对 Jahangir 组合式矩估计器的改进

李大朋 姚 迪

(北京理工大学 电子信息工程学院, 北京 100081)

摘 要: 在 M. Jahangir 以常数为权的组合式矩估计器的基础上,给出一种以函数为权的组合式矩估计器,称为 L-J 估计器. 其中,最优加权函数是根据 U 估计器与形状参数的单调关系,通过数论网格最优化算法搜索解出. 大量仿真实验证实,在对 K 分布形状参数 v 大范围的参数估计中,L-J 估计器在估计精度上,不但较 Jahangir 等提出的常数加权组合矩估计器的精度有显著提高,而且可与 MLE(Maximum Likelihood Estimator)相当. 特别是由于 MLE 作为渐进无偏估计量,需要充分大的样本长度才能达到最优,这就使得 L-J 估计器的估计精度可在样本长度较小时优于 MLE. 此外,L-J 估计器无需迭代运算,因而在计算效率上,显著优于现有的 ML 估计器.

关 键 词: K 分布; U 估计器; 组合式矩估计器; ML 估计器

中图分类号: TN 911.23

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)06-0788-05

Improvement of Jahangir's multiple moments estimator

Li Dapeng Yao Di

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 10081, China)

Abstract: Based on M. Jahangir's multiple moments estimator using constant weight, a new estimator named L-J estimator was proposed, which consists of multiple moments and uses function weight. The optimum weight function was obtained by the sequential algorithm for optimization according to the monotonic relationship of U-estimator and the shape parameter. A large number of simulation experiments show that the accuracy of L-J estimator is not only higher than that of Jahangir's multiple estimator using constant weight noticeably, but also it can stand comparison with that of maximum likelihood estimator (MLE). As an asymptotic unbiased estimation, MLE requires sufficient large number of samples to achieve the optimum performance, then it makes that the accuracy of L-J estimator can be better than that of MLE in the case of fewer samples. Moreover, the efficiency of L-J estimator is obviously higher than that of MLE, since there is no iteration to need.

Key words: K-distribution; U-estimator; multiple moments estimator; maximum likelihood estimator

K 分布杂波模型是目前应用较为成功的雷达遥感图像统计模型之一,它能很好地描述高分辨雷达图像的统计分布特性,在海杂波、地杂波描述以及其他领域都有着广泛的应用. 其参数估计一直是研究的热点问题. 研究表明[1],对 K 分布形状参数 v 的错误估计会引起 CFAR(Constant False Alarm Rate)检测性能严重下降. 因此对 K 分布形状参数 v 的正确估计,具有重要意义.

虽然理论上,最大似然估计(MLE,Maximum Likelihood Estimator)是 K 分布形状参数 v 的最佳渐进无偏估计,其渐进分布是以真值为均值,方差为 Crammer-Rao 下界的正态分布. 但是,迄今很难得到 ML 估计的闭型解,而通过数值方法,需要大量的迭代运算,计算量巨大[2-3]. 为此,很多学者提出了不同的参数估计方法来替代 ML 估计.

文献[4]提出了一种由 U 估计器与幅度对比

收稿日期: 2011-03-11; **网络出版时间**: 2012-06-15 15:43

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120615.1543.020.html

作者简介: 李大朋(1979 -),男,黑龙江齐齐哈尔人,博士生,ddyao@bit.edu.cn.

算子估计器以常数为权组合而成的新型估计器. 其性能较单一的矩估计器的性能有显著提高,向 MLE 靠近了一步.

文献[5]提出了另外一种以常数为权的由 U,X 估计器组合形成的新型的 K 分布形状参数估计器,称为 M 估计器. M 估计器在小 v 值,即 v 在 0 ~ 2 的范围内优于 U,X 等其他所有非组合型矩估计器,在 $0<v<2$ 的范围内其性能与 Jahangir 提出的估计器类似. 文献[6]提出了对 M 估计器的改进,扩大了 M 估计器的应用范围. 不过,改进的 M 估计器仍然属于以常数为权的组合式 K 分布形状参数估计器,其估计精度仍与 Jahangir 估计器相差不多.

