2012 年 8 月 北京航空航天大学学报 August 2012
第38卷 第8期 Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics Vol. 38 No. 8

忆阻器的电路实现及其混沌动力学研究

王晓媛 齐维贵 王兴元

（哈尔滨工业大学 电气工程及自动化学院,哈尔滨 150001） （大连理工大学 电子信息与电气工程学部,大连 116024）

摘 要：提出一种新的忆阻器电路实现方法。该方法从忆阻器的定义出发,构造出忆阻器内部的基本变量磁通,利用光控电阻实现了磁通量对光电池的隔离控制,最终实现了一个可以独立作为二端口器件工作于电路及仿真中的忆阻器电路。给出了其电路实验结果,并将符合该忆阻器特性的数学模型用于蔡氏电路中替代其中的非线性二极管,研究此状况下产生混沌现象的可行性,为 HP 忆阻器今后应用于混沌电路提供可行性依据.

关 键 词：忆阻器；电路模型；光控电阻；李亚谱诺夫指数；混沌

中图分类号：O 545

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2012)08-1080-05

Novel circuit of memristor and its chaotic dynamics characteristics

Wang Xiaoyuan Qi Weigui

(School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Wang Xingyuan

(Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: A new method of memristor circuit implement was presented. This way is based on the definition of flux-control memristor, firstly, the flux was constructed, and then using the flux to control the memductance which was embodied by the photocell of the light dependent resistor (LDR). Finally, an analog model of memristor which can be used as a two terminal element in both simulations and experiments for future research on memristor applications was implemented. The experimental results are shown, and the mathematical model of the LDR memristor was used to instead of the nonlinear diode in Chua's circuit, in order to study the chaotic characteristic of such a LDR memristor based Chua's circuit, which will show the feasibility for using a HP memristor to get a chaotic circuit.

Key words: memristor; analog model; light dempendent resistor; lyapunov exponent; chaos

1971 年,蔡少堂先生在文献[1]中第一次提出了对忆阻器的构想,并假设忆阻器是与广为大家熟知的电阻、电容、电感相并列的第四代电路元件. 但之后的三十多年,忆阻器并没有在电路理论中取得重大成果. 2008 年,HP 实验室的科学家们[2]公布了对忆阻器的物理实现,由此更进一步坚固了忆阻器作为第四代电路元件的地位. 尽管忆阻器的应用引起了研究者的极大兴趣,但直到今天,由于受限于纳米工艺和严格的实验条件,忆阻器尚不能走出实验室,HP 公司生产的忆阻器也不会在最近几年内作为商业产品进行销售. 因此,建立与 HP 忆阻器特性一致的逻辑仿真电路,对忆阻器应用的进一步研究有重大意义.

自从 HP 实验室宣布忆阻器的物理实现开始,世界范围内的对忆阻器的研究就迅速地展开了. 最近几年忆阻器应用于神经网络[3-4]、模拟电路[5]及可编程逻辑电路[6-7]等方面的成果十分显著,许多研究者也专注于忆阻器 SPICE 仿真模型的研究[8-10]并取得了一些成绩,但是忆阻器实际电路仿真器并没有如上述成就发展的速度之快. 1971 年,即在忆阻器的概念提出之初,蔡少棠先生首次提出了可以利用具有非线性电压电流关系

收稿日期：2012-01-13；**网络出版时间**：2012-05-16 10:03

网络出版地址：http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120516.1003.004.html

作者简介：王晓媛(1981-),女,山东费县人,博士生,youyuan-0213@163.com.

的非线性电阻,通过设计一个忆阻器-非线性电阻转换电路对忆阻器进行实现,还在文献[1]中给出了这种方法的具体实现. 但是该电路应用器件繁多,电路极其复杂,且忆阻器的实现依赖于非线性元件,因此并未在之后的研究中得到应用和普及. 2010 年,Juraj Balsa 等人[11]提出了一种新的忆阻器的电路仿真模型,该电路用少量器件就实现了 HP 忆阻器的电路特性,但不足之处在于,该电路仅能正常工作于低频状态,且无法作为一个独立的二端口工作于其他电路中.

