基于间隙度量的鲁棒 LPV 控制律设计

张增辉 杨凌宇 张 晶 申功璋

(北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 针对高超声速飞行器飞行包线范围广和模型参数不确定性大的问题,提出了基于间隙度量的鲁棒线性变参数(LPV,Linear Parameter-Varying)控制律设计方法.该方法将间隙度量引入 LPV 控制器设计中,提出了基于最优间隙度量的凸分解策略,并将其应用于多胞顶点的分解和鲁棒 LPV 控制器的自增益调参,以降低控制器的保守性;考虑模型的参数不确定性求取多胞 LPV 系统的顶点模型并设计顶点控制器,以提高顶点边界附近 LPV 控制器的鲁棒性;以某型高超声速飞行器为对象设计了鲁棒 LPV 控制器.仿真结果表明:该方法能降低大包线内控制器的保守性,实现高超声速飞行器在整个设计包线内精确的指令跟踪,并且在模型参数存在大的不确定性情况下仍保证系统的鲁棒性能和稳定性.

关 键 词: 线性变参数系统; 间隙度量; 不确定性; 高超声速飞行器; 鲁棒控制

中图分类号: V 448

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)11-1430-05

Robust LPV control design using the gap metric

Zhang Zenghui Yang Lingyu Zhang Jing Shen Gongzhang

(Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A new robust linear parameter-varying (LPV) controller design method based on gap-metric was presented for the wide flight envelope and strong model parameters uncertainties of hypersonic vehicle. A new convex decomposition strategy with the optimal gap-metric was proposed. In order to reduce the conservativeness of the controller, self-scheduled LPV control was implemented using the new strategy. Vertex models of the polytopic LPV system were solved considering the model parameters uncertainties to improve the robustness of the controller nearby the vertex boundary. The new design approach was applied to the hypersonic vehicle. Simulation results show that this new method can reduce the conservativeness of traditional LPV controllers. The command tracking and robustness of the LPV control system are in satisfactory performances. The robust performance and stability of the system under strong parameters uncertainties are also guaranteed.

Key words: linear parameter-varying system; gap metric; uncertainties; hypersonic vehicle; robust control

高超声速飞行器飞行包线范围大,气动特性和飞行力学特性变化剧烈,且模型参数存在较大不确定性,因此其控制系统必须能够适应较大参数变化范围以及大的参数不确定性.传统的增益调参方法设计简单且容易实现,但大包线内的调参过程极其繁杂,并且无法从理论上保证系统在全包线的稳定性和性能指标.线性变参数(LPV,Linear Parameter-Varying)控制是一种新颖的增益调度技术[1],克服了传统增益调参的控制器插值问题和稳定性问题,同时保证了工程实现性.国内外对 LPV 控制方法进行了大量研究,并将其应用于航空航天系统的飞行控制器设计研究中[2-5].传统基于 Lyapunov 函数的 LPV 控制方法的凸分解策略和自增益调参策略采用系统参数的几何距

收稿日期: 2011-07-23; **网络出版时间**: 2012-11-16 16:24

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20121116.1624.012.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60804007)

作者简介: 张增辉(1985-),男,河北石家庄人,博士生,zhangzenghui@asee.buaa.edu.cn.

离作为依据,无法准确体现系统动态特性之间的关系,存在一定的保守性[4-5],且在对象顶点模型求取时没有考虑模型的参数不确定性,靠近多胞顶点边界时控制器鲁棒性较差. 基于上述问题,本文提出了一种基于间隙度量的鲁棒 LPV 控制律设计方法,应用于某型高超声速飞行器控制律设计,并与传统 LPV 方法进行了比较.

1　LPV 模型

考虑如下非线性系统:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v},\boldsymbol{u},\boldsymbol{w})\\ \boldsymbol{z} &= c_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v},\boldsymbol{u},\boldsymbol{w})\\ \boldsymbol{y} &= c_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v},\boldsymbol{u},\boldsymbol{w})\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{x}$ 为系统状态;$\boldsymbol{u}$ 为系统输入信号;$\boldsymbol{z}$ 为所控制的误差信号;$\boldsymbol{y}$ 为输入到控制系统的测量输出信号;$\boldsymbol{w}$ 为外部调参信号或者外来信号(如参考信号);$\boldsymbol{v}$ 通常指干扰和噪声输入信号.

