基于混合可靠性分析的协同优化方法

王星皓 马纪明 曾声奎 赵雪梅

(北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对在多学科设计优化中进行可靠性分析计算成本高的问题,将两种现有的可靠性分析方法与协同优化相结合,提出一种基于混合可靠性分析的协同优化方法. 该方法在协同优化的子系统级进行可靠性分析,并在分析前估算优化迭代点与约束边界的距离,对靠近约束边界的点进行基于一次可靠性方法的可靠性分析,其余点仅采用均值法粗略计算其可靠度, 减少了不必要的可靠性分析成本,并将可靠性分析融入到协同优化的框架中. 用优化算例对该方法进行了验证,优化结果表明该方法在保证可靠性精度的前提下,有效提高了优化效率,具有实际工程意义.

关 键 词: 多学科设计优化; 可靠性分析; 协同优化

中图分类号: TB 114.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)04-0525-04

Hybrid reliability analysis method based collaborative optimization

Wang Xinghao Ma jiming Zeng Shengkui Zhao Xuemei

(School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The reliability analysis in the multidisciplinary design optimization (MDO) process causes great computational cost. Aiming to this problem, two kinds of existing reliability analysis methods were integrated into the collaborative optimization (CO), and hybrid reliability analysis based CO method was proposed. This method analyzes the reliability in the subsystem of CO model, and before each reliability analysis, the distance between the iteration point and constrained boundary was estimated. For the point near the constrained boundary, the first order reliability method was applied to analyze the reliability, while the mean value method was applied to analyze the reliability approximately for the other points to reduce the unnecessary analysis cost, then this hybrid reliability analysis process was integrated into the CO framework. Experimental results show that the hybrid reliability analysis based CO method improves the optimization efficiency without decreasing the accuracy of reliability and it has practical significance for engineering application.

Key words: multidisciplinary design optimization; reliability analysis; collaborative optimization

多学科设计优化(MDO, Multidisciplinary Design Optimization)是工程领域一种新的优化设计方法,其主要思想是通过充分利用各个学科之间相互作用的协同效应,获得系统整体的最优解[1]. 目前,MDO 已经广泛地应用于航空航天、机械制造等领域. 其中,协同优化方法(CO, Collaborative Optimization)是 Kroo[2] 等人在一致性约束优化算法基础上提出的一种多级 MDO 算法,由于其结构简单且算法收敛性比较可靠,因此得到了较广泛的重视和应用. 在 MDO 中,当输入变量发生波动,仿真模型产生不确定性时,系统的输出和学科间的耦合也就成为了随机变量,就产生了如何取得 MDO 可行解的问题,解决这样的问题称之为基于可靠性的多学科设计优化(RBMDO, Reliability-based Multidisciplinary Design Optimization).

收稿日期: 2010-12-24; **网络出版时间**: 2012-03-20 10:37

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120320.1037.008.html

作者简介: 王星皓(1985 -),男,河北涞源人,硕士生,wang_xinghao@126.com.

国内外众多学者对 RBMDO 中高效的可靠性分析方法和协调方法进行了研究. 文献[3]提出了用系统输出的响应面模型代替高计算成本的约束函数,基于响应面约束来进行最可能点(MPP, Most Probable Point)的搜索;文献[4]使用 ATC (Analytical Target Cascading)算法将 RBMDO 分解为多个基于可靠性的设计优化(RBDO, Reliability-based Design Optimization)问题,对每个 RBDO 问题采用顺序优化与可靠性分析(SORA, Sequential Optimization and Reliability Assessment)方法来解决;文献[5]提出了采用并行子空间方法的 RBMDO 方法,利用并行子空间来进行 MPP 的搜索和整个问题的优化;文献[6]等提出了一种 MDO 框架下的 SORA 方法,实现了可靠性分析与多学科优化的解耦;文献[7]提出了一种基于改进一次二阶矩方法的并行子空间优化方法,该方法由于不在优化过程中执行 MPP 的计算,因此效率更高. 文献[8]等提出了可靠性分析的分层混合策略,在 MDO 的顶层和底层采用不同的可靠性分析方法,从而提高可靠性分析的效率.