混沌研究虽有久远的历史,但将忆阻器应用于混沌却是近几年的一个新的研究热点[12-18]. 目前在该方向的研究多为理论研究,且用于该方向研究的忆阻器模型也多为三阶非线性光滑方程模型[13-16]及与蔡氏电路中的非线性二极管类似的模型[17-18],它们都与 HP 忆阻器有着显著不同.

综合上述情况,本文提出了一种基于光控电阻的 HP 忆阻器的电路实现方法,该电路可分为两个主要部分:控制电路和光控电阻,电路的工作频率可达 260 Hz. 文中将与其特性相符的数学模型用于替代蔡氏电路中的非线性二极管,得到了基于 LDR 忆阻器的混沌电路,为 HP 忆阻器应用于混沌电路提供可行性依据.

1　忆阻器及其电路模型发展概述

众所周知的 3 个基本电路元件,电阻 R、电容 C 和电感 L 仅能描述 4 个基本的电量电压 v、电流 i、电荷 q 和磁通 φ 电量之间的 5 种关系:

$$R:\mathrm{d}v = R\mathrm{d}i, C:\mathrm{d}q = C\mathrm{d}v, L:\mathrm{d}\varphi = L\mathrm{d}i,$$
$$\mathrm{d}q = i\mathrm{d}t, \mathrm{d}\varphi = v\mathrm{d}t \tag{1}$$

从统计学可知,4 个变量应该有 6 种可能的组合关系,由此,蔡少棠先生[1]推断在电阻、电容和电感之外应该还有一种电路元件,代表着电荷与磁通量之间的关系,见图 1.

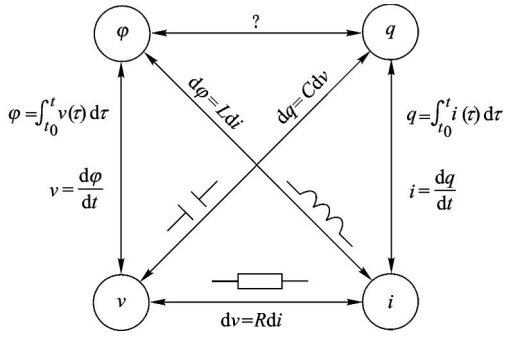


图 1　忆阻器提出的依据

忆阻器的定义为:

$$f(\varphi, q) = 0 \tag{2}$$

当式(2)由电荷的单值函数表示时,称其为电荷控制型忆阻器,可由式(3)和式(4)表示:

$$v(t) = M(q(t))i(t) \tag{3}$$
$$M(q) = \mathrm{d}\varphi(q)/\mathrm{d}q \tag{4}$$

相应的磁通控忆阻器可由式(5)和式(6)表示:

$$i(t) = W(\varphi(t))v(t) \tag{5}$$
$$W(\varphi) = \mathrm{d}q(\varphi)/\mathrm{d}\varphi \tag{6}$$

蔡少棠假定忆阻器的磁通-电荷曲线见图 2. 2008 年,HP 实验室通过对 TiO_2 掺杂的方法,利用边界迁移模型对忆阻器进行物理实现,见图 3.

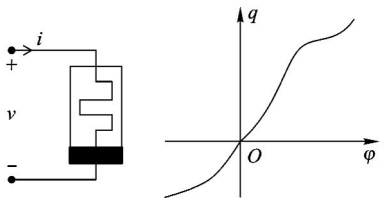


图 2　忆阻器的符号及 Chua 假定的 φ-q 关系曲线

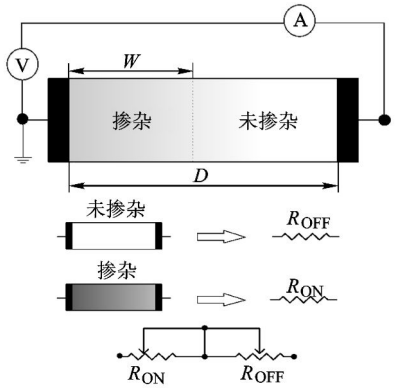


图 3　HP 忆阻器模型及其耦合可变电阻模型

考虑 HP 忆阻器内部氧空穴的漂移方程及材料电导对忆阻器阻值的影响,HP 实验室对其模型进行了线性简化后,得到了在 $R_{ON} \ll R_{OFF}$ 条件下忆阻值与元件的几何形状及掺杂情况的如下关系:

