2012 年 10 月 北京航空航天大学学报 October 2012
第38卷 第10期 Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics Vol. 38 No. 10

一类 MIMO 非线性系统的局部化自适应控制

郑 红 刘 东 郭 军 董新民

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191) (空军工程大学 工程学院, 西安 710038)

摘 要: 针对一类不确定多输入多输出非线性系统,提出了一种局部化鲁棒自适应控制方法.提出的方法采用了指令滤波反推进行虚拟控制律的迭代设计.使用局部化逼近器对未知函数进行在线逼近.引入谱半径,避免了控制系数矩阵的估计必须非奇异的假设.对于固有逼近误差和外部扰动,采用自适应边界控制进行补偿.在自适应律中引入局部化 σ 修改,保证了边界参数估计的有界性,同时克服了全局遗忘特性.稳定性分析证明了提出的控制方法能够保证闭环系统的所有信号有界.仿真实例进一步验证了提出方法的有效性.

关 键 词: 多输入多输出; 自适应边界; 局部学习; 反推

中图分类号: TP 273

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)10-1290-05

Localized adaptive control for a class of MIMO nonlinear systems

Zheng Hong Liu Dong

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Guo Jun Dong Xinmin

(Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Localized robust adaptive control was proposed for a class of uncertain multiple-input-multiple-output nonlinear systems. The proposed method used command filtering backstepping method to design virtual control law. Localized approximators were used to approximate unknown functions online. Spectral radius introduction avoided the assumption that the control coefficient matrix estimation must be nonsingular. The inherent approximation errors and external disturbances were compensated by adaptive bounding control. Localized σ-modification guaranteed boundedness of bounding parameter estimation and overcame the global forgetting. It was proved that the proposed control method can guarantee boundedness of all signals in the closed-loop system. Simulation examples demonstrated the effectiveness of the proposed method.

Key words: multiple-input-multiple-output; adaptive bounds; localized learning; backstepping

在线逼近技术已广泛应用于不确定非线性系统的鲁棒控制.由于不可能实现非线性函数的完美逼近,必然存在固有逼近误差.对于不确定单输入单输出(SISO,Single-Input-Single-Output)系统,可采用自适应边界方法和 σ 修改鲁棒自适应方法补偿固有逼近误差,保证系统全局一致最终有界[1-2].标准 σ 修改鲁棒自适应方法存在全局遗忘特性,会导致所有的估计参数都朝着一个特定的参数漂移.为此,文献[3-4]针对 SISO 系统提出了局部化修改鲁棒自适应算法,并针对一类 SISO 非三角系统,结合指令滤波反推方法[5],分别提出了局部化 σ 修改、死区和 $\bar{x}$ 修改方法[6],避免了全局遗忘特性.

上述文献只研究了 SISO 系统,没有考虑多输入多输出(MIMO,Multiple-Input-Multiple-Output)非线性系统.本文针对一类不确定 MIMO 非线性

收稿日期: 2012-03-26; **网络出版时间**: 2012-06-15 10:10

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20120615.1010.011.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60543006)

作者简介: 郑 红(1961-)女,河北邯郸人,教授,julyanna@vip.sina.com.

系统,综合使用指令滤波反推方法、在线逼近、自适应边界控制和局部化 σ 修改鲁棒自适应技术,并引入控制系数矩阵估计的谱半径,在放宽对控制系数矩阵估计假设的同时,保证系统对期望轨迹的跟踪性能,最终提出一种 MIMO 局部化鲁棒自适应控制方法.

1　问题描述

考虑一类不确定 MIMO 非线性系统:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i &= \boldsymbol{F}_i^0 + \boldsymbol{F}_i + (\boldsymbol{G}_i^0 + \boldsymbol{G}_i)\boldsymbol{x}_{i+1} + \widehat{\boldsymbol{D}}_i(\boldsymbol{x},t)\\ \dot{\boldsymbol{x}}_n &= \boldsymbol{F}_n^0 + \boldsymbol{F}_n + (\boldsymbol{G}_n^0 + \boldsymbol{G}_n)\boldsymbol{u} + \widehat{\boldsymbol{D}}_n(\boldsymbol{x},t)\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中,状态 $\boldsymbol{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{im}]^{\mathrm{T}}$, $i = 1, 2, \cdots n-1$;因此,系统状态矢量可写为 $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{x}_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;控制输入 $\boldsymbol{u} \in \mathbf{R}^m$;非线性函数 $\boldsymbol{F}_i^0 = (f_{ij}^0)_{m\times 1}$ 和 $\boldsymbol{G}_i^0 = (g_{ijk}^0)_{m\times m}$ 表示已知的设计模型,其中,$j,k = 1,2,\cdots,m$;未知非线性函数 $\boldsymbol{F}_i = (f_{ij})_{m\times 1}$ 和 $\boldsymbol{G}_i = (g_{ijk})_{m\times m}$ 表示真实模型和设计模型之间的偏差;$\widehat{\boldsymbol{D}}_i$ 表示未知外部扰动. 假设上述系统是严格反馈无源的[7],且所有的函数都是连续的.

