一种改进的基于双矢量观测的姿态确定算法

江 洁 王英雷 张广军

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

摘 要: 为了提高飞行器姿态确定的精度和姿态矩阵的解算速度,提出了一种改进的双矢量定姿算法.这种算法利用测量系统的方差对两个观测矢量进行加权处理,求得一个新的矢量,以两观测矢量夹角为判断依据选取加权系数;以新矢量为基准矢量,利用双矢量定姿算法求解姿态矩阵,并对求得的姿态矩阵进行修正.仿真结果表明:这种算法所需时间为优化算法的50%,当两个传感器测量误差不同、两矢量为任意夹角时,这种算法比优化的双矢量算法精度高;当两个传感器测量误差相同时,除了两矢量夹角为90°外,这种算法均比优化的双矢量算法精度高.

关 键 词: 双矢量定姿; 观测矢量; 姿态确定

中图分类号: V 448.21

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)08-0992-04

Improved determination algorithm using two vector measurements

Jiang Jie Wang Yinglei Zhang Guangjun

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: To improve the spacecraft attitude determination accuracy and the computational efficiency of attitude matrix, an improved TRIAD algorithm was proposed. In this algorithm, the two observation vectors was weighted utilizing the variance of the measurement system, the weighting coefficient was selected according to the angle between the two observation vectors, the attitude matrix was solved using TRIAD algorithm, and then the matrix was amended. It shows that the computation time of this algorithm is half of the optimized TRIAD algorithm. When the measurement error of two sensors is difference, the accuracy of this algorithm is better than the optimized TRIAD algorithm for any angle of the two vectors. When the two sensors have the same measurement error, the accuracy of this algorithm is better than the optimized TRIAD algorithm except the angle of the two vectors is 90.

Key words: TRIAD; vector observation; attitude determination

矢量姿态敏感器是飞行器上广泛应用的姿态测量部件,利用矢量观测信息能够确定飞行器的姿态.常用的基于矢量观测求解三轴姿态的算法有 TRIAD 算法和 QUEST(Quarternion Estimation)算法.

QUEST 算法直接求解 Wahba 问题,给出最小二乘意义下的最优姿态四元数估计值,已被广泛用于解算飞行器的姿态,但 QUEST 算法一般应用于多个矢量观测,在只有两个观测矢量时,其姿态解算精度并不能保证优于 TRIAD 算法[1].

TRIAD 算法计算简单,计算速度快,适合于仅能得到两观测矢量的姿态确定中. TRIAD 姿态矩阵估计取决于两个观测矢量的顺序,因为 TRIAD算法在建立正交基的过程中第 1 个矢量被作为基准,而第 2 个矢量中的部分信息丢失了,姿态矩阵解对于两个矢量具有不对称性[2-3].

文献[4]证明由 TRIAD 算法得到的姿态矩阵解不是最优的,并提出了一种优化的 TRIAD 算

收稿日期: 2011-05-04; **网络出版时间**: 2012-08-23 14:55

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120823.1455.017.html

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50805006)

作者简介: 江 洁(1973 -),女,福建古田人,教授,jiangjie@buaa.edu.cn.

法. 该种算法分别以两个矢量作为基准,利用两次 TRIAD 算法获得两个姿态矩阵,利用测量系统的方差对两个姿态矩阵进行加权处理,得到一个更准确的姿态矩阵估计值,并对其进行正交化处理[4-5]. 这种算法需要运算两次 TRIAD 算法,降低了姿态矩阵的解算效率.

文献[6]提出了一种基于加权矢量和的TRIAD算法,该算法对观测矢量加权求和,得到一个更优的新的观测矢量,以新的矢量为基准,求得姿态矩阵,这种方法受两矢量夹角的限制,只适用于两矢量夹角小于 90°的情况,并且这种算法的精度低于优化的 TRIAD 算法.

本文提出了一种新的 TRIAD 算法,这种算法计算速度快,对观测矢量之间的夹角没有限制,该算法的精度高于原始的 TRIAD 算法和文献[6]提出的算法,并且在大多数情况下,该算法计算精度比优化的 TRIAD 算法精度高.