针对不确定性 MDO 中计算成本高的问题,本文将协同优化方法与两种在计算精度和成本上各有优势的可靠性分析方法相结合,提出一种基于混合可靠性分析的协同优化方法. 该方法在传统嵌套循环算法的基础上,通过估算优化迭代点与约束边界的距离,选择精度不同的可靠性分析方法,仅对靠近约束边界的点进行基于一次可靠性方法(FORM, First Order Reliability Method)的可靠性分析,其余点仅采用均值法粗略计算其可靠度. 从而在保证分析精度的前提下,避免了在优化初期高成本的可靠性分析,有效地降低了计算成本,提高了计算效率.

1 现有可靠性分析方法

1.1 均值法

均值法[9]是在机械结构可靠性研究初期提出的一种方法,其基本思想是首先将非线性状态函数在随机变量的均值点处作泰勒级数展开并保留至一次项,近似计算状态函数的平均值和标准差.

假设状态函数 $g(\boldsymbol{X})$ 是光滑的并且在均值处可以泰勒展开,在均值点处的状态函数可以表示为

$$Z_{\mathrm{MV}} = g(\boldsymbol{X}) = g(\boldsymbol{\mu}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{X_i=\mu_i}(X_i - \mu_{X_i}) + H(\boldsymbol{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i(X_i - \mu_{X_i}) + H(\boldsymbol{X}) = G_{\mathrm{MV}}(\boldsymbol{X}) + H(\boldsymbol{X}) \tag{1}$$

式中,G_{MV} 代表一次项之和;$H(\boldsymbol{X})$ 代表高阶项系数 a_i 通过数值微分或者最小平方法来计算,用数值微分方法估算 Z 函数,最少次数为 $n+1$ 次.

只保留一次项,假设都为独立随机变量,Z 的均值和方差可以近似为

$$\mu_z \approx a_0 \tag{2}$$

$$\sigma_z^2 \approx \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \sigma_{X_i}^2 \tag{3}$$

可靠性指标可以表示为

$$\beta = \mu_z / \sigma_z \tag{4}$$

从计算可靠性指标所需的系统分析次数来看,该方法是约束可靠性分析中效率最高的. 但对于非线性的状态函数,均值法计算结果不够精确.

1.2 FORM 法

1974 年 Hasofer 和 Lind[9]更加科学地对可靠性指标进行了定义,并引入了验算点的概念,提出了改进的 FORM 方法. 该算法使用当量正态法将状态函数 $g(\boldsymbol{X})$ 变换为 $g'(\boldsymbol{u})$. 此时,设计验算点 $\boldsymbol{u}^*$ 到坐标原点的距离为坐标原点到极限状态曲面($g(\boldsymbol{u})=0$)的最短距离 β,定义该值为可靠性指标. 验算点法算法步骤为:

1) 假定初始验算点.

$$\boldsymbol{X}^{*(0)} = (x_1^{*(0)} x_2^{*(0)} \cdots x_n^{*(0)}) \tag{5}$$

2) 根据设计验算点,计算非正态随机变量的等效正态分布参数.

3) 计算可靠性指标.

$$\beta = \frac{g(x_1^* x_2^* \cdots x_n^*) + \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{p^*}(\mu_{X_i} - x_i^*)\right]}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{p^*}\sigma_{X_i}\right)^2\right]^{1/2}} \tag{6}$$

4) 计算重要度系数.

$$\alpha_i = \cos\theta_{X_i} = \frac{-\frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{P^*}\sigma_{X_i}}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{p^*}\sigma_{X_i}\right)^2\right]^{1/2}} \tag{7}$$

5) 计算新的验算点.

$$x_i^* = \mu_{X_i} + \beta\sigma_{X_i}\cos\theta_{X_i} \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{8}$$

6) 若 $|\beta_k - \beta_{k-1}| \leqslant \varepsilon$,停止迭代,否则转 2)用验算点继续迭代,直至精度满足要求.

FORM 法能对可靠性指标进行精度较高的计算,是一种应用较为广泛的可靠性分析方法,但其计算成本较高.