根据非线性系统的时变特性,选择调参变量 $\theta\in\boldsymbol{R}^k$,为事先未知但可测量或估计的矢量参数. 栅格化参数空间,可得式(1)的一系列平衡点 $\boldsymbol{x}_e(\theta)$,$\boldsymbol{v}_e(\boldsymbol{\theta})$,$\boldsymbol{u}_e(\boldsymbol{\theta})$ 和 $\boldsymbol{w}_e(\theta)$,满足:

$$f(\boldsymbol{x}_e(\boldsymbol{\theta}),\boldsymbol{v}_e(\boldsymbol{\theta}),\boldsymbol{u}_e(\boldsymbol{\theta}),\boldsymbol{w}_e(\boldsymbol{\theta}))=0 \tag{2}$$

则式(1)可写成如下的 LPV 系统形式[4]:

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}_\delta\\ \boldsymbol{z}_\delta\\ \boldsymbol{y}_\delta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}(\theta) & \boldsymbol{B}_1(\theta) & \boldsymbol{B}_2(\theta)\\ \boldsymbol{C}_1(\theta) & \boldsymbol{D}_{11}(\theta) & \boldsymbol{D}_{12}(\theta)\\ \boldsymbol{C}_2(\theta) & \boldsymbol{D}_{21}(\theta) & \boldsymbol{D}_{22}(\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_\delta\\ \boldsymbol{v}_\delta\\ \boldsymbol{u}_\delta\end{bmatrix} \tag{3}$$

系统状态矩阵为方程偏导数在平衡点处的值,如

$$\boldsymbol{A}(\theta)=\frac{\partial f}{\partial x}[\boldsymbol{x}_e(\theta),\boldsymbol{v}_e(\theta),\boldsymbol{u}_e(\theta),\boldsymbol{w}_e(\theta)] \tag{4}$$

在每一个固定点 θ,LPV 系统(式(3))描述了非线性系统(式(1))在该点的局部特性.

2　基于间隙度量的鲁棒 LPV 控制

2.1　基于多胞理论的 LPV 控制方法

定义 1[4]　设变参数向量 $\boldsymbol{\rho}(t)\in\boldsymbol{R}^l$,$l$ 为时变参数向量 $\boldsymbol{\rho}(t)$ 的维数,且 $\boldsymbol{\rho}(t)=p(\theta(t))$,其中 p:$\boldsymbol{R}^k\to\boldsymbol{R}^l$ 是一个映射函数,则由变参数描述的多胞为

$$\boldsymbol{\Theta}:=\mathrm{Co}\{\boldsymbol{\omega}_1,\boldsymbol{\omega}_2,\cdots,\boldsymbol{\omega}_r\}:=$$
$$\Big\{\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\boldsymbol{\omega}_i:\alpha_i\geqslant 0,\sum_{i=1}^{r}\alpha_i=1\Big\} \tag{5}$$

式中,$r=2^l$ 为顶点数;α_i 为分解系数;$\boldsymbol{\omega}_i$ 为多胞顶点. 当 LPV 系统的系统矩阵 $\boldsymbol{A}(\theta(t))$,$\boldsymbol{B}(\theta(t))$,…仿射依赖于时变参数向量 $\boldsymbol{\rho}(t)$,且 $\boldsymbol{\rho}(t)$ 变化于多胞 $\boldsymbol{\Theta}$ 内,称 LPV 系统为多胞系统.