本文给出以函数为权的组合式矩估计器,记为 L-J 估计器. 实验证实,L-J 估计器对 K 分布形状参数 v 估计的精度与效率,不但显著优于上述以常数为权的组合式 K 分布形状参数估计器,而且可达到接近或相当于 MLE 的精度;特别是在样本长度较小、v 较大时,L-J 估计器的精度甚至在 v 的某些取值范围内超过 MLE 的精度. 此外,由于 L-J 估计器不必像 ML 估计器那样进行大量的迭代运算,其在计算效率方面较 MLE 有着显而易见的优势.

1　K 分布形状参数 v 的矩估计器

1.1　K 分布

K 分布的密度函数(PDF)为

$$f(z) = \frac{2b}{\Gamma(v)}(bz)^{(v-1)/2}K_{v-1}(2\sqrt{bz}) \tag{1}$$

其中,$z\geqslant 0$ 为信号强度;K_{v-1} 是 $v-1$ 阶第二类修正 Bessel 函数;$v>0$ 为形状参数;$b=v/\mu$ 为尺度参数;μ 为杂波均值.

为方便叙述,本文用 $\mathrm{E}(f)$ 表示 f 的期望,用 $\langle f\rangle$ 表示 $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}f_i$. 并且,本文总有 v 为 K 分布的形状参数,z 为信号强度,N 为样本长度,不再赘述.

1.2　U 估计器[2]

$$\hat{U} = \langle \ln z\rangle - \ln(\langle z\rangle) \tag{2}$$

$$U = \mathrm{E}(\hat{U}) = \psi^{(0)}(v) - \ln v - \gamma \tag{3}$$

其中,$\psi^{(0)}$ 是双 gamma 函数;γ 是 Euler 常数,$\gamma=0.57721$.

1.3　J 估计器[4]

$$\hat{J} = 0.8\left(\langle \ln z\rangle - \ln(\langle z\rangle - \gamma) + 0.2\left(\frac{\langle z\rangle}{\langle\sqrt{z}\rangle^2}-1\right)\right) \tag{4}$$

$$J = \mathrm{E}(\hat{J}) = 0.8[\psi^{(0)}(v) - \ln v - \gamma] + 0.2\left[\frac{4v\Gamma^2(v)}{\pi\Gamma^2\left(v+\frac{1}{2}\right)}-1\right] \tag{5}$$

2　L-J 估计器

正如文献[4]指出的,以常数为权进行两个矩估计的这种组合,所得估计器的性能只能是次优而达不到最优. 因此,为使组合式矩估计器达到最优而与 MLE 相当,提出以函数为权的组合式矩估计器,记为 L-J 估计器.

L-J 估计器:

$$\hat{L} = \alpha\left(\langle \ln z\rangle - \ln(\langle z\rangle - \gamma) + (1-\alpha)\left(\frac{\langle z\rangle}{\langle\sqrt{z}\rangle^2}-1\right)\right) \tag{6}$$

$$L = \alpha[\psi^{(0)}(v) - \ln v - \gamma] + (1-\alpha)\left[\frac{4v\Gamma^2(v)}{\pi\Gamma^2\left(v+\frac{1}{2}\right)}-1\right] \tag{7}$$

其中,$L=\mathrm{E}(\hat{L})$;$\alpha=\alpha(U)$;$\hat{\alpha}=\alpha(\hat{U})$;$\mathrm{E}(\hat{\alpha})=\alpha$. U 和 $\hat{U}$ 的表达式见式(2)和式(3).

由于式(3)的函数是 U 关于 v 的单调递增函数,即可推知 U 估计器的期望 U 与 K 分布形状参数 v 互为反函数,具有单值、单调的一一对应关系. 也就是说,U 的变化可以完全反映 v 的变化. 这就成为选取 U 做控制权函数 $\alpha=\alpha(U)$ 变化的自变量的理论根据.

为确定 $\alpha=\alpha(U)$ 的具体表达式,需建立两个 $n(n\in Z^+, n\geqslant 3)$ 元数组 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{y}$. 由于在 n 的取值范围内求 $\alpha=\alpha(U)$ 的基本原理是一样的,故以下为便于说明和理解,仅以 $n=3$ 的情况为例.