2　基于混合可靠性分析的协同优化

本文提出的基于混合可靠性分析的协同优化方法是在标准的协同方法上提出的,仍具有协同优化各个学科自治性较高的优点,并针对每个子学科进行基于可靠性的设计优化过程进行了改进.

基于混合可靠性分析的协同优化方法的数学模型可描述如下:

系统级优化问题:

$$\begin{aligned} &\min f(\boldsymbol{Z}) \\ &\text{s. t.}\quad J_i^* = 0 \\ &\boldsymbol{Z} = \{\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}^0, \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}^0\} \end{aligned} \tag{9}$$

式中,$f(\boldsymbol{Z})$是整个系统的目标函数;J_i 是第 i 个一致性等式约束,也是第 i 个子系统的目标,系统级设计变量包括学科之间的共享设计变量$\{\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}^0\}$和学科间的耦合状态变量$\{\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}^0\}$.

子系统的优化模型为:

$$\begin{aligned} \min\ & J_i = \| \boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}^0 - \boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}^i \|^2 + \| \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}^0 - \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}^i \|^2 \\ &\text{s. t.}\quad \Pr(g_k \leqslant 0) > R_k \\ & X_i = \{\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}^i, \boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}^i, \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}^i\} \end{aligned} \tag{10}$$

式中,g_k 表示第 p 个可靠性约束条件;R_k 为该可靠性约束的可靠度要求,子系统级的设计变量包括该子系统的局部设计变量$\{\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}^i\}$、共享设计变量$\{\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}^i\}$和耦合状态变量$\{\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}^i\}$.

考虑到优化过程是一个从初始点逐步迭代,收敛到约束边界的过程,通过每次分析得到的可靠性值来判断该设计点与约束边界的距离,并以此为依据在下一迭代点的可靠性分析中选择合适的算法. 通过在远离边界时选用效率较高的均值法,在边界附近选用精度较高的 FORM 法,在不影响最终优化结果可靠性精度的前提下,提高了效率. 基于混合可靠性分析方法的系统级优化与标准的协同优化过程基本相同,其子系统进行优化的流程如图 1 所示.

1) 在初始点处使用均值法进行粗略的可靠性分析,得可靠度 R_0;

2) 初始点一般无法满足收敛条件,优化迭代产生新的设计点;

3) 在对新的设计点进行可靠性分析之前,通过判断上次可靠性分析的结果来选择本次可靠性分析的方法. 若满足$|R_{n-1} - R_{\mathrm{req}}| < \varepsilon$ 且 $R_{n-1} \neq 1$,则转步骤 4),否则转步骤 5). 其中 R_{req}为该可靠性约束的可靠度要求,ε 为均值法分析可能产生的最大误差,实际工程中可以根据经验取值;

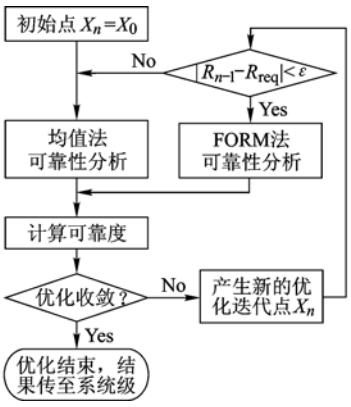

图 1　子系统级优化流程

4) 采用 FORM 法进行可靠性分析,计算可靠性指标

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\mu_{X_i} - X_i^*) \left(\dfrac{\partial g}{\partial X_i}\right)_{X^*}}{\sum_{i=1}^{n} \left[\alpha_i \sigma_{X_i} \left(\dfrac{\partial g}{\partial X_i}\right)_{X^*}\right]} \tag{11}$$

式中,X_i 为经多次迭代得到的 MPP 点,转步骤 6);

5) 采用均值法进行可靠性分析,计算可靠性指标为

$$\beta = \mu_z / \sigma_z \tag{12}$$

式中,μ_z 和 σ_z 为用近似方法得到的均值和方差,转步骤 6);

6) 计算可靠度

$$R_n = \Phi(\beta) \tag{13}$$

式中 $\Phi(\cdot)$为标准正态分布函数;

7) 判断本次优化是否满足收敛条件及可靠性约束,若满足就结束子系统级优化,否则优化迭代产生新的设计点,转步骤 3),继续优化和可靠性分析,直至满足收敛条件为止.