1　改进 TRIAD 算法

基于加权矢量和的 TRIAD 算法,是利用测量系统的方差对两个观测矢量进行加权求和,得到一个更优的新的观测矢量,这种算法没有考虑到两观测矢量夹角对加权系数的影响.

改进 TRIAD 算法是对加权矢量和 TRIAD 算法的一种改进. 在利用测量系统的方差对两个观测矢量进行处理时,根据两观测矢量的夹角,选择不同的加权系数,以两观测矢量的加权矢量和为基准,用 TRIAD 算法得到姿态矩阵;并对得到的姿态矩阵进行修正,得到一个更精确的结果.

两个观测矢量的加权矢量和,融合了两个观测矢量的信息,以两个观测矢量的加权矢量和为基准矢量,计算过程中另外一组矢量被丢弃的信息会减少,提高观测矢量的精度.

给定参考坐标系下两矢量 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$,假设一个由两个传感器组成的系统,第 1 个传感器观测参考坐标系下的 $\boldsymbol{v}_1$,得到观测矢量为 $\boldsymbol{w}_1$,测量误差的标准差为 σ_1;第 2 个传感器观测参考坐标系下的 $\boldsymbol{v}_2$,得到观测矢量为 $\boldsymbol{w}_2$,测量误差的标准差为 σ_2.

两个观测矢量的加权系数以两个观测矢量的夹角为判断依据. 当两个矢量的角度小于等于 90°时,加权系数 k_1,k_2 为

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2} \\ k_2 &= \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

当两个矢量的角度大于 90°时,加权系数 k_1, k_2 为

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2} \\ k_2 &= -\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

k_2 与两矢量的夹角有关,进一步定义 k_2 为

$$k_2 = \mathrm{sgn}f\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2} \tag{3}$$

$$\mathrm{sgn}f = \begin{cases} 1 & f \geqslant 0 \\ -1 & f < 0 \end{cases} \tag{4}$$

$$f = \boldsymbol{w}_1 \cdot \boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

两观测矢量的最优估计 $\hat{\boldsymbol{w}}$ 为

$$\hat{\boldsymbol{w}} = \frac{k_1\boldsymbol{w}_1 + k_2\boldsymbol{w}_2}{\| k_1\boldsymbol{w}_1 + k_2\boldsymbol{w}_2 \|} \tag{6}$$

与 $\hat{\boldsymbol{w}}$ 相对应的参考坐标系下 $\hat{\boldsymbol{v}}$ 的估计为

$$\hat{\boldsymbol{v}} = \frac{k_1\boldsymbol{v}_1 + k_2\boldsymbol{v}_2}{\| k_1\boldsymbol{v}_1 + k_2\boldsymbol{v}_2 \|} \tag{7}$$

以$(\hat{\boldsymbol{v}},\hat{\boldsymbol{w}})$为基准矢量,第 2 组矢量为$(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{w}_1)$或者$(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{w}_2)$,根据 TRIAD 算法定义:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{r}_{N1} &= \hat{\boldsymbol{v}} \\ \boldsymbol{r}_{N2} &= \frac{\hat{\boldsymbol{v}} \times \boldsymbol{v}_i}{| \hat{\boldsymbol{v}} \times \boldsymbol{v}_i |} \\ \boldsymbol{r}_{N3} &= \boldsymbol{r}_{N1} \times \boldsymbol{r}_{N2} \\ \boldsymbol{b}_{N1} &= \hat{\boldsymbol{w}} \\ \boldsymbol{b}_{N2} &= \frac{\hat{\boldsymbol{w}} \times \boldsymbol{w}_i}{| \hat{\boldsymbol{w}} \times \boldsymbol{w}_i |} \\ \boldsymbol{b}_{N3} &= \boldsymbol{b}_{N1} \times \boldsymbol{b}_{N2} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

