含钟差修正的脉冲星和太阳观测组合导航

杨成伟 邓新坪 郑建华 高 东

(中国科学院研究生院, 北京 100190) (中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100190)

摘 要: 为提高深空探测器巡航段的导航定位精度和钟差修正能力,提出一种利用X射线脉冲星和太阳观测信息的组合导航方法.利用脉冲星导航的脉冲到达时间测量值,同时利用太阳敏感器、分光计分别测量太阳视线矢量和探测器相对于太阳的径向速度,并将星载时钟钟差增广为状态变量,构建组合导航系统,利用基于扩展卡尔曼滤波的UD(Upper triangular matrix-Diagonal matrix)分解信息融合算法进行状态估计.仿真结果表明,该方法能有效解决因钟差漂移引起的导航滤波发散问题,同脉冲星导航相比,该方法提高了定位精度和钟差修正能力.

关 键 词: 脉冲星; 太阳观测; 组合导航; 钟差修正; UD分解

中图分类号: V 448.224

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)11-1469-05

Integrated navigation based on pulsars and sun observation including clock error correction

Yang Chengwei Deng Xinping

(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Zheng Jianhua Gao Dong

(Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of navigation and clock correction of a deep space probe during cruise phase, an integrated navigation method was advanced. By combining the X-ray pulsar based navigation(XPNAV) with the sun line-of-sight vector, and the radial velocity of the probe relative to the sun, an integrated navigation system was advanced by using information fusion, based on extended kalman filter(EKF). The state of atomic clock error was considered in the system model. The UD factorization algorithm was applied to control the rounding error. The simulation results demonstrate that this method can control the divergence rendered by the clock error in EKF. Compared with XPNAV, this method can provide a higher navigation precision and more effectively control the clock error.

Key words: pulsars; sun observation; integrated navigation; clock error correction; UD factorization

自主导航技术是开展深空探测活动的关键技术之一[1].X射线脉冲星导航是一种新兴的天文导航方式,具有完全自主性.光学导航在深空探测中应用广泛,国外有影响的深空探测活动很多采用光学导航方式.其中太阳是最重要、最稳定的光学导航参考天体.

组合导航能够弥补单一导航方式的不足.本文提出一种含钟差修正的脉冲星和太阳观测的组合导航算法.利用X射线探测器测量脉冲到达时间,太阳敏感器测量太阳视线矢量方向,分光计测量探测器相对于太阳的径向速度,并采用联邦扩展卡尔曼滤波器进行状态估计,同时引入了UD

收稿日期: 2011-07-22; **网络出版时间**: 2012-11-16 11:07

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20121116.1107.007.html

基金项目: 空间科学预先研究资助项目(XDA04074300)

作者简介: 杨成伟(1986-),男,吉林永吉人,博士生,yangchengwei2009@126.com.

分解算法进行信息融合.

1 数学模型

1.1 深空探测器巡航段轨道动力学模型

在太阳质心 J2000.0 坐标系中,深空探测器巡航段轨道动力学方程为[2]

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{v}\\ \dot{\boldsymbol{v}}=-\dfrac{\mu_s}{r^3}\boldsymbol{r}+\sum\limits_{i=1}^{n_p}\mu_i\left(\dfrac{\boldsymbol{r}_{ri}}{r_{ri}^3}-\dfrac{\boldsymbol{r}_{pi}}{r_{pi}^3}\right)+\dfrac{AG}{mr^3}\boldsymbol{r}+\boldsymbol{a}\end{cases}\tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 分别为探测器相对于太阳质心的位置矢量和速度矢量;μ_s 为太阳引力常数;r 为位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的模;n_p 为引力摄动天体的数目(此处考虑太阳系内八大行星和冥王星);μ_i 为引力摄动天体的引力常数;$\boldsymbol{r}_{ri}$ 和 $\boldsymbol{r}_{ri}$ 分别为第 i 颗摄动行星相对于探测器的位置矢量与矢量模;$\boldsymbol{r}_{pi}$ 和 r_{pi} 分别为第 i 颗摄动行星在太阳质心惯性坐标系中的位置矢量与矢量模;A 为探测器横截面积;G 为太阳光压系数;m 为探测器质量;$\boldsymbol{a}$ 为各种未建模的摄动加速度矢量.