$$v(t) = \left(R_{ON}\frac{\omega(t)}{D} + R_{OFF}\left(1 - \frac{\omega(t)}{D}\right)\right)i(t) \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = \mu_v \frac{R_{ON}}{D} i(t) \tag{8}$$

$$M(q) = R_{OFF}\left(1 - \frac{\mu_v R_{ON}}{D^2} q(t)\right) \tag{9}$$

其中,R_{ON} 和 R_{OFF} 分别表示掺杂区和未掺杂区域的阻值;D 是 TiO_2 的全长;$\omega(t)$ 是 TiO_2 的长度;μ_v 是粒子的迁移率.

HP 忆阻器可以看作是蔡少棠先生最初对忆阻器定义的一个特殊情况,其区别在于前者所示的电荷与磁通关系是如图 4 所示的近似线性的特性,而后者则是表达电荷与磁通间存在某种关系,这种关系的存在弥补了图 1 中所示关系的缺憾. HP 忆阻器的外特性是当正弦电压施加于忆阻器

时,其电流-电压关系呈现如图 4 所示的滞后环.

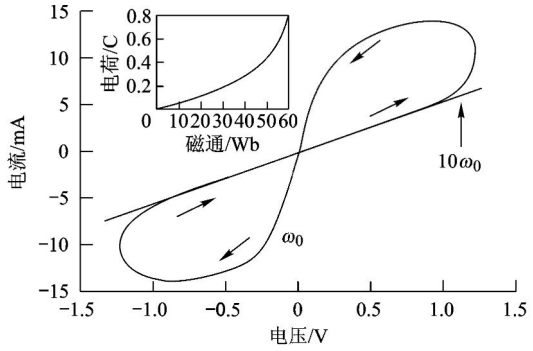


图 4 HP 忆阻器的电压电流特性

2010 年,文献[11]第一次提出忆阻器的电路模型,该电路简单并能清楚地表现忆阻器特性与内部构成变量 φ 有特殊的关系,并通过仿真得出其电压及电流关系为滞后环特性. 但是,该电路仅能工作于 1 ~ 10 Hz 低频下,在高频下滞后环窄得接近一条直线,这时忆阻器表现为普通电阻的电学特性. 文中称该模型可用于替代忆阻器使用,但经过仔细剖析后发现,其 v-i 间的滞后环关系是该电路输入信号与其内部电路中一段电流之间的关系,因此,该模型并不能直接作为忆阻器使用.

2 基于 LDR 的忆阻器的电路实现

基于式(5)对忆阻器的定义,本文的设计思路是:使用一个积分器对加在等效忆阻器两端的电压进行积分,产生忆阻器内部的重要变量——磁通,并用它来控制忆阻器的电流,从而得到满足忆阻器电压电流关系的外特性.

根据设计要求,本文选用了光控电阻,这是发光二极管(LED,Light-Emitting Diode)和光电池组成的耦合器. 其内部 LED 的发光程度与流经该器件的电流强度有关,经流的电流越强,LED 越亮,光电池的电阻越低,反之电阻越高. LDR(Light Dependent Resistor)有 4 个管脚,设计中,将他们中的与 LED 相连接的两个管脚连接至控制电路中,使磁通量对流经 LED 的电流产生影响,进而控制光电池的阻值;另外两个与光电池相连的管脚,作为整个忆阻器的等效二端口的两个接线端。这样 LDR 光电池的阻值仅由控制电路来控制,LDR 光电池即可作为独立的电阻应用于电路中,从而实现了忆阻器的二端口网络.