得到改进的姿态矩阵:

$$\boldsymbol{A}^N = [\boldsymbol{b}_{N1}\quad \boldsymbol{b}_{N2}\quad \boldsymbol{b}_{N3}][\boldsymbol{r}_{N1}\quad \boldsymbol{r}_{N2}\quad \boldsymbol{r}_{N3}]^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

为了提高姿态矩阵的精度,对得到的 $\boldsymbol{A}^N$ 进行修正,修正后的姿态矩阵:

$$\boldsymbol{A}^{\text{opt-}N} = \boldsymbol{A}^N + \frac{\lambda_{\max} - a_1 - a_2}{\lambda_{\max}}(\boldsymbol{w}_1 \cdot \boldsymbol{r}_1^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{w}_2 \cdot \boldsymbol{r}_2^{\mathrm{T}}) \tag{10}$$

对于只有两个观测矢量的情况,通过下式得到一个精确的 $\lambda_{\max}$[1]:

$$\lambda_{\max} = \sqrt{a_1^2 + 2a_1a_2\cos\Delta\theta + a_2^2} \tag{11}$$

其中　$a_1 = \dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$　　$a_2 = \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$

$$\cos\Delta\theta = (\boldsymbol{w}_1 \cdot \boldsymbol{w}_2)(\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2) + | \boldsymbol{w}_1 \times \boldsymbol{w}_2 |\,|\, \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{v}_2 |$$

2　仿真实验及结果分析

给定参考坐标系下两矢量 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$,并给定参考

坐标系和机体坐标系之间的姿态矩阵 $\boldsymbol{A}_{\text{abs}}$，如果传感器没有测量误差，则机体坐标系的观测矢量为 $\boldsymbol{w}_1 = \boldsymbol{A}_{\text{abs}}\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{w}_2 = \boldsymbol{A}_{\text{abs}}\boldsymbol{v}_2$，实际测量中传感器都有测量误差，这种测量误差是随机，符合高斯分布. 假设第 1 个传感器的测量误差的方差为 σ_1^2，第 2 个传感器的测量误差的方差为 σ_2^2，则传感器实际测量得到的观测矢量为

$$\hat{\boldsymbol{w}}_1 = \boldsymbol{w}_1 + \Delta\boldsymbol{w}_1$$

$$\hat{\boldsymbol{w}}_2 = \boldsymbol{w}_2 + \Delta\boldsymbol{w}_2$$

$$E(\Delta\boldsymbol{w}_1) = E(\Delta\boldsymbol{w}_2) = 0$$

$$E(\Delta\boldsymbol{w}_1^2) = \sigma_1^2$$

$$E(\Delta\boldsymbol{w}_2^2) = \sigma_2^2$$

TRIAD-Ⅰ以 $\hat{\boldsymbol{w}}_1$ 为基准矢量，TRIAD-Ⅱ以 $\hat{\boldsymbol{w}}_2$ 为基准矢量，改进的 TRIAD 算法以 $\hat{\boldsymbol{w}}$ 为基准矢量. 为对比 TRIAD-Ⅰ，TRIAD-Ⅱ，优化 TRIAD 算法[4]，加权矢量和算法[6]，改进 TRIAD 算法的精度，定义损失函数[7]：

$$J(A) = \frac{1}{2}a_1 \mid \hat{\boldsymbol{w}}_1 - \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_1 \mid^2 + \frac{1}{2}a_2 \mid \hat{\boldsymbol{w}}_2 - \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}_2 \mid^2 \tag{12}$$

仿真中用到的机体坐标系下的观测矢量和参考坐标系下的已知矢量如表 1 所示，下面分两种情况仿真 5 种算法的精度.