令系统正常工作时的状态域为 $\mathfrak{D}$. 因此,为保证系统安全,当 $\boldsymbol{x} \notin \mathfrak{D}$,应使状态在有限时间内返回 $\mathfrak{D}$,具体参见文献[6]. 本文针对 $\boldsymbol{x} \in \mathfrak{D}$ 进行控制律设计. 假设期望的状态轨迹为 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}} \in \mathbf{R}^m$,且 $\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{d}}$ 有界. 跟踪误差为 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_{ic}$. $\boldsymbol{x}_{ic}$ 为虚拟期望信号,当 $i=1$ 时,$\boldsymbol{x}_{1c} = \boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$;当 $i>1$ 时,$\boldsymbol{x}_{ic}$ 由滤波器产生. 控制目标是构造 $\boldsymbol{u}$,使 $\boldsymbol{x}_i$ 跟踪并收敛到 $\boldsymbol{x}_{ic}$,且闭环系统所有信号有界.

2　逼近器定义

在 $\mathfrak{D}$ 内,对 $\boldsymbol{F}_i, \boldsymbol{G}_i$ 进行在线逼近,并使用自适应边界对固有逼近误差和外部扰动进行补偿.

2.1　模型误差逼近

未知函数 $\boldsymbol{F}_i$ 和 $\boldsymbol{G}_i$ 的元素的逼近器定义为

$$\hat{f}(\boldsymbol{x}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) \tag{2}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbf{R}^n$ 为估计参数;$\boldsymbol{\Phi} \in \mathbf{R}^n$ 为基矢量. 因此,矩阵 $\boldsymbol{F}_i$ 和 $\boldsymbol{G}_i$ 的逼近器可表示为

$$\left.\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{F}}_i &= \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{F}_i}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{F}_i}\\ \hat{\boldsymbol{G}}_{ij} &= \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{G}_{ij}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{G}_{ij}}\\ \hat{\boldsymbol{G}}_i &= \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{G}_i}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{G}_i}\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{F}_i} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{\Phi}_{f_{ij}})$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{F}_i} = [\hat{\boldsymbol{\theta}}_{f_{i1}}^{\mathrm{T}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{f_{i2}}^{\mathrm{T}}, \cdots, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{f_{im}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{G}_{ij}} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{\Phi}_{g_{ijk}})$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{G}_{ij}} = [\hat{\boldsymbol{\theta}}_{g_{ij1}}^{\mathrm{T}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{g_{ij2}}^{\mathrm{T}}, \cdots, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{g_{ijm}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{G}_i}(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{G}_{i1}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{G}_{i2}}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{G}_{im}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{G}_i} = \mathrm{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{G}_{ij}})$$

定义逼近器的最优估计参数 $\boldsymbol{\theta}^*$ 满足

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg\min_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}\left(\max_{x\in D} | f(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi} |\right) \tag{4}$$

因此,$\boldsymbol{F}_i^* = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{F}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{F}_i}^*$. 由于存在固有逼近误差,令

$$\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{F}_i} = (\delta_{f_{ij}})_{m\times 1} = \boldsymbol{F}_i - \boldsymbol{F}_i^* \tag{5}$$

表示固有逼近误差. 逼近器参数的估计误差可定义为 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{F}_i} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{F}_i} - \boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{F}_i}^*$. 同样,可定义 $\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}^*, \boldsymbol{G}_{ij}^*, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{G}_{ij}}, \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}, \boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{G}_i}^*, \boldsymbol{G}_i^*, \boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{G}_i}$ 和 $\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}$.

根据上述定义,式(1)可重写为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i &= \boldsymbol{F}_i^0 + \boldsymbol{F}_i^* + (\boldsymbol{G}_i^0 + \boldsymbol{G}_i^* + \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i})\boldsymbol{x}_{i+1} + \boldsymbol{D}_i\\ \dot{\boldsymbol{x}}_n &= \boldsymbol{F}_n^0 + \boldsymbol{F}_n^* + (\boldsymbol{G}_n^0 + \boldsymbol{G}_n^* + \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_n})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{D}_n\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{D}_i = \widehat{\boldsymbol{D}}_i + \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{F}_i} = [d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{im}]^{\mathrm{T}}$.