LDR 忆阻器电路模型的结构框图如图 5 所示,Voffset 是为 LDR 的正常工作提供一个阈值电压,以保证 LDR 始终工作在其线性区域.

通过实际测量,得到 LDR 的电压电导特性见图 6,其线性工作范围约为 4 ~ 9 V,拟合方程为

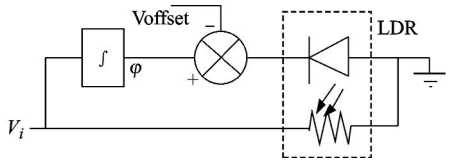


图 5 LDR 忆阻器电路模型的结构框图

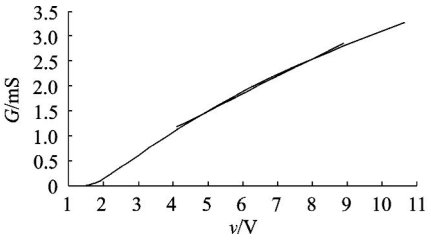


图 6 Silonex NSL-32 的电压电导特性曲线

$$W(v) = 0.3v + 0.11 \tag{10}$$

具体的电路设计如图 7 所示,放大器 U1A 及 R1,R2 构成缓冲器,用于减小输入电流对控制电路的影响. R3, R4, C1 及运放 U1B 构成积分电路,对输入电压进行积分,从而得到磁通变量. R5 ~ R9、运放 U1C、VEE 和 VCC 用于提供如图 5 所示的直流参考电压 Voffset. 二极管 D1 和电阻 R11 用于对 LDR 进行上电保护. 在正弦信号输入下,图 7 中各节点处的电压如下式所示:

$$\left.\begin{aligned}
v_i(t) &= V\sin\omega t \\
v_2(t) &= -\frac{R_2}{R_1}v_i(t) = -\frac{R_2}{R_1}V\sin\omega t \\
v_4(t) &= -\frac{1}{R_3C_1}\int v_2(t)\,\mathrm{d}t = \\
&\quad -\frac{V}{\omega R_3C_1}\frac{R_2}{R_1}\cos\omega t = v_\varphi \\
v_7(t) &= -\frac{R_9}{R_5}v_4(t) - \left(\frac{R_9}{R_8}\right)\times V_5 = \\
&\quad -\frac{R_9}{R_5}v_\varphi(t) - \left(\frac{R_9}{R_8}\right)\times V_5 = \\
&\quad \frac{R_9R_2V}{\omega R_5R_3R_1C_1}\cos\omega t - \frac{R_9}{R_8}\times V_5
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

由式(11)可知 ,用于控制忆阻器阻值的磁通信号 v_φ 与输入信号的幅值及频率有关,在正弦输入下的忆阻器的电导推导公式为:

$$W(t) = 0.3\times\left(0 - \frac{R_9R_2V\cos\omega t}{\omega R_5R_3R_1C_1} + \frac{R_9V_5}{R_8}\right) + 0.11 \tag{12}$$

当输入电压为 1 V,角频率为 2π rad/s 时,应用图 7 所示电路参数,可得到忆阻器的电导范围在 1.452 2 ~ 2.067 8 ms 之间,也就是 LDR 的电阻值在 483.606 ~ 688.610 Ω 之间.