多胞 LPV 系统矩阵分解如下:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}(\theta(t)) & \boldsymbol{B}(\theta(t))\\ \boldsymbol{C}(\theta(t)) & \boldsymbol{D}(\theta(t))\end{bmatrix}:=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_i & \boldsymbol{B}_i\\ \boldsymbol{C}_i & \boldsymbol{D}_i\end{bmatrix} \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{A}_i$,$\boldsymbol{B}_i$,$\boldsymbol{C}_i$,$\boldsymbol{D}_i$ 为 LPV 系统多胞顶点模型系统矩阵. 根据多胞系统的顶点性质,由实有界定理和控制器存在性定理[4]可知,控制器只需对多胞顶点设计即可,LPV 控制的核心问题为对所有的多胞顶点寻找相同的 Lyapunov 函数,以保证对 LPV 对象的所有可能轨迹都具有 H_∞ 性能. 一旦 Lyapunov 矩阵确定,对应的顶点控制器即可确定,线性组合即可得到 LPV 控制器,形式如下:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_k(\theta(t)) & \boldsymbol{B}_k(\theta(t))\\ \boldsymbol{C}_k(\theta(t)) & \boldsymbol{D}_k(\theta(t))\end{bmatrix}:=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{ki} & \boldsymbol{B}_{ki}\\ \boldsymbol{C}_{ki} & \boldsymbol{D}_{ki}\end{bmatrix} \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{A}_{ki}$,$\boldsymbol{B}_{ki}$,$\boldsymbol{C}_{ki}$,$\boldsymbol{D}_{ki}$ 为顶点控制器系统矩阵. 为了保证系统稳定性,调参系数 α_i 须与凸分解系数完全相同[4].

传统的凸分解策略系数与调参系数 α_i 依据系统参数之间的几何距离计算所得,具体如下:

1) 对于给定时变参数向量 $\boldsymbol{\rho}=(\rho_1,\rho_2,\cdots\rho_l)^{\mathrm{T}}$,计算 $\vartheta_i=\dfrac{(\bar{\rho}_i-\rho_i)}{\bar{\rho}_i-\underline{\rho}_i}$,$i=1,2,\cdots,l$;

2) 对每一个多胞顶点 ω_i,$i=1,2,\cdots,r$,调参系数:

$$\alpha_i=\prod_{i=1}^{r}\tilde{\vartheta}_i \tag{8}$$

式中
$$\tilde{\vartheta}_i=\begin{cases}\vartheta_i & \underline{\rho}_i\in\omega_i\\ 1-\vartheta_i & \bar{\rho}_i\in\omega_i\end{cases}$$

由定义 1 可知,任意时刻 LPV 系统的多胞顶点数大于时变参数的维数,即 $r=2^l>l$,故 LPV 系统对于顶点系统的凸分解系数有无穷多组解,不同的凸分解策略得到的控制器使得系统动态性能不尽相同. 传统的凸分解策略基于系统时变参数的几何距离,不能准确体现系统动态性能之间的关系,控制器保守性较大. 将系统之间的间隙度量引入控制器的设计中,依据系统的动态性能关系选择最优的凸分解方法,可降低控制器的保守性,使系统动态性能更优.

2.2　基于间隙度量的凸分解策略

定义 2[5]　设 $\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2\in\boldsymbol{R}^{n\times m}(s)$ 是具有 m 个输入、n 个输出的传递函数阵,$(\boldsymbol{D}_1,\boldsymbol{N}_1)$ 和 $(\boldsymbol{D}_2,\boldsymbol{N}_2)$ 分别为 $\boldsymbol{G}_1$ 和 $\boldsymbol{G}_2$ 的规范右互质分解,则 $\boldsymbol{G}_1$ 和 $\boldsymbol{G}_2$ 之间的间隙度量为

$$\delta(\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2)=\max\{\bar{\delta}(\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2),\bar{\delta}(\boldsymbol{G}_2,\boldsymbol{G}_1)\} \tag{9}$$

式中

$$\bar{\delta}(\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2)=\inf_{Q\in RH_\infty}\left\|\begin{bmatrix}D_1\\N_1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}D_2\\N_2\end{bmatrix}\boldsymbol{Q}\right\|$$

$$\bar{\delta}(\boldsymbol{G}_2,\boldsymbol{G}_1)=\inf_{Q\in RH_\infty}\left\|\begin{bmatrix}D_2\\N_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}D_1\\N_1\end{bmatrix}\boldsymbol{Q}\right\|$$

$$0\leqslant\delta(\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2)\leqslant 1$$

定理[6] 设 $\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2\in\boldsymbol{R}^{n\times m}(s)$ 是具有 m 个输入、n 个输出的传递函数阵，$(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_1)^{-1}$稳定. 若

$$\delta(\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2)<1/4\sqrt{1+\|(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_1)^{-1}\|^2} \tag{10}$$

则下述结论成立：

1）$(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_2)^{-1}$稳定；

2）$\|(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_2)^{-1}-(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_1)^{-1}\|\leqslant\dfrac{4(1+\|(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_1)^{-1}\|^2)\delta(\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2)}{1-4\delta(\boldsymbol{G}_1,\boldsymbol{G}_2)\sqrt{1+\|(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}_1)^{-1}\|^2}}$.