2.2　边界函数逼近

假设 $\boldsymbol{D}_i$ 和 $\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}$ 有界,且对于 $\boldsymbol{D}_i$ 和 $\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}$ 的元素 δ,存在一个未知最优边界参数矢量 $\boldsymbol{W}^* \in \mathbf{R}^n$ 和一个已知的有界函数矢量 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) \in \mathbf{R}^n$,满足

$$| \delta(\boldsymbol{x},t) | \leqslant \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{W}^* \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{W}^*$ 表示扰动的边界. 因此,对于矩阵 $\boldsymbol{D}_i$ 和 $\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}$,满足

$$\mathrm{abs}(\boldsymbol{D}_i) \leqslant \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{D}_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{D}_i^*}$$

$$\mathrm{abs}\,(\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}) \leqslant \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}}^*$$

$$\mathrm{abs}\,(\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}) \leqslant \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}}^*$$

式中,abs(·)表示对矩阵中的每个元素取绝对值后组成的矩阵;$\boldsymbol{W}^*$ 和 $\boldsymbol{\Phi}$ 分别为

$$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{D}_i}^* = [\boldsymbol{W}_{d_{i1}}^{*\mathrm{T}}, \boldsymbol{W}_{d_{i2}}^{*\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{W}_{d_{im}}^{*\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{D}_i} = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{\Phi}_{d_{ij}})$$

$$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}}^* = [\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{g_{ij1}}}^{*\mathrm{T}}, \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{g_{ij2}}}^{*\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{g_{ijm}}}^{*\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}} = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{g_{ijk}}})$$

$$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}}^* = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}}^*)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_i}} = [\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{i1}}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{i2}}}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{im}}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

这里 $\boldsymbol{A} \leqslant \boldsymbol{B}$ 表示矩阵的对应元素 $a_{ij} \leqslant b_{ij}$.

定义矢量 $\boldsymbol{W}^*$ 的估计值为 $\hat{\boldsymbol{W}}$,其估计误差为 $\tilde{\boldsymbol{W}} = \hat{\boldsymbol{W}} - \boldsymbol{W}^{\mathrm{M}}$. 其中,$\boldsymbol{W}^{\mathrm{M}}$ 的每个元素定义为

$$W_k^{\mathrm{M}} = \max\{W_k^*, W_k^0\}$$

式中,$k = 1,2,\cdots,m$;W_k^0 为 σ 修改的设计参数. 同样,也可定义 $\hat{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{D}_i}, \tilde{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{D}_i}, \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{D}_i}^{\mathrm{M}}, \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{D}_i}^0, \hat{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}}, \tilde{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{G}_{ij}}}$,

$\boldsymbol{W}^{M}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}$ 和 $\boldsymbol{W}^{0}_{\delta_{G_{ij}}}$.

3 局部化鲁棒自适应反推控制

3.1 控制律设计

定义补偿跟踪误差 $\bar{\boldsymbol{x}}_i=\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{\xi}_i$,$\boldsymbol{\xi}_i$ 随后定义. 使用指令滤波反推方法,虚拟控制 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 定义为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}_i&=\boldsymbol{C}_i^{-1}\boldsymbol{u}_{\alpha_i}\\ \boldsymbol{C}_i&=\boldsymbol{G}_i^0+\hat{\boldsymbol{G}}_i+\boldsymbol{\beta}_{G_i}+\tau_i\boldsymbol{I}_{m\times m}\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

当 $i=1$ 时,

$$\boldsymbol{u}_{\alpha_1}=-\boldsymbol{k}_1\bar{\boldsymbol{x}}_1+\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{F}_1^0-\hat{\boldsymbol{F}}_1-\boldsymbol{\beta}_{D_1}+\tau_1\boldsymbol{x}_2$$

当 $2\leqslant i\leqslant n-1$ 时,

$$\boldsymbol{u}_{\alpha_i}=-\boldsymbol{k}_i\bar{\boldsymbol{x}}_i+\dot{\boldsymbol{x}}_{ic}-\boldsymbol{F}_i^0-\hat{\boldsymbol{F}}_i-(\boldsymbol{G}_{i-1}^0+\hat{\boldsymbol{G}}_{i-1}+\boldsymbol{\beta}_{G_{i-1}}+\tau_{i-1}\boldsymbol{I}_{m\times m})^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{x}}_{i-1}-\boldsymbol{\beta}_{D_i}+\tau_i\boldsymbol{x}_{i+1}$$

当 $i=n$ 时,

$$\boldsymbol{u}_{\alpha_n}=-\boldsymbol{k}_n\bar{\boldsymbol{x}}_n+\dot{\boldsymbol{x}}_{nc}-\boldsymbol{F}_n^0-\hat{\boldsymbol{F}}_n-(\boldsymbol{G}_{n-1}^0+\hat{\boldsymbol{G}}_{n-1}+\boldsymbol{\beta}_{G_{n-1}}+\tau_{n-1}\boldsymbol{I}_{m\times m})^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{x}}_{n-1}-\boldsymbol{\beta}_{D_n}+\tau_i\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}$$

