旋转对称结构零部件时变可靠性模型

王 正

(中国北方发动机研究所 柴油机高增压技术国防重点实验室, 大同 037036)

摘 要: 分析了旋转对称结构零部件的失效特点以及对称单元数对零部件可靠性的影响,建立了能体现对称单元数的旋转对称结构零部件强度概率密度函数和累积分布函数. 分别以随机载荷作用次数和时间为寿命度量指标,建立了随机载荷作用下能够全面体现载荷、强度、对称单元数、寿命指标等参数影响的旋转对称结构零部件时变可靠性模型与失效率计算模型. 研究表明:在强度不退化的情况下,旋转对称结构零部件的可靠度也会随着寿命指标(载荷作用次数或时间)逐渐降低,失效率随寿命指标逐渐减小. 对于具有相同对称单元的旋转对称结构零部件,随着对称单元数的增加,零部件可靠度会降低且失效率会增大.

关 键 词: 旋转对称结构零部件; 时变可靠度; 失效率; 载荷作用次数; 强度分布

中图分类号: TB 114.3; TH 122

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)06-0778-05

Time-dependent reliability models of components with rotatory-symmetrical structure

Wang Zheng

(National Key Laboratory of Diesel Engine Turbocharging Technology, China North Engine Research Institute, Datong 037036, China)

Abstract: The failure characteristic of components with rotatory-symmetrical structure and the effect of the number of symmetrical parts on their reliability were analyzed. The probability density function and cumulative distribution function of strength of components with rotatory-symmetrical structure were developed. Then, taking the number of load application and time as its life parameter, respectively, the time-dependent reliability models and failure rate models of components with rotatory-symmetrical structure were derived, which consist of load, strength, the number of symmetrical parts and life parameters. The results show that when strength doesn't degenerate, the reliability of components with rotatory-symmetrical structure still decreases as the life parameter (namely, the number of load application and time), and the failure rate also decreases as the life parameter. For the components consisted of the identical symmetrical part, its reliability decreases as the number of symmetrical part increases, and its failure rate increases as the number of symmetrical part increases.

Key words: components with rotatory-symmetrical structure; time-dependent reliability; failure rate; number of load application; probability distribution of strength

旋转对称结构零部件广泛地存在于各类机械设备和系统中,并在其中发挥着十分重要的作用. 例如,在减速机、汽车等几乎所有机械设备和系统中普遍用于传递力和运动的齿轮,就是典型的旋转对称结构;再如,在压缩机、汽轮机等流体机械中常用的叶轮也同样是旋转对称结构. 无论是作为传递力和运动的齿轮还是作为能量形式转换的叶轮,都在整个机械系统中起着关键的作用. 因

收稿日期: 2011-03-17; **网络出版时间**: 2012-06-15 15:43

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120615.1543.023.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50905007); 国防科技重点实验室基金资助项目(9140C3306131001)

作者简介: 王 正(1981 -),男,山西静乐人,副研究员,wzneu@126.com.

此,准确评估这类零部件的可靠性对于整个系统安全运行和维修管理都具有重要意义.

对于这类具有旋转对称结构的零部件,如何科学地体现结构差异性(如对称单元数)对零部件可靠性的影响,是决定其可靠性分析与建模准确性的关键. 现有的齿轮和叶轮等旋转对称结构零部件可靠性模型,大多针对零部件上某一危险部位的一种失效模式或多种失效模式进行可靠性分析与计算,并以此作为零部件的可靠度[1-2]. 显然,这类可靠性模型并不能科学地反映结构特征对其可靠性的影响,如无法反映齿数对齿轮可靠性的影响,以及叶片数对叶轮可靠性的影响等. 此外,这类可靠性模型大多直接运用传统的载荷-强度干涉模型进行零部件可靠性分析与计算,并不能体现其可靠性随寿命指标的变化[3-6]. 同时,由于其计算的可靠度为"静态"值,也无法在此基础上得到零部件的失效率.

本文将针对旋转对称结构零部件的特点,在分析其失效特点的基础上,建立能够体现对称单元数影响的零部件强度概率分布函数与概率密度函数,分别建立以载荷作用次数和时间为寿命指标的旋转对称结构零部件可靠性模型与失效率计算模型,并研究其可靠度与失效率的变化规律.

1　零部件强度及其概率分布

旋转对称结构零部件广泛地应用于各类机械设备和系统,例如,齿轮和叶轮就是典型的旋转对称结构零部件. 旋转对称结构零部件在结构上具有明显的对称性,各对称单元具有相同的强度概率分布,并且承受相同的载荷.

