实现了整个系统性能的最优.

2) 利用 Matlab 求解近距离导引轨迹规划问题,可根据需要仿真验证不同的算法,具有良好的可移植性. 基于 VC 和 Vega Prime,采用面向对象的程序设计方法,有利于系统的扩展和重用.

3）基于上述方案和技术，已完成航天器近距离导引轨迹规划仿真系统的开发. 通过运行仿真算例，验证了方案的可行性和价值. 所研究的设计方案，对于开发同类的仿真系统具有一定的参考价值.

参考文献（References）

[1] 余力凡. 虚拟现实技术在航天控制领域的应用[J]. 航天控制，2004，22(3)：79－83
Yu Lifan. Application of virtual reality technology in aerospace control field[J]. Aerospace Control，2004，22(3)：79－83(in Chinese)

[2] 张汉清，李言俊. 月球探测器可视化仿真系统的开发[J]. 空间科学学报，2008，28(3)：236－241
Zhang Hanqing，Li Yanjun. Design of a moon exploration probe simulation and visualization system[J]. Chin J Space Sci，2008，28(3)：236－241(in Chinese)

[3] 夏丰领，赵育善. 基于 HLA 的地空导弹仿真系统设计[J]. 系统仿真学报，2007，19(2)：296－299
Xia Fengling，Zhao Yushan. Surface-to-air missile simulation system design based on HLA[J]. Journal of System Simulation，2007，19(2)：296－299(in Chinese)

[4] 周剑勇，王跃峰，罗汝斌. 导弹攻防对抗仿真可视化系统的设计与实现[J]. 宇航学报，2009，21(18)：5779－5782
Zhou Jianyong，Wang Yuefeng，Luo Rubin. Design and realization of missile attack and defense visual simulation system[J]. Journal of System Simulation，2009，21(18)：5779－5782(in Chinese)

[5] 崔海英，李俊峰，高云峰. 卫星编队飞行中 Lawden 方程的误差分析[J]. 工程力学，2006，23(12)：188－192
Cui Haiying，Li Junfeng，Gao Yunfeng. Error analysis of lawden's equations in satellite formation flying[J]. Engineering Mechanics，2006，23(12)：188－192(in Chinese)

[6] 李保军，师鹏，张皓，等. 卫星编队队形重构中的模型选择[J]. 宇航学报，2010，31(9)：2101－2107
Li Baojun，Shi Peng，Zhang Hao，et al. Model selection for satellite formation flight reconfiguration[J]. Journal of Astronautics，2010，31(9)：2101－2107(in Chinese)

[7] Clohessy W H，Wiltshire R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous[J]. Journal of the Aerospace Sciences，1960，27(9)：653－674

[8] 朱彦伟. 航天器近距离相对运动轨迹规划与控制研究[D]. 长沙：国防科学技术大学航天与材料工程学院，2009
Zhu Yanwei. Trajectory planning and control for spacecraft proximity relative motion[D]. Changsha：College of Aerospace and Material Engineering，National University of Defense Technology，2009(in Chinese)

[9] Ichimura Y，Ichikawa A. Optimal impulsive relative orbit transfer along a circular orbit[J]. Journal of Guidance，Control and Dynamics，2008，31(4)：1014－1027

[10] Yamanak K，Ankersen F. New state transition matrix for relative motion on an arbitrary elliptical orbit[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，2002，25(1)：60－66

[11] 刘维. 精通 Matlab 与 C/C++混合程序设计[M]. 2 版. 北京：清华大学出版社，2008：177－198
Liu Wei. Master the matlab and C/C++ hybrid program design[M]. 2 ed. Beijing：Tsinghua University Press，2008：177－198(in Chinese)

（编　辑：张　嵘）

（上接第 512 页）

参考文献（References）

[1] 吕志民，申超，陈永奎. 超空泡射弹技术探讨[J]. 舰船科学技术，2007，29(1)：92－94
Lü Zhimin，Shen Chao，Chen Yongkui. The research of supercavitation projectile technology[J]. Ship Science and Technology，2007，29(1)：92－94(in Chinese)

[2] Savchenko Y N. Control of supercavitation flow and stability of supercavitating motion of bodies[C]// VKI Special Course on Supercavitating Flows. Brussels：RTO2AVT and VKI，2001：313－341

[3] 张劲生，张嘉钟，魏英杰，等. 超空泡水下航行体的结构动力响应特性[J]. 北京航空航天大学学报，2010，36(4)：411－414
Zhang Jingsheng，Zhang Jiazhong，Wei Yingjie，et al. Structural dynamic response characteristics of supercavitating underwater vehicles[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2010，36(4)：411－414(in Chinese)

[4] Kulkarni S，Pratap R. Studies on the dynamics of a supercavitating projectile[J]. Applied Mathematical Modeling，2000，24(2)：113－129

[5] 杨传武，王安稳. 冲击载荷作用下超空泡水下航行体的结构响应[J]. 华中科技大学学报：自然科学版，2008，36(7)：129－132
Yang Chuanwu，Wang Anwen. Structural response of supercavitating underwater vehicles subjected to impact loads[J]. J Huazhong Univ of Sci & Tech：Natural Science Edition，2008，36(7)：129－132(in Chinese)

[6] 孟庆昌，张志宏，顾建农，等. 超空泡射弹尾拍分析与计算[J]. 爆炸与冲击，2009，29(1)：56－60
Meng Qingchang，Zhang Zhihong，Gu Jiannong，et al. Analysis and calculation for tail-slaps of supercavitating projectiles[J]. Explosion and Shock Waves，2009，29(1)：56－60(in Chinese)

[7] Kirschner I N，Kring D C，Stokes A W，et al. Control strategies for supercavitating vehicles[J]. Journal of Vibration and Control，2002，8(2)：219－242

[8] Ruzzene M，Soranna F. Impact dynamics of elastic stiffened supercavitating underwater vehicles[J]. Journal of Vibration and Control，2004，10(2)：243－267

[9] Wu T，Yao T. A free streamline theory for two-dimensional fully cavitated hydrofoils[J]. J Math and Phys，1956，35：236－265

[10] Rand R，Pratap R，Ramani D，et al. Impact dynamics of a supercavitating underwater projectile[R]. DETC97/VIB-3929，1997

（编　辑：李　晶）