式中,$\tau_i=\rho(\boldsymbol{G}_i^0+\hat{\boldsymbol{G}}_i+\boldsymbol{\beta}_{G_i})+\upsilon_i$,$\upsilon_i>0$,$\rho(\cdot)$ 为矩阵的谱半径;$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵;$\boldsymbol{k}_i$ 为正定对角阵;$\boldsymbol{\beta}_{G_i}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_{D_i}$ 定义为

$$\boldsymbol{\beta}_{G_i}=\begin{cases}(\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}_{\boldsymbol{\delta}_{G_i}}\hat{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{\delta}_{G_i}})\cdot\boldsymbol{\Omega}\left(\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}_i\boldsymbol{x}_{i+1}^{\mathrm{T}}}{\varepsilon}\right) & 1\leqslant i<n\\ (\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}_{\boldsymbol{\delta}_{G_n}}\hat{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{\delta}_{G_n}})\cdot\boldsymbol{\Omega}\left(\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}_n\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}}{\varepsilon}\right)\end{cases}\tag{9}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{D_i}=\boldsymbol{\Omega}\left(\frac{\bar{\boldsymbol{x}}_i}{\varepsilon}\right)\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}_{D_i}\hat{\boldsymbol{W}}_{D_i}\tag{10}$$

式中,运算符“·”表示矩阵的对应元素相乘;矢量 $\boldsymbol{z}=[z_1,z_2,\cdots,z_m]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{z})=\mathrm{diag}[\omega(z_j)]$,对于矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$,$\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{A})=[\omega(a_{ij})]_{m\times n}$;函数 $|\omega(z)|\leqslant 1$,且对于 z 和任意 $\varepsilon>0$,有不等式[6]

$$0\leqslant|z|-z\omega\left(\frac{z}{\varepsilon}\right)\leqslant\eta\varepsilon\tag{11}$$

式中,$\omega(\cdot)$ 为双曲正切函数时,$\eta=0.2785$.

引理 1[8] 对于矩阵 $\boldsymbol{B}\in\mathbf{R}^{m\times m}$,任意一个常数 $\upsilon>0$ 能够使矩阵 $\boldsymbol{B}+[\rho(\boldsymbol{B})+\upsilon]\boldsymbol{I}_{m\times m}$ 非奇异.

根据引理 1,可知控制律中的矩阵 $\boldsymbol{C}_i$ 一定非奇异. 这就避免了对 $(\boldsymbol{G}_i^0+\hat{\boldsymbol{G}}_i)$ 必须非奇异的假设.

3.2 指令滤波器

控制律中的信号 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}$,$\boldsymbol{x}_{ic}$ 及其导数 $\dot{\boldsymbol{x}}_{ic}$ 由指令滤波器产生. 滤波器可采用二阶形式[5]. $\boldsymbol{x}_{ic}^0$ 和 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}^0$ 为指令滤波器的输入信号,其定义如下

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}_{ic}^0&=\boldsymbol{\alpha}_{i-1}-\boldsymbol{\xi}_i\quad i=2,3,\cdots,n\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}^0&=\boldsymbol{\alpha}_n\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

式中,$\boldsymbol{\xi}_i$ 为指令滤波器误差 $(\boldsymbol{x}_{i+1,\mathrm{c}}-\boldsymbol{x}_{i+1,\mathrm{c}}^0)$ 经过滤波产生的信号,其定义为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\xi}}_i&=-\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{\xi}_i+\boldsymbol{C}_i(\boldsymbol{x}_{i+1,\mathrm{c}}-\boldsymbol{x}_{i+1,\mathrm{c}}^0)\quad 1\leqslant i<n\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_n&=-\boldsymbol{k}_n\boldsymbol{\xi}_n+\boldsymbol{C}_n(\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}^0)\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

式中,$\boldsymbol{\xi}_i(0)=\boldsymbol{0}$. 最终 $\boldsymbol{u}_c^0$ 经过指令滤波器可得系统输入控制 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}$.