在现有旋转对称结构零部件可靠性分析与计算中,通常将某一对称单元的危险部位作为研究对象,将该部位的强度分布作为整个零部件的强度分布,并在此基础上进行相关的计算与分析. 然而,这样的处理并没有体现零部件中对称单元数的不同对零部件强度分布及可靠性的影响[1-2].

事实上,对于旋转对称结构,每个对称单元的危险部位都有可能成为实际的失效部位. 从统计的角度来看,每一个对称单元均可以视为从服从其强度概率分布的母体中抽取的一个随机样本,而包含这些对称单元的零部件可视为由这些对称单元样本所组成的一个样本集,样本数即为对称单元数. 显然,对于同一载荷,只要样本集中的最小值样本大于该载荷,则其他样本也均大于该载荷. 也就是说,只要样本集中强度最小的对称单元在某一载荷作用下不失效,则该旋转对称结构零部件对于这一载荷就不会发生失效. 因此,可以将这些对称单元中的最小强度作为旋转对称结构零部件的强度.

设旋转对称结构零部件包含 n 个对称单元,对称单元的强度概率密度函数和累积分布函数分别为 $f_i(\delta)$ 和 $F_i(\delta)$. 由上述分析可知,零部件的强度即为由这个 n 对称单元强度组成的样本集所确定的最小顺序统计量. 由最小顺序统计量理论可知[7],旋转对称结构零部件强度的累积分布函数可表示为

$$F_\delta(\delta) = 1 - [1 - F_i(\delta)]^n \tag{1}$$

其概率密度函数可表示为

$$f_\delta(\delta) = n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta) \tag{2}$$

式(1)和式(2)所示的零部件强度概率分布函数包含了对称单元数,能够科学地体现出对称单元数对零部件强度概率分布的影响.

对于由强度服从正态分布(均值为 400,标准差为 60)的对称单元组成的旋转对称结构零部件,其强度的概率密度函数和累积分布函数随对称单元数的变化分别如图 1 和图 2 所示.

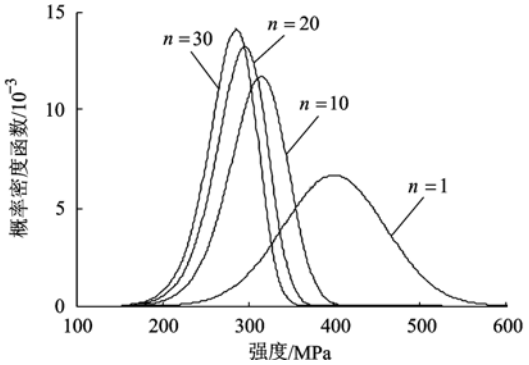


图 1　零部件强度的概率密度函数随对称单元数的变化

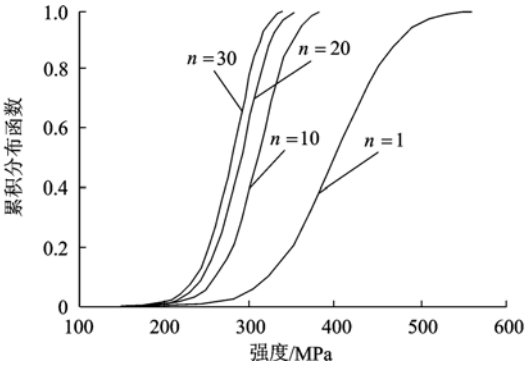


图 2　零部件强度的累积分布函数随对称单元数的变化

从图 1、图 2 中可以看出,对于具有相同对称单元的旋转对称结构零部件,零部件强度概率分布的均值随着对称单元数的增加逐渐降低,分散性随对称单元数的增加而逐渐减小.

2 零部件时变可靠性模型

旋转对称结构零部件在工作中普遍承受着随机载荷. 如压气机叶轮会随着流量和转速的波动,其载荷表现出较大的随机性. 因此,在对旋转对称结构零部件进行可靠性分析与建模时必须充分考虑载荷的不确定性影响.

下面,分别在以载荷作用次数和时间为寿命度量指标框架下,不考虑强度退化的影响,建立具有单一失效模式的旋转对称结构零部件时变可靠性模型与失效率计算模型.