表 1　观测矢量和参考矢量

矢量夹角/(°)	机体坐标系下观测矢量	参考坐标系下已知矢量
36	(0.6776,0.4430,−0.5869) (0.9077,0.4194,−0.0153)	(0.3000,0.4000,0.8660) (0.8000,0.2000,0.5657)
90	(0.6776,0.4430,−0.5869) (−0.6271,0.7652,−0.1467)	(0.3000,0.4000,0.8660) (−0.4806,−0.7209,0.4996)
130	(0.3000,0.4000,0.8660) (−0.8000,0.2000,−0.5657)	(0.6998,0.2924,0.6518) (0.4470,−0.8114,−0.3765)

1) 等精度情况下，传感器的测量误差相同，$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0.0001$，使用 Matlab 进行 10 000 次蒙特卡洛仿真，将每 400 次计算结果进行 1 次平均处理作为 1 个测量结果，共得到 25 个测量结果，得到的损失函数曲线如图 1 ~ 图 3 所示.

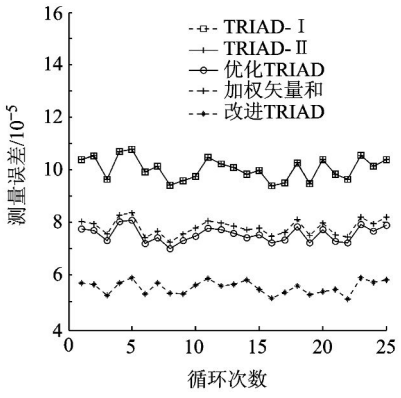


图 1　等精度、双矢量夹角 36°损失函数比较

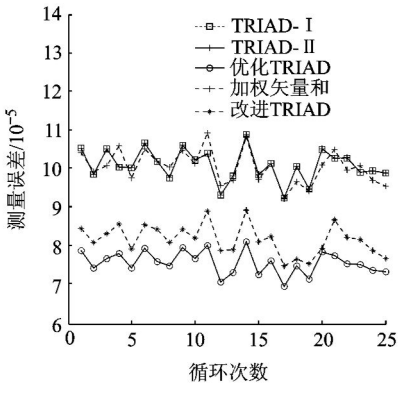


图 2　等精度、双矢量夹角 90°损失函数比较

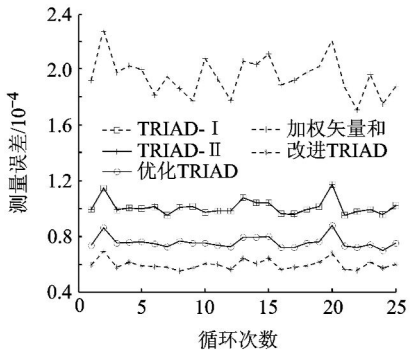


图 3　等精度、双矢量夹角 130°损失函数比较

2) 非等精度情况下，传感器的测量误差不同，$\sigma_1^2 = 0.0001$，$\sigma_2^2 = 0.0004$，使用与第 1) 种情况相同的仿真方法进行仿真，得到的损失函数曲线如图 4 ~ 图 6 所示.

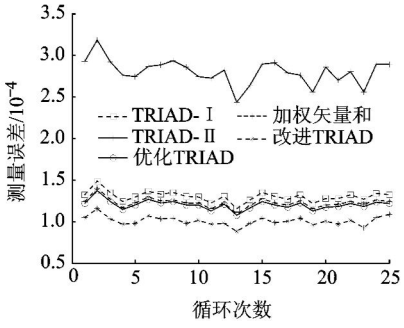


图 4　非等精度、双矢量夹角 36°损失函数比较

从图 1 ~ 图 6 可以看出：

1) 在各种情况下，改进 TRIAD 算法得到的姿态精度均明显高于 TRIAD-Ⅰ，TRIAD-Ⅱ和加

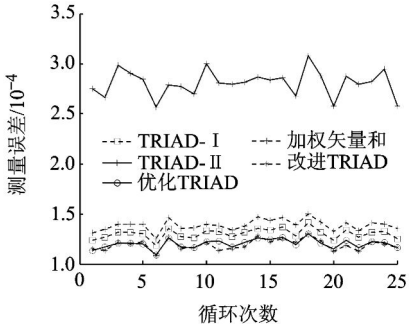


图 5　非等精度、双矢量夹角 90°损失函数比较

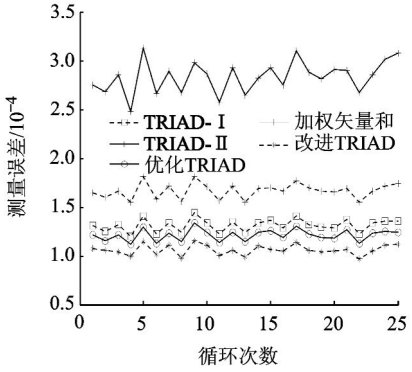


图 6　非等精度、双矢量夹角 130°损失函数比较

权矢量和算法.