设有两个三元数组:

$$\boldsymbol{x} = [A \quad B \quad C] \tag{8}$$

$$\boldsymbol{y} = [\alpha_A \quad \alpha_B \quad \alpha_C] \tag{9}$$

利用 matlab 数学软件中的 pchip 函数对 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}$ 进行分段三次 Hermite 插值[7],即可得到插值函数:

$$\alpha(U) = \mathrm{pchip}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},U) \tag{10}$$

其中,A,B,C 为 U 定义区间内待定的 3 个点,α_A,α_B,α_C 为 α 的与 A,B,C 三点对应的待定的 3 个值.

因 $\alpha=\mathrm{E}(\hat{\alpha})$,显然有 α 的对应的估计量 $\hat{\alpha}=\mathrm{pchip}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\hat{U})$.

为确定 A,B,C 和 $\alpha_A,\alpha_B,\alpha_C$ 的具体数值而得

到函数 $\alpha(U)=\text{pchip}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},U)$,先给出 Fuzzy 数学中 Hamming 距离的概念:对 $m\in N$,为比较点集 $(s_1,s_2,\cdots,s_m)$ 与点集 $(t_1,t_2,\cdots,t_m)$"距离"的远近,Fuzzy 数学定义这两个点集的 Hamming 距离:

$$d=\sum_{i=1}^{m}|s_i-t_i| \tag{11}$$

由 Fuzzy 数学可知,d 越小,两个点集靠得越近. 于是,寻求 L-J 估计器的最优估计的最优化问题就是通过 Monte-Carlo 实验,寻求适当的 A,B,C 和 $\alpha_A,\alpha_B,\alpha_C$,使得点集 $(\sigma_{v\text{L}_1},\sigma_{v\text{L}_2},\cdots,\sigma_{v\text{L}_m})$ 与点集 $(\sigma_{v\text{MLE}_1},\sigma_{v\text{MLE}_2},\cdots,\sigma_{v\text{MLE}_m})$ 之间的 Hamming 距离达到最小. 其中,$(\sigma_{v\text{L}_1},\sigma_{v\text{L}_2},\cdots,\sigma_{v\text{L}_m})$ 及 $(\sigma_{v\text{MLE}_1},\sigma_{v\text{MLE}_2},\cdots,\sigma_{v\text{MLE}_m})$ 分别为 L-J 估计器、ML 估计器,在 $v_1,v_2,\cdots,v_m$ 共 m 个仿真点上得到的对 v 的估计的标准差点集. 则,A,B,C 和 α_A,α_B,α_C 这 6 项的具体值,就可以通过求 Hamming 距离 d 的最小值的 6 维最优化搜寻获得. 最优化搜索的方法有多种,例如遗传算法、模拟退火法、粒子群算法等等. 本文采用数论网格方法. 运用数论网格(SNTO)方法进行最优搜索,最后结果如下:

$$\boldsymbol{x}=[-18\quad -1.46487\quad -0.564839] \tag{12}$$

$$\boldsymbol{y}=[0.213376\quad 0.558871\quad 0.775091] \tag{13}$$

即得分段三次 Hermite 插值函数:

$$\alpha(U)=\text{pchip}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},U) \tag{14}$$

为实际运用,将此 matlab 中的 pchip 函数表示成分段三次 Hermite 插值函数,得函数表达式:

$$\alpha(U)=\begin{cases}a_0+a_1U+a_2U^2+a_3U^3 & U<-1.46487\\ b_0+b_1U+b_2U^2+b_3U^3 & U\geqslant -1.46487\end{cases} \tag{15}$$

于是,对估计量 $\hat{\alpha}=\alpha(\hat{U})$ 就有:

$$\alpha(\hat{U})=\begin{cases}a_0+a_1\hat{U}+a_2\hat{U}^2+a_3\hat{U}^3 & \hat{U}<-1.46487\\ b_0+b_1\hat{U}+b_2\hat{U}^2+b_3\hat{U}^3 & \hat{U}\geqslant -1.46487\end{cases} \tag{16}$$

其中

$$\begin{aligned}a_0&=0.63937\\ a_1&=0.058644\\ a_2&=0.0025716\\ a_3&=3.4912\times 10^{-5}\\ b_0&=0.81874\\ b_1&=0.16694\\ b_2&=-0.55619\\ b_3&=-0.21922\end{aligned}$$

3 仿真实验

文献[2]提出的 MLE,限于多种因素影响,即使样本长度 $N=1\,000$ 时,所得数据的标准差仍然很大,没有达到理论最优值. 文献[2]中 MLE 与 J,L-J 估计器标准差的比较详见表 1(为便于比较,实验条件保持与文献[2]一致,均为:$N=1\,000$,Monte-Carlo 实验次数为 1 000).