在太阳质心 J2000.0 坐标系下,状态向量选取为 $\boldsymbol{X}=[x\quad y\quad z\quad v_x\quad v_y\quad v_z]^{\mathrm{T}}$,其中 (x,y,z) 和 (v_x,v_y,v_z) 分别为探测器的位置矢量和速度矢量,则由式(1)可得状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=f(\boldsymbol{X},t)+\boldsymbol{w}(t)\tag{2}$$

式中,$f(\boldsymbol{X},t)$ 为由式(1)得到的非线性函数;$\boldsymbol{w}(t)$ 为噪声项,且方差为 $\boldsymbol{Q}$.

1.2 X 射线脉冲星测量模型

X 射线脉冲星导航的基本观测量为脉冲星计时模型预报得到的脉冲到达太阳系质心时间(TOA,Time of Arrival)和通过处理测量值得到的脉冲到达太阳系质心时间 TOA 之差. 经简化后的 TOA 转换方程[3]为

$$t_{\mathrm{SSB}}=t_{\mathrm{SC}}+\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}}{c}+\frac{1}{2cD_0}[(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}})^2-r_{\mathrm{sc}}^2]+\frac{2\mu_s}{c^3}\ln\left|\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}+\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{b}+\|\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}+\boldsymbol{b}\|}{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{b}+b}\right|\tag{3}$$

$$\boldsymbol{n}=[\cos\lambda\cos\alpha\quad\cos\lambda\sin\alpha\quad\sin\lambda]^{\mathrm{T}}\tag{4}$$

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{b}\tag{5}$$

式中,t_{SSB} 为脉冲到达太阳系质心时间的估计值;t_{SC} 为测量得到的脉冲到达探测器时间;$\boldsymbol{n}$ 为太阳系质心天球参考系(BCRS, Barycentric Celestial Reference System),原点位于太阳系质心,坐标轴方向同太阳质心 J2000.0 坐标系各坐标轴方向一致)中脉冲星位置单位矢量;α 和 λ 分别为脉冲星在 BCRS 中的赤经和赤纬;$\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}$ 和 r_{sc} 分别为导航系统估算出的探测器在 BCRS 中的位置矢量及其模;c 为光速;D_0 为 BCRS 原点到脉冲星的距离;$\boldsymbol{b}$ 和 b 分别为 BCRS 原点在太阳质心 J2000.0 坐标系中的位置矢量及其模;μ_s 为太阳引力常数;$\boldsymbol{r}$ 为探测器相对于太阳质心的位置矢量.

在 BCRS 中,X 射线脉冲星信号的时间相位模型[4]为

$$\phi(t)=\phi(t_0)+f[t-t_0]+\sum_{n=2}^{n=+\infty}\frac{\dfrac{\mathrm{d}^{n-1}f}{\mathrm{d}t^{n-1}}}{n!}(t-t_0)^n\tag{6}$$

式中,t_0 为参考时间原点;f 为脉冲星的辐射频率. 则由此模型可以得到相位为 ϕ_k 的脉冲信号到达 BCRS 原点时间为

$$t'_{\mathrm{SSB}}=\arg(\phi_k)\tag{7}$$

式中,t'_{SSB} 为脉冲信号到达 BCRS 原点的模型时间.

在星载时钟存在钟差的情况下,则有

$$t_{\mathrm{SC}}=t'_{\mathrm{SC}}-\delta t\tag{8}$$

式中,t_{SC} 为星载时钟显示时间;t'_{SC} 为真实时间;δt 为钟差.

将式(8)代入式(3)中,有

$$t_{\mathrm{SSB}}=t'_{\mathrm{SC}}-\delta t+\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}}{c}+\frac{1}{2cD_0}[(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}})^2-r_{\mathrm{sc}}^2]+\frac{2\mu_s}{c^3}\ln\left|\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}+\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{b}+\|\boldsymbol{r}_{\mathrm{sc}}+\boldsymbol{b}\|}{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{b}+b}\right|\tag{9}$$