3　算例试验

减速器优化算例是 NASA(National Aeronautics and Space Administration)评估多学科设计方法性能的 10 个标准算例之一[10]. 减速器多学科设计优化的目标是在满足减速器中转轴和齿轮大量约束的同时,使得减速器体积最小(即质量最轻). 该优化问题有 7 个设计变量,其中 x_1 为齿面宽度,x_2 为齿轮模数,x_3 为小齿轮齿数,x_4,x_5 为轴承间距,x_6,x_7 为大小齿轮轴的直径.

数学模型为

$$\begin{aligned} &\min f(x) = C_{f1} x_1 x_2^2 (C_{f2} x_3^2 + C_{f3} x_3 - C_{f4}) - \\ &C_{f5}(x_6^2 + x_7^2) + C_{f6}(x_6^3 + x_7^3) + C_{f1}(x_4 x_6^2 + x_5 x_7^2) \\ &\text{s. t.}\quad g_1 = C_{g1} / (x_1 x_2^2 x_3^3) - 1 < 0 \end{aligned}$$

$$g_2 = C_{g2}/(x_1x_2^2x_3^2) - 1 < 0$$

$$g_3 = C_{g3}x_4^3/(x_2x_3x_6^4) - 1 \leqslant 0$$

$$g_4 = C_{g4}x_5^3/(x_2x_3x_7^4) - 1 \leqslant 0$$

$$g_5 = \frac{\sqrt{\left(\frac{C_{A12}x_4}{x_2x_3}\right) + C_{A1}}}{C_{g5}C_Bx_6^3} - 1 \leqslant 0$$

$$g_6 = \frac{\sqrt{\left(\frac{C_{A12}x_5}{x_2x_3}\right) + C_{A2}}}{C_{g6}C_Bx_7^3} - 1 \leqslant 0$$

$$g_7 = x_2x_3/C_{g7} - 1 \leqslant 0$$

$$g_8 = C_{g8}x_2/x_1 - 1 \leqslant 0$$

$$g_9 = x_1/(C_{g9}x_2) - 1 \leqslant 0$$

$$g_{10} = (C_{g10}x_6 + C_C)/x_4 - 1 \leqslant 0$$

$$g_{11} = (C_{g11}x_7 + C_C)/x_5 - 1 \leqslant 0$$

$$2.6 \leqslant x_1 \leqslant 3.6 \quad 0.7 \leqslant x_2 \leqslant 0.8 \quad 17 \leqslant x_3 \leqslant 28$$

$$7.3 \leqslant x_4 \leqslant 8.3 \quad 7.3 \leqslant x_5 \leqslant 8.3 \quad 2.9 \leqslant x_6 \leqslant 3.9$$

$$5.0 \leqslant x_7 \leqslant 5.5$$

其中,g_1 为轮齿的最大弯曲应力;g_2 为轮齿最大接触应力;g_3 和 g_4 为轴的横向最大挠度;g_5 和 g_6 为轴内最大应力;g_7,g_8 和 g_9 为尺寸和空间限制;g_{10}和 g_{11}为轴尺寸计算的经验公式. 为了验算本文提出的算法,将 $x_1 - x_2$,$x_4 - x_7$ 作为服从正态分布的随机变量,将 $g_1 - g_4$ 作为可靠性约束,取可靠度要求为 95%,建立基于可靠性的协同优化数学模型,分别采用均值法、FORM 法以及混合可靠性分析方法来进行可靠性分析.