以往有关忆阻器的电路实现[11]仅能工作在 1 ~ 10 Hz 的低频带,超过这个频率范围,电路的电

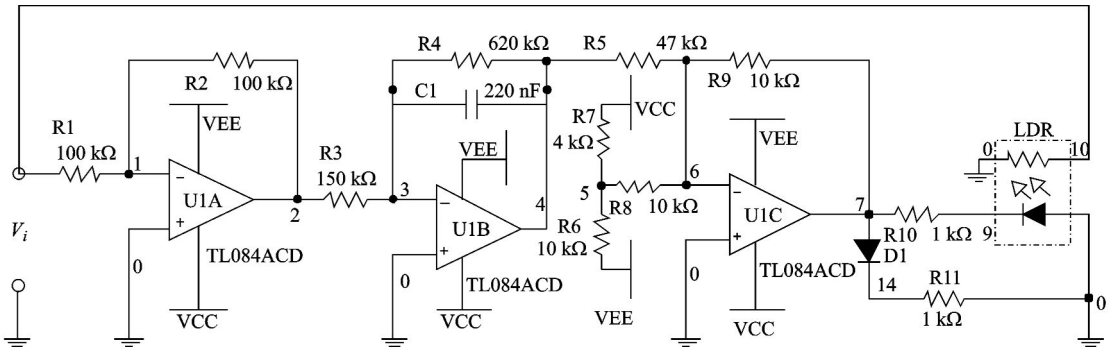


图 7　HP 忆阻器的电路实现

压电流特性将不是滞后环关系而是与普通电阻一样的线性关系. 上述电路则可通过适当改变 C1 和 R4 的值,保证电路在 0.1 ~ 260 Hz 频率范围内正常工作,这将使得该电路有更广泛的应用.

此外,该电路利用光控电阻实现了控制电路与光电池的隔离,实现了一个可独立作为二端口器件工作于电路中的忆阻器模拟电路. 当将不同频率和幅值的正弦信号接在图 7 所示忆阻器电路时,其电压-电流特性曲线如图 8 和图 9 所示.

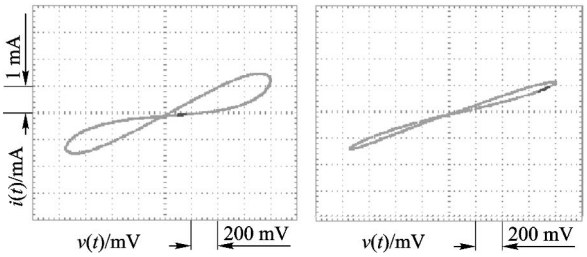


图 8　忆阻器在同幅值不同频正弦波输入信号下的实验特性曲线

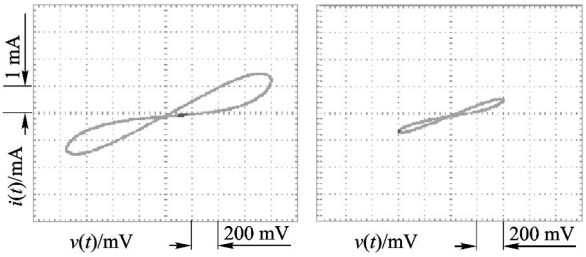


图 9　LDR 忆阻器同频不同幅值正弦波输入信号下的实验曲线

上述实验结果表明,LDR 忆阻器电路模型与文献[1]提出的忆阻器相符,且其特性与 HP 忆阻器一致.

3　基于 LDR 忆阻器的混沌电路

HP 忆阻器的数学模型有很多种,其中被大家广泛认同并应用于混沌研究的是如式(13)、式(14)所示的三阶非线性方程[13-17]:

$$q(\varphi) = \alpha\varphi + \beta\varphi^3 \tag{13}$$

$$W(\varphi) = \mathrm{d}q(\varphi)/\mathrm{d}\varphi = \alpha + 3\beta\varphi^2 \tag{14}$$

无论是在数学表达上,还是从直观的视觉角度,此三阶非线性模型都是最能简单表达电荷和磁通之间非线性关系的光滑数学模型.

另外一种作为忆阻器数学模型的非线性方程如式(15)和式(16)所示,它是一个分段线性方程[18-19]:

$$q(\varphi) = b\varphi + 0.5(a-b)\cdot[(|\varphi+1|)-(|\varphi-1|)] \tag{15}$$

$$W(\varphi) = \frac{\mathrm{d}q(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi} = \begin{cases} b & |\varphi| \leqslant 1 \\ a & |\varphi| > 1 \end{cases} \tag{16}$$

此方程在很多文章中被作为忆阻器的模型用于混沌研究,但该模型与蔡氏电路中的非线性二极管的数学模型极其相似,因此,能够产生混沌现象或其它振荡现象是必然的.