由式(5)、式(7)和式(9)可得到,在太阳质心 J2000.0 坐标系中,脉冲星导航的基本观测量为

$$\Delta t=t'_{\mathrm{SSB}}-t_{\mathrm{SSB}}\tag{10}$$

1.3 太阳视线矢量方向测量模型

太阳敏感器可以测量太阳相对于探测器的视线方向矢量. 在太阳质心 J2000.0 坐标系中,设太阳敏感器的测量噪声 $\boldsymbol{w}_2$ 为白噪声,且方差为 $\boldsymbol{R}_2$,则太阳视线矢量方向的测量方程为

$$\boldsymbol{z}_2=h_2(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{w}_2=-\frac{\boldsymbol{r}}{r}+\boldsymbol{w}_2\tag{11}$$

1.4 径向速度测量模型

探测器携带的分光计可以进行太阳光线多普勒频移的测量,能得到探测器相对于太阳的径向速度,在太阳质心 J2000.0 坐标系中,设分光计的测量噪声 w_3 为白噪声,且方差为 R_3,则探测器相对于太阳的径向速度的测量方程[5-6]为

$$z_3=h_3(\boldsymbol{X})+w_3=\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r}}{r}+w_3\tag{12}$$

1.5　星载时钟钟差模型

深空探测器的星载时钟是一个精密的同步时钟系统,可用白噪声驱动的三态多项式进行仿真,其离散过程模型及方差[7]为

$$\begin{bmatrix} x_1(t_{k+1}) \\ x_2(t_{k+1}) \\ x_3(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}_c(\tau) \begin{bmatrix} x_1(t_k) \\ x_2(t_k) \\ x_3(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{c1}(k) \\ w_{c2}(k) \\ w_{c3}(k) \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{Q}_{ck}(\tau) = E[\boldsymbol{w}_c(k)\boldsymbol{w}_c(k)^{\mathrm{T}}] = \begin{bmatrix} q_1\tau + \frac{1}{3}q_2\tau^3 + \frac{1}{20}q_3\tau^5 & \frac{1}{2}q_2\tau^2 + \frac{1}{8}q_3\tau^4 & \frac{1}{6}q_3\tau^3 \\ \frac{1}{2}q_2\tau^2 + \frac{1}{8}q_3\tau^4 & q_2\tau + \frac{1}{3}q_3\tau^3 & \frac{1}{2}q_3\tau^2 \\ \frac{1}{6}q_3\tau^3 & \frac{1}{2}q_3\tau^2 & q_3\tau \end{bmatrix} \tag{14}$$

式中,x_1,x_2,x_3 分别表示时钟钟差、钟差漂移率和钟差漂移率变化率;τ 为步长;w_{c1},w_{c2},w_{c3} 为白噪声;q_1,q_2,q_3 为噪声的功率谱密度;$\boldsymbol{\Phi}_c(\tau)$ 为状态转移矩阵.

$$\boldsymbol{\Phi}_c(\tau) = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2} \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

1.6　考虑钟差的修正模型

将星载时钟钟差增广为状态变量,并将式(2)离散化,则新的状态向量为 $\hat{\boldsymbol{X}}=[\delta x \quad \delta y \quad \delta z \quad \delta v_x \quad \delta v_y \quad \delta v_z \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3]^{\mathrm{T}}$,离散系统状态方程为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1} = \boldsymbol{\Phi}\hat{\boldsymbol{X}}_k + \boldsymbol{W}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_k & \boldsymbol{O}_{6\times3} \\ \boldsymbol{O}_{3\times6} & \boldsymbol{\Phi}_c \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{X}}_k + \boldsymbol{W}_k \tag{16}$$

式中,$\boldsymbol{\Phi}$ 为增广后的系统状态转移矩阵;$\boldsymbol{W}_k = [\boldsymbol{w}(k)^{\mathrm{T}} \quad w_{c1}(k) \quad w_{c2}(k) \quad w_{c3}(k)]^{\mathrm{T}}$;为噪声项;$\boldsymbol{O}_{6\times3}$ 和 $\boldsymbol{O}_{3\times6}$ 为零矩阵;$\boldsymbol{\Phi}_k$ 为方程(2)经离散线性化所得方程的状态转移矩阵.