由定理可知，两系统的稳定性关系以及动态响应关系与两系统之间的间隙度量密切相关. 文献[7]通过对多组系统的仿真，验证了系统动态性能与间隙度量之间的相关性. 间隙度量提供了系统之间的一种广义的距离度量，体现了两系统之间的“差异程度”，距离越小说明两个系统的动态特性越相近，反之结论相反.

将系统的间隙度量引入凸分解策略. 按照当前系统与顶点系统的间隙度量最小的指标对系统凸分解系数进行优化，优化目标取为

$$J=\min\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\delta_i \tag{11}$$

式中，δ_i 为当前时刻系统模型与第 i 个顶点模型的间隙度量. 依照此凸分解策略实现自增益调参，使得所设计状态点系统模型与顶点模型的间隙度量最小，从而得到保守性较小的控制器. 而凸分解系数的求解问题可以转换为线性规划问题.

标准线性规划问题包含目标函数、等式约束和非负不等式约束 3 部分，即

$$\left.\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x}_\delta}\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_\delta\\&\boldsymbol{A}_\rho\boldsymbol{x}_\delta=\boldsymbol{b}\\&0<\boldsymbol{x}_\delta<\boldsymbol{d}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

基于间隙度量的凸分解问题可通过下式变换转化为标准线性规划问题.

$$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}=[\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_r] \tag{13}$$

$$\boldsymbol{x}_\delta=[\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r]^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{A}_\rho=\begin{bmatrix}\underline{\rho}_1,\bar{\rho}_1,\underline{\rho}_1,\bar{\rho}_1,\cdots\\\underline{\rho}_2,\underline{\rho}_2,\bar{\rho}_2,\bar{\rho}_2,\cdots\\\vdots\\\underline{\rho}_l,\underline{\rho}_l,\cdots,\bar{\rho}_l,\bar{\rho}_l,\cdots\\1,1,1,1,\cdots\end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{b}=[\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_r,1]^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{d}=[1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

具体的凸分解策略如下：

1）对于任意时刻时变参数向量 $\boldsymbol{\rho}=(\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_l)^{\mathrm{T}}$，计算当前时刻系统模型与 r 个顶点模型之间的间隙度量 $\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_r,r=2^l$；

2）对于每一个多胞顶点 $\omega_i,i=1,2,\cdots,r$，凸分解系数 α_i 由式(12)优化可得.

利用基于间隙度量的凸分解策略求取凸分解系数 α_i，并依此作为调参系数实现控制器的自增益调参，得到全包线的 LPV 控制器.

2.3 多胞顶点模型

由多胞系统顶点性质可知，在靠近顶点边界时，LPV 控制器的稳定性与多胞顶点密切相关. 当模型存在大的不确定性时，若在顶点附近系统时变参数超出多胞顶点边界，则控制器将无法从理论上保证系统稳定，甚至导致闭环系统发散.

传统的 LPV 控制方法在求取多胞顶点模型时未考虑模型的参数不确定性，多胞 LPV 系统的系统矩阵如式(6). 取覆盖全包线的状态点 $\theta(t)$，通过雅可比线性化得到对应的 $\rho_i(t)$，进而拟合得到 $\rho_i(t)$ 关于 $\theta(t)$ 的函数，即 $\rho_i(t)=p(\theta(t))$. 其上下界 $(\underline{\rho}_i,\bar{\rho}_i)$ 为

$$\left.\begin{aligned}\underline{\rho}_i&=\min(p(\theta(t)))\\\bar{\rho}_i&=\max(p(\theta(t)))\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

其顶点系统矩阵元素由时变参数 $\rho_i(t)$ 的上下界任意排列得到，不包含参数不确定性，例如：

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}\underline{\rho}_1&\cdots&\underline{\rho}_n\\\vdots&&\vdots\\\underline{\rho}_m&\cdots&\underline{\rho}_l\end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\boldsymbol{A}_r=\begin{bmatrix}\bar{\rho}_1&\cdots&\bar{\rho}_n\\\vdots&&\vdots\\\rho_{\bar{m}}&\cdots&\bar{\rho}_l\end{bmatrix}$$