2.1 以载荷作用次数为寿命的时变可靠性模型

旋转对称结构零部件在全寿命周期中往往受到随机载荷反复多次的作用. 传统直接运用载荷-强度干涉模型计算的零部件可靠度实际上是随机载荷作用一次或特定次数时的可靠度,没有体现零部件可靠度随载荷作用次数的变化,并不能计算随机载荷作用任意次数时零部件的可靠性. 同时,也无法计算出零部件的失效率.

设载荷的累积分布函数为 $F_s(s)$,概率密度函数为 $f_s(s)$. 当随机载荷多次作用于零部件时,在强度不退化的情况下载荷作用 w 次时等效载荷的累积分布函数可表示为[3,5]

$$F_e(s) = [F_s(s)]^w \tag{3}$$

概率密度函数可表示为[3,5]

$$f_e(s) = w[F_s(s)]^{w-1} f_s(s) \tag{4}$$

结合式(1)和式(2),运用载荷-强度干涉理论可得载荷作用 w 次时旋转对称结构零部件的可靠度

$$R(w) = \int_0^{+\infty} n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta) \times \int_0^{\delta} w[F_s(s)]^{w-1} f_s(s)\,\mathrm{d}s\mathrm{d}\delta = \int_0^{+\infty} n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta)[F_s(\delta)]^w \mathrm{d}\delta \tag{5}$$

进一步,当零部件承受的总载荷作用次数相对较大时,旋转对称结构零部件的失效率为[5]

$$h(w) = \frac{R(w) - R(w+1)}{R(w)} = \left\{\int_0^{+\infty} n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta)[F_s(\delta)]^w \cdot [1 - F_s(\delta)]\mathrm{d}\delta\right\} \Big/ \left\{\int_0^{+\infty} n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta)[F_s(\delta)]^w \mathrm{d}\delta\right\} \tag{6}$$

式(5)和式(6)所示的可靠性模型与失效率计算模型能够体现载荷作用次数和对称单元数对旋转对称结构零部件可靠度与失效率的影响.

2.2 以时间为寿命的时变可靠性模型

在实际中,旋转对称结构零部件通常以工作时间作为其寿命度量指标. 为更好地进行零部件的可靠性分析与维修管理,有必要建立能够体现随时间变化的可靠度计算模型. 然而,运用现有的可靠性模型计算得到的数值实际上是一个“静态”或“准静态”的可靠度[8-10],同时,零部件的失效率计算需依赖于大量的产品试验数据和使用数据,无法在设计阶段就直接指导零部件的可靠性设计[10-14].

在传统的零部件可靠性分析与建模中,通常采用单一的概率密度函数来描述载荷的不确定性,并不能全面地反映载荷作用过程的不确定特征. 当零部件以时间作为其寿命度量指标时,载荷一般都同时具有时间维和幅度维的不确定特征,即载荷出现时间的不确定性和载荷出现时幅值大小的不确定性. 在这里,采用载荷作用过程的二维描述法来刻画载荷的不确定性特征. 具体为,用随机过程来描述载荷在时间维的不确定性特征,用概率密度函数来描述载荷在幅度维的不确定性特征[3,5].

下面,用参数为 $\lambda(t)$ 的泊松随机过程描述随机载荷作用次数随时间变化的不确定性特征,用累积分布函数为 $F_s(s)$,概率密度函数为 $f_s(s)$ 的随机变量描述载荷幅值大小的不确定性特征. 因此有,在时刻 t 载荷出现 w 次的概率 $P(w)$ 为

$$P(w) = \frac{\left(\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t\right)^w}{w!} \mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t} \tag{7}$$

在强度不退化或退化不明显的情况下,结合式(5)和式(7)可得旋转对称结构零部件在时刻 t 时的可靠度

$$R(t) = \sum_{w=0}^{+\infty} P[N(t) - N(0) = w] R(w) = \sum_{w=0}^{+\infty} \frac{\left(\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t\right)^w}{w!} \mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t} \times \int_0^{+\infty} n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta)[F_s(\delta)]^w \mathrm{d}\delta \tag{8}$$

式(8)可简化为

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta) \mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t} \times \sum_{w=0}^{\infty} \frac{\left(\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t\right)^w}{w!} [F_s(\delta)]^w \mathrm{d}\delta = \int_{-\infty}^{+\infty} n[1 - F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta) \mathrm{e}^{[F_s(\delta)-1]\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t} \mathrm{d}\delta \tag{9}$$