增广状态后的脉冲星导航测量方程为

$$\boldsymbol{Z}_1(k) = \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \vdots \\ \Delta t_i \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}_1(k)\hat{\boldsymbol{X}}_1 + \boldsymbol{w}_1(k) \tag{17}$$

式中,i 为利用脉冲星的个数;$\boldsymbol{w}_1$ 为脉冲星观测的噪声项;$\boldsymbol{H}_1$ 为脉冲星导航的观测矩阵:

$$\boldsymbol{H}_1 = \begin{bmatrix} n_{1x}/c & n_{1y}/c & n_{1z}/c & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_{ix}/c & n_{iy}/c & n_{iz}/c & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

增广状态后的太阳视线矢量方向测量方程为

$$\boldsymbol{Z}_2(k) = \boldsymbol{H}_2(k)\hat{\boldsymbol{X}}_2 + \boldsymbol{w}_2(k) \tag{19}$$

式中,$\boldsymbol{w}_2$ 为太阳敏感器观测噪声;$\boldsymbol{H}_2$ 为观测矩阵,且

$$\boldsymbol{H}_2(k) = \left.\frac{\partial h_2}{\partial \hat{\boldsymbol{X}}}\right|_k \tag{20}$$

增广状态后的探测器相对于太阳的径向速度测量方程为

$$\boldsymbol{Z}_3(k) = \boldsymbol{H}_3(k)\hat{\boldsymbol{X}}_3 + \boldsymbol{w}_3(k) \tag{21}$$

式中,$\boldsymbol{w}_3$ 为分光计观测噪声;$\boldsymbol{H}_3$ 为观测矩阵,且

$$\boldsymbol{H}_3(k) = \left.\frac{\partial h_3}{\partial \hat{\boldsymbol{X}}}\right|_k \tag{22}$$

2　导航信息融合

2.1　联邦扩展卡尔曼滤波

本文选用联邦扩展卡尔曼滤波(EKF, Extended Kalman Filter)算法进行状态估计,标准算法参见文献[8]. 其中,状态方程式(16)和测量方程式(17)构成子滤波器 1,状态方程式(16)和测量方程式(19)构成子滤波器 2,状态方程式(16)和测量方程式(21)构成子滤波器 3.

组合导航系统的运行流程为:在 X 射线探测器测量脉冲星辐射信号期间,子滤波器 2 和子滤波器 3 分别进行自身的时间更新和测量更新. 当信号处理得出 TOA 预估时间和测量时间差时,3 个子滤波器同时进行时间更新和测量更新,在主滤波器中进行信息融合,并进行钟差修正.

2.2　UD 分解在信息融合中的应用

深空探测器上的星载资源十分有限,联邦扩展卡尔曼滤波在信息融合过程中需要进行大量的矩阵求逆运算. 研究表明[8-9],UD 分解算法能够有效增强数值计算的稳定性,提高计算效率,因此本组合导航的信息融合中引入 UD 分解.

如果滤波过程中的协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$ 为非负正定阵,则 $\boldsymbol{P}$ 可以分解成 $\boldsymbol{UDU}^{\mathrm{T}}$ 的形式,其中 $\boldsymbol{U}$ 为单位上三角阵,$\boldsymbol{D}$ 为对角矩阵. 具体的 UD 分解方法见文献[8].

由于各子滤波器的协方差阵都是对称正定阵,因此局部协方差阵可以进行 UD 分解. 即

$$\boldsymbol{P}_i = \boldsymbol{U}_i\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

则全局协方差阵为

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{g}}=\left(\sum_{i=1}^{3}(\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}})^{-1}\right)^{-1}=\left\{\sum_{i=1}^{3}[(\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}_i^{-1}\boldsymbol{U}_i^{-1}]\right\}^{-1} \tag{24}$$

设

$$\boldsymbol{P}'=\sum_{i=1}^{3}[(\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}_i^{-1}\boldsymbol{U}_i^{-1}] \tag{25}$$

由计算过程可以看出，$\boldsymbol{P}'$仍然为对称正定阵，仍然可以进行 UD 分解，即 $\boldsymbol{P}'=\boldsymbol{U}'\boldsymbol{D}'\boldsymbol{U}'^{\mathrm{T}}$，则

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{g}}=(\boldsymbol{U}'\boldsymbol{D}'\boldsymbol{U}'^{\mathrm{T}})^{-1}=(\boldsymbol{U}'^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}'^{-1}\boldsymbol{U}'^{-1} \tag{26}$$

则全局最优状态估计为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{g}}=\boldsymbol{P}_{\mathrm{g}}\sum_{i=1}^{3}(\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}})^{-1}\hat{\boldsymbol{X}}_i=\boldsymbol{P}_{\mathrm{g}}\sum_{i=1}^{3}(\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}_i^{-1}\boldsymbol{U}_i^{-1}\hat{\boldsymbol{X}}_i \tag{27}$$

3 仿真分析

3.1 仿真条件

以“深空一号”任务星际巡航段的轨道验证本文的组合导航算法.