本文在求取多胞顶点模型时考虑模型参数不确定性求取变参数 $\rho_i(t)$ 的上下界 $(\underline{\rho}_{\mathrm{unc}i},\bar{\rho}_{\mathrm{unc}i})$，下标 unc 表示此边界包含了模型参数的不确定性. 变参数 $\rho_i(t)$ 的上下界 $(\underline{\rho}_i,\bar{\rho}_i)$ 与参数的不确定性

呈单调关系,故求取顶点模型时加入最大参数不确定性,由式(18)即可得到($\underline{\rho}_{\text{unc}i}$,$\bar{\rho}_{\text{unc}i}$),其顶点模型系统矩阵形式同上. 由此求得多胞顶点模型,在系统参数存在大的不确定性时,时变参数不会超出多胞顶点边界,故仍可保证系统的稳定性,提高了顶点边界附近控制器的鲁棒性.

鲁棒 LPV 自增益调参控制律设计步骤如下:①建立非线性系统的 LPV 模型;②考虑模型的参数不确定性求取多胞顶点;③利用基于间隙度量的凸分解策略将 LPV 系统模型分解为多胞 LPV 模型(式(6));④利用基于 LMI 的 H_∞ 控制方法[8]求解多胞顶点控制器;⑤求解鲁棒 LPV 控制器(式(7)),将凸分解系数 α_i 作为增益调参系数,实现设计包线内的自增益调参.

3　鲁棒 LPV 控制律设计与实现

以某型高超声速飞行器[9-10]为研究对象设计鲁棒 LPV 控制律. 利用 Jacobian 线性化法将其非线性方程转化为 LPV 模型,纵向 LPV 模型为

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}_\delta\\ \boldsymbol{z}_\delta\\ \boldsymbol{y}_\delta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}(\theta) & 0 & \boldsymbol{B}(\theta)\\ 0 & 0 & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{I} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_\delta\\ \boldsymbol{v}_\delta\\ \boldsymbol{u}_\delta\end{bmatrix}\tag{19}$$

式中,$\boldsymbol{x}=(\alpha,q)^{\mathrm{T}}$,$\alpha$ 为迎角,q 为俯仰角速率;$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}a_{11} & 1\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\Big|_{\mathrm{e}}$;$\boldsymbol{B}=(b_1,b_2)^{\mathrm{T}}|_{\mathrm{e}}$. 锥形体高超声速飞行器飞行过程中迎角 α 变化不大,故选取高度和马赫数(H,Ma)作为 LPV 系统的调参变量 θ.

通过引入滤波器实施增广变换[4],将 $\boldsymbol{B}(\theta)$ 转换为与系统时变参数无关的矩阵. 取时变参数向量 $\boldsymbol{\rho}(t)=[\,a_{11}\quad a_{21}\quad a_{22}\,]^{\mathrm{T}}$,则高超声速飞行器纵向 LPV 系统仿射依赖于 $\boldsymbol{\rho}(t)$,多胞 LPV 系统为

$$\boldsymbol{P}_\rho:=\mathrm{Co}\{\boldsymbol{P}_{v1},\boldsymbol{P}_{v2},\cdots,\boldsymbol{P}_{vl}\}\quad vl=2^3\tag{20}$$

式中,$\boldsymbol{P}_{vi}$为多胞系统的顶点模型,其系统矩阵元素由时变参数 $a_i(t)$ 的上下界($\underline{a}_{\text{unc}i}$,$\bar{a}_{\text{unc}i}$)任意排列得到. 飞行器鲁棒 LPV 控制结构如图 1 所示.