2) 在等精度情况下,除了两矢量夹角为 90°时,改进 TRIAD 算法的姿态矩阵精度明显优于优化 TRIAD 算法;两矢量夹角为 90°时,改进 TRIAD 算法精度略低于优化 TRIAD 算法.

3) 在非等精度情况下,除了两矢量夹角为 90°时,改进 TRIAD 算法的姿态矩阵精度明显优于优化 TRIAD 算法;两矢量夹角为 90°时,改进 TRIAD 算法精度与优化 TRIAD 算法相当.

4) 在 CPU 主频为 2.93 GHz,内存为 2 G 的硬件系统下,在 VC6.0 仿真下,各种算法进行 10000 次运算所用时间如表 2 所示.

表 2　各种算法运算时间

算法	1	2	3	平均时间/s
TRIAD-Ⅰ	0.0440	0.0444	0.0443	0.0442
TRIAD-Ⅱ	0.0443	0.0456	0.0443	0.0447
最优 TRIAD	0.0914	0.0931	0.0918	0.0921
加权矢量和	0.0438	0.0441	0.0444	0.0441
改进 TRIAD	0.0499	0.0503	0.0498	0.0500

从表 2 中可以看出,改进 TRIAD 算法的计算速度比最优算法快很多. 因为用最优 TRIAD 算法计算姿态转换矩阵时,要分别利用 TRIAD-Ⅰ算法和 TRIAD-Ⅱ算法计姿态转换矩阵 $\boldsymbol{A}_1$,$\boldsymbol{A}_2$. 而用改进 TRIAD 时只需计算一次姿态转换矩阵.

3　结　论

本文提出了一种改进的 TRIAD 算法,并对该算法进行了仿真实验,通过得到的损失函数比较,这种算法计算精度明显比 TRIAD-Ⅰ算法、TRIAD-Ⅱ算法和加权矢量和算法精度高,在大多数情况下,这种算法的精度均比优化的 TRIAD 算法的精度高,并且该算法的计算速度快.

参考文献 (References)

[1] Shuster M D, Oh S D. Three-axis attitude determination from vector observations [J]. Journal of Guidance and Control, 1981, 4(1):70 - 77

[2] 林玉荣,邓正隆. 基于矢量观测确定飞行器姿态的算法综述[J]. 哈尔滨工业大学学报,2003,35(1):38 - 45
Lin Yurong, Deng Zhenglong. Summary of algorithms for determination of spacecraft attitude from vector observations [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2003, 35(1):38 - 45(in Chinese)

[3] Shuster M D. The optimization of TRIAD [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 2007, 55(2):245 - 257

[4] Itzhack Y B, Richard R H. Optimized TRIAD algorithm for attitude determination [J]. Journal of Guidance and Control, 1997, 20(1):208 - 211

[5] Tanygin S, Shuster M D. The many TRIAD algorithms [C]// Markley L F. Advances in the Astronautical Sciences. America: Space Flight Mechanics A, 2007, 127:81 - 99

[6] 陈浩,谭久彬. 一种改进的 TRIAD 飞行器姿态确定方法[J]. 系统仿真学报,2008,20(8):2101 - 2104
Chen Hao, Tan Jiubin. Improved TRIAD algorithm for spacecraft attitude determination[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(8):2101 - 2104(in Chinese)

[7] Freund Y. A decision-theoretic generalization of online learning and an application to boosting [J]. Journal of Computer and System Science, 1997, 55(1): 119 - 139

(编　辑:赵海容)