以上两种模型虽然能够体现忆阻器内部变量间的非线性关系,但在某些具体特性上仍与 HP 忆阻器存在一定差异,如三阶非线性模型无法对所描述的忆导值进行估计,分段线性方程表达的电路特性与 HP 忆阻器不符等,因此本文应用与 HP 忆阻器特性相匹配的基于忆阻系统概念的数学模型作为 LDR 忆阻器电路模型的数学模型:

$$i(t) = G(x, V_M, t)V_M(t) \tag{17}$$

$$G = x^{-1} \tag{18}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x, V_M, t) = (\beta V_M + 0.5(\alpha-\beta))[|V_M + V_T| - |V_M - V_T|] \times \theta(x - R_1)\theta(R_2 - x) \tag{19}$$

式中 $\theta(\cdot)$ 是阶跃函数,即

$$\theta(\cdot) = \begin{cases} 1 & \cdot \geqslant 0 \\ 0 & \cdot < 0 \end{cases} \tag{20}$$

应用上述忆阻器替代蔡氏电路中的非线性二极管可得到如图 10 所示的混沌电路.

利用 HP 忆阻器的数学方程(式(17) ~ 式(20)),运用基尔霍夫电压和电流定律以及元件的伏安关系可得如下方程组:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= m_0 v_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)(|v_1 + E| - \\
&\quad |v_1 - E|) \times \theta(x - R_1)\theta(R_2 - x) \\
\frac{\mathrm{d}v_1}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{C_1}(i_L - \frac{v_1}{x}) \\
\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{C_2}(Gv_2 - i_L) \\
\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{L}(v_2 - v_1)
\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

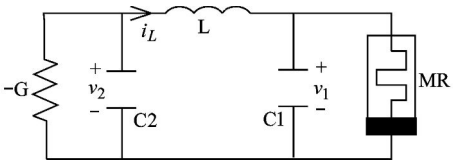
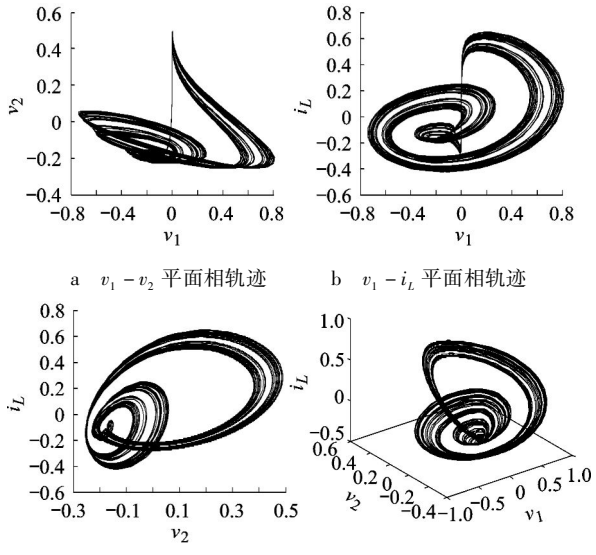


图 10 由忆阻器构成的混沌电路

当选择各参数分别为 $G = 0.53$, $C_1 = 0.25$, $C_2 = 1$, $L = 1$, 初始条件为(0.07, 0, 0.1, 0)时, 该系统进入混沌态, 其吸引子及在各相平面上的投影见图 11. 用 SVD(Singular Value Decomposition)方法, 可得到李亚谱诺夫指数分别为: $L_1 = 9.4823$, $L_2 = 0.0023$, $L_3 = -0.5797$, $L_4 = -27.7397$, 因此可知, 该振荡器是混沌振荡器.