4 稳定性分析

选择参数的鲁棒自适应律为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{F_i}=\boldsymbol{\Gamma}_{F_i}(\boldsymbol{\Phi}_{F_i}\bar{\boldsymbol{x}}_i+\boldsymbol{Q}_{F_i})\tag{14}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{G_{ij}}=\begin{cases}\boldsymbol{\Gamma}_{G_{ij}}(\boldsymbol{\Phi}_{G_{ij}}\bar{\boldsymbol{x}}_i\boldsymbol{x}_{i+1,j}+\boldsymbol{Q}_{G_{ij}}) & 1\leqslant i\leqslant n-1\\ \boldsymbol{\Gamma}_{G_{nj}}(\boldsymbol{\Phi}_{G_{nj}}\bar{\boldsymbol{x}}_n u_{\mathrm{c}j}+\boldsymbol{Q}_{G_{nj}})\end{cases}\tag{15}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}=\begin{cases}\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}\left[\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}\boldsymbol{\Omega}\left(\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}_i\boldsymbol{x}_{i+1,j}}{\varepsilon}\right)\bar{\boldsymbol{x}}_i\boldsymbol{x}_{i+1,j}+\boldsymbol{Q}_{\delta_{G_{ij}}}\right]\\ \qquad 1\leqslant i\leqslant n-1\\ \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{nj}}}\left[\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{nj}}}\boldsymbol{\Omega}\left(\dfrac{\bar{\boldsymbol{x}}_n u_{\mathrm{c},j}}{\varepsilon}\right)\bar{\boldsymbol{x}}_n u_{\mathrm{c},j}+\boldsymbol{Q}_{\delta_{G_{nj}}}\right]\end{cases}\tag{16}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_{D_i}=\boldsymbol{\Gamma}_{D_i}\left[\boldsymbol{\Phi}_{D_i}\boldsymbol{\Omega}\left(\frac{\bar{\boldsymbol{x}}_i}{\varepsilon}\right)\bar{\boldsymbol{x}}_i+\boldsymbol{Q}_{D_i}\right]\tag{17}$$

式中,正定对角阵 $\boldsymbol{\Gamma}_{F_i}$,$\boldsymbol{\Gamma}_{G_{ij}}$,$\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}$,$\boldsymbol{\Gamma}_{D_i}$ 为学习速度;$\boldsymbol{Q}$ 项为局部化 σ 修改项,它可以保证估计参数不趋于无穷,同时克服全局遗忘特性,其定义为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{Q}_{(\cdot)}&=-\sigma_{(\cdot)}\boldsymbol{R}_{(\cdot)}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\cdot)}-\boldsymbol{\theta}^0_{(\cdot)})\\ \boldsymbol{Q}_{(\cdot)}&=-\sigma_{(\cdot)}\boldsymbol{R}_{(\cdot)}(\hat{\boldsymbol{W}}_{(\cdot)}-\boldsymbol{W}^0_{(\cdot)})\end{aligned}\right\}\tag{18}$$

式中,$\sigma_{(\cdot)}>0$;对角阵 $\boldsymbol{R}_{(\cdot)}$ 的对角线元素对应 $\boldsymbol{\Phi}_{(\cdot)}$ 中的基函数,即

$$\boldsymbol{R}_{F_i}=\mathrm{diag}\{[\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}_{f_{i1}},\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}_{f_{i2}},\cdots,\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}_{f_{im}}]^{\mathrm{T}}\}$$

选择下列 Lyapunov 函数

$$V=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{2}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{x}}_i+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}_{F_i}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}_{F_i}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{F_i}+\sum_{j=1}^{m}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}_{G_{ij}}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}_{G_{ij}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{G_{ij}}+\sum_{j=1}^{m}\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}\tilde{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{\delta}_{G_{ij}}}+\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}_{D_i}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}_{D_i}\tilde{\boldsymbol{W}}_{D_i}\right)\right]$$

推导 V 的导数,使用式(8)~式(10)和式(14)~式(18),并使用式(11)和不等式[4]

$$-2\sigma\tilde{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}(\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{a}^0)\leqslant\sigma(\boldsymbol{a}^*-\boldsymbol{a}^0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{a}^*-\boldsymbol{a}^0)\tag{19}$$

可以化简得到 V 的时间导数为

$$\dot{V}\leqslant-\underline{k}\|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2+\bar{d}+\rho_1\tag{20}$$

式中

$$\underline{k}=\min_i[\lambda_{\min}(\boldsymbol{k}_i)]$$

$$\bar{\boldsymbol{x}}=[\bar{\boldsymbol{x}}_1^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{x}}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\bar{\boldsymbol{x}}_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\bar{d} = \eta\varepsilon\sum_{i=1}^{n}(\|\boldsymbol{\Phi}_{D_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{D_i}^{\mathrm{M}}\|_{m_1} + \|\boldsymbol{\Phi}_{\delta_{G_i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\delta_{G_i}}^{\mathrm{M}}\|_{m_1})$$