1）深空探测器在太阳质心 J2000.0 坐标系中的标称轨道初值取：标称位置初值为（126 966 202.276 870 3，71 240 023.368 644 55，30 895 174.957 506 15）km，标称速度初值为（-17.012 246 566 619 5，25.573 125 836 158 805，11.411 474 895 983 448）km/s；

2）初始误差取为：各轴向位置误差 5 000 km，各轴向速度误差 0.001 5 km/s，初始时刻经校正后的钟差为 0 s；

3）深空探测器星载时钟的噪声谱密度为 $q_1=1.0\times10^{-22}$ s^2/s，$q_2=2.0\times10^{-32}$ s^2/s^3 以及 $q_3=6.0\times10^{-45}$ s^2/s^5；

4）导航用到的脉冲星为 PSRB0531+21，PSRB1937+21，PSRB1957+20，PSRB1821-24. 研究表明[10]，当信号积分时间为 500 s、X 射线探测器有效面积为 1 m^2 的情况下，这 4 颗脉冲星测距精度分别为 109 m，334 m，1 866 m，325 m.

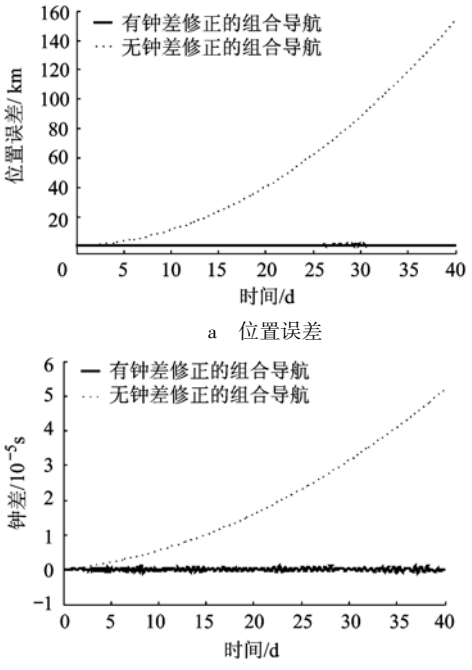
5）测量误差：取太阳视线矢量方向的测量误差为 5×10^{-5} rad，取探测器相对于太阳的径向速度测量误差为 1×10^{-5} km/s；

6）仿真时间：太阳信息测量的滤波步长为 100 s，脉冲星测量的滤波步长为 500 s. 总仿真时间为 40 d.

3.2 仿真结果

图 1 给出了有钟差修正和无钟差修正的 UD 分解组合导航对比结果. 在无钟差修正的情况下，位置误差加大，星载时钟钟差加大，滤波结果发散；而在考虑钟差修正的情况下，导航结果收敛，说明将钟差增广为状态变量能够有效控制钟差发散，进而提高导航精度.

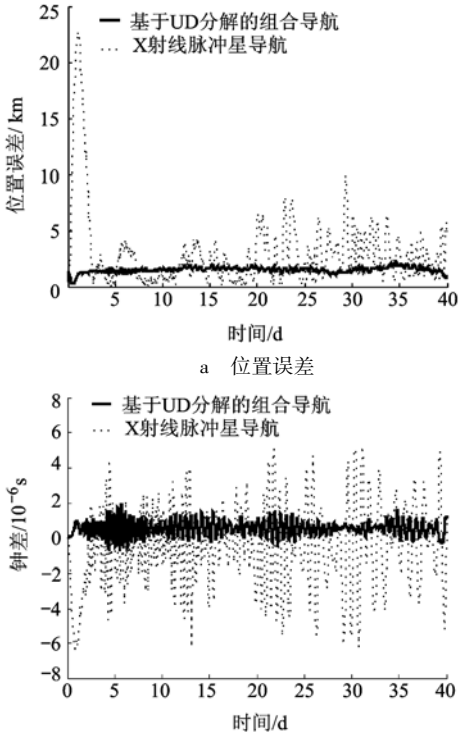
图 2 给出了 X 射线脉冲星导航和基于 UD 分解组合导航的对比结果.