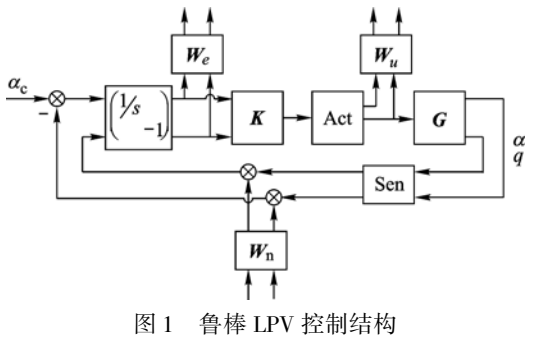

图 1　鲁棒 LPV 控制结构

图 1 中 $\boldsymbol{G}$ 为高超声速飞行器 LPV 模型,Act 和 Sen 分别为作动器和传感器模型,$\boldsymbol{K}$ 为 LPV 控制器,加权函数 $\boldsymbol{W}_u$ 和控制输入罚函数 $\boldsymbol{W}_e$ 为

$$\boldsymbol{W}_u=\mathrm{diag}\left(\frac{1}{25},\frac{1}{200}\right)\tag{21}$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{W}_e&=\mathrm{diag}(\boldsymbol{W}_{p1},0.6)\\ \boldsymbol{W}_{p1}&=\frac{11s+7}{s+2}\end{aligned}\right\}\tag{22}$$

式中,$\boldsymbol{W}_{p1}$为灵敏度加权函数;α 和 q 的噪声模型 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{n}}$ 分别选取为 0.1°,0.6(°)/s. 通过基于 LMI 的 H_∞ 控制方法求得 8 个顶点控制器,利用基于最优间隙度量的凸分解策略求得的系数 α_i 构造全包线内的 LPV 鲁棒控制器(式(7)),实现全包线内控制器自增益调参. 为保证系统的稳定性,非线性增益调参控制器实现方式[11]如下:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}^k&=\zeta^k\\ \dot{\zeta}^k&=\boldsymbol{A}_k(\theta)\zeta^k+\boldsymbol{B}_k(\theta)\begin{pmatrix}\alpha_{\mathrm{c}}-\alpha\\ -\dot{q}\end{pmatrix}\\ \dot{\boldsymbol{x}}^u&=\boldsymbol{C}_k(\theta)\zeta^k+\boldsymbol{D}_k(\theta)\begin{pmatrix}\alpha_{\mathrm{c}}-\alpha\\ -\dot{q}\end{pmatrix}\\ \delta&=\boldsymbol{x}^u\end{aligned}\right\}\tag{23}$$

4　仿真验证与分析

以锥形体高超声速飞行器为对象,对本文方法进行仿真验证. 控制律的设计目标是在飞行包线($H\in[20,22]$ km,$Ma\in[7,10]$)内保证鲁棒稳定性 ,并以小于 1% 的跟踪误差跟踪指令信号 α_{c}.

取多组覆盖设计包线的初始飞行状态点,给定相同的输入指令 α_{c},对基于传统凸分解策略的 LPV 方法和本文基于最优间隙度量的 LPV 控制方法进行仿真对比,仿真结果如图 2 ~ 图 4 所示.

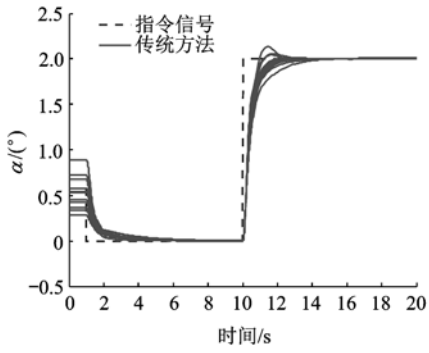

图 2　传统 LPV 方法全包线迎角响应曲线

由图 2 ~ 图 4 可知,不同设计方法得到的控制器使得对象的动态性能不同. 采用传统的 LPV 控制方法得到的迎角响应如图 2 所示,在迎角最

大幅值时刻的迎角范围为[1.765°,2.133°],在全包线内的最大超调量为6.65%,整个包线内迎角响应的上升调节时间变化范围为[0.97 s,3.32 s];而采用本文基于最优间隙度量的LPV控制方法得到迎角响应如图3所示,在迎角最大幅值时刻的迎角范围为[1.83°,2.086°],在全包线内的最大超调量为4.3%,整个包线内迎角响应的上升调节时间变化范围为[1.11 s,2.91 s],对应的两种方法的迎角响应边界曲线如图4所示.可见,采用基于最优间隙度量的LPV控制方法设计的控制器保守性较小,系统在全包线内不同的状态点调整时间和超调量的变化范围更小,动态性能一致性更好,这也有利于降低飞行器外环导引系统设计的保守性.