$$\rho_1 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\{\sigma_{F_i}(\boldsymbol{\theta}_{F_i}^{*}-\boldsymbol{\theta}_{F_i}^{0})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{F_i}(\boldsymbol{\theta}_{F_i}^{*}-\boldsymbol{\theta}_{F_i}^{0}) + \sum_{j=1}^{m}[\sigma_{G_{ij}}(\boldsymbol{\theta}_{G_{ij}}^{*}-\boldsymbol{\theta}_{G_{ij}}^{0})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{G_{ij}}(\boldsymbol{\theta}_{G_{ij}}^{*}-\boldsymbol{\theta}_{G_{ij}}^{0}) + \sigma_{\delta_{G_{ij}}}(\boldsymbol{W}_{\delta_{G_{ij}}}^{\mathrm{M}}-\boldsymbol{W}_{\delta_{G_{ij}}}^{0})\boldsymbol{R}_{\delta_{G_{ij}}}(\boldsymbol{W}_{\delta_{G_{ij}}}^{\mathrm{M}}-\boldsymbol{W}_{\delta_{G_{ij}}}^{0})] + \sigma_{D_i}(\boldsymbol{W}_{D_i}^{\mathrm{M}}-\boldsymbol{W}_{D_i}^{0})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{D_i}(\boldsymbol{W}_{D_i}^{\mathrm{M}}-\boldsymbol{W}_{D_i}^{0})\}$$

式中,$\|\cdot\|_{m_1}$表示矩阵的 m_1 范数和向量的 1 范数;$\bar{d}$ 和 ρ_1 均为正的有界变量.

最终稳定性总结如下:

定理 1　对于式(1)描述的系统,使用控制律式(8)~式(10)、自适应律式(14)~式(18),可使系统的所有信号有界,并且 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 最终收敛到

$$\|\bar{\boldsymbol{x}}\| \leqslant \sqrt{c_0/\underline{k}} \tag{21}$$

式中　$c_0 = \sup_{\tau\in[0,t]}[\bar{d}(\tau)+\rho_1(\tau)]$　(22)

证明　使用文献[6]中的引理 1,可知 V 是有界的,并且 $\bar{\boldsymbol{x}}_i, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{F_i}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{G_i}, \tilde{\boldsymbol{W}}_{\delta_{G_{ij}}}, \tilde{\boldsymbol{W}}_{D_i}$有界. 这也直接得到 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{F_i}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{G_i}, \hat{\boldsymbol{W}}_{\delta_{G_{ij}}}, \hat{\boldsymbol{W}}_{D_i}$有界. 因为 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$ 和 $\boldsymbol{\xi}_i$ 是有界的,所以 $\boldsymbol{x}_i$ 有界. 由于基矢量有界,可知 $\boldsymbol{u}$ 有界,以及 $\dot{\boldsymbol{x}}_i, \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{F_i}, \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_{G_i}, \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_{\delta_{G_{ij}}}, \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_{D_i}$均有界.

由于$[\bar{d}(t)+\rho_1(t)]$为正的有界变量,所以有

$$c_0 = \sup_{\tau\in[0,t]}[\bar{d}(\tau)+\rho_1(\tau)]$$

从式(20)可知,当 $\underline{k}\|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 \geqslant c_0$ 时,$\dot{V}$ 负定,即 $\|\bar{\boldsymbol{x}}\| \geqslant \sqrt{c_0/\underline{k}}$时,$V$ 是递减的,因此 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 有界,即

$$\|\bar{\boldsymbol{x}}\| \leqslant \max\{\|\bar{\boldsymbol{x}}(0)\|, \sqrt{c_0/\underline{k}}\} \tag{23}$$

且 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 最终收敛到紧集 Ω:

$$\Omega \triangleq \{\bar{\boldsymbol{x}} \in \mathbf{R}^{mn} \mid \|\bar{\boldsymbol{x}}\| \leqslant \sqrt{c_0/\underline{k}}\} \tag{24}$$

标准的 σ 修改方法不含 $\mathbf{R}$. 引入 $\mathbf{R}$ 可使 σ 修改只影响局部区域,消除全局遗忘特性. 同时也降低了计算量,因为所有与基矢量的零元素相关的参数将不需改变. 此外,由于 $\mathbf{R}$ 的引入,相比标准的 σ 修改方法,最终误差边界更小了.