表 1 MLE,J,L-J 估计器标准差情况比较

估计器	$\sigma_v\mid_{v=0.5}$	$\sigma_v\mid_{v=1.0}$	$\sigma_v\mid_{v=5.0}$
MLE	0.0230	0.0660	1.4900
J	0.0247	0.0717	1.4144
L-J	0.0161	0.0307	1.2758

由表 1 可以看出,L-J 估计器在上述情况下所得估计的标准差最小,估计精度优于该 MLE.

文献[8]采用期望最大(EM)迭代算法实现了另一种对 K 分布参数的 ML 估计. 但正如文献[9]指出的那样,虽然其运算较二维平面搜索有所减小,但有关迭代运算仍需要相当大的数据量才能保证计算的精度,额外的计算量还是比较大. 下面给出 L-J 估计器与文献[8]中 MLE 及 J 估计器误差情况的比较.

图 1 给出在样本长度 $N=750$ 的情况下,L-J 估计器与文献[8]中 MLE 及 Jahangir 估计器的估计误差比较. 易见,即使样本长度很大,L-J 估计器与 MLE 的估计精度也很接近.

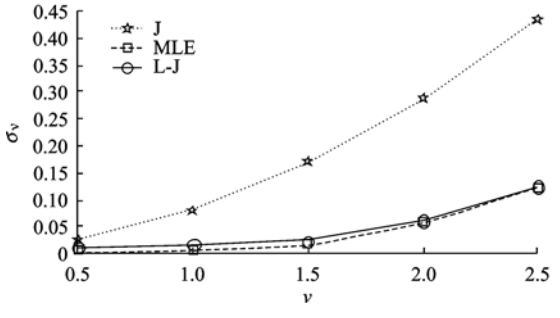


图 1 $N=750$ 时,MLE,L-J 与 J 估计器对形状参数 v 估计的标准差比较

而由图 2 可以看到,当样本长度 $N=500$ 时,L-J 估计器与文献[8]中 MLE 的估计精度更加相近,而且随着 v 值增大其精度已在部分点上超过 MLE.

图 3 给出在样本长度 $N=250$ 时,L-J 估计器与文献[8]中 MLE 及其他估计器的估计误差比较. 不难看出,此时 L-J 估计器的估计精度总体上优于 MLE.

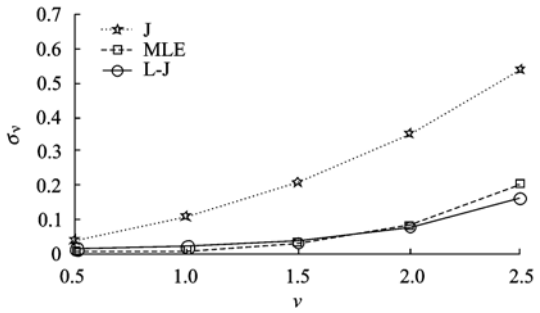


图 2　$N=500$ 时,MLE,L-J 与 J 估计器对形状参数 v 估计的标准差比较

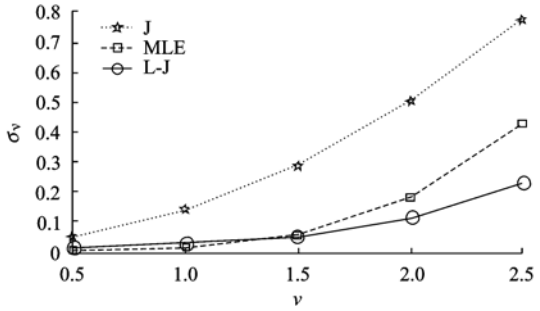


图 3　$N=250$ 时,MLE,L-J 与 J 估计器对形状参数 v 估计的标准差比较

由图 1 ~ 图 3 的结果可见,随着样本长度的减小和 v 值增大,文献[8]中 MLE 的估计精度越来越不如 L-J 估计器. 其原因在于:

1) MLE 是渐进的无偏估计. MLE 要达到最优估计,是有条件的,要求样本长度充分大. 所以,MLE 的估计精度会随样本长度减小而减小.