进一步,可以得到强度不退化时旋转对称结构零部件失效率的表达式

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} n[1-F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta)[1-F_s(\delta)]\lambda(t)\cdot \exp\left\{[F_s(\delta)-1]\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t\right\}\mathrm{d}\delta \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} n[1-F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta)\cdot \exp\left\{[F_s(\delta)-1]\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t\right\}\mathrm{d}\delta \quad (10)$$

同时,可以得到强度不退化时旋转对称结构零部件的平均寿命 θ 为

$$\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} t\int_{-\infty}^{+\infty} n[1-F_i(\delta)]^{n-1} f_i(\delta)\times \mathrm{e}^{[F_s(\delta)-1]\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t}\mathrm{d}\delta\mathrm{d}t \quad (11)$$

式(9)~式(11)体现了对称单元数对旋转对称结构零部件可靠度、失效率与平均寿命的影响.

3　零部件可靠度与失效率研究

下面,在不考虑强度退化的情况下,分别在以载荷作用次数和时间为寿命度量指标框架下研究旋转对称结构零部件可靠度与失效率随寿命指标和对称单元数的变化规律.

设旋转对称结构零部件对称单元的强度服从均值为 900 MPa,标准差为 80 MPa 的正态分布,载荷服从均值为 500 MPa,标准差为 40 MPa 的正态分布. 具有不同对称单元数(15,20,25)的旋转对称结构零部件可靠度与失效率随载荷作用次数的变化分别如图 3 和图 4 所示.

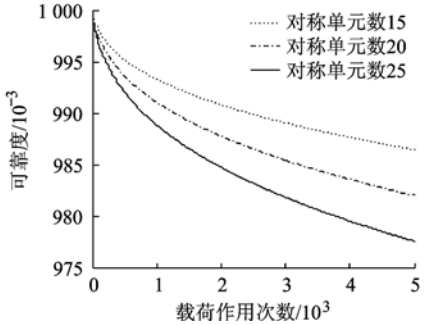


图 3　旋转对称结构零部件可靠度随载荷作用次数的变化

从图 3 和图 4 可以看出,即使在强度不退化的情况下,旋转对称结构零部件可靠度也会随着载荷作用次数的增加在逐渐降低,失效率逐渐减小. 对于由相同对称单元构成的旋转对称结构零部件,其可靠度随着对称单元数的增加在降低,其失效率随着对称单元数的增加而增大.

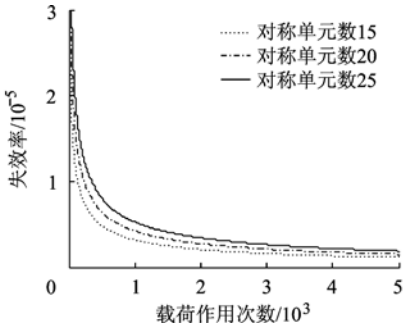


图 4　旋转对称结构零部件失效率随载荷作用次数的变化

设旋转对称结构零部件对称单元的强度服从均值为 600 MPa,标准差为 50 MPa 的正态分布,载荷幅值服从均值为 350 MPa,标准差为 35 MPa 的正态分布,载荷作用次数与时间服从参数为0.5/h 的泊松随机过程. 具有不同对称单元数(15,20,25)的旋转对称结构零部件可靠度与失效率随时间的变化分别如图 5 和图 6 所示.

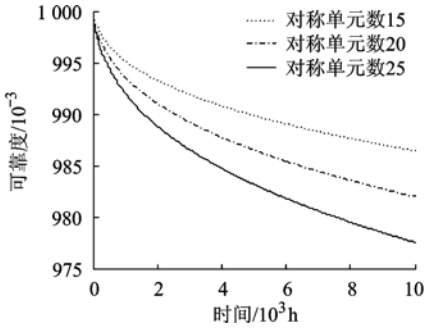


图 5　旋转对称结构零部件可靠度随时间的变化

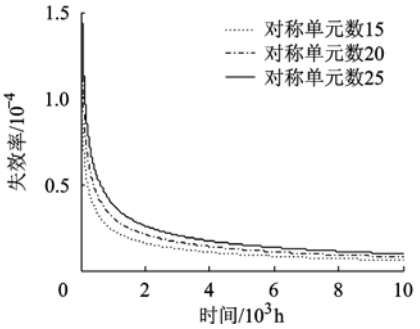


图 6　旋转对称结构零部件失效率随时间的变化

从图 5 和图 6 可以看出,即使在强度不退化的情况下,旋转对称结构零部件可靠度也会随着时间在逐渐降低,失效率逐渐减小. 对于由相同对称单元构成的旋转对称结构零部件,其可靠度同样会随着对称单元数的增加在降低,失效率随着对称单元数的增加而增大.