5　仿真实例

为验证提出方法的有效性,考虑一个四阶不确定系统,其参数如下:

$$\boldsymbol{F}_1^0 = \boldsymbol{F}_2^0 = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{F}_1 = \begin{bmatrix}-\sin x_{11}\cos^2 x_{21}\\ \cos x_{11}\sin x_{12}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}_2 = \begin{bmatrix}-\sin x_{21}\cos x_{22}\\ \cos x_{21}\sin x_{22}\end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{G}_1^0 = \begin{bmatrix}1.6 & 0\\ 0 & 1.8\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_1 = \begin{bmatrix}\cos x_{11}\sin x_{22} & 0\\ 0 & -\cos x_{12}\sin x_{11}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_2^0 = \begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_2 = \begin{bmatrix}\cos x_{11}\cos x_{21} & -\sin x_{22}\\ \sin x_{12}\sin x_{22} & -\cos x_{21}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_1 = \begin{bmatrix}0.2\sin x_{11}\cos x_{12} + 0.04\cos(0.3t)\\ 0.1\cos x_{11}\sin x_{22} + 0.03\cos(0.2t)\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_2 = \begin{bmatrix}0.15\sin x_{21}\cos x_{22} + 0.05\cos(0.2t)\\ 0.12\sin x_{22}\cos x_{21} + 0.21\cos(0.3t)\end{bmatrix}$$

采用提出的方法设计控制律,并与标准 σ 修改的情况进行对比. 所有逼近器使用相同的基矢量函数. 基函数选择为归一化四次幂函数[6]. x_{ij}在区间$[-1,1]$内以相同的间隔选取 6 个点作为中心. $\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$ 和 $\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{d}}$ 由 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}}$ 通过二阶滤波器产生,$\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}}$ 为

$$\left.\begin{aligned}x_{11\mathrm{r}} &= 0.2\sin t + 0.8\sin(0.5t)\\ x_{12\mathrm{r}} &= 0.5\sin t + 0.5\sin(0.5t)\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

仿真初始条件为 $\boldsymbol{x}_1(0) = [0,0]^{\mathrm{T}}$,自适应参数如下:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{F_i}(0) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{G_{ij}}(0) = [0,0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\boldsymbol{W}}_{D_i}(0) = \hat{\boldsymbol{W}}_{\delta_{G_{ij}}}(0) = [1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\theta}_{F_i}^0 = \boldsymbol{\theta}_{G_{ij}}^0 = [0,0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{W}_{D_i}^0 = [1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{W}_{\delta_{G_{ij}}}^0 = [0.2,0.2,\cdots,0.2]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{F_i} = \boldsymbol{\Gamma}_{G_{ij}} = 100\boldsymbol{I} \qquad \boldsymbol{\Gamma}_{D_i} = \boldsymbol{\Gamma}_{\delta_{G_{ij}}} = 3\boldsymbol{I}$$

$$\sigma_{F_i} = \sigma_{G_{ij}} = 1/300 \qquad \sigma_{D_i} = \sigma_{\delta_{G_{ij}}} = 1/30$$

$$\boldsymbol{k}_1 = \boldsymbol{k}_2 = \boldsymbol{I}_{m\times m} \qquad \varepsilon = 0.01$$

指令滤波器参数选择为 $\zeta = 0.6, \omega_{\mathrm{n}} = 100$. 仿真结果如图 1 ~ 图 6 所示.

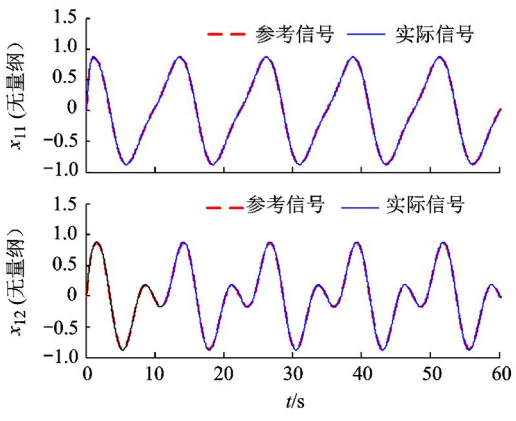

图 1　输出轨迹与期望轨迹(局部化 σ 修改)

图 1 ~ 图 4 为局部化 σ 修改方法的仿真结果. 从图 1 可以看到,尽管存在外部扰动和固有逼近误差,输出轨迹 x_{11}, x_{12}仍能够精确的跟踪期望

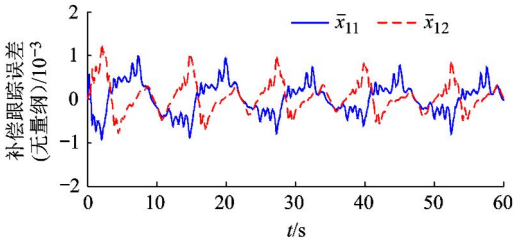

图 2 补偿跟踪误差(局部化 σ 修改)