a $v_1 - v_2$ 平面相轨迹　b $v_1 - i_L$ 平面相轨迹

c $v_2 - i_L$ 平面相轨迹　d 混沌吸引子相图

图 11 混沌吸引子在各平面上的投影

4 结束语

本文首先对忆阻器电路模型的发展进行了概述, 为文中所提出的基于 LDR 忆阻器的电路实现奠定了基础。其次, 提出了一种新型的忆阻器电路实现方法, 通过实验证实, 在正弦波输入下该忆阻器具有明显的伏安滞后环特性, 更重要的是文中给出了计算该忆阻器等效导纳值的推导公式, 该电路在频率特性上也较之前的设计有较大提升, 且可以作为忆阻器二端口器件用于实验和仿真。再次, 提出了基于 LDR 忆阻器的混沌电路实现方法, 为 HP 忆阻器作为非线性器件应用于混沌电路提供了可行性依据.

参考文献 (References)

[1] Chua L O. Memristor-the missing circuit element [J]. IEEE Transaction on Circuit Theory, 1971, 18(5): 507 - 519

[2] Strukov D B, Snider G S, Stewart G R, et al. The missing memristor found [J]. Nature, 2008, 453: 80 - 83

[3] Sung Hyun Jo, Ting Chang. Nanoscale memristor device as synapse in neuromorphic systems [J]. Nano Lett, 2010, 10(4): 1297 - 1301

[4] Yuriy V Pershin, Massimiliano Di Bentra. Experimental demonstration of associative memory with memritive neural networks [J]. Neural Networks, 2010, 23(7): 881 - 886

[5] Wey T A, Jemison W D. An automatic gain control circuit with TiO2 memristor variable gain amplifier [C] //2010 8th IEEE International New Circuits and Systems Conference. Montreal: IEEE, 2010: 49 - 52

[6] Yuriy V Pershin, Massimiliano Di Ventra. Practical approach to programmable analog circuit with memristor [J]. IEEE Transaction on Circuits and Systems-I: Rregular Papers, 2010, 57(8): 1857 - 1864

[7] Farnood Merrikh-Bayat, Saeed Bagheri Shouraki. Memristor-based circuits for performing basic arithmetic operation [J]. Procedia Computer Science, 2011, 3: 128 - 132

[8] Biolek Z, Biolek D, Biolkova V. SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift [J]. Radioengineering, 2009, 18(2): 210 - 214

[9] Benderli S, Wey T A. On SPICE macromodelling of TiO2 memristors [J]. Electronics Letters, 2009, 45(7): 377 - 379

[10] Biolek D, Biolek Z, Biolková V. SPICE modeling of memristive, memcapacitative and meminductive systems [C] //European Conference on Circuit Theory and Design. Antalya: [s. n.], 2009: 249 - 252

[11] Valsa J, Biolek D, Biolek Z. An analogue model of the memristor [J]. International Journal of Numerical Modeling: Eelectronic Networks, Devices and Fields, 2010, 24(4): 400 - 408

[12] Corinto F, Ascoli A, Gilli M. Nonlinear dynamics of memristor oscillators [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2011, 58(6): 1323 - 1336

[13] Muthuswamy B, Kokate P P. Memristor-based chaotic circuits [J]. IEEE Technical Review, 2009, 26(6): 417 - 429

[14] Bao Bocheng, Liu Zhong, Xu Jianping. Transient chaos in smooth memristor oscillator [J]. Chin Phys B, 2010, 19(3): 1 - 6

[15] Iu H H C, Yu D S, Fitch A L, et al. Controlling chaos in a memristor based circuit using a Twin-T notch filter [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers, 2011, 58(6): 1337 - 1344

[16] Wen Shiping, Shen Yi, Zeng Zhigang, et al. Chaos analysis and control in a chaotic circuit with a PWL memristor [C]// 2011 International Conference on Information Science and Technology. Nanjing: IEEE, 2011: 1030 - 1033

[17] Ishaq Ahamed A. Srinivasan K, Murali K, et. al. Observation of chaotic beats in a driven memristive Chua's circuit [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2011, 21: 737 - 757

[18] Muthuswamy B, Kokate PP. Memristor-based chaotic circuits [J]. IETE Tech Rev, 2009, 26: 417 - 429

(编 辑: 娄 嘉)