4　结 束 语

针对旋转对称结构零部件的结构特点,指出

了运用传统可靠性建模方法在分析这类零部件的可靠性时并不能较好地反映对称单元数的不同对其可靠性的影响. 分析了对称单元数对旋转对称结构零部件可靠性的影响,建立了能体现对称单元数的旋转对称结构零部件强度概率密度函数和累积分布函数. 在此基础上,分别在以载荷作用次数和时间为寿命度量指标框架下建立了强度不退化时旋转对称结构零部件的可靠性模型与失效率模型. 研究了具有不同对称单元数的旋转对称结构零部件可靠度与失效率随寿命指标(载荷作用次数和时间)的变化规律. 研究表明:即使在强度不退化的情况下,旋转对称结构零部件的可靠度也会随着载荷作用次数或时间逐渐降低,失效率随着载荷作用次数或时间逐渐减小. 对于由相同对称单元构成的旋转对称结构零部件,其可靠度随着对称单元数的增加在降低,其失效率随着对称单元数的增加而增大.

本文所建立的模型能够体现旋转对称结构零部件可靠度与其对称单元数、载荷、强度以及寿命指标(载荷作用次数或时间)之间的关系,可以更好地指导旋转对称结构零部件的可靠性设计与分析.

参考文献(References)

[1] Shen M-H Herman. Reliability assessment of high cycle fatigue design of gas turbine blades using the probabilistic Goodman diagram[J]. International Journal of Fatigue, 1999, 21(7): 699 – 708

[2] Kumar P, Narayanan S. Nonlinear stochastic dynamics, chaos, and reliability analysis for a single degree of freedom model of a rotor blade[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2009, 131: 1 – 8

[3] Wang Zheng, Xie Liyang. Dynamic reliability model of components under random load[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2008, 57(3): 474 – 479

[4] An Zongwen, Huang Hongzhong, Liu Yu. A discrete stress-strength interference model based on universal generating function[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008, 93(10): 1485 – 1490

[5] 王正. 零部件与系统动态可靠性建模理论与方法[D]. 沈阳:东北大学机械工程学院, 2008
Wang Zheng. Theory and method for time-dependent reliability models of components and systems[D]. Shenyang: Department of Mechanical Engineering, Northeastern University, 2008 (in Chinese)

[6] 张义民. 任意分布参数的机械零件的可靠性灵敏度设计[J]. 机械工程学报, 2004, 40(8): 100 – 105
Zhang Yimin. Reliability sensitivity design for mechanical elements with arbitrary distribution parameters[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(8): 100 – 105 (in Chinese)

[7] 茆诗松, 王静龙, 濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京:高等教育出版社, 1998
Mao Shisong, Wang Jinglong, Pu Xiaolong. Advanced mathematical statistics[M]. Beijing: China Higher Education Press, 1998 (in Chinese)

[8] 左勇志, 刘西拉. 结构动态可靠性的全随机过程模型[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2004, 44(3): 395 – 397, 405
Zuo Yongzhi, Liu Xila. Fully stochastic analysis method for structural dynamic reliability[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2004, 44(3): 395 – 397, 405 (in Chinese)

[9] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京:国防工业出版社, 2003
Yao Weixing. Fatigue life prediction of structures[M]. Beijing: National Defense Industrial Press, 2003 (in Chinese)

[10] Cazuguel M, Renaud C, Cognard J Y. Time-variant reliability of nonlinear structures: application to a representative part of a plate floor[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2006, 22(1): 101 – 108

[11] Xue Xiaoling, Fei Heliang. Parameter estimation of the Weibull distribution tampered failure rate model under a normal stress[J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2004, 20(2): 126 – 132

[12] Xie M, Tang Y, Goh T N. A modified Weibull extension with bathtub-shaped failure rate function[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2002, 76(3): 279 – 285

[13] Zafiropoulos E P, Dialynas E N. Reliability and cost optimization of electronic devices considering the component failure rate uncertainty[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 84(3): 271 – 284

[14] Rosario Toscano, Patrick Lyonnet. On-line reliability prediction via dynamic failure rate model[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2008, 57(3): 452 – 457

(编 辑:娄 嘉)