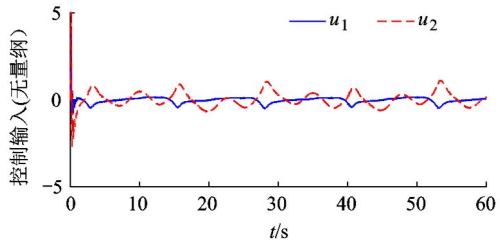

图 3 控制输入(局部化 σ 修改)

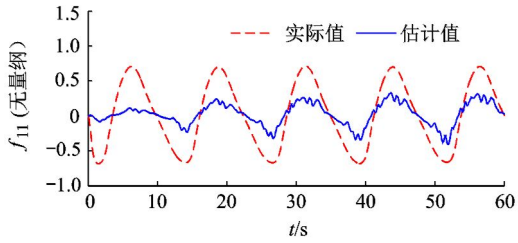

图 4 函数 f_{11} 的实际值与估计值(局部化 σ 修改)

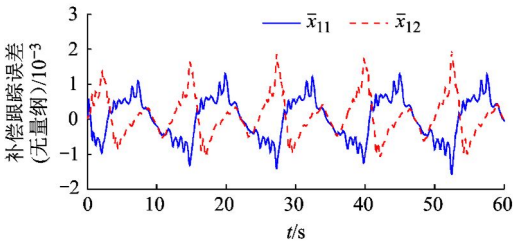

图 5 补偿跟踪误差(标准 σ 修改)

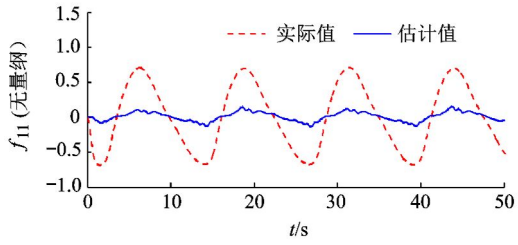

图 6 函数 f_{11} 的实际值与估计值(标准 σ 修改)

信号. 图 2 表明补偿跟踪误差很小. 另外由于采用了指令滤波反推方法,控制输入保持在很小的范围,且比较平滑,如图 3 所示.

再来对比局部化 σ 修改与标准 σ 修改的仿真结果. 图 5 和图 6 为标准 σ 修改的仿真结果. 对比图 2 和图 5 可以清晰地看到,采用局部化 σ 修改时,补偿跟踪误差更小,并且随时间周期性减小. 而当使用标准 σ 修改时,补偿跟踪误差则不会逐渐减小. 这是因为当系统状态离开一个状态子域时,标准 σ 修改的全局遗忘特性导致对函数和边界的逼近参数失去在该子域的局部精度. 当状态重新回到该子域时,所有的参数需要重新估计. 局部化 σ 修改克服了全局遗忘特性的影响,当状态离开该子域时,与该子域相关的参数估计不会更新,直到状态再次返回,因此会提高局部逼近进度. 通过对比图 4 和图 6 可以很明显的看到这个特点. 以上仿真结果表明了提出的方法能够获得满意的跟踪性能.

6 结 论

本文提出的 MIMO 局部化鲁棒自适应控制方法,采用指令滤波反推技术,避开了虚拟控制量导数解析计算,放宽了对非线性系统下三角形的限制;对于固有逼近误差和外部扰动采用自适应边界技术进行鲁棒补偿;引入控制系数矩阵的谱半径,消除了控制系数矩阵估计必须非奇异的假设;对自适应律作局部化 σ 修改,保证边界参数有界,也克服了全局遗忘问题;局部化自适应方法也降低了在线计算量,相比于标准的 σ 修改方法,最终边界更小了.

参考文献 (References)

[1] Jiang J P, Praly L. Design of robust adaptive controllers for nonlinear systems with dynamic uncertainties[J]. Automatica, 1998, 34(7): 825 – 840

[2] Polycarpou M, Mears M. Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parameterized on-line approximators [J]. International Journal of Control, 1998, 70(3): 363 – 384

[3] Zhao Y, Farrell J A, Polycarpou M. Localized adaptive bounds for online approximation based control [C]//Proceedings of the 2004 America control conference. Boston: IEEE, 2004: 590 – 595

[4] Zhao Y, Farrell J A. Localized adaptive bounds for on-line approximation based control [C]//Proceedings of the 44th IEEE conference on decision and control. Seville: IEEE, 2005: 789 – 795

[5] Farrell J, Polycarpou M, Sharma M, et al. Command filtered backstepping[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1391 – 1395

[6] Zhao Y, Farrell J A. Localized adaptive bounds for approximation-based backstepping[J]. Automatica, 2008, 44(10): 2607 – 2613

[7] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995

[8] Chen M, Ge S S, How B V E. Robust adaptive neural network control for a class of uncertain MIMO nonlinear systems with input nonlinearities[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(5): 796 – 812

(编 辑:刘登敏)