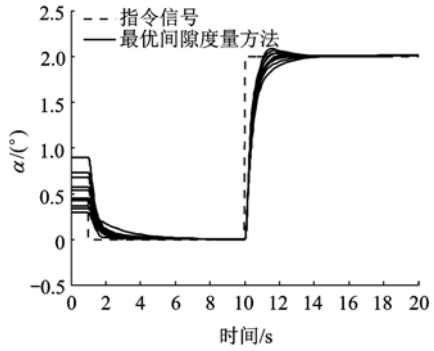

图3 最优间隙度量方法全包线迎角响应曲线

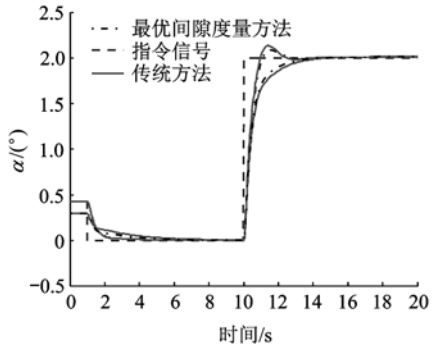

图4 全包线迎角响应边界对比曲线

在模型参数存在大的不确定性情况下,对传统LPV方法与鲁棒LPV方法进行仿真对比.任取多胞LPV系统顶点模型附近初始状态点(H=22 km,Ma=9,α=0.538°),飞行器模型的气动力系数加入±30%不确定性,气动力矩系数加入±50%不确定性,仿真结果如图5和图6所示.

由图5可知,给定迎角指令2°,当模型存在大的不确定性时,迎角响应幅值超出了100°,并且出现了大幅振荡,在10 s内都不能稳定.可见,未考虑模型不确定性设计的LPV控制器在模型参数存在大的不确定性的情况下不能保证系统的稳定性.而在求取顶点模型时考虑模型的参数不确定性设计的控制器仍可以保证系统的稳定性,迎角响应在2.5 s内都实现了稳定控制,稳态误差小于0.75%,如图6所示.将气动力系数不确定性边界取为±30%,气动力矩系数不确定性边界为±50%,50次蒙特卡罗仿真结果如图7所示.

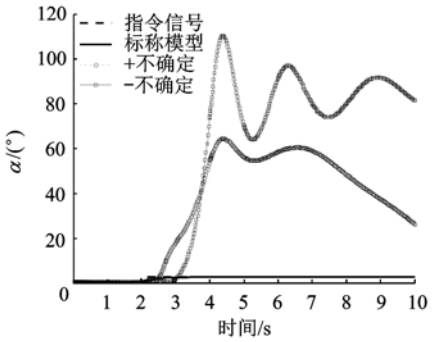

图5 传统LPV方法迎角响应曲线

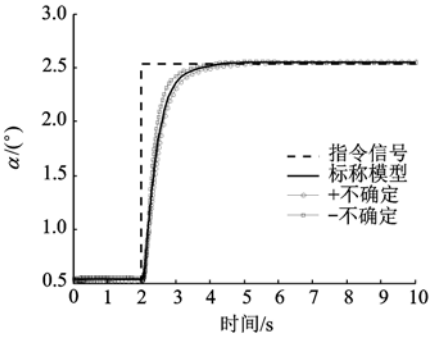

图6 鲁棒LPV方法迎角响应曲线

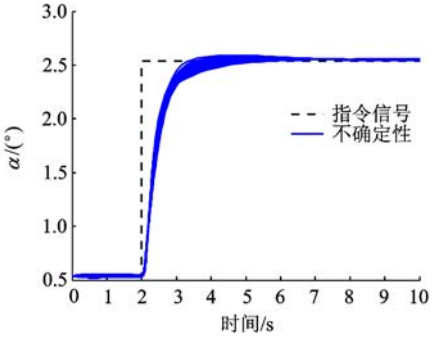

图7 蒙特卡罗仿真曲线

由图7可知,考虑顶点模型不确定性设计的控制律,在模型存在大的不确定性的情况下系统仍具有很好的鲁棒性能和鲁棒稳定性.