a 位置误差

b 时钟钟差

图 1 有无钟差修正的两种组合导航对比



a 位置误差

b 时钟钟差

图 2 脉冲星导航和基于 UD 分解组合导航对比

表 1 给出了两种导航方式在滤波稳定后的采

样点均方根误差(RMSE,Root-Mean-Square-Error)值,用于比较两种导航方式的性能. 结果表明,组合导航方式明显优于 X 射线脉冲星单一导航方式,且导航定位精度提高了约 49.2%,钟差修正能力提高了约 68.9%. 说明通过组合多种测量信息,组合导航能够极大改善脉冲星单一导航方式的导航精度和钟差修正能力.

表 1　脉冲星导航和基于 UD 分解组合导航对比

导航方式	位置误差/km	钟差/s
脉冲星导航	3.072 630	$2.283\,019\times10^{-6}$
组合导航	1.561 658	$7.101\,736\times10^{-7}$

4　结　论

基于 X 射线脉冲星观测和太阳观测,本文提出了含时钟钟差修正的组合导航方法,融合了几种导航方式的优点,并引入了 UD 分解算法.

仿真结果表明,该组合导航方法能够有效控制星载时钟钟差,抑制导航滤波发散. 同脉冲星单一方式导航相比,基于 UD 分解的组合导航方式能够明显提升导航精度和钟差修正能力. 因此该方法能够在深空长时间的飞行中合理利用星载资源,保持较高定位精度和保持星载时钟稳定,为未来工程化应用提供借鉴.

基于脉冲星的组合导航研究在近几年刚刚起步,如何高效利用各种测量信息进行深空长时间飞行导航,如何实现工程应用还需要进一步研究.

参考文献 (References)

[1] 叶培建,彭兢. 深空探测与我国深空探测展望[J]. 中国工程科学,2006,8(10):13-18
Ye Peijian,Peng Jing. Deep space exploration and its prospect in China [J]. Engineering Science,2006,8(10):13-18(in Chinese)

[2] Riedel J E,Bhaskaran S,Desai S,et al. Autonomous optical navigation (AutoNav) DS1 technology validation report [R]. JPL Publication 00-10,2000

[3] Sheikh S I. The use of variable celestial X-ray sources for spacecraft navigation[D]. Maryland:Department of Aerospace Engineering,University of Maryland,2005

[4] Sheikh S I,Pines D J. Recursive estimation of spacecraft position and velocity using X-ray pulsar time of arrival measurements [J]. Navigation,2006,53(3):149-166

[5] Guo Y P. Self-contained autonomous navigation system for deep space missions [J]. Advances in the Astronautical Sciences,1999,102(2):1099-1113

[6] Yim J R,Crassidis J L,Junkins J L. Autonomous orbit navigation of interplanetary spacecraft [C]//AIAA/ AAS Astrodynamics Specialist Conference. Denver,CO:AIAA,2000:53-61

[7] Woodfork D W. The use of X-ray pulsars for aiding GPS satellite orbit determination [D]. Alabama:Department of the Air Force,Air University,2005

[8] 付梦印,邓志红,闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京:科学出版社,2010:78-79
Fu Mengyin,Deng Zhihong,Yan Liping. Theory and application of Kalman filter in navigation system [M]. Beijing: Science Press,2010:78-79(in Chinese)

[9] 向政,富立,范跃祖. L-D 分解求逆法在联邦卡尔曼滤波中的应用[J]. 北京航空航天大学学报,2003,29(8):749-752
Xiang Zheng,Fu Li,Fan Yuezu. Application of L-D factorization in calculating inverse in federated filer [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2003,29(8):749-752(in Chinese)

[10] 谢振华,许录平,倪广仁. 基于最大似然的 X 射线脉冲星空间定位研究[J]. 宇航学报,2007,28(6):1605-1608
Xie Zhenhua,Xu Luping,Ni Guangren. X-ray pulsars-based spacecrafts' position determination algorithm based on maximum likelihood estimation [J]. Journal of Astronautics,2007,28(6):1605-1608(in Chinese)

(编　辑:张　嵘)