2) 文献[8]给出的 EM 算法,需要大量的迭代运算,且估计精度与初值关系很大. 初值给偏,不但会造成迭代次数增加,同时也会造成估计误差的增大.

为全面比较,图 4 和图 5 给出样本长度 $N=250$,经 10 000 次 Monte-Carlo 仿真实验,在小 v 值和大 v 值两种情况下,L-J 估计器与 Jahangir 提出的 J 估计器的标准差的比较. 由图可见,L-J 估计器的精度在很宽的 v 值的范围内,显著优于 J 估计器.

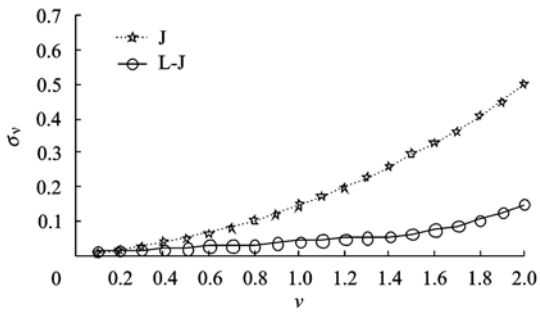


图 4　$N=250, v\in[0.1,2]$ 时,L-J 与 J 估计器对 v 估计的标准差比较

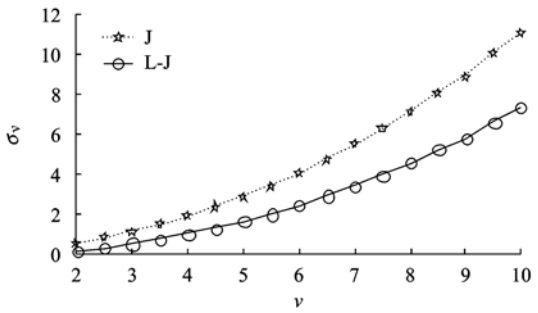


图 5　$N=250, v\in[2,10]$ 时,L-J 与 J 估计器对 v 估计的标准差比较

4　结 束 语

为了对 K 分布形状参数 v 尽可能准确的估计,国内外学者进行了大量研究,提出了多种估计器,例如近期成果[10-12]. 迄今这些估计器大体可分为两类:矩估计器和 ML 估计器. 研究表明,这两类估计器各有短长:矩估计器计算量小但精度低,而 ML 估计器精度高,是理论上的对 N 的最优估计,其缺点是:要求样本长度 N 充分大,并且运算量较大.

文献[4]提出了一种以常数为权的通过两个矩估计器组合而成的新型估计器,性能优于单一的矩估计器. 理论与实践都证明,这种以常数为权的组合式矩估计器的性能只能是次优的,不可能达到最优.

本文提出 L-J 估计器,改变了组合式矩估计器只能以常数为权的现状. L-J 估计器是一种由 U 估计器和对比度算子估计器组合而成,以函数为权的组合式矩估计器. 大量仿真实验证实,L-J 估计器在估计精度上不但显著优于 Jahangir 提出的 J 估计器,而且在样本长度较小时,其精度在 v 的某些范围内甚至优于现有 MLE;而从估计效率上看,L-J 估计器无迭代过程,因而其估计效率明显优于 MLE.

参考文献 (References)

[1] Armstrong B C, Griffiths H D. CFAR detection of fluctuating targets in spatially correlated K-distributed clutter[J]. IEE Proceedings-F, 1991, 138(2): 139 - 152

[2] Joughin I R, Percival D B, Winebrenner D P. Maximum likelihood estimation of K-distribution parameters for SAR data[J]. IEEE Trans on Geosciences and Remote Sensing, 1993, 31(5): 989 - 999

[3] Blacknell D. Comparison of parameter estimators for K-distribution[J]. IEE Proc-Radar, Sonar, Navigation, 1994, 141(1): 45 - 52

[4] Jahangir M, Blacknell D, White R G. Accurate approximation to the optimum parameter estimate for K-distributed clutter[J]. IEE

Proc-F,1996,143(6):383 - 390

[5] 郝程鹏,侯朝焕,鄢锦. 一种新的K分布形状参数估计器[J]. 电子与信息学报,2005,27(9):1404 - 1407
Hao Chengpeng,Hou Chaohuan,Yan Jin. A new estimator for estimating the parameters of K-distribution[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2005,27(9):1404 - 1407(in Chinese)