5 结 论

1)基于最优间隙度量的凸分解方法比传统的基于几何距离的凸分解方法得到的LPV控制器保守性更小,大包线内系统性能更趋向于一致,也有利于降低飞行器外环导引系统设计的保守性;

(下转第1439页)

tion [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 95-99(in Chinese)

[3] 郦苏丹,朱江,李广侠. 基于多目标进化算法的低轨区域通信星座优化设计[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2005, 6(1): 1-6
Li Sudan, Zhu Jiang, Li Guangxia. Multi-object optimization of LEO regional communication satellite constellation [J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2005, 6(1): 1-6(in Chinese)

[4] 郦苏丹,朱江,李广侠. 采用遗传算法的中轨区域通信星座优化设计[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(6): 1366-1369
Li Sudan, Zhu Jiang, Li Guangxia. Optimization of MEO regional communication satellite constellation with GA algo-rithm [J]. Journal of System Simulation, 2005, 17(6): 1366-1369(in Chinese)

[5] 王桂华. 军用通信卫星星座设计与仿真研究[D]. 长沙:国防科技大学电子科学与工程学院, 2006
Wang Guihua. The design and simulation research in milit-ary communication satellite constellation [D]. Changsha: School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, 2006(in Chinese)

[6] 贺泉,韩潮. 基于蚁群算法的多任务导航星座载荷配置[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(10): 1154-1157
He Quan, Han Chao. Payload configuration for multi-mission navigation constellation based on ant colony algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(10): 1154-1157(in Chinese)

[7] Kelly C W. Minimizing the cost of availability of services from a constellation of satellites [D]. Los Angeles: School of Engineering, University of Southern California, 2003

[8] 蒙波,伊成俊,韩潮. 基于多目标粒子群算法的导航星座优化设计[J]. 航空学报, 2009, 30(7): 1284-1291
Meng Bo, Yi Chengjun, Han Chao. Optimization of navigation satellite constellation by multi-objective particle swarm algorithm [J]. Acta Aeronautics et Astronautics Sinica, 2009, 30(7): 1284-1291(in Chinese)

[9] 孙远辉,韩潮. 星间链路及区域不均匀对路由性能的影响[J]. 系统仿真学报, 2011, 23(S1): 219-223
Sun Yuanhui, Han Chao. Effects of inter-satellite link and regional heterogeneity on routing performance [J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(S1): 219-233(in Chinese)

(编　辑:张　嵘)

(上接第 1434 页)

2) 在求取多胞顶点模型时充分考虑模型参数的不确定性,使得设计的 LPV 控制器在顶点边界附近具有更好的鲁棒性,在飞行器模型存在大的参数不确定性情况下仍能保证系统稳定性和性能.

参考文献 (References)

[1] Shamma J M, Michael A. Gain scheduling: potential hazards and possible remedies[J]. IEEE Control Systems, 1992: 101-107

[2] Lu Bei, Wu Fen. Switching LPV control designs using multiple parameter-dependent Lyapunov functions[J]. Automatica, 2004, 40(11): 1973-1980

[3] Nicolas F. Robust LPV control design for a RLV during reentry [R]. AIAA-2010-8194, 2010

[4] Apkarian P, Gahinet P, Becker G. Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: a design example[J]. Automatica, 1995, 31(9): 1251-1262

[5] Li Wenqiang, Zheng Zhiqiang. Robust gain-scheduling controller to LPV system using gap metric[C] //Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway, NT: IEEE Inc, 2008: 514-518

[6] Ahmed K E. The gap metric: robustness of stabilization of feedback systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1985, AC-30(3): 240-247

[7] Arthur M J K. Performance and the gap metric[C] //Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control. Piscataway, NT: IEEE Inc, 1994: 2656-2658

[8] Gahinet P, Nemirovski A, Laub A J, et al. LMI control tool box [M]. Massachusetts: The MathWorks Inc, 1995: 7.2-7.15

[9] John D S, Zane P, John D M. Hypersonic vehicle simulation model: winged-cone configuration [R]. NASA TM-102610, 1990

[10] Zhang Zenghui, Yang Lingyu, Shen Gongzhang, et al. Modeling and analysis for generic hypersonic vehicle[C] //IEEE 2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NT: IEEE Inc, 2010: 152-158

[11] Mehendale C S, Grigoriadis K M. Performance of LPV gain-scheduled systems [C] //Proceedings of the 2006 American Control Conference. Piscataway, NT: IEEE Inc, 2006: 14-16

(编　辑:赵海容)