系统级优化模型为

$$\min \quad f = f_1 + f_2 + f_3$$

$$\text{s. t.} \quad J_1^* = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + (x_3 - z_3)^2 = 0$$

$$J_2^* = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + (x_3 - z_3)^2 = 0$$

$$J_3^* = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + (x_3 - z_3)^2 = 0$$

子系统 1 优化模型为

$$\min \quad J_1^* = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + (x_3 - z_3)^2$$

$$f_1 = C_{f1}x_1x_2^2(C_{f2}x_3^2 + C_{f3}x_3 - C_{f4})$$

$$\text{s. t.} \quad \Pr(g_j \leqslant 0) \geqslant 95\% \quad j = 1,2$$

$$g_k \leqslant 0 \quad k = 7,8,9$$

子系统 2 优化模型为

$$\min \quad J_2^* = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + (x_3 - z_3)^2$$

$$f_2 = C_{f6}x_7^3 + C_{f1}x_5x_7^2 + C_{f5}x_7^2x_1$$

$$\text{s. t.} \quad \Pr(g_j \leqslant 0) \geqslant 95\% \quad j = 4$$

$$g_k \leqslant 0 \quad k = 1,2,6,7,8,9,11$$

子系统 3 优化模型为

$$\min \quad J_3^* = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + (x_3 - z_3)^2$$

$$f_3 = C_{f6}x_6^3 + C_{f1}x_4x_6^2 + C_{f5}x_6^2x_1$$

$$\text{s. t.} \quad \Pr(g_j \leqslant 0) \geqslant 95\% \quad j = 3$$

$$g_k \leqslant 0 \quad k = 1,2,5,7,8,9,10$$

在优化过程中,系统级变量设为确定性变量,子系统级为服从实际分布规律的随机变量,分别以各设计量的上下限的中值点作为初始点,分别采用不同的可靠性分析方法进行优化,其计算成本和优化结果如表 1 和表 2 所示,并对约束的可靠性采用 Monte-Carlo 方法进行了分析,各个约束可靠性分析结果如表 3 所示.

表 1 循环次数对比

优化方法	计算成本		
	系统级优化迭代次数	子系统优化迭代次数	可靠性分析迭代次数
采用 FORM 的 CO	21	8 713	179 756
采用均值法的 CO	27	7 192	27 552
基于混合可靠性分析的 CO	23	2 533	30 577

表 2 优化结果对比

优化方法	x_1/cm	x_2/cm	x_3/cm	x_4/cm	x_5/cm	x_6/cm	x_7/cm	f/cm^3
采用 FORM 的 CO	3.58	0.716 9	25	7.3	7.76	3.4	5.286	4 701
采用均值法的 CO	3.5	0.7	24	7.3	7.79	3.4	5.286	4 470
基于混合可靠性分析的 CO	3.596	0.713 8	25	7.3	7.72	3.362	5.292	4 688

表 3 约束的可靠性分析

优化方法	约束可靠度			
	g_1	g_2	g_3	g_4
采用 FORM 的 CO	0.951 7	0.998 7	1.0	1.0
采用均值法的 CO	0.937 3	0.995 7	1.0	1.0
基于混合可靠性分析的 CO	0.954 6	0.998 8	1.0	1.0

可以看到采用均值法的 CO 方法虽然计算成本较低,但部分约束(如本例中 g_1)不满足可靠性要求. 基于混合可靠性分析的 CO 与采用 FORM 方法的 CO 得到的优化结果都满足要求,但基于混合可靠性分析的 CO 计算成本更低.

4 结 论

1)将协同优化与两种基本可靠性分析方法相结合,提出了基于混合可靠性分析的协同优化的数学模型和计算流程,并通过算例验证其可行性.

2)基于混合可靠性的协同优化方法在保证可靠性精度的同时,有效减少了计算成本,有一定的工程应用价值.

(下转第 534 页)

合试验时,各激励源之间存在较为明显的相互干扰和耦合作用,偶尔会导致所要求的控制点的控制谱超差较大以致控制不住,这些可通过配合调节各参考谱之间的相干系数、控制谱形以及控制量级来加以改善最终使所要求的控制点均可控并满足控制要求.

4 结束语

本文重点分析了航空航天高速飞行器运行过程的环境特点,总结出它们的振动是多种激励源耦合作用的结果,当前的试验技术无法对其进行充分的振动考核,并结合对压电元件材料和激励特性的研究,提出了一种压电元件、振动台、激振器等多激励源联合控制的试验方法,其中多激励源的协调加载是难点,需做进一步深入研究. 该方法计划在大型结构刚度较大的骨架位置安装传统的激励设备如振动台、激振器以提供所需的集中力,在结构柔性部位黏贴压电元件以提供所需的分布式激励力. 试验结果表明,该方法的确能比传统集中式激励试验取得更好的试验效果,具有很高的工程应用价值,为大型航空航天结构的振动耐久性试验开辟新的技术途径.