[6] 郝程鹏,侯朝焕. 一种K分布杂波背景下的双参数恒虚警检测器[J]. 电子与信息学报,2007,29(3):756 - 759
Hao Chengpeng ,Hou Chaohuan. A two parameter CFAR detector in K-distribution cluuter[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2007,29(3):756 - 759(in Chinese)

[7] 张德丰. MATLAB数值计算方法[M]. 北京:机械工业出版社,2010:143 - 147
Zhang Defeng. Numerical computing with MATLAB[M]. Beijing:Machinery Industry Press,2010:143 - 147(in Chinese)

[8] William J J Roberts,Sadaoki Furui. Maximum likehood estimation of K-distribution via the expectation-maximization algorithm[J]. IEEE Transaction on Signal Processing,2000,48(12):3303 - 3306

[9] 胡文琳,王永良,王首勇. 基于zlog(z)期望的K分布参数估计[J]. 电子与信息学报,2008,30(1):203 - 205
Hu Wenlin,Wang Yongliang,Wang Shouyong. Estimation of the parameters of K-distribution based on zlog(z) expectation[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2008,30(1):203 - 205(in Chinese)

[10] Abraham D A,Lyons A P. Reliable methods for estimating the K-distribution shape parameter[J]. Oceanic Engineering,IEEE Journal of,2010,35(2):288 - 302

[11] 娄昊,张乐锋. 雷达海杂波的K分布复合特性[J]. 火力与指挥控制,2010,35(7):62 - 65
Lou Hao,Zhang Lefeng. K-distribution compound characteristics research on radar sea clutter[J]. Fire Contral and Command Contral,2010,35(7):62 - 65(in Chinese)

[12] 张晓利,关键,何友. K分布杂波中分布式目标的Rao检测[J]. 电子与信息学报,2010,32(10):2496 - 2410
Zhang Xiaoli,Guan Jian,He You. Rao test of distributed targets in K-distributed clutter[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2010,32(10):2496 - 2410(in Chinese)

(编 辑:娄 嘉)

(上接第787页)

参考文献(References)

[1] Uzkov A I. An approach to the problem of optimum directive antenna design[J]. Compt Rend Acad Sci U R S S,1946

[2] Yan Shefeng,Ma Yuanliang. Robust supergain beamforming for circular array via second-order cone programming[J]. Applied Acoustics,2005,66(9):1018 - 1032

[3] 鄢社锋,马远良. 圆环形声基阵低频超增益性能研究[J]. 西北工业大学学报,2002,20(1):79 - 82
Yan Shefeng,Ma Yuanliang. A circular hydrophone array for supergain in low frequency[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University,2002,20(1):79 - 82(in Chinese)

[4] Shuai Xiaofei,Kong Lingjiang,Yang Jianyu. Performance analysis of GLRT-based adaptive detector for distributed targets in compound-Gaussian clutter[J]. Signal Processing,2010,90(1):16 - 23

[5] Bon N,Khenchaf A,Garello R. GLRT subspace detection for range and doppler distributed targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2008,44(2):678 - 695

[6] Pascal F,Chitour Y,Forster P,et al. Covariance structure maximum-likelihood estimates in compound Gaussian noise:existence and algorithm analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2008,56(1):34 - 48

[7] Bandiera F,Besson O,Ricci G. Knowledge-aided covariance matrix estimation and adaptive detection in compound-Gaussian noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2010,58(10):5391 - 5396

[8] 游鸿,黄建国,史文涛. 基于宽带分裂阵列的水下远程被动多目标检测与定向[J]. 声学学报,2009,34(6):527 - 532
You Hong,Huang Jianguo,Shi Wentao. Long-distance underwater passive multi-target detection and direction finding based on the wideband split array[J]. Acta Acustica,2009,34(6):527 - 532(in Chinese)

[9] Van Trees Harry L. 最优阵列处理技术[M]. 汤俊译. 清华大学出版社,2008:327
Van Trees. Harry L. Optimum array processing[M]. Translated by Tang Jun. Beijing:Tsinghua University Press,2008:327(in Chinese)

(编 辑:娄 嘉)