参考文献(References)

[1] 姚军,刘佳. 基于智能材料的柔性结构耐久性振动试验技术讨论[J]. 振动工程学报,2008,21(增刊):201 - 203
Yao Jun, Liu Jia. Durability vibration test method of flexible structure basek on smart material[J]. Journal of Vibration Engineering,2008,21(S):201 - 203(in Chinese)

[2] 宋道仁. 压电效应及其应用[M]. 上海:科学普及出版社,1987
Song Daoren. Piezoelectric effect and its application[M]. Shanghai: Popular Science Press,1987(in Chinese)

[3] 李小兵. 压电陶瓷、压电复合材料的制备、结构和性能研究[D]. 北京:北京航空航天大学材料系,2002
Li Xiaobing. Research on the preparation ,structure and properties of piezoelectric ceramic and piezoelectric composite materials [D]. Beijing: Department of Materials of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2002(in Chinese)

[4] Crawley E F, Luis J. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures[J]. AIAA,1987,25(1):1373 - 1385

[5] Forward R L. Electronic damping of resonance in global structures[J]. AIAA,1981,27(8):1255 - 1267

[6] Hubbard J E Burke. Distributed transducer design for intelligent structural components[J]. Intelligent Structural System,1992,30(2):96 - 105

[7] 顾仲权,陈爱华. 直升机"地面共振"的输出反馈最优控制[J]. 南京航空航天大学学报,1999,31(4):101 - 106
Gu Zhongquan, Chen Aihua. Optimal output feedback control for "ground resonance" of helicopter[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,1999,31(4):101 - 106(in Chinese)

(编 辑:娄 嘉)

(上接第 528 页)

参考文献(References)

[1] Sobieszczanski-Sobieski, J, Haftka R T. Multidisciplinary aerospace design optimization: survey of recent developments [J]. Structural Optimization,1997,14(1):1 - 23

[2] Kroo I M, Manning Valerie. Collaborative optimization: status and directions [C]//Proc of the 8th AIAA/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. Long Beach: AIAA,2000

[3] Sue R H, Oakley D R, Rhodes G S. Multidisciplinary stochastic optimization [C]//Proc of the 10th Conference on Engineer Mechanics Part 2, Vol 2. Boulder, CO: ASME,1995:934 - 937

[4] Liao G, Kim H M, Ha C. Multilevel optimization considering variability in design variables of multidisciplinary system [C]//Proceedings of the 11th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. Portsmouth, Virginia, USA: AIAA,2006

[5] Padamanabhan D, Batill S M. An iterative concurrent subspace robust design framework [C]//Proc of 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. Long Beach, California: AIAA,2000:133 - 138

[6] Fan Hui, Li Weiji. An efficient method for reliability-based multidisciplinary design optimization [J]. Chinese Journal of Aeronautics,2008,21(4):335 - 340

[7] Du Xiaoping, Guo Jia, Beeram Harish. Sequential optimization and reliability assessment for multidisciplinary systems design [J]. Struct Multidisc Optim,2008,35:117 - 130

[8] Li Liansheng, Jing Shikai, Liu Jihong. A hierarchical hybrid strategy for reliability analysis of multidisciplinary design optimization [C]//Proceedings of the 2010 14th International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design. Shanghai: IEEE,2010:525 - 530

[9] 张建国,苏多,刘英卫. 机械产品可靠性分析与优化[M]. 北京:电子工业出版社,2008
Zhang Jianguo, Su Duo, Liu Yingwei. Reliability analysis and optimization of mechanical products [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry,2008(in Chinese)

[10] Kodiyalam S. Evaluation of methods for multidisciplinary design optimization (MDO), Phase I [R]. NASA/CR-1998-208716, 1998

(编 辑:娄 嘉)